

$$C_D = \frac{24}{Re} \left[ 1 + 0,1935 (Re^{0,6305}) \right], \quad \text{para } 20 \leq Re \leq 260 \quad (4.10)$$

$$C_D = 0,16435 - 1,1242 (\log_{10} Re) + 0,1558 (\log_{10} Re)^2 \quad \text{para } 260 < Re \leq 1,5 \cdot 10^3. \quad (4.11)$$

Outros parâmetros igualmente importantes, obtidos de maneira semelhante ao coeficiente de arrasto, são o coeficiente de sustentação (*lift coefficient* –  $C_L$ ) e o coeficiente lateral (*side coefficient* –  $C_S$ ) avaliados, respectivamente, como:

$$C_L = \frac{F_z}{\left(\frac{1}{2}\right) \rho U_\infty^2 \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}, \quad (4.12)$$

$$C_S = \frac{F_y}{\left(\frac{1}{2}\right) \rho U_\infty^2 \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}, \quad (4.13)$$

onde  $F_y$  e  $F_z$  são a somatória das forças que agem sobre a esfera nas direções  $y$  e  $z$ , respectivamente. No presente trabalho foram simulados escoamentos a partir de número de Reynolds igual a 100, aumentando-se em intervalos de 100 até  $Re = 1.000$ .

#### 4.2.1 Escoamento sobre uma esfera estática

Escoamentos à  $Re \leq 200$  podem ser considerados bidimensionais, ou seja, é possível representar o padrão de escoamento com um plano de corte ao longo do eixo  $x$  (direção longitudinal). Diversos estudos numéricos foram realizados, especialmente em trabalhos mais antigos, aproveitando-se das condições axi-simétricas do escoamento, no qual os pesquisadores empregavam apenas metade do domínio computacional (Fadlun *et al.*, 2000). Entretanto, a partir da Fig. 4.21, que mostra uma vista a partir da jusante do escoamento a  $Re = 100$ , pode-se perceber que as linhas de corrente lançadas na região de recirculação à jusante da esfera, apresentam uma característica de assimetria. Este comportamento, embora não permita que as linhas atravessem o equador da esfera, não poderia ser capturado caso fosse empregado apenas metade do domínio. Com efeito, este resultado pode indicar que o problema em questão deva merecer mais atenção quanto à hipótese de simetria. Na Fig. 4.22 uma vista do plano  $xz$  é apresentada, onde se percebe, a simetria da linha de centro do eixo longitudinal da esfera. Esta vista pode fornecer uma visão enganosa sobre o escoamento tridimensional que é, como um todo, assimétrico.

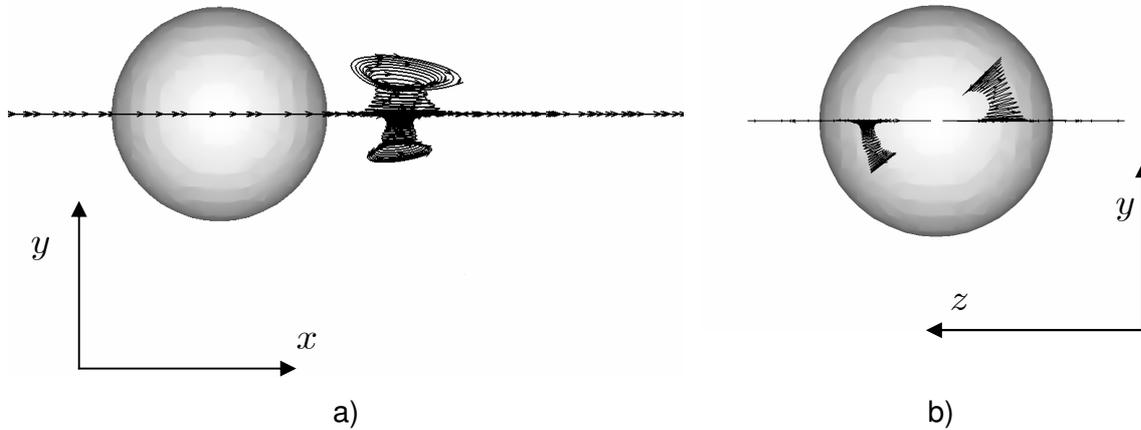


Figura 4.21 – Linhas de corrente a  $Re = 100$  vistas do plano  $xy$  (a) e do plano  $yz$  (b).

Uma vista em corte do escoamento para  $y = 0,34m$  fornece maiores detalhes sobre o campo de velocidade  $u$  (Fig. 4.23) e da componente  $w$  (Fig. 4.24) para  $Re = 100$ . Em ambas as figuras, a aparente simetria apresentada por escoamentos a baixos *Reynolds* pode ser observada.

O comprimento da bolha de recirculação ( $X_s$ ) à jusante da esfera fornece importantes informações a respeito da precisão na avaliação do campo de escoamento. A partir da Fig. 4.26, pode-se determinar que os comprimentos de recirculação para  $Re = 100$  e  $Re = 200$  valem, respectivamente,  $0,038m$  e  $0,056m$ . Costuma-se adimensionalizar este comprimento pelo diâmetro  $D$  da esfera. Assim, os resultados anteriores seriam  $X_s/D = 0,94$  e  $X_s/D = 1,40$ , para  $Re = 100$  e  $Re = 200$ , respectivamente. A Tabela 4.2 apresenta alguns resultados da literatura para  $X_s/D$ .

Tabela 4.2 – Comprimentos das bolhas de recirculação para  $Re = 100$  e  $200$ .

Referências:	<i>Re</i> 100	<i>Re</i> 200
Presente trabalho	0,94	1,40
Fornberg (1988)	0,87	1,43
Johnson e Patel (1999)	0,88	1,45
Tomboulides e Orszag (2000)	0,87	1,43
Gilmanov <i>et al.</i> (2003)	0,85	1,44

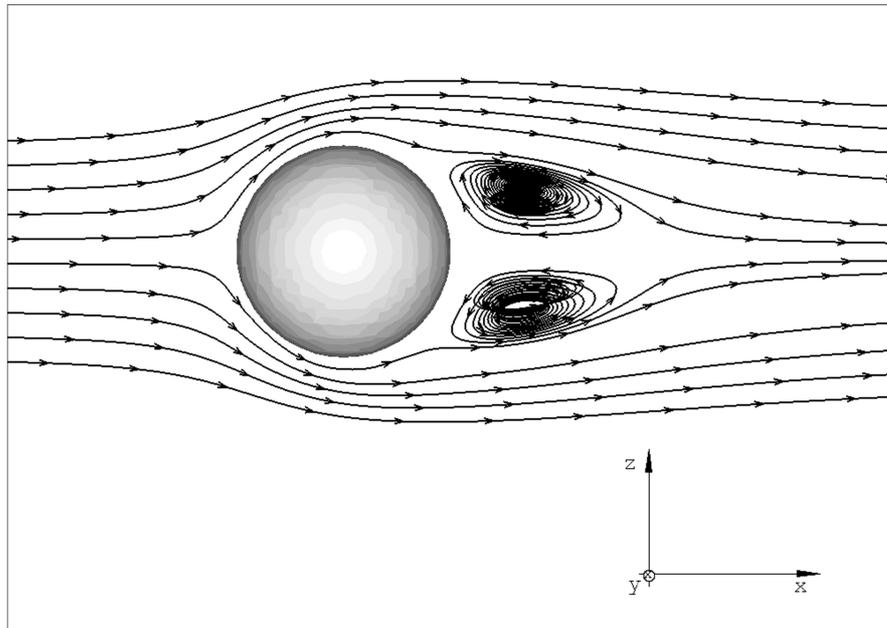


Figura 4.22 – Comportamento das linhas de corrente a  $Re = 100$  visto no plano  $xz$ .

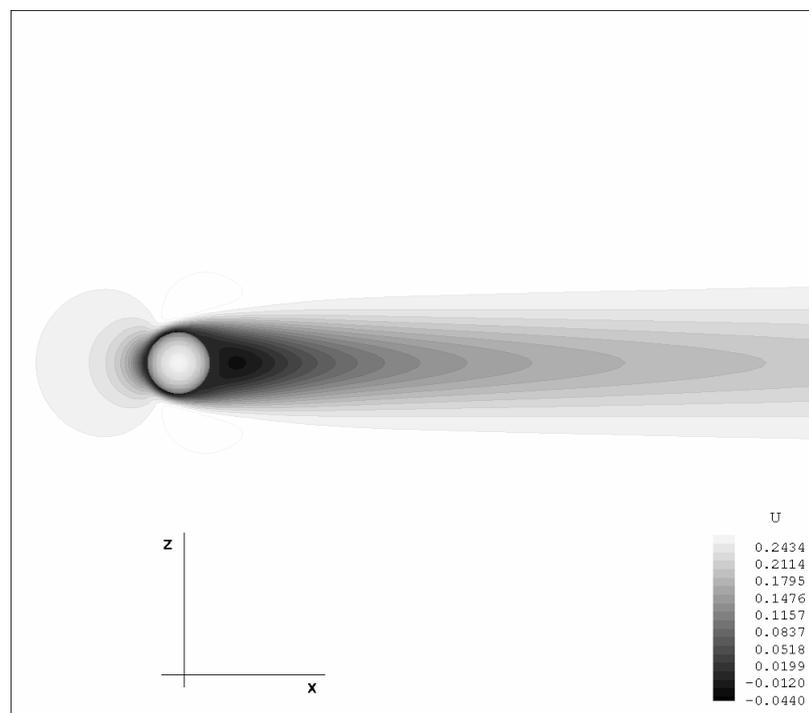


Figura 4.23 – Vista em corte do campo da componente  $u$  da velocidade a  $Re = 100$ .

Para Reynolds igual a 200, o escoamento permanece essencialmente bidimensional, como mostra a Fig. 4.27. Qualquer plano de corte atravessando o equador da esfera fornece

um campo de propriedades do escoamento que apresentam características simétricas sobre o plano considerado. Na Fig. 4.28 visualiza-se as isosuperfícies de vorticidade  $|\omega|$ , para  $Re_D = 200$ , evidenciando-se a bolha de recirculação à jusante da esfera. As cores azul, verde e amarelo representam, respectivamente,  $|\omega| = 2,0 [s^{-1}]$ ,  $|\omega| = 5,0 [s^{-1}]$  e  $|\omega| = 7,0 [s^{-1}]$ . Ainda com relação a  $Re = 200$ , detalhes quantitativos acerca da simetria do campo de escoamentos podem ser observados nas Figs. 4.29a a 4.29d, onde os perfis de velocidade foram extraídos para as componentes  $u$  (Figs. 4.29a e 4.29b),  $v$  (Fig. 4.29c) e  $w$ . (Fig. 4.29d). Para a componente  $u$  os cortes no domínio foram realizados no plano  $xz$  à  $y = 0,34m$ , para a componente  $v$ , a obtenção dos valores foi feita à  $x = 0,38m$  e  $z = 0,34m$ , enquanto que para  $w$  os valores foram  $x = 0,38m$  e  $y = 0,34m$ .

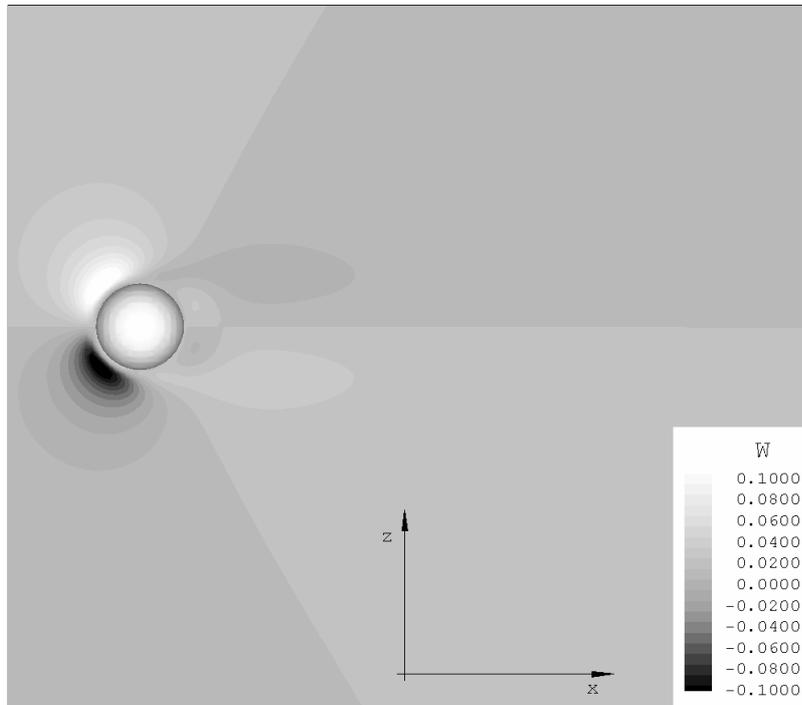


Figura 4.24 – Vista em corte da componente  $w$  da velocidade a  $Re = 100$ .

Ao se analisar a componente da velocidade  $u$  ao longo do eixo  $x$  (Fig.4.29a), pode-se perceber a inversão do sentido do escoamento na região de estagnação na face anterior da esfera (caracterizada por um valor negativo no gráfico do perfil de velocidade próximo à  $x = 0,36m$ ). De forma análoga, o valor da velocidade  $u$  imediatamente após a superfície posterior da esfera, aparece ligeiramente positiva antes de ter o seu sinal invertido na região de recirculação. Na Fig. 4.29b foi possível capturar a ligeira aceleração do escoamento próximo à esfera, de forma a compensar o balanço de massa global no domínio, mesmo com a baixa

razão de bloqueio da esfera em termos de área transversal (0,27%). Também se pode notar, na mesma figura, a camada limite nas proximidades da superfície do corpo, com a velocidade do escoamento tornando-se praticamente zero no ponto coincidente com a interface sólido/fluido. No interior da esfera, pode-se perceber a existência de valores não-nulos para a velocidade  $u$ , que é uma das características do Modelo Físico Virtual e não introduz erros adicionais aos cálculos.

Na Fig. 4.29c o perfil da componente  $v$  da velocidade é, a princípio ( $y < 0,32m$ ) negativa pelo desvio do escoamento ao se aproximar da interface. Entretanto, percebe-se que a velocidade atinge o valor nulo antes da superfície da esfera, aumentando ligeiramente antes de assumir o valor aproximado de zero na interface. Este comportamento é explicado pelo descolamento da camada limite nas laterais da esfera, que promove um refluxo no sentido contrário ao do escoamento. O perfil de velocidade apresenta um comportamento simétrico ao atravessar a superfície na extremidade diametralmente oposta. Por fim, na Fig. 4.29d, que mostra o comportamento do perfil da componente  $w$  da velocidade, um padrão de comportamento idêntico (principalmente dado ao regime de escoamento) é observado ao longo do eixo  $z$ . É muito importante ressaltar aqui que os valores das propriedades do escoamento, no interior da fronteira imersa, não são nulos. Nas figuras 4.29a, 4.29c e 4.29d, os trechos de perfil de velocidade que apresentam valores aparentemente nulos, são devido à magnitude da propriedade nesta região ser muito pequena em relação ao escoamento externo.

Os resultados para os campos das propriedades do escoamento, a  $Re = 200$ , são mostrados em um corte transversal feito pelo equador da esfera (a  $y = 0,34m$ ) e são apresentados nas seqüências das Figs. 4.30 a 4.33. Na Fig. 4.30 tem-se o campo da componente  $u$  da velocidade, onde é possível perceber a simetria do escoamento. A componente  $w$  da velocidade, para o mesmo regime de escoamento, pode ser vista na Fig. 4.30, na qual também se evidencia a simetria do escoamento, aos moldes da encontrada na Fig 4.24. O módulo da vorticidade total do escoamento pode ser visto na Fig. 4.32. Na Fig 4.33, os campos de pressão com vistas em dois planos distintos:  $xy$  e  $xz$  são apresentados, evidenciando, a região de alta pressão à montante da esfera e as regiões de baixa pressão nas laterais da esfera, correspondentes às maiores velocidades.

É importante salientar que as linhas de corrente se desviam perfeitamente da esfera, o que é particularmente claro, a  $Re = 100$  e  $Re = 200$ , nas figuras (Fig. 4.22 e Fig 4.27, respectivamente), onde não se nota nenhuma linha de corrente cruzando a superfície do corpo. Pode-se dizer que isto é o resultado direto do fato que a norma  $l_2$  permaneceu no intervalo  $3,8 \cdot 10^{-4} < l_2 < 3,9 \cdot 10^{-4}$ , como evidenciado no gráfico da Fig. 4.24. Esta norma é definida aqui como a raiz quadrada da norma da diferença entre a velocidade do fluido sobre a interface

fluido/sólido e da velocidade desta interface (que no caso da esfera estacionária tem valor nulo),

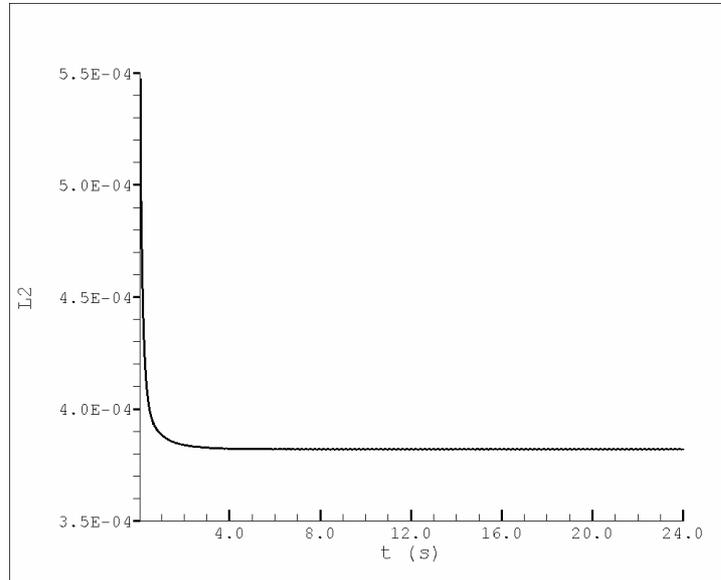


Figura 4.25 – Evolução temporal da norma  $l_2$  avaliada para  $Re = 200$ .

Na Fig. 4.34, pode-se observar, para  $Re = 200$ , os isovalores das forças eulerianas sobre a esfera nas três direções cartesianas. Ao longo do eixo  $x$ , tem-se a presença de uma componente positiva de força (na cor amarela, de valor  $+0,2N$ ) agindo atrás da esfera (Fig. 4.34a). Esta componente é fundamental para produzir a região de recirculação, fisicamente consistente, como pode ser observado pelas linhas de corrente também apresentadas nesta figura. A componente negativa da força, na cor azul, possui valor  $-2,8N$ . As linhas de corrente também foram traçadas nas Figs. 4.34b e 4.34c que mostram, respectivamente, as forças de corpo nas direções  $y$  e  $z$ . Para ambas as figuras, os valores das forças positivas (verde) e negativas (azul) são de  $+0,6N$  e  $-0,6N$ , respectivamente.

Na Fig. 4.35 é apresentada uma comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente de pressão ( $C_p$ ) calculados pela Eq. 4.5 empregando os valores da pressão ao longo da superfície da esfera (numa linha que passa pelo seu equador, no plano  $xz$ ) e os resultados extraídos de Fornberg (1988). O valor de  $0^\circ$  foi tomado como sendo a região de estagnação à montante da esfera e o valor do ângulo aumenta no sentido anti-horário. Os resultados estão apresentados para  $Re = 100$  (Fig. 4.35a) e  $Re = 200$  (Fig. 4.35b).

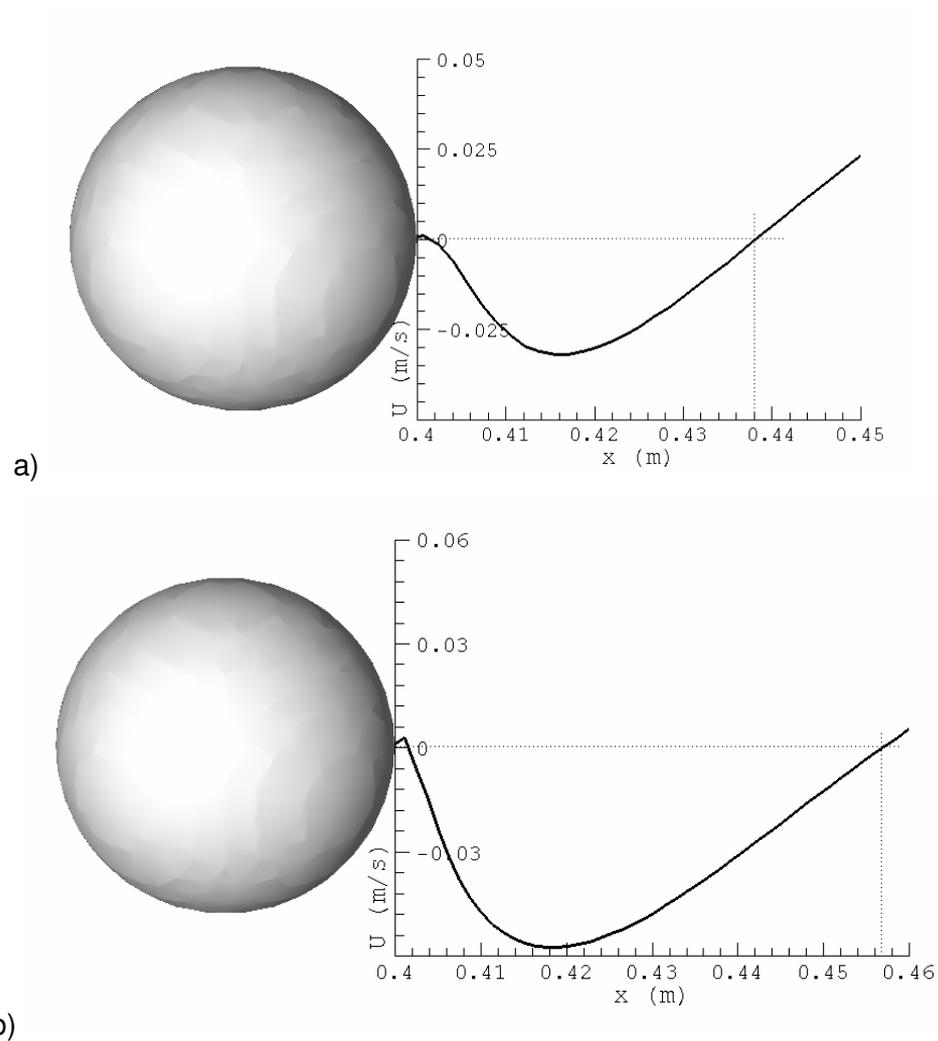


Figura 4.26 – Comprimentos das bolhas de recirculação à jusante da esfera (componente  $u$  da velocidade em função da coordenada horizontal  $x$ ) para (a)  $Re = 100$  e (b)  $Re = 200$ .

Pode-se constatar que os resultados obtidos diferem ligeiramente dos obtidos por Fornberg (1988), que usou um código em coordenadas cilíndricas sobre metade do domínio computacional da esfera (o autor empregou a hipótese de simetria). O tratamento das equações de Navier-Stokes foi realizado usando vorticidade-função corrente. As maiores discrepâncias se encontram na região de  $90^\circ$ , cujas possíveis conseqüências devam ser devido à zona de descolamento do escoamento na superfície da esfera.

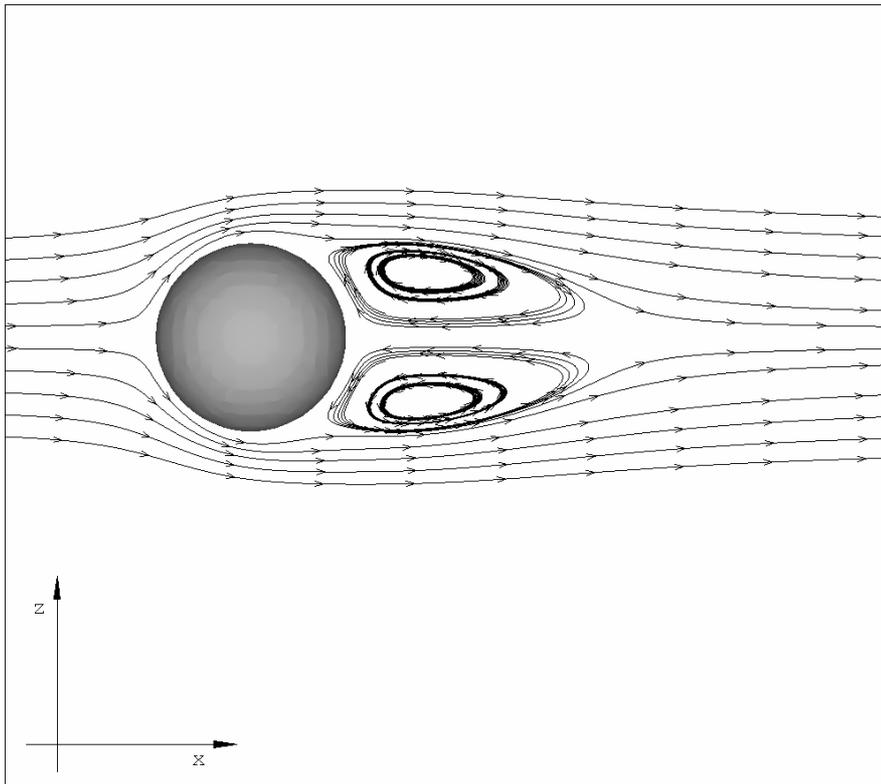


Figura 4.27 – Bolhas de recirculação simétricas vistas em corte pelo equador da esfera a  $Re = 200$ .

Dos cálculos para  $Re \geq 210-212$ , realizados por outros autores, surge uma bolha assimétrica de recirculação (Ploumhans *et al.*, 2002). Este é o primeiro  $Re$  crítico do escoamento ao redor da esfera e os cálculos do presente trabalho também mostram resultados que evidenciam esta bifurcação. O escoamento se mantém em regime permanente, mas não apresenta mais simetria no plano ao longo do eixo  $x$ . Nas Figs. 4.36 a 4.38 para  $Re = 300$ , que foram geradas a partir de um plano de corte no domínio em  $y = 0,34m$ , a perda de simetria torna-se evidente conferindo com dados da literatura como em Gilmanov *et al.* (2003) e Gushchin *et al.* (2002).

Na Fig. 4.36, que mostra velocidade  $u$ , pode-se notar na porção inferior à jusante da esfera a região compreendida pela bolha de recirculação. Percebe-se claramente que a área mais escura é assimétrica em relação à linha de centro do domínio. É interessante notar a diferença em relação à Fig. 4.23, para  $Re = 200$ , que apresenta a mesma componente e onde a bolha de recirculação é simétrica. Pode-se fazer a mesma análise para o campo da componente  $w$  da velocidade e para o módulo da vorticidade apresentados, respectivamente, nas Figs. 4.37 e 4.38, comparando-os com as Figs. 4.31 e 4.32, respectivamente.