

ROGÉRIO RODRIGUES DOS SANTOS

CONTRIBUIÇÃO AO PLANEJAMENTO DE
TRAJETÓRIA DE ROBÔS ATRAVÉS DE ELEMENTOS
DE DINÂMICA, CONTROLE E OTIMIZAÇÃO



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2007

ROGÉRIO RODRIGUES DOS SANTOS

**CONTRIBUIÇÃO AO PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA DE ROBÔS
ATRAVÉS DE ELEMENTOS DE DINÂMICA, CONTROLE E
OTIMIZAÇÃO.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr.

Co-Orientadora: Profa. Dra. Sezimária de Fátima Pereira Saramago.

UBERLÂNDIA – MG

2007

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S237c Santos, Rogério Rodrigues dos, 1976-
Contribuição ao planejamento de trajetória de robôs através de elementos de dinâmica, controle e otimização / Rogério Rodrigues dos Santos. - 2007.
200 f. : il.
Orientador: Valder Steffen Jr.
Co-orientadora: Sezimária de Fátima Pereira Saramago.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Robótica - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Saramago, Sezimária de Fátima Pereira. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 681.3:007.52

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas oportunidades de cada dia.

Ao professor e orientador Valder, pela oportunidade, pela paciência, e por ter acreditado neste projeto e oferecido as condições para a realização deste trabalho. A professora e co-orientadora Sezimária, pela atenção, pelas orientações e dicas durante o desenvolvimento da pesquisa.

Aos meus pais, Geraldo e Ilda, e minha irmã Denise, pelo apoio e motivação recebidos durante toda a minha vida.

A minha esposa Elisangela, pelo companheirismo, compreensão e incentivo.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Mecânica pela atenção e dedicação dispensadas durante o curso.

Aos amigos do curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, em especial àqueles do Laboratório de Mecânica de Estruturas, pelo companheirismo e amizade durante toda a jornada.

Aos professores e funcionários da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) pelo apoio.

Ao projeto Alfa - Vicôndia pela oportunidade de intercâmbio de janeiro a abril de 2006 na Technische Universität Darmstadt, Alemanha.

Aos professores e alunos do departamento Strukturdynamik - Fachbereich Maschinenbau, da Technische Universität Darmstadt – Darmstadt – Germany, pela receptividade e acolhida.

A Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, fundamental para a realização deste trabalho.

SANTOS, R. R. **Contribuição ao planejamento de trajetória de robôs através de elementos de dinâmica, controle e otimização.** 2007. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Robôs manipuladores são dispositivos programáveis projetados para executar uma grande variedade de tarefas de forma repetitiva. Em ambientes industriais, a diminuição de exigências dinâmicas associadas à realização de uma mesma tarefa, pode resultar em aumento de produtividade e diminuição dos custos associados à operação e manutenção do robô. Além disso, a diminuição destas exigências pode viabilizar a realização de tarefas que exijam a capacidade máxima do sistema, aumentando assim a versatilidade dos robôs para que possam se adequar a diversas situações. Em atividades onde se realizam tarefas repetitivas e o tempo deve ser utilizado de forma ótima, a diminuição do tempo necessário para a realização de uma atividade específica também pode resultar em um aumento significativo de produtividade. Neste trabalho são apresentadas diferentes estratégias *off-line* para determinação da solução da cinemática inversa e trajetória de robôs manipuladores, considerando-se o tempo, informações cinemáticas, dinâmicas, além da presença de obstáculos fixos e móveis como índices de performance a serem otimizados. Apresenta-se também uma estratégia de reposicionamento de tarefa no espaço de trabalho como forma de minimizar a potência mecânica e as vibrações associadas ao movimento do manipulador. Igualmente, é estudada uma estratégia de planejamento *on-line* para a determinação de trajetória de robôs autônomos. São propostas formulações de funções objetivo para cada caso, explorando-se a resolução através de técnicas de programação não linear, programação multicritério e controle ótimo. Vários resultados numéricos ilustram a viabilidade das metodologias propostas.

Palavras chave: robô manipulador serial, planejamento de trajetória, dinâmica de sistemas articulados, otimização, controle ótimo.

SANTOS, R. R. **Contribution to robot path planning through dynamics, control and optimization.** 2007. Phd. Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

Robotic manipulators are programmable devices designed to execute a great variety of tasks in a repetitive way. In industrial environments, the reduction of dynamic requirements associated to a specific task can result in productivity increase and cost reduction regarding the robotic operation and maintenance. Moreover, the reduction of such requirements can enable the execution of tasks that demand the maximum performance of the system, increasing the robot versatility to be adapted to several situations. In operations involving repetitive tasks, for which time has to be optimally used, reducing the time necessary to perform a specific movement can also result in a significant increase of productivity. In this work several off-line strategies to compute the robot inverse kinematics and robot path planning are presented, taking into account the traveling time, kinematic and dynamic characteristics, and obstacle avoidance, as performance indexes to be optimized. It is also presented a strategy for optimal task repositioning into the workspace, thus decreasing the required mechanical power and associated vibration. Also, an on-line path planning strategy for mobile robots is studied. Objective functions are proposed to each case, exploring the solution through nonlinear programming, multicriteria programming and optimal control theories. A number of numerical results show the viability of the methodologies proposed.

Keywords: serial robot manipulator, path planning, multibody dynamics, optimization, optimal control.

Nomenclatura

Ao longo do texto é priorizado o uso de termos em português para expressar os seguintes conceitos relativos à robótica:

- *End-effector*: efetuador.
- *Joint*: junta.
- *Joint angle*: ângulo de junta.
- *Link*: elemento.
- *Workspace*: espaço de trabalho.

Lista de símbolos

A – matriz de transformação homogênea.

q – vetor de coordenadas de junta.

T – matriz que define as características cinemáticas de um manipulador de acordo com a convenção de Denavit-Hartenberg.

a – parâmetro comprimento (*length*) da convenção de Denavit-Hartenberg.

α – parâmetro rotação (*twist*) da convenção de Denavit-Hartenberg.

d – parâmetro deslocamento (*offset*) da convenção de Denavit-Hartenberg.

θ – parâmetro ângulo (*angle*) da convenção de Denavit-Hartenberg.

P – vetor que representa o ponto cartesiano ocupado pelo manipulador no espaço de trabalho.

n – número de graus de liberdade.

N – número de elementos de um conjunto, obtido a partir da subdivisão de um intervalo contínuo.

J – matriz Jacobiana.

σ – valor singular da matriz Jacobiana.

w – medida de manipulabilidade.

t_0 – tempo inicial.

t_f – tempo final.

Q – vetor de coordenada de junta que inclui efeito de vibração.

S – conjunto de pontos cartesianos que especificam o posicionamento do efetuador.

s_N^2 – variância amostral estatística.

s_N – desvio padrão amostral estatístico.

s_E – soma dos erros de posicionamento do efetuador.

f – função objetivo ou índice de performance.

M – matriz de massa.

c – vetor de força de Coriolis e força centrífuga.

g – vetor de forças gravitacionais.

u – vetor de forças generalizadas.

G – vetor de restrições de igualdade.

H – vetor de restrições de desigualdade.

q_L – vetor de restrições laterais (valores mínimos admissíveis).

q_U – vetor de restrições laterais (valores máximos admissíveis).

Ω – domínio de uma função.

x – vetor de estado.

v – vetor de controle.

k – fator de ponderação.

D – distância.

Je – jerk.

I – polinômio interpolador.

f_0 – função objetivo que avalia o erro na solução da cinemática inversa.

f_1 – função objetivo relativa a manipulabilidade.

f_2 – função objetivo relativa ao desvio padrão do erro de posicionamento de cada junta.

f_3 – função objetivo relativa a exponencial da soma dos erros de posicionamento de cada junta.

f_4 – função objetivo relativa ao índice de performance de posicionamento do manipulador.

f_5 – função objetivo relativa ao torque acumulado.

f_6 – função objetivo relativa a potência mecânica acumulada.

f_7 – função objetivo relativa ao torque.

f_8 – função objetivo que avalia a distância mínima entre o manipulador e o obstáculo.

f_9 – função objetivo que avalia a manipulabilidade, o desvio do obstáculo e posicionamento do efetuador.

f_{10} – função objetivo relativa ao jerk.

f_{11} – função objetivo relativa a minimização do valor máximo do jerk.

f_{12} – função objetivo que avalia o jerk máximo e o tempo total para o percurso.

f_{13} – função objetivo relativa ao torque e potência mecânica acumulados.

f_{14} – função objetivo relativa a manipulabilidade e potência mecânica acumulada ponderados.

f_{15} – função objetivo relativa a manipulabilidade e potência mecânica acumulada.

f_{16} – função objetivo relativa ao módulo entre o tempo inicial e final.

f_{17} – função objetivo relativa a distância mínima ao obstáculo, potência mecânica e tempo total.

f_{18} – função objetivo que avalia a potência mecânica e distância mínima a obstáculos em movimento.

f_{19} – função objetivo que avalia a distância entre o efetuador e o objeto a ser manipulado.

f_{20} – função objetivo relativa a distância ao objeto a ser manipulado e potência mecânica.

f_{21} – função objetivo relativa a posição do alvo.

f_{22} – função objetivo relativa a posição do obstáculo.

f_{23} – função objetivo que determina a direção do percurso.

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 Robôs manipuladores	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Estrutura do trabalho	6
Capítulo 2 – Modelagem de Robôs Manipuladores	10
2.1 Cinemática direta	11
2.2 Cinemática inversa	12
2.3 Redundância e manipulabilidade	14
2.3.1 Redundância	14
2.3.2 Configuração singular	15
2.3.3 Manipulabilidade	16
2.4 Modelo de vibração	18
2.5 Especificação da tarefa	19
2.5.1 Variáveis de projeto	19
2.5.2 Estimativa do desempenho	21
2.6 Dinâmica	23
2.6.1 Equações de Euler-Lagrange	24
2.6.2 Torque e potência mecânica	27
2.6.3 Modelo dinâmico do manipulador planar	28
Capítulo 3 – Técnicas de otimização	30
3.1 Programação não-linear	31
3.2 O método do Gradiente	33
3.3 Controle ótimo	34
3.3.1 Sistema dinâmico contínuo	35
3.3.2 Sistema dinâmico discreto	36
3.3.3 Solução numérica	37
3.4 Programação multicritério	39
3.4.1 Critério de otimalidade segundo Pareto	40
3.4.2 Método da Ponderação dos Objetivos	40
3.4.3 Método das Funções de Distância	41
3.5 Otimização global	41

Capítulo 4 – Trajetória	44
4.1 Interpolação	45
4.2 Desvio de obstáculos	46
4.3 Otimização	48
4.3.1 Representação do espaço de trabalho	49
4.3.2 Representação do manipulador	50
4.3.3 Determinação da distância	51
Capítulo 5 – Revisão bibliográfica: Planejamento do movimento	53
Capítulo 6 – Planejamento de trajetórias que otimizam aspectos cinemáticos	61
6.1 Cinemática inversa e desvio de obstáculos	62
6.1.1 Formulação	63
6.1.2 Experimento numérico	64
6.1.3 Conclusão	65
6.2 Cinemática inversa, desvio de obstáculos e manipulabilidade	66
6.2.1 Formulação	67
6.2.2 Resultados numéricos	68
6.2.3 Conclusão	76
6.3 Tempo e jerk	77
6.3.1 Formulação	77
6.3.2 Resultado numérico	79
6.3.3 Conclusão	84
Capítulo 7 – Planejamento de trajetórias que otimizam aspectos dinâmicos	85
7.1 Torque máximo em ambiente irrestrito	87
7.1.1 Resultado numérico	88
7.1.2 Conclusão	91
7.2 Torque e potência mecânica acumulados em ambiente irrestrito	92
7.2.1 Formulação	92
7.2.2 Experimentos numéricos	94
7.2.3 Conclusão	98
7.3 Posicionamento da tarefa em ambiente irrestrito	99
7.3.1 Formulação	100
7.3.2 Experimentos numéricos	101
7.3.3 Conclusão	117

7.4 Tempo, potência mecânica e obstáculo fixo	118
7.4.1 Formulação	119
7.4.2 Experimentos numéricos	120
7.4.3 Conclusão	128
7.5 Potência mecânica e obstáculo móvel	129
7.5.1 Formulação	129
7.5.2 Experimentos numéricos	132
7.5.3 Conclusão	137
7.6 Interceptação de objetos em movimento e potência mecânica	138
7.6.1 Objeto a ser manipulado	139
7.6.2 Formulação	140
7.6.3 Experimento numérico	141
7.6.4 Conclusão	144
Capítulo 8 – Análise de vibrações e trajetória de robôs móveis	146
8.1 Redução de vibração pelo posicionamento da tarefa	147
8.1.1 Formulação	148
8.1.2 Experimentos numéricos	149
8.1.3 Conclusão	156
8.2 Planejamento de trajetória de robôs móveis	157
8.2.1 Introdução	157
8.2.2 Representação do espaço de trabalho	160
8.2.3 Formulação	162
8.2.4 Experimentos numéricos	164
8.2.5 Conclusão	168
Capítulo 9 – Conclusões e perspectivas	170
9.1 O trabalho realizado	170
9.2 Principais contribuições	174
9.3 Trabalhos futuros	176
Referências Bibliográficas	178
Apêndice 1 – Representação do robô manipulador planar em VRML	188
Apêndice 2 – Estrutura do software de planejamento de trajetórias	
SMART PATH-PLANNER.	191
Apêndice 3 – Manual do usuário para o software SMART PATH-PLANNER.	198

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A seção 1.1 apresenta uma breve revisão de conceitos relativos a robôs manipuladores. São discutidas as diferentes possibilidades de planejamento de trajetória, ao se considerar ou não a presença de obstáculos, se há alteração do espaço de trabalho durante o movimento e a possibilidade de planejamento do sistema antes ou durante a realização da tarefa.

A seção 1.2 traz um resumo com o objetivo principal do trabalho, que consiste no estabelecimento de metodologias para o planejamento de trajetórias de robôs, envolvendo a otimização de aspectos cinemáticos e dinâmicos durante a realização do movimento.

O projeto ótimo é viabilizado pela proposição de funções objetivo para cada caso, bem como pelo estabelecimento de metodologias abrangentes que levam à solução do problema em diferentes cenários.

A seção 1.3 apresenta a estrutura do trabalho, com um resumo dos tópicos abordados em cada capítulo, a saber:

Capítulo 1: Introdução.

Capítulo 2: Cinemática e dinâmica de robôs manipuladores.

Capítulo 3: Técnicas de otimização.

Capítulo 4: Planejamento de trajetória.

Capítulo 5: Revisão bibliográfica.

Capítulo 6: Propostas para otimização de aspectos cinemáticos.

Capítulo 7: Propostas para otimização de aspectos dinâmicos.

Capítulo 8: Propostas para análise de vibrações e robótica móvel.

Capítulo 9: Conclusões e perspectivas futuras.

Apêndice 1: Representação do manipulador planar em VRML.

Apêndice 2: Descrição do software Smart Path-Planner.

Apêndice 3: Manual do usuário para o software Smart Path-Planner.

1.1 Robôs manipuladores

O uso de técnicas de otimização em problemas de robótica define uma área de pesquisa relativamente recente da tecnologia moderna que percorre as fronteiras da engenharia tradicional. O entendimento da complexidade dos robôs e de suas aplicações requer o conhecimento de vários ramos da engenharia, da ciência da computação e da matemática.

Uma definição oficial de robô é dada pelo Instituto de Robôs da América (*Robot Institute of America - RIA*): “Robô é um manipulador multifuncional reprogramável projetado para mover material, peças, ferramentas ou dispositivos especializados, através de diversos movimentos programados, para a execução de uma variedade de tarefas”.

O elemento chave na definição acima é a possibilidade de reprogramação dos robôs. O sistema de controle computacional provê ao robô versatilidade e adaptabilidade.

Dentre todos os sistemas mecânicos robóticos, os manipuladores seriais têm merecido atenção especial devido a sua grande relevância na indústria. Além disso, eles constituem o mais simples dentre todos os sistemas mecânicos robóticos e, consequentemente, surgem como elementos de outros sistemas mais complexos.

Um manipulador, em geral, é um sistema mecânico que tem o propósito de apreender e mover objetos. A idéia básica por trás do conceito de manipulação é que as mãos são, dentre todos os demais órgãos que o cérebro humano pode controlar mecanicamente, os que podem ser controlados com maior precisão.

Assim, um robô manipulador é um dispositivo que auxilia o homem na execução de tarefas de manipulação em geral. Sua estrutura consiste em um conjunto de elementos (*links*) dispostos em série e conectados através de juntas (*joints*). Estas juntas podem ser rotativas (rotacionais) ou prismáticas (translacionais). Os atuadores, usualmente motores, são os responsáveis pela alteração dos ângulos de junta ou do comprimento dos elementos. Os parâmetros de configuração são os ângulos de junta (no caso da junta rotacional) e o comprimento de cada elemento (no caso da junta prismática), e o número de graus de liberdade (gdl) é igual ao número de atuadores controlados de forma independente.

As tarefas de manipulação remetem ao conceito de espaço de trabalho e trajetória.

O espaço de trabalho de um ponto H situado na extremidade do efetuador é o conjunto de todos os pontos que H ocupa quando as coordenadas de junta são variadas em todos os seus intervalos de definição (Gupta e Roth, 1982). Ele representa o volume total alcançado

pelo efetuador quando o manipulador executa todos os movimentos possíveis, e é influenciado pelo número de juntas, o que define o número de graus de liberdade do manipulador. Tipicamente utilizam-se seis graus de liberdade para caracterizar o espaço tridimensional: três para posicionamento e três para orientação. Neste caso, com menos de seis graus de liberdade a estrutura não pode atingir todo e qualquer ponto do ambiente de trabalho com orientação arbitrária. Um manipulador que contém mais de seis graus de liberdade é dito cinematicamente redundante (Spong, 1989).

A trajetória é a responsável por especificar uma seqüência de movimentos necessários para o robô realizar determinada tarefa.

Devido à possibilidade de obtenção de diversas trajetórias para a execução de uma determinada tarefa, uma pergunta que surge naturalmente durante a programação do robô se refere à obtenção da melhor trajetória. Não há uma solução definitiva, visto que a resposta a esta questão depende diretamente do critério que se pretende melhorar.

Um aspecto que pode ser considerado através de uma análise criteriosa é a determinação de uma trajetória livre de obstáculos. Neste contexto, a melhor trajetória é aquela que realiza de forma eficiente o desvio do robô em relação aos obstáculos presentes no espaço de trabalho.

O planejamento da trajetória pode considerar a presença de obstáculos fixos ou móveis. Dentre os obstáculos móveis, aqueles que têm o percurso previamente conhecido em todos os instantes de tempo, juntamente com aqueles que são fixos, permitem a análise preliminar do movimento do robô antes de sua efetiva realização. Este enfoque caracteriza a estratégia de planejamento *off-line* (*off-line path planning*).

Por outro lado, quando se desconhece a informação sobre a trajetória de um obstáculo móvel *a priori*, ou seja, somente uma informação parcial sobre a posição do obstáculo é disponível, é apropriado o uso de uma estratégia que faz a análise e a consequente atualização da trajetória durante a execução do movimento do robô.

Este enfoque caracteriza a estratégia de planejamento *on-line* (*on-line path planning*).

No contexto do robô manipulador industrial, a possibilidade de determinação da trajetória ótima sobre certo ponto de vista é ainda mais relevante, pois devido ao grande número de repetições de um movimento em uma jornada de trabalho, pequenas melhorias na trajetória podem significar um aumento significativo de produtividade.

Uma possibilidade de aumento de desempenho consiste na redução do tempo gasto pelo manipulador para a realização de uma tarefa. Entretanto, há restrições quanto a esta

especificação, pois usualmente o movimento em um tempo menor acarreta num aumento do torque aplicado pelos motores responsáveis pelo movimento. Isto justifica a determinação do tempo ótimo em uma análise conjunta com elementos relacionados à cinemática e dinâmica do robô.

Além disso, a redução das exigências mecânicas geralmente leva a economia de energia e menor desgaste dos componentes, podendo resultar também em maior precisão do movimento e posicionamento.

Assim, o abrandamento dos requerimentos necessários para a execução do movimento pode contribuir para a maior produtividade e robustez do manipulador, tendo como conseqüência a economia de recursos e desempenho mais eficiente.

1.2 Objetivos

Em face da relevância econômica e tecnológica do tema, neste trabalho propõe-se o estabelecimento de metodologias para a determinação de trajetória que levem à melhoria do desempenho de robôs manipuladores. Para tanto, são propostas diferentes estratégias de planejamento de trajetória *off-line*, ou seja, o planejamento completo da trajetória é realizado em um momento preliminar à sua execução. Assim, tem-se a definição completa da trajetória a ser percorrida antes de sua efetiva realização pelo manipulador.

Esta pesquisa se insere no contexto da tese desenvolvida anteriormente no então Departamento de Engenharia Mecânica da UFU pela Profa. Sezimária F. P. Saramago (Saramago, 1998), atual co-orientadora deste trabalho, tendo sido orientada pelo Prof. Valder Steffen Jr, igualmente orientador deste trabalho.

Considerando o estudo realizado anteriormente, tem-se como primeiro objetivo desta tese a consideração da presença de todos os elementos do manipulador na determinação da trajetória ótima (evitando, portanto, a eventual colisão de alguma parte do manipulador com um possível obstáculo) e a utilização de outras estratégias de interpolação além da interpolação por polinômios do tipo *spline* cúbica. Evidentemente, conforme se verá a seguir, vários outros elementos relativos ao comportamento dinâmico do sistema estudado foram agregados ao presente trabalho.

Um elemento fundamental para o cálculo da trajetória é o cálculo das informações cinemáticas do manipulador.

Com o objetivo de oferecer uma metodologia abrangente, propõe-se a solução da cinemática inversa através da formulação de um problema de otimização, o que viabiliza a análise de manipuladores de complexidade arbitrária.

Diante da possibilidade de definição de um grande número de objetivos a serem otimizados, considera-se neste trabalho a otimização dos seguintes itens: tempo total, velocidade, *jerk* (obtido através da derivação da aceleração), torque, potência mecânica, manipulabilidade e posicionamento do efetuador.

Os índices de performance são estabelecidos a partir de diferentes combinações dos objetivos citados, de forma a propor a análise em situações que sejam interessantes no contexto dos manipuladores industriais.

Propõe-se a determinação da trajetória através de técnicas de interpolação do tipo *spline* e mediante o uso da teoria de controle ótimo, com diferentes procedimentos para a obtenção da interpolação que resulte no percurso ótimo.

Os problemas de otimização formulados são resolvidos através da teoria de programação não linear clássica, acrescida de uma metodologia heurística para a determinação do mínimo global.

Do ponto de vista computacional, propõe-se a implementação de códigos que possibilitem o cálculo das informações cinemáticas e dinâmicas para um robô serial de configuração arbitrária, e a visualização da estrutura física de alguns robôs manipuladores específicos através de ferramentas de realidade virtual (*Virtual Reality Modeling Language – VRML*).

A Tabela 1 resume a delimitação ao tema, apresentando os conceitos explorados neste trabalho.

Tabela 1.1 - Conceitos explorados no trabalho.

Assunto	Conceito principal	Conceito relacionado	Ferramenta auxiliar
Cinemática	Manipulabilidade Desvio de obstáculo Posicionamento do efetuador Minimização do jerk máximo Tempo total para o movimento Representação gráfica	Cinemática inversa Realidade virtual	Otimização local e otimização global VRML
Dinâmica	Posicionamento do efetuador Desvio de obstáculos Tempo total para o movimento Potência mecânica Minimização do torque máximo Controle ótimo Interceptação de objetos em movimento Posicionamento de tarefa no espaço de trabalho	Cinemática inversa Programação Multicritério	Otimização local Otimização local e otimização global
Vibração	Manipulabilidade Posicionamento de tarefa no espaço de trabalho		

1.3 Estrutura do trabalho

Os capítulos iniciais trazem uma breve revisão sobre os conceitos fundamentais de cinemática, dinâmica, teoria de controle e técnicas de otimização, onde é caracterizada a formulação teórica geral. Em seguida, tem-se a revisão bibliográfica com os diferentes enfoques propostos para a determinação de trajetórias de robôs. Na seqüência, apresentam-se as novas propostas para modelagem e otimização de diferentes índices de performance e, ao final, a conclusão sobre o estudo realizado.

O primeiro capítulo apresenta a conceituação de robô manipulador e delimita o objetivo deste trabalho.

No segundo capítulo são descritas as equações que definem a cinemática direta, a cinemática inversa, a manipulabilidade e a dinâmica dos robôs. Estes conceitos possibilitam a definição de modelos representativos para a análise e otimização de robôs. Tem-se ainda a

proposição de um modelo para representação da vibração observada em cada elemento, que será utilizado na seção 8.1, e uma proposta de especificação de tarefas no espaço de trabalho que permite seu posicionamento através de movimentos de corpo rígido, a ser utilizada nas seções 7.3 e 8.1.

O terceiro capítulo resume os diferentes conceitos de otimização utilizados durante a pesquisa. Inicialmente, faz-se uma revisão de elementos de programação não linear. É feita uma recapitulação do Método do Gradiente, o qual é uma referência para a elaboração de estratégias de otimização de primeira ordem, e utilizado como ponto de partida para a metodologia proposta na seção 8.2. Em seguida, tem-se a formulação do problema de controle ótimo, para sistemas dinâmicos contínuos e discretos, que tem estreita relação com o item anterior. Na seqüência, apresentam-se elementos de programação multicritério, teoria que possibilita a extensão das técnicas de otimização para o tratamento de problemas com mais de um objetivo de forma eficiente. Por fim, tem-se a descrição de uma estratégia de otimização global, utilizada pelas metodologias propostas nas seções 6.2 e 7.3.

O quarto capítulo apresenta o conceito de trajetória e algumas possibilidades para obtenção da mesma. É apresentada a abordagem para representação matemática do obstáculo, do manipulador, e a avaliação da distância entre ambos. Esta abordagem é utilizada para a representação do obstáculo nas propostas das seções 6.1, 6.2, 7.4 e 7.5.

A revisão bibliográfica sobre a determinação e otimização de trajetória de robôs manipuladores é apresentada no quinto capítulo. Entretanto, ao longo do texto encontram-se referências adicionais, onde o contexto assim o exige.

No sexto capítulo são apresentados os resultados obtidos pela pesquisa ao se considerar aspectos cinemáticos durante a otimização da trajetória de robôs manipuladores. Tem-se a proposição de uma estratégia para determinação da cinemática inversa a partir de uma técnica de otimização local (Santos *et al.*, 2004a) e global (Santos *et al.*, 2005a). Em seguida propõe-se a otimização do tempo e do *jerk* associados à trajetória (Santos *et al.*, 2004b).

Diferentes propostas de otimização de índices de performance relativos à dinâmica do sistema são apresentadas no sétimo capítulo. Em relação à consideração de ambiente irrestrito, apresenta-se uma proposta de otimização do torque através de técnicas de controle ótimo (Santos *et al.*, 2005c). Além disso, é igualmente estudada uma proposta de otimização do torque e potência mecânica através de uma formulação multicritério, resolvida através de controle ótimo (Santos *et al.*, 2006a). Ainda neste capítulo, faz-se um estudo sobre o melhor

posicionamento da tarefa no espaço de trabalho, considerando-se a potência mecânica do sistema. Diante da existência de obstáculos fixos no espaço de trabalho, apresenta-se uma proposta de otimização de trajetória que leva em conta o tempo total de percurso, posicionamento do efetuador e potência mecânica (Santos *et al.*, 2005b), sendo a trajetória obtida a partir de interpolação tipo *spline*. Em seguida, tem-se uma proposta de otimização da potência mecânica do manipulador através do uso de controle ótimo, onde é considerada a presença de obstáculos móveis em ambiente bidimensional (Santos *et al.*, 2006b) e tridimensional. Encerra-se este capítulo com a apresentação de uma proposta para a determinação e otimização de trajetória de robôs capaz de considerar a interceptação de objetos em movimento (Santos *et al.*, 2006c).

No oitavo capítulo é proposto um novo modelo para a representação de vibrações em robôs manipuladores. Este modelo é utilizado como índice de performance a ser otimizado pelo reposicionamento da tarefa a ser executada no espaço de trabalho (Santos *et al.*, 2006e). Em seguida, tem-se a proposição de uma estratégia para a determinação da trajetória de robôs móveis. Considera-se a presença de obstáculos fixos e móveis no espaço de trabalho, que são analisados através do planejamento *on-line* da trajetória (Santos *et al.*, 2006d). Esta proposta sugere a possibilidade de generalização do conceito de planejamento de trajetória, confirmado sua aplicabilidade em diferentes dispositivos e a afinidade com os métodos de otimização.

O resultado obtido através do algoritmo de cálculo da dinâmica do robô manipulador (*Recursive Newton Euler – RNE*), programado pelo autor, foi comparado com aquele resultante do sistema modelado através do software comercial NASTRAN, tendo sido observada a concordância entre os resultados.

No nono capítulo são apresentadas as conclusões obtidas a partir dos resultados da pesquisa, bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

Destaca-se que todas as metodologias propostas ao longo deste trabalho podem ser aplicadas a manipuladores de configuração arbitrária, ou seja, hipóteses restritivas sobre características específicas de um dado manipulador não são utilizadas durante o desenvolvimento da metodologia e sua aplicação. Como consequência, durante a realização dos diversos experimentos numéricos, trabalha-se genericamente com diversos tipos de robôs, com diferentes configurações cinemáticas. Isso significa que as metodologias desenvolvidas são revestidas de generalidade.

A análise das diferentes estratégias de otimização exigiu a implementação computacional de diversos algoritmos. A busca por um sistema de visualização capaz de representar adequadamente a realidade motivou a descrição de alguns robôs manipuladores através de ferramentas de realidade virtual. Para informação e conveniência do leitor, no Apêndice 1 é apresentada uma descrição do manipulador planar através da linguagem VRML. O Apêndice 2 traz uma breve descrição de um software, desenvolvido pelo autor, que possibilita o uso de duas das estratégias de otimização apresentadas ao longo da tese, e o Apêndice 3 contém um breve manual para o usuário do programa.

Esta tese reúne uma série de contribuições relativas ao planejamento de trajetória de robôs. Destaca-se a originalidade das propostas apresentadas em algumas seções, a saber: a estratégia de otimização global utilizada para a determinação da cinemática inversa juntamente com a análise da manipulabilidade, conforme descrito na seção 6.2, a metodologia de avaliação do torque e potência mecânica em uma função multiobjetivo e a influência de diferentes fatores de ponderação, apresentado na seção 7.2, o posicionamento da tarefa a ser realizada como estratégia para aumento de desempenho, apresentado na seção 2.5 e utilizado nas seções 7.3 e 8.1, a utilização de nós intermediários para determinação da trajetória ótima, presente na seção 7.4, a utilização do controle ótimo para especificação da trajetória que otimiza a potência mecânica e desvia de obstáculos em movimento, proposto na seção 7.5, a otimização da potência mecânica ao interceptar um objeto em movimento, descrito na seção 7.6, a proposição de uma formulação para análise de vibrações, caracterizado na seção 2.4 e utilizado na seção 8.1, e a determinação da trajetória de robôs móveis a partir do conceito de direção de máxima descida juntamente com a ponderação de um campo potencial para a descrição de obstáculos em movimento, conforme apresentado na seção 8.2.

Deve-se ressaltar que existe a possibilidade de combinação das diferentes análises para a proposição de novos estudos. Entretanto, o autor acredita que o material aqui reunido oferece o subsídio necessário para a imediata utilização destas propostas em diversas aplicações, além de servir como referência sobre diferentes possibilidades de exploração das ferramentas de otimização para o planejamento de trajetórias.

CAPÍTULO II

MODELAGEM DE ROBÔS MANIPULADORES

A seção 2.1 apresenta um resumo com a formulação matemática da cinemática direta de robôs manipuladores. A seção 2.2 traz a formulação do problema da cinemática inversa, seguido de uma possível solução através de técnicas de otimização.

A seção 2.3 define o conceito de redundância, a partir de informações sobre a matriz Jacobiana associada ao manipulador, obtida através de sua representação cinemática. Utiliza-se este conceito para definir uma configuração singular, e associá-la ao conceito de manipulabilidade. Os conceitos estabelecidos nesta sessão são utilizados durante o cálculo da cinemática inversa (seção 6.2) e durante o planejamento de trajetórias (seções 7.3 e 8.1).

A seção 2.4 estabelece uma nova proposta para a descrição do efeito de vibração do manipulador. Esta formulação é utilizada como parte do índice de performance da estratégia de projeto proposta na seção 8.1.

A seção 2.5 estabelece um critério para especificação da tarefa no espaço de trabalho. Este critério é utilizado para a especificação de tarefas a terem seu posicionamento otimizado, conforme estratégias apresentadas nas seções 7.3 e 8.1.

A seção 2.6 resume conceitos relativos ao cálculo do torque associado ao movimento de robôs manipuladores. Realiza-se uma revisão sobre a equação de Euler-Lagrange e apresenta-se a função Lagrangeana de um sistema, além de sua associação com o conceito de torque e potência mecânica. Estes conceitos são utilizados em todas as análises propostas no Capítulo 7.

2.1 Cinemática direta

O primeiro passo na configuração de um robô é descrever a posição do efetuador e demais pontos no espaço de trabalho em relação a um sistema de coordenadas comum. Esta representação consiste em descrever posições cartesianas tridimensionais em termos das coordenadas de junta q do robô. Isto leva ao problema de determinação da cinemática direta do mesmo.

Para a determinação da matriz de transformação da base até o efetuador do robô, são utilizadas transformações homogêneas da forma

$$A_i(q) = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i(q) & d_{i-1}^i(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde $R(q) \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz de rotação, $d(q) \in \mathcal{R}^{3 \times 1}$ é um vetor de translação e $i=1, \dots, n$ se refere ao número de juntas do robô (Spong, 1989).

Uma transformação homogênea representa a posição da extremidade de cada elemento em relação ao elemento imediatamente anterior. Desta forma definem-se completamente as características cinemáticas de um robô manipulador com n graus de liberdade através da transformação

$$T_0^n = A_1(q_1) \cdot A_2(q_2) \cdots A_n(q_n). \quad (2.2)$$

A notação de *Denavit-Hartenberg* (Denavit and Hartenberg, 1955) propõe a representação de cada transformação homogênea A_i como produto de quatro transformações básicas de rotação e translação

$$A_i = \text{Rot}_{z,\theta} \cdot \text{Trans}_{z,d} \cdot \text{Trans}_{x,a} \cdot \text{Rot}_{x,\alpha} \quad (2.3)$$

que tem os parâmetros: comprimento a (*length*), rotação α (*twist*), deslocamento d (*offset*) e ângulo θ (*angle*).

Desta forma pode-se representar a estrutura de qualquer manipulador serial através de seus parâmetros, que resulta em uma matriz de transformação T específica.

A partir da definição da matriz T_0^n , conhecido o ponto cartesiano P_{base} de referência (usualmente a base) do manipulador, pode-se determinar a posição cartesiana do efetuador para uma determinada coordenada de junta $q(d, \theta)$ através da relação

$$P_{end} = T_0^n(d, \theta) \cdot P_{base} \quad (2.4)$$

Esta equação define completamente a posição cartesiana do robô em função de suas coordenadas de junta.

Entretanto, em muitos casos deseja-se saber quais coordenadas de junta $q(d, \theta)$ resultam numa posição cartesiana específica. A determinação destes valores consiste no estudo da cinemática inversa do robô.

2.2 Cinemática inversa

Devido ao fato do cálculo da cinemática inversa oferecer informações de fundamental importância durante o planejamento da trajetória a ser executada pelo robô manipulador, justifica-se a pesquisa de uma estratégia eficiente para sua determinação.

Dada uma posição cartesiana no espaço a ser alcançada pelo efetuador, é necessário determinar o conjunto de respectivas coordenadas de junta que resultam nesta configuração. Assim, determinam-se as variáveis de junta que definem a cinemática inversa.

Como as equações da cinemática direta são não-lineares, em geral a determinação das variáveis de junta a partir de uma expressão explícita não é fácil, pois além da complexidade característica de um sistema de equações não-lineares, as funções trigonométricas que aparecem nas equações usualmente ocasionam mais de uma solução (Spong, 1989).

Para robôs com estrutura simples é possível determinar explicitamente quais são as equações que especificam o valor das variáveis de junta. Pode-se alternativamente recorrer a uma dedução geométrica que relate os ângulos (Spong, 1989) de cada elemento. Para o caso geral, a determinação das equações explícitas é uma tarefa trabalhosa e específica para cada modelo considerado (Gan *et al.*, 2005). Por este motivo há trabalhos que propõem uma metodologia geral para sua determinação (Mao and Hsia, 1997), (Zhao and Peng, 1999), abrangendo diversas classes de manipuladores.

Com o intuito de utilizar uma metodologia que se aplique a um manipulador de configuração arbitrária, durante este trabalho faz-se a determinação destas variáveis de junta através da solução de um problema de otimização (Santos *et al.*, 2005a).

Considerando a determinação da cinemática direta dada pela Equação (2.4) e supondo as coordenadas da base $P_{base}(x, y, z)$ e do efetuador $P_{end}(x, y, z)$ conhecidas, deve-se determinar os valores de d_i e θ_i que satisfaçam a Equação (2.4). Logo, a expressão pode ser reescrita como

$$T_0^n(d, \theta) \cdot P_{base} - P_{end} = 0 \quad (2.5)$$

que pode ser convertida no problema de otimização equivalente

$$f_0 = \min_{d, \theta} (T_0^n \cdot P_{base} - P_{end})^2 \quad (2.6)$$

Como o valor mínimo global desta expressão é zero, sua solução determina os valores de d_i ou θ_i (juntas $i = 1 \dots n$) que satisfazem à igualdade. Nos casos onde há múltiplas soluções, pode-se optar por diferentes respostas a partir de diferentes aproximações iniciais para o problema de otimização. Assim, é possível a obtenção de diferentes valores para as variáveis de junta, representando diferentes configurações que atendem à especificação de posicionamento estabelecida para o efetuador.

Com o uso de um método de otimização local, a garantia da obtenção da solução está condicionada à utilização de uma coordenada inicial “suficientemente próxima” da solução do sistema, pois, no caso geral, é possível a obtenção de um mínimo local que não seja solução (Luenberger, 1984).

Com o intuito de transpor a exigência de uma aproximação inicial adequada, o autor propôs no trabalho (Santos *et al.*, 2005a) o uso de uma estratégia de otimização global para a obtenção da cinemática inversa. A estratégia utiliza a metodologia conhecida na literatura internacional como *tunneling* (Levy and Montalvo, 1985) na busca do mínimo global. A proposta considera também a presença de obstáculos no espaço de trabalho e a manipulabilidade do robô, visto que é possível estimar a habilidade dos manipuladores do ponto de vista da cinemática através dos conceitos de elipsóide de manipulabilidade e medida de manipulabilidade (Fu *et al.*, 1992).

Desta forma, tem-se a solução do problema de cinemática inversa para um manipulador de complexidade arbitrária.

2.3 Redundância e manipulabilidade

2.3.1 Redundância

Se o número de juntas é maior que a dimensão do vetor de variáveis do manipulador, este é dito redundante. Matematicamente, isto significa que a dimensão da base em relação à posição e/ou orientação do manipulador é maior que a dimensão do espaço Euclidiano (Nakamura, 1991).

Este tipo de manipulador é caracterizado pelo fato de que existem infinitas soluções para o problema da cinemática inversa.

Conseqüentemente, é possível escolher a “melhor” configuração ao se considerar outros critérios, como o desvio de obstáculos e as configurações singulares.

Dentre as metodologias apresentadas neste trabalho, propõe-se uma estratégia numérica para a obtenção da solução da cinemática inversa de robôs manipuladores seriais (redundantes ou não) através do uso de técnicas de otimização.

Alguns fatores devem ser levados em consideração quando se determina a posição do manipulador no espaço de trabalho para a execução de uma determinada tarefa. Um fator importante é a facilidade de mudança arbitrária da posição e orientação do efetuador. Como uma alternativa para a medição quantitativa da habilidade do manipulador do ponto de vista cinemático, são apresentados os conceitos de elipsóide de manipulabilidade e de medida de manipulabilidade.

Considere um manipulador com n graus de liberdade. As variáveis de junta são denotadas por um vetor n -dimensional $q=[q_1, q_2, \dots, q_n]^T$. Um vetor m -dimensional $r=[r_1, r_2, \dots, r_m]^T$, ($m \leq n$) descreve a posição e orientação do efetuador.

A relação entre o vetor de velocidade v , referente a r , e a velocidade de junta \dot{q} é dada por

$$v = J(q)\dot{q} \quad (2.7)$$

onde $J(q)$ é a matrix Jacobiana, calculada a partir da matriz T que define o robô (Equação (2.2)).

O conjunto de velocidades v do efetuador, obtido a partir das velocidades das juntas e tais que a norma Euclidiana dada por \dot{q} satisfaz $\|\dot{q}\| \leq 1$, definem um elipsóide no espaço Euclidiano m -dimensional. Na direção do eixo maior do elipsóide, o efetuador pode se mover em alta velocidade, e na direção do menor eixo, o efetuador pode se mover apenas em baixa velocidade. Além disso, de uma forma geral, quanto maior o elipsóide, mais rápido o efetuador pode se mover (Fu *et al.*, 1987).

Como este elipsóide é uma representação da habilidade de manipulação, ele é chamado de elipsóide de manipulabilidade.

Os eixos principais do elipsóide podem ser determinados através do uso da decomposição em valores singulares da matriz $J(q)$.

Uma medida representativa da habilidade de manipulação derivada do elipsóide de manipulabilidade é seu volume. Como este volume é proporcional aos autovalores da matriz Jacobiana, eles podem ser utilizados como uma medida representativa. Desta forma, a medida de manipulabilidade w para cada coordenada q é definida de acordo com a expressão:

$$w = \sqrt{\det(J(q)J(q)^T)} \quad (2.8)$$

Geralmente $w \geq 0$, e $w=0$ se e somente se $\text{rank}(J(q)) < m$.

Existe relação direta entre a configuração singular e manipulabilidade (através da matriz Jacobiana). Utilizando esta idéia, pode-se considerar que, quanto maior a medida de manipulabilidade, maior a distância de configurações singulares.

2.3.2 Configuração singular

Há configurações nas quais o efetuador não pode ser rotacionado em relação a determinado eixo. Estas configurações são ditas singulares e não se limitam apenas à orientação do robô. Isto significa que há configurações singulares também em relação ao posicionamento do efetuador (Fu *et al.*, 1987).

De uma forma geral, a configuração singular de um manipulador arbitrário com n graus de liberdade é aquela na qual a velocidade do efetuador (velocidade de translação,

velocidade de rotação, ou uma combinação delas) não pode ser obtida a partir de uma velocidade finita do ângulo de junta.

O conceito de configuração singular é definido matematicamente através do uso da matriz Jacobiana. Considerando a matriz Jacobiana J de um manipulador com n graus de liberdade, seja n' um inteiro dado por

$$n' = \max_q [\text{rank } J(q)] \quad (2.9)$$

Se a configuração $q = q_s$ satisfaz

$$J(q) < n' \quad (2.10)$$

então q_s é dita uma configuração singular. A Equação (2.9) significa que o manipulador em questão tem a habilidade de produzir qualquer vetor de velocidade para o efetuador em algum espaço n' -dimensional em qualquer configuração diferente de uma configuração excepcional. A Equação (2.10) implica que as configurações excepcionais são chamadas singulares.

Há duas abordagens para tratar do problema de deterioração do desempenho do robô devido às configurações singulares: a primeira consiste em evitar os pontos singulares através do planejamento cuidadoso da trajetória, ou a segunda, que busca simplesmente alterar o projeto do mecanismo.

Com o intuito de aumentar a aplicabilidade do robô a diferentes tarefas, a primeira alternativa é discutida a seguir, uma vez que ela não exige a alteração do projeto do robô.

2.3.3 Manipulabilidade

Alguns fatores devem ser considerados quando o mecanismo e a dimensão física do robô manipulador são analisados no estágio de projeto, ou quando a postura do manipulador é determinada no espaço de trabalho para a realização de uma determinada tarefa durante sua operação. Um fator importante é a facilidade de mudar arbitrariamente a posição e a orientação do efetuador (Yoshikawa, 1992).

Como uma possibilidade de determinar quantitativamente a habilidade do manipulador do ponto de vista da cinemática, são utilizados os conceitos de elipsóide de manipulabilidade e medida de manipulabilidade.

Os eixos principais do elipsóide de manipulabilidade podem ser determinados através do uso da decomposição em valores singulares da matriz Jacobiana $J(q)$. Através deste procedimento, são determinados os valores singulares da matriz, ou seja, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$, que são iguais aos m maiores valores das n raízes ($\sqrt{\lambda_i}$, $i = 1, \dots, n$) dos autovalores λ_i da matriz $J(q)J(q)^T$.

Uma dentre as medidas representativas para a habilidade de manipulação obtidas a partir do elipsóide de manipulabilidade é seu volume. Ele é dado por c_m , onde

$$c_m = \begin{cases} (2\pi)^{m/2} (2.4.6 \cdots (m-2).m) & \text{se } m \text{ é par} \\ 2(2\pi)^{(m-1)/2} (1.3.5 \cdots (m-2).m) & \text{se } m \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (2.11)$$

Como o coeficiente c_m é constante quando a dimensão m da matriz Jacobiana J é fixada, o volume é proporcional a

$$w = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdots \sigma_m \quad (2.12)$$

Por este motivo, w pode ser utilizado como uma medida representativa. O valor de w define a medida de manipulabilidade para a configuração q do manipulador.

A medida de manipulabilidade w tem as seguintes propriedades:

$$\cdot \quad w = \sqrt{\det(J(q).J^T(q))} \quad (2.13a)$$

$$\cdot \quad \text{Quando } m=n \text{ (o manipulador é não redundante), a medida } w \text{ se reduz a} \\ w = |\det(J(q))| \quad (2.13b)$$

$$\cdot \quad \text{Geralmente } w > 0, \text{ e } w=0 \text{ se e somente se } \text{rank } J(q) < m. \quad (2.13c)$$

Devido à relação entre configuração singular e manipulabilidade, quanto maior a medida de manipulabilidade, maior será a distância até configurações singulares.

A distância a pontos singulares pode ser maximizada a partir da solução de um problema de otimização onde a seguinte função objetivo é minimizada

$$f_1(q) = \frac{1}{\sqrt{\det(J(q).J^T(q))}} \quad (2.14)$$

Conseqüentemente, a minimização da Equação (2.14) resulta na maximização da medida de manipulabilidade.

2.4 Modelo de vibração

Além da possível imprecisão do movimento devido à baixa manipulabilidade (Yoshikawa, 1992), pretende-se também considerar os efeitos devidos a outros fatores, especialmente aqueles que levam à vibração durante o movimento do manipulador. Assim, propõe-se um modelo que relaciona a velocidade e a manipulabilidade como elementos acoplados ao efeito de vibração do robô.

Para descrever o efeito da vibração em cada junta, é proposta a inclusão de uma perturbação da posição $\Delta(t)$ em cada coordenada de junta. Este modelo é inspirado no modelo do rotor *Jeffcott* com amortecimento viscoso (Genta, 2005).

Neste sentido, se o rotor não está perfeitamente balanceado, a resposta ao desbalanceamento estático é descrita por

$$r_c = r_{c_0} e^{i\Omega t}. \quad (2.15)$$

A amplitude r_{c_0} é expressa por um número complexo. Separando as partes real e imaginária, tem-se

$$\text{Re}(r_{c_0}) = \varepsilon \frac{\Omega^{*^2} (1 - \Omega^{*^2})}{(1 - \Omega^{*^2})^2 + 4\zeta_n^2 \Omega^{*^2}} \quad \text{e} \quad \text{Im}(r_{c_0}) = -\varepsilon \frac{2\Omega^{*^3} \zeta_n}{(1 - \Omega^{*^2})^2 + 4\zeta_n^2 \Omega^{*^2}} \quad (2.16)$$

onde Ω^* é a velocidade crítica e ζ_n é o fator de amortecimento. Substituindo (2.16) em (2.15) resulta

$$r_c = [\text{Re}(r_{c0}) + i \text{Im}(r_{c0})] [\cos(\Omega t) + i \sin(\Omega t)] \quad (2.17)$$

A Equação (2.17) é usada para calcular a vibração na extremidade de cada elemento. Considerando um elemento com juntas rotacionais, o efeito vibratório será observado em uma única dimensão. O eixo de movimento da vibração pode ser calculado através da parte real ou imaginária da Equação (2.17), de acordo com a orientação do rotor. Sem perda de generalidade, considerando a vibração no eixo imaginário, define-se a nova coordenada de junta, $Q(t)$, $t_0 \leq t \leq t_f$, como

$$Q(t) = q(t) + \Delta(t) \quad (2.18)$$

onde

$$\Delta(t) = \frac{w_{ref}}{w(t)} \cdot [\operatorname{Re}(r_{c0}) \cdot \sin(\Omega t) + \operatorname{Im}(r_{c0}) \cdot \cos(\Omega t)] \quad (2.19)$$

e $w(t)$ é o índice de manipulabilidade (dado pela Equação (2.13a)), w_{ref} é um valor de referência, Ω é a velocidade angular da coordenada de junta e t é o tempo ($t_0 \leq t \leq t_f$).

De acordo com esta formulação, o índice de manipulabilidade (e consequentemente a posição do efetuador) muda a amplitude da vibração, e a velocidade da coordenada de junta altera o período do movimento vibratório.

2.5 Especificação da tarefa

2.5.1 Variáveis de projeto

A tarefa de um robô é especificada como um conjunto S composto por N pontos cartesianos fixos (x, y, z) e o respectivo intervalo de tempo. Assim,

$$S = \{(t, x, y, z) \mid t_0 \leq t \leq t_f, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}. \quad (2.20)$$

Considerando o caso de manipuladores não redundantes (o número de graus de liberdade para posicionamento é menor ou igual a três) há um número finito de configurações

que satisfaz a especificação de posicionamento do efetuador. O problema de seguir um percurso fixado é uma atividade altamente restrita, e o problema de cinemática inversa terá quatro soluções ou menos.

Diante da necessidade de continuidade do movimento, juntamente com a especificação de tempo fixada a cada passo e a ocorrência de passos bastante próximos, a estratégia de planejamento de percurso ponto a ponto dificilmente obterá sucesso devido à complexidade das restrições.

Por este motivo, propõe-se a otimização do posicionamento da tarefa como alternativa para o aumento do desempenho do robô, sem alterar a especificação da tarefa em relação aos pontos que a descrevem. Em outras palavras, todos os pontos que definem a especificação serão movidos simultaneamente através de uma transformação de corpo rígido, de forma a encontrar a melhor posição do ponto de vista da performance do manipulador.

Para atingir este objetivo, é utilizada uma transformação homogênea A , que neste caso é definida por

$$A = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 & \delta_x \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 & \delta_y \\ 0 & 0 & 1 & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde β é um ângulo de rotação em relação ao eixo z (expresso em radianos) e δ_x , δ_y e δ_z são translações ao longo dos eixos de referência (expressos em metros), respectivamente. Se necessário, é possível estender esta formulação para se considerar a rotação em relação aos outros eixos de referência.

O significado físico de considerar o ângulo de rotação em relação a x ou y consiste em alterar o plano base do robô de forma a não torná-lo paralelo ao plano de referência do solo. Em outras palavras, o eixo de referência z do robô (relativo a sua altura) não será normal ao plano de referência do solo (plano xy). Como o posicionamento de dois planos em um ângulo especificado pode não ser possível em um grande número de situações práticas (e mesmo quando possível, em termos gerais, não é um procedimento fácil), considera-se somente a rotação em torno do eixo z , mantendo-se o plano da base do robô paralelo ao plano de referência do solo.

Após a definição do conjunto S que especifica a posição do efetuador durante a realização da tarefa, calcula-se a cinemática inversa em relação a cada ponto cartesiano deste conjunto.

2.5.2 Estimativa do desempenho

O cálculo para a determinação da solução da cinemática inversa pode ser realizado algebricamente, considerando o modelo analítico do manipulador e sua geometria, ou numericamente. Com o intuito de apresentar um procedimento geral, neste trabalho o problema da cinemática inversa é resolvido numericamente através da formulação de um problema inverso. Este enfoque resulta em uma metodologia geral e eficiente, que provê resultados satisfatórios para manipuladores de complexidade arbitrária (Santos *et al.*, 2005a).

O planejamento obtido para a trajetória contém erros de posicionamento do efetuador, enquanto o robô segue o percurso. Neste momento, o interesse está focado em erros devido ao movimento do manipulador, uma vez que a solução da cinemática inversa pode ser geralmente obtida com precisão suficiente.

Supondo que a Equação (2.18) descreve o efeito da vibração em cada coordenada de junta com precisão satisfatória, tem-se como objetivo a redução do erro das coordenadas através da minimização de sua soma.

Para modelar este fenômeno, propõe-se o uso da variância amostral estatística. A variância amostral s_N^2 é o segundo momento central amostral, definido por

$$s_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i - \bar{q})^2 \quad (2.22)$$

onde \bar{q} é a média amostral, que corresponde ao valor da coordenada de junta, e N é o tamanho da amostra. No contexto presente, o tamanho da amostra é dado pelo número de pontos a ser considerado no planejamento do percurso e a média amostral é a coordenada de junta que resolve o problema da cinemática inversa em cada ponto do percurso.

A raiz quadrada da variância amostral resulta no desvio padrão, que é usado como objetivo a ser minimizado através do procedimento de otimização, de acordo com a expressão

$$f_2 = s_N = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i - \bar{q})^2} \quad (2.23)$$

Uma vez especificado o objetivo, é necessário definir o domínio da otimização, ou seja, o espaço de projeto. Como as variáveis de projeto são definidas em um espaço teórico (o espaço de transformações de um corpo rígido) e as restrições de posicionamento são definidas no espaço cartesiano (o espaço de trabalho), inclui-se um parâmetro de penalização na presente formulação.

Definindo o erro de posicionamento teórico por

$$error_i = \begin{cases} 0 & \text{se } |P_{end} - T_0^n P_{base}| < \varepsilon \\ |P_{end} - T_0^n P_{base}| & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.24)$$

onde P_{base} e P_{end} são os pontos Cartesianos referentes à base do robô e ao seu efetuador, respectivamente, o parâmetro de penalização é dado por

$$f_3 = s_E = e^{(\sum error)} \quad (2.25)$$

A equação (2.24) significa que o erro de posicionamento do efetuador é considerado nulo quando a precisão do posicionamento é superior a aquela especificada por ε (dado em metros). Caso contrário, o erro de posicionamento corresponde à distância entre a posição cartesiana especificada para o efetuador e a posição obtida através do cálculo da cinemática direta. Combinando o índice de manipulabilidade com o efeito vibracional e o erro da cinemática inversa, define-se uma função objetivo escalar que consiste na soma dos diferentes critérios através da expressão

$$f_4 = \bar{f}_1 + f_2 + f_3 \quad (2.26)$$

onde $\bar{f}_1 = w_{ref} \cdot f_1$ (dado pela Equação 2.14), w_{ref} é um valor de referência, $f_2 = s_N$ (Equação (2.23)), e $f_3 = s_E$ (dado pela Equação (2.25)).

O valor de referência w_{ref} é definido de tal forma que $f_1=1$ no início do processo de otimização. Por este motivo, no caso ideal, o valor da função objetivo é menor do que 2, onde $f_1 \leq 1$ (a manipulabilidade é aumentada), $f_2=0$ (não há erro devido à vibração) e $f_3=1$ (não há erro no cálculo da cinemática inversa). Deve-se destacar que a formulação proposta é apropriada para considerar o caso no qual a tarefa está fora do espaço de trabalho do robô. Esta configuração reflete no erro que aparece durante o cálculo da cinemática inversa, que é considerado como uma penalidade da função objetivo.

O problema de programação não linear irrestrito (Equação (2.26)) é resolvido pelo uso do método modificado das direções factíveis (Vanderplaats, 1984). Os algoritmos são implementados em FORTRAN através da biblioteca de otimização DOT ® (Vanderplaats, 1995).

2.6 Dinâmica

Para se mover o robô ao longo de uma trajetória, os motores devem exercer forças ou torques nas juntas do mesmo. A dinâmica trata do cálculo destas forças e torques (conhecidos indistintamente como forças generalizadas), no sentido de fazer com que uma trajetória planejada seja executada, de fato, pelo efetuador do robô.

Existem várias técnicas para se modelar os elementos da dinâmica de um robô industrial. O conhecimento de seu modelo dinâmico é fundamental (Fu *et al.*, 1987) para a simulação computacional realística do movimento do robô. Esta informação tem grande importância também no planejamento de sua trajetória, pois possibilita a análise detalhada e consequentemente o desenvolvimento de uma especificação de controle mais precisa.

Vários esquemas eficientes têm sido propostos para modelar a dinâmica de sistemas mecânicos multicorpos (Richard and Gosselin, 1993).

O modelo dinâmico pode ser obtido explicitamente através de cálculos algébricos, ou numericamente através de cálculos iterativos.

As técnicas baseadas no método de Newton-Euler parte da dinâmica de todas as partes individuais do sistema. Elas consideram o aspecto instantâneo ou infinitesimal do movimento, fazendo uso de quantidades vetoriais como velocidade cartesiana e força. Alternativamente, aquelas baseadas no método de Euler-Lagrange partem da análise da energia cinética e

potencial do sistema completo, considerando os estados do sistema durante um intervalo de tempo finito. Este enfoque trabalha com quantidades escalares, ou seja, com as energias.

Independentemente do enfoque utilizado, no final do processo são determinadas as forças generalizadas, conforme descrito pela equação

$$M(q(t))\ddot{q}(t) + c(\dot{q}(t), q(t)) + g(q(t)) = u(t) \quad (2.27)$$

onde $q(t)$, $\dot{q}(t)$ e $\ddot{q}(t)$ são a posição, velocidade e aceleração de cada junta, respectivamente. $M(q(t))$ é a matriz de massa no espaço de coordenadas de junta e $c(\dot{q}(t), q(t))$ é o vetor de força de Coriolis e força centrífuga. O vetor $g(q(t))$ é o vetor das forças gravitacionais e $u(t)$ é o vetor de forças generalizadas.

A energia necessária para movimentar o robô é uma característica de projeto importante, pois em aplicações reais a fonte de energia é limitada e qualquer redução em seu consumo leva a uma redução do custo de operação. Devido à relação entre energia e potência, a energia mínima pode ser estimada a partir da força generalizada $u(t)$, que é associada a cada junta i no instante de tempo $t_0 \leq t \leq t_f$.

2.6.1 Equações de Euler-Lagrange

A determinação das equações que descrevem a dinâmica de um sistema mecânico consiste em obter um conjunto de equações diferenciais gerais que descrevem sua evolução no tempo, considerando um conjunto de restrições holonômicas que satisfazem o princípio do trabalho virtual.

As restrições para k coordenadas r_1, \dots, r_k de um sistema mecânico são chamadas holonômicas se as l restrições existentes forem restrições de igualdade, escritas na forma

$$g_i(r_1, \dots, r_k) = 0, \quad i=1, \dots, l. \quad (2.28)$$

As restrições são ditas não-holonômicas em caso contrário.

Para melhor compreensão, a restrição imposta pela conexão de duas partículas através de uma barra rígida de massa desprezível é uma restrição holonômica. Uma partícula que se move dentro de uma esfera de raio r_0 centrada na origem do sistema de coordenadas é um exemplo de sistema com restrições não-holonômicas (Spong, 1989).

Se um sistema é sujeito a l restrições holonômicas, então é apropriado pensar em termos do sistema restrito que tem l graus de liberdade a menos que o sistema irrestrito. Neste caso é possível expressar as coordenadas das k partículas em termos das n coordenadas generalizadas q_1, \dots, q_n . Em outras palavras, pode-se assumir que as coordenadas das várias partículas, sujeitas ao conjunto de restrições dados pela Equação (2.28), podem ser expressas da forma

$$r_i = r_i(q_1, \dots, q_n), \quad i=1, \dots, k. \quad (2.29)$$

onde q_1, \dots, q_n são todos linearmente independentes e n indica o número de graus de liberdade do sistema. Neste trabalho as variáveis q_i representam as coordenadas de junta do robô manipulador, \dot{q}_i a velocidade, e \ddot{q}_i a aceleração associada.

É possível obter a expressão que representa a dinâmica do sistema de duas formas distintas. A primeira consiste no uso do método dos deslocamentos virtuais, enquanto a segunda consiste no uso do Princípio de Hamilton da menor ação (Spong, 1989).

A seguir, tem-se uma descrição resumida do procedimento variacional.

Alguns problemas de otimização consistem em determinar $q(t) \in \mathcal{R}^n$, $t_1 \leq t \leq t_2$, que minimiza

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} f(q(t), \dot{q}(t), t) dt \quad (2.30)$$

sendo f uma função escalar. Assume-se que f seja contínua em relação a q, \dot{q}, t e que tenha derivadas parciais contínuas em relação à q e \dot{q} .

Supondo $q(t_1)$ e $q(t_2)$ dados, a variação $h(t) \in \mathcal{R}^n$ é um vetor diferençável que satisfaz $h(t_1) = h(t_2) = 0$. O teorema a seguir apresenta o princípio dos métodos variacionais (Luenberger, 1969)

Teorema: Uma condição necessária para $q(t) \in \mathcal{R}^n$ resultar em um valor extremo da Equação (2.30) é que a equação a seguir seja satisfeita para todo $h(t) \in \mathcal{R}^n$:

$$\delta Q(q ; h) = \frac{d}{ds} \int_{t_1}^{t_2} f(q, \dot{q}, t) dt |_{s=0} = 0 \quad (2.31)$$

Corolário: A condição necessária para que $q(t)$ resulte um valor extremo de

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} f(q(t), \dot{q}(t), t) dt \quad (2.32)$$

é que $q(t)$ deve satisfazer a equação

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial f}{\partial q} = 0. \quad (2.33)$$

A Equação (2.33) é chamada equação de *Euler-Lagrange* e é uma equação fundamental nos métodos variacionais.

A partir desta expressão, desde que se conheça a função Lagrangeana L de um sistema, é possível encontrar (Fu *et al.*, 1987) as equações de Lagrange (para sistemas conservativos), através de

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (2.34)$$

onde o Lagrangeano é dado por

$$L = K - P \quad (2.35)$$

e K representa a energia cinética, P a energia potencial, q_i são as coordenadas generalizadas (no caso do robô, tem-se juntas rotacionais e prismáticas), \dot{q}_i são as velocidades generalizadas (angular se a junta é rotacional, ou linear, se prismática) e u_i são as forças generalizadas (torque se a junta é rotacional, ou força, se prismática) do sistema considerado.

2.6.2 Torque e potência mecânica

A função Lagrangeana $L = K - P$ é definida pela diferença entre a energia cinética K e a energia potencial P do sistema. As equações dinâmicas, para sistemas conservativos, em termos da função Lagrangeana são dadas por:

$$u_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2.36)$$

onde, q_i é a coordenada generalizada do sistema (θ_i para junta rotacional e d_i para junta prismática), \dot{q}_i é a velocidade generalizada (velocidade angular $\dot{\theta}_i$ para junta rotacional e velocidade linear \dot{d}_i para junta prismática) e u_i é a força generalizada.

Usando a Equação (2.36), as forças generalizadas u_i são escritas como (Paul, 1982):

$$u_i = \sum_{j=1}^n D_{ij} \ddot{q}_j + I_{ai} \ddot{q}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^j C_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i \quad (2.37)$$

onde, D_{ij} é a matriz de inércia do sistema, C_{ijk} é a matriz de *Coriolis* e das forças centrífugas, I_{ai} é a inércia dos atuadores e G_i é o vetor das forças gravitacionais.

A energia necessária para realizar o movimento é importante, pois além da limitação de suprimento, uma trajetória que consome menos energia leva a uma redução dos custos de operação, aspecto determinante nas operações repetitivas do processo produtivo na indústria. Devido à relação existente entre energia e força, pode-se estimar a energia mínima necessária através da força generalizada $u_i(t)$ associada a cada junta i no instante t . Neste trabalho considera-se o uso da expressão:

$$f_5 = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left[u_i(t) \right]^2 dt \quad (2.38)$$

para o cálculo da energia total utilizada pelo sistema, e da expressão:

$$f_6 = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left[u_i^T(t) \dot{q}_i(t) \right]^2 dt \quad (2.39)$$

para o cálculo da potência mecânica. A potência mecânica é uma expressão representativa por considerar, simultaneamente, os aspectos cinemático e dinâmico da trajetória (Saramago e Steffen, 1998).

2.6.3 Modelo dinâmico do Manipulador Planar

A seguir, consideram-se as características do robô manipulador planar com 2 graus de liberdade, que tem os parâmetros de *Denavit-Hartenberg* apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros de *Denavit-Hartenberg*, (*) variável de junta.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	a_1	0	0	θ_1^*
2	a_2	0	0	θ_2^*

Desenvolvendo-se a equação de Euler-Lagrange, Equação (2.34), e substituindo a expressão do Lagrangeano (Equação (2.35)) obtém-se explicitamente as equações que representam a dinâmica do sistema, que podem ser representadas compactamente (Alves, 1988) por

$$f_7 = u = M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + g(q) \quad (2.40)$$

onde $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)^T$ e $\ddot{q} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n)^T$ são vetores $n \times 1$ de posição, velocidade e aceleração respectivamente, das variáveis de junta. $M(q)$ é uma matriz $n \times n$ simétrica que representa a inércia, $c(q, \dot{q})$ é um vetor $n \times 1$ que representa o efeito de *Coriolis* e a força centrífuga, $g(q)$ é um vetor $n \times 1$ que representa os efeitos da aceleração da gravidade e $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ é um vetor $n \times 1$ das forças generalizadas em cada junta.

Para o robô manipulador planar com dois graus de liberdade, tem-se $n=2$ e os respectivos elementos das matrizes M , c e g dados a seguir

$$M_{11} = (1/3) m_1 a_1^2 + (1/3) m_2 a_2^2 + m_2 a_1^2 + m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
M_{12} &= (1/3) m_2 a_2^2 + 0.5 m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \\
M_{21} &= (1/3) m_2 a_2^2 + 0.5 m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \\
M_{22} &= (1/3) m_2 a_2^2 \\
c_{11} &= -m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 0.5 m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2)^2 \\
c_{21} &= 0.5 m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2)^2 \\
g_{11} &= -0.5 m_1 g a_1 \cos(q_1) - 0.5 m_2 g a_2 \cos(q_1+q_2) - m_2 g a_1 \cos(q_1) \\
g_{21} &= -0.5 m_2 g a_2 \cos(q_1+q_2)
\end{aligned}$$

O valor $g = 9,81 \text{m/s}^2$ representa a aceleração gravitacional. A partir da especificação acima, a Equação (2.40) define completamente o comportamento dinâmico do sistema.

Estabelecido o sistema de equações dinâmicas, para se derivar as condições de otimalidade do problema e se aplicar um método numérico geral, é necessária a transformação do sistema de segunda ordem em um sistema de primeira ordem. Esta operação é conhecida como a definição das equações de estado do sistema.

Definindo as variáveis de estado $x_1 = q_1$, $x_2 = q_2$, $x_3 = \dot{q}_1$ e $x_4 = \dot{q}_2$, com o uso da notação $w_1 = (x_1 \ x_2)^T$ e $w_2 = (x_3 \ x_4)^T$, tem-se o sistema de equações diferenciais de primeira ordem equivalente

$$\begin{aligned}
\dot{w}_1 &= w_2 \\
\dot{w}_2 &= M^{-1} (u - c - g)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Esta formulação é utilizada na proposição de estratégias de determinação da trajetória que minimizem o torque e a potência mecânica, apresentadas no decorrer do trabalho.

CAPÍTULO III

TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

O conceito de otimização atualmente está arraigado como um princípio determinante na solução de muitos problemas de decisão complexa. Além de certa elegância intrínseca ao tratamento destes problemas, freqüentemente se oferece um indispensável grau de simplicidade operacional. Utilizando a filosofia de otimização, pode-se aproximar um problema de decisão complexa, envolvendo a seleção de valores para um grande número de variáveis inter-relacionadas, através da atenção a um único objetivo definido para quantificar a performance e medir a qualidade da decisão.

Este objetivo é maximizado (ou minimizado, dependendo da formulação) sujeito às restrições que limitam a seleção dos valores das variáveis de decisão (ou de projeto). Se um aspecto conveniente de um problema pode ser isolado e caracterizado como um objetivo, a otimização oferece uma estrutura adequada para análise.

O conceito de otimização é utilizado extensivamente durante esta pesquisa. Devido à diversidade de formulações propostas com diferentes enfoques, neste capítulo faz-se uma revisão sobre os aspectos teóricos. As especificidades de implementação nos diferentes problemas são apresentadas nos capítulos seguintes, onde se define o objetivo a ser atingido juntamente com a formulação correspondente.

A seção 3.1 traz uma breve revisão sobre o conceito de programação não linear, além de termos pertinentes, tais como mínimo local e mínimo global.

A seção 3.2 faz um resumo dos resultados referentes ao método do Gradiente. A proposta de determinação de trajetória apresentada na seção 8.2 é inspirada nesta formulação. Além disto, os métodos utilizados em todas as etapas da otimização nos Capítulos 6, 7 e 8 consistem de algoritmos que têm, em essência, funcionamento semelhante ao daquele método.

A seção 3.3 apresenta conceitos referentes à teoria de Controle Ótimo. Considera-se a formulação clássica de sistemas dinâmicos contínuos e sistemas dinâmicos discretos. As

propostas de otimização realizadas nas seções 7.1, 7.2, 7.5 e 7.6 consideram a solução numérica do problema de controle através de sua reformulação como problema de programação não linear.

Na seção 3.4 faz-se uma revisão sobre programação multicritério e sobre o critério de otimalidade segundo Pareto (Eschenauer *et al.*, 1990). Este conceito é aplicado para a determinação de um índice de desempenho escalar para as estratégias propostas nas seções 6.1, 6.2, 7.2, 7.4, 7.5, 7.6 e 8.2.

A seção 3.5 traz um comentário sobre a metodologia *Tunneling* de otimização global. Esta metodologia foi utilizada com sucesso pelas estratégias propostas nas seções 6.2 e 7.2.

3.1 Programação não-linear

Dentre as diversas classes de problemas de otimização, muitos daqueles encontrados em robótica são formulados como problema de programação não linear restrito. Em geral, este tipo de problema tem a forma

$$\min f(q) \quad (3.1)$$

sujeito à

$$G(q) = 0 \quad (3.2)$$

$$H(q) \leq 0 \quad (3.3)$$

$$q_L \leq q \leq q_U \quad (3.4)$$

O vetor $q \in \mathcal{R}^n$ é o vetor das variáveis de projeto. A função objetivo $f(q) \in \mathcal{R}$, as funções de restrição de igualdade $G(q) \in \mathcal{R}^{p1}$ e desigualdade $H(x) \in \mathcal{R}^{p2}$ podem ser funções lineares ou não lineares das variáveis de projeto q . As restrições laterais q_L e q_U delimitam o domínio da função objetivo. Usualmente trabalha-se com funções contínuas que contenham derivadas contínuas (ou seja, são funções de classe C^1).

Possivelmente, a primeira questão que surge no estudo de problemas de otimização é determinar quando existe uma solução para o mesmo. O principal resultado que pode ser

utilizado para responder a este ponto é dado pelo teorema de *Weierstrass*, que estabelece: se a função objetivo f é contínua e seu domínio Ω é compacto, então existe solução para o problema proposto.

A análise de um problema de otimização pode resultar em dois tipos de solução (Luenberger, 1984): *ponto de mínimo local*, e *ponto de mínimo global*. A seguir, definem-se os conceitos relativos a estas soluções.

Definição: Um ponto $q^* \in \Omega$ é dito ponto de *mínimo relativo* ou ponto de *mínimo local* de f em Ω se existe $\varepsilon > 0$ tal que $f(q) = f(q^*)$ para todo $q \in \Omega$ e $|q - q^*| < \varepsilon$. Se $f(q) > f(q^*)$ para todo $q \in \Omega$, $q \neq q^*$, $|q - q^*| < \varepsilon$, então q^* é dito ponto de *mínimo relativo estrito* de f em Ω .

Definição: Um ponto $q^* \in \Omega$ é dito ponto de *mínimo global* de f em Ω se $f(q) = f(q^*)$ para todo $q \in \Omega$. Se $f(q) > f(q^*)$ para todo $q \in \Omega$, $q \neq q^*$, então q^* é dito ponto de *mínimo global estrito* de f em Ω .

Quando se considera a determinação da cinemática inversa, a solução do problema de otimização existirá se for possível posicionar o efetuador na posição cartesiana P_{end} , ou seja, existe $q \in \Omega$ para o qual a equação da cinemática direta é satisfeita, onde Ω_i representa o intervalo de valores admissíveis para cada variável de junção (o domínio da função que descreve a cinemática do robô).

Há vários métodos destinados à determinação do valor mínimo global de uma função objetivo não linear, apesar da determinação do mínimo global de uma função não ser uma tarefa fácil para o caso geral. Métodos bastante conhecidos, como os algoritmos genéticos (Le Grand and Merz, 1993), algoritmos de evolução diferencial (Storn and Price, 1997) ou reconhecimento simulado (Romeijn and Smith, 1994) podem ser utilizados neste caso. Uma característica comum a estas estratégias é que o mínimo global (ou quase global) pode ser obtido através de um grande número de cálculos da função objetivo.

Motivado pelas vantagens dos minimizadores locais (relativo baixo custo computacional) e minimizadores globais (a obtenção do mínimo global), o autor utiliza a metodologia conhecida como *Tunneling* (Levy and Montalvo, 1985) em estratégias que buscam o mínimo global, conforme será detalhado na seção 3.5.

3.2 O método do Gradiente

O método do Gradiente é um algoritmo utilizado para a determinação do minimizador de uma função. Seu nome se deve ao fato dele utilizar a direção oposta àquela do gradiente da função, como direção de busca.

O método do Gradiente consiste da realização da seqüência de passos abaixo para minimizar uma função f definida em \mathbb{R}^n . Se $x_k \in \mathbb{R}^n$ é tal que $\nabla f(x_k) \neq 0$, os passos para determinar x_{k+1} são

$$\text{Calcular } d_k = -\nabla f(x_k) \quad (3.5)$$

$$\text{Determinar } \lambda_k, \text{ minimizador de } f(x_k + \lambda d_k) \text{ sujeita a } \lambda = 0. \quad (3.6)$$

(Busca linear exata)

$$\text{Fazer } x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k. \quad (3.7)$$

Se

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T A x + b^T x + c \quad (3.8)$$

com a matriz A definida positiva, então existe um único $x^* \in \mathbb{R}^n$ que minimiza f . Neste caso, a busca linear exata determina

$$\lambda_k = \frac{\nabla^T f(x_k) \cdot \nabla f(x_k)}{\nabla^T f(x_k) \cdot A \nabla f(x_k)} \quad (3.9)$$

O teorema a seguir garante a convergência da seqüência gerada pelo algoritmo anterior (Equações (2.1) a (2.3)) para qualquer aproximação inicial (Luenberger, 1984), e estabelece que a ordem de convergência da seqüência associada $\{f(x_k)\}$ é linear.

Teorema 3.1: Seja $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ uma função quadrática com a matriz Hessiana A definida positiva. Seja x^* o minimizador global de f . Dado $x_0 \in \mathbb{R}^n$ arbitrário, o algoritmo anterior gera uma seqüência $\{x_k\}$ tal que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = x^* \quad (3.10)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = f(x^*) \quad (3.11)$$

$$f(x_{k+1}) - f(x^*) \leq \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \right)^2 (f(x_k) - f(x^*)) \quad (3.12)$$

onde a_1 e a_2 são o maior e o menor autovalores de A , respectivamente.

Este teorema estabelece a condição necessária a ser satisfeita pela função objetivo de forma a garantir a convergência do método proposto. Esta informação será utilizada como referência para a modelagem do espaço de trabalho e dos obstáculos, apresentados a seguir.

3.3 Controle ótimo

O objetivo do projeto de um sistema de controle em malha fechada é diminuir a sensibilidade da planta a distúrbios externos. A filosofia de projeto consiste em ajustar o valor de vários parâmetros do controlador de uma forma dada através de uma estratégia inteligente de tentativa e erro, até parecer que o sistema completo irá satisfazer as especificações.

A característica essencial do método de controle convencional é, primeiramente, o estabelecimento de uma especificação no domínio da freqüência que é relacionada à performance desejada no domínio do tempo, e em segundo, o ajuste através de tentativa e erro de certos parâmetros do sistema na tentativa de trazer o desempenho do sistema aos limites requeridos.

O uso do controle ótimo moderno permite uma visão diferente sobre o problema, permitindo o estabelecimento de um índice de performance analítico para o sistema, e o projeto do sistema de tal forma que isto otimize um índice selecionado (Bryson, 1999). Nas últimas décadas, as técnicas matemáticas de cálculo das variações e passo de decrescimento têm sido retomadas e estendidas para o uso em problemas de controle ótimo. Em acréscimo, outras técnicas como a programação dinâmica e o princípio do máximo têm sido utilizados para a resolução de problemas de controle ótimo. Em cada um destes casos o sistema é

descrito em termos de uma formulação de variáveis de estado do sistema de equações, definindo as leis de movimento do processo.

Esta teoria é geralmente formulada através de um sistema com variáveis contínuas. Assim, sua operação é modelada através do uso de equações diferenciais. A representação discreta destas equações é geralmente utilizada quando se consideram propósitos computacionais.

Problemas de programação dinâmica para sistemas contínuos decorrem do cálculo de variações. Estes problemas podem ser considerados como casos limite para os problemas de programação ótima aplicada a sistemas discretos, onde os intervalos de tempo entre os passos são pequenos se comparados ao tempo característico do sistema contínuo.

Atualmente, o procedimento inverso é mais comum, ou seja, sistemas contínuos são aproximados por sistemas discretos para simulação em computadores digitais (Bryson, 1999).

3.3.1 Sistema dinâmico contínuo

Um sistema dinâmico contínuo é descrito por um vetor de estado n -dimensional $q(t)$ especificado no tempo t . A escolha do vetor de controle m -dimensional $v(t)$ determina a taxa de variação do tempo para a atualização do vetor de estado através da relação

$$\dot{q}(t) = f(q(t), v(t), t). \quad (3.13)$$

O caso geral de otimização para este tipo de sistema consiste em determinar o histórico no tempo do vetor de controle $v(t)$, onde $t_0 \leq t \leq t_f$, que minimiza um índice de performance da forma

$$J = \phi [q(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} L(q(t), v(t), t) dt \quad (3.14)$$

sujeito à Equação (3.13), onde t_0 , t_f , e $q(t_0)$ são especificados.

Em alguns problemas de otimização dinâmica há restrições terminais, especificando o estado terminal do sistema através de uma função da forma

$$\psi [q(t_f)] = 0, \quad (3.15)$$

onde ψ tem dimensão menor ou igual a n .

Este tipo de problema requer uma extensão da teoria e dos algoritmos que tratam o problema irrestrito. Utilizando a forma de Mayer (Bryson, 1999), o problema consiste em determinar $u(t)$ de forma a minimizar

$$J = \phi [q(t_f)] \quad (3.16)$$

sujeito a

$$\dot{q} = f[q(t), v(t), t], \quad (3.17)$$

$$q(0) = q_0 \quad (3.18)$$

$$\Psi [q(t_f)] = 0. \quad (3.19)$$

3.3.2 Sistema dinâmico discreto

Um sistema dinâmico discreto é descrito por um vetor de estado n -dimensional $q(i)$ em cada passo i . A escolha de um vetor de controle m -dimensional $v(i)$ determina a transição do sistema para o estado $q(i+1)$ através da relação:

$$q(i+1) = f[q(i), v(i), i], \quad (3.20)$$

onde

$$q(0) = q_0. \quad (3.21)$$

Dado o número de passos N , o problema de otimização geral para este tipo de sistema consiste em determinar a seqüência de vetores de controle $v(i)$, $i=0, \dots, N-1$ que minimizam um índice de performance da forma

$$J = \phi[q(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} L[q(i), v(i), i], \quad (3.22)$$

sujeito às Equações (3.20) e (3.21), sendo N , q_0 e a função f , especificados previamente.

Este é um problema de otimização paramétrica com restrições de igualdade que pode ser resolvido por um método de programação não linear, considerando os valores do vetor de controle $v(i)$ como variáveis de projeto.

Dado um valor inicial para cada $v(i)$, os valores do vetor de estado $q(i)$ podem ser calculados com o objetivo de otimizar J .

A extensão da formulação apresentada, para um sistema discreto com restrições terminais, consiste em determinar $v(i)$ que minimize a equação:

$$J = \phi[q(N)] \quad (3.23)$$

sujeito a

$$q(i+1) = f[q(i), v(i), i], \quad i=0, \dots, N-1, \quad (3.24)$$

$$q(0) = q_0 \quad (3.25)$$

$$\Psi[q(N)] = 0. \quad (3.26)$$

3.3.3 Solução numérica

Somente problemas bastante simples podem ser resolvidos analiticamente. Por este motivo, considera-se o uso de algoritmos iterativos para obter a solução numérica. Na formulação de Mayer o vetor de estado dado pelas Equações (3.20) e (3.21) é acrescido de um estado $q_{n+1}(i)$, que é a soma acumulada de L no passo i , ou seja,

$$q_{n+1}(i+1) = q_{n+1}(i) + L[q(i), v(i), i], \quad (3.27)$$

$$q_{n+1}(0) = 0.$$

Assim, o índice de performance é definido como:

$$J = \phi [q(N)] + q_{n+1}(N). \quad (3.28)$$

Considerando $w = [q, q_{n+1}]$, deve-se então encontrar uma seqüência de vetores $v(i)$, $i=0, \dots, N-1$, que minimiza (ou maximiza) a equação:

$$J = \phi [w(N)] \quad (3.29)$$

sujeito a

$$w(i+1) = f[w(i), v(i), i], \quad (3.30)$$

$$w(0) = [q_0, 0] \quad (3.31)$$

$$\Psi [w(N)] = 0. \quad (3.32)$$

onde q_0 e N são especificados.

Na literatura há diferentes métodos propostos para a solução deste tipo de problema.

O método *Multiple Shooting* é uma ferramenta eficiente na resolução de problemas de valores de contorno altamente não lineares (von Stryk and Schlemmer, 1994). Pode-se encontrar uma descrição detalhada do mesmo, por exemplo, em Stoer and Bulirsch (1993).

Este método oferece uma solução bastante precisa, entretanto algumas características que limitam seu uso na resolução numérica de problemas de controle ótimo são: (a) o desenvolvimento algébrico das condições necessárias de optimidade, ou seja, das equações diferenciais adjuntas, (b) necessidade de estimativa do comportamento do controle ótimo, e (c) o estabelecimento de uma aproximação inicial adequada para as variáveis de estado e variáveis adjuntas, para se iniciar o processo iterativo.

Pode-se também utilizar métodos do tipo *Direct Collocation*, que tem por base uma aproximação finita das variáveis de controle e estado, através de discretização. Para tanto, deve-se escolher uma aproximação através de um controle contínuo, linear por partes e continuamente diferenciável. A discretização resulta em um problema de otimização não linear sujeito a restrições não lineares. As propriedades de convergência do método e detalhes sobre sua implementação são apresentados em von Stryk (1991).

Alternativamente, pode-se utilizar uma combinação de métodos diretos e indiretos, conforme proposto no trabalho de von Stryk and Schlemmer (1994).

No trabalho atual, os resultados apresentados foram computados através de um método de otimização não linear clássico, que não exige a determinação de parâmetros tais como o tamanho do passo e onde se calcula as derivadas parciais numericamente. O algoritmo consiste em uma implementação do método das direções viáveis modificado (Vanderplaats, 1984), (Zoutendijk, 1960), presente no software DOT ® (Vanderplaats, 1995). Os algoritmos foram implementados em FORTRAN.

3.4 Programação multicritério

Uma das formas de trabalhar com situações nas quais existem múltiplos critérios a serem considerados, é utilizar um vetor de variáveis de projeto q , que satisfaz todas as restrições e determinar um índice de performance escalar, calculado a partir das m componentes de um vetor de funções objetivo $f(q)$, tornando-o tão pequeno quanto possível. Este objetivo pode ser atingido através do problema de otimização vetorial:

$$\min_{q \in \Omega} \{f(q) \mid G(q) = 0, H(q) \leq 0\} \quad (3.33)$$

onde $\Omega \subset \mathcal{R}^n$ representa o domínio da função objetivo (o espaço de projeto).

Uma característica dos problemas de otimização multicritérios é que o otimizador em geral deve saber lidar com objetivos conflitantes (Eschenauer *et al.*, 1990). Outros autores consideram a chamada programação de compromisso, pois não há solução única para o problema (Vanderplaats, 1999).

Assim, neste contexto, é apresentado o conceito de otimalidade.

3.4.1 Critério de otimalidade segundo Pareto

Um vetor $q^* \in \mathcal{R}^n$ é ótimo segundo Pareto para o problema (3.33) se, e somente se, não há um vetor $q \in \mathcal{R}^n$ com as características:

$$(i) f_j(q) = f_j(q^*) \text{ para todo } j \in \{1, \dots, m\} \quad (3.34)$$

$$(ii) f_j(q) < f_j(q^*) \text{ para ao menos um } j \in \{1, \dots, m\}. \quad (3.35)$$

Para todos os vetores não ótimos segundo Pareto, o valor de pelo menos uma função objetivo f_j pode ser reduzido sem aumentar o valor das funções das outras componentes.

Pode-se obter a solução do problema de otimização multicritério de diferentes maneiras, definindo-se o chamado problema substituto. Os problemas substitutos consistem em diferentes formas de obter o valor da função objetivo escalar correspondente (Eschenauer *et al.*, 1990).

3.4.2 Método da Ponderação dos Objetivos

O Método da Ponderação dos Objetivos (*Method of Weighting Objectives*) é um dos modelos substitutos mais usuais para o problema de otimização vetorial. Ele permite uma formulação preferencial que é independente dos valores mínimos individuais para ponderação positiva. A função de preferência é determinada através da combinação linear dos critérios f_1, \dots, f_m , juntamente com os fatores de ponderação k_1, \dots, k_m através da expressão:

$$p[f(q)] = \sum_{j=1}^m [k_j f_j(q)], \quad q \in \Omega. \quad (3.36)$$

Usualmente assume-se $0 = k_j = 1$ e $\sum k_j = 1$. É possível gerar um conjunto de soluções ótimas segundo Pareto para o problema original (Equação 3.33) através da variação dos fatores de ponderação k_j na função de preferência.

3.4.3 Método das Funções de Distância

O Método das Funções de Distância (*Method of Distance Functions*) é freqüentemente utilizado e também leva a uma representação escalar do problema de otimização vetorial. Deve-se especificar o chamado vetor de níveis de demanda $\bar{y} = [\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m]^T$ com o valor a ser atingido na configuração ótima pelas diferentes funções objetivo. Na otimização de projetos isto corresponde ao conjunto com valores esperados para cada função objetivo. O problema substituto equivalente é dado por

$$p[f(q)] = \left[\sum_{j=1}^m |f_j(q) - \bar{y}_j| \right]^{1/r}, \quad 1 \leq r < \infty, \quad q \in \Omega \quad (3.37)$$

Na equação acima, quando $r=1$ tem-se a métrica do máximo e, quando $r=2$, a métrica Euclidiana. O método das funções de distância pode também ser parametrizado para gerar um conjunto de Pareto ótimo para o problema original (3.33).

3.5 Otimização global

Uma característica presente na análise dos diferentes problemas considerados é o cálculo de equações altamente não lineares. Apesar da performance satisfatória das técnicas de programação não linear clássicas, o projeto ótimo global é dificilmente atingido a partir de todas as estimativas iniciais devido à existência de mínimos locais no espaço de projetos.

Com o intuito de aumentar a eficiência do processo de otimização, considera-se o uso de uma metodologia global. O algoritmo *Tunneling* (Levy and Montalvo, 1985) consiste em uma metodologia projetada para determinar o valor mínimo global de uma função. Ele é composto de uma seqüência de ciclos, cada ciclo consistindo de duas fases: a fase de minimização, com o propósito de diminuir o valor atual da função, e a fase *tunneling* propriamente dita, com o objetivo de determinar um novo ponto (diferente do último mínimo

encontrado) para a próxima fase da minimização. O nome do algoritmo se deve a interpretação gráfica de sua execução.

Em resumo, o cálculo envolve as seguintes etapas:

- a) Fase de minimização: Dado um ponto inicial q^0 , o procedimento de otimização obtém um mínimo local q^* de $f(q)$. Ao final, considera-se que um mínimo local é encontrado.
- b) Fase *tunneling*: Dado q^* encontrado acima, como ele é um mínimo local, existe ao menos um $q^0 \in \Omega$, tal que

$$f(q^0) \leq f(q^*), \quad q^0 \neq q^* \quad (3.38)$$

Em outras palavras, existe $q^0 \in \bar{\Omega} = \{ q \in \Omega - \{q^*\} \mid f(q) \leq f(q^*) \}$. Para mover de q^* para q^0 através da fase *tunneling*, define-se um novo ponto inicial $q = q^* + \delta$, $q \in \bar{\Omega}$, utilizado na função auxiliar

$$F(q) = \frac{f(q) - f(q^*)}{[(q - q^*)^T (q - q^*)]^\eta} \quad (3.39)$$

que tem um pólo em q^* para um valor de η suficientemente grande.

Através do cálculo das duas fases iterativamente, a seqüência de mínimos locais leva ao mínimo global.

São sugeridos diferentes valores de η (Levy and Montalvo, 1985) para uso na Equação (3.39), com o objetivo de evitar pontos não desejados e prevenir falha na busca realizada pelo algoritmo. Nos casos considerados, o critério de parada é a realização de cinco iterações sucessivas sem a melhoria adicional no valor da função objetivo.

Quando a definição do problema assim o exige, considera-se o uso de uma função objetivo e as restrições correspondentes na fase de minimização. Durante a fase *tunneling*, utiliza-se uma relaxação da formulação, através do uso da função objetivo irrestrita.

Esta alteração no uso das restrições em cada fase oferece uma maior liberdade para o método na busca de uma nova configuração ótima.

CAPÍTULO IV

TRAJETÓRIA

O tipo de movimento mais simples de um robô é o movimento de uma posição inicial a uma posição final, ambos previamente definidos. No caso mais simples o robô é comandado de uma configuração inicial a uma configuração final, sem preocupação sobre o caminho intermediário percorrido pelo mesmo.

Para um controle mais preciso sobre a forma do movimento, pode-se fazer um planejamento através da programação *off-line*, que permite a análise de elementos como deslocamento, velocidade e aceleração durante todo o percurso. Neste caso é necessário o cálculo da solução cinemática inversa, ou seja, a partir de uma posição cartesiana especificada, determinam-se as coordenadas de junta correspondentes que resultem nesta configuração.

A técnica mais comumente utilizada para determinação da transição entre as posições iniciais e finais desejadas (ou seja, o cálculo efetivo do movimento) consiste em realizar uma interpolação entre estes dois pontos, a partir das respectivas coordenadas de junta.

Pode-se realizar uma interpolação polinomial simples, ou utilizar técnicas mais sofisticadas, como a interpolação através de funções do tipo *spline*. As diferentes técnicas de interpolação permitem a análise não só do posicionamento e orientação do robô, mas também oferecem informações sobre velocidade, aceleração, torque e energia requeridos para a realização da tarefa (Saramago and Steffen Jr, 1998).

A seção 4.1 traz uma breve discussão sobre a especificação da trajetória através de interpolação, utilizada como estratégia de determinação de uma trajetória inicial para as metodologias apresentadas nos Capítulos 6 e 7.

A seção 4.2 apresenta diferentes alternativas para a representação do obstáculo no espaço de trabalho.

A seção 4.3 discute a proposta de uso da otimização para determinação da trajetória e desvio de obstáculos durante o planejamento da trajetória. Este enfoque constitui a base para a proposição das diferentes estratégias de projeto apresentadas neste trabalho.

4.1 Interpolação

Definidas as posições inicial e final para uma dada tarefa, é necessário determinar uma trajetória suave no espaço de junta. A trajetória é definida de acordo com o histórico de posições, velocidades e acelerações de cada junta, como funções que dependem do tempo.

Dado um manipulador com n graus de liberdade, inicialmente devem-se estabelecer os respectivos ângulos de junta, q_i , $i=1 \dots n$, relativos à configuração inicial e final. Então se define uma função de interpolação, $P_i(t)$, para cada coordenada de junta i , de tal forma que as especificações de posição sejam satisfeitas. Este procedimento requer a especificação do tempo inicial e final, t_0 e t_f , os vetores de posição inicial e final, $q_i(t_0)$ e $q_i(t_f)$, e as velocidades inicial e final, $\dot{q}_i(t_0)$ e $\dot{q}_i(t_f)$, respectivamente. As restrições sobre os valores das coordenadas de junta são expressas por

$$P_i(t_0) = q_i(t_0) \text{ e } P_i(t_f) = q_i(t_f), \quad (4.1)$$

e as especificações para a velocidade são dadas por

$$\frac{\partial P_i}{\partial q_i}(t_0) = \dot{q}_i(t_0) \text{ e } \frac{\partial P_i}{\partial q_i}(t_f) = \dot{q}_i(t_f). \quad (4.2)$$

A trajetória assim obtida, através de interpolação polinomial ou *splines*, por exemplo, satisfaz os requisitos de suavidade. Entretanto, ela não representa necessariamente a configuração ótima do sistema, de acordo com outros critérios de performance. Assim, têm-se diferentes abordagens para a otimização deste movimento.

4.2 Desvio de obstáculos

Um requisito freqüentemente analisado na determinação da trajetória é o desvio de obstáculos. O problema de desvio de obstáculos em robótica pode ser subdividido em três etapas: o mapeamento do ambiente, a determinação da distância entre o manipulador e os demais objetos do ambiente, e a decisão de como movimentar um dado manipulador de forma a evitar da melhor forma possível o contato com outros objetos.

O planejamento da trajetória pode ser estático ou dinâmico, dependendo da forma pela qual a informação sobre o obstáculo está disponível.

No problema estático, toda a informação sobre o obstáculo é conhecida *a priori*, e o movimento do robô é calculado a partir desta informação. No planejamento dinâmico, somente informação parcial sobre o obstáculo está disponível, por exemplo, sua parte visível ou a execução de um percurso desconhecido. Para atingir o objetivo proposto, o robô planeja o percurso a partir da informação disponível. Conforme o robô segue seu percurso, descobre mais informações sobre o obstáculo, sendo que o processo de atualização da representação e planejamento da trajetória é repetido sucessivamente até que o objetivo final seja atingido.

O planejamento do movimento pode ser restrito ou irrestrito, de acordo com a presença de restrições inerentes ao movimento do robô, ou seja, restrições que surgem devido a outras razões além da colisão com obstáculos. Elas incluem a limitação da velocidade, aceleração, torque, ou restrições sobre a curvatura no percurso do robô. Cabe destacar que o planejamento do percurso de qualquer sistema físico é restrito, pois os atuadores (motores) têm potência limitada.

O espaço de trabalho se refere ao espaço físico onde o robô e eventuais obstáculos coexistem. A configuração de um objeto ou de um robô é definida por um conjunto de parâmetros independentes que especificam completamente a posição de todo ponto do objeto ou robô.

O espaço gerado pelo conjunto de todas as configurações possíveis, ou seja, o espaço de coordenadas de junta de um robô é fundamental para o planejamento do movimento.

Um dos primeiros trabalhos a explorar este conceito para o planejamento de movimento é aquele proposto por Lozano-Pérez and Wesley (1979). Em essência, os diferentes problemas de planejamento de movimento são equivalentes, uma vez que eles são formulados no espaço de possíveis configurações do robô. A análise se reduz ao problema de determinar uma seqüência conectada de pontos entre a configuração inicial e final no espaço

de coordenadas de junta. A dimensão deste espaço é igual ao número de parâmetros que representam uma configuração, também chamado de número de graus de liberdade do robô.

Há um grande número de abordagens para o planejamento do movimento de robôs. Segundo Hwang and Ahuja (1992) os diferentes métodos podem ser classificados segundo algumas abordagens gerais: esqueleto (*skeleton*), decomposição em células (*cell decomposition*), campo potencial (*potential field*) e programação matemática (*mathematical programming*).

A maioria das classes de problemas de planejamento de movimento pode ser resolvida através de um destes enfoques. Estas abordagens não são mutuamente excludentes, sendo que uma combinação delas é freqüentemente utilizada no desenvolvimento de uma estratégia de planejamento de movimento de robôs.

Nas abordagens classificadas como esqueleto, o espaço de coordenadas de junta, ou seja, o conjunto dos movimentos factíveis, é reduzido ou relacionado a uma rede com linhas unidimensionais. Esta abordagem é também chamada de retração.

A busca pela solução é limitada a elementos da rede, e a estratégia se torna um problema de busca em um grafo. Nesta abordagem, o planejamento do movimento é realizado em três passos. Primeiro, o robô é movido de sua configuração inicial até um ponto no esqueleto, através de um método apropriado. A seguir, o robô é movido da configuração objetivo (a configuração final desejada) para um ponto do esqueleto da mesma forma. Então os dois pontos no esqueleto são conectados através de segmentos do esqueleto. O esqueleto deve representar todos os caminhos factíveis, topologicamente distintos. Caso não haja a representação completa, o algoritmo de planejamento fica incompleto, ou seja, pode omitir alguma solução. Duas estratégias de esqueleto bastante populares são o gráfico de visibilidade e o diagrama de *Voronoi* (Aurenhammer, 1991).

Nas abordagens baseadas em decomposição de célula, o espaço de coordenadas de junta é decomposto em um conjunto de células simples, estabelecendo-se relações entre células adjacentes. Um caminho livre de colisão entre a configuração inicial e final do robô é encontrado em duas etapas: primeiramente identificam-se as duas células, contendo o início e o objetivo a ser atingido, e, então, se estabelece a conexão entre elas a partir da relação entre células intermediárias.

A abordagem baseada em programação matemática representa o requisito de desvio de obstáculo através de um conjunto de restrições de desigualdade aplicado ao valor das coordenadas de junta (que é parâmetro de configuração). O planejamento do movimento é

formulado então como um problema matemático de otimização que encontra uma curva entre as configurações inicial e final, minimizando certa quantidade escalar. Como a formulação do modelo de otimização é não-linear e geralmente contém várias restrições, um método numérico é utilizado para encontrar a solução ótima.

A abordagem que utiliza o enfoque do campo potencial é estabelecida a partir da definição de uma função escalar, chamada de potencial, que tem valor mínimo quando o robô está na configuração objetivo, e um valor elevado (comparativamente) em configurações próximas aos obstáculos. Nos demais pontos, a função tem um valor decrescente, na direção da configuração considerada como objetivo.

Desta forma o robô pode atingir a configuração objetivo a partir de qualquer outra configuração seguindo o gradiente negativo do potencial. O valor elevado assumido pelo potencial nas proximidades do obstáculo previne o robô de se mover em encontro aos obstáculos. Do ponto de vista prático, é como se houvesse um campo de força em torno do obstáculo.

Uma revisão histórica deste enfoque é apresentada por Koditschek (1989).

4.3 Otimização

Após a definição de uma forma de representar o ambiente de trabalho, além do estabelecimento da capacidade de identificar configurações factíveis, o planejamento da trajetória se reduz a encontrar uma seqüência de configurações sucessivas factíveis entre a configuração inicial e final do movimento.

Uma vez determinado um caminho livre de colisão, este pode ser otimizado através de um método numérico. Dois critérios de otimalidade comumente utilizados são: o comprimento do caminho e a distância de segurança entre o robô e o obstáculo. O índice de performance resultante, a ser minimizado, pode ser escrito segundo a convenção da teoria de programação não linear.

Devido ao fato de que a maioria dos manipuladores tem representação cinemática dada por equações não lineares, o projeto de movimento globalmente ótimo entre obstáculos é de difícil obtenção quando se inclui a análise da dinâmica do sistema. Por este motivo, a maioria das estratégias de planejamento global considera apenas aspectos cinemáticos. Nos algoritmos

que incluem a análise de informações relativas à dinâmica do robô, é usual o estabelecimento de uma trajetória inicial, sendo que a otimização é calculada localmente, na vizinhança deste caminho (Bobrow *et al.*, 1985) (Shin and McKay, 1984).

4.3.1 Representação do espaço de trabalho

Objetos como esferas, cilindros e paralelepípedos, dentre outros elementos geométricos simples, são as escolhas mais usuais para a modelagem de obstáculos e manipuladores no espaço de trabalho, por serem computacionalmente simples. É preciso armazenar uma quantidade pequena de informações para sua representação completa. Além disso, considerando que o maior objetivo durante o planejamento da trajetória é permanecer distante dos obstáculos, freqüentemente não é necessário o uso de modelos detalhados. Caso seja necessária uma análise mais detalhada do obstáculo, podem-se incluir refinamentos nesta aproximação. Durante o desenvolvimento da pesquisa os obstáculos são representados por pontos Cartesianos ou paralelepípedos no espaço tridimensional (Figura 4.1).

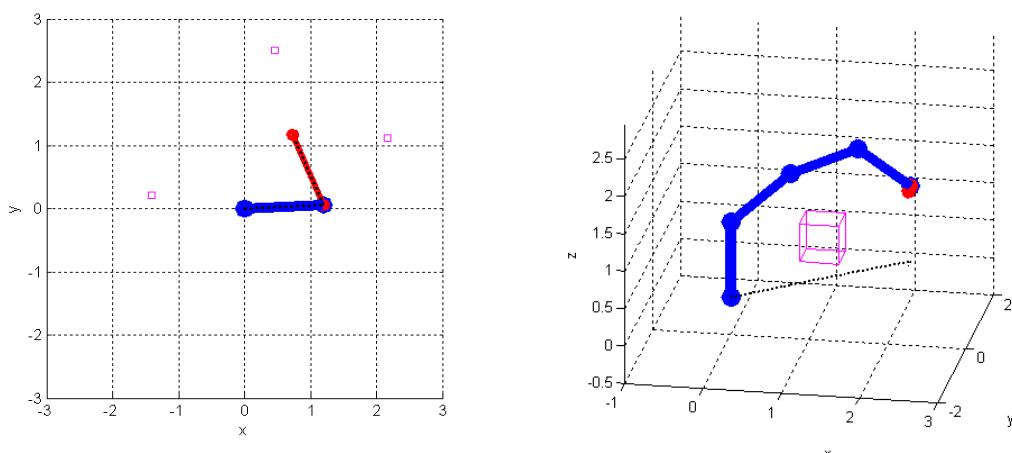


Figura 4.1 - Representação do obstáculo feita por ponto cartesiano e através de um paralelepípedo.

4.3.2 Representação do manipulador

Neste trabalho, a posição geométrica do manipulador é representada pela definição de um conjunto com $2n$ pontos cartesianos. Adotou-se esta representação devido à geometria usual do robô, na qual os elementos são relativamente longos em relação ao seu diâmetro. A representação através de um cilindro também seria apropriada, pois os robôs modernos têm assumido uma geometria mais estreita, ou seja, uma geometria de pequeno diâmetro ou espessura em proporção a sua altura ou comprimento.

Em geral, os robôs modernos ocupam uma pequena porção do espaço de trabalho. Como consequência, um modelo com elevado grau de precisão não traz benefícios para o processo de otimização nos casos aqui considerados.

Além disso, o cálculo da distância mínima de um ponto a um obstáculo (de geometria arbitrária) é bem mais simples do que aquele envolvido no uso de um modelo mais complexo (e provavelmente mais preciso) do manipulador.

A localização dos pontos que modelam o manipulador é determinada a partir de informações de sua cinemática direta, sendo que para os casos estudados cada elemento é representado por dois pontos: o primeiro é o ponto médio entre suas extremidades e o segundo é sua extremidade final, conforme representado na Figura 4.2. A cinemática direta estabelece matrizes de transformação de posições pré-determinadas do manipulador utilizando como referência um sistema de coordenadas global. Os pontos que modelam o robô são fixos em relação a este referencial. Assim, eles se movem em concordância com alterações nas matrizes de transformação durante o movimento do robô.

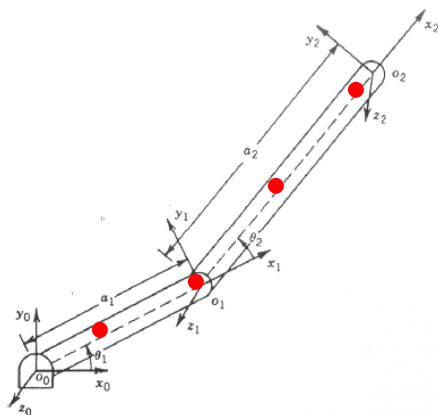


Figura 4.2 - Posicionamento dos pontos de referência que representam o espaço ocupado pelo manipulador.

4.3.3 Determinação da distância

Para o efetivo desvio do obstáculo, é importante conhecer em todos os momentos a distância mínima entre o manipulador e todos os obstáculos na sua vizinhança.

Em várias circunstâncias é importante se ter alguma noção da magnitude de um dado vetor, sobretudo quando se refere ao tamanho de suas componentes, e não apenas ao número de componentes que o compõem. Neste contexto, um conceito útil é aquele advindo da definição de norma, apresentado a seguir:

Definição: Uma norma vetorial de x é um número não negativo, representado por $\|x\|$, associado com x , e satisfazendo:

- $\|x\| > 0$ para $x \neq 0$ e $\|x\| = 0$ exatamente quando $x=0$.
- $\|k \cdot x\| = |k| \cdot \|x\|$ para qualquer escalar k .
- $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$, conhecida como desigualdade triangular.

Quando o obstáculo é representado por um ponto cartesiano (c_x, c_y, c_z) , sua distância a cada ponto de referência (x_i, y_i, z_i) , do manipulador, pode ser obtida através da norma Euclidiana

$$D = \sqrt{(x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2 + (z_i - c_z)^2} \quad (4.3)$$

Um resultado fundamental que relaciona diferentes normas é o seguinte: é possível demonstrar que duas normas quaisquer $\|\cdot\|$ e $\|\cdot\|$ em um espaço de dimensão finita são equivalentes, no sentido de que existem constantes positivas k_1 e k_2 para as quais

$$k_1 \|x\| = \|\cdot x\| = k_2 \|x\|, \quad (4.4)$$

para todo x (Noble and Daniel, 1977).

Assim, de acordo com a conveniência computacional pode-se optar pela escolha de outra norma, não implicando contudo na alteração significativa da teoria que justifica seu uso.

Ao se representar o obstáculo através de um paralelepípedo, pode-se fazer uma estimativa aproximada da distância, conforme proposto por Nakamura (1991), através da equação

$$D = \left(\frac{x_i - c_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{y_i - c_y}{l_y} \right)^2 + \left(\frac{z_i - c_z}{l_z} \right)^2 \quad (4.5)$$

onde c_x , c_y e c_z são as componentes cartesianas do centro geométrico do obstáculo e l_x , l_y e l_z são as dimensões de seus lados, conforme apresentado na Figura 4.3.

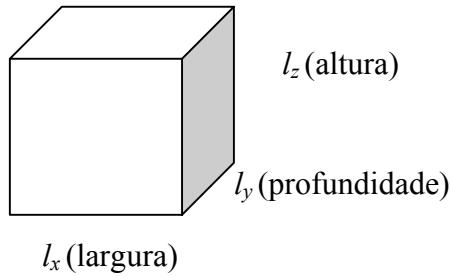


Figura 4.3 - Obstáculo e suas respectivas dimensões.

Desta forma, é proposto o seguinte índice de performance:

$$f_8(q) = \sum_j \left(\frac{1}{\min[Q_j(P_i)]} \right)^2 \quad (4.6)$$

sendo que f_8 representa o aumento do índice do distanciamento do manipulador em relação ao obstáculo, obtido através da sua minimização.

CAPÍTULO V

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: PLANEJAMENTO DO MOVIMENTO

A tarefa a ser realizada e a trajetória a ser executada por um robô manipulador durante o planejamento de seu movimento é de fundamental importância em inúmeras situações relacionadas ao projeto de sistemas robotizados.

O movimento acontece no espaço Cartesiano. Entretanto, a maioria dos robôs industriais, especialmente aqueles articulados, é controlada em seu próprio espaço de coordenadas de junta. Por este motivo, é necessária a transformação entre o espaço Cartesiano e o espaço de coordenadas de junta para a realização dos cálculos relativos à realização do movimento.

O cálculo das variáveis de junta é necessário também na determinação do torque requerido em cada junta para a realização do movimento e da tarefa especificada para o sistema.

A determinação das informações referentes à estrutura cinemática do robô manipulador industrial é obtida de forma eficiente através da convenção de Denavit-Hartenberg (Denavit e Hartenberg, 1955). Este processo define a determinação da cinemática direta do robô, ou seja, dadas as variáveis de junta, tem-se a determinação da posição e orientação do efetuador no espaço Cartesiano.

Por outro lado, o problema de cinemática inversa, que consiste na determinação das variáveis em coordenadas de junta a partir da posição no espaço Cartesiano, apresenta um grau de dificuldade um pouco maior na obtenção de sua solução.

Para robôs com estrutura simples é possível determinar explicitamente quais são os ângulos de junta. Pode-se, alternativamente, recorrer a uma dedução geométrica que relate os ângulos (Spong, 1989). Para o caso geral, a determinação das equações explícitas é uma tarefa trabalhosa, sendo esta específica para cada modelo considerado (Gan *et al.*, 2005). Por

este motivo há trabalhos que propõem uma metodologia geral para sua determinação (Mao e Hsia, 1997), (Zhao e Peng, 1999).

No trabalho de Gan *et al.* (2005) é apresentada a solução analítica completa para a cinemática inversa do robô manipulador Pioneer 2 (*P2Arm*).

Em Özgören (2002) são investigados robôs manipuladores seriais com seis graus de liberdade do ponto de vista das soluções da cinemática inversa. Os manipuladores são classificados de acordo com a organização das juntas e são determinadas condições mínimas para a existência de soluções analíticas. É descrita a forma de obtenção da solução analítica para cada exemplo típico de configuração de coordenadas de junta e proposta uma classificação.

Uma abordagem alternativa consiste na determinação de algumas das variáveis de junta analiticamente e o cálculo das variáveis restantes através de técnicas iterativas. O número de variáveis de junta que pode ser obtido analiticamente depende da estrutura do manipulador (Manseur e Doty, 1996). Entretanto, somente certas classes de robôs manipuladores têm a solução explícita para o problema da cinemática inversa (Balkan *et al.*, 2000).

Em Balkan *et al.* (2000) é apresentado um método semi-analítico para a determinação da cinemática inversa de uma classe de robôs manipuladores, na qual quatro variáveis de junta estão contidas nas equações que representam o punho (*wrist*). Este enfoque possibilita a expressão das outras variáveis de junta em termos de uma selecionada, reduzindo o problema de cinemática inversa à solução de uma equação escalar não linear contendo a variável de junta selecionada como incógnita.

Diante da impossibilidade de obtenção da solução explícita em alguns casos, há uma grande variedade de estratégias alternativas para o cálculo da solução.

Uma possibilidade para resolver o problema consiste na aplicação da resolução do controle da taxa de movimento (*resolved motion rate control*), que tem a ver com a determinação de intervalos de tempo para mudança das variáveis de junta e a integração numérica destas variáveis por um método apropriado (Wu e Paul, 1982).

Os métodos de continuação polinomial (*Polynomial continuation methods*), como outra alternativa, são baseados na solução de um sistema de polinômios através de técnicas de continuação. Usualmente é realizada uma organização matemática das equações da cinemática direta de forma a possibilitar a solução do problema de cinemática inversa através

da solução de um único polinômio em termos de uma das variáveis de junta (Raghvan and Roth, 1993).

Em Chapelle e Bidaud (2004) é proposto o uso de algoritmos evolutivos para determinar uma aproximação algébrica da solução exata do problema de cinemática inversa. O método tem por objetivo a determinação da solução geral para manipuladores seriais de geometria arbitrária. Faz-se o ajuste de uma função matemática através de um algoritmo genético. Esta função é calculada a partir do modelo de cinemática direta, sendo o objetivo final a determinação de uma expressão analítica que aproxima a solução da cinemática inversa para uma dada configuração do sistema. Como ilustração do processo de regressão simbólica evolucionária, o cálculo do modelo de cinemática inversa dos manipuladores PUMA e GMF Arc Mate são considerados.

Em Nearchou (1998) apresenta-se uma metodologia para a resolução do problema de cinemática inversa do robô manipulador de cinemática redundante, em ambiente com obstáculos. O problema é formulado como um problema de otimização restrito, e resolvido através do uso de algoritmos genéticos. O programa procura por configurações sucessivas do robô em todo o espaço de trabalho livre. A otimização minimiza simultaneamente o erro de posicionamento do efetuador e o deslocamento das juntas do robô.

A metodologia proposta em Mitsi *et al.* (1995) resolve o problema de cinemática inversa de um manipulador planar redundante ou não redundante considerando critérios de desvio de obstáculos e limites fixados para o ângulo de junta. É utilizado um modelo de simulação com a definição de volumes convexos para evitar a colisão. A solução da cinemática inversa é conduzida pelo método da função de penalidade (*penalty function method*).

Em Santos *et al.* (2005a) é apresentada uma proposta para a determinação da cinemática inversa de manipuladores seriais através do uso de técnicas de programação não linear e de uma heurística de otimização global. São propostos índices de performance que possibilitam a determinação da melhor configuração, considerando informações sobre manipulabilidade e singularidade do manipulador, além de restrições físicas impostas pelo desvio de obstáculos.

Quanto ao planejamento do movimento de robôs, a determinação de uma trajetória eficiente é um tema que tem merecido a atenção de um grande número de pesquisadores. Em um contexto abrangente, os robôs manipuladores industriais representam um subgrupo, pois

estratégias semelhantes são utilizadas para realizar o planejamento de robôs manipuladores de estrutura paralela, robôs autônomos, ou ainda, a colaboração entre diversos robôs.

Faverjon e Tournasoud (1987) relatam uma estratégia de planejamento de trajetória global para manipuladores com diversos graus de liberdade. Um método de rede de sub-objetivos é proposto neste artigo. O planejamento global divide o espaço de coordenadas de junta em células e atribui a elas a probabilidade que o algoritmo local tenha sucesso em cada uma das células. Uma estratégia de busca é utilizada para pesquisar a seqüência de regiões com maior probabilidade de sucesso.

Uma técnica de pesquisa aleatória é desenvolvida para o problema de movimentação, utilizada em Barraquand e Latombe (1990). O algoritmo constrói de forma incremental um grafo conectando o mínimo local de uma função potencial definida no espaço de coordenadas de junta e, simultaneamente, pesquisa neste grafo até chegar ao objetivo. A busca pelo objetivo ocorre a partir de uma perturbação na solução que corresponde a cada mínimo local encontrado.

Em Chen e Hwang (1992) tem-se uma proposta de planejamento de movimento através do método de rede de sub-objetivos. Brooks (1983) propõe uma estratégia de planejamento para o manipulador PUMA. Os obstáculos são modelados como prismas poligonais verticais. Os obstáculos são representados por retângulos e um caminho é encontrado através de uma estrutura que representa os possíveis caminhos a serem seguidos.

Lozano-Pérez (1987) descreve uma metodologia onde a configuração dos obstáculos é calculada usando o método da bússola, e o espaço de juntas é decomposto em regiões. Um grafo especificando a conectividade das regiões é construído, e uma estratégia de busca é aplicada para determinar o caminho mais curto. A configuração dos obstáculos é calculada considerando-se um elemento de cada vez.

Khatib (1985) apresenta uma proposta de repulsão de potencial artificial para evitar colisões eminentes entre os elementos do robô e obstáculos. O objetivo do algoritmo é determinar o desvio rápido e local dos obstáculos em tempo real, para a movimentação do manipulador ao invés do planejamento de caminhos globais.

Newman e Hogan (1987) usam uma abordagem que associa o valor da função potencial a forças que atuam no sistema robótico, com o objetivo de determinar o desvio do obstáculo e a aquisição de alvos pelo manipulador. O manipulador é dirigido somente pela força que é computada como o gradiente negativo do potencial. Dois tipos de potencial são usados: o potencial do objetivo, dirigindo o robô na direção da posição objetivo, e outro

inibindo a possível parada do manipulador na vizinhança de obstáculos. Se a posição objetivo está em movimento, o potencial do objetivo é atualizado de maneira correspondente.

O campo potencial é utilizado também em Boissiere e Harrigan (1988) para o desvio de obstáculo em tempo real de um manipulador PUMA tele-operado. Quando o robô está em curso de colisão enquanto segue o comando do operador, uma força repulsiva é aplicada para modificar o caminho comandado.

Um algoritmo que evita a colisão local para manipuladores redundantes é desenvolvido em Maciejewski e Klein (1985). O objetivo principal do planejamento é fazer com que o efetuador siga uma trajetória específica. Esta trajetória é tipicamente um caminho livre de obstáculos para um objeto pontual, e assim a colisão entre os obstáculos e os *links* do manipulador não são considerados no estabelecimento desta trajetória inicial. O valor das variáveis de junta é calculado através do uso da inversa generalizada da matriz Jacobiana.

Shiller e Dubowsky (1988) apresentam um algoritmo de planejamento de trajetória de tempo ótimo global para manipuladores no espaço de trabalho bidimensional, onde se considera a colisão entre os elementos (*links*) e os obstáculos. Um grafo orientado é construído usando os pontos de uma grade uniforme cobrindo o espaço de trabalho. Os pontos adjacentes são conectados pelos vértices.

Como o manipulador pode executar a tarefa de muitas formas diferentes, uma escolha desejável é a de ter a possibilidade de o robô executar o movimento de maneira ótima, de acordo com algum critério relevante.

A diminuição do tempo de percurso da trajetória constitui naturalmente um critério de maximização de produtividade explorado por uma grande quantidade de autores.

Em Constantinescu e Croft (2000) é apresentado um método para determinar trajetórias suaves num tempo ótimo em um percurso restrito. A suavidade desejada da trajetória é imposta através de limites fixados para o *jerk* requerido por cada atuador. A terceira derivada (em relação ao tempo) do parâmetro de percurso, chamado pelos autores de *pseudo-jerk*, é a entrada sobre a qual se tem controle. Os limites no torque requerido pelos atuadores são convertidos em limites da pseudo-aceleração. O problema de controle em tempo ótimo é formulado como um problema de otimização através do uso de polinômios de interpolação do tipo *spline* cúbica para parametrizar a trajetória no espaço de estado (utilizando as coordenadas de junta). O problema de otimização é resolvido através do Método da Tolerância Flexível (*Flexible Tolerance Method*). Maiores detalhes sobre o método podem ser encontrados em Himmelblau (1989), por exemplo.

Adicionalmente, diferentes estratégias para a otimização do tempo podem ser encontradas em Bobrow *et al.* (1985), Chen e Desrochers (1989), Chen *et al.* (1993), Geering *et al.* (1986), Heinzinger *et al.* (1990), Kahn e Roth (1971), Lin *et al.* (1983), Pfeiffer e Johanni (1987), Shiller e Lu (1992) e Shin e McKay (1985).

No trabalho de Heilig e McPhee (1999), propõe-se à obtenção de uma trajetória que resulte num tempo mínimo, através do uso de um método de integração iterativa. Esta abordagem consiste em uma extensão do método apresentado em Steinbach *et al.* (1989), que considera agora os efeitos gravitacionais. Através do resultado obtido após a otimização, conclui-se que os termos da força centrífuga e gravidade podem ser explorados para reduzir de forma significante o tempo requerido para o movimento do robô.

Além do fator tempo, é importante lembrar também que a movimentação do robô deve atender a restrições mecânicas. É desejável que seu movimento seja suave, evitando alterações bruscas de direção e velocidade. Isto porque movimentos bruscos podem comprometer não somente a estrutura mecânica do robô, como também, em alguns casos, a qualidade do produto que está sendo manipulado ou a tarefa está sendo executada (Cao *et al.*, 1994). Além disso, existem obviamente restrições quanto à quantidade de energia possível de ser introduzida no sistema através dos atuadores que o acionam.

Pode-se citar ainda os trabalhos de Shiller (1994), Vukobratovic e Kircanski (1982), Wang e Hamam (1992) e Wappenhans *et al.* (1994), que têm em comum o objetivo de determinar o mínimo consumo de energia. Quanto à minimização do *jerk*, pode-se citar ainda os trabalhos de Kyriakopoulos e Saridis (1988, 1994) e Simon (1993).

O movimento de manipuladores na presença de obstáculos no espaço de trabalho tem sido uma área de pesquisa ativa nas últimas décadas (Hwang e Ahuja, 1992). A solução proposta para este problema, freqüentemente chamada de planejamento de percurso (*path planning*) ou desvio de obstáculos (*collision avoidance / obstacle avoidance*), pode ser categorizada de forma geral em duas classes: os métodos globais e os métodos locais (Seraji e Bon, 1999). Os métodos globais ((Lozano-Perez, 1983), (Faverjon, 1984) e (Rimon e Koditschek, 1989)) freqüentemente operam no espaço de coordenadas de junta, onde a configuração do manipulador é representada por um ponto. Os obstáculos são mapeados do espaço cartesiano e no espaço de coordenadas de junta, e o percurso é então determinado na porção desocupada do espaço de coordenadas de junta, a partir do ponto inicial até ao ponto final, de forma a desviar do obstáculo.

Os métodos globais são computacionalmente caros, e o custo computacional cresce rapidamente em função do aumento do número de juntas do manipulador. Além disto, eles são apropriados para ambientes estruturados e estáticos, ou seja, para aqueles ambientes nos quais se tem completo conhecimento sobre a posição dos obstáculos e da tarefa a ser desempenhada, sendo que estas especificações não variam com o tempo.

Os métodos de planejamento de trajetória local (*local path planning*) ((Khatib, 1986), (Koren e Borenstein, 1991), (Cheung e Lumelsky, 1989), (Wikman e Newman, 1991) e (Seraji *et al.*, 1996)) têm uma demanda computacional menor, e podem considerar a existência de obstáculos móveis em ambientes não estruturados. Desta forma, são apropriados também para a determinação de trajetórias a partir de informações geradas por sensores.

O planejamento realizado por um método de planejamento de trajetória local pode ser classificado como planejamento *off-line*, quando a informação sobre a trajetória a ser realizada é completamente definida antes do manipulador real iniciar o movimento, ou planejamento *on-line*, quando a trajetória é estabelecida simultaneamente com a realização do movimento do manipulador real.

Segundo esta classificação, a pesquisa desenvolvida nesta tese é classificada como planejamento de trajetória local *off-line*, pois se supõe que a trajetória já estará completamente estabelecida quando o robô iniciar o movimento. Entretanto, a seção 8.2, diferentemente das demais, apresenta uma proposta de planejamento *on-line*, onde a tomada de decisão acontece durante a movimentação do robô real.

No trabalho de Seraji e Bon (1999), o problema do desvio de obstáculos é formulado e resolvido como um problema de controle de força baseado no posicionamento. É apresentado um experimento numérico relativo a um robô manipulador com sete graus de liberdade. A proposta prevê o desvio de obstáculo em tempo-real (*on-line path planning*), a partir da representação da proximidade do robô em relação aos obstáculos encontrados no espaço de trabalho, através de forças virtuais.

Em um trabalho recente de Zlajpah e Nemec (2003), apresenta-se uma estratégia *on-line* de desvio de obstáculos para manipuladores redundantes, onde se considera também a dinâmica do mesmo. Este método prevê a definição de pontos de referência no manipulador e a aplicação de forças em direção oposta à do encontro com o obstáculo. São consideradas diferentes estratégias para detecção do obstáculo: sensor de proximidade, sensor tático, e modelagem matemática, sendo que esta última representa a situação de projeto sem a consideração de sensores.

Motivado pelo crescente interesse no aumento da produtividade em aplicações industriais, têm sido apresentadas na literatura as mais diferentes abordagens, como por exemplo, a determinação de trajetória em ambiente restrito e tempo ótimo (*path-constrained time-optimal motions (PCTOM)*), onde são considerados os limites do torque aplicado (Bobrow *et al.* 1985), (Pfeiffer e Johanni, 1987) e (Shiller e Lu, 1992). Nestas formulações, o torque do atuador de cada junta forma as entradas controladas, e o esquema de controle em malha aberta resulta num controle do tipo *bang-bang* ou *bang-singular-bang* (Chen e Desrochers, 1989).

Com a atenção voltada para a solução do problema de controle ótimo em ambiente irrestrito, von Stryk e Schlemmer (1994) consideram a determinação de trajetórias ponto a ponto para um robô industrial do tipo *Manutec r3*, de forma a utilizar o tempo mínimo e a mínima energia, diante de restrições no valor da velocidade angular. A solução numérica destes problemas de controle ótimo é obtida através da combinação do método de colocação direta (*direct collocation method*) e do método do tiro indireto *indirect multiple shooting method*. Esta combinação reúne os benefícios das duas abordagens: um grande domínio de convergência e uma solução de grande precisão. A confiabilidade do *direct collocation method* em estimar as variáveis adjuntas e a eficiência dos *direct collocation* e *multiple shooting* é discutida neste trabalho. Os autores argumentam que esta abordagem híbrida (von Stryk e Bulirsch, 1992) resulta em um grande domínio de convergência e numa solução com alto grau de precisão.

Em trabalho recente, Kim e Shin (2006) apresentam uma nova estratégia para o planejamento de movimento, tendo como base o uso de funções de potência artificiais. No esquema proposto, as funções são determinadas a partir da composição aditiva e multiplicativa das funções que representam a posição final a ser atingida e os obstáculos. É apresentado um conjunto de procedimentos para o projeto de funções potenciais de forma a evitar mínimos locais em alguns cenários representativos.

Apesar da grande quantidade e variedade de trabalhos sobre planejamento de movimento de robôs, pode-se encontrar em Hwang e Ahuja (1992) um exame sobre as características gerais de diferentes estratégias bem sucedidas.

CAPÍTULO VI

PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS QUE OTIMIZAM ASPECTOS CINEMÁTICOS

A seção 6.1 propõe a determinação da cinemática inversa através da formulação de um problema de otimização. O índice de desempenho consiste no erro de posicionamento do efetuador ao se ajustar as variáveis de junta. Este enfoque permite a consideração da presença de obstáculos durante o cálculo da cinemática inversa.

É considerada a determinação da trajetória a partir do cálculo da cinemática inversa em cada instante de tempo.

Experimentos numéricos realizados confirmam a aplicabilidade da estratégia proposta. O enfoque da solução através de técnicas de otimização viabiliza o estudo de cenários variados, havendo a possibilidade de inclusão de novas restrições e ajuste da prioridade no cumprimento das mesmas. A simplicidade de alteração dos parâmetros relevantes, aliado ao bom desempenho computacional verificado nos exemplos implementados, sugere a viabilidade de aplicação desta metodologia.

A seção 6.2 estende a pesquisa anterior por considerar a manipulabilidade durante a determinação da cinemática inversa, além de incluir a presença de obstáculos no problema considerado. A metodologia propõe a utilização de uma técnica de otimização global para a determinação da solução.

Este enfoque assegura a obtenção de uma solução para o problema da cinemática inversa e, conforme discutido nos experimentos numéricos, possibilita a obtenção de diferentes configurações que atendem ao posicionamento e orientação requeridos.

Este método pode ser utilizado em substituição ao processo de otimização local apresentado na seção anterior para a determinação da trajetória de robôs.

A seção 6.3 faz um estudo sobre a relação entre o tempo requerido para a realização do movimento e a derivada da aceleração (*jerk*) associada a esse movimento. Supondo fixados os pontos cartesianos pelos quais o manipulador deve se posicionar, faz-se um estudo sobre

como o tempo estabelecido para etapas intermediárias do movimento pode ser ajustado para a redução da máxima derivada da aceleração requerida no movimento.

O cálculo da derivada da aceleração é realizado diretamente através da derivação da função aceleração. A trajetória é fixa e determinada a partir de uma interpolação polinomial cúbica de pontos de referência que descrevem a tarefa em coordenadas de junta. Adicionalmente, considera-se o ajuste do tempo total, além dos tempos intermediários, de forma a estabelecer o tempo mínimo necessário no qual para o qual o valor da derivada da aceleração não excede um valor máximo especificado. Este problema consiste em minimizar o valor máximo da derivada da aceleração durante a realização da trajetória.

6.1 Cinemática inversa e desvio de obstáculos

O movimento do robô deve ser, em geral, o mais suave possível. É desejável que mudanças bruscas na posição, velocidade e aceleração sejam evitadas. De fato, movimentos bruscos requerem uma grande quantidade de energia para sua execução, que pode não ser fornecida pelos motores devido a suas limitações físicas. Além disso, movimentos bruscos surgem quando o robô colide com outros objetos, situação que também deve ser evitada (Craig, 1989).

Para que se aproveite o potencial oferecido pelo robô, é esperado que o planejamento da trajetória resulte em um movimento suave e considere a presença de obstáculos em seu espaço de trabalho.

Nesta seção propõe-se uma estratégia de movimentação livre de colisões. A posição do efetuador e dos demais elementos (*links*) do manipulador é determinada considerando-se a presença do obstáculo, através de uma estratégia de otimização para a obtenção da cinemática inversa.

6.1.1 Formulação

Dada uma posição cartesiana no espaço de trabalho a ser alcançada pelo efetuador, é necessário determinar o conjunto das respectivas coordenadas de junta que resultam nesta configuração. Estes valores são obtidos pelo cálculo da cinemática inversa.

Considerando a determinação da cinemática direta, Equação (2.4), e supondo as coordenadas da base $P_{base}(x,y,z)$ e do efetuador $P_{end}(x,y,z)$ conhecidas, deve-se determinar o valor das coordenadas $q(d, \theta)$ que satisfaçam a Equação (2.5). As coordenadas são computadas através do problema de otimização equivalente, com objetivo dado pela Equação (2.6).

Como o valor mínimo desta expressão é zero, sua solução estabelece os valores de d_i e θ_i (para cada junta $i = 1, \dots, n$) que satisfazem a Equação (2.5). Nos casos onde há mais de uma configuração possível, pode-se optar por diferentes soluções a partir de aproximações iniciais distintas do problema de otimização.

Adicionalmente, considera-se a adequação do objetivo de forma a acrescentar a presença do obstáculo. Para tanto, define-se um conjunto P de pontos cartesianos representando o espaço ocupado pelo robô desde a base até o efetuador, como estabelecido na Seção (3.3.2).

Em seguida, deve-se definir uma função $Q(P_i)$ que calcula a proximidade de cada ponto P_i em relação ao obstáculo. Nos exemplos estudados é considerado o volume do obstáculo, sendo seu modelo definido através da Equação (3.5).

Após o estabelecimento do modelo do manipulador e do obstáculo no espaço de trabalho, define-se a função objetivo através da equação

$$\min [(T(d, \theta).P_{base} - P_{end})^2 + \sum_i \frac{1}{D(P_i)}] \quad (6.1)$$

A primeira parcela da Equação (6.1) se refere ao posicionamento do manipulador, enquanto a segunda se refere à proximidade do obstáculo. A expressão $D(P_i)$ terá valores menores à medida que algum ponto P_i estiver se aproximando do obstáculo. Assim, o algoritmo procurará evitar esta situação, que provocaria, se verificada, um aumento no valor da função objetivo.

6.1.2 Experimento numérico

O experimento numérico apresentado a seguir considera um robô planar com quatro graus de liberdade, de acordo com os parâmetros de Denavit-Hartenberg apresentados na Tabela 6.1

Tabela 6.1 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg, (*) variável de junta.

Elemento	$a (m)$	$\alpha (rad)$	$d (m)$	$\theta (rad)$
1	3,0	0	0	θ_1^*
2	2,0	0	0	θ_2^*
3	2,0	0	0	θ_3^*
4	2,0	0	0	θ_4^*

As posições cartesianas especificadas para o posicionamento do efetuador são $P_{end} = (3, 8, 0), (5, 5, 0), (7, 3, 0)$ e $(8, 1, 0)$. O valor das coordenadas de junta para cada posição (a solução do problema de cinemática inversa) foi utilizado como ponto de partida para a determinação das coordenadas de junta do ponto posterior, supondo a base do robô fixa na origem do sistema referencial $P_{base} = (0, 0, 0)$. A determinação das coordenadas de junta que atendem a esta especificação, em um ambiente sem obstáculos, resultam nas configurações apresentadas na Figura 6.1.

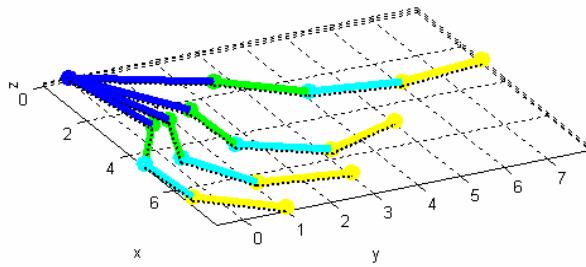


Figura 6.1 - Seqüência de configurações obtidas num ambiente sem obstáculo.

A seguir, considera-se a presença de um obstáculo com seu centro geométrico posicionado em $c_x = 4 \text{ m}$, $c_y = 1 \text{ m}$ e $c_z = 0 \text{ m}$, com respectivas dimensões dadas por $l_x = l_y = l_z = 1 \text{ m}$. A determinação da cinemática inversa, a partir da Equação (6.1), resulta nos posicionamentos sucessivos exibidos na Figura 6.2.

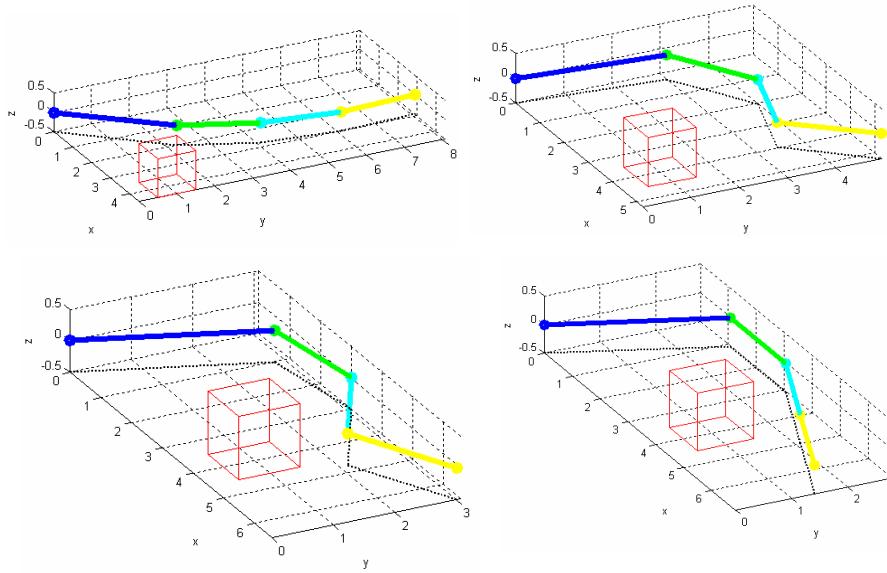


Figura 6.2 - Seqüência de configurações obtidas num ambiente com obstáculo.

O cálculo da cinemática inversa como problema de otimização permite sempre a obtenção de uma solução. Esta metodologia permite encontrar uma posição “próxima” da posição requerida, quando não for possível a determinação de ângulos que satisfaçam o posicionamento desejado e simultaneamente garanta a distância especificada até o obstáculo. Podem-se ponderar os dois termos da Equação (6.1) de forma a priorizar um ou outro objetivo parcial.

6.1.3 Conclusão

Com o objetivo de aproveitar a versatilidade característica do robô manipulador, é desejável que o planejamento de sua trajetória resulte em um movimento suave e considere a presença de obstáculos em seu espaço de trabalho.

Neste estudo foi proposta uma estratégia de movimentação livre de colisões, do ponto de vista da cinemática do sistema. A possibilidade de considerar a presença de obstáculos durante o cálculo da cinemática inversa contribui para o aumento da versatilidade intrínseca ao robô.

A modelagem do sistema (robô e espaço de trabalho) caracteriza-se pela representação de diferentes pontos do espaço euclidiano e dos elementos (que têm a posição calculada a

partir das coordenadas de junta) a partir de um referencial comum. Com o uso dos conceitos de cinemática direta e inversa, apresentou-se uma expressão que permite determinar a cinemática inversa a partir da solução de um problema de otimização. Após o estabelecimento de uma representação para o obstáculo no espaço de trabalho, define-se uma nova função objetivo que considera esta restrição durante a determinação da cinemática inversa.

Experimentos numéricos realizados confirmam a viabilidade da estratégia proposta. O enfoque de se obter a solução através de técnicas de otimização viabiliza o estudo de cenários variados, havendo a possibilidade de inclusão de novas restrições e do ajuste da prioridade no cumprimento das mesmas. A simplicidade de alteração dos parâmetros relevantes, aliado ao bom desempenho computacional verificado nos exemplos implementados, sugere a viabilidade de aplicação na análise de situações reais.

6.2 Cinemática inversa, desvio de obstáculos e manipulabilidade

A determinação da cinemática inversa do robô manipulador serial envolve o cálculo dos ângulos de junta a partir de uma posição Cartesiana e da orientação do efetuador.

O procedimento para sua determinação deve trabalhar com equações não lineares algébricas, considerando-se que não há solução analítica de forma fechada para um robô de estrutura arbitrária. Conseqüentemente, é necessário estabelecer uma forma de calcular a cinemática inversa para uma grande classe de robôs.

Quando o efetuador se move através de uma trajetória contínua, não é possível alterar de um tipo de solução para outro, arbitrariamente.

Destaca-se que, na trajetória com múltiplas soluções, elas se interceptam em pontos singulares e as soluções podem ser alternadas somente nestes pontos. O ponto singular de um mecanismo robótico é definido como os pontos singulares de uma função implícita, que são os ângulos de junta para os quais a matriz Jacobiana não tem posto completo (Fun *et al*, 1987). Além disso, os pontos singulares podem trazer dificuldades de controle e pouca precisão associada ao posicionamento do robô.

Outro aspecto relevante é que, quando se trabalha em um ambiente complexo, o manipulador pode ser sujeito a trabalhar dentro de um espaço restrito, envolvendo funções de restrições laterais (como paredes e piso), e por restrições internas (como a geometria do objeto manipulado).

Por este motivo, no presente estudo é proposta uma metodologia numérica para calcular a cinemática inversa de um robô serial de estrutura geral, considerando simultaneamente a precisão de seu posicionamento, a manipulabilidade, e o desvio de obstáculo.

6.2.1 Formulação matemática do sistema

A especificação de um valor de referência para o desvio do obstáculo e a medida de manipulabilidade são aspectos de grande importância na construção da função objetivo multicritério. Para considerar simultaneamente os seguintes objetivos: manipulabilidade, Equação (2.14), desvio de obstáculo, Equação (4.6), e erro de posicionamento do efetuador, Equação (2.6), é proposta a seguinte função objetivo escalar

$$f_9(q) = k_1 \frac{f_1}{f_1^0} + k_2 \frac{f_8}{f_8^0} + k_3 \frac{f_0}{f_0^0} \quad (6.2)$$

onde f_1 , f_8 e f_0 são definidas pelas Equações (2.14), (4.6) e (2.6), respectivamente. As constantes $k_1=1$, $k_2=1$ e $k_3=100$ significam que é dada maior prioridade ao erro de posicionamento do efetuador, ao se comparar este com os demais objetivos considerados.

Observa-se que é possível estender esta formulação para considerar aspectos cinemáticos e dinâmicos do manipulador. Entretanto, isto requer a consideração do planejamento da trajetória, além da determinação da cinemática inversa.

Iniciando com $f_1^0=1$, $f_8^0=1$ e $f_0^0=1$, realiza-se a otimização local da Equação (2.13).

O valor q^* ótimo resulta em três valores de referência $f_1^0=f_1(q^*)$, $f_8^0=f_8(q^*)$, $f_0^0=f_0(q^*)$, e $q=q^*$. Este procedimento será denominado “estágio I” no decorrer do trabalho.

Em seguida, f_i^0 e q são atualizados, e o “estágio II” calcula o mínimo da Equação (6.2). Isto corresponde à fase I do processo *tunneling*, conforme apresentado anteriormente.

No ponto q inicial, $f_9(q) = 1 + 1 + 100 f_0^0$. Se o erro de posicionamento do efetuador é $f_0^0 = 0.001 \text{ m}$, então $f_9(q) = 3$. Isto pode ser ajustado pela alteração do valor de k_3 na Equação (6.2).

Em seguida, na fase II do *tunneling*, é obtido um novo ponto inicial pela Equação (3.39). Retornando agora à fase I, encontra-se um novo mínimo local q^* . Se $f_0(q^*) < 0,001 \text{ m}$,

então as fases I e II são encerradas. Caso contrário, o procedimento é repetido até que o número máximo de iterações seja atingido. Isto compreende o “estágio III” do problema de cinemática inversa.

No final do estágio III, o q^* ótimo resulta em novos valores de referência, a saber:

$$f_1^0 = f_1(q^*), f_8^0 = f_8(q^*), f_0^0 = f_0(q^*), \text{ e } q = q^*.$$

Finalmente, no “estágio IV” realiza-se a otimização local da Equação (2.6) (iniciando com a configuração q obtida acima) como tentativa de melhorar ainda mais o posicionamento do efetuador.

6.2.2 Resultados numéricos

As aplicações a seguir estão relacionadas ao manipulador tridimensional Elbow redundante, contendo quatro juntas rotacionais para as ligações e duas juntas rotacionais para o efetuador. Cada ângulo rotacional é limitado a $\theta_i = [-3,13, 3,13] \text{ rad}$, $i=1,\dots,6$. Os parâmetros de Denavit-Hartenberg para o manipulador são apresentados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	0	1,57	1	θ_1
2	1	0	0	θ_2
3	1	0	0	θ_3
4	1	0	0	θ_4
5	0	-1,57	0,001	θ_5
6	0,2	0	0	θ_6

O estudo a seguir se refere à presença de um obstáculo no espaço de trabalho. As coordenadas de junta são definidas como $q = (\theta_1, \dots, \theta_6) = (\theta, \dots, \theta) \text{ rad}$ e usadas como aproximação inicial para o processo de otimização. A posição final requerida para o efetuador é definida por $P_{end} = (2, 1,5, 1)^T$; sua orientação é especificada como sendo paralela ao vetor $0\vec{i} - 2\vec{j} + 0\vec{k}$. Um obstáculo de formato cúbico cujo centro está posicionado em $P_{obs} = (1, 1, 0,5)^T$ é considerado neste caso. As dimensões do cubo são: $l_x = l_y = l_z = 0,5 \text{ m}$.

Iniciando pelo estágio I, a otimização local resulta em um mínimo q^* que tem o valor 0,000007 m de erro de posicionamento do efetuador. Entretanto, esta configuração resulta no

valor de desvio de obstáculo de 0,004465, o que significa uma posição na qual o manipulador colide com o obstáculo.

Isto é representado graficamente na Figura 6.3, a partir de diferentes perspectivas.

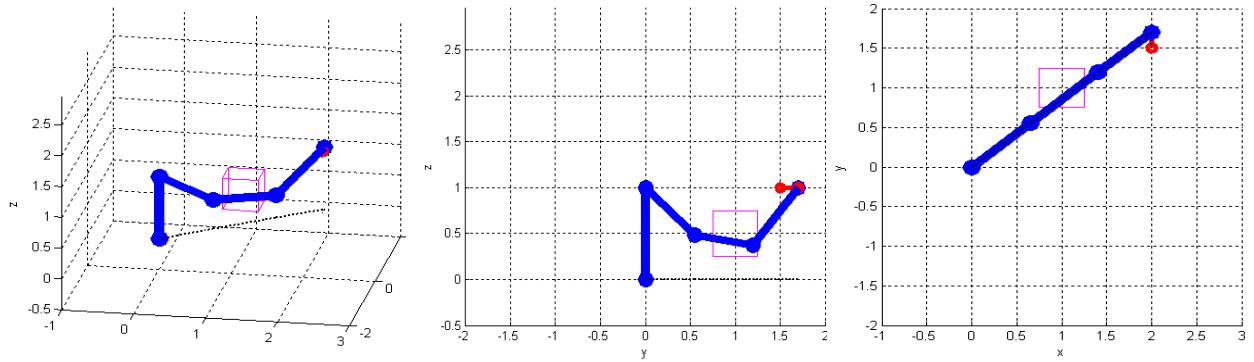


Figura 6.3 - Diferentes perspectivas da configuração do robô antes da otimização global.

No estágio II, a otimização da Equação (6.2) resulta em coordenadas de junta que são bem sucedidas quanto ao desvio do obstáculo (valor do índice de desvio do obstáculo $f_1=16,685383$). Entretanto, esta configuração não corresponde ao erro requerido de posicionamento do efetuador ($f_3=1,803943\text{ m}$). Então, aplicando o processo de *tunneling* à Equação (6.2) no estágio III, o índice de desempenho é gradualmente melhorado. O erro de posicionamento correspondente do efetuador é apresentado na Figura 6.4.

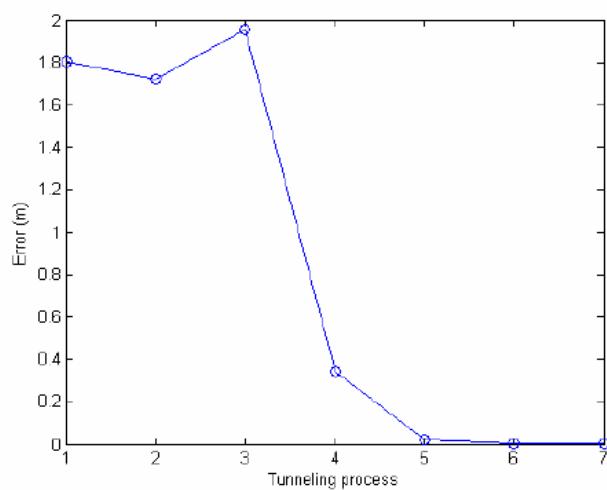


Figura 6.4 - Erro de posicionamento do efetuador durante o processo de *tunneling*.

Houve decréscimo do erro associado ao posicionamento do efetuador de $1,803943\text{ m}$ para $0,000080\text{ m}$, e alteração do índice de desvio de obstáculo de $16,685383$ para $5,713365$. Isto significa que a precisão requerida foi atingida (menor que 0.001 m), e houve o necessário desvio do obstáculo, conforme apresentado na Figura 6.5.

Deve-se destacar que o erro de posicionamento do efetuador é o elemento mais importante do vetor da função objetivo durante o processo (conforme caracterizado por k_3 na Equação (6.2)). Isto se deve ao fato de que, no contexto considerado, se o efetuador não é capaz de atingir a posição prescrita, os demais critérios se tornam irrelevantes. Além disso, considera-se que, para as situações apresentadas na presente contribuição, o desvio de obstáculos e o desvio de configurações singulares são sempre possíveis.

Finalmente, o estágio IV é executado, através da otimização local da Equação (2.25) para assegurar a obtenção da melhor configuração de coordenadas de junta, do ponto de vista do posicionamento do efetuador.

Os valores das diferentes funções objetivo calculados em cada estágio da otimização são apresentados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Valor ótimo da função objetivo em cada estágio da otimização.

Objetivo	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio IV
Erro do efet. (m)	0,000007	1,803943	0,000080	0,000019
Desvio do obs.	0,004465	16,685383	5,713365	5,711341
Manipulabilidade	5,525034	3,532457	5,510794	5,511039

Ao final do processo, as especificações de posicionamento e orientação foram atingidas ($f_1(q^*) = 0,000080\text{ m}$), enquanto se garante o desvio efetivo do obstáculo (Figura 3) e a medida de manipulabilidade permanece próxima do seu valor original ($f_2(q^*) = 5,510794$).

A configuração resultante é apresentada graficamente pela Figura 6.5, conforme diferentes perspectivas.

Deve-se destacar que o uso da Equação (2.25) no estágio IV não interfere nos demais objetivos, visto que seu uso provê alterações mínimas no valor das coordenadas de junta, conforme apresentado na Tabela 6.4.

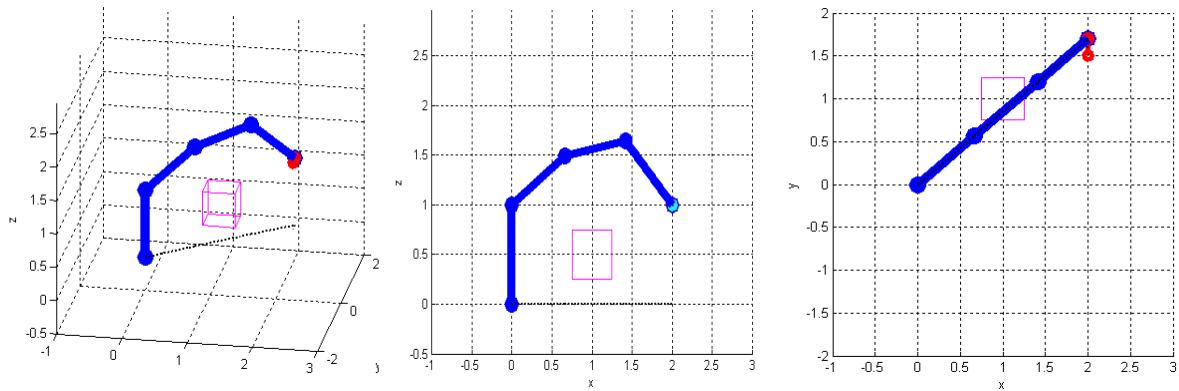


Figura 6.5 - Diferentes perspectivas da configuração do robô após a otimização global.

Tabela 6.4 - Valores ótimos das coordenadas de junta em cada estágio da otimização.

Var. junta	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio IV
θ_1 (rad)	0,704875	3,130000	-2,437497	-2,437479
θ_2 (rad)	-0,548237	2,692627	2,629213	2,629009
θ_3 (rad)	0,440053	1,973044	0,358217	0,358654
θ_4 (rad)	0,788651	-2,104774	0,853581	0,853337
θ_5 (rad)	-0,680450	-2,636178	2,441998	2,442225
θ_6 (rad)	-2,275657	3,130000	0,866454	0,866642

O estudo a seguir se refere à presença de múltiplos obstáculos no espaço de trabalho. O valor das coordenadas de junta foram inicialmente definidos como $q=(\theta_1, \dots, \theta_6) = (0, \dots, 0)$ rad. Este valor foi utilizado como aproximação inicial para o processo de otimização. A posição requerida para o efetuador foi especificada como $P_{end}=(1,5, 0, 1,5)^T$; a orientação correspondente foi definida como sendo paralela ao vetor $0\vec{i} + 0\vec{j} - 0.2\vec{k}$. Considera-se a presença de dois obstáculos cúbicos, localizados em $P_{obs1}=(1, 0, 1)^T$ e $P_{obs2}=(2, 0, 1)^T$, cujas dimensões são as seguintes: $l_x = l_y = l_z = 0,5$ m.

Iniciando o estágio I, a otimização local da Equação (2.25) resulta em um valor ótimo q^* , com o correspondente erro de posicionamento do efetuador de 0,282660 m, e índice de desvio de obstáculo de 0,524480. Estes valores significam que o posicionamento é satisfatório, mas o erro de orientação do efetuador ainda não é aceitável (o efetuador não é paralelo ao vetor especificado). Esta configuração é apresentada na Figura 6.6, conforme diferentes perspectivas.

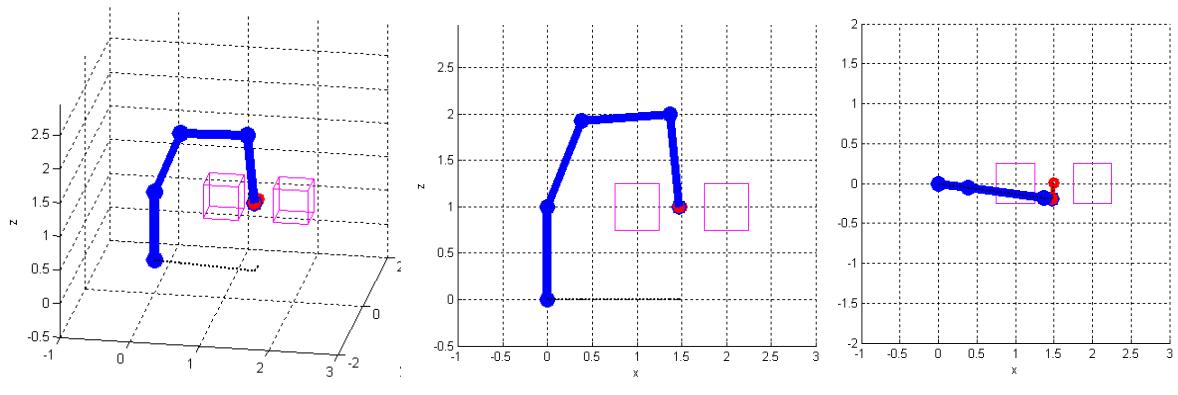


Figura 6.6 - Diferentes perspectivas da configuração do robô antes da otimização global.

No estágio II a otimização da Equação (6.2) resulta em coordenadas de junta que desviaram dos dois obstáculos (o valor do índice de desvio de obstáculo é $f_1=0.616375$). Entretanto, o posicionamento resultante do efetuador está distante do aceitável (erro $f_3=1.170248\text{ m}$). Então, aplicando a estratégia de *tunneling* à Equação (6.2) - estágio III – o índice de performance é gradualmente melhorado, como ilustrado na Figura 6.7.

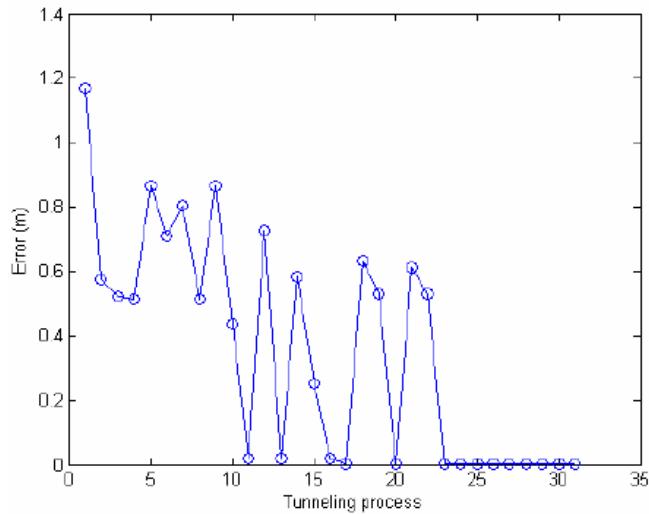


Figura 6.7 - Erro de posicionamento do efetuador durante o processo *tunneling*.

Pode-se observar que o erro do efetuador é reduzido de $1,170248\text{ m}$ para $0,002160\text{ m}$, já o índice de desvio do obstáculo é alterado de $0,616375$ para $0,449887$.

Ao final, o estágio IV é executado para uma melhora adicional do posicionamento do efetuador, através da otimização local da Equação (2.25). A configuração ótima final é apresentada na Figura 6.8.

Os valores dos índices de desempenho obtidos em cada estágio são apresentados na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 - Valor ótimo da função objetivo em cada estágio da otimização.

Objetivo	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio IV
Erro do efetuador (m)	0,282660	1,170248	0,002160	0,002160
Desvio de obstáculo	0,524480	0,616375	0,449887	0,419131
Manipulabilidade	3,393904	1,245594	3,918186	3,922279

Ao final, são obtidas especificações de posicionamento e orientação satisfatórias ($f_1(q^*) = 0,002160 \text{ m}$), enquanto o requisito de desvio de obstáculo é atendido (Figura 6.8) e a medida de manipulabilidade aumenta pouco em relação ao seu valor inicial ($f_2(q^*) = 3.922279$).

A configuração de coordenada de junta resultante q^* é apresentada na Figura 6.8, conforme diferentes perspectivas.

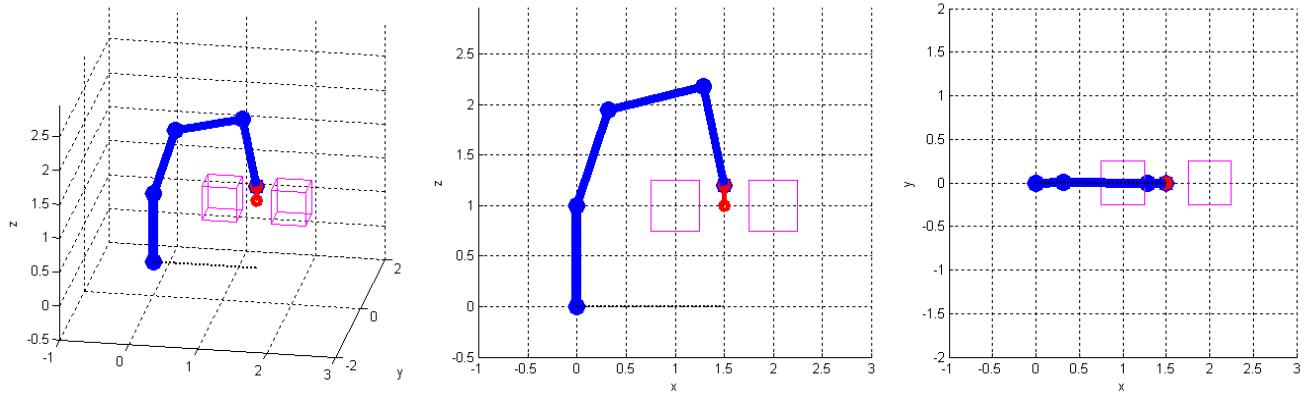


Figura 6.8 - Diferentes perspectivas da configuração do robô após a otimização global.

Neste caso, o estágio IV não melhorou o posicionamento do efetuador através do ajuste das coordenadas de junta, conforme apresentado na Tabela 6.5. Isto significa que a configuração do robô já é ótima do ponto de vista do efetuador.

Será adicionada complexidade ao problema anterior, através da inclusão de um novo obstáculo em $P_{obs3} = (0, 0, 2)^T$, cujas dimensões são $l_x = l_y = l_z = 1.0 \text{ m}$.

As coordenadas de junta iniciais são $q = (\theta_1, \dots, \theta_6) = (0, \dots, 0) \text{ rad}$. A posição do efetuador é especificada como $P_{end} = (1,5, 0, 1,5)^T$, com orientação paralela ao vetor $0,2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

Executando o cálculo proposto do estágio I ao estágio IV, a medida de manipulabilidade é aumentada de 2,612373 para 2,799564 com o bem sucedido desvio do obstáculo, resultando um erro do efetuador de 0,002090 m . Os valores obtidos a cada estágio são apresentados na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Valores ótimos das variáveis de projeto em cada estágio da otimização.

Elemento	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio IV
θ_1 (rad)	-0,133013	2,265585	-0,000879	-0,000879
θ_2 (rad)	1,175228	3,129999	1,246251	1,246251
θ_3 (rad)	-1,102828	-1,589966	-1,013854	-1,013854
θ_4 (rad)	-1,540756	3,130000	-1,593614	-1,593614
θ_5 (rad)	-1,725096	3,130000	2,931801	2,931801
θ_6 (rad)	1,579390	-2,509399	3,130000	3,130000

Tabela 6.7 - Valor ótimo da função objetivo em cada estágio da otimização.

Objetivo	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio IV
Erro do efetuador (m)	0,000007	1,138629	0,002090	0,002090
Desvio do obstáculo	0,025084	2,453597	0,308475	0,308372
Manipulabilidade	2,612373	2,069408	2,799381	2,799564

As configurações correspondentes aos casos “antes” e “após” a otimização global (estágios I e IV, respectivamente) são apresentadas na Figura 6.9.

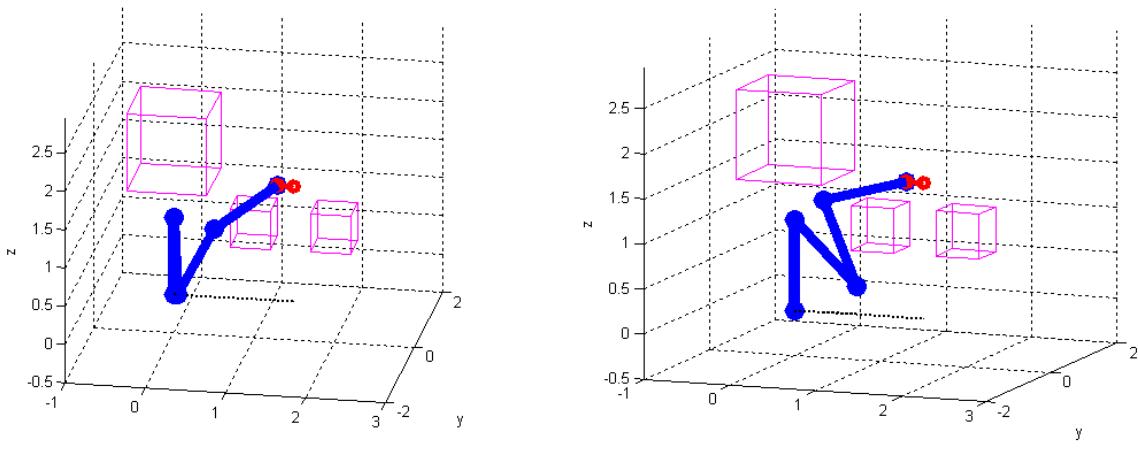


Figura 6.9 - Configurações do robô antes e após o processo de otimização global.

Em todos os exemplos precedentes a configuração de junta inicial correspondeu a $q=(0, \dots, 0)$. Este é um valor aceitável para a aproximação inicial quando não há outra

informação disponível. Além do mais, em muitas situações o objetivo é simplesmente melhorar uma arquitetura existente. Isto pode ser facilmente obtido através do uso da habilidade do otimizador local usado na metodologia proposta.

Além disto, várias configurações podem ser obtidas alterando-se o valor inicial de q . Como exemplo, seja $q = (\theta_1, \dots, \theta_6) = (0, -1, 1, 1, 0, 0)$ e todos os outros parâmetros mantidos como anteriormente. Executando a análise proposta, os valores finais das coordenadas de junta, dados por q^* , resultam na medida de manipulabilidade $f_2 = 2,759227$, valor do desvio de obstáculo $f_1 = 0,063078$ e erro de posicionamento do efetuador $f_3 = 0,002090$ m.

As configurações correspondentes a “antes” e “após” a otimização global são apresentadas na Figura 6.10.

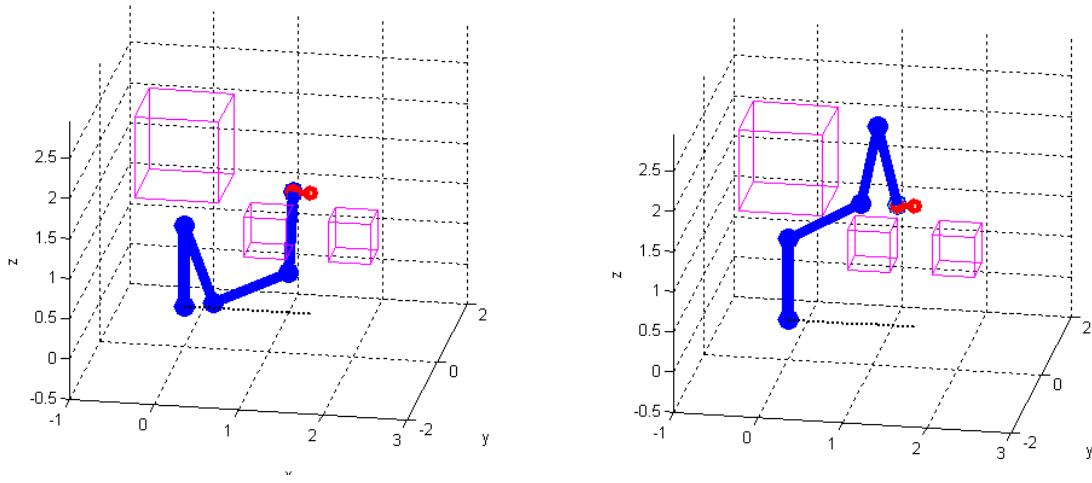


Figura 6.10 - Configuração do robô antes e após o processo de otimização global.

Apesar da viabilidade do posicionamento geométrico, ao se comparar o novo resultado numérico com o anterior, (Tabela 6.7), pode-se constatar que os valores são menores ou iguais aos anteriores. Isto significa que o índice de desempenho é maior, o que não é desejável na maioria das situações.

Como comentado anteriormente, pontos iniciais diferentes podem levar a diferentes configurações do robô. Este comportamento é positivo em relação ao projeto do robô.

Pode acontecer que, no planejamento do caminho do robô, o verdadeiro mínimo global não seja a melhor solução devido ao fato de que ele pode estar associado à descontinuidade do movimento. A presente metodologia é capaz de tratar com estes casos complexos, levando a resultados aceitáveis.

6.2.3 Conclusão

Este estudo apresentou uma metodologia para obter a solução da cinemática inversa para robôs manipuladores seriais. A principal característica da estratégia proposta é a formulação do problema inverso como um problema de otimização. Esta abordagem permite a análise simultânea de várias funções objetivo, mantendo a atenção no posicionamento do efetuador.

Para este propósito, várias funções objetivo foram usadas para construir um índice de performance escalar que deve ser minimizado considerando requisitos conflitantes. O usuário, de acordo com cada aplicação específica, pode alterar os fatores de ponderação e os fatores de escala.

A metodologia tem desempenho satisfatório em casos de aplicações com desvio de obstáculos tridimensionais e consideração da manipulabilidade do sistema.

Apesar do uso de um algoritmo que tem a tendência de estabelecer uma seqüência de resultados associados a valores decrescentes da função objetivo (*tunneling*) o erro de posicionamento do efetuador pode aumentar em alguns casos. Este comportamento se deve à própria natureza do problema de programação multicritério.

Deste modo, o projetista pode considerar a possibilidade de aumentar ou diminuir o valor da ponderação de cada função objetivo para uma aplicação específica, e verificar se este procedimento leva a melhores resultados do ponto de vista da engenharia.

Além disso, deve-se destacar que a presente metodologia considera a possibilidade de colisão para o manipulador como um todo (considera-se o contorno do robô), e não somente para o efetuador. Este aspecto, associado ao fato de que diferentes aproximações iniciais podem resultar em diferentes configurações do robô, possibilita a escolha de projetos alternativos, mantendo o mesmo erro de posicionamento (ou quase o mesmo) do efetuador. O autor considera que esta é uma característica interessante a ser explorada no projeto do planejamento de trajetórias.

Em relação ao estudo do planejamento de trajetórias, a configuração dada pelo mínimo global algumas vezes não pode ser usada devido à descontinuidade do movimento associado. A presente metodologia é capaz de calcular projetos factíveis sub-ótimos (do ponto de vista da trajetória). A metodologia proposta pode ser estendida para incluir a dinâmica do robô em estudos do planejamento de trajetória.

6.3 Tempo e derivada da aceleração (jerk)

Um critério de desempenho comumente utilizado para análise de desempenho é o tempo gasto para a realização de uma tarefa. Em um ambiente industrial altamente competitivo, onde os movimentos são repetitivos, a diminuição ainda que pequena do tempo necessário para a realização de uma atividade específica pode resultar num aumento significativo de produtividade (Constantinescu and Croft., 2000).

Além do fator tempo, deve-se lembrar também que a movimentação do robô deve atender a restrições mecânicas. É desejável que seu movimento seja suave, evitando alterações bruscas de direção e velocidade. Isto porque movimentos bruscos podem comprometer não somente a estrutura mecânica do robô, como também a qualidade dos produtos que se está manipulando ou a tarefa que se está executando (Cao *et al.*, 1994). Além disso, existem obviamente restrições quanto à quantidade de energia possível de ser introduzida no sistema através dos atuadores.

Neste estudo propõe-se uma estratégia que minimiza o tempo necessário para a realização do movimento de um robô manipulador, considerando restrições de posicionamento, máxima derivada da aceleração admitida e suavidade do movimento.

O valor das coordenadas de junta para posição, velocidade, deslocamento e derivada da aceleração é obtido a partir da interpolação realizada usando um polinômio do tipo *b-spline* cúbica. Assim, informados o tempo e as coordenadas de junta, (t_i, θ_{ij}) , que são os pontos de controle, obtém-se o valor correspondente nos demais instantes de tempo desejados.

A cada iteração do processo de otimização deve-se realizar uma nova interpolação, pois as variáveis de projeto t_i são ajustadas na busca do valor mínimo da derivada da aceleração.

6.3.1 Formulação

Pretende-se determinar um movimento que atenda às especificações cartesianas da trajetória, seja suave e ainda que garanta que a derivada da aceleração seja menor que um valor máximo pré-estabelecido. A análise do tempo mínimo no qual se pode realizar esta

tarefa é realizada através da otimização do tempo total e do valor máximo da derivada da aceleração.

Dados o tempo inicial $t_{inicial}$, o tempo final t_{final} , o ângulo mínimo, θ_{minimo} e o ângulo máximo, θ_{maximo} , de cada junta j de um robô manipulador, define-se um conjunto de m pontos $P_i(x,y,z)$, $i=1, \dots, m$, em coordenadas cartesianas, onde se deseja posicionar o efetuador do robô.

Supondo o conjunto de tempos disponíveis para o posicionamento em cada ponto P_i igualmente distribuídos dentro do intervalo de tempo proposto, define-se $\Delta t = (t_{final} - t_{inicial})/m$, e os intervalos de tempo $t_1 = t_{inicial}$, $t_2 = t_1 + \Delta t$, $t_3 = t_2 + \Delta t$, ..., $t_{m-1} = t_{m-2} + \Delta t$ e $t_m = t_{final}$.

Pode-se verificar que esta distribuição do tempo não é a que representa a melhor configuração na grande maioria dos casos, principalmente em situações onde as posições cartesianas P_i não são eqüidistantes. Entretanto, como será visto a seguir, ela é utilizada somente como aproximação inicial para o problema de otimização.

Definidos os tempos, é associado a cada um deles um posicionamento P_i , resultando em um conjunto de pares ordenados da forma (t_i, P_i) .

A análise do posicionamento do robô é realizada em função de suas n coordenadas de junta. Por este motivo, o conjunto (t_i, P_i) é reescrito da forma $(t_i, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{in}) = (t_i, \theta_{ij})$ onde θ_{ij} representa o ângulo de cada junta j do robô manipulador no instante de tempo i . Tem-se assim (t_i, θ_{ij}) , $i=1, \dots, m$, $j=1, \dots, n$, um conjunto de $n \times m$ pontos cartesianos especificados em n coordenadas de junta e os respectivos m instantes de posicionamento.

Na metodologia proposta, o primeiro passo é determinar uma trajetória possível para o movimento do robô. Isto é obtido através da interpolação dos pontos especificados em coordenadas de junta por funções de interpolação *b-splines* cúbicas. A utilização desta técnica é amplamente difundida na literatura por assegurar a suavidade da função através da continuidade de sua derivada.

Após a obtenção de uma trajetória, procura-se ajustar os intervalos de tempo t_i (que inicialmente é o mesmo para cada coordenada, θ_{ij} , especificada) a fim de diminuir a exigência do valor máximo da derivada da aceleração (em módulo) necessário para a realização de cada movimento.

Este problema pode ser escrito como um problema de otimização através da função objetivo

$$f_{11} = \min_{1 \leq i \leq m} \left(\max_{1 \leq j \leq n} (f_{10}(t_i, \theta_{ij})^2) \right), \quad t_{inicial} \leq t_i \leq t_{final} \quad (6.3)$$

onde $f_{10}(t_i, \theta_{ij}) = \frac{\partial^3 f}{\partial \theta_j^3}(t_i, \theta_{ij})$ representa a derivada da aceleração de cada junta j no instante i .

Seja $f_{11}(t_i, \theta_{ij})$ o valor máximo da derivada da aceleração exigido para a junta θ_{ij} para o posicionamento do efetuador em P_i no intervalo de tempo t_i . Tem-se então a distribuição ótima de tempo para realização do movimento no intervalo de tempo $t_{inicial} \leq t_i \leq t_{final}$, ou seja, a configuração de tempo obtida resulta no valor mínimo (em módulo) do maior valor da derivada da aceleração exigido.

Deve-se agora analisar se o tempo final é o menor possível, sendo determinado segundo o seguinte critério: caso o valor máximo da derivada da aceleração seja maior que o inicialmente estabelecido, deve-se aumentar o tempo total ($t_{final} - t_{inicial}$) previsto para a realização do movimento; caso seja menor, pode-se reduzir o tempo total disponível.

Este objetivo pode ser especificado como um problema de otimização

$$f_{12} = \min [f_{11}(t_i, \theta_{ij}) + (t_{final} - t_{inicial})^2] \quad (6.4)$$

No final desta etapa será determinado o intervalo de tempo para o qual o maior valor da derivada da aceleração exigido atende a especificação inicial, além da distribuição ótima de intervalos de tempo, para a qual o valor máximo de tal derivada é o menor possível dentro do tempo previsto.

Além disso, deve-se destacar que a especificação do movimento atende a critérios de suavidade, pois as coordenadas são obtidas através de funções de interpolação do tipo *spline*.

6.3.2 Resultado numérico

O exemplo a seguir utiliza um manipulador planar com 3 *links*, cujos parâmetros de Denavit-Hartenberg são apresentados na Tabela 6.8.

Tabela 6.8 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg, (*) variável de junta.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	1,0	0,0	0,0	θ_1^*
2	1,0	0,0	0,0	θ_2^*
3	1,0	0,0	0,0	θ_3^*

A origem do manipulador está no ponto (0,0,0), o efetuador na posição (0, 3, 0) e são especificados os seguintes pontos (Tabela 6.9) de controle:

Tabela 6.9 - Coordenadas de referência.

Posição Cartesiana (m)	Variável de junta ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) (rad)
(0, 3, 0)	(1,564, 0,024, -0,027)
(1, 2, 0)	(1,934, -0,735, -1,066)
(2, 1, 0)	(1,344, -0,852, -0,956)
(3, 0, 0)	(0,005, -0,010, 0,005)
(2, -1, 0)	(0,374, -0,760, -1,042)
(1, -2, 0)	(-0,222, -0,861, -0,948)
(0, -3, 0)	(-1,559, -0,027, 0,020)

Além disso, são estabelecidos (de forma arbitrária) os parâmetros $t_{inicial} = 0$ s, $t_{final} = 5$ s e valor máximo da derivada da aceleração = 1 rad/s³. A partir destas especificações deve-se determinar o menor tempo t_{final} para o qual a derivada acima mencionada não exceda o limite estabelecido. Isto é feito através da determinação do tempo ideal de transição entre os pontos de controle, resultando em uma trajetória que não contém variações bruscas.

Ao se realizar a interpolação, onde cada tempo de transição é definido como $\Delta t_i = (t_{final}-t_{inicial})/7$, obtém-se a trajetória definida pela Figura 6.11.

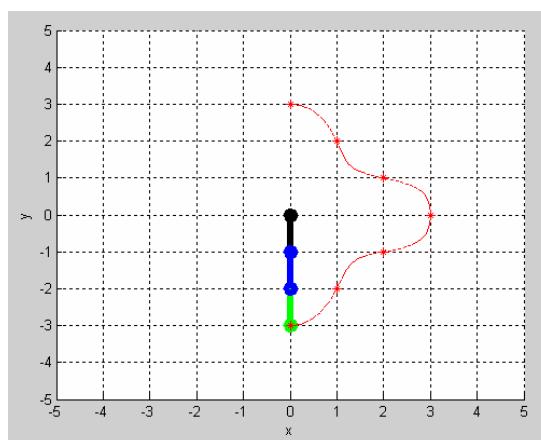


Figura 6.11 - Posição especificada (*) e trajetória obtida (-).

A determinação de diferentes valores para o tempo final, t_{final} , não leva a alterações na especificação da posição dada pela trajetória.

O ângulo das coordenadas de junta θ_{ij} para cada junta $j=1,2,3$ e a derivada da aceleração associada, durante o intervalo de tempo $0 \leq i \leq 5$, são apresentados na Figura 6.12.

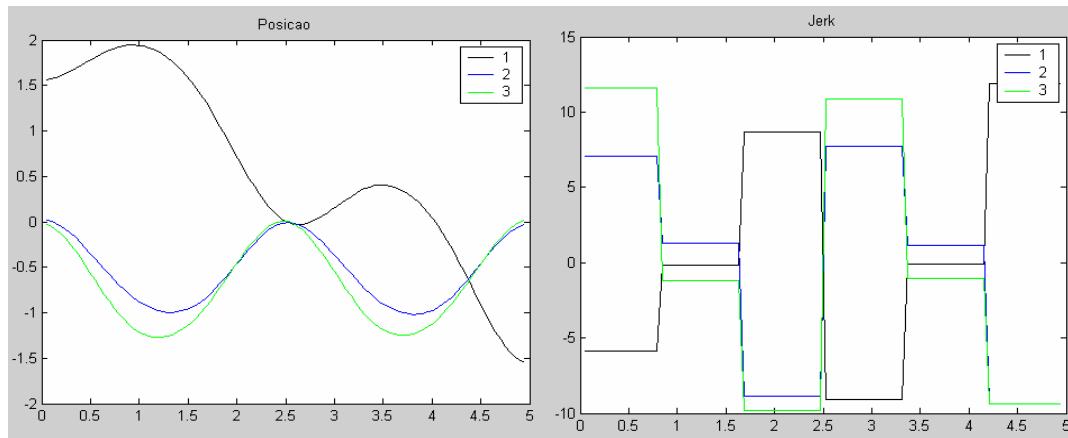


Figura 6.12 - Ângulo das coordenadas de junta (rad) e a respectiva derivada da aceleração (rad/s^3).

Ao analisar as exigências para realização do movimento, obtém-se a tabela abaixo com os valores mínimos e máximos de posição, velocidade, aceleração e derivada da aceleração para o tempo final $t_{final} = 5 \text{ s}$.

Tabela 6.10 - Valores mínimos e máximos requeridos.

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA					
GRAU DO POLINOMIO: 3					
PONTOS INFORMADOS: 7					
PONTOS INTERPOLADOS: 100					
Junta	Des.(rad)	Vel.(rad/s)	Ace.(rad/s ²)	Jer.(rad/s ³)	
1 MIN	-1,5508	-2,1543	-2,7330	-9,0668	
1 MAX	1,9446	0,7751	6,5775	11,8794	
2 MIN	-1,0179	-1,2437	-4,5592	-9,4064	
2 MAX	0,0192	1,3374	2,8043	7,7349	
3 MIN	-1,2698	-1,6658	-5,6496	-9,8293	
3 MAX	0,0138	1,5785	3,4220	11,5862	

O valor máximo da derivada da aceleração observado para a junta 1 é 11.8709 rad/s^3 , bem superior ao limite especificado de 1.0 rad/s^3 . Realizando a redistribuição dos intervalos de tempo, ou seja alterando os valores de t_i de 0,000, 0,833, 1,666, 2,500, 3,333, 4,166 e

5,000, para 0,000, 1,078, 1,519, 2,450, 3,529, 4,019 e 5,000 segundos, obtém-se os novos valores apresentados na Tabela 6.11.

Tabela 6.11 - Valores mínimos e máximos requeridos

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA						
GRAU DO POLINOMIO: 3						
PONTOS INFORMADOS: 7						
PONTOS INTERPOLADOS: 100						
Junta		Des.(rad)	Vel.(rad/s)	Ace.(rad/s ²)	Jer.(rad/s ³)	
1	MIN	-1,5535	-1,8709	-4,2100	-7,5424	
1	MAX	1,9864	0,7080	4,4851	7,7390	
2	MIN	-0,8963	-1,0345	-3,8802	-7,8075	
2	MAX	0,0210	1,1863	3,4811	5,2900	
3	MIN	-1,0976	-1,3477	-4,3376	-7,7079	
3	MAX	0,0151	1,3650	3,5785	7,5038	

Pode-se observar que, apesar do valor máximo da derivada da aceleração ter sido reduzido para $7,7390 \text{ rad/s}^3$, ainda não satisfaz a especificação prevista. Após a aplicação da metodologia proposta ao problema inicial, obtém-se uma configuração que atende às especificações previstas (inclusive quanto ao valor máximo do *jerk*), sendo obtido também o tempo mínimo para sua realização. A trajetória resultante é apresentada na Figura 6.13, e as respectivas coordenadas de junta são apresentadas na Figura 6.14.

Deste planejamento resulta, portanto, uma exigência sobre o valor da derivada da aceleração que não excede o máximo estipulado de $1,0 \text{ rad/s}^3$, conforme a Figura 6.15. Os valores máximos resultantes desta nova configuração são apresentados na Tabela 6.12.

A distribuição de tempo ótima para a realização desta tarefa é $t_i = 0,000, 2,139, 3,014, 4,862, 7,002, 7,974$ e $t_i = 9,920$ segundos, respectivamente. Destes valores observa-se que os tempos não são mais igualmente espaçados. O ajuste dos intervalos acontece de forma a atender aos requisitos impostos pelo problema.

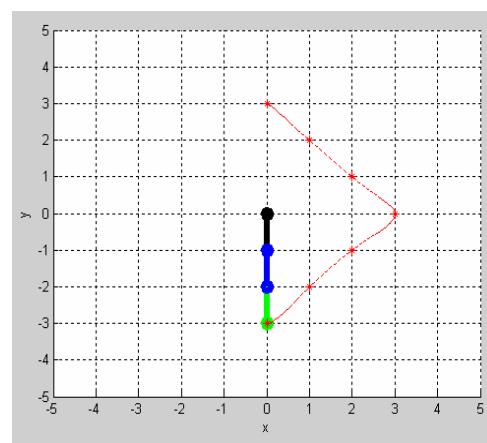


Figura 6.13 - Posição especificada (*) e trajetória obtida (-).

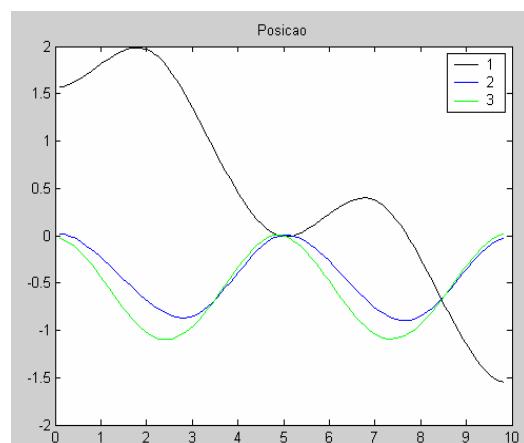


Figura 6.14 - Ângulo das coordenadas de junta (rad/s).

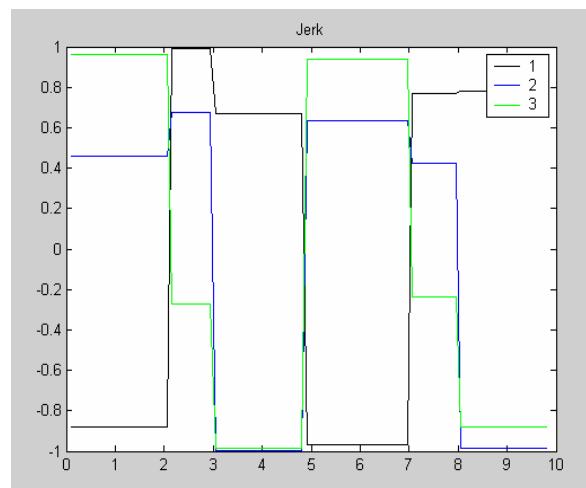


Figura 6.15 - Derivada da aceleração das coordenadas de junta (rad/s³).

Tabela 6.12 - Valores mínimos e máximos requeridos.

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA					
GRAU DO POLINOMIO: 3					
PONTOS INFORMADOS: 7					
PONTOS INTERPOLADOS: 100					
Junta		Des.(rad)	Vel.(rad/s)	Ace.(rad/s ²)	Jer.(rad/s ³)
1	MIN	-1,5535	-0,9430	-1,0695	-0,9658
1	MAX	1,9864	0,3568	1,1393	0,9910
2	MIN	-0,8963	-0,5214	-0,9857	-0,9997
2	MAX	0,0210	0,5979	0,8844	0,6774
3	MIN	-1,0976	-0,6793	-1,1020	-0,9870
3	MAX	0,0151	0,6880	0,9091	0,9609

6.3.3 Conclusão

Neste estudo apresentou-se uma metodologia para a especificação de trajetória de um robô manipulador, do ponto de vista de sua cinemática. A trajetória considera a existência de pontos intermediários entre a posição inicial e final que devem ser alcançados durante o movimento. Além do critério do tempo mínimo, critérios de suavidade da trajetória e restrição do valor da derivada da aceleração abaixo de um valor máximo foram considerados.

Inicialmente foi estabelecida uma função objetivo que descreve a situação apresentada, sendo que a análise é dividida em dois subproblemas: determinar a distribuição de tempo ótima entre os diversos pontos de controle considerando o tempo total fixo e, em seguida, ajustar o tempo total a partir de informações sobre o valor máximo da derivada da aceleração permitido.

Esta abordagem permite a análise independente do tempo total e dos tempos intermediários.

Ao final, obtém-se o tempo total ótimo e os tempos intermediários associados. A formulação do problema de otimização viabiliza o estudo de cenários variados devido à simplicidade de alteração dos parâmetros relevantes, além do bom desempenho computacional (sempre menor que 30 segundos para os casos testados).

CAPÍTULO VII

PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS QUE OTIMIZAM CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

A seção 7.1 apresenta um estudo sobre o torque máximo em ambiente sem restrição. Utiliza-se a formulação de controle ótimo para minimizar o valor máximo do torque durante a execução do movimento entre os pontos inicial e final estabelecidos. O vetor de controle contém informações sobre a aceleração, e o vetor de estado representa a posição e o torque associados.

A comparação entre os valores do torque inicial e final permite constatar uma maior não linearidade após o processo de otimização. Isto se deve à tentativa do sistema em utilizar componentes de inércia para melhorar o desempenho geral.

O resultado numérico comprova a eficiência da metodologia proposta para a redução do valor máximo do torque necessário durante o movimento.

A seção 7.2 estuda a situação onde o torque e potência mecânica são considerados simultaneamente em ambiente sem restrição. Realiza-se a determinação da trajetória através de técnicas de controle ótimo, onde o vetor de controle contém a velocidade, e o vetor de estado contém informações sobre a posição e o torque associados.

O índice de desempenho é definido através de uma formulação multiobjetivo que considera a potência mecânica e o torque acumulado durante o movimento. Apresenta-se uma análise sobre a influência de diferentes fatores de ponderação na obtenção do resultado ótimo.

Deste estudo, conclui-se que a formulação proposta é apropriada tanto para a redução da potência mecânica e torque associado ao movimento, quanto para a manutenção dos valores de posição e torque em níveis próximos àqueles obtidos a partir da interpolação.

Outro ponto favorável na análise dos resultados é o fato de que a expressão que inclui a energia inibe o crescimento dos níveis de torque, principalmente nos momentos em que a velocidade tem valores próximos de zero.

A seção 7.3 apresenta uma análise sobre o posicionamento da tarefa a ser realizada. A posição do efetuador é fixada em relação a um referencial e descrita como uma seqüência de pontos Cartesianos. O processo de otimização aplica transformações de corpo rígido neste conjunto de pontos, de forma a obter uma seqüência ótima de posições cinemáticas para o robô.

O posicionamento é ajustado com o objetivo de aumentar a manipulabilidade e diminuir a potência mecânica total requerida para o movimento, sendo aplicado um método de otimização global para a determinação da solução. Os experimentos numéricos comprovam a viabilidade da estratégia na análise de trajetórias com alto grau de complexidade.

A seção 7.4 apresenta uma estratégia para a determinação da trajetória considerando os requisitos de torque, velocidade, tempo de operação e posicionamento do robô durante o movimento.

Partindo inicialmente de uma interpolação tipo *spline* cúbica, definem-se nós intermediários que devem ser interpolados pelo polinômio. As alterações das posições destes nós intermediários levam a diferentes polinômios interpoladores, resultando trajetórias distintas. O aumento do número de nós permite a representação de uma função de complexidade arbitrária.

Uma vez fixado o número de nós intermediários, suas posições são determinadas através de um processo de otimização que considera o tempo total, a potência mecânica acumulada e a distância ao obstáculo como índices de performance. Utiliza-se um método de programação não linear para a resolução do problema proposto. Resultados numéricos ilustram a viabilidade da metodologia.

Na seção 7.5 considera-se a potência mecânica requerida para a movimentação do manipulador em um ambiente que contém obstáculos móveis.

A trajetória é determinada a partir da formulação de controle ótimo, na qual o vetor de estado representa a posição em coordenada de junta e o vetor de controle representa a velocidade de cada coordenada de junta.

Este estudo propõe a determinação da trajetória em duas fases: inicialmente considera-se o desvio do obstáculo, e então, tanto o obstáculo quanto a potência mecânica são objetivos simultaneamente considerados na segunda fase da otimização. A solução da primeira fase da otimização é utilizada como estimativa inicial no início da segunda fase. Esta abordagem

favorece a obtenção de uma solução que otimiza a potência mecânica requerida, enquanto preserva a continuidade do movimento diante da presença de obstáculos em movimento.

A seção 7.6 apresenta um método que considera a potência mecânica exigida pelo manipulador para a interceptação de um objeto em movimento. Este problema difere dos considerados anteriormente, pois há a necessidade de interceptação de um objeto em movimento, sendo que o instante e a posição de interceptação também são variáveis de projeto.

O planejamento é realizado através da definição de critérios de desempenho para a interceptação do objeto e minimização da potência mecânica durante a determinação da trajetória.

O problema de otimização é resolvido através da formulação de um problema de controle ótimo, onde as velocidades das coordenadas de junta compõem o vetor de controle e a posição define o vetor de estado.

O uso da potência mecânica como índice de performance leva à otimização da velocidade e do torque simultaneamente, considerando, portanto, aspectos cinemáticos e dinâmicos do movimento.

Em alguns gráficos são exibidas informações referentes a mais de uma coordenada de junta. Por este motivo, os resultados numéricos apresentados ao longo desta tese adotam a seguinte convenção para representação de diferentes coordenadas de junta em uma mesma figura: o gráfico superior representa a primeira coordenada, sendo as demais coordenadas de junta apresentadas na seqüência de cima para baixo, respectivamente. Quando dispostos horizontalmente, o gráfico mais a esquerda corresponde à primeira coordenada de junta, sendo os demais posicionados na seqüência da esquerda para a direita, respectivamente.

7.1 Torque máximo em ambiente sem restrição

O mais simples planejamento de trajetória de um robô manipulador serial consiste na determinação do movimento do efetuador a partir de um ponto inicial até se chegar a um ponto final. Neste caso o robô é guiado entre as duas posições mencionadas sem preocupação com os pontos intermediários durante o percurso.

Neste estudo apresenta-se uma análise sobre a modificação da trajetória intermediária de um robô manipulador de forma a reduzir o valor máximo do torque exigido durante o

percurso. A estratégia consiste na determinação de torques adequados à dinâmica do sistema, a partir da teoria de controle ótimo.

7.1.1 Resultado numérico

O resultado numérico mostrado a seguir, computado antes do processo de otimização, foi obtido a partir do sistema de equações dinâmicas do manipulador planar, Equação (2.27), com dois graus de liberdade. O objetivo da otimização é minimizar o torque máximo requerido do motor, expresso pela Equação (2.40).

Após a definição da posição inicial do manipulador em $x = 2m$ e $y = 0m$ (com a respectiva configuração de junta $q_1(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $q_2(t_0) = 0 \text{ rad}$) e da posição final em $x = 0m$ e $y = 2m$ (com a respectiva configuração de junta $q_1(t_f) = \pi/2 \text{ rad}$ e $q_2(t_f) = 0 \text{ rad}$), determinou-se o movimento entre estes pontos através de uma interpolação *spline* cúbica, utilizando como referência os valores das coordenadas de junta.

O tempo previsto para a realização do movimento foi fixado em 1 s ($t_0 = 0 \text{ s}$ e $t_f = 1 \text{ s}$). Desta forma, obteve-se o polinômio interpolador I_1 da primeira junta, tal que $I_1(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $I_1(t_f) = \pi/2 \text{ rad}$, e o polinômio interpolador I_2 da segunda junta, tal que $I_2(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $I_2(t_f) = 0 \text{ rad}$.

Em todos os casos foram fixadas restrições adicionais que garantem $\dot{I}_1(t_0) = \dot{I}_1(t_f) = \dot{I}_2(t_0) = \dot{I}_2(t_f) = 0$. A velocidade inicial e a velocidade final (derivadas da posição) iguais a zero indicam que o sistema inicia e termina o movimento na condição de repouso.

Resolvendo o sistema de equações diferenciais que representa o comportamento dinâmico do sistema, dado pela Equação (2.27), com os valores de q, \dot{q} e \ddot{q} computados a partir do polinômio interpolador I , obtém-se o valor do torque u_{ij} associado a cada junta $j=1,2$ durante os instantes $i=1, \dots, N$ do movimento.

O movimento cartesiano realizado inicialmente, em correspondência com os valores obtidos através da interpolação *spline* das coordenadas de junta, é apresentado em uma seqüência de imagens na Figura 7.1.

O movimento apresentado na figura resulta em uma grande exigência do motor quanto ao torque, dado pela Equação (2.37), com $u_{max} = 19,62 \text{ Nm}$. Após a realização da otimização (Equações (3.29) a (3.32)), que utiliza como aproximação inicial para o vetor de controle $v(i)$ o valor obtido durante a interpolação, obtém-se uma nova especificação para q, \dot{q} e \ddot{q} , que representam a posição, velocidade e aceleração, respectivamente. Computando o valor

máximo do torque a partir do vetor de controle ótimo $v(i)$, que contém o torque estabelecido pela otimização, obtém-se o índice de performance $u_{max} = 10,11 \text{ Nm}$.

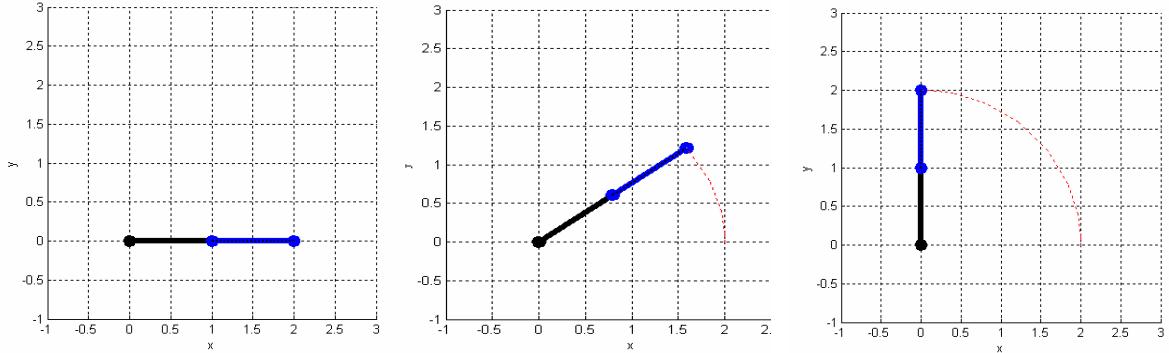


Figura 7.1 - Movimento realizado pelo manipulador antes da otimização.

A análise computacional foi concluída em 9.4 segundos, utilizando um computador *Intel Celeron 2.6 GHz*.

A Figura 7.2 apresenta os valores do torque durante o movimento, onde a linha tracejada representa o torque antes da otimização e a linha contínua vermelha representa o torque após a otimização. São apresentados os valores da primeira e segunda coordenadas de junta, respectivamente.

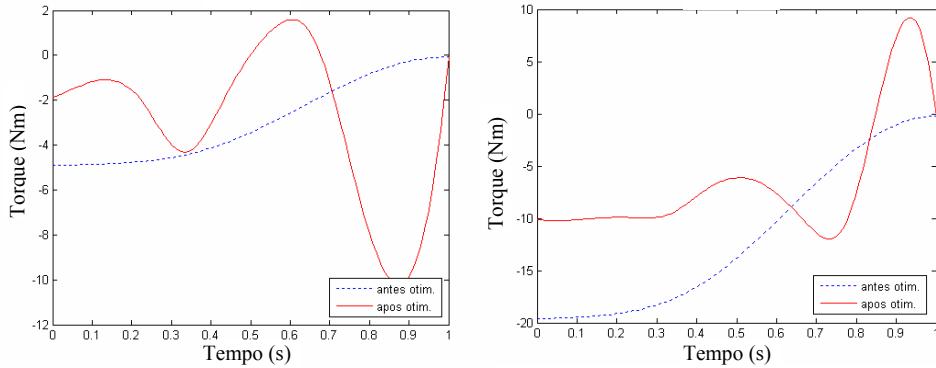


Figura 7.2 - Torque aplicado a cada junta antes (--) e após (-) a otimização.

A comparação entre os valores iniciais e finais permite constatar uma maior não linearidade após o processo de otimização. Isto se deve à tentativa do sistema de utilizar componentes de inércia para melhorar o desempenho geral.

Por outro lado, a Figura 7.2 mostra a necessidade de aumentar o torque em todas as juntas na fase final do movimento, para que se atinja a meta de posicionamento estabelecida.

A comparação entre os índices de performance inicial ($u_{max} = 19,62 \text{ Nm}$) e final ($u_{max} = 10,11 \text{ Nm}$) comprova a significativa redução obtida para o valor do objetivo estabelecido.

É apropriado lembrar que o processo foi realizado após uma discretização do sistema. Por este motivo os dados obtidos durante a análise não atendem a critérios de suavidade na transição de um instante para o imediatamente posterior. Os gráficos de torque apresentados anteriormente foram obtidos após uma interpolação *spline* dos dados originais fornecidos pela solução do sistema discreto.

A Figura 7.3 apresenta os ângulos associados ao movimento de cada junta antes (em linha tracejada) e após (em linha contínua) a otimização. A Figura 7.4 apresenta uma seqüência de imagens do movimento relativo à configuração obtida após a otimização.

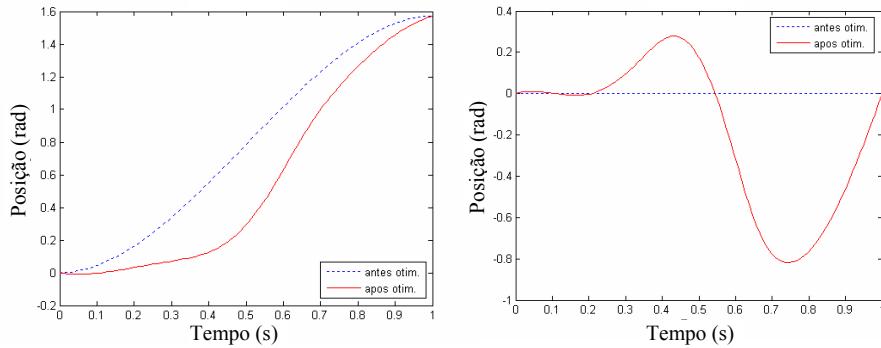


Figura 7.3 - Ângulo de cada junta antes (--) e após (-) a otimização.

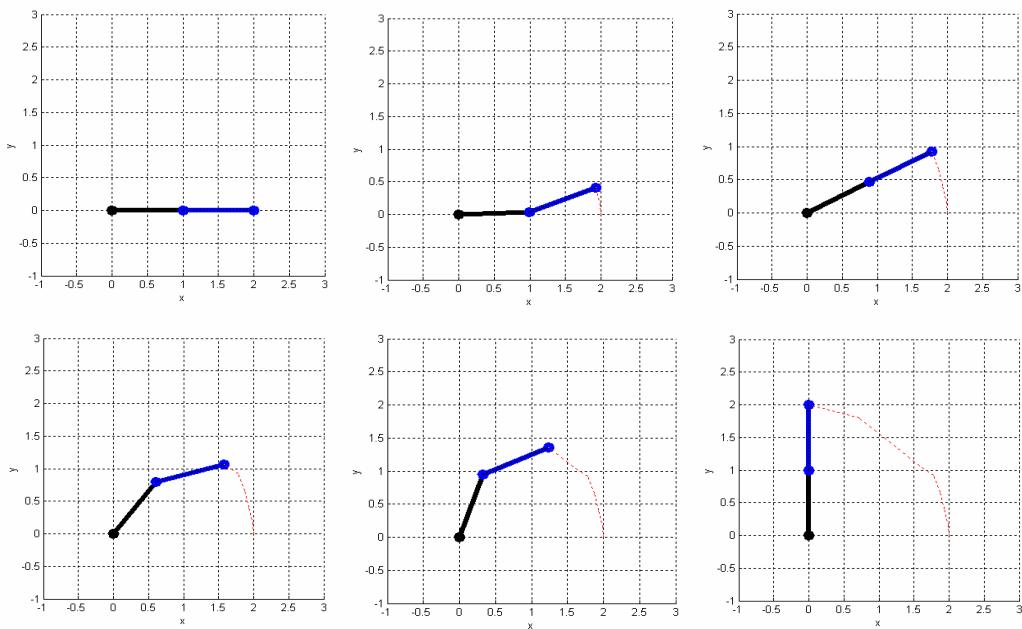


Figura 7.4 - Movimento realizado pelo manipulador após a otimização.

A seqüência de posicionamentos apresentados na Figura 7.4 permite constatar a tentativa do sistema de aproveitar a inércia adquirida durante o movimento para reduzir a exigência de valores elevados para o torque máximo durante o percurso.

Uma característica importante deste processo é a continuidade do movimento. Este é um fator decisivo para a efetiva implementação da trajetória proposta.

7.1.2 Conclusão

Esta seção considerou a otimização do torque máximo aplicado às juntas de um robô para a realização de um movimento especificado.

Inicialmente considerou-se a obtenção das equações matemáticas do modelo dinâmico. A seguir, especificou-se explicitamente a formulação analítica do modelo dinâmico de um robô manipulador planar com dois graus de liberdade. Destaca-se que o nível de complexidade do modelo tende a crescer quando se consideram robôs de geometria mais sofisticada, com vários graus de liberdade. Optou-se por considerar a representação matricial e a formulação de estado, com o intuito de que esta abordagem auxilie a especificação e a análise de estruturas arbitrárias.

Após a contextualização da otimização de sistemas dinâmicos contínuos e discretos, discutiu-se a proposta de modelagem do objetivo de minimizar o valor máximo do torque através de conceitos de controle ótimo.

Diante da diversidade de estratégias propostas na literatura para a resolução deste tipo de problema, os resultados numéricos foram obtidos a partir de técnicas de otimização não lineares clássicas, tendo em vista o interesse do estabelecimento de uma metodologia genérica.

O resultado numérico comprovou a eficiência da metodologia proposta para a redução do valor máximo do torque necessário durante o movimento. Entretanto, deve-se lembrar a melhora da performance varia de acordo com cada problema específico, além da estrutura do robô em estudo.

Uma extensão desta investigação consiste em estabelecer diferentes restrições em cada uma das juntas, além de restrições físicas no espaço de trabalho como, por exemplo, aquelas que descrevem a presença de obstáculos.

7.2 Torque e potência mecânica acumulados em ambiente sem restrição

Com o aumento do uso de manipuladores robóticos em diversos setores industriais, tem também aumentado os requisitos sobre sua capacidade. Um aspecto essencial no projeto e uso de robôs é seu comportamento dinâmico. Movimentos que exigem potencialmente torque elevado em suas juntas não devem ser implementados, devido à limitação dos atuadores normalmente disponíveis.

Outro fator, importante do ponto de vista econômico, é a energia requerida para a realização de determinada tarefa. Como a atividade a ser desenvolvida será repetida várias vezes durante a jornada de trabalho, um estudo criterioso do movimento visando reduzir a energia necessária em cada ciclo de operação pode resultar em uma expressiva economia de energia ao final de um longo período de operação.

Por este motivo, propõe-se nesta aplicação a otimização da soma dos torques de cada junta e a soma das respectivas potências mecânicas, como forma de reduzir o esforço dos atuadores e a energia requerida pelo sistema.

Durante o planejamento da trajetória de manipuladores industriais, há normalmente a possibilidade de especificação do ângulo de junta a ser atingido e o valor máximo da aceleração, que é calculada, por exemplo, através de um perfil trapezoidal.

Com o intuito de adequar as variáveis de projeto às características cinemáticas do manipulador, propõe-se no presente trabalho a determinação da trajetória ótima através de técnicas de controle ótimo, onde o vetor de controle contém a velocidade, e o vetor de estado contém informações sobre a posição e o torque associado.

É discutido o uso da potência mecânica e energia totais como objetivos a serem otimizados. Considera-se o uso destes dois objetivos simultaneamente através da formulação de um problema multicritério, sendo apresentados os resultados obtidos para valores diferentes do fator de ponderação.

7.2.1 Formulação

A especificação de um valor de referência é de fundamental importância na especificação de uma função objetivo multicritério.

Para se considerar a potência mecânica e a energia total do sistema, simultaneamente, propõem-se formular a seguinte função objetivo escalar:

$$f_{13}(q) = k \frac{f_5}{f_5^0} + (1-k) \frac{f_6}{f_6^0}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (7.1)$$

onde f_5 e f_6 são dadas pelas Equações (2.38) e (2.39), respectivamente. Os valores de referência f_5^0 e f_6^0 são obtidos através do cálculo das Equações (2.38) e (2.39) com as trajetórias estabelecidas pela interpolação.

A Equação (7.1) é utilizada como função objetivo na formulação geral dada pela Equação (3.29).

No estudo realizado, o vetor de estado x representa as coordenadas de junta q e o torque τ associado ao movimento, enquanto o vetor de controle u representa a aceleração \dot{q} aplicada a cada junta. A discretização considera a variação do tempo inicial $t_0=0$ s ao tempo final $t_f = 9$ s em vinte passos ($N=20$), utilizando o robô manipulador Planar ($n=2$) e o robô manipulador Puma ($n=6$).

Adicionalmente, têm-se as restrições de especificação inicial e final da trajetória:

$$q_j(t_0) = tr_{0,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.2)$$

$$q_j(t_f) = tr_{f,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.3)$$

e as restrições de especificação inicial e final de velocidade:

$$\dot{q}_j(t_0) = vel_{0,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.4)$$

$$\dot{q}_j(t_f) = vel_{f,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.5)$$

Nos exemplos analisados, consideram-se as velocidades iniciais e finais como sendo nulas, o que fisicamente significa que o robô inicia o movimento a partir do repouso e o finaliza também em repouso.

As Equações (7.2)-(7.5) são substituídas nas Equações (3.31)-(3.32), definindo as restrições do problema de otimização.

No trabalho atual, os resultados foram computados através de um método de otimização não linear clássico, que não exige a determinação de parâmetros tais como o tamanho do passo e que calcula as derivadas parciais numericamente. O algoritmo consiste

em uma implementação do método modificado das direções viáveis (Vanderplaats, 1984), (Zoutendijk, 1960), presente no software DOT ®. Os algoritmos foram implementados em FORTRAN.

7.2.2 Experimentos numéricos

Manipulador Planar

Inicialmente, considerou-se o manipulador planar com 2 elementos, cujos parâmetros de Denavit-Hartenberg são dados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg, (*) variável de junta.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	a_1	0	0	θ_1^*
2	a_2	0	0	θ_2^*

Para este manipulador foram utilizados os valores $a_1=1,2$ m, $a_2=1,2$ m, com as respectivas massas, $m_1=10$ kg e $m_2=10$ kg.

O cálculo da energia, dado pela Equação (3.28), e da potência mecânica, dada pela Equação (3.29), foram realizados a partir das equações explícitas do modelo dinâmico do manipulador (Paul, 1981).

Apresenta-se, na Figura 7.5, dados comparativos entre o valor mínimo da potência mecânica e do torque, obtidos pelo método de otimização a partir de diferentes valores de ponderação envolvendo estes dois critérios.

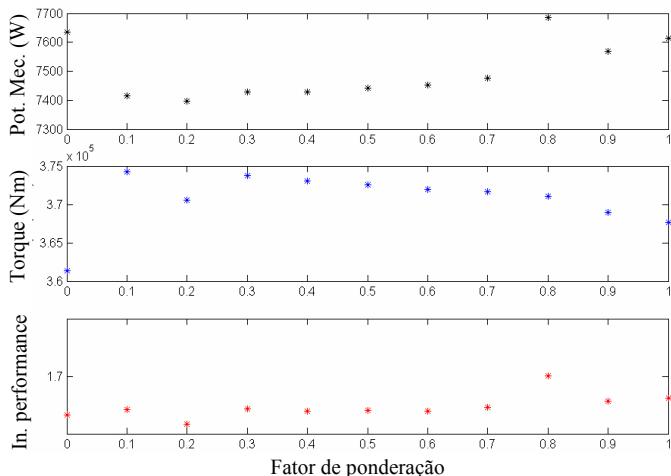


Figura 7.5 - Valores ótimos obtidos a partir de valores diferentes do fator de ponderação.

No eixo das abscissas tem-se o valor do fator de ponderação, que varia entre 0 e 1. O valor 0 significa considerar somente a Potência Mecânica como função objetivo, e o valor 1 significa considerar somente o Torque como função objetivo.

Com o intuito de realizar uma comparação entre o desempenho obtido em cada formulação, o índice de performance considera a melhoria da potência mecânica e do torque em relação aos respectivos valores iniciais, através da soma dos quocientes entre o valor inicial e o valor ótimo de cada critério. Desta forma, tem-se um índice de desempenho global que considera a redução da potência mecânica e do torque simultaneamente como objetivos a serem atingidos.

Na Figura 7.5 observa-se uma maior redução no valor do torque quando esta parcela da função objetivo tem o maior fator de ponderação (quando $k=0$ na Equação 7.1). Entretanto, ao se considerar a situação oposta ($k=1$), o mesmo comportamento não se repete para a Potência Mecânica. Desta observação conclui-se que o uso da expressão que envolve o torque influencia de forma positiva na determinação do valor ótimo da potência mecânica. Analisando o índice de performance a partir das diferentes possibilidades de ponderação, tem-se que o parâmetro $k=0,2$ resulta na melhor configuração, levando a uma melhora de 16% na performance do sistema, redução da potência mecânica de 8,83 kW para 7,39 kW, e redução do torque total associado ao movimento de 446,85 kNm para 370,51 kNm.

A seguir considera-se o planejamento de trajetória obtido a partir da configuração ótima.

A Figura 7.6 apresenta as trajetórias e velocidades iniciais e ótimas de cada junta. A trajetória inicial é obtida através da interpolação por *spline* cúbica, e a trajetória ótima resulta da especificação do controle ótimo. Nota-se um pequeno ajuste durante o percurso, o que, entretanto, não representa uma alteração significativa do movimento cartesiano do manipulador.

Na mesma figura tem-se a velocidade inicial, obtida através da derivação da função de posição, e a velocidade ótima. Nota-se uma alteração expressiva da velocidade durante o percurso, principalmente no início e final do movimento. Entretanto, pode-se observar que esta alteração acarreta uma redução do valor máximo da velocidade em grande parte do percurso. Este comportamento é obtido devido à parcela da função objetivo que considera a potência mecânica.

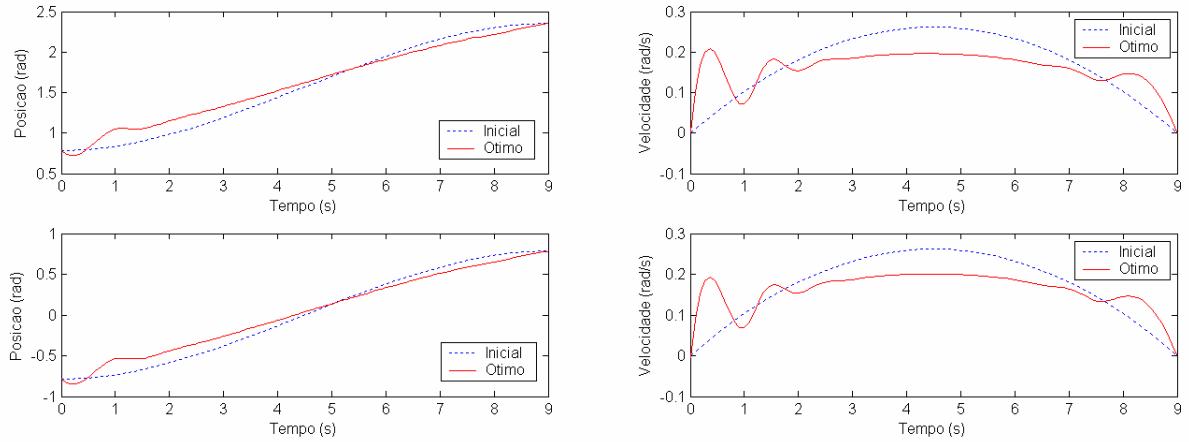


Figura 7.6 - Posição e velocidade iniciais e ótimas de cada junta.

Ao considerar-se o torque resultante deste movimento, de acordo com a Figura 7.7, tem-se uma pequena variação em relação ao valor original e, na maior parte do percurso, uma discreta redução de seu valor. Este comportamento é devido ao uso conjunto da potência mecânica e do torque como critérios de otimização.

Em experimentos numéricos realizados, constatou-se que o uso unicamente da expressão da potência mecânica pode levar a um aumento excessivo do torque nos instantes em que a aceleração se aproxima de zero.

Assim, destaca-se que a formulação proposta é apropriada, tanto para a redução da potência mecânica e do torque associados ao movimento, quanto para a manutenção dos valores observados de posição e torque em níveis próximos àqueles obtidos a partir da interpolação.

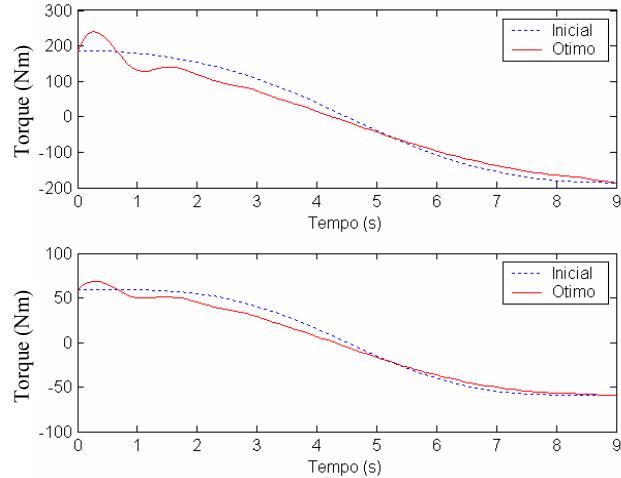


Figura 7.7 - Torque inicial e torque ótimo de cada junta.

Manipulador Puma

Os experimento apresentado a seguir se referem ao robô manipulador Puma 560. Os parâmetros de Denavit-Hartenberg e as equações explícitas do modelo dinâmico utilizado são aqueles utilizados por Armstrong *et al.* (1986).

O movimento analisado é dado pela variação dos ângulos de junta de $\theta_1 = 0 \text{ rad}$ a $\theta_1 = 1,5708 \text{ rad}$, de $\theta_2 = 0 \text{ rad}$ a $\theta_2 = 0,7854 \text{ rad}$ e de $\theta_3 = 0 \text{ rad}$ a $\theta_3 = -0,5236 \text{ rad}$. Os demais ângulos de junta, responsáveis pela orientação do efetuador, tiveram os valores fixados em zero.

Na Figura 7.8 têm-se os dados referentes ao valor mínimo da potência mecânica e da energia, obtidos pelo método de otimização a partir de diferentes valores de fator de ponderação envolvendo estes dois critérios.

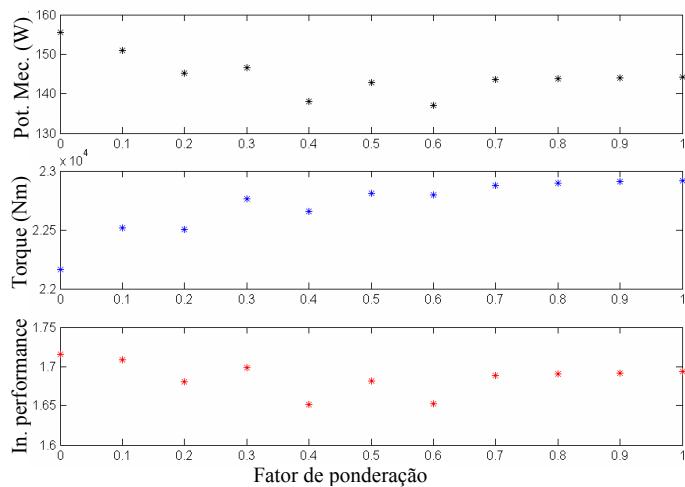


Figura 7.8 - Valores ótimos obtidos a partir de diferentes fatores de ponderação.

Analizando o índice de performance a partir das diferentes possibilidades de ponderação, tem-se que o parâmetro $k=0,4$ resulta na melhor configuração. Esta ponderação leva a um índice de performance 17% melhor que o original, tendo como consequência a redução da potência mecânica de 206,66 W para 137,97 W e a redução do torque total associado ao movimento de 23,03 kNm para 22,66 kNm .

O planejamento de trajetória das três primeiras juntas, obtido a partir da configuração ótima, é apresentado nas figuras a seguir. As três últimas juntas, responsáveis pela orientação do efetuador, não tiveram os valores de suas coordenadas alterados durante o movimento.

A Figura 7.9 apresenta a posição e a velocidade de cada ângulo de junta, sendo que a segunda junta apresenta uma maior variação que as demais em relação à trajetória inicial. Este resultado é coerente com os dados apresentados na Figura 7.10, onde o torque associado a esta junta é aquele que sofre maior alteração.

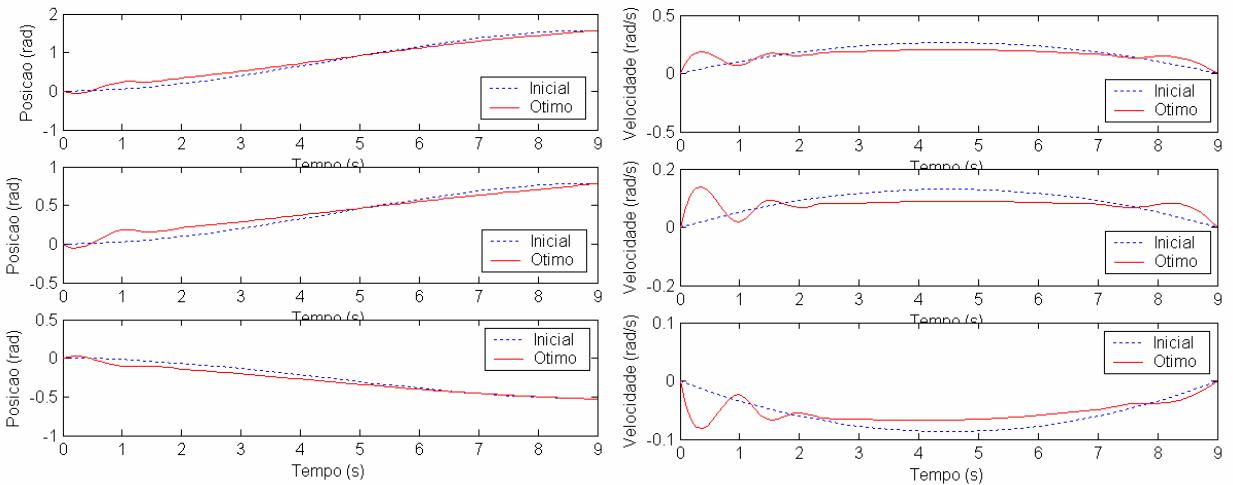


Figura 7.9 - Posição e velocidade iniciais e ótimas de cada junta.

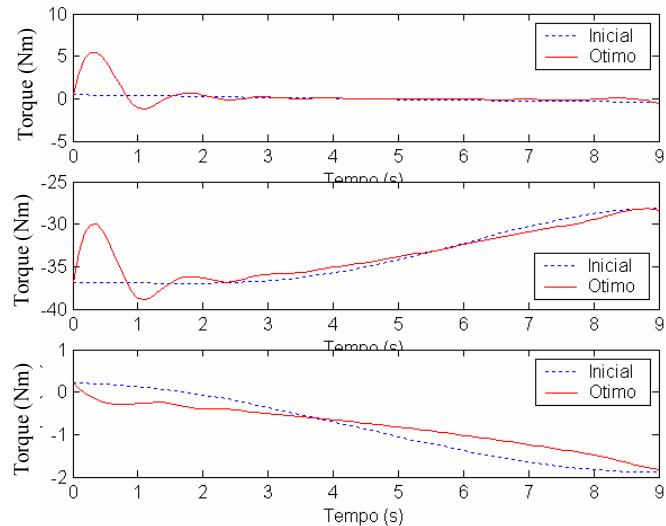


Figura 7.10 - Torque inicial e torque ótimo de cada junta.

7.2.3 Conclusão

Nesta aplicação apresentou-se uma proposta de análise da energia e da potência mecânica associadas ao movimento de robôs manipuladores seriais.

Após a conceituação de torque e energia mecânica, considerou-se o uso de técnicas de controle ótimo para a modelagem do problema a ser otimizado. A escolha do parâmetro

velocidade como vetor de controle se deu com o objetivo de alterar o comportamento dinâmico do sistema a partir de informações cinemáticas do robô.

O problema de controle ótimo foi resolvido através de uma estratégia de programação não linear clássica.

Os resultados numéricos ilustraram a viabilidade do uso das expressões da energia e potência mecânica combinadas, como forma de melhorar o desempenho do processo de otimização. A formulação do objetivo multicritério se deu a partir da teoria clássica sobre o tema.

Diante do baixo custo computacional requerido pelo procedimento de otimização não linear, aliado ao desempenho nos resultados numéricos realizados, acredita-se que o uso de técnicas de otimização multicritério é uma alternativa positiva, visando o aumento da performance do processo de otimização no contexto proposto.

Outro ponto favorável na análise dos resultados é o fato de que a expressão que inclui a energia inibe o crescimento dos níveis de torque, principalmente nos momentos em que a velocidade tem valores próximos de zero.

Assim, o autor acredita que a metodologia proposta possa ser efetivamente tornar-se uma ferramenta útil para a otimização da trajetória de robôs manipuladores.

7.3 Posicionamento da tarefa em ambiente irrestrito

Com o intuito de aumentar a produtividade em tarefas que exigem a obediência de um percurso pré-estabelecido, tem-se estudado, na literatura referente a aplicações robóticas industriais, o movimento pré-estabelecido do manipulador em tempo ótimo, onde se considera os limites do torque nos atuadores. Nestas formulações, o torque dos atuadores das juntas é considerado como entrada controlada, e o esquema de controle em malha aberta resulta num controle do tipo *bang-bang* ou *bang-singular-bang* (Chen e Desrochers, 1989).

Entretanto, o aumento da velocidade pode resultar (em alguns casos) no aumento da vibração do efetuador do robô ou na diminuição de sua precisão. Isto acontece devido a vários fatores, tais como aspectos da natureza do controle, flexibilidade das junções, atrito e composição das engrenagens, ou mesmo uma combinação destes elementos podem contribuir para o problema.

Esta contribuição propõe uma forma alternativa de melhoria do desempenho de robôs manipuladores seriais. Como a idéia básica da análise da manipulabilidade consiste na descrição de direções, no espaço de tarefa ou coordenadas de juntas, nas quais se maximiza o quociente entre alguma medida de esforço no espaço de juntas e uma medida de desempenho no espaço de tarefas, a metodologia proposta consiste no posicionamento ótimo da tarefa a ser realizada, posicionamento este que resulta na maximização da manipulabilidade do robô e na minimização da potência mecânica requerida. Com este enfoque, são considerados em uma análise unificada elementos de cinemática e dinâmica do manipulador. Para atingir este objetivo, é proposto um modelo que descreve a potência mecânica e a manipulabilidade, seguido de uma metodologia de otimização global.

A posição do efetuador é fixada em relação a um referencial e descrita como uma seqüência de pontos Cartesianos. O processo de otimização aplica transformações de corpo rígido neste conjunto de pontos, de forma a obter uma seqüência ótima de posições cinemáticas para o robô.

7.3.1 Formulação

Para considerar simultaneamente a manipulabilidade e a potência mecânica total é proposta a seguinte função objetivo escalar

$$f_{14}(q) = k \frac{f_1}{f_1^0} + (1-k) \frac{f_6}{f_6^0}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (7.6)$$

onde f_1 e f_6 são dadas pelas Equações (2.14) e (2.39), respectivamente. Os valores de referência f_1^0 e f_6^0 são obtidos a partir do cálculo da manipulabilidade e da soma da potência mecânica no posicionamento inicial da tarefa. Por este motivo, no caso ideal a função objetivo

tem valor menor que 2, onde $\frac{f_1}{f_1^0} \leq 1$ (a manipulabilidade foi aumentada) e $\frac{f_6}{f_6^0} \leq 1$ (a potência mecânica foi reduzida).

A especificação de um valor de referência para a medida de manipulabilidade e a potência mecânica é de fundamental importância na construção da função objetivo multicritério.

O erro no cálculo da cinemática inversa é incluído como uma restrição de igualdade na formulação de otimização, através da expressão $s_E = 0$ (Equação (2.25)).

Deve-se destacar que a formulação proposta é capaz de lidar com o caso em que a tarefa está fora do espaço de trabalho do robô. Esta configuração reflete no erro de determinação da cinemática inversa, que é considerado como restrição no problema de otimização.

Adicionalmente, as especificações de velocidade inicial e final são consideradas

$$\dot{q}_j(t_0) = vel_{0,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.7)$$

$$\dot{q}_j(t_f) = vel_{f,j}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (7.8)$$

para cada junta j nos tempos inicial e final t_0 e t_f , respectivamente.

Nos resultados apresentados a seguir, as velocidades iniciais e finais são consideradas nulas, significando que o manipulador inicia e finaliza o movimento em estado de repouso (*rest-to-rest motion*).

7.3.2 Experimentos numéricos

As simulações numéricas realizadas de acordo com a metodologia proposta utilizam dois modelos: os robôs manipuladores Scara e Puma 560. Os resultados a seguir consideram somente configurações cuja soma do erro de posicionamento do efetuador é nula (Equação(2.25)), dado $\varepsilon = 0,001$ m (Equação (2.24)). Diferentes valores de tolerância podem resultar em diferentes valores mínimos globais.

Como alterar os fatores de ponderação k leva a problemas de otimização distintos (Equação (7.6)), o valor do mínimo global é normalizado de acordo com a seguinte equação

$$f_{15}(q) = \frac{f_1}{f_1^0} + \frac{f_6}{f_6^0} \quad (7.9)$$

Este índice de performance permite a comparação da melhora para cada objetivo sem o efeito da ponderação, é será utilizado na análise subsequente.

Em resumo, realiza-se a otimização global para cada fator de ponderação ($k=0; 0,1, 0,2; 0,3; \dots; 1$) de acordo com a Equação (7.6) e a comparação entre os projetos ótimos obtidos é realizado pela Equação (7.9). Assim, onze otimizações globais para cada tarefa foram realizadas. O erro máximo na determinação da cinemática inversa é definido como sendo menor que $\varepsilon=0,001\text{ m}$ na Equação (2.24).

O manipulador Scara é usado nos dois experimentos numéricos apresentados a seguir. Os parâmetros de Denavit-Hartenberg correspondentes são dados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 - Parâmetros de *Denavit-Hartenberg* para o manipulador Scara.

Elemento	$a\text{ (m)}$	$\alpha\text{ (rad)}$	$d\text{ (m)}$	$\theta\text{ (rad)}$
1	0,3750	0	0	θ_1
2	0,3250	0	0	θ_2
3	0	1,5708	d_3	0
4	0	0	0	θ_4

A origem (0, 0, 0) do sistema de referência não coincide com a base geométrica do manipulador (devido à convenção de *Denavit-Hartenberg*). A posição real da origem é 0,5 m acima da base geométrica do manipulador. Considerando a habilidade de descrever um percurso complexo, os dados para o conjunto de pontos de especificação cartesianos (Equação (2.20)) são determinados através de uma interpolação *spline* cúbica das coordenadas paramétricas do percurso requerido, e todos os valores são obtidos a partir de um conjunto de pontos Cartesianos apropriados.

O terceiro e quarto experimentos numéricos são relativos ao manipulador Puma 560, de acordo com os parâmetros de *Denavit-Hartenberg* dados na Tabela 7.4.

De forma similar, os dados para o conjunto de pontos de especificações cartesianas (Equação (2.20)) são determinados através da interpolação *spline* cúbica das coordenadas paramétricas que correspondem ao percurso desejado. Por este motivo, todos os valores são obtidos a partir de um conjunto apropriado de pontos Cartesianos.

Tabela 7.4 - Parâmetros de *Denavit-Hartenberg* para o manipulador Puma 560.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	0	1,5708	0	θ_1
2	0,4318	0	0	θ_2
3	0,0203	-1,5708	0,1500	θ_3
4	0	1,5708	0,4318	θ_4
5	0	-1,5708	0	θ_5
6	0	0	0	θ_6

O percurso para cada experimento é definido arbitrariamente com o intuito de explorar a eficiência do método na realização de uma tarefa complexa, tanto paralela a um plano de referência quanto no espaço tridimensional. Todos os resultados consideram somente configurações nas quais os erros da cinemática inversa são menores que ε , i.e., $s_E = 0$ (Equação (2.25)).

Cada valor k na Equação (7.6) define um novo problema de otimização. Para comparar os valores dados por diferentes formulações de otimização, a normalização dos resultados, independentemente dos fatores de ponderação, é considerado como estabelecido por f_{15} (Equação (7.9)).

Primeiro experimento

Neste experimento, um subconjunto de 7 pontos de referência é definido: $(0; 0,4; 0; -0,3)$, $(1; 0,4; -0,1; -0,3)$, $(2; 0,2; -0,1; -0,3)$, $(3; 0,2; -0,2; -0,3)$, $(4; 0,4; -0,25; -0,3)$, $(5; 0,4; -0,2; -0,3)$ e $(6; 0,2; -0,25; -0,3)$. Comparando estes valores com a Equação (2.20), a tarefa inicial está dentro do retângulo definido por $0,2 \leq x \leq 0,4$, $-0,3 \leq y \leq -0,1$ e $z = -0,3$. O tempo para execução é definido por $0 \leq t \leq 6$ s. Os dados são calculados a partir da interpolação por *spline* cúbica para t , x , y e z , respectivamente. Os dados interpolados compõem um conjunto com $N = 27$ pontos (Equação (2.20)) que descrevem o problema de percurso estabelecido, como apresentado na Figura 7.10.

Na posição original, os valores das variáveis de projeto são: $\beta = 0$ rad, $\delta_x = 0$ m, $\delta_y = 0$ m e $\delta_z = 0$ m. Estes valores são usados como aproximação inicial para o processo de otimização (Equação (7.6)).

Os valores mínimos globais obtidos são apresentados na Figura 7.11.

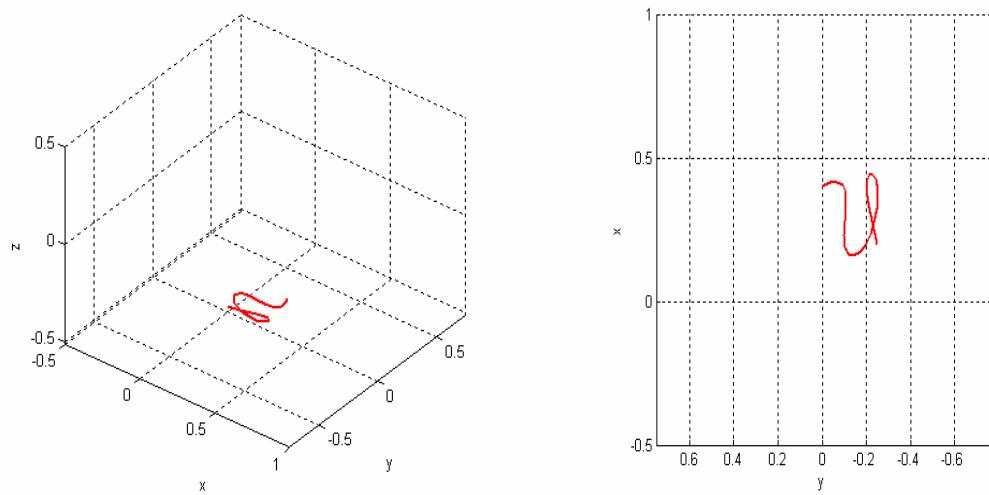


Figura 7.10 - Percurso proposto visto de diferentes perspectivas.

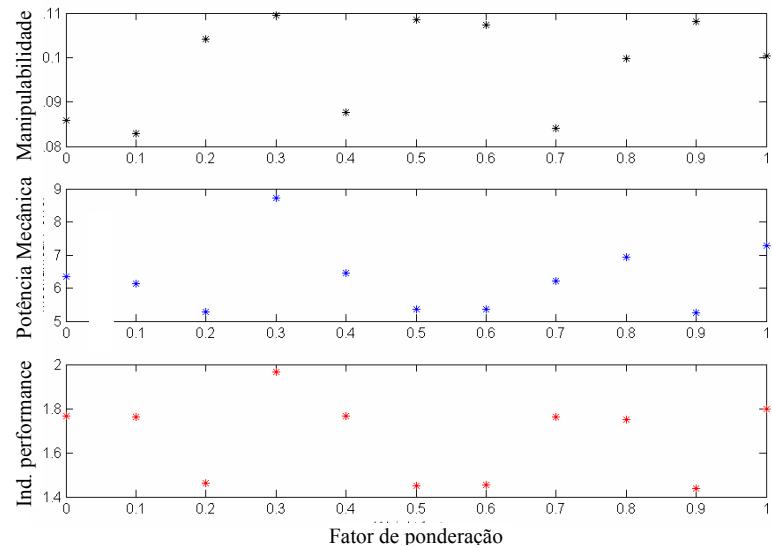


Figura 7.11 - Valores ótimos obtidos com o uso de diferentes fatores de ponderação.

Os valores ótimos dos índices de manipulabilidade e potência mecânica demonstram que não há uma dependência clara entre as variáveis. Bons resultados são provados por $k=0,2; 0,5; 0,6$ e $0,9$.

Detalhes sobre o índice de performance mínimo, $k = 0,9$, são apresentados na Tabela 7.5. A performance geral foi melhorada em 28%, enquanto a manipulabilidade mínima e a potência mecânica foram melhoradas em 62% e 18%, respectivamente.

Alguns dos valores dados por outros fatores de ponderação podem resultar em uma melhora adicional da manipulabilidade ou da potência mecânica, separadamente. Entretanto, a

configuração atual é o mínimo global do índice de performance f_4 . A melhora obtida durante o processo de *tunneling* é mostrada na Figura 7.12.

Tabela 7.5 - Valor inicial e ótimo dos índices de performance (para $k=0,9$).

Parâmetro	Valor inicial	Valor ótimo
Manipulabilidade mínima f_1	0,067	0,108
Potência mecânica f_2 (Watts)	6,451	5,261
Erro de cinemática inversa s_E	0,000	0,000
Índice de performance f_4	2,000	1,436
Variáveis de projeto ($\beta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$)	(0, 0, 0, 0)	(0,107, -0,013, -0,227, 0,055)

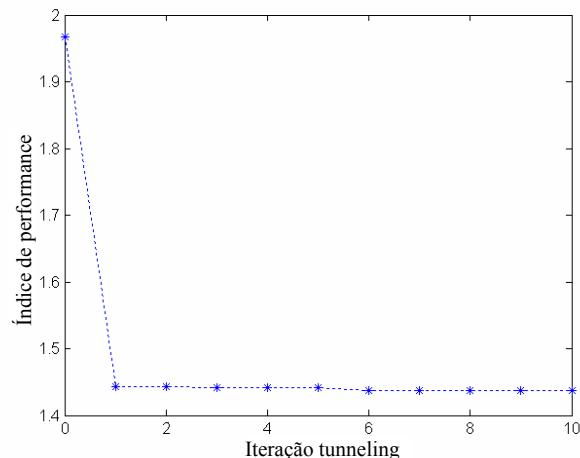


Figura 7.12 - Índice de performance durante as iterações do *tunneling* (para $k=0,9$).

Após a sexta iteração do processo de *tunneling*, não houve melhora adicional durante cinco iterações consecutivas. Este comportamento define o critério de parada para a busca da otimização global. O resultado acima destaca a boa performance do método, visto que bons resultados são obtidos após um pequeno número de iterações.

A Figura 7.13 mostra o robô executando a tarefa de execução do percurso e a Figura 7.14 apresenta o posicionamento ótimo, de acordo com os valores das variáveis de projeto ótimo dados pela Tabela 7.5.

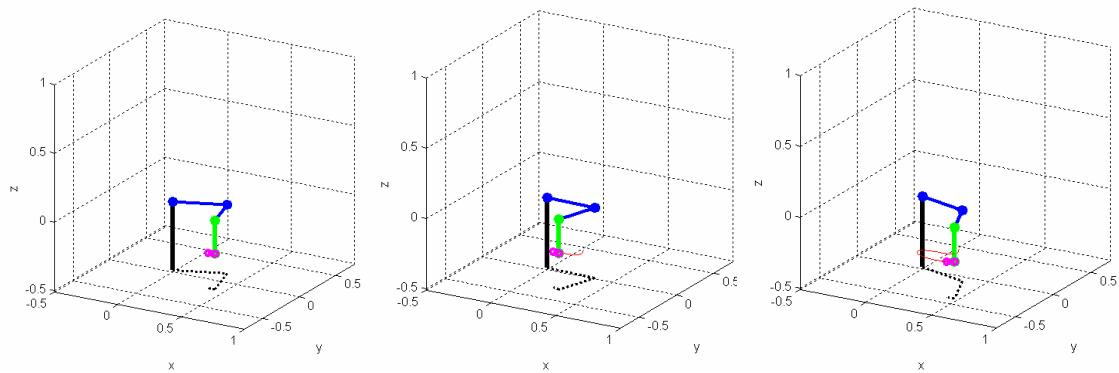


Figura 7.13 - Robô em diferentes configurações durante a execução da tarefa.

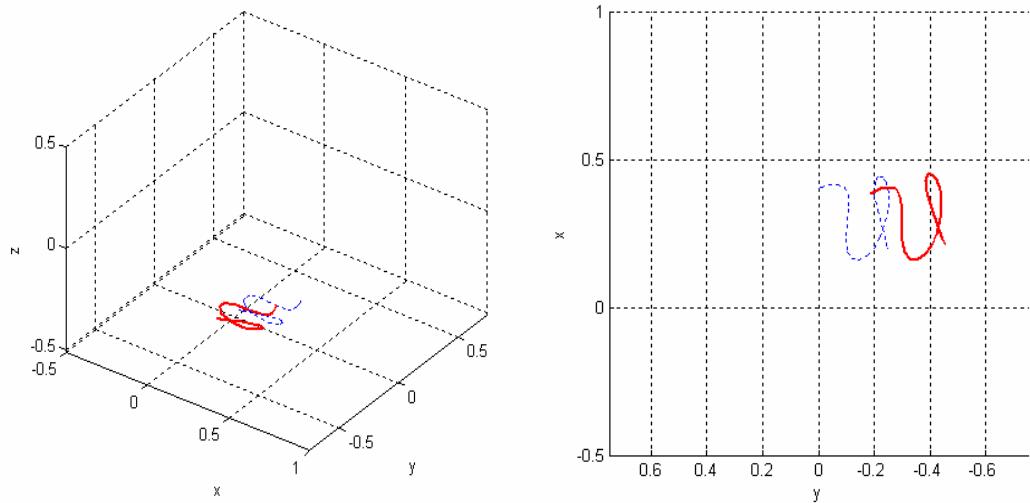


Figura 7.14 - Percurso proposto (---) e ótimo (—) vistos de duas perspectivas diferentes.

As coordenadas de junta em cada instante de tempo são obtidas pelo cálculo da cinemática inversa. Uma vez que a tarefa é considerada como um conjunto de pontos cartesianos consecutivos com transição contínua entre eles, as coordenadas de junta correspondentes apresentam um comportamento suave. A Figura 7.15 mostra as coordenadas de junta inicial e ótima dos três primeiros elementos e o correspondente índice de manipulabilidade.

Uma vez que a cinemática inversa é calculada iterativamente para cada posição do efetuador, é possível incluir o recurso de desvio de obstáculo na estratégia acima. Pode-se encontrar uma discussão sobre o procedimento correspondente para o cálculo da cinemática inversa em (Santos *et al.*, 2005a), por exemplo.

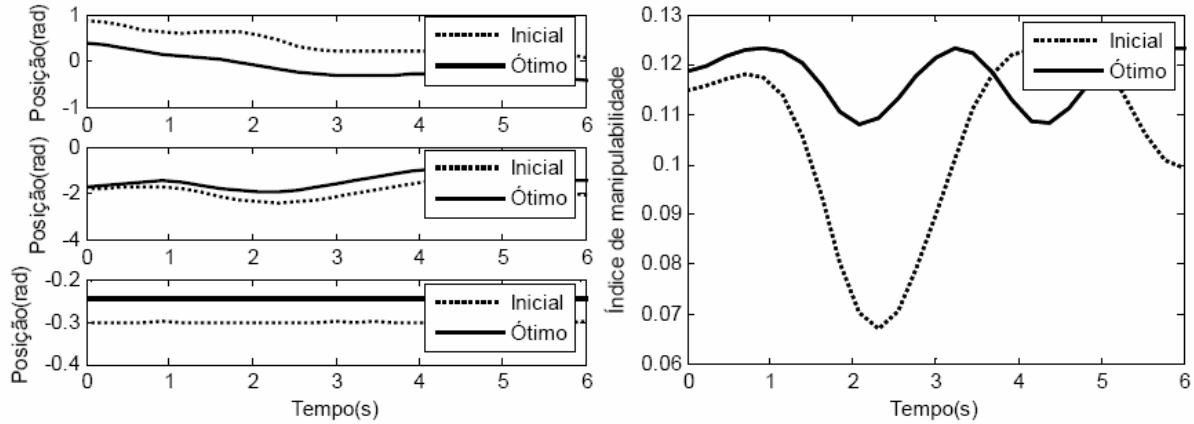


Figura 7.15 - Coordenadas das juntas e índice de manipulabilidade correspondente (manipulador Scara).

Segundo experimento

Neste experimento um subconjunto com 8 pontos de referência é definido: $(0; 0,2; 0; -0,3)$, $(1; 0,4; -0,1; -0,3)$, $(2; 0,4; -0,05; -0,3)$, $(3; 0,2; -0,1; -0,3)$, $(4; 0,25; -0,15; -0,3)$, $(5; 0,3; -0,17; -0,3)$, $(6; 0,27; -0,13; -0,3)$ e $(7; 0,26; -0,2; -0,3)$. Comparando estes valores com a formulação da Equação 10, a tarefa inicial está dentro de um retângulo definido por $0,2 \leq x \leq 0,4$, $-0,2 \leq y \leq 0$ e $z = -0,3$. O tempo correspondente é definido por $0 \leq t \leq 7$ s. Estes dados são computados através da interpolação por *spline* cúbica para t , x , y e z , respectivamente. Os dados interpolados constituem um conjunto de $N = 54$ pontos (Equação (2.20)) que descreve o problema de seguimento do percurso, conforme apresentado na Figura 7.16.

Na posição original, os valores das variáveis de projeto são: $\beta = 0$ rad, $\delta_x = 0$ m, $\delta_y = 0$ m e $\delta_z = 0$ m, usados como aproximação inicial para o processo de otimização (Equação (7.6)). A otimização global é realizada para onze valores diferentes atribuídos para os fatores de ponderação k , ($k=0, 0,1, 0,2, \dots, 1$) (de acordo com a Equação (7.6)).

Os valores mínimos obtidos pelo processo de otimização são apresentados na Figura 7.17.

Neste experimento, bons resultados são oferecidos por $k=0,3; 0,4$ e $0,7$. Detalhes sobre o índice de performance mínimo, $k=0,7$, são apresentados na Tabela 7.6. O desempenho geral foi melhorado em 17%, enquanto a manipulabilidade mínima e a potência mecânica foram melhorados em 46% e 3%, respectivamente.

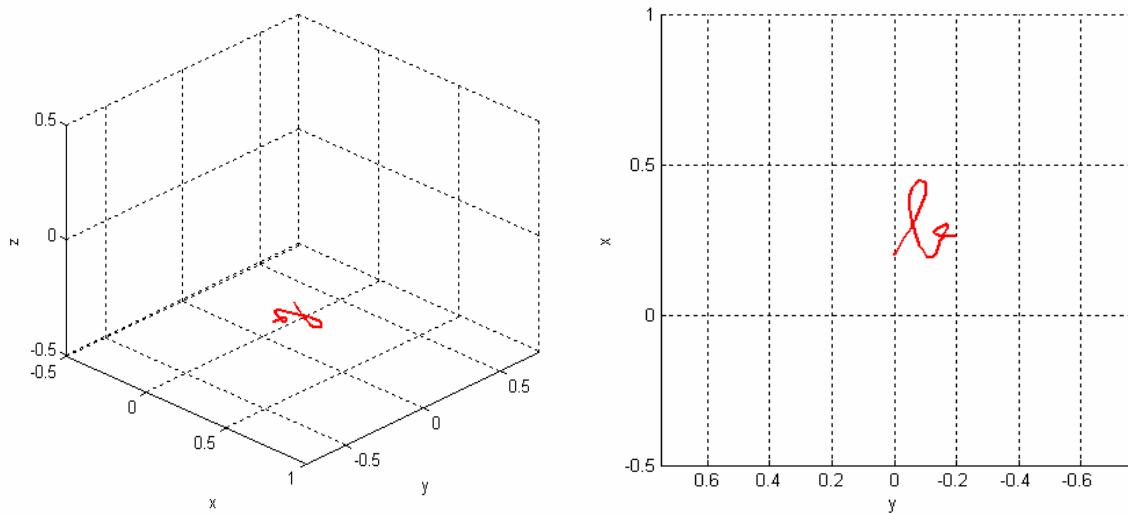


Figura 7.16 - Percurso proposto visto de diferentes perspectivas.

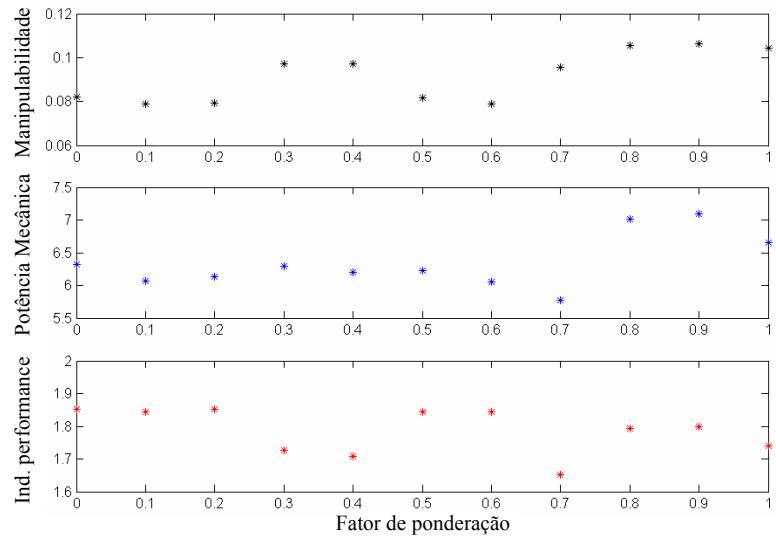


Figura 7.17 - Valores ótimos obtidos usando diferentes fatores de ponderação.

Tabela 7.6 - Valor inicial e ótimo dos índices de performance (para $k=0,7$).

Parâmetro	Valor inicial	Valor ótimo
Manipulabilidade mínima f_1	0,065	0,095
Potência mecânica f_2 (Watts)	5,989	5,773
Erro de cinemática inverse s_E	0,000	0,000
Índice de performance f_4	2,000	1,650
Variáveis de projeto ($\beta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$)	(0, 0, 0, 0)	(0,044, 0,084, -0,116, 0,066)

De forma análoga, eventualmente, os valores dados por outros fatores de ponderação podem resultar em melhora adicional da manipulabilidade e potência mecânica, separadamente. Entretanto, a configuração acima é o mínimo global do índice de performance f_4 .

A melhora do projeto obtida pelo processo de *tunneling* é apresentada na Figura 7.18.

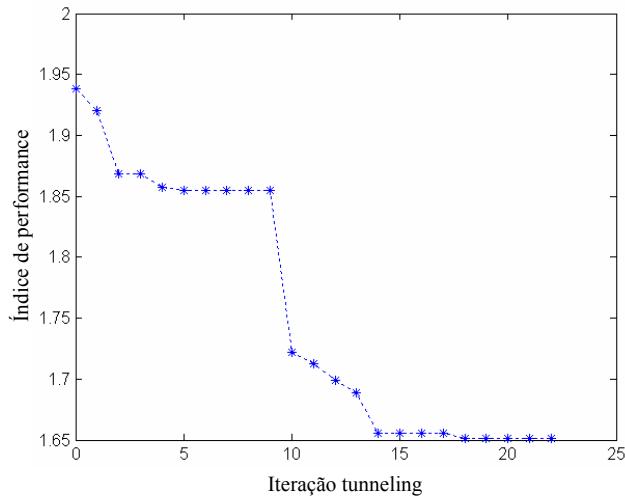


Figura 7.18 - Índice de performance durante as iterações do *tunneling* (para $k=0,7$).

Após a iteração de número 18 do processo de *tunneling*, não houve uma melhora adicional ao longo de cinco iterações sucessivas, atingindo assim o critério de parada do algoritmo de otimização global. A Figura 7.19 mostra o robô executando a tarefa especificada e a Figura 7.20 exibe o posicionamento ótimo, de acordo com os valores do projeto ótimo apresentados na Tabela 7.6.

As coordenadas de junta em cada instante de tempo são obtidas pelo cálculo da cinemática inversa. Considerando que o conjunto discreto de pontos que definem a tarefa (Equação (2.20)) descreve um percurso contínuo, as transições entre as coordenadas das juntas são calculadas através de interpolação por *spline* cúbica. A Figura 7.21 mostra as coordenadas das três primeiras juntas iniciais e ótimas e o índice de manipulabilidade correspondente.

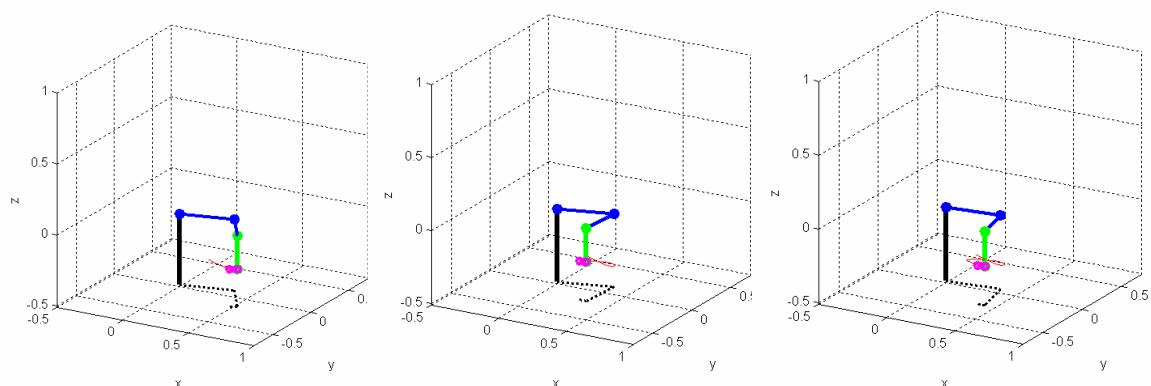


Figura 7.19 - Robô executando a tarefa proposta.

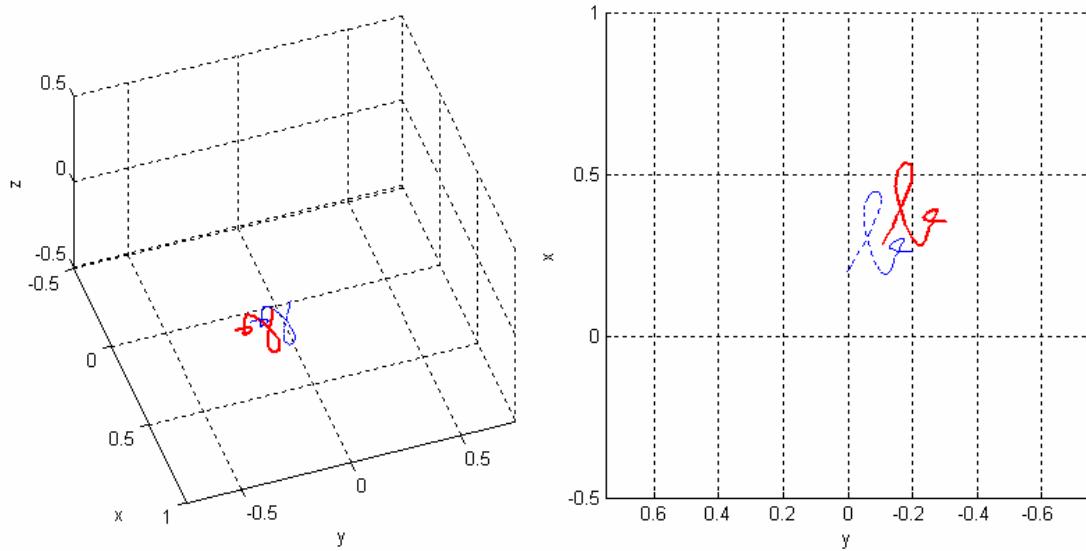


Figura 7.20 - Percurso proposto (---) e ótimo (—) vistos de duas perspectivas diferentes.

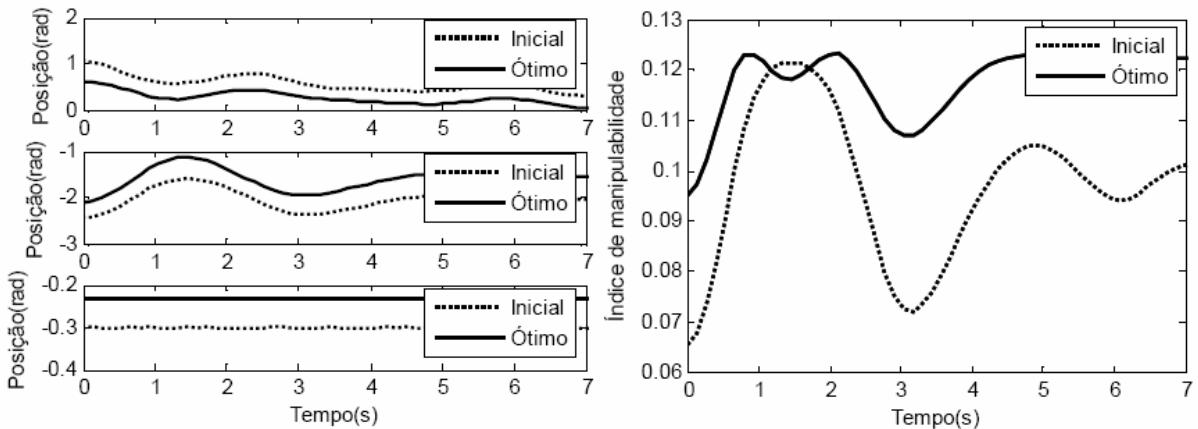


Figura 7.21 - Coordenadas das juntas e o índice de manipulabilidade correspondente (manipulador Scara).

Terceiro experimento

Para este experimento define-se um subconjunto com 7 pontos de referência: $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $(2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $(3, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $(4, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, $(5, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ e $(6, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Analisando os valores, observa-se que a tarefa proposta está posicionada dentro do retângulo definido por $x = 0,4$, $-0,4 \leq y \leq 0,1$ e $-0,4 \leq z \leq 0$. O tempo correspondente vale $0 \leq t \leq 6$. Os dados são calculados através da interpolação por spline cúbica para t , x , y e z , respectivamente. Os dados interpolados formam um conjunto de $N = 54$ pontos que descrevem o problema de seguimento do percurso mostrado na Figura 7.22.

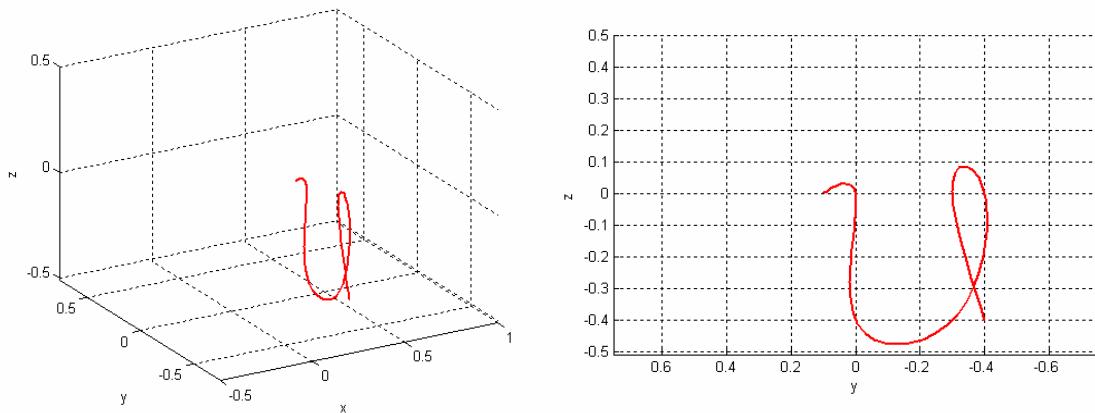


Figura 7.22 - Percurso proposto visto de diferentes perspectivas.

Na posição original, os valores das variáveis de projeto são: $\beta = 0 \text{ rad}$, $\delta_x = 0 \text{ m}$, $\delta_y = 0 \text{ m}$ e $\delta_z = 0 \text{ m}$. Estes valores são usados como estimativa inicial para o processo de otimização (Equação (7.6)).

Os valores ótimos dos índices de manipulabilidade e potência mecânica (Figura 7.23) demonstram que não há diferença significativa entre a maioria dos resultados apresentados. Os melhores valores são dados por $k=0,4$ e $0,5$.

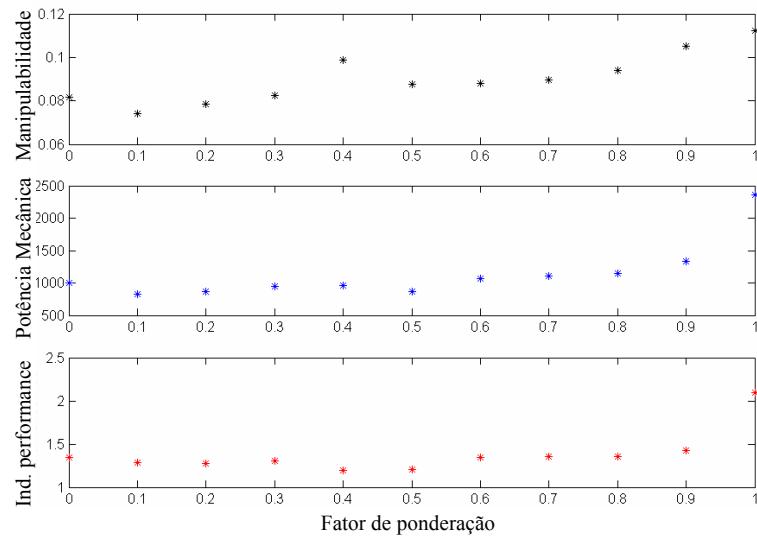


Figura 7.23 - Valores ótimos obtidos com o uso de diferentes fatores de ponderação.

Detalhes sobre o mínimo índice de performance, $k = 0,5$, são apresentados na Tabela 7.7. O desempenho geral foi melhorado em 40%, enquanto a manipulabilidade e potência mecânica mínimos foram melhorados em 64% e 41%, respectivamente.

Alguns dos valores obtidos com o uso de outros fatores de ponderação podem resultar em melhora adicional da manipulabilidade e potência mecânica, separadamente. Entretanto, a configuração acima corresponde ao mínimo global do índice de performance f_4 .

O desempenho dado pelo processo de *tunneling* é mostrado na Figura 7.24.

Tabela 7.7 - Valor inicial e ótimo dos índices de performance (para $k=0,5$).

Parâmetro	Valor inicial	Valor ótimo
Manipulabilidade mínima f_1	0,053	0,087
Potência mecânica f_2 (Watts)	1461,114	862,289
Erro de cinemática inversa s_E	0,000	0,000
Índice de performance f_4	2,000	1,202
Variáveis de projeto ($\beta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$)	(0, 0, 0, 0)	(0,391, 0,101, 0,169, 0,418)

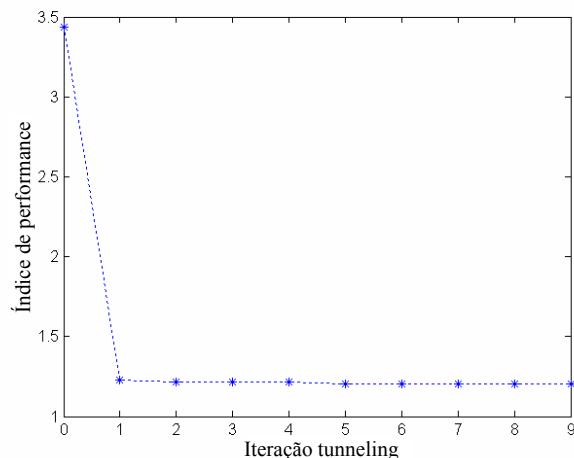


Figura 7.24 - Índice de performance durante as iterações do *tunneling* (para $k=0,5$).

Após a quinta iteração do processo de *tunneling*, não houve melhora adicional para as próximas cinco iterações sucessivas. Este comportamento define o critério de parada do processo de otimização global.

A Figura 7.25 mostra o robô executando a tarefa proposta e a Figura 7.26 apresenta o posicionamento ótimo, de acordo com o valor da variável do projeto ótimo dado na Tabela 7.7. A Figura 7.27 mostra as coordenadas das três primeiras juntas no posicionamento inicial e final e o índice de manipulabilidade correspondente.

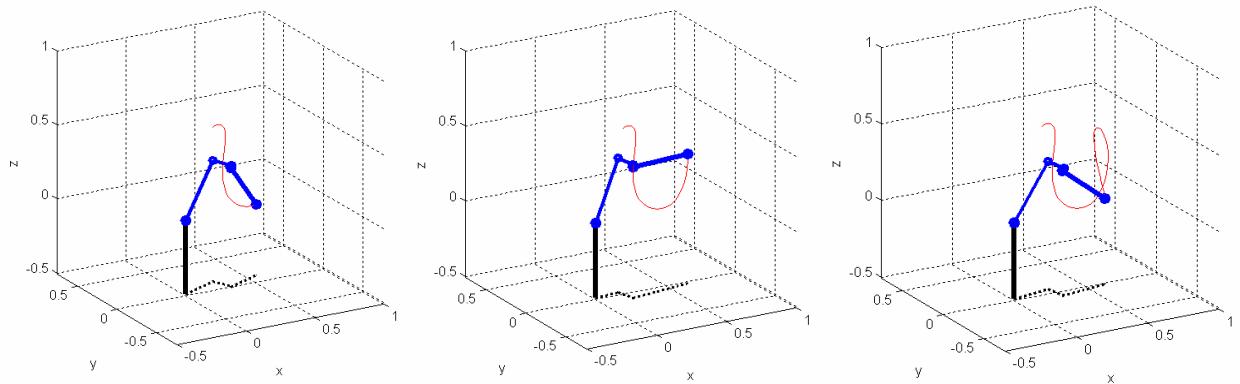


Figura 7.25 - Robô executando a tarefa proposta.

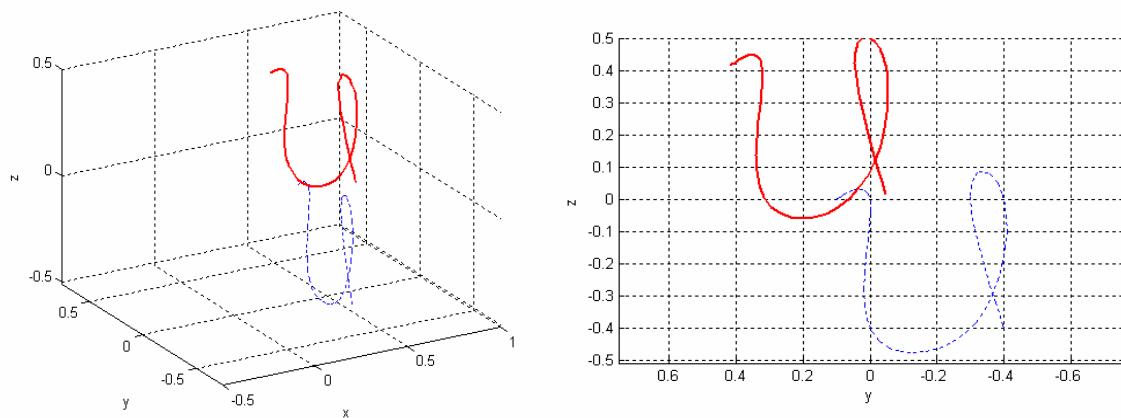


Figura 7.26 - Percurso proposto (---) e ótimo (—) vistos de duas perspectivas diferentes.

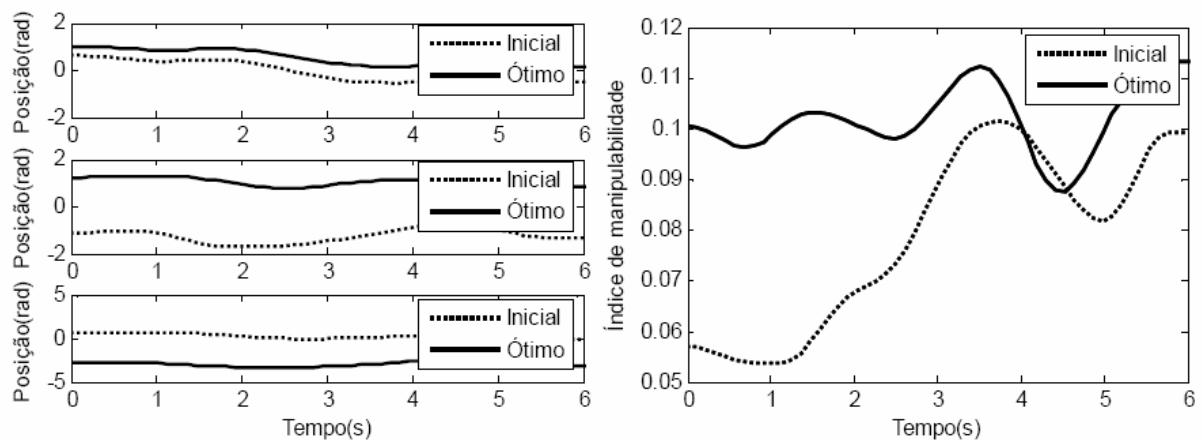


Figura 7.27 - Coordenadas de junta e seu índice de manipulabilidade correspondente (manipulador Puma 560).

O exemplo acima considerou a tarefa inicialmente definida como sendo paralela ao plano xz . Isto pode ser interpretado como um caminho definido paralelo ao plano vertical. Pode-se observar que o projeto ótimo corresponde a uma rotação de 0.391 rad no sentido anti-horário em relação ao eixo de referência.

Quarto experimento

Neste experimento é definido um subconjunto de 7 pontos de referência: $(0, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, -0,1)$, $(2, 0, 0, 0)$, $(3, 0, 0, 0, 2, 0)$, $(4, 0, 0, 0, 4, 0)$, $(5, 0, 0, 0, 4, 0, 1)$ e $(6, 0, 0, 0, 4, 0)$. Comparando estes valores com a Equação (10), a tarefa inicial está contida dentro da caixa definida por $0,3 \leq x \leq 0,5$, $0 \leq y \leq 0,4$ e $-0,1 \leq z \leq 0,1$. O tempo total correspondente é definido por $0 \leq t \leq 6 \text{ s}$. Estes dados são calculados pela interpolação spline cúbica para t , x , y e z , respectivamente. Os dados interpolados constituem um conjunto com $N = 54$ pontos que descrevem o percurso a ser seguido, conforme mostra a Figura 7.28.

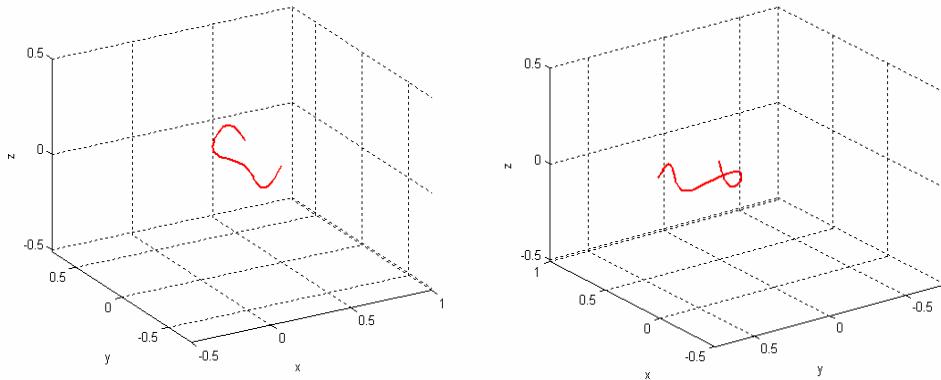


Figura 7.28 - O percurso proposto visto de diferentes perspectivas.

Na posição original, os valores das variáveis de projeto são: $\beta = 0 \text{ rad}$, $\delta_x = 0 \text{ m}$, $\delta_y = 0 \text{ m}$ e $\delta_z = 0 \text{ m}$, usados como coordenada inicial para o processo de otimização.

A otimização global é realizada para onze valores diferentes do fator de ponderação k , ($k=0, 0.1, 0.2, \dots, 1$).

Os valores mínimos obtidos pelo processo de otimização são apresentados na Figura 7.29.

Neste experimento, bons resultados são encontrados para $k=0,3$, $0,6$ e $0,7$. Detalhes sobre o índice de performance ótimo, $k=0,3$, são apresentados na Tabela 7.8. O desempenho geral foi melhorado em 17%, enquanto a manipulabilidade mínima e a potência mecânica

foram melhorados em 46% e 3%, respectivamente. A melhoria obtida durante o uso do processo de *tunneling* é apresentada na Figura 7.30.

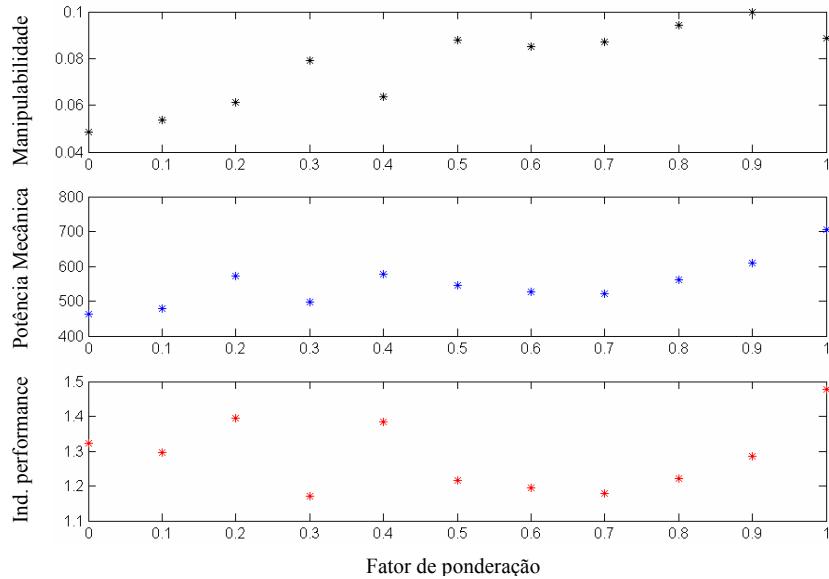


Figura 7.29 - Valores ótimos obtidos usando valores diferentes para o fator de ponderação.

Tabela 7.8 - Valor inicial e ótimo dos índices de performance (para $k=0,3$).

Parâmetro	Valor inicial	Valor ótimo
Manipulabilidade mínima f_1	0,026	0,079
Potência mecânica f_2 (Watts)	600,052	498,451
Erro de cinemática inversa s_E	0,000	0,000
Índice de performance f_4	2,000	1,171
Variáveis de projeto ($\beta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$)	(0, 0, 0, 0)	(-0,118, 0,146, -0,197, -0,264)

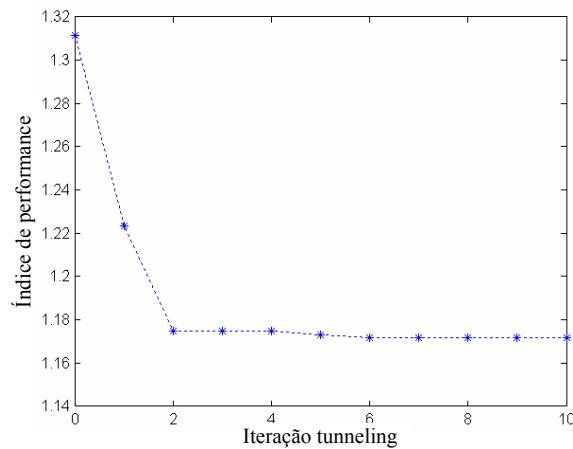


Figura 7.30 - Índice de performance durante as iterações do *tunneling* (para $k=0,3$).

Após a sexta iteração do processo de *tunneling*, não houve melhoria adicional durante as cinco iterações seguintes. A Figura 7.31 mostra o robô realizando a tarefa proposta e a Figura 7.32 exibe o posicionamento ótimo, de acordo com os valores do projeto ótimo apresentados na Tabela 7.8.

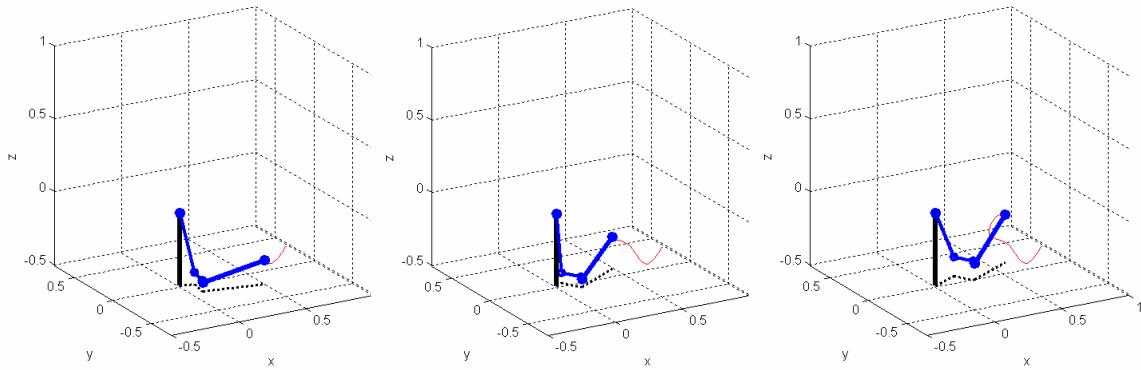


Figura 7.31 - Robô executando a tarefa proposta.

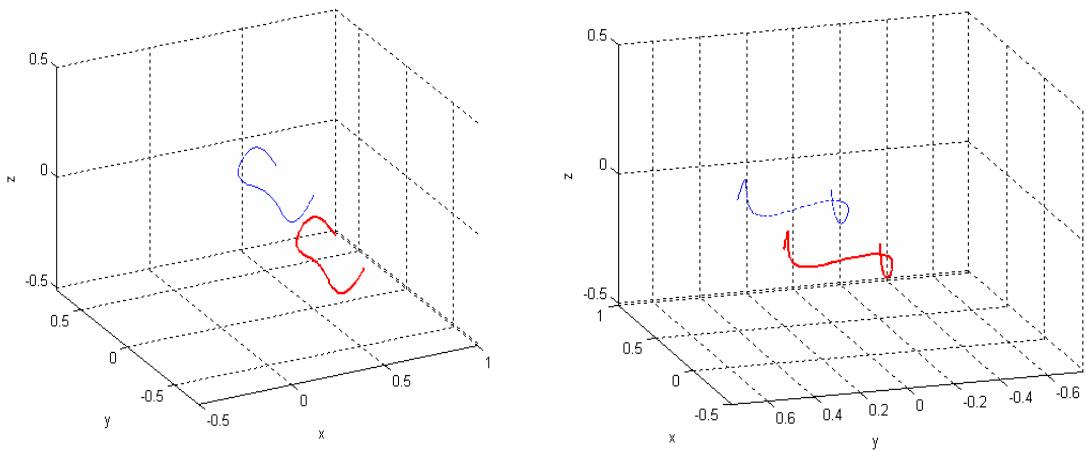


Figura 7.32 - Percurso proposto (---) e ótimo (—) vistos de duas perspectivas diferentes.

As coordenadas de junta em cada instante de tempo são obtidas pelo cálculo da cinemática inversa. Como o conjunto discreto de pontos que definem a tarefa (Equação (2.20)) é suposta descrever um percurso contínuo, as transições entre as coordenadas de junta são calculadas através da interpolação por *spline* cúbica. A Figura 7.33 mostra as coordenadas de junta inicial e ótima para os três primeiros elementos (*links*) e o índice de manipulabilidade correspondente.

Este exemplo demonstra o desempenho da metodologia proposta para o caso em que uma configuração tridimensional é definida para o percurso. Como mencionado anteriormente

nesta seção, é também possível incluir a especificação de desvio de obstáculos na função objetivo.

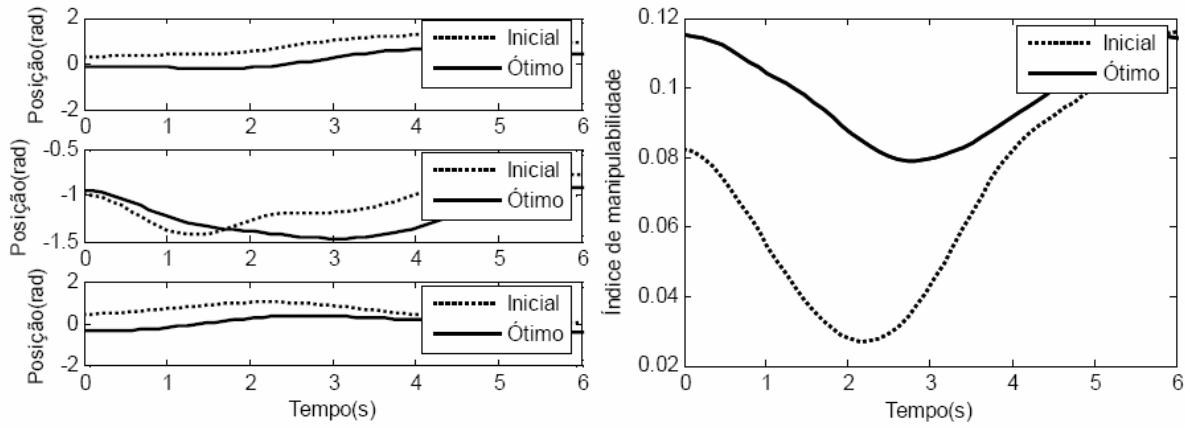


Figura 7.33 - Coordenadas de junta e índice de manipulabilidade correspondente (manipulador Puma 560).

7.3.3 Conclusão

Nestes exemplos foi considerado o problema de planejamento de trajetória (*path-following*). Uma abordagem para aumentar a manipulabilidade e diminuir exigências de caráter dinâmico impostas pelo problema foi proposta através do uso de técnicas de otimização.

Como o efetuador tem seu desempenho alterada devido a diversos fatores (especificações de controle, flexibilidade das juntas, atrito, etc.), o estudo se dedicou à obtenção de uma metodologia para reduzir torques elevados e aumentar a manipulabilidade. Na formulação considera-se a performance geral do manipulador completo, dado que o determinante da matriz Jacobiana é proporcional ao produto de seus valores singulares e que o índice de potência mecânica é obtido por uma soma envolvendo todas as juntas. A metodologia inclui também a análise do erro de posicionamento do manipulador, através da definição de funções de restrição no modelo de otimização.

O manipulador serial usualmente tem desempenho diferente em áreas distintas do espaço de trabalho. Considerando também o caso no qual diferentes perfis de torque e velocidade de junta podem resultar em diferentes índices de desempenho, foi determinado um melhor posicionamento do sistema em estudo no espaço de trabalho (no sentido de que os índices de performance são otimizados) para a execução da tarefa especificada.

O problema de otimização foi baseado em uma estratégia de busca global, melhorando a robustez em relação à aproximação inicial fornecida ao lançar o algoritmo.

Os experimentos numéricos mostraram que o reposicionamento da tarefa é bem sucedido no aumento da manipulabilidade e redução da potência mecânica total, simultaneamente. Como alterações no posicionamento da tarefa podem resultar em diferentes índices de manipulabilidade associados e também em diferentes perfis de torque e velocidade de junta, a metodologia procura a forma ótima de usar os recursos do robô (conforme descrito pelos índices de performance) procurando a melhor região do espaço de trabalho para a realização da tarefa.

Em alguns casos práticos, os objetos manipulados não podem ser movidos devido a restrições físicas como peso ou geometria. Mesmo nestes casos a estratégia proposta é adequada, bastando para isso promover uma alteração da posição do próprio manipulador. A alteração correspondente na base do robô é obtida a partir do perfil ótimo, através do uso do sinal oposto em relação àqueles obtidos para os valores ótimos, ou seja, $(-\beta, -\delta_x, -\delta_y, -\delta_z)$.

Como a metodologia proposta é dedicada a manipuladores seriais de complexidade arbitrária, acredita-se que esta metodologia seja uma contribuição interessante para o projeto geral do planejamento de trajetória de robôs.

7.4 Tempo, potência mecânica e desvio de obstáculo fixo

Ao se planejar a trajetória de robôs, deve-se verificar a existência de restrições técnicas que possam impedir a efetiva implementação do percurso estabelecido. Por exemplo, o movimento que demanda torques muito elevados nas juntas não deve ser implementado, pois, conforme mencionado anteriormente, os atuadores em geral são limitados à aplicação de torques com valor nominal específico. Espera-se também que haja a demanda de uma quantidade moderada de energia, devido a questões técnicas e econômicas. Além disso, sob certas circunstâncias, deve-se limitar a velocidade do efetuador de forma a preservar a integridade ou segurança durante o processo de manipulação. Finalmente, há interesse em se considerar o tempo total, pois é desejável que uma tarefa industrial seja executada no mínimo tempo possível.

Esta contribuição propõe uma nova estratégia para determinar a trajetória para um movimento especificado levando em conta os requisitos de torque, velocidade, tempo de operação e posicionamento do robô durante o movimento.

7.4.1 Formulação do Problema

A especificação de um valor de referência com o objetivo de definir o desvio do obstáculo, juntamente com a potência mecânica e o tempo total de percurso, é de fundamental importância para a construção da função objetivo multicritério. Para formular o critério de desempenho que leva em conta todas as funções objetivo de forma que uma função multiobjetivo geral possa ser escrita, nesta aplicação foi utilizado o método da ponderação dos objetivos (*Weighting Objective Method*).

O processo de otimização leva à solução ótima segundo Pareto (Eschenauer *et al.*, 1990) ou, alternativamente, a um conjunto de soluções ótimas. A função objetivo escalar que engloba todos os critérios de desempenho é escrita no caso geral como

$$f(x) = \sum_{i=1}^m k_i f_i(x) \quad (7.10)$$

onde $k_i \geq 0$ são os coeficientes de ponderação que representam a importância relativa de cada critério separadamente. Do ponto de vista numérico, o processo de minimização depende também dos valores numéricos que expressam a função objetivo. Devido a problemas de escala, os valores que expressam as funções objetivo devem ser ajustados. Caso contrário, k_i não representará a importância relativa das funções objetivo (Deb, 2001). Conseqüentemente, a Equação (7.10) deve ser reescrita como

$$f_{17}(x) = \sum_i c_i f_i(x), \quad i=6, 8, 16. \quad (7.11)$$

onde c_i são fatores de escala. De acordo com Santos *et al.*, (2005b) resultados satisfatórios são usualmente obtidos se $c_i = \frac{k_i}{f_i^0}$, onde f_i^0 representa o valor do índice de performance obtido a partir dos valores da configuração inicial das coordenadas de junta. A Equação (7.11)

é usada nas aplicações de otimização apresentadas nesta seção, onde f_8 e f_6 são dadas pelas Equações (4.6) e (2.39), respectivamente. O tempo total f_{16} é calculado pelo módulo do tempo inicial ao final.

7.4.2 Experimentos numéricos

A continuidade do movimento entre o tempo inicial ($t_0 = 0$) e o tempo final ($t_f = 10s$) é simulada através da definição de um conjunto de instantes de tempo discretos que representam todo o intervalo. Para este propósito, foram considerados 15 pontos intermediários igualmente espaçados. Desta forma, tanto a possibilidade de colisão entre o manipulador e o obstáculo, quanto a análise do comportamento cinemático e dinâmico do sistema foram realizados nestes instantes de tempo discretos. Um número maior de pontos pode gerar um resultado mais preciso, exigindo, por outro lado, um custo computacional mais elevado.

Manipulador Elbow em um espaço de trabalho contendo um único obstáculo

O exemplo seguinte se refere ao manipulador tridimensional Elbow (três juntas rotacionais). Nesta aplicação a massa de cada elemento é igual a 10.0 kg. O momento de inércia da barra cilíndrica é usado para expressar a dinâmica de cada elemento (*link*), ou seja, $I_x = 1/2 mR^2$, $I_y = I_z = (1/12)m(3R^2 + L^2)$, onde $R = 0.27 m$. Os parâmetros de *Denavit-Hartenberg* para o manipulador são apresentados na Tabela 7.9.

Tabela 7.9 - Parâmetros de *Denavit-Hartenberg*.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	0	1.57	0	θ_1
2	1.2	0	0.1	θ_2
3	1.2	0	-0.1	θ_3

As coordenadas de junta inicial e final foram definidas como $\theta_1 = -0.2$ rad, $\theta_2 = 0.5$ rad, $\theta_3 = 1$ rad, e $\theta_1 = 0.2$ rad, $\theta_2 = -0.4$ rad, $\theta_3 = 0.1$ rad, respectivamente. O movimento inicial foi determinado através da interpolação do tipo *spline* cúbica entre os valores de cada coordenada de junta, relativas à posição inicial e final. Estas trajetórias foram determinadas de tal forma que as velocidades iniciais e finais são nulas, ou seja, $\dot{\theta}_i(t_0) = \dot{\theta}_i(t_f) = 0$.

Este procedimento leva à determinação da potência mecânica ($25,54 \text{ KWatts}$) no tempo total (10 s), que são usados como parâmetros f_i^0 na Equação (7.11). Considera-se que todas as funções objetivo são igualmente ponderadas ($\alpha_i = 1$).

O critério mais importante no planejamento da trajetória para o manipulador em um ambiente restrito é o desvio do obstáculo, de forma que a trajetória resultante seja realizável. Pode-se observar que, se o centro de um obstáculo é posicionado no ponto dado por $x=2,3 \text{ m}$, $y=0 \text{ m}$, $z=1,2 \text{ m}$, o movimento obtido na análise anterior se torna infactível (é considerado um obstáculo cúbico de lados iguais a $0,3 \text{ m}$).

A Figura 7.34 apresenta o movimento resultante do robô, obtido através da interpolação da trajetória da configuração de cada junta, a partir da posição inicial até a final.

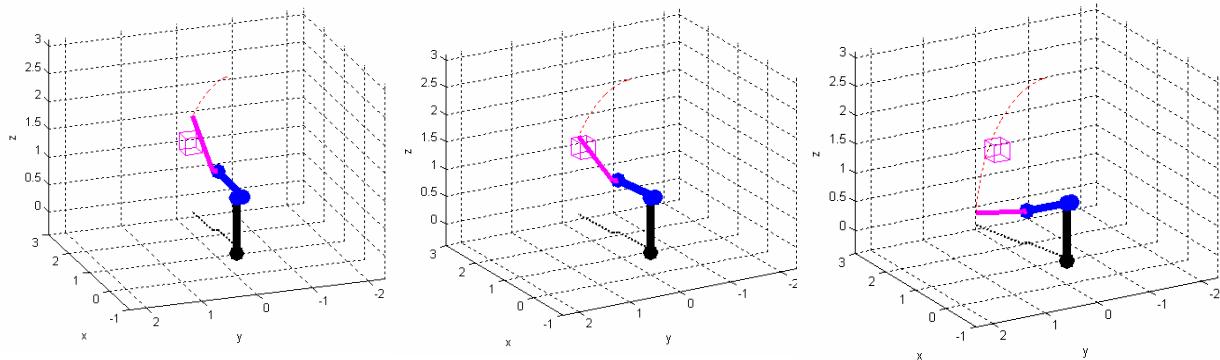


Figura 7.34 - Trajetória obtida através de interpolação simples.

A estratégia proposta consiste no uso de um ponto de controle intermediário para cada coordenada de junta, impondo a interpolação por este ponto de um polinômio interpolador do tipo *spline* para cada coordenada de junta, iniciando a interpolação pelo valor inicial e concluindo no ponto final.

O significado físico da abscissa do ponto é um tempo de referência intermediário durante o movimento, enquanto sua ordenada representa um ângulo de junta intermediário de referência.

Como este ponto de controle é uma variável de projeto para o processo de otimização, é necessário determinar a configuração inicial para lançar o processo de otimização. Neste trabalho, tal valor é obtido sempre a partir da interpolação inicial.

Para o exemplo numérico atual, o valor inicial correspondente à variável de projeto (um ponto de controle intermediário para cada junta) sendo fornecido na Tabela 7.10 para as três articulações do robô.

Realizando o processo de otimização de acordo com a Equação (7.11), são obtidos os valores dos índices de performance ótimos $10,7\text{ s}$ para o tempo total e $19,30\text{ kW}$ para a potência mecânica. Os valores de projeto ótimos para os pontos de controle são apresentados na Tabela 7.11 e o movimento associado é apresentado na Figura 7.35.

Tabela 7.10 - Variáveis de projeto (valor inicial)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nó da interpolação	$C1=(5,00, 0,00)$	$C1=(5,00, 0,05)$	$C1=(5,00, 0,55)$

Tabela 7.11 - Variável de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nó da interpolação	$C1=(5,02, -0,16)$	$C1=(0,10, 0,49)$	$C1=(3,79, 0,84)$

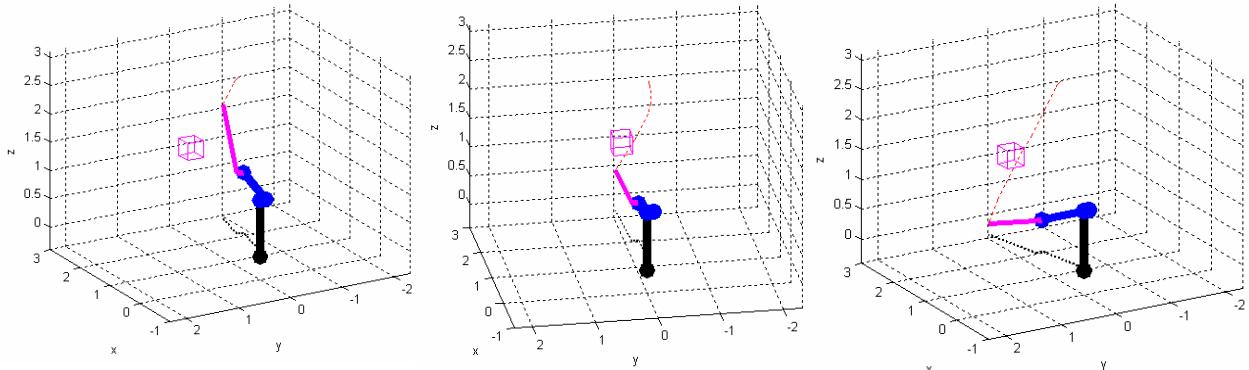


Figura 7.35 - Trajetória ótima segundo diferentes perspectivas.

A estratégia proposta resulta em uma configuração bem sucedida em relação ao desvio de obstáculos e redução da potência mecânica, mas houve um aumento do tempo total.

A seguir, são apresentados os resultados referentes ao uso de dois pontos de controle intermediários para determinar a interpolação em cada coordenada de junta. O tempo total é de $10,0\text{ s}$ e a potência mecânica foi reduzida a $18,20\text{ kW}$. A Tabela 7.12 apresenta o valor do projeto ótimo para os pontos de controle.

Tabela 7.12 - Variável de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós da interpolação	$C1=(3,35, -0,17)$ $C2=(6,83, -0,05)$	$C1=(0,10, 0,48)$ $C2=(9,98, -0,39)$	$C1=(4,30, 0,65)$ $C2=(9,97, 0,10)$

A seguir, são apresentados os resultados relativos ao uso de três pontos de controle intermediários para determinar a interpolação de cada coordenada de junta. O tempo total foi reduzido para 7,4 s e a potência mecânica foi reduzida para 17,89 kW. A Tabela 7.13 apresenta os valores do projeto ótimo para os pontos de controle.

Tabela 7.13 - Variável de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós da interpolação	C1=(2,51, -0,11) C2=(4,99, -0,09) C3=(7,52, -0,06)	C1=(1,25, 0,29) C2=(3,53, 0,01) C3=(9,69, -0,39)	C1=(1,41, 1,72) C2=(1,75, 1,62) C3=(9,68, 0,10)

Para considerar o efeito do aumento do número de pontos de controle nesta estratégia, são apresentados os resultados referentes ao uso de quatro pontos de controle intermediários para determinar a interpolação de cada ângulo de junta. O tempo total foi reduzido para 7,4 s e a potência mecânica foi reduzida para 3,78 kW. A Tabela 7.14 apresenta os valores do projeto ótimo para os pontos de controle e a Figura 7.36 mostra o movimento correspondente do robô.

Tabela 7.14 - Variáveis de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós da interpolação	C1=(0,98, -0,16) C2=(3,11, 0,86) C3=(4,42, 1,70) C4=(5,25, 1,56)	C1=(0,18, 0,51) C2=(5,96, 0,72) C3=(6,56, 0,71) C4=(7,36, -0,32)	C1=(3,28, 0,65) C2=(1,24, 0,79) C3=(6,98, 0,20) C4=(6,81, 0,24)

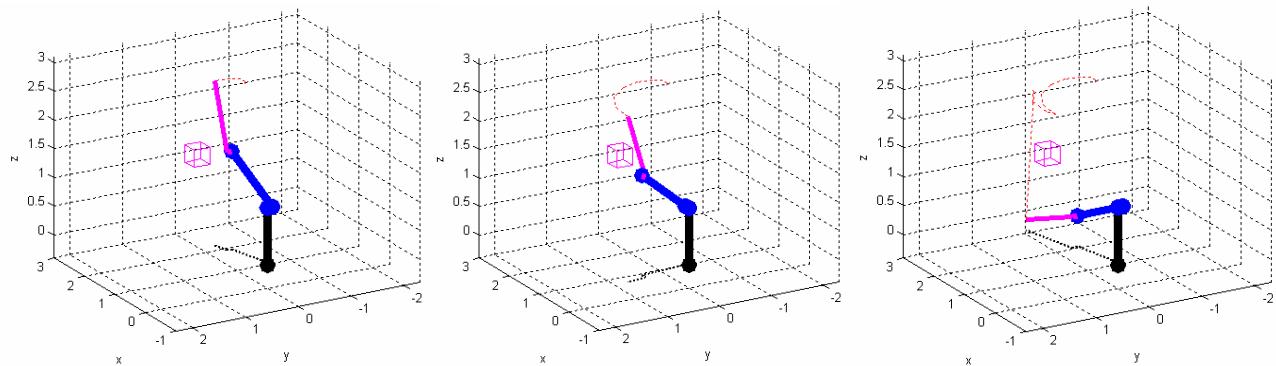


Figura 7.36 - Trajetória ótima segundo diferentes perspectivas.

A Tabela 7.15 resume as variações do índice de desempenho como função do número de pontos de controle intermediários usados no processo de interpolação. A estratégia

proposta é capaz de considerar interesses distintos, como o desvio de obstáculos e a melhoria do tempo total de percurso e da potência mecânica.

Deve-se destacar que diferentes valores de prioridade ou diferentes valores de referência na Equação (7.11) podem oferecer diferentes resultados. Por este motivo, é possível considerar estratégias ótimas em cenários variados.

Tabela 7.15 - Índice de desempenho ótimo para diferente número de nós intermediários

Número de nós intermediários	0	1	2	3	4
Tempo total [s]	10,0	10,7	10,0	9,7	7,4
Potência mecânica [kW]	25,54	19,30	18,20	17,8	3,78
Tempo de CPU [s]	1	39	164	244	374

Finalmente, um parâmetro relevante para atingir bons resultados é o número de pontos de controle intermediários. Um número menor de nós intermediários propicia movimento suave, enquanto um grande número de nós intermediários pode resultar em um índice de performance melhor, entretanto, a trajetória resultante é, em geral, não tão suave. Este comportamento se justifica pelo fato de que um grande número de nós intermediários leva a determinação de um perfil sinuoso, tendo como consequência uma trajetória igualmente sinuosa. A Figura 7.37 apresenta os valores das coordenadas de junta interpolados para vários números de pontos de controle intermediários considerados.

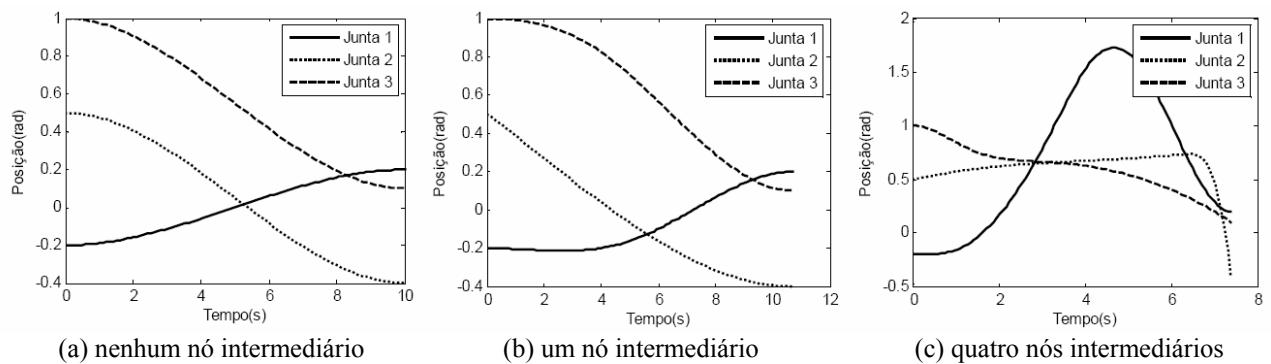


Figura 7.37 - Configuração das coordenadas das juntas.

Ao aumentar o número de pontos de controle intermediários é possível descrever uma função de complexidade arbitrária. Entretanto, deve-se mencionar que a alteração da interpolação polinomial por *spline* cúbica por outra de ordem superior não proporciona uma

melhora de desempenho, visto que as trajetórias suaves são sempre preferidas no projeto do planejamento de movimento.

Manipulador Elbow em um espaço de trabalho contendo mais de um obstáculo

No experimento a seguir, as coordenadas de junta inicial e final são definidas por $\theta_1=0$ rad, $\theta_2=0$ rad, $\theta_3=0$ rad, e $\theta_1=0$ rad, $\theta_2=\pi/2$ rad, $\theta_3=0$ rad, respectivamente. O movimento inicial é determinado através da interpolação através de *spline* cúbica entre os valores das coordenadas de junta da posição inicial e final. Estas trajetórias são determinadas de tal forma que as velocidades inicial e final são nulas, ou seja, $\dot{q}_i(t_0)=\dot{q}_i(t_f)=0$.

O presente procedimento leva à determinação da potência mecânica ($44,33$ kW) e tempo total (10 s), usados como parâmetros iniciais f_i^0 na Equação (7.11). Considera-se que todas as funções objetivo são ponderadas uniformemente ($\alpha_i = 1$).

Dois obstáculos com formato cúbico são incluídos no espaço de trabalho: o primeiro tem seu centro posicionado no ponto dado por $x=1,5$ m, $y=0$ m, $z=0,3$ m; o centro do segundo obstáculo está posicionado no ponto dado por $x=1,5$ m, $y=0$ m, $z=2,5$ m (os lados de ambos os obstáculos são iguais a $0,3$ m).

A Figura 7.38 apresenta o movimento resultante, obtido pela interpolação dos valores das coordenadas de junta desde a situação inicial até a final.

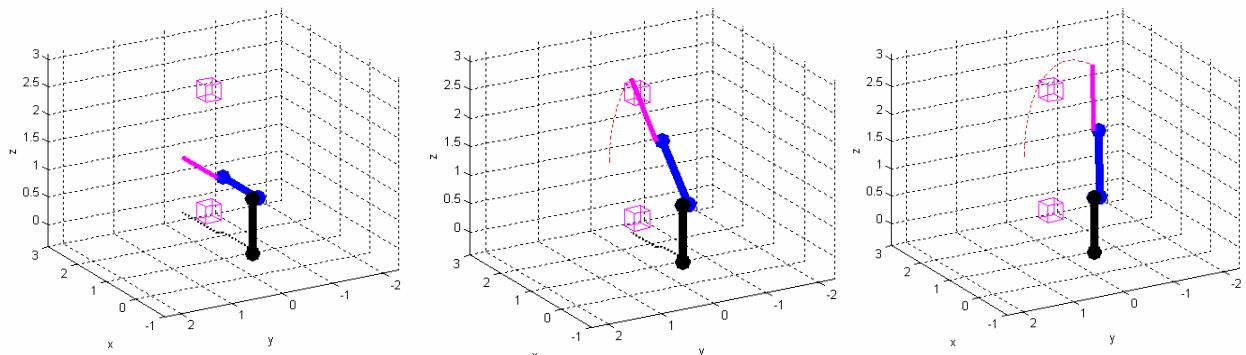


Figura 7.38 - Trajetória obtida através de interpolação simples.

Realizando o processo de otimização de acordo com a Equação (7.11), usando o procedimento para obtenção do ponto inicial descrito anteriormente, foram obtidos os valores de performance ótimos: $9,0$ s para o tempo total e $27,72$ kW para a potência mecânica. Os

valores do projeto ótimo para os pontos de controle são apresentados na Tabela 7.16 e o respectivo movimento é apresentado na Figura 7.39.

A estratégia proposta resulta em uma configuração bem sucedida em relação ao desvio de obstáculo, potência mecânica e tempo total.

Tabela 7.16 - Variáveis de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nó intermediário	$C1=(9,00, 0,00)$	$C1=(7,87, 1,27)$	$C1=(7,44, 0,79)$

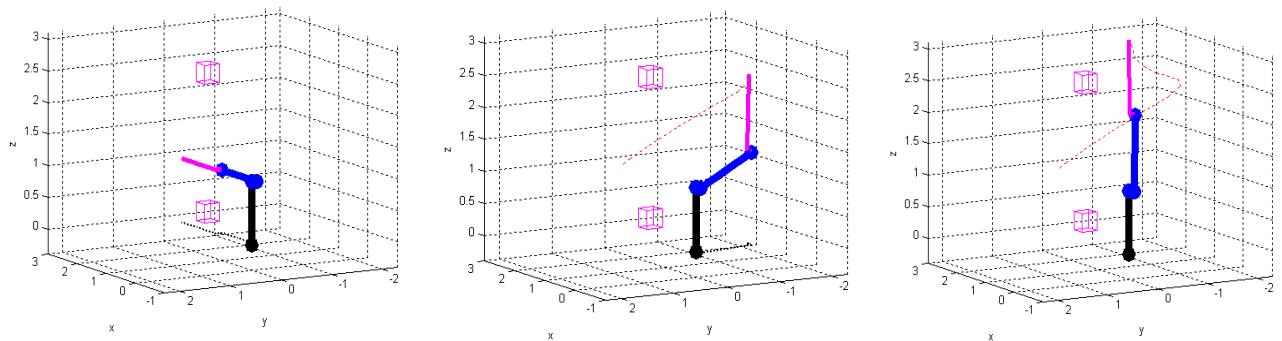


Figura 7.39 - Trajetória ótima em diferentes perspectivas.

A seguir, são apresentados os resultados relativos ao uso de dois pontos de controle intermediários para a determinação da interpolação de cada junta. O tempo total é reduzido para 8,8 s enquanto a potência mecânica é reduzida para 26,98 kW. A Tabela 7.17 apresenta os valores referentes ao projeto ótimo para os pontos de controle.

Tabela 7.17 - Variáveis de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós intermediários	$C1=(3,94, -1,28)$ $C2=(8,74, 0,00)$	$C1=(2,42, 0,15)$ $C2=(7,33, 1,08)$	$C1=(4,68, 0,99)$ $C2=(7,07, 1,02)$

Na seqüência, são exibidos os resultados relativos ao uso de três pontos de controle intermediários para determinar a interpolação em cada junta. O tempo total é reduzido 8,8 s e a potência mecânica é reduzida para 24,04 KW. A Tabela 7.18 apresenta os valores do projeto ótimo para os pontos de controle.

Tabela 7.18 - Variáveis de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós intermediários	C1=(0,71, -0,22) C2=(6,49, -1,22) C3=(8,76, -0,01)	C1=(1,03, 0,05) C2=(4,26, 0,31) C3=(7,40, 1,08)	C1=(0,10, 0,02) C2=(3,77, 0,75) C3=(7,20, 0,98)

Finalmente, para avaliar o efeito do aumento do número de pontos de controle, são agora apresentados os resultados referentes ao uso de quatro pontos de controle intermediários para determinar a interpolação em cada junta. O tempo total é reduzido para 8,5 s e a potência mecânica é reduzida a 26,63 kW. A Tabela 7.19 apresenta os valores do projeto ótimo para os pontos de controle e a Figura 7.40 mostra o respectivo movimento do robô.

Tabela 7.19 - Variáveis de projeto (valor ótimo)

	Junta 1	Junta 2	Junta 3
Nós intermediários	C1=(1,27, -0,38) C2=(4,01, -0,91) C3=(7,62, -1,35) C4=(8,46, -0,05)	C1=(2,24, 0,13) C2=(4,08, 0,28) C3=(6,22, 0,66) C4=(7,84, 1,31)	C1=(0,90, 0,13) C2=(3,98, 0,79) C3=(6,06, 1,36) C4=(8,26, 0,13)

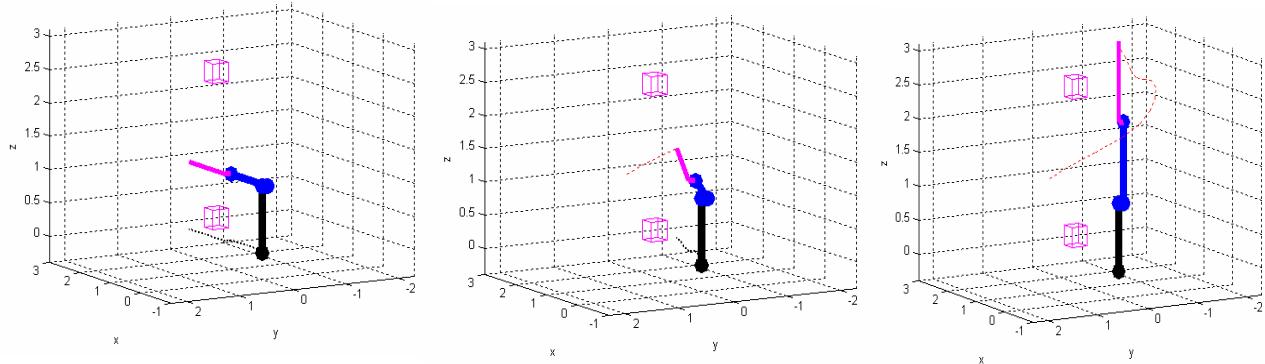


Figura 7.40 - Trajetória ótima em diferentes perspectivas.

A Tabela 7.20 resume a variação do índice de performance resultante da inclusão de pontos de controle intermediários no projeto da trajetória. Como o uso da estratégia proposta é apropriada para considerar diferentes interesses simultaneamente, deve-se destacar que diferentes valores de prioridade – ou diferentes valores de referência na Equação (7.11) – levam a resultados distintos.

Tabela 7.20 - Índice de desempenho ótimo ao utilizar um número diferente de nós intermediários.

<i>Número de nós intermediários</i>	0	1	2	3	4
Tempo total [s]	10,0	9,0	8,8	8,8	8,5
Potência mecânica [kW]	44,33	27,72	26,98	24,04	26,63
Tempo de CPU [s]	1	98	154	295	386

Através da comparação entre os resultados obtidos pelo uso de dois, três ou quatro pontos de controle intermediários é possível constatar a proximidade dos valores apresentados pelos índices de desempenho. A trajetória resultante é apresentada na Figura 7.41

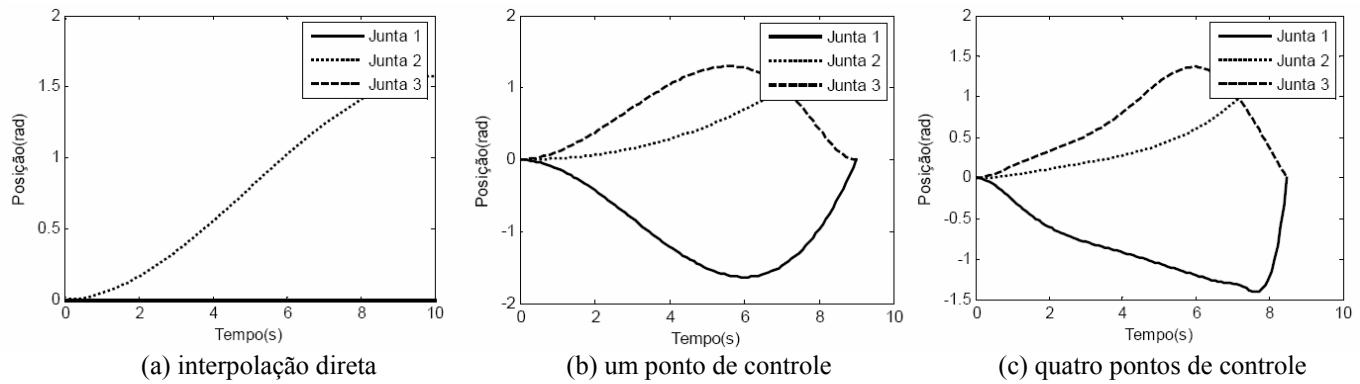


Figura 7.41 - Configuração das coordenadas das juntas.

7.4.3 Conclusão

Este estudo considerou uma metodologia para a obtenção da trajetória ótima de robôs manipuladores seriais na presença de obstáculos. A principal característica da formulação de planejamento de trajetória proposta como um problema de otimização é a inclusão de nós intermediários para a interpolação das coordenadas de cada junta, como variáveis de projeto. Este enfoque permitiu a análise de várias funções objetivo através da formulação de otimização multicritério, mantendo a característica de suavidade do movimento. As diversas funções objetivo foram utilizadas na construção de um índice de performance escalar a ser minimizado, considerando-se assim a existência de objetivos conflitantes. O usuário, de acordo com cada aplicação específica, pode alterar o valor dos fatores de ponderação e dos fatores de escala com o propósito de obter um resultado mais satisfatório, conforme seu interesse.

Cada vez que um obstáculo deve ser evitado, o tempo total de percurso e a potência mecânica correspondentes são aumentados. A interpretação física neste caso é que tanto a energia quanto o tempo têm seu consumo aumentado no movimento de desvio do obstáculo. Por este motivo o critério de performance proposto inclui o tempo total, a potência mecânica e parâmetros de desvio de obstáculos, com o intuito de modelar os elementos do sistema robótico de forma representativa.

Em cada aplicação numérica, foi considerado o aumento do número de nós intermediários no espaço de coordenadas de junta. Este procedimento oferece maior liberdade para o algoritmo obter trajetórias ótimas, contribuindo para a efetiva minimização da potência mecânica associada. Entretanto, deve-se destacar que não é recomendado o aumento arbitrário do número de pontos de controle intermediários porque isto pode levar à descontinuidade do movimento ou a trajetórias abruptas.

Nas aplicações apresentadas, o tempo total estabelecido inicialmente é considerado ideal para a realização da tarefa especificada. Isto significa que, com o discreto aumento do tempo, é possível a obtenção de um índice de performance melhor. Outra possibilidade seria a consideração do tempo total como sendo fixo, impedindo uma análise mais abrangente dos efeitos da variação deste parâmetro. Na presente metodologia o projetista pode considerar a possibilidade de aumento ou diminuição do valor de referência do tempo total para uma aplicação específica e verificar se este procedimento levará a melhores resultados.

7.5 Potência mecânica e obstáculo móvel

7.5.1 Formulação do problema

Para considerar a redução da potência mecânica e a habilidade de desvio de obstáculo simultaneamente, é proposto o uso da função objetivo escalar

$$f_{18} = k_1 \frac{f_6}{f_6^0} + k_2 \frac{f_8}{f_8^0} \quad (7.13)$$

onde f_6 e f_8 são dadas pelas Equações (2.39) e (4.6), respectivamente, e f_6^0 e f_8^0 são valores de referência.

A Equação (7.13) é definida como sendo a função objetivo na formulação geral dada pela Equação (3.23).

Neste trabalho, o vetor de estado x descreve a coordenada de junta q , enquanto o vetor de controle v descreve a velocidade correspondente \dot{q} aplicada a cada junta.

Adicionalmente, há restrições relacionadas à especificação de posicionamento inicial e final da trajetória:

$$q_{0,i}(t_0) = tr_{0,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.14)$$

$$q_{f,i}(t_0) = tr_{f,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.15)$$

e restrições relativas à especificação da velocidade inicial e final da trajetória:

$$\dot{q}_{0,i}(t_0) = vl_{0,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.16)$$

$$\dot{q}_{f,i}(t_0) = vl_{f,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.17)$$

Como é suposto que o manipulador inicia e conclui o movimento a partir do repouso, são especificadas velocidades nulas no início e final do movimento.

Com o objetivo de melhorar o desempenho do método numérico, é proposta uma estratégia que consiste na otimização em duas fases: primeiramente, é considerado o desvio do obstáculo, e então, tanto o obstáculo quanto a potência mecânica são objetivos simultaneamente considerados na segunda fase da otimização.

Inicialmente, é calculada a interpolação do tipo *spline* cúbica das coordenadas de junta, entre as configurações inicial e final.

As equações (2.39) e (4.6) são calculadas e os valores resultantes são definidos como valores de referência para f_6^0 e f_8^0 , usando a trajetória preliminar obtida da interpolação *spline*. Como o desvio do obstáculo deve ser garantido para se estabelecer uma trajetória factível, na primeira fase da otimização os fatores de ponderação são definidos como $k_1=1$ e $k_2=0$, e a trajetória ótima é calculada pelo uso das informações da interpolação como valores iniciais para a trajetória ótima.

Após a atualização dos valores de referência, f_6^0 e f_8^0 , com os valores desta nova trajetória (os novos valores iniciais para as variáveis de projeto), na segunda fase do processo de otimização os fatores de ponderação são definidos como $k_1=0,5$ e $k_2=0,5$. O processo de

otimização é executado com estes novos parâmetros, resultando na especificação da trajetória ótima.

Deve-se destacar que diferentes fatores de ponderação podem resultar em trajetórias ótimas distintas. Por este motivo, é possível ajustar o procedimento de forma a descrever melhor diferentes situações.

Em resumo, a estratégia proposta é descrita pelos seguintes passos:

1. Dadas as coordenadas de junta inicial e final, q_0 e q_f :
 - a. Calcular o polinômio interpolador tipo *spline* para gerar a trajetória inicial.
 - b. Analisar as funções objetivo dadas pelas Equações (2.39) e (4.6) e utilizar seus valores como f_6^0 e f_8^0 , respectivamente.
2. Para $k_1=1$ e $k_2=0$:
 - a. Definir a trajetória do passo anterior como aproximação inicial.
 - b. Otimizar a função objetivo, Equação (7.13), obtendo uma nova trajetória.
 - c. Analisar as funções objetivo dadas pelas Equações (2.39) e (4.6) e utilizar seus valores como f_6^0 e f_8^0 , respectivamente.
3. Para $k_1=0,5$ e $k_2=0,5$:
 - a. Definir a trajetória do passo anterior como aproximação inicial.
 - b. Otimizar a função objetivo, Equação (7.13)

Pode-se utilizar diversos métodos para resolver o problema de controle envolvido na estratégia apresentada.

Neste trabalho, os resultados são calculados através de um procedimento de otimização não linear clássico. Neste caso, não há necessidade de cálculo de parâmetros extras e as derivadas são obtidas numericamente. As melhores soluções foram obtidas usando o método da Programação Linear Seqüencial (Sequential Linear Programming - SLP) (Luenberger, 1984; Vanderplaats, 1999). Os algoritmos foram implementados em FORTRAN utilizando a biblioteca de otimização DOT ® (Vanderplaats, 1995).

7.5.2 Experimentos numéricos

Para realizar os exemplos numéricos seguintes, o tempo inicial e final foram definidos como $t_0=0\text{ s}$ e $t_f=9\text{ s}$, respectivamente. O intervalo de tempo é discretizado em $N=20$ passos.

Nos exemplos a seguir utiliza-se o manipulador planar com dois elementos (*links*). O valor dos parâmetros do manipulador são $a_1=1,2\text{ m}$, $a_2=1,2\text{ m}$, e a massa dos *links* são $m_1=10\text{ kg}$ e $m_2=10\text{ kg}$, respectivamente. A potência mecânica, dada pela Equação (2.39), é calculada a partir do modelo dinâmico explícito do manipulador (Paul, 1981).

Primeiro experimento numérico

Neste experimento, o intervalo de tempo é definido segundo $N=30$ passos para a realização do cálculo computacional. Os valores iniciais das coordenadas de junta são $\theta_1=0,1\text{ rad}$ e $\theta_2=-0,2\text{ rad}$, e os valores finais das coordenadas de junta são $\theta_1=2,0\text{ rad}$ e $\theta_2=0,8\text{ rad}$.

Há três obstáculos móveis no espaço de trabalho. O primeiro se move da posição Cartesiana inicial $(1,7; 2,0; 0,0)\text{ m}$ para a posição Cartesiana final $(2,5; 0,5; 0,0)\text{ m}$, o segundo se move de $(-1,0; 2,5; 0,0)\text{ m}$ para $(1,5; 2,5; 0,0)\text{ m}$, e o terceiro se movimenta de $(-2,0; 0,5; 0,0)\text{ m}$ para $(-1,0; 0,0; 0,0)\text{ m}$. Todos os obstáculos estão se movendo em 30 passos igualmente espaçados.

A Figura 7.42 apresenta o ângulo de junta de cada manipulador e a distância mínima ao obstáculo, durante a trajetória. Estes valores são obtidos a partir da interpolação do tipo *spline* da trajetória e da primeira fase da otimização da trajetória.

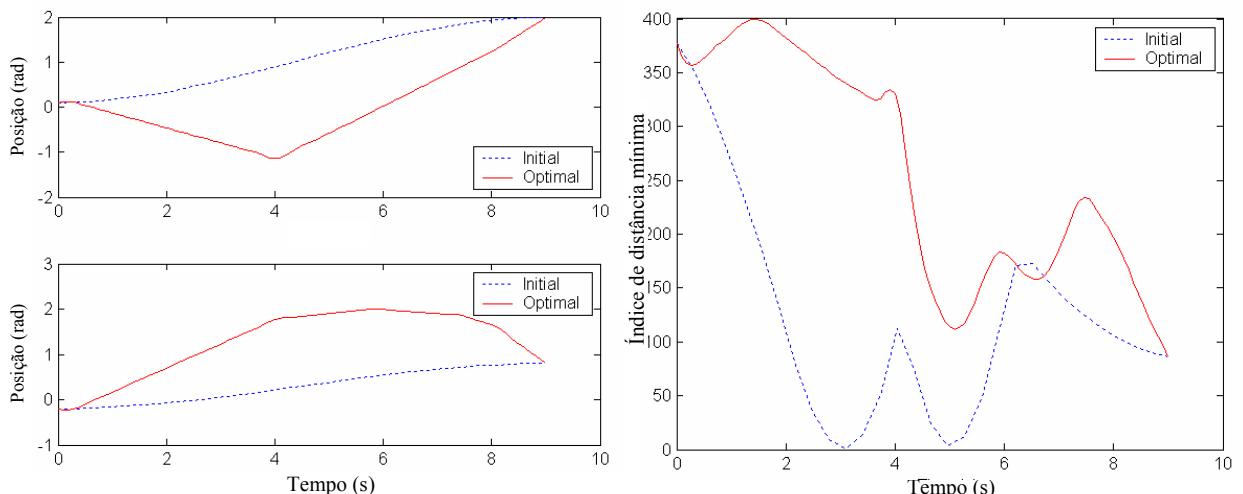


Figura 7.42 - Coordenada de junta e distância mínima ao obstáculo (primeira fase).

O índice mínimo de distanciamento é próximo de zero nos instantes de tempo $t=3\text{ s}$ e $t=5\text{ s}$. Isto significa que o manipulador colide com um dos obstáculos nos dois instantes de tempo.

Após a primeira fase da otimização, há o desvio efetivo do obstáculo e a distância mínima é aumentada de 0,6616 para 86,56. O valor do índice de distância no instante da colisão é maior que o valor encontrado no caso anterior. Isto acontece devido ao processo de discretização.

Uma nova trajetória ótima é obtida ao se realizar a segunda fase da otimização, que utiliza os valores anteriores como referência. A nova trajetória considera o desvio do obstáculo e a minimização da potência mecânica.

Há uma pequena variação que pode ser observada ao se comparar os valores inicial e ótimo após a segunda fase do processo de otimização, tanto para o posicionamento quanto para o torque. Entretanto, mesmo neste caso, a soma da potência mecânica é reduzida com êxito, ou seja, de $0,1597\text{E}+06\text{ W}$ para $0,7092\text{E}+05\text{ W}$. A maior alteração é observada nos perfis da velocidade e no índice de desvio do obstáculo.

A Figura 7.43 apresenta a posição da coordenada de junta e a distância mínima durante a primeira e a segunda fase do processo de otimização.

Verifica-se o efetivo desvio do obstáculo, e o índice de distanciamento mínimo apresenta um pequeno acréscimo (de 86,56 para 86,66). A velocidade e torque associados são exibidos na Figura 7.44. A Figura 7.45 mostra o movimento do manipulador estabelecido pelo planejamento ótimo.

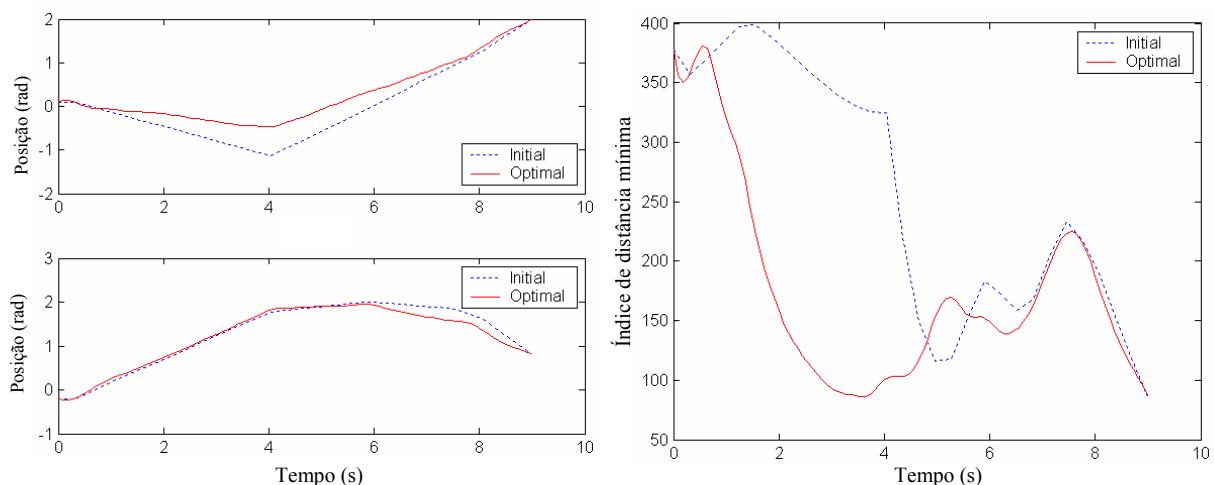


Figura 7.43 - Coordenada de junta e distância mínima ao obstáculo (segunda fase).

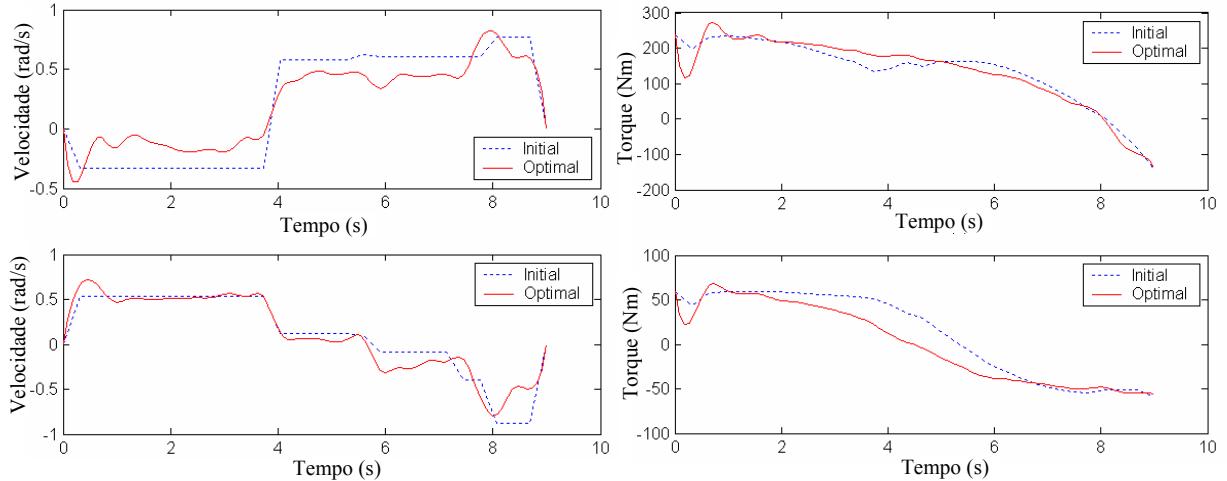


Figura 7.44 - Velocidade e torque resultante do planejamento ótimo da trajetória.

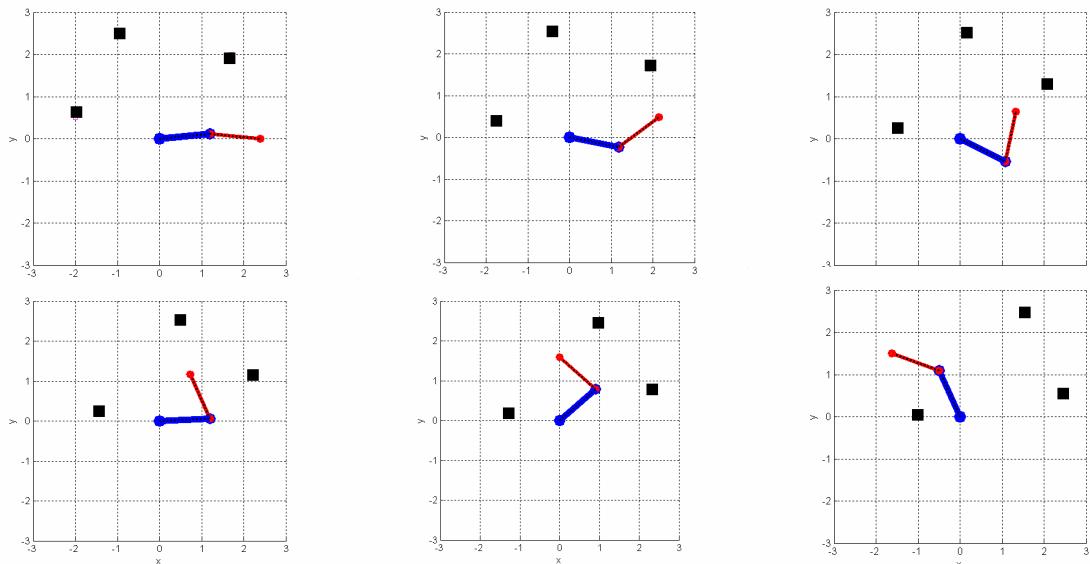


Figura 7.45 - Planejamento ótimo da trajetória.

Segundo experimento numérico

Neste experimento, o valor inicial da coordenada de junta é $\theta_1=0,0 \text{ rad}$, $\theta_2=0,0 \text{ rad}$, $\theta_3=-1,0 \text{ rad}$, $\theta_4=0,0 \text{ rad}$, $\theta_5=0,0 \text{ rad}$, e $\theta_6=0,0 \text{ rad}$, e o valor final é $\theta_1=1,5708 \text{ rad}$, $\theta_2=0,0 \text{ rad}$, $\theta_3=-1,5 \text{ rad}$, $\theta_4=0,0 \text{ rad}$, $\theta_5=0,0 \text{ rad}$, e $\theta_6=0,0 \text{ rad}$. Há dois obstáculos dentro do espaço de trabalho do manipulador. O primeiro obstáculo se move da posição Cartesiana inicial $(0,4; 0,2; 0,7) \text{ m}$ para a posição Cartesiana final $(0,6; 0,2; 0,1) \text{ m}$. O segundo obstáculo se move da

posição Cartesiana inicial $(0,2; 0,5; 0,0)$ m para a posição Cartesiana final $(0,2; 0,4; 0,8)$ m. Os obstáculos se movem ao longo de 20 passos igualmente espaçados.

A Figura 7.46 apresenta cada ângulo de junta do manipulador e a distância mínima correspondente ao obstáculo durante a trajetória. Estes valores são obtidos da trajetória estabelecida pela interpolação tipo *spline* e pela primeira fase da otimização da trajetória.

O índice de distância mínima tem o menor valor no instante de tempo $t=4,5$ s. Isto significa que o manipulador colide com o obstáculo neste instante.

Após a primeira fase da otimização, há o desvio do obstáculo (o índice da distância mínima é aumentado de 15,00 para 24,70). O valor deste índice de performance no instante da colisão é maior que os valores encontrados em todos os casos anteriores.

Após a segunda fase da otimização, obtém-se uma nova trajetória ótima que considera a minimização da potência mecânica e o desvio do obstáculo.

A Figura 7.47 apresenta a coordenada de junta e a distância mínima para as duas fases (inicial e óptima) do processo de otimização.

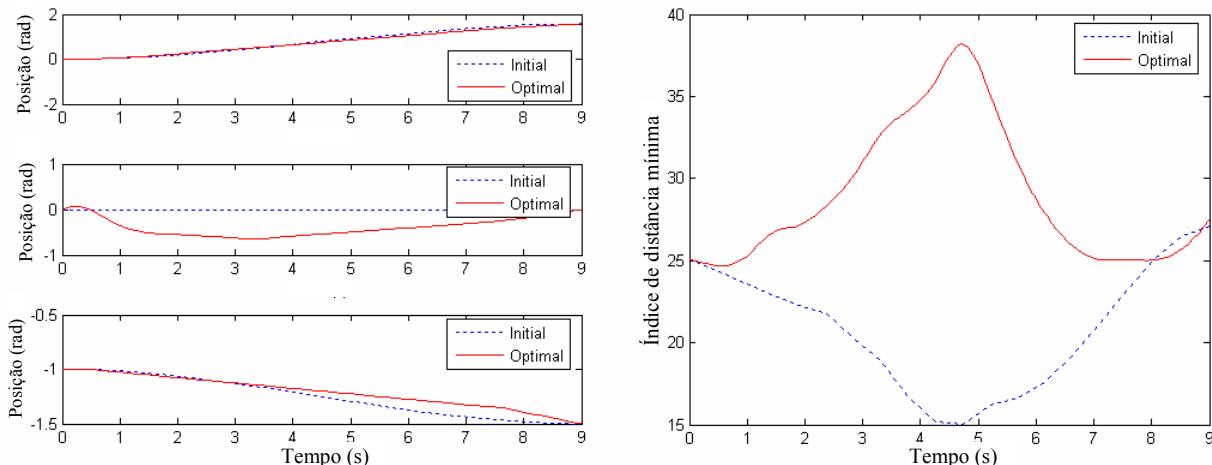


Figura 7.46 - Coordenada de junta e distância mínima ao obstáculo (primeira fase).

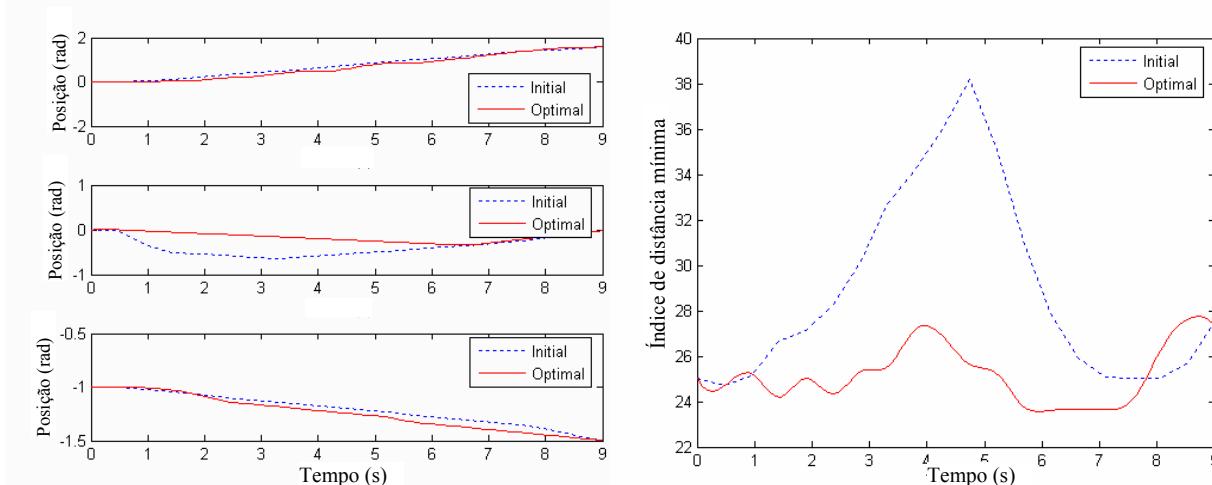


Figura 7.47 - Coordenada de junta e distância mínima ao obstáculo (segunda fase).

A maior diferença ao se comparar os valores inicial e ótimo é dada pela segunda coordenada de junta. Isto se deve ao ajuste da trajetória para a diminuição da potência mecânica. O valor inicial da soma da potência mecânica é 4,505 W. Após a otimização para o desvio do obstáculo, a potência mecânica é aumentada para 674,4 W. Após a segunda fase da otimização, que considera tanto o desvio de obstáculo como a minimização da potência mecânica, o valor ótimo da potência mecânica é de 113,1 W.

Após a segunda fase da otimização, há o desvio bem sucedido do obstáculo (o índice de distância mínima é aumentado para 23,62) e a soma da potência mecânica é reduzida para 113,1 W. A velocidade e o torque correspondentes são mostrados na Figura 7.48.

Na Figura 7.49 é apresentado o movimento do manipulador resultante do planejamento ótimo.

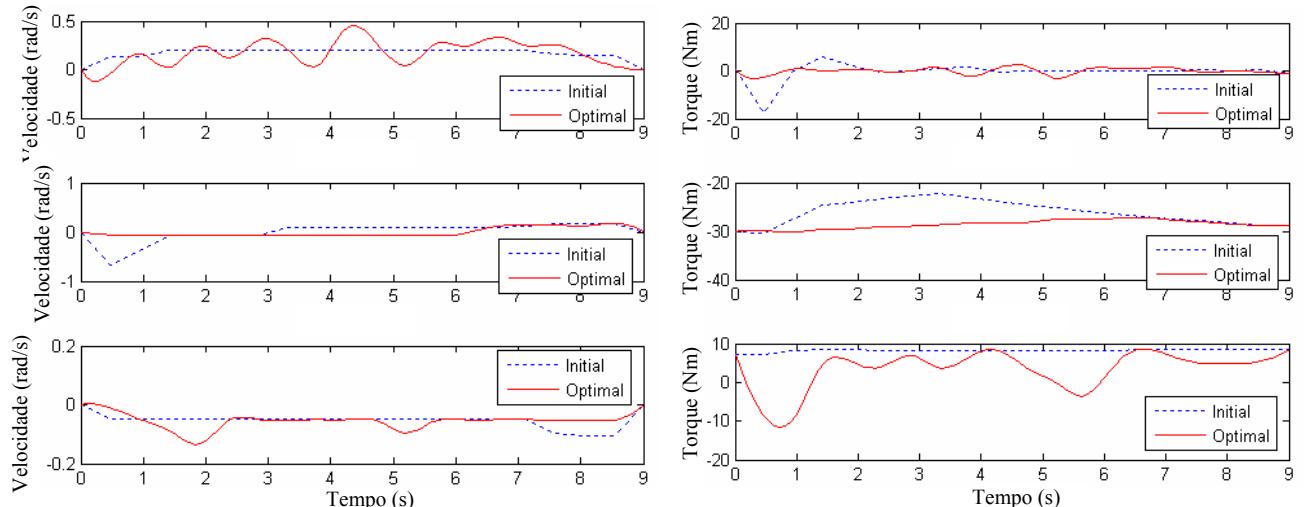


Figura 7.48 - Velocidade e torque resultantes do planejamento ótimo da trajetória.

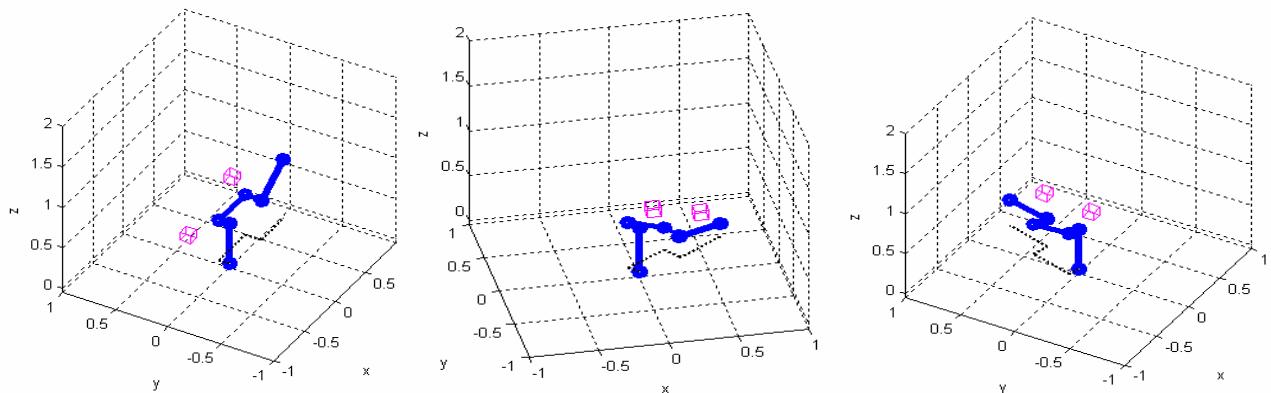


Figura 7.49 - Planejamento ótimo da trajetória.

7.5.3 Conclusão

Nesta seção foi apresentada uma nova metodologia para realizar o planejamento ótimo da trajetória de robôs manipuladores na presença de obstáculos móveis. Foram analisados experimentos numéricos com o objetivo de demonstrar a eficiência da metodologia em diferentes situações.

Após a definição do modelo matemático que descreve a potência mecânica e a proximidade entre o manipulador e o obstáculo, foi proposto um índice de performance que considera a potência mecânica ótima e o desvio de obstáculo ótimo, simultaneamente. Isto foi possível através do uso da teoria de otimização multicritério.

Adotando a velocidade de cada junta como parâmetros do vetor de controle e a posição como vetor de estado, foi mostrado que a formulação de controle ótimo proposta é indicada para o projeto de planejamento da trajetória ótima.

Conforme demonstrado pelos exemplos, o índice de desvio de obstáculos proposto descreve a presença de obstáculos no espaço de trabalho de forma eficiente. No primeiro, segundo e quinto experimentos, este índice tem valor zero (ou quase zero) no instante da colisão. Entretanto, isto não acontece no terceiro e quarto experimentos, onde o índice tem valor maior que zero no instante da colisão. Este comportamento se deve às seguintes razões: a natureza não dimensional da equação proposta (que não é definida exatamente como a norma Euclidiana), o número de instantes considerados no intervalo de tempo, e a discretização de todos os pontos de referência física (o contorno do manipulador e do obstáculo).

Um ponto importante é que o cálculo do índice de desvio do obstáculo não considera a orientação do movimento do obstáculo. Devem-se considerar duas situações opostas quando o obstáculo está próximo do manipulador: a distância entre o manipulador e o obstáculo está diminuindo (o que não é desejável) ou aumentando (o que é aceitável).

Uma armadilha significativa no processo de otimização é a existência de vários pontos de mínimo local. Esta dificuldade é superada na atual contribuição pelo uso de um processo de otimização com duas fases e pelo método de Programação Linear Seqüencial.

Os cálculos realizados indicam que a existência de obstáculos no espaço de trabalho aumenta a potência mecânica total necessária para se obter uma situação de desvio do

obstáculo, quando comparada com a trajetória obtida em um ambiente irrestrito sem obstáculos.

O índice de performance multicritério possibilita o ajuste dos fatores de ponderação para se obter diferentes níveis de prioridade para cada objetivo. Por este motivo, diferentes interesses e características de projeto podem ser analisados com o uso da mesma estratégia.

Quando se compara a trajetória ótima obtida com aquelas geradas por técnicas de interpolação clássica, um perfil menos suave é observado. Este comportamento se deve ao requisito de desvio efetivo do obstáculo ao se minimizar requisitos dinâmicos (a potência mecânica).

7.6 Interceptação de objetos em movimento e potência mecânica

Com o aumento do uso de manipuladores robóticos em diversos setores industriais, tem também aumentado os requisitos sobre sua capacidade de carga. Um aspecto essencial para o uso eficiente de sua capacidade envolve a consideração de seu comportamento dinâmico. Movimentos que exigem potencialmente torque muito elevado em suas juntas não devem ser implementados, devido à limitação dos atuadores normalmente disponíveis.

Além disto, um fator importante do ponto de vista econômico, é a energia requerida para a realização de determinada tarefa. Como a atividade a ser desenvolvida será repetida por várias vezes, um estudo criterioso do movimento de forma a reduzir a energia necessária em cada ciclo de operação pode resultar em uma economia de energia ao final de um longo período de operação.

Uma análise que atenda a estes requisitos tem sua complexidade aumentada quando o robô deve interceptar um objeto em movimento. Neste caso, há mais de uma posição possível para a interceptação do objeto, pois devido ao seu movimento, sua posição dentro do espaço de trabalho é variável ao longo do tempo.

Assim, a melhor posição para interceptação e o melhor instante em que isto ocorre são incógnitas do problema. Este situação pode ser encontrada num ambiente industrial, por exemplo, quando um objeto transportado por uma esteira rolante deve ser manipulado pelo robô.

Diante deste contexto, propõe-se a otimização da potência mecânica como forma de reduzir a exigência mecânica e a energia requerida pelo sistema ao manipular um objeto em movimento. São definidos critérios de desempenho para a interceptação do objeto e para a minimização da potência mecânica durante a determinação da trajetória ótima.

A presença do objeto móvel a ser manipulado implica que a solução do problema de cinemática inversa para a especificação desta posição é variável ao longo do tempo, ou seja, há um conjunto de soluções para a cinemática inversa durante um dado intervalo de tempo. Determinar qual é a melhor solução e o instante de tempo ótimo em que isto ocorre são aspectos que aumentam a complexidade do problema a ser analisado. A presente proposta consiste em uma extensão dos resultados apresentados em trabalhos anteriores, onde foi estabelecida uma estratégia de controle ótimo a partir do movimento especificado (Santos *et al.*, 2005) e analisado o uso do torque e potência mecânica como objetivos a serem otimizados (Santos *et al.*, 2006)

7.6.1 Objeto a ser manipulado

Segundo a proposta estabelecida, deve-se determinar uma trajetória que permita ao manipulador interceptar um objeto em movimento.

Supõe-se neste trabalho que a trajetória do objeto é conhecida durante toda a operação do robô. Pode-se determinar a distância entre o efetuador e o objeto através do conceito clássico de norma. Quanto à posição do obstáculo, que varia em função do tempo t , esta é representada por um ponto cartesiano $(c_x(t), c_y(t), c_z(t))$. A distância deste ponto a um ponto de referência $(x_i(q,t), y_i(q,t), z_i(q,t))$ do efetuador, também função do tempo t , de acordo com cada coordenada de junta q , pode ser obtida através da norma Euclidiana

$$D(q,t) = \sqrt{(x_i(q,t) - c_x(t))^2 + (y_i(q,t) - c_y(t))^2 + (z_i(q,t) - c_z(t))^2} \quad (7.18)$$

Como não há conhecimento prévio do instante de tempo ótimo t^* e da posição ótima q^* na qual o manipulador deverá encontrar-se com o objeto, estes valores são obtidos a partir da formulação de um problema de otimização, no qual o índice de performance é dado por:

$$f_{19}(q,t) = \min D(q,t), \quad t_0 < t < t_f \quad (7.19)$$

Na situação ideal tem-se $f_{19}(q^*, t^*) = 0$, para alguma posição q^* e instante t^* ótimos. Entretanto, como será considerado adicionalmente o critério da potência mecânica, além da realização usual de aproximações durante o processamento numérico, em geral tem-se $f_{19}(q^*, t^*) < \varepsilon$, onde $\varepsilon > 0$.

7.6.2 Formulação

A especificação de um valor de referência é de fundamental importância na especificação de uma função objetivo multicritério.

Para se considerar ambos a distância do efetuador ao objeto e a potência mecânica, simultaneamente, propõe-se a seguinte função objetivo escalar:

$$f_{20}(q, t) = k \frac{f_{19}}{f_{19}^0} + (1 - k) \frac{f_6}{f_6^0}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (7.20)$$

onde f_{19} e f_6 são dados pelas Equações (7.19) e (2.39), respectivamente. As constantes f_{19}^0 e f_6^0 são valores de referência.

Durante o processo de otimização, serão considerados diferentes fatores de ponderação. Na primeira fase, utiliza-se o valor $k=1$, de forma a considerar somente a distância entre o efetuador e o objeto como objetivo a ser minimizado, levando a uma configuração viável para a tarefa a ser executada. Esta solução é utilizada como aproximação inicial durante a segunda fase, na qual é utilizado o valor $k=0,5$ como forma de considerar tanto o posicionamento como a potência mecânica, simultaneamente, no processo de otimização. Pode ocorrer alteração no valor do tempo ótimo t^* obtido durante a segunda fase do processo em relação àquele obtido ao término da primeira fase, pois este instante de tempo também é uma variável de projeto.

Adicionalmente, para cada uma das n juntas, têm-se as restrições de especificação inicial e final da trajetória:

$$q_i(t_0) = pos_{1,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.21)$$

$$q_i(t_f) = pos_{2,i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7.22)$$

e as restrições de especificação inicial e final de velocidade:

$$\dot{q}_i(t_0) = vel_{1,i}, i = 1, \dots, n. \quad (7.23)$$

$$\dot{q}_i(t_f) = vel_{2,i}, i = 1, \dots, n. \quad (7.24)$$

nos instantes de tempo inicial t_0 e tempo final t_f .

Nos experimentos numéricos, consideram-se as especificações de velocidade inicial e final como sendo nulas, o que fisicamente significa que o robô inicia o movimento a partir do repouso e o finaliza também em repouso.

7.6.3 Experimento Numérico

A Tabela 7.21 apresenta os parâmetros de Denavit-Hartenberg para o manipulador Elbow. A massa de cada elemento é de 10 kg. É utilizado o momento de inércia de uma barra cilíndrica para representar cada elemento no que se refere ao cálculo dos efeitos dinâmicos, de forma que $I_x = 0$, $I_y = I_z = (1/12)mL^2$, onde $L = 0,9m$ ou $L = 0,7m$ (L corresponde ao parâmetro a na Tabela 7.21).

Tabela 7.21 - Parâmetros de *Denavit-Hartenberg* para o manipulador Elbow.

Elemento	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	0	1,5708	0	θ_1
2	0,9	0	0	θ_2
3	0,7	0	0	θ_3

As posições inicial e final do manipulador são iguais, sendo definidas por $q_1 = -1,0$ rad, $q_2 = 0,5$ rad e $q_3 = -1,57$ rad. O objeto a ser manipulado se move horizontalmente da posição Cartesiana (1,5, 1, -0,3) até a posição (-1, 1, -0,3), e tem a geometria de um cubo com lados iguais a 0,2 m. Devido a referência utilizada para a representação do manipulador, o piso está ao nível $z=-0,5$ m. O intervalo de tempo $t \in [0, 9]$ s é subdividido em $N=50$ passos igualmente espaçados.

Com o uso dos parâmetros $f_1^0 = 0,1m$ e $k=1$ (Equação 7.20) ao se realizar a primeira fase da otimização obtém-se uma trajetória inicial que intercepta o objeto, o que pode ser comprovado pelo valor da função objetivo, $f_1 = 0,0023m$.

Utilizando a trajetória estabelecida nesta fase como aproximação inicial para a segunda fase do processo de otimização, com os parâmetros $f_1^0 = 0,1m$, $f_2^0 = 5,41 \times 10^4$ Watts e $k=0,5$, tem-se os valores ótimos apresentados na Tabela 7.22.

Tabela 7.22 - Resultado ótimo em cada fase da otimização.

	1º fase da otimização	2º fase da otimização
Distância ao objeto f_1 (m)	0,0023	0,0053
Potência mecânica f_2 (W)	$0,5413 \times 10^5$	$0,8786 \times 10^4$
Função objetivo f_3	5,065	0,871

Ao se comparar os resultados obtidos nas diferentes fases da otimização, pode-se constatar a efetiva redução da potência mecânica e a manutenção da distância do efetuador ao objeto em um valor próximo ao estabelecido inicialmente. A Figura 7.49 apresenta o ajuste feito pelo método utilizado no valor das coordenadas de junta para o estabelecimento da trajetória ótima. São representados os movimentos especificados pela trajetória inicial (primeira fase da otimização) e pela trajetória ótima (segunda fase da otimização).

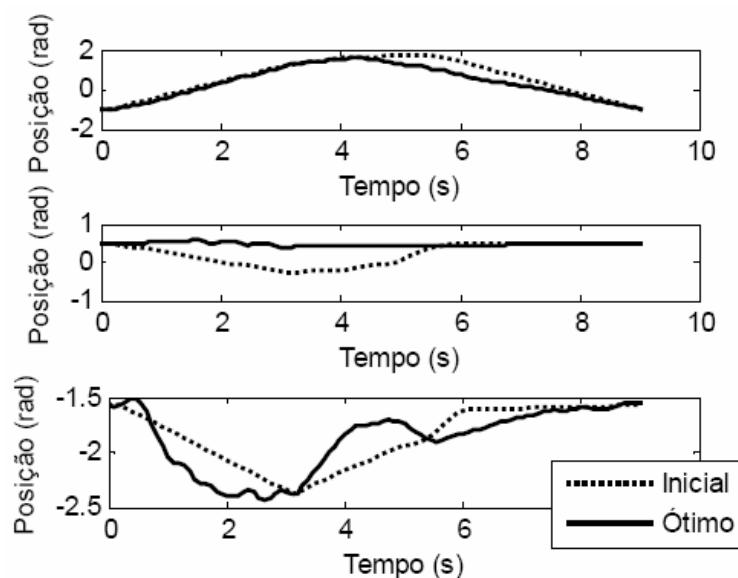


Figura 7.49 - Coordenadas de junta durante as trajetórias (---) inicial e (—) ótima.

Pode-se verificar na figura o maior ajuste das coordenadas da segunda e terceira juntas, como tentativa de minimizar a potência mecânica durante o movimento. A Figura 7.50 exibe a distância entre o efetuador e o objeto ao longo das respectivas trajetórias. Deve-se destacar que esta figura informa a distância no caso em que o objeto não é apreendido pelo efetuador. Caso o efetuador agarre o objeto, considera-se que a distância entre eles será nula a partir do instante do encontro entre ambos.

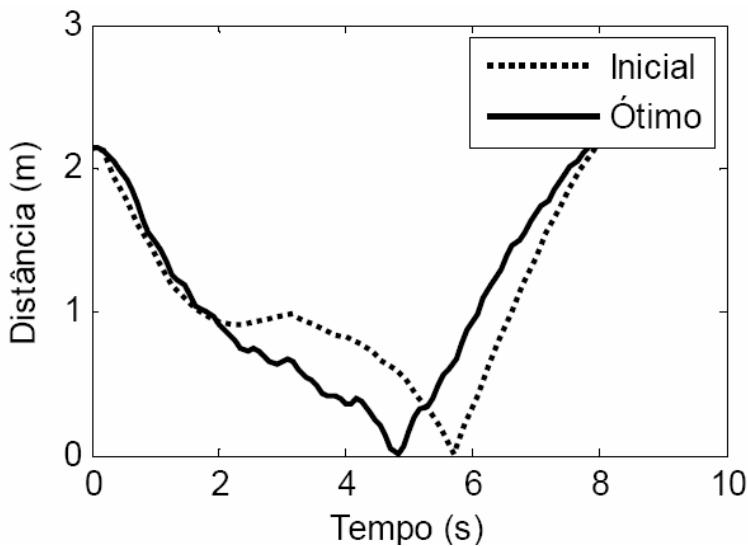


Figura 7.50 - Distância do efetuador ao objeto durante as trajetórias (---) inicial e (—) ótima.

Observa-se um ajuste do tempo ótimo para um valor próximo de 5 s na trajetória ótima. Isto demonstra que o instante no qual o objeto será manipulado pelo robô é um parâmetro que contribui para a melhoria do desempenho durante o movimento.

As diferentes posições do manipulador nos instantes de tempo $t=0$, $t=1,6s$, $t=3,4s$, $t=5,3s$, $t=8,0s$ e $t=9,0s$ são apresentadas na Figura 7.51.

De acordo com o movimento ilustrado pela figura, pode-se constatar visualmente a interseção entre o efetuador e o objeto em movimento. A trajetória obtida é ótima para os fatores de ponderação especificados no início da análise. Pode-se alterar estes fatores de maneira a priorizar a otimização da potência mecânica ou o encontro com o objeto. Usualmente, diferentes fatores de ponderação resultam em diferentes soluções do problema de otimização.