

ADRIANO SILVA BORGES

**CONTROLE MODAL DE ROTORES COM MANCAIS
MAGNÉTICOS – PROJETO ROBUSTO**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2016

Página intencionalmente deixada em branco.

ADRIANO SILVA BORGES

**CONTROLE MODAL DE ROTORES COM MANCAIS
MAGNÉTICOS - PROJETO ROBUSTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr

UBERLÂNDIA – MG

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

B732c
2016 Borges, Adriano Silva, 1976-
 Controle Modal de Rotores com Mancais Magnéticos - Projeto
Robusto / Adriano Silva Borges. - 2016.
 197 f. : il.

 Orientador: Valder Steffen Jr..
 Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
 Inclui bibliografia.

 1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Mancais - Teses. 3. Rotores -
Teses. 4. Vibrações mecânicas - Teses. I. Steffen Jr., Valder. II.
Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

...à minha esposa, com todo amor.

Página intencionalmente deixada em branco.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por iluminar meu caminho e a Nossa Senhora da Conceição Aparecida, pela proteção durante as longas e frequentes viagens.

Aos meus pais, Francisco e Hélia pelos sábios conselhos.

Ao meu irmão Adailton, pelo incentivo e pela sua inestimável contribuição para a finalização deste trabalho.

À minha esposa Milena, pelo carinho, cumplicidade e amor incondicional.

Aos meus sogros Dorival e Sônia por todo carinho recebido.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Valder Steffen Jr, pela acolhida e por todos os ensinamentos, além de servir como exemplo profissional e humano.

Aos amigos Marcus Vinicius e Karina, pela amizade e pela valorosa contribuição neste trabalho.

Aos amigos Edson, Aldemir, Leonardo, Luciene, Fabian, Thales, Diogo, Lucas, Vergílio e demais companheiros do Laboratório de Mecânicas de Estruturas por amenizar esta caminhada.

Aos amigos do Departamento de Engenharia Mecânica da UTFPR/CP pelo apoio.

Ao Laboratório de Mecânicas de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis – LMEst e ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia – INCT-EIE, coordenado pelo Prof. Dr. Valder Steffen Jr, por todo o suporte físico e operacional.

À CAPES pelo suporte financeiro.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, por viabilizar a realização deste trabalho.

Página intencionalmente deixada em branco.

BORGES, A. S. **Controle Modal de Rotores com Mancais Magnéticos – Projeto Robusto**. 2016. 197 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

O presente trabalho é dedicado à Sistematização do Projeto Robusto de Sistemas de Controle Ativo Modal de Rotores Supercríticos suportados por Mancais Magnéticos. Com este objetivo, abordou-se de forma clara e detalhada todas as etapas envolvidas no projeto de um controlador robusto com base na técnica de atribuição de autoestrutura utilizando Múltiplos Modelos. Em primeiro lugar, construiu-se um modelo numérico/computacional em ambiente MATLAB/SIMULINK com base nas especificações fornecidas pelo fabricante da bancada de testes. Em seguida, este modelo passou por um processo de validação experimental, que resultou em um modelo representativo do comportamento dinâmico do sistema físico real. O passo seguinte foi a determinação das incertezas mais críticas para o sistema, que foram incorporadas ao modelo nominal através do emprego da Transformação Linear Fracionada (*Linear Fractional Transformation* - LFT). A primeira etapa da síntese do controlador propriamente dito foi a especificação dos requisitos de projeto. Isto posto, todo o processo de atribuição de autoestrutura com base na técnica de Múltiplos Modelos é apresentado de forma completa, desde a análise para a determinação dos polos dominantes da planta até a avaliação da estabilidade e do desempenho do sistema com base no modelo, realizada com a finalidade de investigar a potencialidade da metodologia e de antecipar possíveis problemas. Deve-se mencionar que a estabilidade do sistema foi avaliada tanto sob o ponto de vista da norma ISO 14839-3 quanto através de uma análise dos valores singulares estruturados (análise μ). De maneira análoga, o desempenho do controlador foi avaliado a partir das suas Funções de Transferência em Malha Fechada e também sob o ponto de vista da sua reposta ao desbalanceamento, sendo esta conduzida de acordo com as diretrizes da norma API 684 e classificada com base nos critérios definidos na norma ISO 14839-2. Em seguida, procedeu-se a avaliação experimental da margem de estabilidade e do desempenho do controlador que, em conformidade com as simulações, mostraram que seu projeto foi bem sucedido. Com base nestes resultados, pode-se afirmar que a principal contribuição deste trabalho foi a sistematização do Projeto Robusto de Sistemas de Controle Ativo Modal de Rotores Supercríticos suportados por Mancais Magnéticos. Adicionalmente, deve-se mencionar outras contribuições relevantes, a saber: desenvolvimento de modelos representativos de sistemas rotativos para aplicação em plantas com controle ativo, determinação e implementação de arquiteturas de controle ativo com real possibilidade de utilização na indústria, projeto e caracterização de controladores para mancais magnéticos com foco no controle modal. Finalmente, é importante destacar que, para todas as análises apresentadas, foram realizadas comparações entre os resultados obtidos para ambos os controladores estudados: o controlador modal e o controlador PI original do sistema rotativo.

Palavras-Chave: Mancais magnéticos, rotores flexíveis, projeto robusto, controle modal

Página intencionalmente deixada em branco.

Borges, A. S. **Modal Control of Magnetic Suspended Rotors – Robust Design**. 2016. 197 f. PhD. Thesis, Federal University of Uberlandia, Uberlandia.

Abstract

The present work is devoted to the development of a Systematic Approach for the Robust Design of an Active Modal Controller applied to Supercritical Rotors supported by Magnetic Bearings. For this purpose, all the steps involved in the design of a robust controller based on multimodel eigenstructure assignment technique were discussed from a complete and detailed point of view. The first step was the conception of a numeric/computer model in MATLAB/SIMULINK environment, based on the specifications provided by the test rig manufacturer. Following, this model was tested through an experimental validation process, resulting a mathematical model that represents closely the dynamic behavior of the actual physical system. Next, the most critical uncertainties of the system were incorporated into the nominal model by using the Linear Fractional Transformation (LFT) approach. The first stage of the controller synthesis process itself was the specification of all design requirements. Then, all the phases involved in the process of the multimodel eigenstructure assignment are addressed in detail, starting from the determination of the plant dominant poles until the model based analysis of the system stability and performance. In this way, the potential of the methodology proposed was investigated and possible design problems were anticipated. It should be highlighted that the system stability was assessed from two different viewpoints, namely the standard ISO 14839-3 and the structured singular values (μ -analysis). In the same way, the performance of the controller was evaluated through the analysis of its closed loop Transfer Functions and by investigating the unbalance response of the rotating system. The unbalance response was conducted according to the API 684 technical standard guidelines and the vibration severity was classified as based on ISO 14839-2 criteria. Therefore, both the stability margin and performance of the controller were experimentally assessed which, in accordance with the simulations, demonstrated that the controller design was successful. Based upon these results, it is possible to state that the main contribution of the presente work was the sistematization of the Robust Design of Active Modal Controller applied to Supercritical Rotors supported by Magnetic Bearings. In addition, anothers relevant contributions should also be highlighted, namely: development of representative models of rotating systems for application in active control plants, determination and implementation of active control architectures with real possibility of application in industry, design and characterization of controllers for active magnetic bearings with focus in modal control. Finally, it is worth mentioning that for all presented investigations, comparisons between the two architectures of the controller, namely: the modal controller and the PI controller were performed accordingly.

Keywords: Magnetic bearings, flexible rotors, robust design, modal control

Página intencionalmente deixada em branco.

LISTA DE FIGURAS

Figura. 2.1 – Modelo Físico de um elemento de eixo flexível (SIMÕES, 2006).....	14
Figura. 2.2 – Rotor flexível com mancais magnéticos.....	16
Figura 2.3 – Forças e deslocamentos nos dois mancais magnéticos, AMB A e AMB B	17
Figura 2.4 – Sistema Rotor Flexível/MMA's em espaço de estados (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).....	21
Figura 2.5 – Controle em malha fechada: sistema Rotor Flexível – Mancais Magnéticos Ativos (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).....	22
Figura 2.6 – Representação simplificada de um atuador magnético (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).....	23
Figura 2.7 – Linearização no ponto de operação (a) relação força/deslocamento, (b) relação força/corrente (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).....	25
Figura 2.8 – Representação das forças em um rotor sob a ação de atuadores radiais..	25
Figura 2.9 – Gráfico típico da Capacidade de carga de MMA's (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013).....	29
Figura 2.10 – Circuitos amplificadores (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).....	31
Figura 2.11 – Evolução da corrente em um PWM (SCHWEITZER; MASLEN, 2009)....	32
Figura 2.12 - Mapa de Polos e Zeros da Função de Transferência da Planta em Malha Aberta.....	33
Figura 2.13 – Gráfico típico da Função de Sensibilidade.....	34
Figura 2.14 – Protótipo da Função Sensibilidade.....	36
Figura 2.15 – Margens de Ganho e de Fase para um sistema de fase mínima – Bode.	37
Figura 2.16 – Margens de Ganho e Fase para um sistema de fase mínima - Nyquist	38
Figura 3.1 – Controlador, Placa de interface externa e o conjunto Rotor/MMA's (vistos da esquerda para a direita).....	44
Figura 3.2 – Componentes do sistema rotativo da bancada experimental (Traduzido de <i>SKF User Manual</i>).....	44
Figura 3.3 - Dimensões do eixo.....	45
Figura 3.4 - Principais componentes do sistema rotativo suportado por MMA's.....	46
Figura 3.5 - Modelo de Elementos Finitos do Rotor.....	47

Figura 3.6 – Modos de flexão do rotor obtidos utilizando o ANSYS® (a) 1° Modo, (b) 2° Modo, (c) 3° Modo.....	48
Figura 3.7 – <i>Set-up</i> experimental para análise modal do rotor.....	49
Figura 3.8 – Discretização espacial do rotor.....	50
Figura 3.9 – Comparação entre as FRF's – Excitação na estação 9.....	51
Figura 3.10 – Comparação entre as FRF's – Excitação na estação 13.....	51
Figura 3.11 – Valores Singulares de Hankel do modelo modal do rotor.....	54
Figura 3.12 – Modos Próprios do rotor na condição livre-livre – 0 rpm.....	55
Figura 3.13 - Frequências naturais em função da rigidez nos mancais – 0 rpm.....	56
Figura 3.14 - Diagrama de Campbell.....	57
Figura 3.15 – Configuração dos Polos dos MMA's.....	58
Figura 3.16 – Geometria do MMA: (a) vista isométrica e (b) vista de seção da malha.	59
Figura 3.17 – Densidade de fluxo para três correntes: (a) somente corrente de bias de 1A; (b) 2A e (c) 3A.....	60
Figura 3.18 – Curva Força [N] x Corrente [A], empregado na determinação de K_i	61
Figura 3.19 – Gráfico Força x Deslocamento, empregado na determinação de K_s	61
Figura 3.20 – Representação dos eixos V e W nos mancais (SKF, 2009).....	62
Figura 3.21 – <i>Set up</i> experimental para a aplicação das forças de perturbação.....	63
Figura 3.22 – Força de perturbação aplicada nos eixos V e W, respectivamente.....	63
Figura 3.23 – Diagrama de Corpo Livre para uma força aplicada no lado livre.....	64
Figura 3.24 – Diagrama de Corpo Livre para uma força aplicada no lado acoplado... ..	64
Figura 3.25 – Rigidez de corrente no eixo V13.....	65
Figura 3.26 – Rigidez de corrente no eixo W13.....	65
Figura 3.27 – Rigidez de corrente no eixo V24.....	66
Figura 3.28 – Rigidez de corrente no eixo W24.....	66
Figura 3.29 – Rigidez de posição no eixo V13.....	68
Figura 3.30 – Rigidez de posição no eixo W13.....	68
Figura 3.31 – Rigidez de posição no eixo V24.....	68
Figura 3.32 – Rigidez de posição no eixo W24.....	69
Figura 3.33 - Diagrama do sistema de controle SISO (SKF, 2009).....	70
Figura 3.34 – <i>Set up</i> experimental usado no levantamento das Funções de Transferência dos Amplificadores.....	72
Figura 3.35 – Funções de Transferência dos Amplificadores.....	72
Figura 3.36 - Função de Transferência dos Sensores/Filtro <i>Anti-Aliasing</i>	74

Figura 3.37 – Função de Transferência do tempo de atraso do controlador, aproximação de Padé de 2ª ordem.....	75
Figura 3.38 – Diagrama de blocos da Planta em Malha Aberta.....	76
Figura 3.39 – Funções de Transferência da Planta em Malha Aberta.....	77
Figura 3.40 - Mapa de Polos e Zeros da Função de Transferência da Planta em Malha Aberta.....	77
Figura 3.41 - Funções de Transferência do Controlador.....	82
Figura 3.42 - Medição das Funções de Transferência em Malha Fechada (Norma ISO 14839-3).....	83
Figura 3.43 – Comparação entre as Funções de Sensibilidade - Lado Acoplado.....	85
Figura 3.44 – Comparação entre as Funções de Sensibilidade - Lado Livre.....	86
Figura 3.45 – Comparação entre as Funções de Transferência do Ramo Direto - Lado Acoplado.....	87
Figura 3.46 – Comparação entre as Funções de Transferência do Ramo Direto – Lado Livre.....	88
Figura 3.47 – Comparação entre as Funções de Transferência em Malha Fechada – Lado Acoplado.....	89
Figura 3.48 – Comparação entre as Funções de Transferência em Malha Fechada – Lado Livre.....	90
Figura 4.1 – Representação de sistemas com incertezas não estruturadas.....	97
Figura 4.2 – Representação das conexões entre o sistema e o modelo das incertezas..	98
Figura 4.3 – Transformação Linear Fracionada Inferior entre a planta e o controlador...	99
Figura 4.4 – Teorema do valor pequeno.....	101
Figura 4.5 – Diagrama dos valores singulares da planta em malha aberta, considerando as incertezas nos modos Nc3 e Nc4.....	116
Figura 4.6 – Controlabilidade de Entrada/ Saída para os mancais.....	119
Figura 4.7 – Mapa de Polos e Zeros: Malha Aberta x Malha Fechada (Compensador Modal).....	122
Figura 4.8 – Comparação das funções de Transferência: controlador PI x controlador Modal.....	125
Figura 4.9 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	127
Figura 4.10 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	128
Figura 4.11 – Comparação das Funções de Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	131

Figura 4.12 – Comparação das Funções de Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	132
Figura 4.13 – Comparação das Funções de Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	133
Figura 4.14 – Comparação das Funções de Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	134
Figura 4.15 – Cálculos dos desbalanceamentos sua Localização axial (Norma API 684).....	136
Figura 4.16 – Localização dos Planos de Desbalanceamento/Correção.....	137
Figura 4.17 – Medição do deslocamento máximo (SWANSON et al., 2008).....	138
Figura 4.18 – Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso A – Lado Acoplado.....	139
Figura 4.19 – Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso A – Lado Livre.....	140
Figura 4.20– Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso B – Lado Acoplado.....	141
Figura 4.21– Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso B – Lado Livre	142
Figura 5.1 – Set up experimental: controlador original, sistema rotor/MMA's, interface DS1104 R&D e placa de interface MBResearch™ (vistos da esquerda para a direita)...	147
Figura 5.2 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	148
Figura 5.3 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	149
Figura 5.4 – Comparação das Funções Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	151
Figura 5.5 – Comparação das Funções Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	152
Figura 5.6 – Comparação das Funções Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado.....	153
Figura 5.7 – Comparação das Funções Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre.....	154
Figura 5.8 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo V13.....	156
Figura 5.9 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo W13.....	157
Figura 5.10 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo V24.....	158
Figura 5.11 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo W24.....	159
Figura 5.12 – Comparação das Órbitas nas posições dos sensores.....	160

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Equipamentos utilizados.....	49
Tabela 3.2 – Frequências naturais do sistema (Condição Livre-Livre).....	50
Tabela 3.3 – Rigidez dos mancais.....	56
Tabela 3.4 – Especificações de projeto dos MMA's.....	58
Tabela 3.5 – Comparação entre os dos valores de rigidez de corrente.....	67
Tabela 3.6 – Comparação entre os valores de rigidez de posição.....	69
Tabela 3.7 – Sensibilidade Estática para o sistema de medição de posição.....	74
Tabela 3.8 – Ganhos do controle PID.....	79
Tabela 3.9 – Parâmetros dos Filtros de avanço/atraso de fase.....	80
Tabela 3.10 – Parâmetros dos Filtros Genéricos.....	81
Tabela 4.1 – Realocação de Polos – Compensador Inicial.....	120
Tabela 4.2 – Realocação de Polos: Controlador Modal Inicial x Controlador Modal Final.....	123
Tabela 4.3 – Parâmetros dos Filtros Genéricos.....	124
Tabela 4.4 – Limites para o pico da Função Sensibilidade – ISO 14839-3.....	126
Tabela 4.5 – Resultados da Análise de Estabilidade Robusta – ISO 14839-3/ Análise μ	130
Tabela 4.6 – Limites recomendados para os limites das Zonas– ISO 14839-2.....	138

Página intencionalmente deixada em branco.

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$	Matrizes do Sistema em espaço de estados
A_a	Área da seção do polo
A_g	Área projetada do polo
B_a	Densidade de fluxo
\mathbf{G}	Matriz giroscópica
G_{amp}	Função de transferência do amplificador
G_{ctrl}	Função de transferência do controlador
G_s	Função de sensibilidade
H_a	Intensidade de campo magnético
I	Momento de inércia de área da seção transversal do eixo
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
\mathbf{K}^*	Matriz de rigidez sem os termos de rigidez cruzada dos mancais
K_{amp}	Ganho do amplificador
K_p	Ganho proporcional do controlador
K_{sen}	Sensibilidade do sensor de posição
L	Comprimento do elemento
\mathbf{M}	Matriz de massa
\mathbf{M}_s	Matriz de massa secundária
N_i	Função de forma cúbica para uma viga em flexão
S	Área da seção transversal do eixo

T	Energia cinética do sistema
T_d	Constante de tempo derivativa do controlador
T_s	Energia cinética do eixo
\mathbf{v}, \mathbf{u}	Autovetores à direita e à esquerda, respectivamente
U	Energia de deformação do sistema
V	Eixo de referência no mancal magnético
W	Eixo de referência no mancal magnético
W_a	Energia armazenada no entreferro
\mathbf{f}_a	Vetor de força dos atuadores magnéticos
\mathbf{f}_{AMB}	Vetor de força nos mancais
f_d	Força de perturbação inserida no sistema
i	Corrente elétrica
i_0	Corrente de <i>bias</i>
\mathbf{i}_a	Vetor de corrente nas espiras
i_x	Corrente elétrica de controle
k_i	Rigidez de corrente
k_{ef}	Rigidez efetiva dos mancais
k_s	Rigidez de posição
k_{sn}	Ganho do sensor de posição
n	Número de espiras
n_p, n_c	Ordem da planta e ordem do controlador, respectivamente
q_i	Coordenadas generalizadas
S	Entreferro
S_0	Posição de equilíbrio do entreferro
u	Deslocamento na direção X
w	Deslocamento na direção Z
x	Deslocamento (sinal de saída)
x^*	Posição de referência

\mathbf{y}_{sm}	Vetor contendo os deslocamentos e as velocidades modais
\mathbf{z}_a	Vetor de deslocamento nos atuadores magnéticos
\mathbf{z}_s	Vetor de deslocamento nos sensores

SÍMBOLOS GREGOS

α_i	Fator de atenuação para filtros de avanço/atraso de fase
ξ_n	Vetor dos amortecimentos modais
ω_{camp}	Banda de frequência do controlador
ψ_i	Rotação do eixo Z
θ_i	Rotação do eixo X
ε	Erro relativo
ρ	Densidade do material
δ_i	Incerteza para o i -ésimo modo
λ	Autovalor
μ_0	Permeabilidade do ar
μ	Valor Singular Estruturado
Ω	Velocidade de rotação do rotor
Φ_n	Matriz dos modos
Λ_n	Matriz diagonal contendo as frequências naturais do sistema

LISTA DE ABREVIações

AD, DA	Conversão Analógico-Digital, Digital-Analógico
AEM	Atuadores Eletromagnéticos
AMB	Mancais Magnéticos Ativos (do inglês <i>Active Magnetic Bearings</i>)
API	Instituto Americano do Petróleo (do inglês <i>American Petroleum Institute</i>)
DE	Lado acoplado (do inglês <i>drive end</i>)

gdl	Graus de liberdade
GM	Margem de Ganho (do inglês <i>Gain Margin</i>)
FEMEC	Faculdade de Engenharia Mecânica
ISO	Organização Internacional para Padronização (do inglês <i>International Organization for Standardization</i>)
LFT	Transformação Linear Fracionada (do inglês <i>Linear Fractional Transformation</i>)
LMI	Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês <i>Linear Matrix Inequalities</i>)
MCOS	Máxima velocidade de operação contínua (do inglês <i>Maximum continuous Operation Speed</i>)
MMA	Mancal Magnético Ativo
NDE	Lado livre (do inglês <i>non drive end</i>)
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
PM	Margem de fase (do inglês <i>Phase Margin</i>)
SHM	Monitoramento da Integridade Estrutural (do inglês <i>Structural Health Monitoring</i>)
UFU	Universidade Federal de Uberlândia

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Controle de Vibrações.....	2
1.2. Contribuições Anteriores no Contexto Institucional.....	3
1.3. Mancais Magnéticos Ativos e Controle de Vibrações.....	5
1.4. Objetivos.....	9
1.5. Organização da Dissertação.....	9
 CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	 13
2.1. Modelagem de Rotores Flexíveis.....	13
2.2. Representação de Rotores Flexíveis com Mancais Magnéticos Ativos Utilizando a Formulação de Espaço de Estados.....	20
2.3. Mancais Magnéticos Ativos.....	22
2.4. Particularidades do Controle de Rotores Suportados por Mancais Magnéticos Ativos.....	32
 CAPÍTULO 3 – MODELAGEM E CARACTERIZAÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL.....	 43
3.1. Bancada Experimental.....	43
3.2. Diagrama de Blocos do Sistema.....	45
3.3. Modelo do Rotor.....	46
3.4. Modelo dos MMA's.....	57
3.5. Modelagem dos Componentes Eletrônicos do Sistema.....	69
3.5.1. Amplificadores de Potência.....	71
3.5.2. Sensores de Posição e Filtros Anti-Aliasing.....	73
3.5.3. O Atraso do sistema.....	74
3.6. A Planta em Malha Aberta.....	76
3.7. Controlador PID.....	78
3.7.1. O Controle PID.....	78

3.7.2. Filtros de Avanço e de Atraso de Fase.....	79
3.7.3. Filtros Genéricos de Segunda Ordem.....	80
3.7.4. Filtros de Rejeição de Banda (notch filters).....	81
3.7.5. Funções de Transferência do Controlador.....	82
3.8. A Planta em Malha Fechada.....	83
CAPÍTULO 4 – CONTROLE ROBUSTO MODAL.....	93
4.1. Requisitos de Projeto do Controlador.....	93
4.2. Incertezas em sistemas com MMA's.....	94
4.3. Estabilidade Robusta.....	100
4.4. Controle Modal Robusto utilizando o Método dos Múltiplos Modelos.....	103
4.4.1. Definição do Problema.....	105
4.4.2. Compensadores Dinâmicos.....	106
4.4.3. Restrições para a Atribuição de Autoestrutura.....	107
4.4.4. Compensador Dinâmico com Estrutura Pré-Definida.....	110
4.4.5. Programação Linear Quadrática.....	111
4.5. Resultados Numéricos	114
4.5.1. Incertezas Consideradas na Planta.....	114
4.5.2. Projeto do Compensador Robusto Modal.....	117
4.5.3. Análise dos Resultados.....	125
CAPÍTULO 5 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	145
5.1. Configuração Experimental.....	145
5.2. Análise da Margem de Estabilidade.....	146
5.3. Funções de Transferência em Malha Fechada.....	149
5.4. Resposta ao Desbalanceamento.....	154
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	161
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	167

CAPÍTULO I

Introdução

Nos dias atuais, praticamente todos os setores da indústria vêm experimentando uma grande escalada de competitividade, dentre os quais destacam-se geração de energia, exploração de petróleo, automotiva e aeroespacial. Este cenário favorável tem proporcionado uma grande evolução no desenvolvimento de máquinas e equipamentos de alto desempenho. Portanto, os projetos desenvolvidos para atuar nestes segmentos devem ser concebidos de forma a otimizar os recursos de produção, além de serem capazes de lidar com as demandas de um mercado cada vez mais exigente, com custos reduzidos. Nesta busca por altos índices de eficiência, um dos segmentos mais solicitados é o de sistemas rotativos, pois estão sujeitos a condições extremas de operação, tais como carregamentos excessivos, ambientes agressivos de trabalho e velocidades de operação elevadas. Neste cenário, um grande desafio que se apresenta às áreas de projeto e operação é a garantia da confiabilidade destes ativos. Uma alternativa bastante viável que surge para suprir esta necessidade consiste no emprego de técnicas de monitoramento e controle, que são aplicadas com a finalidade de manter os níveis de vibração e ruído dentro de limites pré-determinados e, desta forma, assegurar o bom estado dos equipamentos. Com isso, garante-se a segurança e a confiabilidade das instalações industriais, além de elevar a qualidade dos bens produzidos.

1.1 Controle de Vibrações

Ao longo dos anos, diversos métodos distintos foram desenvolvidos com a finalidade de controlar os níveis de vibração em máquinas rotativas. Dentre estes, há desde métodos mais simples e de baixo custo, tais como o Controle Passivo de Vibrações, até soluções altamente sofisticadas, como é o caso do Controle Ativo em malha fechada, que empregam sistemas mecatrônicos.

O Controle Passivo de Vibrações é considerado o método mais convencional de atenuação dos níveis de vibrações em sistemas mecânicos. Baseia-se na manipulação de propriedades, tais como massa, rigidez e amortecimento, com a finalidade de minimizar a vibração e aumentar a estabilidade do sistema. Nesta linha, alguns procedimentos básicos podem contribuir significativamente para a redução dos níveis de vibração em máquinas rotativas, tais como o refinamento do balanceamento do rotor, o alinhamento do conjunto, a redução das folgas nos mancais ou até mesmo a substituição de componentes defeituosos. Quando estes procedimentos não são suficientes, ainda há a opção de empregar o controle passivo para potencializar o amortecimento do sistema, o que pode ser realizado, por exemplo, através do emprego de amortecedores de filme fluido e da aplicação de materiais viscoelásticos nos mancais (SALDARRIAGA, 2007).

Como principais benefícios do emprego das técnicas de Controle Passivo de Vibração, destacam-se o seu baixo custo e sua simplicidade de implementação. Além disso, dispensam o emprego de fontes externas de alimentação para operarem (SALDARRIAGA 2007). Em contrapartida, possuem como principais restrições a sua falta de versatilidade, pois não são capazes de se adaptarem a alterações no comportamento dinâmico do sistema para o qual foram inicialmente dimensionados, o que lhes confere pouca robustez (SIMÕES, 2006). Adicionalmente, para que a implementação do Controle Passivo seja bem sucedida é necessário um bom conhecimento tanto das propriedades físicas do sistema quanto do tipo de problema de vibração a ser solucionado (SIMÕES, 2006).

O próximo estágio na evolução dos métodos de atenuação de vibração é conhecido como Controle Semi-Ativo. Estas técnicas se baseiam no desenvolvimento de mecanismos que utilizam sistemas de controle que sejam capazes de ajustar indiretamente alguns parâmetros físicos do sistema, tais como rigidez e amortecimento. Como exemplo de aplicação destas técnicas na área de máquinas rotativas, pode-se citar o uso de amortecedores magneto-reológicos e eletro-reológicos, além de dispositivos que vem sendo denominados como *smart-springs*; *Smart Spring Mechanism – SSM* (CAVALINI et al., 2011).

O método mais avançado para a atenuação de vibração é conhecido como Controle Ativo. Existem assim um conjunto de técnicas que envolvem a aplicação de forças dinâmicas

sobre o sistema de forma a combater a vibração indesejada (TAMMI, 2007). De maneira simplificada, um sistema de controle ativo de vibrações geralmente é constituído por sensores, atuadores e por uma unidade de controle. Os sensores possuem a função de fornecerem informações a respeito das variáveis a serem controladas. A unidade de controle é responsável pelo processamento das informações provenientes dos sensores de forma a aplicar os algoritmos de controle correspondentes, produzindo os sinais de comando. Por fim, tem-se os atuadores que convertem os sinais de comando fornecidos pela unidade de controle em ações efetivas sobre o sistema. Como exemplo, pode-se mencionar a utilização de mancais híbridos contendo atuadores eletromagnéticos que operam a partir de diferentes estratégias de controle (KOROISHI et al., 2014).

De acordo com Saldarriaga (2007), é possível classificar as técnicas de controle ativo de vibrações em sistemas rotativos em duas categorias distintas. A primeira é o controle ativo propriamente dito, que consiste na aplicação de forças laterais com a finalidade de contrapor as forças causadas pelas vibrações. A segunda categoria é o balanceamento ativo, que realiza a redistribuição de massa ao longo do eixo de forma a balanceá-lo automaticamente. Como exemplo de uma aplicação bem sucedida do primeiro caso, pode-se citar o trabalho realizado por Simões (2006), que desenvolveu uma metodologia de controle ativo de rotores flexíveis utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha (*piezoelectric stack actuator*). Para tanto, foi empregado um controlador ótimo do tipo Regulador Quadrático Linear para atenuar os quatro primeiros modos de flexão do rotor. Outro trabalho bastante interessante nesta área foi apresentado por Viveros e Nicoletti (2014), em que tratam da atenuação dos níveis de vibração em máquinas rotativas usando mancais hidrodinâmicos de sapatas oscilantes com atuadores eletromagnéticos comandados por um controlador proporcional-derivativo (PD).

1.2 Contribuições Anteriores no contexto institucional

Ao longo da última década, diversos trabalhos de pesquisa na área de dinâmica de rotação e controle ativo de vibração vêm sendo desenvolvidos na Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Simões (2006) propôs o controle ativo de vibração em rotores flexíveis utilizando atuadores piezelétricos tipo pilha (*piezoelectric stack actuator*), dispostos ortogonalmente em um plano de controle localizado em um dos mancais do rotor. Para a aplicação do controle, foi utilizado um controlador ótimo do tipo Regulador Quadrático Linear com a finalidade de atenuar os quatro primeiros modos de flexão do rotor. Para implementar esta técnica, foi necessário utilizar o método modal para reduzir o tamanho do modelo e torná-lo controlável, sendo necessário o emprego de observadores de estado para estimar os estados modais não

medidos diretamente. Os resultados, tanto analíticos quanto experimentais, foram muito satisfatórios.

Saldarriaga (2007) propôs uma metodologia para o controle passivo de vibração de sistemas com rotores flexíveis com base na instalação de conjuntos de absorvedores viscoelásticos nos apoios dos mancais do sistema. Para reduzir a vibração a níveis aceitáveis, foram concebidos modelos matemáticos para determinar as características mais adequadas a serem usadas nos suportes, levando em consideração o efeito viscoelástico sobre o comportamento dinâmico do sistema rotor-mancais. Durante a fase de validação da metodologia, foi possível comprovar que as velocidades críticas previstas pelo modelo estavam bem correlacionadas com as identificadas experimentalmente. Além disso, os níveis de vibração do sistema físico foram sensivelmente reduzidos, apesar do aparecimento de não linearidades devido às rótulas usadas para o acionamento dos absorvedores.

Um trabalho muito interessante a respeito de não-linearidades em rotores flexíveis inteligentes foi apresentado por Morais (2010). Enfoque especial foi dado a não-linearidades localizadas encontradas em rotores com parâmetros variantes no tempo, tais como eixos trincados com atuadores eletromagnéticos (AEM). Como pontos fortes deste trabalho, pode-se citar, em primeiro lugar, a investigação de uma metodologia para a identificação de parâmetros variantes no tempo com a finalidade de caracterizar trincas em eixos de máquinas rotativas, através de sinais temporais expandidos por meio de séries de funções ortogonais. Em segundo lugar, foi proposta a utilização de atuadores eletromagnéticos para manter a trinca fechada ao longo da rotação do eixo, abrindo espaço para a aplicação de conceitos de auto-correção da trinca (*self-healing*). Por último, foi feita a identificação do desbalanceamento em rotores não-lineares devido à presença de AEM, demonstrando o sucesso da metodologia de balanceamento proposta para casos onde as técnicas convencionais de balanceamento não podem ser aplicadas.

Em 2013, foram concluídos na FEMEC dois trabalhos de doutoramento que se enquadram no contexto desta tese. O primeiro foi apresentado por Cavalini (2013), onde são investigadas algumas técnicas de Monitoramento da Integridade Estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*) voltadas para a detecção e identificação de trincas transversais incipientes em eixos de máquinas rotativas. Neste trabalho, destaca-se a proposição de uma nova técnica de SHM baseada na Impedância Eletromecânica do sistema. O outro trabalho foi apresentado por Koroishi (2013), onde foi realizado um estudo sobre o controle ativo de vibrações em máquinas rotativas utilizando um mancal híbrido. Neste caso, o eixo é suportado por um rolamento convencional de esferas, alojado no interior de um atuador eletromagnético com quatro bobinas. Desta forma, foi possível implementar as ações de controle através da manipulação das forças magnéticas geradas pelos atuadores. Para calcular as ações de

controle, são empregadas diversas técnicas formuladas com base em desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities – LMI's*).

Alves (2015) apresentou um trabalho bastante interessante, que consistiu no projeto e na construção de uma bancada com um rotor flexível, cujo controle de vibrações era realizado mediante o aquecimento de fios confeccionados com ligas com memória de forma conectados aos mancais, de forma a aproveitar o amortecimento por histerese decorrente do uso dos referidos materiais inteligentes.

Por fim, deve-se destacar a dissertação de mestrado concluída por Oliveira (2015), que foi desenvolvida em paralelo com a tese de doutoramento ora apresentada. Este trabalho se iniciou com a concepção de um modelo numérico/computacional para representar o comportamento dinâmico de um *kit* acadêmico, fornecido pela SKF, composto por um rotor flexível suportado por dois Mancais Magnéticos Ativos (MMA's) radiais. Em seguida realizou a validação experimental deste modelo através da comparação entre as Funções de Transferência numéricas e experimentais. Após um processo de correlação e ajuste, foi obtido um modelo representativo do sistema físico real, que foi utilizado para suportar a análise e a síntese do controlador modal robusto, desenvolvido nesta tese de doutoramento. Uma síntese deste processo de modelagem, validação e correlação é apresentada no Capítulo III.

Cabe ainda salientar que todo este esforço de pesquisa se enquadra dentro da linha de estudo voltada para rotores inteligentes, tema que se integra ao interesse científico e tecnológico do INCT de Estruturas Inteligentes para Engenharia (INCT-EIE).

1.3 Mancais Magnéticos Ativos e Controle de Vibração

Segundo Schweitzer e Maslen (2009), os primeiros trabalhos envolvendo levitação através de campos magnéticos surgiram com Earnshaw (1842) e Braunek (1939). A primeira aplicação industrial de Mancais Magnéticos Ativos (*Active Magnetic Bearings - AMB*) foi desenvolvida por Harbermann (1977) para aplicações em rodas de reação de satélites terrestres. Apesar desta tecnologia não ser uma ideia recente, o grande desenvolvimento observado nas áreas de eletrônica e informática nos últimos 20 anos viabilizou um grande salto na evolução e na utilização dos mancais magnéticos ativos em aplicações industriais.

No Brasil, um dos trabalhos seminais nesta área foi desenvolvido por Steffen Jr e Lépure (1984), e marca o início da pesquisa de rotores suportados por MMA's na Universidade Federal de Uberlândia. Atualmente, diversos trabalhos de qualidade têm sido desenvolvidos no país, dentre os quais pode-se destacar: o desenvolvimento de um atuador magnético para excitação sem contato de sistemas rotativos (FURTADO, 2008); o estudo apresentado por

Guirao (2012), que trata a respeito do uso de MMA's para atenuação de vibrações em eixos rotativos e o trabalho realizado por Nascimento e Arantes (2014), que apresenta um procedimento teórico para a determinação da força e da corrente de controle para MMA's. Adicionalmente, é importante citar a obra introdutória publicada por Stephan et al. (2013) em língua portuguesa. Por fim, é interessante reconhecer o trabalho de grande relevância para a soberania nacional que consiste no desenvolvimento de ultra centrífugas para o enriquecimento de urânio pelo CTMSP (Centro Tecnológico da Marinha), que por questões estratégicas, é pouco divulgado. Trata-se de máquinas verticais de alta rotação cujo arranjo comporta pelo menos um mancal magnético, este instalado na parte superior do equipamento.

Atualmente, o Controle Ativo de Vibrações usando MMA's é considerado como uma das soluções mais promissoras para aplicação em máquinas rotativas inteligentes. Através do emprego destes dispositivos, é possível fazer com que o rotor literalmente levite por meio das forças geradas pelos campos magnéticos. Desta forma, elimina-se a necessidade de lubrificação, pois como não há contato entre as partes móveis evita-se qualquer tipo de desgaste mecânico (JAYANTH; CHOI; BUCKNER, 2002).

Na literatura, os MMA's são considerados como um produto mecatrônico, pois combinam de forma harmônica componentes mecânicos com dispositivos eletrônicos, além de empregar algoritmos computacionais específicos. De acordo com Schweitzer e Maslen (2009), a capacidade de sensoriamento, processamento de dados e atuação dos mancais magnéticos ativos lhes conferem grande potencial para se tornarem elementos-chave no projeto de máquinas inteligentes, pois além de permitirem o controle ativo do comportamento dinâmico destes sistemas, possibilitam o monitoramento online do seu estado de conservação (SHM – “*Structural Health Monitoring*”). Muitas vezes, tratando-se de máquinas rotativas, alguns especialistas utilizam o termo em inglês “*condition monitoring*”. Desta forma, o seu desenvolvimento abre espaço para a concepção de projetos visionários de máquinas inteligentes e capazes de operar a velocidades extremamente elevadas, sem qualquer tipo de desgaste mecânico e com níveis reduzidos de vibração. Todos estes benefícios convergem para a redução de custos de operação, para o aumento da segurança e da confiabilidade dos ativos industriais.

Como exemplos concretos de aplicação industrial, pode-se citar o emprego de MMA's em ultra centrífugas, máquinas ferramentas, acionamentos elétricos, aplicações aeroespaciais e turbo compressores. Neste sentido, deve-se destacar os trabalhos apresentados por Yoon; Lin; Allaire (2013) e Sanadgol (2006) que propõem métodos de supressão do fenômeno de “*surge*”, baseados no controle ativo da folga axial entre o rotor e a carcaça utilizando MMA's para compensar as flutuações do fluxo, estabilizando a operação do sistema.

Apesar de todas as vantagens da integração dos MMA's a sistemas rotativos, há algumas contrapartidas, tais como a necessidade de uma fonte de alimentação permanente, o alto custo que envolve o sistema completo, além de sua complexidade. Neste sentido, também deve-se lembrar que uma das características mais marcantes de sistemas rotativos com MMA's é o fato de que estas plantas são instáveis em malha aberta, ou seja, é necessário um controlador para estabilizá-la. Portanto, para se aplicar a maior parte das técnicas de projeto de controladores mais avançadas, que são baseadas em modelos, é imperativo um bom conhecimento das características dinâmicas do sistema. Neste sentido, há diversos trabalhos que tratam da modelagem e da identificação experimental de sistemas rotativos com MMA's (OLIVEIRA, 2015; SANADGOL, 2006; MUSHI, 2012; GÄHLER, 1998). Um trabalho bastante interessante foi apresentado por Swanson et al. (2008), onde os autores apresentam, de forma concisa, os principais aspectos que devem ser considerados durante o processo de modelagem, identificação experimental e auditoria de sistemas rotativos que empregam MMA's.

Por se tratarem de sistemas instáveis em malha aberta, os controladores desempenham um papel fundamental na operação de máquinas rotativas que empregam MMA's. Desta forma, há uma grande preocupação, tanto na academia quanto na indústria, em garantir a estabilidade e o desempenho destas plantas, mesmo na presença de diferenças, ou desvios, entre os modelos e as plantas reais, também conhecidas como incertezas. Neste sentido, as estratégias de Controle Robusto vêm de encontro a estas necessidades, pois permitem encontrar soluções viáveis para objetivos conflitantes, tais como alta robustez e alto desempenho, além de considerar a presença de incertezas durante este processo.

Neste contexto, um dos primeiros trabalhos a considerar o problema do controle robusto em sistemas com suspensão magnética foram apresentados por Fujita; Hatake; Matsumura (1993), no qual desenvolvem um controlador robusto para um bancada experimental, baseado na norma H_{∞} . Outro trabalho bastante interessante é apresentado por Fujita et al. (1995), onde utiliza-se a metodologia de síntese μ para obter um controlador robusto para um sistema de suspensão magnética de uma esfera.

Mais recentemente, diversos trabalhos relevantes podem ser encontrados na literatura, dentre os quais, três merecem destaque. O primeiro, foi apresentado por Schönhoff (2002), no qual o autor propõe uma metodologia para amenizar um dos maiores problemas encontrados na aplicação da técnica de síntese μ , que é a escolha adequada das funções de ponderação para a especificação do desempenho do controlador. O segundo foi desenvolvido por Li (2007), onde o autor, além de realizar um estudo detalhado a respeito dos principais tipos de incertezas e do seu impacto real sobre sistemas rotativos com MMA's, propõe a sua estabilização robusta através de controladores projetados com base na síntese μ , que são

efetivos mesmo na presença de adversidades, tais como o efeito giroscópico e efeitos de rigidez cruzada. Por fim, Mushi (2012), apresenta um trabalho que pode ser considerado como continuação da pesquisa de Li (2007) através de um estudo minucioso a respeito dos efeitos desestabilizadores provocados pelos termos de rigidez cruzada. Assim como Li (2007), este autor desenvolve controladores robustos através da síntese μ .

Apesar do projeto de controladores robustos utilizando síntese μ ser objeto de diversos trabalhos de pesquisa, o seu uso em aplicações industriais é bastante restrito. Isto pode ser atribuído à grande complexidade envolvida nesta metodologia. Os desafios começam desde a definição das funções de ponderação que, além de não ser um problema trivial, depende bastante da experiência do engenheiro de controle. Além disso, outro grande obstáculo consiste na alta ordem dos controladores obtidos. Em seus trabalhos, Li (2007) e Mushi (2012) chegaram a obter controladores de ordem superior a 80 e, mesmo após a aplicação de métodos de redução, ainda ficaram com 48 estados, que corresponde ao mesmo tamanho da planta a ser controlada.

Neste contexto, identifica-se uma clara necessidade de buscar métodos alternativos para o projeto de controladores robustos. Com o objetivo de suprir esta demanda, este trabalho propõe uma abordagem baseada na atribuição de autoestrutura através do emprego da técnica de Modelo Múltiplos. Esta escolha pode ser justificada, em primeiro lugar, pela possibilidade de levar em consideração as incertezas durante a fase de projeto; além disso, esta técnica proporciona a obtenção de controladores de baixa ordem, portanto de fácil implementação prática. Por fim, deve-se destacar que os métodos de atribuição de autoestrutura baseiam-se na alocação de polos e seus respectivos autovetores, permitindo uma compreensão clara sobre a evolução do comportamento físico do sistema durante a fase de projeto dos controladores. Apesar do seu grande potencial, as técnicas de projeto de controladores com base na atribuição de autoestrutura têm sido muito pouco exploradas em sistemas rotativos com MMA's, ficando restritas principalmente a aplicações na indústria aeroespacial, onde a robustez dos sistemas em malha fechada é um dos principais requisitos de projeto (CHIAPPA et al., 1998; LE GORREC et al., 1998; ENZINGER, 2007; SRINATHKUMAR, 2011).

Assim sendo, na literatura, encontra-se poucos trabalhos empregando técnicas baseadas na atribuição de autoestrutura aplicadas a sistemas rotativos suportados por MMA's. Como exemplo, pode-se citar o trabalho apresentado por Duan e Howe (2003), no qual empregam a atribuição de autoestrutura baseada na otimização paramétrica para obter um controlador robusto através da alocação de polos no interior de uma região de interesse. Entretanto, consideram apenas os modos de corpo rígido do rotor, além de incertezas na rigidez de posição e de corrente. Além disso, apresentam apenas resultados experimentais

para o rotor levitando em repouso (0 rpm). Lin e Yu (2004) publicaram um trabalho baseado na técnica de Controle Independente em Espaço Modal (*Independent Modal Space Control – IMSC*) para produzir um controlador modal em dois níveis: o primeiro, dedicado à estabilização e ao controle dos modos rígidos; e o segundo, que estabiliza os modos flexíveis do rotor. Todavia, estes autores apresentaram apenas resultados numéricos preliminares, sem analisar as Funções de Transferência ou, alternativamente a resposta ao desbalanceamento do sistema.

1.4 Objetivos

Atualmente, ainda se pode considerar que as técnicas mais avançadas de projeto de controladores robustos são pouco exploradas na indústria, onde predominam controladores de arquitetura mais modesta, tais como os baseados em PID. Isto se deve, principalmente, à grande complexidade destas técnicas modernas, tais como a síntese μ , que além de serem de difícil compreensão e aplicação, produzem, em geral, controladores de alta ordem, restringindo ainda mais a sua implementação prática. Neste contexto, apresenta-se os principais objetivos desta tese de doutoramento:

- Desenvolver modelos representativos para o estudo de sistemas rotativos com controle ativo;
- Definir e implementar arquiteturas de controle ativo com real possibilidade de utilização na indústria;
- Projetar e caracterizar controladores para sistemas rotativos suportados por MMA's com foco no controle modal;
- Desenvolver e aplicar técnicas experimentais para rotores supercríticos suportados por mancais magnéticos,
- Sistematizar a execução do Projeto Robusto de Sistemas de Controle Ativo Modal de Rotores Supercríticos suportados por Mancais Magnéticos

1.5 Organização da Tese

Este trabalho está organizado em seis capítulos, didaticamente apresentados, com a finalidade de facilitar sua leitura e compreensão. Portanto, além deste capítulo introdutório, há mais cinco capítulos, cujo conteúdo apresenta-se a seguir:

- No Capítulo II aborda-se sucintamente os aspectos teóricos fundamentais que regem o funcionamento de sistemas rotativos suportados MMA's. Primeiramente, será feita uma breve introdução a respeito da modelagem de rotores flexíveis com base no método dos elementos finitos. Em seguida, trata-se da modelagem do comportamento dinâmico de rotores flexíveis suportados por MMA's, bem como de sua descrição sob a forma de espaço de estados. Isto posto, discute-se a formulação das expressões para a força magnética, assim como as hipóteses para a sua linearização. Por fim, realiza-se uma síntese tanto a respeito das limitações físicas quanto das principais particularidades e dificuldades de implementação do controle de sistemas rotativos com MMA's.
- No Capítulo III apresenta-se a concepção de um modelo numérico/computacional representativo da bancada experimental de MMA's, que terá como finalidade permitir as análises e o projeto das estratégias de controle propostas nesta pesquisa. Portanto, discute-se tanto o processo de modelagem dos diversos subsistemas que compõem a bancada de teste, quanto a sua validação experimental.
- O Capítulo IV é dedicado à análise e à síntese de um Controlador Modal Robusto através de atribuição de autoestrutura, utilizando a técnica de Múltiplos Modelos. Neste sentido, a primeira tarefa é a especificação clara e objetiva dos requisitos de projeto a serem cumpridos pelo sistema em malha fechada. Em seguida, discute-se de maneira concisa as principais fontes de incertezas encontradas em sistemas rotativos suportados por MMA's, bem como alguns meios de incorporá-las adequadamente ao modelo nominal da planta para a síntese do controlador. Logo após, trata-se dos principais conceitos que fundamentam a atribuição de autoestrutura através da técnica de Múltiplos Modelos. A partir daí, apresenta-se toda a etapa de projeto do controlador modal robusto, desde a definição das incertezas a serem consideradas até a análise de estabilidade e de desempenho do sistema em malha fechada. Neste sentido, são feitas comparações entre os resultados obtidos tanto com o controlador modal quanto o controlador PI original (fornecido junto com a bancada).
- No Capítulo V apresenta-se os resultados provenientes dos experimentos realizados na bancada de testes com a finalidade de analisar tanto a margem de

estabilidade quanto o desempenho de ambos os controladores testados, a saber, o controlador modal e o PI. Em primeiro lugar, são apresentados os principais aspectos relacionados às configurações gerais, bem como os equipamentos utilizados na condução dos ensaios. Em seguida, são discutidas as margens de estabilidade com base nas Funções de Sensibilidade experimentais. O passo seguinte é a análise do comportamento dinâmico do sistema sob o ponto de vista das suas Funções de Transferência em Malha Fechada. Por fim, a investigação do desempenho do sistema com relação à sua reposta ao desbalanceamento é realizada, sendo avaliada para toda a faixa de operação.

- No Capítulo VI apresenta-se as conclusões gerais, as publicações produzidas no decorrer do desenvolvimento deste trabalho e, por fim, as sugestões e perspectivas para trabalhos futuros.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO II

Fundamentação Teórica

No presente capítulo serão abordados de forma sucinta os principais aspectos teóricos envolvidos no funcionamento de sistemas rotativos suportados por MMA's. Primeiramente será realizada uma breve introdução a respeito da modelagem de rotores flexíveis usando o método dos elementos finitos. Em seguida, serão tratados a modelagem do comportamento dinâmico de rotores flexíveis suportados por MMA's, bem como a representação destes sistemas usando espaço de estados. Isto posto, discute-se a formulação das expressões para a força magnética, bem como as hipóteses que permitem a sua linearização. Por fim, é realizada uma síntese, tanto a respeito das limitações físicas, quanto das principais particularidades e dificuldades da implementação do controle de sistemas rotativos com MMA's.

2.1 Modelagem de Rotores Flexíveis

De acordo com Yshida e Yamamoto (2012), rotores flexíveis podem ser definidos como aqueles que apresentam deformação considerável em algum ponto dentro da sua faixa de velocidades de operação. Os rotores flexíveis possuem uma distribuição contínua de massa e rigidez ao longo da direção axial, e basicamente são sistemas dinâmicos rotativos compostos por elementos, tais como eixos flexíveis, discos, mancais, selos mecânicos e acoplamentos. As equações do movimento destes sistemas podem ser obtidas a partir da aplicação da formulação de Lagrange, apresentada na Eq. (2.1) (LALANNE; FERRARIS, 1997):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F q_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.1)$$

onde:

q_i : são as coordenadas generalizadas

$F q_i$: são as forças generalizadas

U : é a energia de deformação do sistema

T : é a energia cinética do sistema

n : número de graus de liberdade

De acordo com esta abordagem, o eixo possui tanto energia cinética, quanto energia de deformação. Já os discos são normalmente assumidos como corpos rígidos, e, portanto, possuem apenas energia cinética. Na Fig. 2.1 apresenta-se um elemento finito de eixo, composto por dois nós, com quatro graus de liberdade por nó. Desta forma, cada nó possui duas translações, representadas por u e w , e duas rotações, θ e ψ .

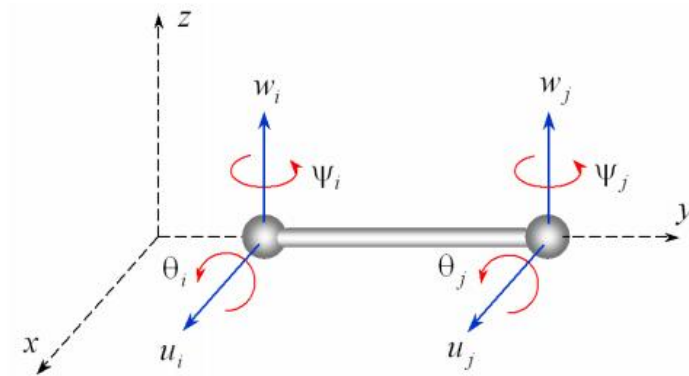


Figura 2.1 - Modelo Físico de um elemento de eixo flexível (SIMÕES, 2006)

Com base nos graus de liberdade do elemento, pode-se criar dois vetores, $\delta \mathbf{u}$ e $\delta \mathbf{w}$, representando os deslocamentos ao longo das direções x e z , respectivamente:

$$\delta \mathbf{u} = [u_i, \psi_i, u_j, \psi_j]^T \quad (2.2)$$

$$\delta \mathbf{w} = [w_i, \theta_i, w_j, \theta_j]^T \quad (2.3)$$

Para aplicação do método dos elementos finitos, os deslocamentos u e w podem ser aproximados por:

$$u = N_i(y) \delta \mathbf{u} \quad (2.4)$$

$$w = N_j(y) \delta \mathbf{w} \quad (2.5)$$

onde $N_i(y)$ e $N_j(y)$ são funções de forma cúbicas para uma viga em flexão. As relações entre deslocamentos e rotações são dadas pelas Eq.(2.6)-(2.7), respectivamente:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.6)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.7)$$

As expressões para a energia cinética (T_s) e para a energia de deformação (U_s) do eixo podem ser obtidas pelas Eq.(2.8)-(2.9) (LALANNE; FERRARIS, 1997):

$$T_s = \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left\{ (\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2 \right\} dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left\{ (\dot{u})^2 + (\dot{w})^2 \right\} dy - 2I\rho\Omega \int_0^L \dot{\psi}\theta dy + \rho IL\Omega^2 \quad (2.8)$$

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (2.9)$$

onde I é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo, S é a área da seção transversal do eixo, ρ é a densidade do material, L representa o comprimento do elemento e Ω é a velocidade de rotação do eixo.

Substituindo-se as aproximações para o deslocamento, Eq.(2.4)-(2.5), nas Eq.(2.8)-(2.9), e, posteriormente, aplicando a equação de Lagrange na expressão resultante, obtém-se a matriz

de massa clássica (M), a matriz de massa secundária (M_s), a matriz giroscópica (G) e a matriz de rigidez (K) para todos os elementos do eixo. Para se obter a matriz de massa do rotor, deve-se somar as matrizes de massa clássica e de massa secundária provenientes dos elementos do eixo, (M) e (M_s), às matrizes de massa dos elementos dos discos. Além disso, deve-se também somar as matrizes giroscópicas dos elementos do eixo e dos discos. Já para se obter a matriz de rigidez global, deve-se somar as matrizes de rigidez dos elementos do eixo às matrizes de rigidez dos mancais. Uma descrição mais detalhada a respeito da modelagem de rotores por elementos finitos podem ser encontradas em Lalanne e Ferraris (1997), Vance; Zeidan; Murphy (2010) e Friswell et al. (2010).

Na Fig. 2.2 apresenta-se um rotor flexível operando com um mancal magnético em cada uma de suas extremidades: lado livre (A) e lado acoplado (B).

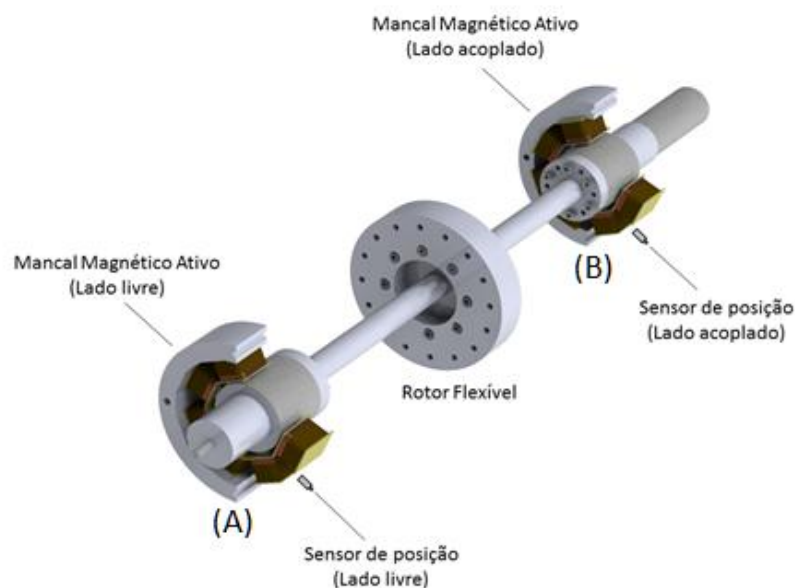


Figura 2.2 - Rotor flexível com mancais magnéticos

Para se obter as equações do movimento do sistema rotor-mancais, deve-se considerar tanto as forças geradas pelos dois atuadores magnéticos, quanto os seus respectivos deslocamentos, conforme apresentado nas Eq.(2.10)-(2.11), respectivamente.

$$\mathbf{f}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \mathbf{f}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Ax} \\ \mathbf{f}_{Ay} \\ \mathbf{f}_{Bx} \\ \mathbf{f}_{By} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{z}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_A \\ \mathbf{z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{Ax} \\ \mathbf{z}_{Ay} \\ \mathbf{z}_{Bx} \\ \mathbf{z}_{By} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A medição dos deslocamentos nos mancais é fundamental para a realimentação do sistema de controle ativo em malha fechada. Devido ao fato de que o deslocamento no centro dos mancais geralmente não pode ser medido, é necessário introduzir os deslocamentos nas posições dos sensores (\mathbf{z}_s), conforme ilustrado na Fig. 2.3, e descritos na Eq. (2.12).

$$\mathbf{z}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{SA} \\ \mathbf{z}_{SB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{SAx} \\ \mathbf{z}_{SAy} \\ \mathbf{z}_{SBx} \\ \mathbf{z}_{SBx} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

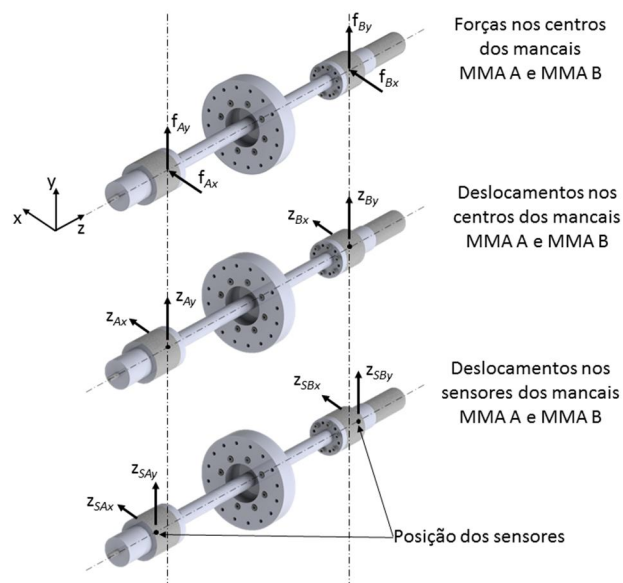


Figura 2.3 - Forças e deslocamentos nos dois mancais magnéticos, MMA A e MMA B

De acordo com Schweitzer e Maslen (2009), o comportamento dinâmico do sistema sujeito a duas forças de excitação externa pode ser representado pelas equações de movimento, derivadas a partir do método dos Elementos Finitos:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}\mathbf{z} = \mathbf{f}_u + \mathbf{f}_{AMB} \quad (2.13)$$

onde:

\mathbf{M} : matriz de massa do sistema, contemplando a inércia de translação e de rotação;

\mathbf{D} : matriz de amortecimento, que leva em consideração o amortecimento interno e externo, podendo acomodar também o efeito giroscópico e o amortecimento dos mancais;

\mathbf{K} : matriz de rigidez, englobando a rigidez do eixo e dos mancais, podendo conter os efeitos de amortecimento interno e da excitação devido ao escoamento de fluido (ou vapor);

\mathbf{f}_u : vetor que representa as forças de desbalanceamento;

\mathbf{z} : vetor de deslocamento global.

O vetor \mathbf{f}_{AMB} contém as forças nos mancais \mathbf{f}_a , Eq.(2.10), aplicadas nos graus de liberdade correspondentes. A relação entre o vetor \mathbf{f}_{AMB} e o vetor \mathbf{f}_a pode ser descrita por uma matriz de transformação (\mathbf{T}_A):

$$\mathbf{f}_{AMB} = \mathbf{T}_A^T \mathbf{f}_a \quad (2.14)$$

Com base nesta matriz de transformação, pode-se descrever o vetor de deslocamentos nos atuadores, \mathbf{z}_a , Eq. (2.11), em termos do vetor de deslocamento global \mathbf{z} :

$$\mathbf{z}_a = \mathbf{T}_A \mathbf{z} \quad (2.15)$$

De forma análoga, pode-se obter a relação entre o deslocamento nas posições dos sensores e o deslocamento global:

$$\mathbf{z}_s = \mathbf{T}_s \mathbf{z} \quad (2.16)$$

Deve-se destacar que o vetor de forças nos mancais, \mathbf{f}_a , é uma função não linear das correntes de controle nos mancais e da distância entre os mancais e o eixo (“*air gap*”). Assumindo pequenas variações em torno da posição de equilíbrio estático é possível escrever uma relação linearizada (SCHWEITZER; MASLEN, 2009):

$$\mathbf{f}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \mathbf{f}_B \end{bmatrix}_a = k_s \begin{bmatrix} \mathbf{z}_A \\ \mathbf{z}_B \end{bmatrix} + k_i \begin{bmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{f}_a = k_s \mathbf{z}_a + k_i \mathbf{i}_a \quad (2.18)$$

onde:

k_s : fator força/deslocamento, também chamado de rigidez negativa do mancal [N/m]

k_i : fator força/corrente [N/A]

O vetor de corrente nas espiras pode ser relacionado às coordenadas \mathbf{z}_a :

$$\mathbf{i}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_A \\ \mathbf{i}_B \end{bmatrix}_a = \begin{bmatrix} i_{Ax} \\ i_{Ay} \\ i_{Bx} \\ i_{By} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Combinando as Eq. (2.14) e (2.18), obtém-se:

$$\mathbf{f}_{AMB} = \mathbf{T}_A^T \mathbf{f}_a = \mathbf{T}_A^T \cdot [k_s \mathbf{z}_a + k_i \mathbf{i}_a] \quad (2.20)$$

Deve-se mencionar que, na Eq. (2.20), k_s e k_i são considerados como as mesmas para as quatro forças nos mancais. Caso sejam diferentes, duas matrizes adicionais devem ser introduzidas para acomodar estes parâmetros.

Introduzindo a Eq. (2.15) na Eq. (2.20), e o vetor de força nos mancais \mathbf{f}_{AMB} na Eq. (2.13) tem-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}} + [\mathbf{K} - k_s \mathbf{T}_A^T \mathbf{T}_A] \mathbf{z} = \mathbf{f}_u + k_i \mathbf{T}_A^T \mathbf{i}_a \quad (2.21)$$

Analisando a Eq.(2.21) pode-se identificar uma matriz de rigidez adicional, devido aos mancais magnéticos:

$$\mathbf{K}_a = -k_s \mathbf{T}_A^T \mathbf{T}_A \quad (2.22)$$

O sinal negativo indica o efeito desestabilizador produzido pelas forças magnéticas que, contrariamente às forças restauradoras exercidas por molas, somente são capazes de exercer força de atração.

Observando o lado direito da Eq.(2.21), pode-se notar a segunda parte da força eletrodinâmica, que é dependente da corrente i_a nas espiras dos mancais magnéticos ativos. Esta corrente pode ser usada com a finalidade de controlar as forças nos mancais e estabilizar o sistema rotor-mancais.

2.2 Representação de Rotores Flexíveis com Mancais Magnéticos ativos utilizando a formulação de Espaço de Estados

Em geral, as técnicas mais avançadas de projeto e análise de controladores baseiam-se na representação do sistema no espaço de estados. Desta forma, é interessante conceber um procedimento de obtenção desta representação do sistema a partir das suas equações de movimento, conforme será visto a seguir.

Com base na Eq.(2.13) pode-se definir o vetor de espaço de estados:

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \text{ e } \dot{\mathbf{x}}_s = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

O próximo passo é isolar $\ddot{\mathbf{z}}$, na Eq. (2.13), ou seja:

$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_u + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_{AMB} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{z} \quad (2.24)$$

Substituindo-se a Eq.(2.20) na Eq.(2.24), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} (\mathbf{K} - \mathbf{K}_a) & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} k_i \mathbf{T}_A^T \mathbf{i}_a + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{f}_u \quad (2.25)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{A}_S \mathbf{x}_S + \mathbf{B}_{SA} \mathbf{i}_a + \mathbf{B}_{SU} \mathbf{f}_u \quad (2.26)$$

onde:

\mathbf{A}_S : matriz dinâmica do sistema, englobando as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{K} e a matriz de rigidez dos mancais magnéticos ativos \mathbf{K}_a

\mathbf{B}_{SA} : matriz de entrada para a corrente nos mancais \mathbf{i}_a

\mathbf{B}_{SU} : matriz de entrada para a força de desbalanceamento \mathbf{f}_u

A segunda equação da representação em espaço de estados define as relações de saída, \mathbf{y}_S , que correspondem aos deslocamentos medidos nas posições dos sensores, \mathbf{z}_S :

$$\mathbf{y}_S = \mathbf{z}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_S & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Logo,

$$\mathbf{y}_S = \mathbf{z}_S = \mathbf{C}_S \mathbf{x}_S \quad (2.28)$$

Os vetores \mathbf{z}_S e \mathbf{i}_a representam os sinais que conectam o sistema ao controlador, em que o primeiro corresponde à entrada e o segundo à saída deste elemento do sistema. Na Fig. 2.4 pode-se observar uma representação em diagrama de blocos do espaço de estados do sistema rotor flexível – mancais magnéticos ativos.

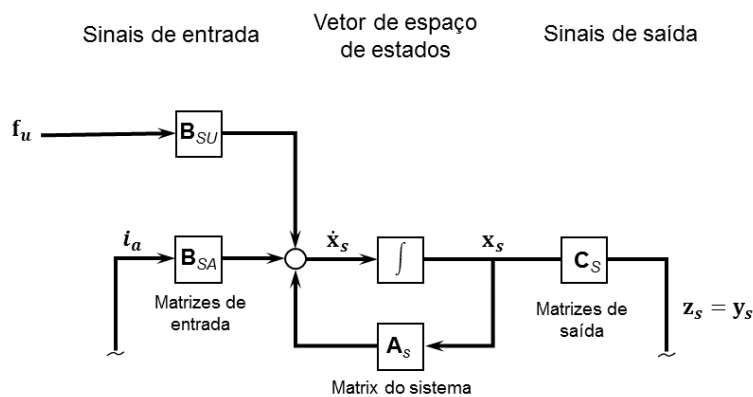


Figura 2.4 - Sistema Rotor Flexível/MMA's em espaço de estados (SCHWEITZER; MASLEN, 2009)

Após a obtenção da equação do sistema em malha aberta em espaço de estados, é necessário fechar a malha através da conexão do controlador G_s , o que é realizado pela inclusão da Eq.(2.29).

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_a = \mathbf{G}_s \mathbf{y}_s \quad (2.29)$$

A Fig. 2.5 apresenta o sistema resultante usando diagrama de blocos.

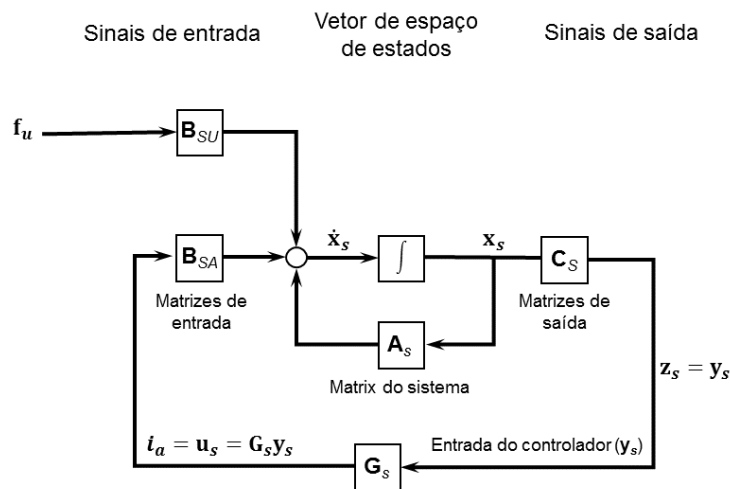


Figura 2.5 – Controle em malha fechada: sistema Rotor Flexível/MMA's (SCHWEITZER; MASLEN, 2009)

Para se obter a matriz de ganho G_s , diversas técnicas de controle podem ser usadas de forma a satisfazer as condições de desempenho e de estabilidade do problema (MAGNI, 2002).

2.3 Mancais Magnéticos Ativos

2.3.1 Forças Magnéticas

Os princípios que regem a operação dos Mancais Magnéticos Ativos estão fundamentados nos conceitos básicos do eletromagnetismo. Desta forma, o seu estudo é essencial no desenvolvimento de máquinas rotativas suportadas por este tipo de mancal. O principal objetivo ao se analisar o comportamento dinâmico de um atuador magnético é relacionar as forças geradas por estes dispositivos, devido à aplicação de uma tensão elétrica nas suas bobinas, ao movimento do sistema em estudo. Como esta metodologia de análise está bem consolidada na literatura, pode ser empregada sistematicamente no

dimensionamento do sistema como um todo (VÁZQUEZ et al., 2003), pois permite investigar a influência de diversos parâmetros de projeto sobre o conjunto.

Uma análise simplificada da bobina e de sua geometria (forças relacionadas e propriedades elétricas) pode ser realizada através de uma representação unidimensional da estrutura magnética do atuador. Sabe-se que o fluxo magnético é gerado em cada polo do atuador pelas bobinas, que possuem n espiras, área da seção transversal A_a , entreferro (*air gap*) s e uma dada corrente elétrica i passando pelo condutor, conforme pode ser observado na Fig. 2.6.

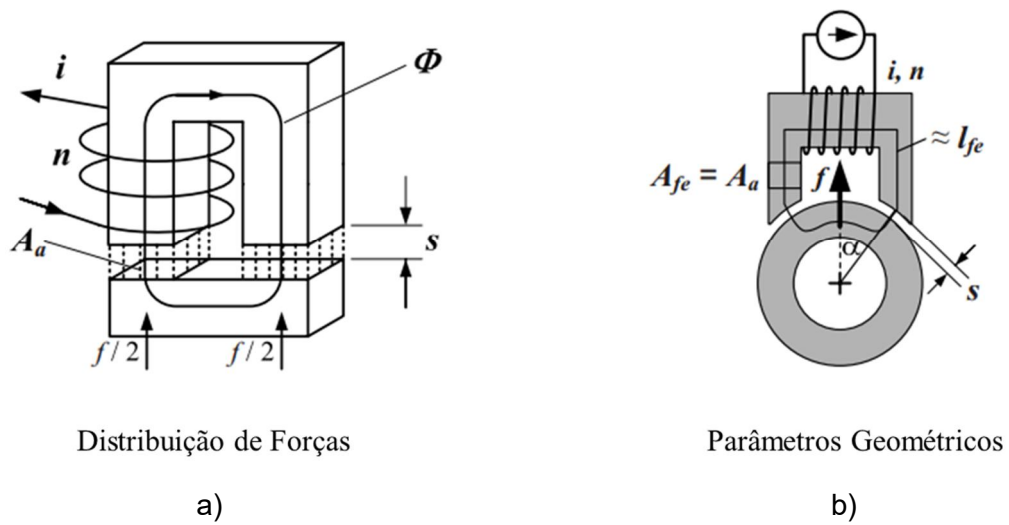


Figura 2.6 – Representação simplificada de um atuador magnético (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).

Deve-se mencionar que alguns efeitos que surgem no mancal magnético, tais como, os efeitos de fronteira das linhas fluxo magnético, não são levados em consideração na equação da força eletromagnética. Desta forma, a partir dos princípios físicos do magnetismo e do princípio do deslocamento virtual, é possível obter a equação da força gerada pelo atuador eletromagnético, apresentada pela Eq.(2.30) (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).

$$f = -\frac{\partial W_a}{\partial s} = B_a H_a A_a = \frac{B_a^2 A_a}{\mu_0} \quad (2.30)$$

$$B_a = \mu_0 \frac{ni}{2s} \quad (2.31)$$

onde W_a representa a energia armazenada no volume do entreferro ($V_a = 2sA_a$); $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ é a permeabilidade magnética do vácuo (em geral, assume-se que a permeabilidade magnética do ar é igual à do vácuo) e B_a é a densidade de fluxo. Substituindo a Eq.(2.31) na Eq.(2.30), obtêm-se:

$$f = \mu_0 A_a \left(\frac{ni}{2s} \right)^2 = \frac{1}{4} \mu_0 n^2 A_a \frac{i^2}{s^2} \quad (2.32)$$

$$k = \frac{1}{4} \mu_0 n^2 A_a \quad (2.33)$$

$$f = k \frac{i^2}{s^2} \quad (2.34)$$

Conforme apresentado na Fig. 2.6 (b), a força é aplicada ao rotor segundo um ângulo α em relação a área dos polos do atuador, para mancais magnéticos com 4 pares de polos, $\alpha = 22,5^\circ$ (SCHWEITZER; MASLEN, 2009). Desta forma é preciso inserir o termo $\cos \alpha$ na Eq. (2.34), resultando em:

$$f = k \frac{i^2}{s^2} \cos \alpha \quad (2.35)$$

Na Eq.(2.34) observa-se que a força magnética é diretamente proporcional ao quadrado da corrente i no condutor e inversamente proporcional ao quadrado do entreferro s . Para baixos valores de entreferro ou altos valores de corrente ocorre a saturação do fluxo magnético do núcleo, aumentando consideravelmente o caráter não linear do sistema nestas condições. Entretanto, é possível obter resultados bastante satisfatórios ao se aplicar controladores lineares em máquinas rotativas suportadas por MMA's. Para tanto, as relações força/deslocamento e força/corrente devem ser linearizadas em torno do ponto de operação, conforme apresentado na Fig. 2.7.

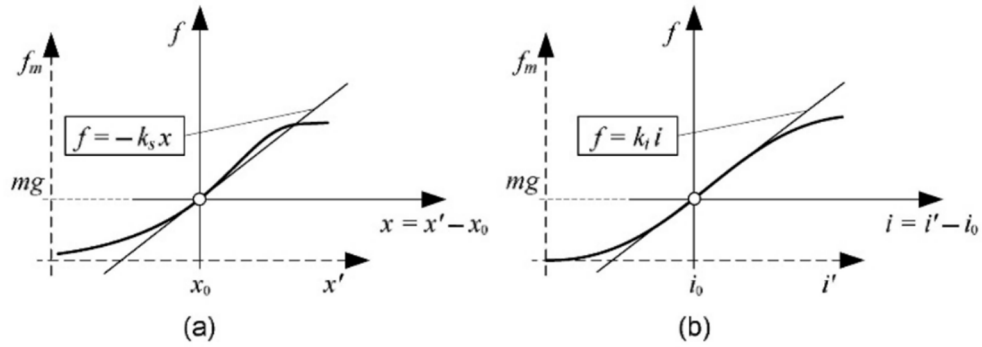


Figura 2.7 – Linearização no ponto de operação: (a) relação força/deslocamento; (b) relação força/corrente (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).

Ao se linearizar a força em torno do ponto de operação, obtêm-se a relação força/deslocamento e força/corrente:

$$f(x, i) = -k_s x + k_i i \quad (2.36)$$

Uma configuração que possibilita a geração de forças positivas e negativas consiste em posicionar dois atuadores diametralmente opostos no mesmo plano, conforme apresentado na Fig. 2.8.

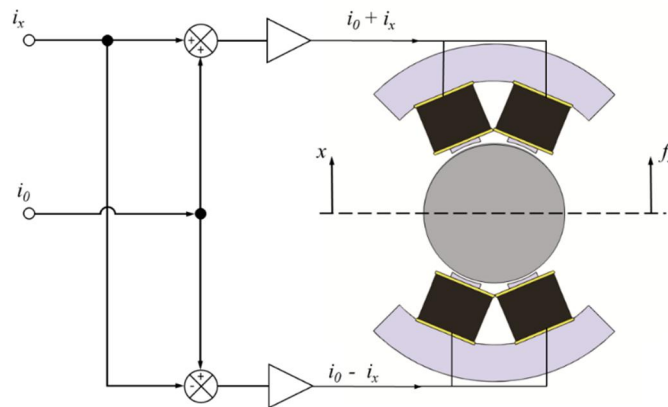


Figura 2.8 – Representação das forças em um rotor sob a ação de atuadores radiais

A força f_x , representada na Fig. 2.8, é dada pela diferença entre as forças produzidas no atuador superior (f_+) e inferior (f_-), respectivamente. Conforme mostrado na Eq.(2.37).

$$f_x = f_+ - f_- \quad (2.37)$$

A corrente aplicada em cada par de atuadores é dada pela corrente de *bias* i_0 somada ($i_0 + i_x$) ou subtraída ($i_0 - i_x$) de uma corrente de controle i_x . De forma análoga, a posição de equilíbrio s_0 recebe um acréscimo ($s_0 + x$) ou decréscimo ($s_0 - x$) de um deslocamento x . Substituindo-se os valores de corrente e deslocamento na Eq.(2.35), chega-se a Eq.(2.38).

$$f_x = k \left(\frac{(i_0 + i_x)^2}{(s_0 - x)^2} - \frac{(i_0 - i_x)^2}{(s_0 + x)^2} \right) \cos \alpha \quad (2.38)$$

A escolha da corrente de *bias* está diretamente relacionada à capacidade de carga estática e dinâmica requeridas pelo projeto do MMA (SCHWEITZER; MASLEN, 2009; YOON; LIN; ALLAIRE, 2013). Caso o valor da corrente de *bias* seja muito baixo, a faixa de operação linear do MMA será limitada pela restrição na corrente de perturbação, pois, para que a corrente nos atuadores seja sempre positiva, é necessário que $|i_x| \leq i_0$ na Eq. (2.38). Por outro lado, caso a corrente de *bias* escolhida seja muito alta, a densidade de fluxo no atuador alcançará a saturação facilmente devido à alta corrente total circulando nas espiras da bobina. Uma sugestão apresentada pela Norma ISO 14839 é utilizar valores próximos a 50% do valor da corrente máxima fornecida pelo amplificador de potência (Classe A de operação). Outra regra bastante difundida é baseada no diagrama $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$, onde a corrente de *bias* é escolhida com um valor próximo à 50% da corrente necessária para gerar a densidade de fluxo \mathbf{B}_{knee} , que representa o limite da zona de dependência linear entre o campo magnético e a densidade de fluxo.

Empregando uma expansão em série de Taylor, a força apresentada na Eq.(2.38) pode ser linearizada para uma pequena corrente de perturbação i_x e para um pequeno deslocamento em relação ao centro geométrico do MMA, ou seja, para o ponto $(i_x, x) = (0, 0)$. Portanto, ignorando os termos de segunda e de alta ordem, obtém-se:

$$f_x = \frac{4ki_0}{s_0^2} (\cos \alpha) i_x + \frac{4ki_0^2}{s_0^3} (\cos \alpha) x = k_i i_x - k_s x \quad (2.39)$$

A partir da Eq.(2.39) é possível definir as expressões para a rigidez de corrente, k_i , e para a rigidez de posição, da seguinte forma:

$$k_i = \frac{4ki_0}{s_0^2} (\cos \alpha) = \frac{\mu_0 n^2 A_a i_0}{s_0^2} \cos \alpha \quad (2.40)$$

$$k_s = -\frac{4ki_0^2}{s_0^3} (\cos \alpha) = -\frac{\mu_0 n^2 A_a i_0^2}{s_0^3} \cos \alpha \quad (2.41)$$

2.3.2 Máxima Taxa de Variação da tensão de saída do Amplificador (*Slew Rate*)

A *slew rate*, taxa de varrimento, é um dos parâmetros mais importantes na especificação de amplificadores, pois pode ser compreendido como a reposta do amplificador a uma variação de tensão na sua entrada. Desta forma, este parâmetro está diretamente relacionado ao comportamento dinâmico do componente, conforme será tratado a seguir.

O condutor nas bobinas dos atuadores pode ser considerado como um circuito resistor-indutor (RL), acionado por um amplificador de potência que energiza os atuadores dos MMA's. Desta forma, é possível escrever a Eq.(2.42) (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013):

$$v_c = R_c i + L_c \frac{di}{dt} \quad (2.42)$$

onde v_c é a tensão de entrada fornecida pelo amplificador; i é a corrente através do circuito RL; R_c e L_c são a resistência elétrica e a indutância da bobina, respectivamente. Como a resistência da bobina é, em geral, relativamente pequena, esta pode ser ignorada. A indutância da bobina do atuador, L_c , pode ser definida como a razão do fluxo magnético total, $N\Phi$, devido a uma corrente i , ou seja (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013):

$$L_c = \frac{N\Phi}{i} \quad (2.43)$$

O fluxo magnético também pode ser obtido a partir da Força Magnetomotriz (FMM) e da Relutância magnética total R_t :

$$\Phi = \frac{FMM}{R_t} \quad (2.44)$$

$$R_t = R_{aFe} + R_{rFe} + 2R_g \quad (2.45)$$

onde R_{aFe} , R_{rFe} , R_g são as relutâncias magnéticas do núcleo do atuador, do rotor e do ar, respectivamente, conforme pode ser observado no circuito apresentado na Fig. 2.6.

Substituindo as Eq.(2.44)-(2.45) na Eq.(2.43) e assumindo que a permeabilidade relativa do aço é desprezível, tem-se a seguinte expressão para a indutância da bobina:

$$L_c = \frac{N^2}{2R_g} = \frac{\mu_0 N^2 A_a}{2s_0} \quad (2.46)$$

Combinando a Eq.(2.42) com a Eq. (2.46), chega-se a uma expressão para a taxa de variação da corrente da bobina:

$$\frac{di}{dt} = \frac{2s_0 v_c}{\mu_0 N^2 A_a} \quad (2.47)$$

Observando-se a Eq.(2.47), nota-se que a taxa de variação da corrente é dependente da tensão de entrada do amplificador. Como a máxima tensão v_{\max} é uma limitação física do amplificador, é possível obter uma estimativa para a máxima *slew rate* da corrente do atuador do MMA:

$$\max \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{2s_0 v_{\max}}{\mu_0 N^2 A_a} \quad (2.48)$$

2.3.3 Capacidade de Carga dos MMA's

De acordo com Yoon; Lin; Allaire (2013) e Schweitzer e Maslen (2009), a força aplicada pelos MMA's é uma função da corrente de entrada nas bobinas do atuador. Quando o rotor está posicionado no centro geométrico do mancal, ou seja, na posição $x = 0$, a máxima taxa de variação da força de controle agindo sobre o rotor depende apenas da máxima *slew rate* da corrente, que é dada por:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{di} \frac{di}{dt} = k_i \frac{2s_0 v_c}{\mu_0 N^2 A_a} \quad (2.49)$$

Substituindo-se k_i , que é dado pela Eq.(2.40), chega-se à expressão da máxima taxa de variação da força gerada nos MMA's:

$$\max \left| \frac{dF}{dt} \right| = \frac{2i_0 v_{\max}}{s_0} \quad (2.50)$$

Na Fig. 2.9 apresenta-se um gráfico típico da capacidade de carga de MMA's, onde a capacidade de carga disponível é dada pela intersecção entre a capacidade de carga estática e a máxima taxa de variação da força em função da frequência.

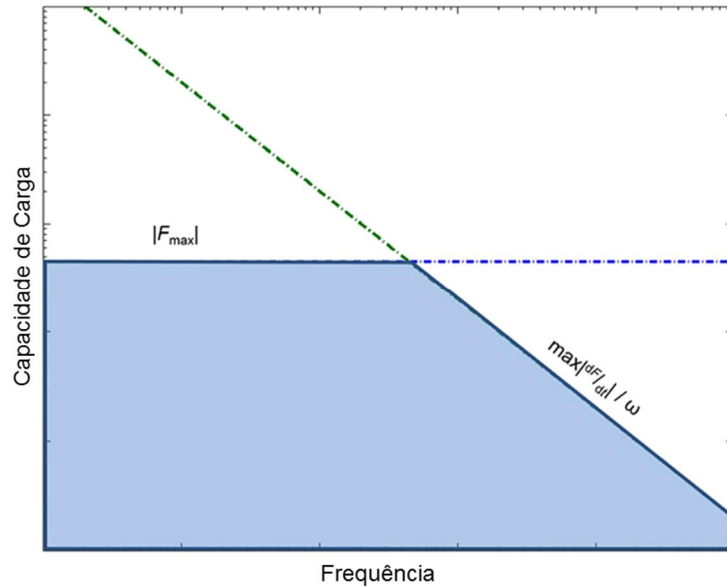


Figura 2.9 – Gráfico típico da Capacidade de carga de MMA's (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013)

A máxima capacidade de carga estática, dentro da faixa de operação linear do MMA, pode ser encontrada assumindo-se que a amplitude da corrente de controle é igual a corrente de bias, ou seja, $i_x = i_0$. Além disso, deve-se assumir que $x = s_0$, pois a força depende do inverso do quadrado da distância entre o atuador e o eixo. Substituindo estes valores na Eq.(2.39), chega-se a uma estimativa para o valor da máxima capacidade de carga estática do MMA:

$$|F_{\max}| = \frac{|2\mu_0 N^2 i_0^2 A_a (\cos \alpha)|}{s_0^2} \quad (2.51)$$

Para frequências mais elevadas, a *slew rate* determina os limites da capacidade de carga. Assumindo-se que, a força de saída é do tipo harmônico de amplitude M com uma frequência $\omega > 0$, tem-se:

$$f = M \sin(\omega t) \quad (2.52)$$

E, dado que a derivada da força é limitada pela máxima *slew rate* do MMA, tem-se:

$$\left| \frac{df}{dt} \right| = |M \cos(\omega t) \omega| \leq \max \left| \frac{dF}{dt} \right| \quad (2.53)$$

Combinando a Eq.(2.50) com a Eq.(2.53), obtém-se uma relação entre a amplitude máxima da força em função da frequência:

$$|M| \leq \frac{1}{\omega} \max \left| \frac{dF}{dt} \right| = \frac{2i_0 v_{\max}}{s_0 \omega} \quad (2.54)$$

Neste ponto, é importante destacar que a Eq. (2.54) fornece apenas uma estimativa inicial para a capacidade de carga do MMA. Assim sendo, deve-se realizar avaliações mais sofisticadas para uma estimativa mais refinada. Neste sentido, apresenta-se na seção 3.4 um estudo das características do MMA usando o método de Elementos Finitos.

2.3.4 Amplificadores de Potência

A função dos amplificadores de potência é converter o sinal de controle em uma corrente de controle que circulará através das bobinas do MMA. Durante este processo podem ocorrer perdas, que devem ser mantidas em níveis tão baixos quanto possível. Portanto, os amplificadores chaveados são predominantes em aplicações industriais, em detrimento dos amplificadores analógicos. Entretanto, o processo de chaveamento pode dar origem a distúrbios eletromagnéticos, o que pode ser um fator limitante em aplicações mais sensíveis, o que justificaria o emprego de amplificadores analógicos.

Na Fig. 2.10(a) apresenta-se um circuito de um amplificador analógico. Conforme pode ser observado, para que se obtenha a tensão desejada na saída u_m é necessário que uma tensão u_t , que é dada pela diferença entre tensão de alimentação U_p e u_m , percorra o transistor. Deve-se mencionar que, em geral, apenas um transistor é acionado por vez, desta forma, caso T_1 esteja conduzindo, será gerada uma tensão u_m positiva, caso seja T_2 a tensão u_m será negativa. Em ambos os casos, a potência dissipada pelo transistor em forma de calor é dada por $P = iu_t$.

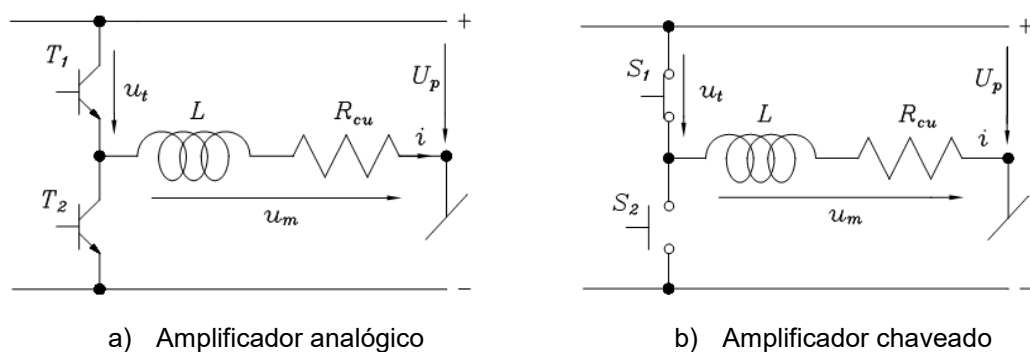


Figura 2.10 – Circuitos amplificadores (SCHWEITZER; MASLEN, 2009)

Na Fig. 2.10(b) apresenta-se o diagrama de um amplificador chaveado. Neste caso, a tensão de alimentação U_p , negativa ou positiva, é chaveada com uma dada frequência, em geral de 20 kHz a 50kHz. Desta forma, a corrente i pode ser aumentada ou diminuída de acordo com a necessidade, sendo este processo denominado de Modulação de Largura de Pulso (*Pulse Width Modulation – PWM*). Neste sentido, quando a chave correspondente à tensão positiva for acionada mais tempo do que a negativa durante o período (1/frequência de chaveamento), tem-se uma tensão média positiva u_m e a corrente i terá seu valor aumentado durante vários períodos, conforme apresentado na Fig. 2.11. De maneira análoga, caso a tensão negativa seja acionada por mais tempo do que a positiva, será produzida uma diminuição da corrente. A potência dissipada neste caso é bem inferior à consumida por amplificadores analógicos, pois a tensão u_t é bem inferior.

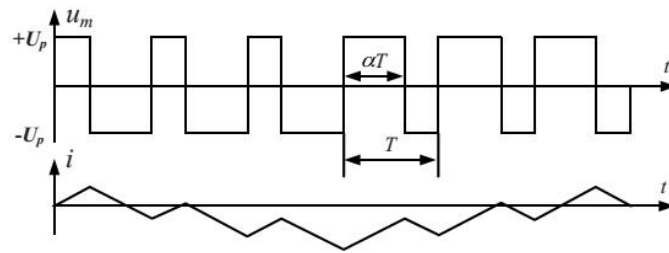


Figura 2.11 – Evolução da corrente em um PWM (SCHWEITZER; MASLEN, 2009)

De acordo com Schweitzer e Maslen (2009), a maior desvantagem dos amplificadores chaveados se deve a perdas por remagnetização causadas por oscilações na corrente. Entretanto, quanto menor o período de chaveamento, menores serão as oscilações de corrente.

2.4 Particularidades do Controle de Rotores Suportados por Mancais Magnéticos Ativos

Uma das características mais marcantes de sistemas rotativos suportados por mancais magnéticos é a sua instabilidade em malha aberta, o que é resultado do efeito da rigidez negativa dos atuadores eletromagnéticos. Na Fig. 2.12 pode-se observar um mapa de polos e zeros típico de sistemas rotor flexível/MMA's em malha aberta. Neste gráfico, nota-se que os polos referentes aos modos de corpo rígido, cuja frequência é dada em função da rigidez negativa, localizam-se à direita do eixo imaginário, ou seja, possuem parte real positiva, evidenciando a instabilidade deste sistema. Também é possível observar que os polos e zeros correspondentes aos modos flexíveis, que são subamortecidos, se alternam próximos ao eixo imaginário.

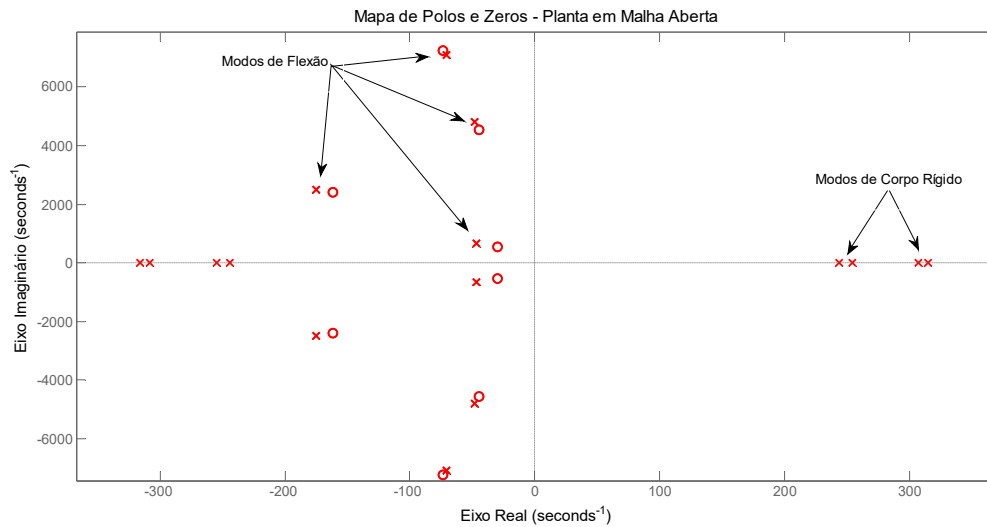


Figura 2.12 - Mapa de Polos e Zeros da Função de Transferência da Planta em Malha Aberta

Conforme pode ser observado, o mapa de polos e zeros do sistema possui informações importantes em relação à dinâmica do sistema. De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005) e Stein (2003), há diversas restrições adicionais ao controle quando se lida com sistemas que possuem polos e zeros localizados à direita do eixo imaginário do plano complexo, conforme será tratado nas próximas seções.

2.4.1 Limitações devido a presença de Polos instáveis

A lei de conservação da energia aplicada ao controle de sistemas pode ser sintetizada sob a forma da integral de Bode, que se baseia na Função de Sensibilidade, que é dada pela Eq.(2.55) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

$$G_s(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \quad (2.55)$$

onde $G_s(s)$ é a Função de Sensibilidade; $G(s)$ é a Função de Transferência do Sistema em Malha Aberta e $K(s)$ é a Função de Transferência do Controlador.

Assim sendo, uma redução na amplitude da Função de Sensibilidade, $|G_s| < 1$, em uma determinada faixa de frequência de interesse resulta um aumento da capacidade de rejeição de distúrbios pelo sistema nesta região. Entretanto, conforme pode ser observado na Fig.

2.13, esta vantagem possui um custo, representado pelo aumento da Função de Sensibilidade, $|G_S| > 1$, fora da faixa beneficiada. Este fenômeno é conhecido como efeito de cama d'água (*waterbed*). Portanto, é impossível atingir uma boa capacidade de rejeição de distúrbios em toda a faixa de operação do sistema, sendo necessário priorizar uma banda estreita de frequência prioritária, para que a operação do sistema atenda aos requisitos de projeto.

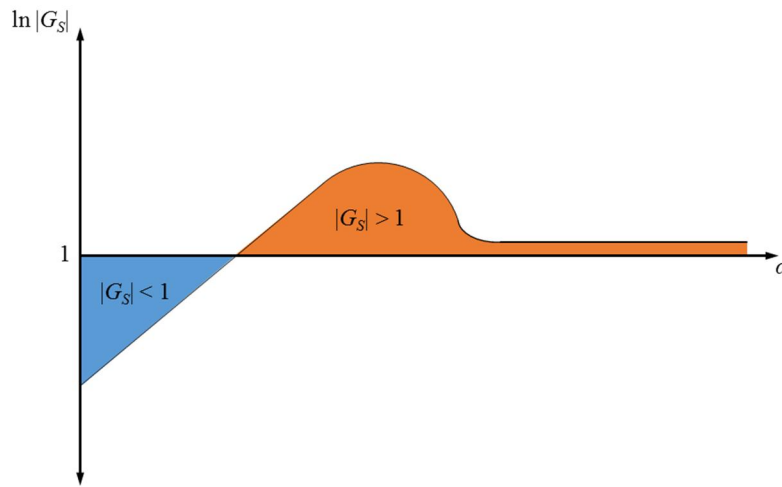


Figura 2.13 – Gráfico típico da Função de Sensibilidade

Para plantas estáveis em malha aberta, a integral de Bode se anula:

$$\int_0^{\infty} \ln |G_S(j\omega)| d\omega = 0 \quad (2.56)$$

A análise da Eq.(2.56) permite concluir que, para sistemas estáveis e de fase mínima, a área onde ocorre a redução da Função de Sensibilidade, onde há maior atenuação a distúrbios, é equivalente à área onde há um aumento da Função de Sensibilidade, ou seja, onde se observa uma deterioração da performance do sistema.

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), para plantas instáveis em malha aberta, a integral de Bode assume o valor de uma constante positiva:

$$\int_0^{\infty} \ln |G_S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^{N_p} \text{Re}(p_i) \quad (2.57)$$

onde N_p é a quantidade de polos da Função de Transferência no Ramo Direto $L = GK$ situados à direita do eixo imaginário do plano complexo e $\text{Re}(p_i)$ é a parte real dos polos instáveis correspondentes. Com isso, a área positiva da Função de Sensibilidade excede a área negativa, onde há melhoria da performance do sistema. Segundo Stein (2003), isto pode ser interpretado como uma melhoria em relação ao comportamento em malha aberta para a região em que $G_s(j\omega) < 1$, que é obtido às custas de uma deterioração em relação ao comportamento de malha aberta para frequências fora desta faixa.

Portanto, pode-se concluir que a redução da Função de Sensibilidade em plantas instáveis é limitada pela quantidade e pelos valores da parte real dos polos instáveis do sistema.

Em sistemas reais com MMA's, a banda de frequência do controlador ω_{camp} é limitada predominantemente pelas bandas de frequência do Amplificador e do Atuador, que representam limitações físicas do sistema. Desta forma, este parâmetro não é influenciado pela lei de controle empregada ou pela metodologia de projeto do controlador. Com base na largura de banda de um controlador real, pode-se reescrever as Eq. (2.56)-(2.57):

$$\int_0^{\omega_{camp}} \ln |G_s(j\omega)| d\omega = \delta \quad (2.58)$$

$$\int_0^{\omega_{amp}} \ln |G_s(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^{N_p} \text{Re}(p_i) + \delta \quad (2.59)$$

onde δ representa o resíduo da Função de Sensibilidade que não pode ser eliminado usando um controlador com banda de frequência limitada.

De acordo com Stein (2003), o efeito do limite superior da banda de frequência ω_{camp} sobre o pico mínimo da Função de Sensibilidade G_{smin} para uma planta com um polo instável em p_1 rad/s pode ser demonstrado com base em um esboço simples, conforme apresentado na Fig. 2.14.

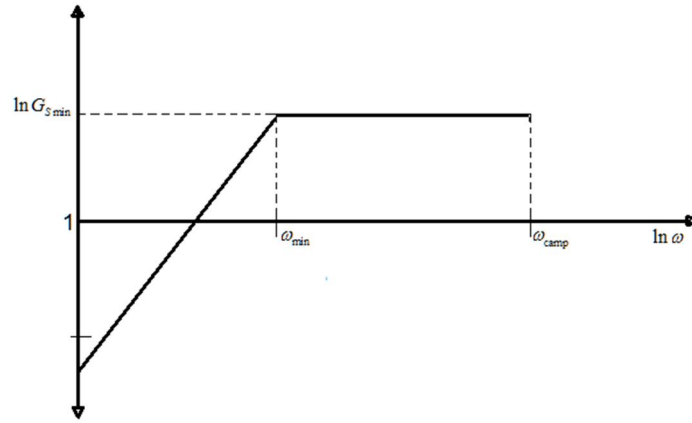


Figura 2.14 – Protótipo da Função Sensibilidade

Conforme pode ser observado na Fig. 2.14, a Função de Sensibilidade em baixa frequência possui inclinação igual a $\ln(G_{S\min}/\omega_{\min})$, sendo que o seu pico é atingido em uma frequência igual a ω_{\min} rad/s, com um valor de $G_{S\min}$. O valor deste mínimo pode ser obtido a partir da integral dada pela Eq (2.59) aplicada a um sistema com apenas um polo instável:

$$\int_0^{\omega_{amp}} \ln|G_S(j\omega)| d\omega = \pi p_1 + \delta \quad (2.60)$$

$$\int_0^{\omega_{amp}} \ln\left(\frac{\omega G_{S\min}}{\omega_{\min}}\right) d\omega + (\omega_{camp} - \omega_{\min}) \ln(G_{S\min}) = \pi p_1 + \delta \quad (2.61)$$

$$\omega_{camp} \ln(G_{S\min}) + \omega_{\min} = \pi p_1 + \delta \quad (2.62)$$

$$G_{S\min} = \exp\left(\frac{\omega_{\min} + \pi p_1 + \delta}{\omega_{camp}}\right) \quad (2.63)$$

Se os requisitos de robustez forem definidos em função da margem de ganho e da margem de fase, como é o caso de sistemas rotativos com MMA's, $G_{S\min}$ pode fornecer meios para se estimar estes parâmetros. De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005) é possível estimar as margens de ganho GM e de fase PM a partir das seguintes expressões:

$$\frac{G_{S\min}}{G_{S\min} - 1} \leq GM$$

$$2\text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2G_{S\min}}\right) \leq PM \quad (2.64)$$

Esta estimativa é bastante empregada na indústria, sendo recomendada, inclusive pela norma ISO 14839 (2006), como um método de avaliação de robustez em malha fechada de sistemas rotativos suportados por MMA's.

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), sistemas de fase mínima são aqueles que apresentam o mínimo atraso de fase possível para uma dada amplitude $|L(j\omega)|$. Neste tipo de sistema há uma relação única entre a fase $\angle L(j\omega)$ e a amplitude $|L(j\omega)|$, o que possibilita a determinação de um em função do outro, e vice-versa. Em contrapartida, sistemas de fase não mínima apresentam uma defasagem maior do que a dos sistemas de fase mínima devido tanto à presença de zeros localizados à direita do eixo imaginário do plano complexo, quanto a atrasos de tempo, o que impossibilita a definição de uma função entre fase e amplitude.

Nas Fig. 2.15-2.16 apresentam-se, respectivamente, o diagrama de Bode e o diagrama de Nyquist típicos de uma Função de Transferência no Ramo Direto $L(s)$ para um sistema estável de fase mínima. Conforme pode ser observado, a Margem de Fase PM é dada pela diferença entre a curva de fase do sistema para o ponto de frequência onde a amplitude é 0 dB e 180°, ou seja, o ponto ω_c . Já a Margem de Ganho GM é o inverso da diferença entre a curva de amplitude e o eixo 0 dB para o ponto em frequência onde a curva da fase passa pelo ponto ω_{180} .

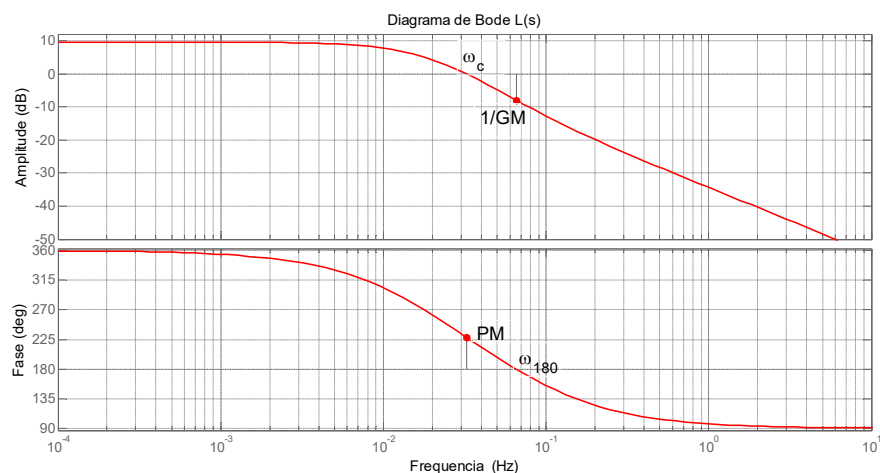


Figura 2.15 – Margens de Ganho e de Fase para um sistema de fase mínima - Bode

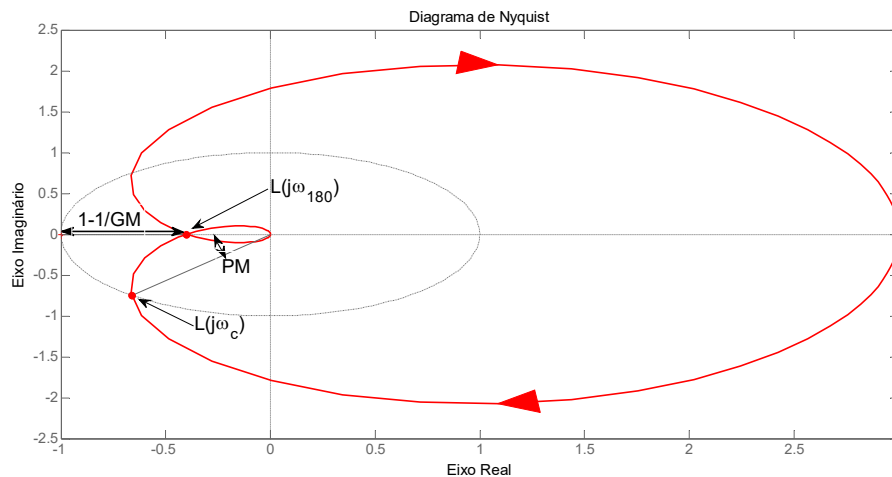


Figura 2.16 – Margens de Ganho e Fase para um sistema de fase mínima - Nyquist

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), GM é o fator pelo qual o $L(s)$ pode ser multiplicado antes que o sistema em malha fechada se desestabilize; portanto, pode ser considerado como uma salvaguarda direta contra a presença de incertezas que afetam o ganho do sistema. Em geral, deseja-se que $GM > 2$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). De maneira análoga, PM pode ser interpretado como o atraso de fase que o sistema suporta no ponto ω_c antes que o sistema se torne instável em malha fechada, indicando a robustez a incertezas no atraso de tempo. Como regra geral, requer-se que $PM > 30^\circ$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Quando se lida com sistemas flexíveis, ocorrem diversas frequências de cruzamento devido aos modos próprios do sistema, produzindo vários valores de PM e GM . Neste sentido, o primeiro valor de cruzamento da curva de amplitude está diretamente relacionado à largura de banda de frequência em que o controlador produz um comportamento com uma performance melhor do que o sistema em malha aberta. Já a amplitude de $L(s)$ nesta faixa de baixa frequência está diretamente ligada à capacidade de rejeição de distúrbios em regime permanente. Isto pode ser justificado pela análise da relação $G_s(j\omega) = \frac{1}{1+L(j\omega)}$, que sugere que quanto maior o valor de $L(j\omega)$, menos sensível a distúrbios de baixa frequência será o sistema (rigidez do sistema em malha fechada). Já os diversos valores de PM determinam o nível de amortecimento característico de cada modo.

Considerando-se uma função de transferência no Ramo Direto $L_A(s)$ típico de um rotor flexível suportado por MMA's com apenas um polo instável em p_1 rad/s, é possível decompô-lo em dois subsistemas: um estável de fase mínima $L_{FM}(s)$ e outro instável:

$$L_A(s) = \frac{L_B(s)}{s - p_1} = \frac{L_B(s)(s + p_1)}{(s + p_1)(s - p_1)} = L_{FM}(s) \frac{(s + p_1)}{(s - p_1)} \quad (2.65)$$

onde $|L_A(j\omega)| = |L_{FM}(j\omega)|$.

A partir da relação entre ganho e fase de Bode, tem-se :

$$\angle L_A(j\omega) = \angle L_{FM}(j\omega) - \pi + 2 \arctan\left(\frac{\omega}{p_i}\right) \quad (2.66)$$

Desta forma, a presença de um polo localizado a direita do eixo imaginário do plano complexo introduz uma defasagem de até 180° em baixas frequências, pois $\arctan\left(\frac{\omega}{p_i}\right)$ tende a zero quando o argumento $\frac{\omega}{p_i}$ também se aproxima de zero. Portanto, esta defasagem elevada demanda, além de um esforço maior de controle, uma frequência de cruzamento ω_c maior para que o sistema seja estabilizado. Em contrapartida, a defasagem para frequências mais elevadas praticamente se anula, pois $\arctan\left(\frac{\omega}{p_i}\right)$ tende a $\frac{\pi}{2}$ conforme $\frac{\omega}{p_i}$ aumenta. Adicionalmente, quanto maior a banda de frequência, maior a probabilidade de aparecimento de problemas relacionados à dinâmica não modelada ou amplificação do ruído de medição. Desta forma, pode-se afirmar que os efeitos devido a presença de polos instáveis em sistemas em malha fechada é a introdução de restrições tanto para a mínima banda de frequência do controlador quanto para o mínimo pico de amplitude da função de Sensibilidade.

2.4.2 Limitações de sistemas com zeros a direita do eixo imaginário

Segundo Skogestad e Postlethwaite (2005), para se determinar os efeitos de zeros localizados à direita do eixo imaginário, deve-se partir da integral de sensibilidade ponderada:

$$\int_0^\infty \ln |G_s(j\omega)| \cdot w(z, \omega) d\omega = \pi \ln \prod_{i=1}^{N_p} \left| \frac{p_i + z}{\bar{p}_i - z} \right| \quad (2.67)$$

onde:

$$z = x \pm jy$$

$$w(z, \omega) = \frac{2z}{z^2 + \omega^2} = \frac{2}{z} \frac{1}{1 + (\omega/z)^2}, \text{ para } z \in \mathbb{R}$$

$$w(z, \omega) = \frac{x}{x^2 + (y - \omega)^2} + \frac{x}{x^2 + (y + \omega)^2}, \text{ para } z \in \mathbb{C}$$

Nota-se que, na Eq.(2.67), quando há um polo instável próximo a um zero do lado direito do eixo imaginário, ou seja, $p_i \rightarrow z$ então $\frac{p_i + z}{\bar{p}_i - z} \rightarrow \infty$, indica que tais tipos de sistemas são praticamente impossíveis de serem estabilizados.

A função de ponderação $w(z, \omega)$ atua filtrando a contribuição de $\ln |G_s(j\omega)|$ na integral da Eq. (2.67) para $\omega > z$. Desta forma, para uma planta estável onde $|G_s(j\omega)| \approx 1$ em altas frequências, tem-se:

$$\int_0^z \ln |G_s(j\omega)| \cdot d\omega \approx 0 \quad (2.68)$$

Este resultado é similar ao obtido na Eq.(2.56), exceto pela permuta entre as regiões em que $G_s < 1$ e $G_s > 1$, que é realizada para uma faixa finita de frequência.

Portanto, para sistemas de fase não mínima, não há como se evitar um pico de $|G_s|$, sendo que, quanto maior a redução de $|G_s|$ em uma determinada faixa de frequência, maior será a amplitude do pico fora da faixa beneficiada. Além disso, observa-se que, quanto maior a proximidade entre polos e zeros localizados à direita do eixo imaginário, maior será o pico de amplitude de $|G_s|$, reduzindo significativamente GM e PM , até que a estabilização da planta se torne praticamente inviável.

De maneira análoga ao que foi realizado na seção anterior para sistemas instáveis, é possível separar a planta em dois subsistemas: o primeiro de fase mínima e o segundo de

fase não mínima. Para tanto, assume-se que haja um zero localizado no semiplano direito do plano complexo em z_1 rad/s, assim:

$$L_{FNM}(s) = L_C(s)(s - z_1) = L_C(s)(s + z_1) \frac{(s - z_1)}{(s + z_1)} = L_{FM}(s) \frac{(s - z_1)}{(s + z_1)} \quad (2.69)$$

Na Eq.(2.69) pode-se observar que $|L_{FNM}(j\omega)| = |L_{FM}(j\omega)|$. Entretanto, o mesmo não ocorre com a fase do sistema:

$$\angle L_{FNM}(j\omega) = \angle L_{FM}(j\omega) - 2 \arctan\left(\frac{\omega}{z_1}\right) \quad (2.70)$$

Conforme pode-se observar na Eq.(2.70), para baixas frequências há apenas uma pequena defasagem, pois $\arctan\left(\frac{\omega}{z_1}\right)$ tende a zero. Já para frequências mais altas, a defasagem assume valores próximos a 180° . Portanto, pode-se afirmar que a presença de zeros localizados no semiplano direito do plano complexo introduz uma restrição ao limite superior da banda de frequência, acima do qual o controlador não traz benefícios ao comportamento do sistema.

2.4.3 Limitações devidas ao atraso de tempo a defasagem

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), exceto em alguns casos, um atraso de tempo $e^{-\theta s}$ impõe sérias limitações à performance do sistema de controle, independentemente da técnica de controle empregada. Isto pode ser explicado pelo fato de que, em sistemas com atraso, o efeito de uma mudança na entrada sobre a saída do sistema será atrasado de um tempo de θ s. Para se inserir os efeitos do atraso de tempo, em geral, usa-se a aproximação de Pade, que permite sua representação sob a forma de uma função racional, conforme será tratado no item 3.5.3.

Para sistemas SISO, o atraso de tempo implica na restrição da banda de frequência do controlador, cujo limite superior é dado por $\omega_c < 1/\theta$.

De acordo com Li (2007), tanto o atraso de tempo quanto os zeros de sistemas de fase não mínima resultam em uma defasagem na resposta em frequência do sistema. Entretanto,

deve-se destacar que a defasagem devida a elementos de fase mínima não resultam em limitações fundamentais para o sistema. Neste caso, a defasagem pode ser compensada pelo controlador.

Na prática, o projeto do controlador frequentemente resulta em um compensador com ganho elevado, cujas limitações podem ser devidas a diversos fatores, tais como a saturação da entrada, a presença de incertezas e ao ruído.

Quando se emprega um controlador clássico como um PID, as condições de estabilidade de Bode reforçam a relação $\omega_c < \omega_u$, onde ω_u é a frequência na qual a defasagem é -180° .

CAPÍTULO III

Modelagem e Caracterização da Bancada Experimental

Neste capítulo, apresenta-se a concepção de um modelo numérico/computacional representativo da bancada experimental de MMA's, que terá como finalidade suportar as análises e o projeto das estratégias de controle propostas. Portanto, serão discutidos nas próximas seções tanto o processo de modelagem dos diversos subsistemas que compõem a bancada quanto a validação destes modelos com base em ensaios de laboratório. Neste ponto, deve-se mencionar que este trabalho foi desenvolvido em conjunto com Oliveira (2015), sendo uma sequência deste. Portanto, para maiores detalhes a respeito da identificação e da modelagem, sugere-se a leitura desta referência.

3.1 Bancada Experimental

Na Fig. 3.1 apresenta-se a bancada experimental fornecida pela SKF. Conforme pode ser observado, a bancada em estudo é composta por três partes distintas: o rotor flexível suportado por mancais magnéticos, o controlador e a placa de interface externa MBResearch™. Este sistema possui uma arquitetura de controle baseada em um controlador PID SISO conectado em cascata com um banco de filtros. O eixo é suportado por dois MMA's radiais idênticos que, segundo as especificações do fabricante, possuem uma capacidade de carga estática máxima de 283 N. Estes componentes são alimentados por uma corrente de bias de 1,0 A, cuja corrente máxima é de 3,0 A. O eixo é acionado por um motor elétrico com uma potência de 500 W, que opera em uma faixa de rotação entre 0 e 12600 rpm. A bancada

também é equipada com dois mancais convencionais, instalados em cada uma das extremidades do eixo, que possuem a finalidade de suportar o eixo quando o sistema está em repouso ou no caso de alguma falha na levitação magnética. Deve-se mencionar que há uma folga nominal entre o eixo e o anel interno destes mancais de aproximadamente 0.1 mm, onde ocorre a levitação.

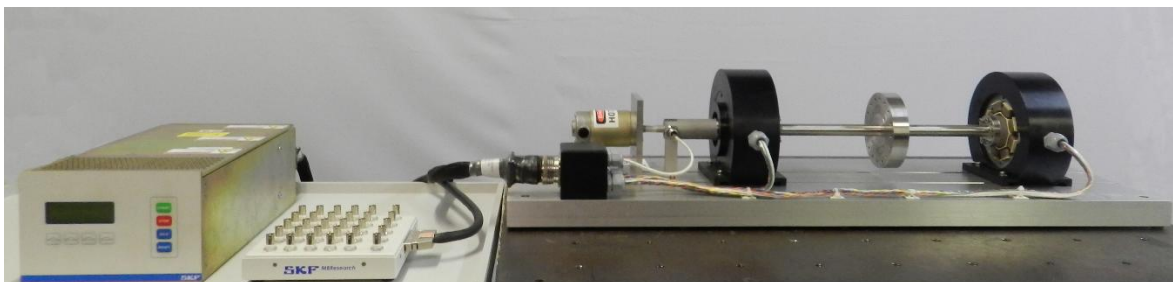


Figura 3.1 – Controlador, Placa de interface externa e o conjunto Rotor/MMA's (vistos da esquerda para a direita)

Na Fig. 3.2 observa-se a disposição dos principais componentes da bancada experimental.

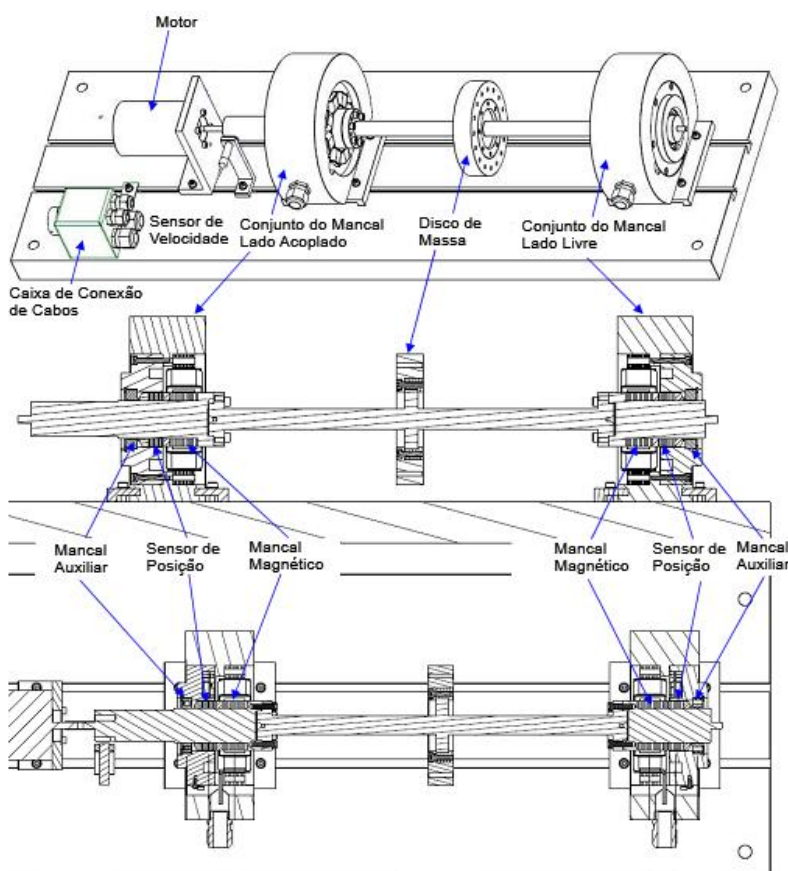


Figura 3.2 – Componentes do sistema rotativo da bancada experimental (Traduzido de SKF User Manual)

O eixo é construído em aço 1020, entretanto, a região compreendida entre os planos do sensor e do atuador é equipada com discos finos de aço laminado M-19 com a finalidade de reduzir as perdas por fuga de corrente. A massa total do conjunto rotativo é de 5,89 kg, sendo que 1,5 kg corresponde à massa do disco central. Na Fig. 3.3 apresenta-se as dimensões do conjunto.

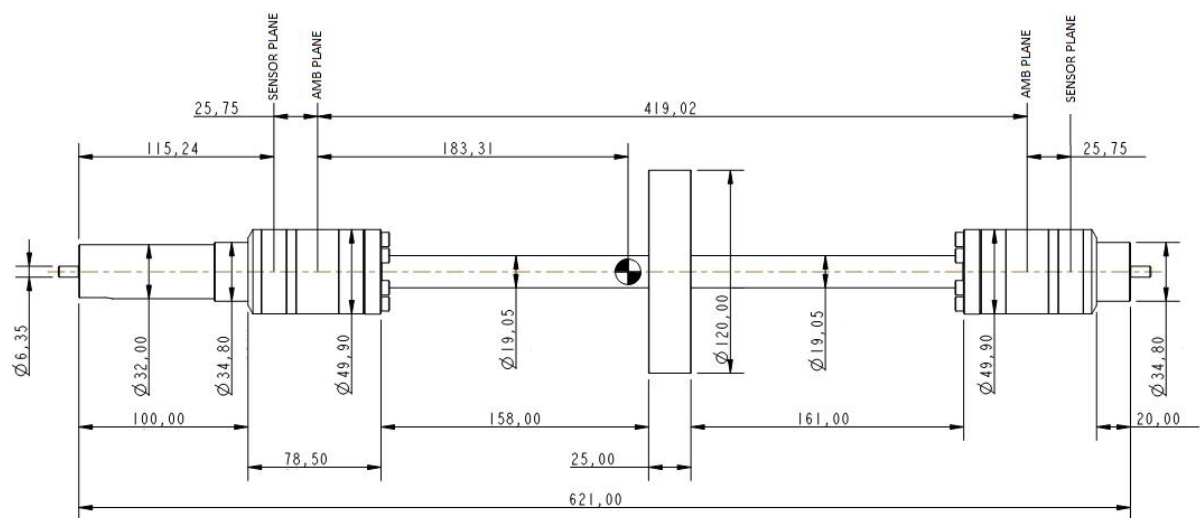


Figura 3.3 - Dimensões do eixo

A operação do sistema é realizada através do software MBScope.NET, que comunica-se com a bancada através de um conversor USB/RS-485, conectando o computador ao controlador MBG4.

3.2 Diagrama de Blocos do Sistema

A partir das especificações de projeto, desenvolveu-se modelos para cada um dos principais componentes que constituem a bancada experimental, tais como: rotor, amplificadores de potência, MMA's e sistema de controle. Com base nestes modelos individuais, elaborou-se um modelo do sistema completo, cuja concepção é apresentada na Fig. 3.4. Nas seções seguintes, cada um destes subsistemas será tratado em detalhe.

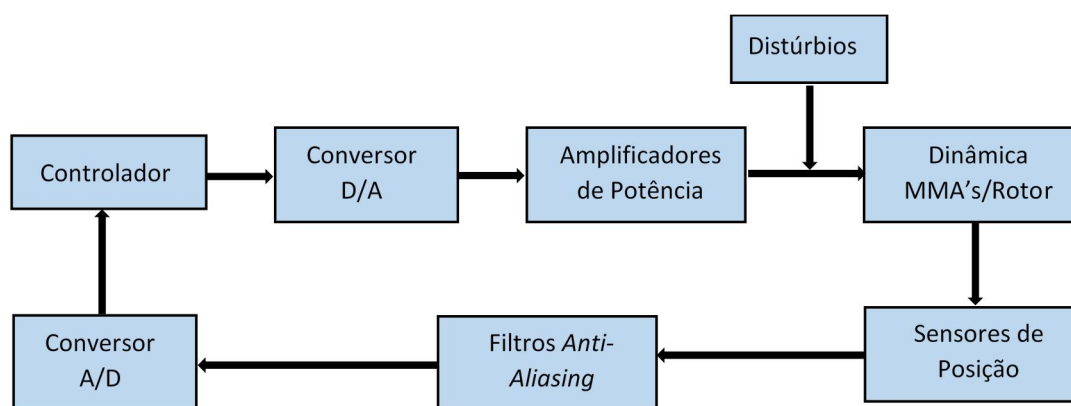


Figura 3.4 - Principais componentes do sistema rotativo suportado por MMA's

3.3 Modelo do Rotor

Para que o projeto de controladores de máquinas rotativas suportadas por MMA's seja bem sucedido, a análise dos modos e das frequências naturais do rotor na condição livre-livre, nas fases iniciais do seu desenvolvimento, é imprescindível (SCHIMIED; KOSENKOV, 2013; SCHWEITZER; MASLEN, 2009). Com base nesta análise, pode-se avaliar quais modos estão localizados tanto dentro da faixa de velocidades de operação da máquina quanto na banda de frequência do controlador, haja vista que, os valores típicos de rigidez fornecidos pelos mancais magnéticos são relativamente baixos. Adicionalmente, outros dois estudos são considerados como de grande importância. O primeiro consiste na análise do efeito da variação da rigidez dos mancais sobre as frequências naturais do sistema. Já o segundo estudo refere-se a avaliação do impacto do efeito giroscópico através do levantamento do diagrama de Campbell.

A partir das dimensões do eixo, apresentadas na Fig. 3.3, desenvolveu-se o seu modelo de Elementos Finitos empregando um software próprio, dedicado à análise dinâmica de sistemas rotativos, desenvolvido em ambiente MATLAB. O eixo foi discretizado mantendo-se a razão comprimento/diâmetro abaixo de 1 em todas as seções, com a finalidade de garantir a acurácia do modelo (VANCE et al., 2010). Desta forma, o modelo do rotor é composto por 51 elementos de viga de Timoshenko, com 4 gdl por nó, sendo dois deslocamentos e duas rotações ao longo das direções x e z , respectivamente. Portanto, o modelo possui 52 nós e 208 gdl. Tanto o disco central quanto os discos laminados foram considerados como corpos rígidos, agregando apenas propriedades de inércia ao sistema. Na Fig. 3.5 pode-se observar uma representação esquemática do modelo do rotor.

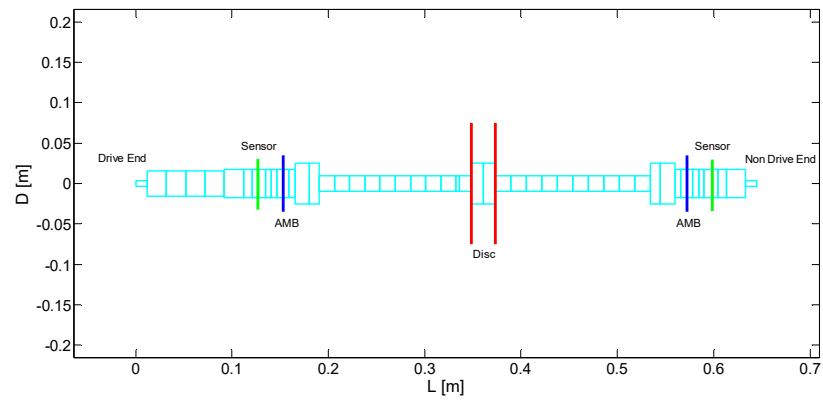
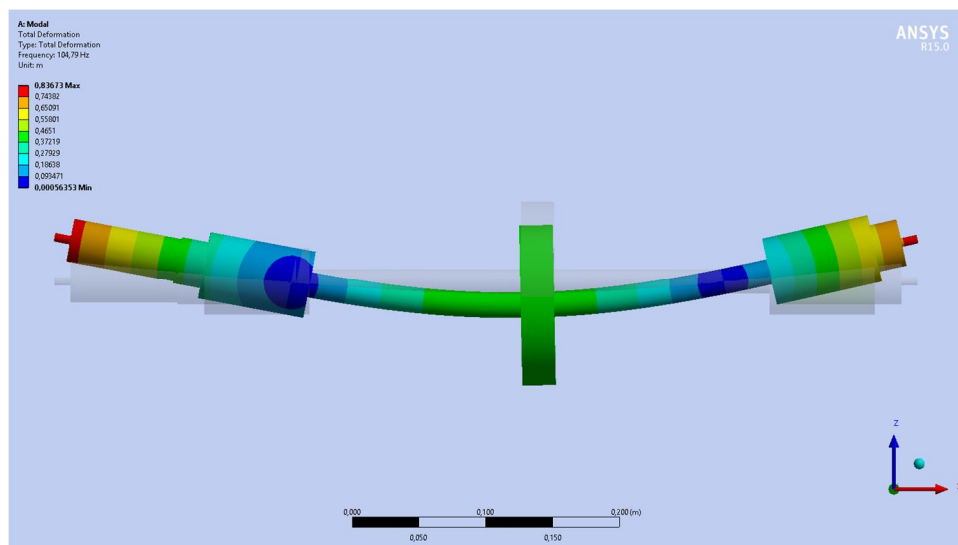
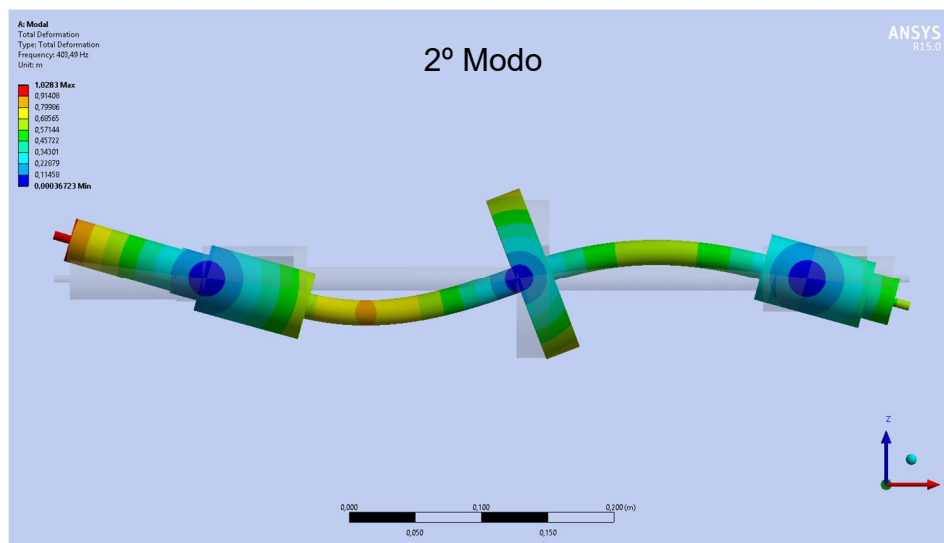


Figura 3.5 - Modelo de Elementos Finitos do Rotor

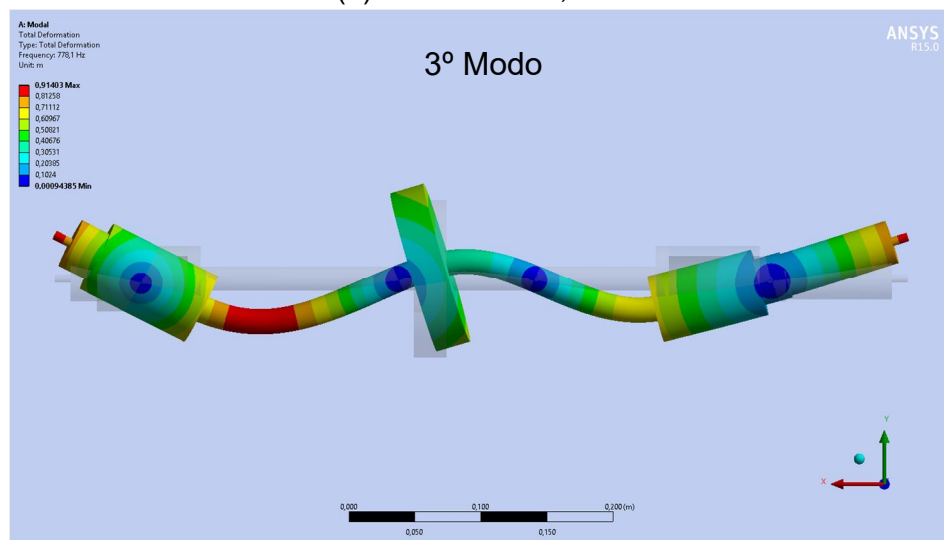
Para um planejamento mais eficiente da análise modal experimental do rotor, também elaborou-se um modelo de Elementos Finitos utilizando-se o *software* comercial ANSYS®. Na Fig. 3.6 apresenta-se os três primeiros modos de flexão, localizados na faixa de frequência de interesse entre 0 e 1000 Hz.



(a) 1º modo: 104,8 Hz



(b) 2º Modo: 403,5 Hz



(c) 3º Modo: 778,1 Hz

Figura 3.6 – Modos de flexão do rotor obtidos utilizando o ANSYS®

Para realizar a análise modal experimental do rotor foi necessário desacoplar o eixo do motor e suspendê-lo por meio de tirantes elásticos, reproduzindo uma condição livre-livre. Para preservar a condição de fixação original dos suportes dos mancais, que são montados sobre uma base metálica por meio de parafusos, o rotor foi suspenso sem a sua remoção da bancada, conforme ilustrado na Fig. 3.7.

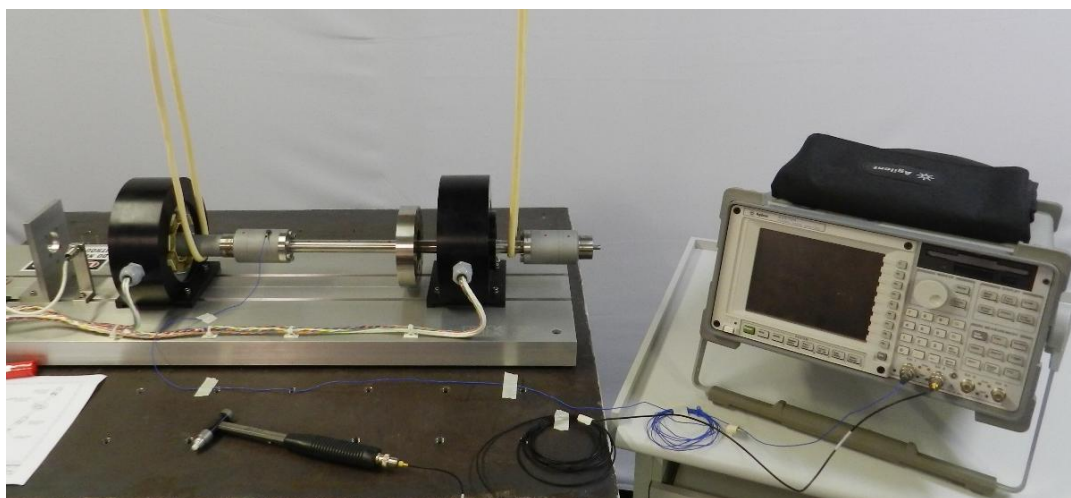


Figura 3.7 – Set-up experimental para análise modal do rotor

Na Tab. 3.1 são listados os equipamentos empregados durante os experimentos.

Tabela 3.1 – Equipamentos utilizados

Equipamento	Modelo	Fabricante
<i>Acelerômetro</i>	352C22	PCB Piezotronics®
<i>Martelo Instrumentado</i>	086C01	PCB Piezotronics®
<i>Analizador de Sinais</i>	35670A	Agilent®

Com a finalidade de medir adequadamente os modos experimentais, optou-se por dividir o rotor em 15 estações de medição, conforme pode ser observado na Fig. 3.8. Durante o processo de aquisição, instalou-se um acelerômetro na estação 4 e, com o auxílio de um martelo de impacto instrumentado, aplicou-se uma força de excitação em cada uma das estações, sequencialmente. O analisador foi configurado para adquirir os sinais em uma faixa de 0 a 1000 Hz, utilizando 1600 linhas espectrais.

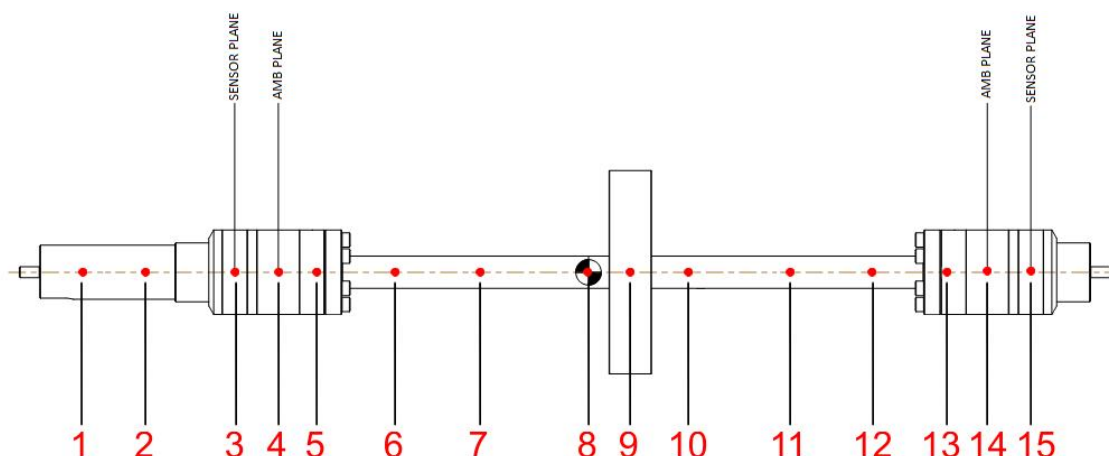


Figura 3.8 – Discretização espacial do rotor

Na Tab. 3.2 apresenta-se uma comparação entre as frequências naturais obtidas numericamente com as experimentais, após o ajuste do modelo. Neste ponto, é interessante mencionar que o ajuste do modelo foi conduzido através da modificação do raio dos elementos de viga do rotor localizados nas regiões do laminado e onde o disco está instalado. Esta escolha pode ser justificada pelo fato de que estas áreas são consideradas como sendo as maiores fontes de incertezas para a rigidez do sistema.

Na Tab. 3.2 nota-se que o maior valor para o erro relativo (ε) foi de 0,56%, referente ao primeiro modo flexível (Nc3), utilizando o software próprio, permitindo concluir que os modelos representam satisfatoriamente o sistema real.

Tabela 3.2 – Frequências naturais do sistema (Condição Livre-Livre)

Modos	ANSYS		Software Próprio		Experimental
	[Hz]	ε [%]	[Hz]	ε [%]	[Hz]
Nc3	104,8	2,06	106,4	0,56	107,0
Nc4	403,5	0,87	398,4	0,40	400,0
Nc5	778,1	1,32	766,6	0,18	768,0

Nas figuras 3.9 e 3.10 apresenta-se uma comparação entre as FRF's numéricas e experimentais, onde é possível confirmar que o modelo numérico representa adequadamente o comportamento do sistema real.

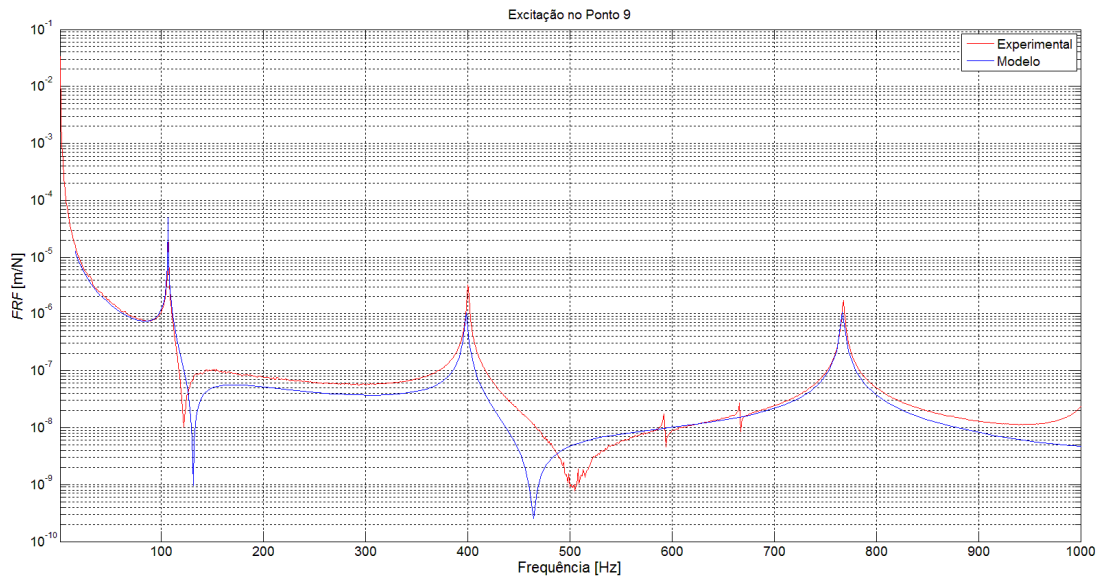


Figura 3.9 – Comparação entre as FRF's – Excitação na estação 9

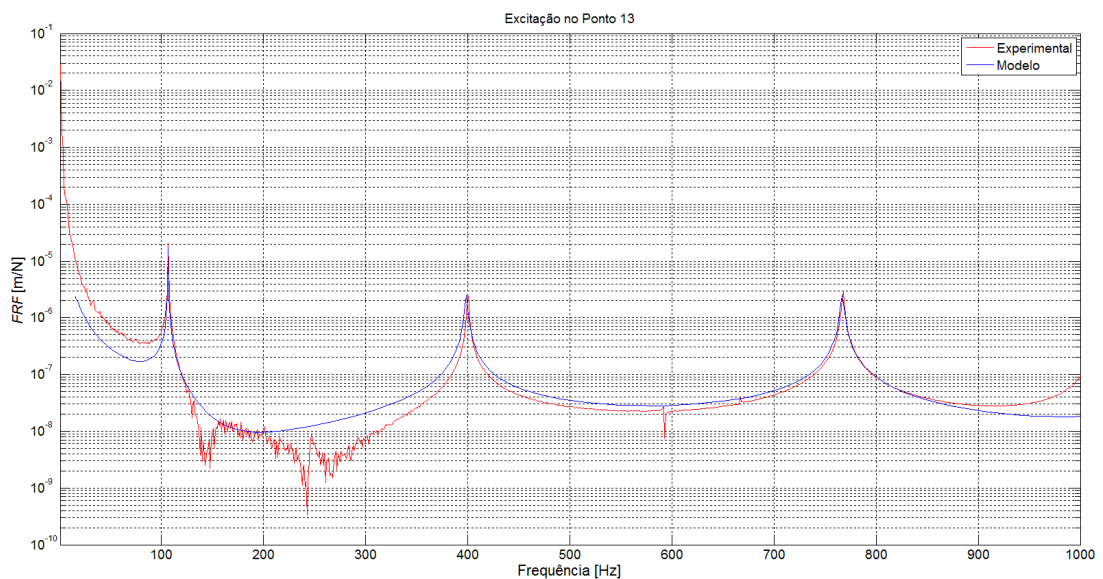


Figura 3.10 – Comparação entre as FRF's – Excitação na estação 13

Analisando os dados obtidos, verifica-se que apenas os cinco primeiros modos do sistema (2 modos de corpo rígido e 3 modos flexíveis) estão localizados dentro da banda de frequência do controlador, estimada inicialmente em 1000 Hz, com base nas especificações do fabricante. Dentre estes, apenas os três primeiros modos situam-se na faixa de operação da máquina, compreendida entre 0 e 12000 rpm. Desta forma, a princípio, apenas os cinco primeiros modos serão efetivamente incluídos no projeto do controlador. Já os outros modos

de ordem superior serão tratados por um filtro passa baixa com o objetivo de evitar os efeitos negativos do *spillover*.

Atualmente, as principais técnicas de controle moderno utilizam a representação do sistema em espaço de estados. Em contrapartida, uma das maiores limitações desta abordagem é a ordem elevada do sistema resultante que, para o caso investigado e desconsiderando a dinâmica dos componentes eletrônicos, contaria com 416 estados, 4 entradas de controle, 4 saídas de deslocamento, além das entradas devidas às forças de perturbação, tais como o desbalanceamento residual do rotor, a força da gravidade e forças devido ao acoplamento cruzado. Neste cenário, além do grande esforço computacional, seria necessário lidar com uma grande quantidade de modos de alta ordem localizados fora da banda do controlador. Estes modos, além de possuírem amplitude reduzida, dificilmente seriam excitados em condições reais de operação (MUSHI; LIN; ALLAIRE, 2012). Para lidar com este problema, uma alternativa bastante interessante e viável consiste no emprego de técnicas de redução do modelo (SCHWEITZER; MASLEN, 2009; YOON, LIN; ALLAIRE, 2013). Dentre as principais técnicas de redução disponíveis na literatura, optou-se pela redução pseudo-modal, pois além de permitir a redução da ordem do sistema sem comprometer significativamente a qualidade dos resultados (LALANNE; FERRARIS, 1997), promove uma redução considerável no esforço computacional requerido para a solução numérica do problema. Por fim, é importante mencionar que esta técnica permite inserir o amortecimento modal, o que é bastante interessante para sistemas pouco amortecidos, onde os modos são relativamente desacoplados.

Resolvendo o problema de autovalor para a equação do movimento de segunda ordem Eq.(2.21) não amortecida e desconsiderando o efeito giroscópico, obtém-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}^*\mathbf{z} = 0 \quad (3.1)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa do sistema e \mathbf{K}^* é a matriz de rigidez sem os termos de rigidez cruzada dos mancais. O sistema dado pela Eq.(3.1) é resolvido para os n primeiros modos de interesse, que são agrupados na matriz dada pela Eq.(3.2):

$$\Phi_n = \{\phi_1, \dots, \phi_n\} \quad (3.2)$$

Em seguida, a matriz dos n primeiros modos selecionados é usada para promover uma mudança de coordenadas físicas \mathbf{z} para coordenadas modais ψ :

$$\psi = \Phi_n \mathbf{z} \quad (3.3)$$

O próximo passo é a diagonalização das matrizes de massa e de rigidez do sistema:

$$\Phi_n^T \mathbf{M} \Phi_n = I_n \quad (3.4)$$

$$\Phi_n^T \mathbf{K}^* \Phi_n = \Lambda_n^2 \quad (3.5)$$

onde Λ_n^2 é uma matriz diagonal de ordem n , cujos elementos não nulos da diagonal representam as frequências naturais do sistema.

Através do procedimento apresentado, obtém-se a equação diferencial de segunda ordem do sistema em coordenadas modais; portanto, ainda é necessário descrevê-lo sob a forma de espaço de estados. De acordo com Gawronski (2004), é possível obter a matriz dinâmica modal com base na Eq.(3.6):

$$\mathbf{A}_{2n} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -\Lambda_n^2 & -2\xi_n \Lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde ξ_n é o vetor dos amortecimentos modais, que foram inicialmente considerados como sendo iguais a 0,5% (LALANNE; FERRARIS, 1997). Em seguida, é possível inserir o efeito giroscópico na matriz dinâmica modal, através da sua versão normalizada, a saber, $G_n = \Phi_n^T \mathbf{G} \Phi_n$:

$$\mathbf{A}_{2nG} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -\Lambda_n^2 & -2\xi_n \Lambda_n - \Omega G_n \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Desta forma, obtém-se o modelo modal reduzido do rotor reescrevendo as Eq.(2.25)-(2.28), apresentadas anteriormente, de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2nG} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \Phi_n^T B_{SA} i_a + \Phi_n^T B_{SU} f_u \quad (3.8)$$

$$y_{sm} = C\Phi_n \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde y_{sm} é o vetor contendo os deslocamentos e as velocidades modais.

De acordo Skogestad e Postlethwaite (2005), uma ferramenta que pode ser empregada com eficiência na determinação dos estados predominantes do sistema é a distribuição da magnitude relativa dos valores singulares de Hankel. Com base nesta ferramenta, elaborou-se a Fig. 3.11, que permite concluir que os modos dominantes são apenas os dois primeiros de corpo rígido (Nc1 e Nc2) e os dois primeiros de flexão (Nc3 e Nc4). Portanto, de acordo com esta técnica, é possível representar satisfatoriamente o comportamento dinâmico do rotor empregando um modelo modal de ordem 8. Entretanto, preferiu-se uma abordagem um pouco mais segura, incluindo também os modos Nc5 e Nc6.

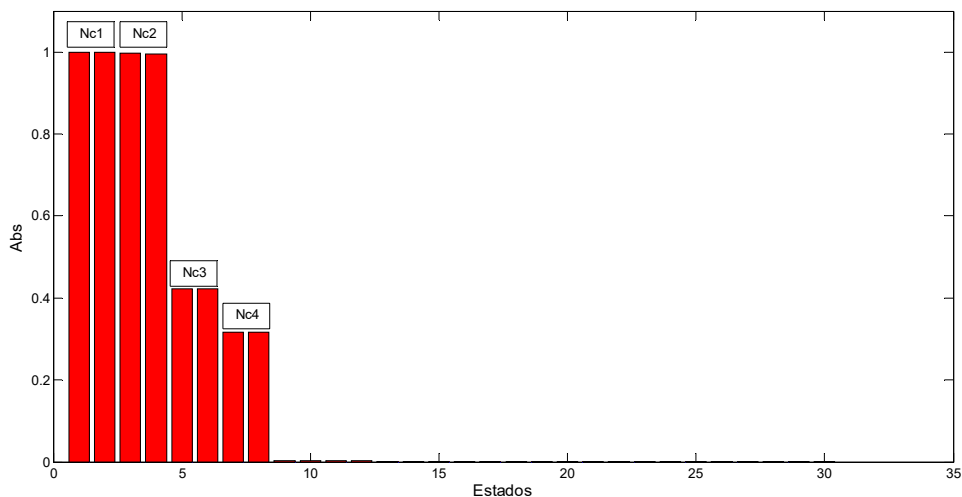


Figura 3.11 - Valores Singulares de Hankel do modelo modal do rotor

Na Fig. 3.12, sobrepõe-se os 04 primeiros modos de flexão do rotor às posições dos sensores e dos MMA's, onde é possível notar que o controle é do tipo não colocado, pois as posições dos sensores não coincidem com as dos seus respectivos atuadores. Além disso, esta figura também permite avaliar a controlabilidade e a observabilidade do sistema rotativo (SCHIMIED; KOSENKOV, 2013; SCHWEITZER; MASLEN, 2009). Neste sentido, caso algum modo possua um nó coincidente com um sensor, ele não é observável. Da mesma maneira, se algum modo possuir um nó coincidente com um atuador, ele não é controlável. Além destas duas possibilidades, também há uma terceira situação, encontrada quando algum modo possui um nó localizado entre os planos do sensor e do atuador correspondente. Neste caso,

deve-se dobrar os cuidados, pois há uma defasagem da ordem de 180° entre os sinais medidos no sensor e a força aplicada, podendo comprometer a estabilidade do sistema.

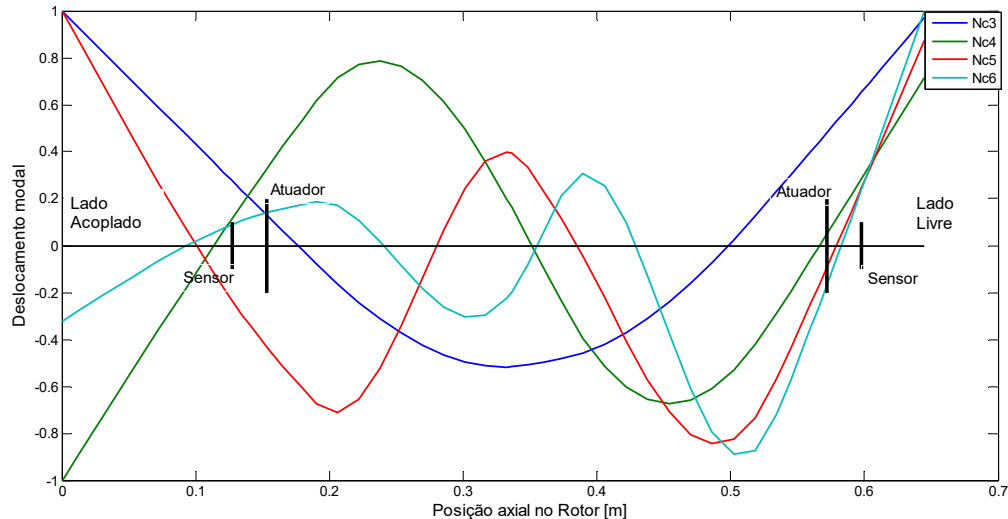


Figura 3.12 - Modos Próprios do rotor na condição livre-livre – 0 rpm

Na Fig. 3.12 observa-se que o modo Nc3 possui boa observabilidade e boa controlabilidade em ambos os mancais. Já o modo Nc4 possui boa observabilidade em ambos os mancais, mas há um nó muito próximo do atuador do lado livre, comprometendo significativamente a sua controlabilidade. Os modos Nc5 e Nc6 possuem boa observabilidade e controlabilidade nos dois mancais, mas ambos apresentam um nó entre o atuador e o sensor do lado livre, inspirando cuidados durante a fase de projeto do controlador.

Na Fig. 3.13 apresenta-se um gráfico da variação das frequências naturais em função da rigidez nos mancais, juntamente com a máxima velocidade de operação contínua da máquina (*Maximum Continuous Operation Speed* - MCOS). Pode-se observar que, para valores baixos de rigidez, o rotor apresenta um comportamento análogo ao da condição livre-livre, que predomina até aproximadamente 10^4 N/m, quando as frequências naturais dos modos Nc1 e Nc2 (corpo rígido) começam a aumentar. Em contrapartida, para valores altos de rigidez, a partir de $3,0 \times 10^6$ N/m, as frequências naturais já não aumentam com o incremento da rigidez nos mancais. De acordo com Swanson et al. (2008) e Schweitzer e Maslen (2009), deve-se almejar uma rigidez alvo para o sistema que esteja localizada em uma região do gráfico Rigidez dos Mancais x Frequências naturais onde as curvas dos modos mais importantes apresentem uma inclinação significativa, pois tais valores de rigidez levam a um balanço adequado entre a energia de deformação dos mancais e do rotor, permitindo introduzir valores de amortecimento significativos através do sistema de controle. Considerando as curvas dos 3 primeiros modos (Nc1, Nc2 e Nc3), os valores de rigidez recomendados estariam em uma faixa entre $1,0 \times 10^5$ N/m e $3,5 \times 10^5$ N/m.

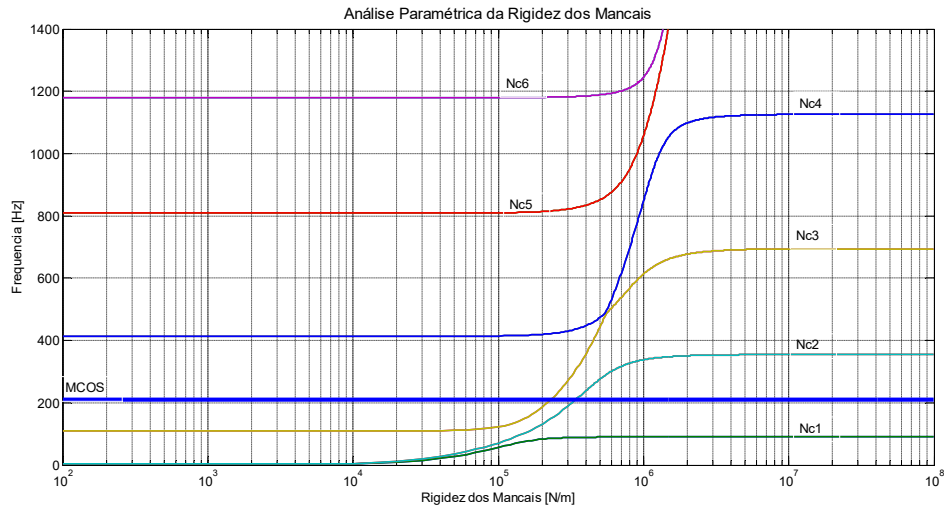


Figura 3.13 - Frequências naturais em função da rigidez nos mancais – 0 rpm

De acordo com Schweitzer e Maslen (2009), a rigidez efetiva para o sistema, operando com um controlador PID a baixas velocidades, pode ser estimado segundo a Eq.(3.10).

$$k_{ef} = K_i K_{amp} \left(K_p + \frac{K_s}{K_i K_{amp} K_{sens}} \right) K_{sen} \quad (3.10)$$

onde k_{ef} é a rigidez efetiva dos mancais, K_i é a rigidez de corrente, K_{amp} é o ganho do amplificador, K_p é o ganho proporcional do controlador, K_s é a rigidez de posição e K_{sens} é a sensibilidade do sensor de posição. Na Tab. 3.3 apresenta-se os dados fornecidos pelo fabricante.

Tabela 3.3 – Rigidez dos mancais

Parâmetro	Valor	Unidade
K_i	102,06	N/A
K_{amp}	1,0	V/A
K_p	0,043	-
K_s	2,36e+05	N/m
K_{sens}	160	$\mu\text{m/V}$

Com base na Tab. 3.3, o valor estimado para a rigidez eficaz dos mancais é $k_{ef} = 2,37 \times 10^5$ N/m, dentro da faixa de rigidez esperada. Utilizando este valor como rigidez dos mancais, elaborou-se o diagrama de Campbell apresentado na Fig. 3.14.

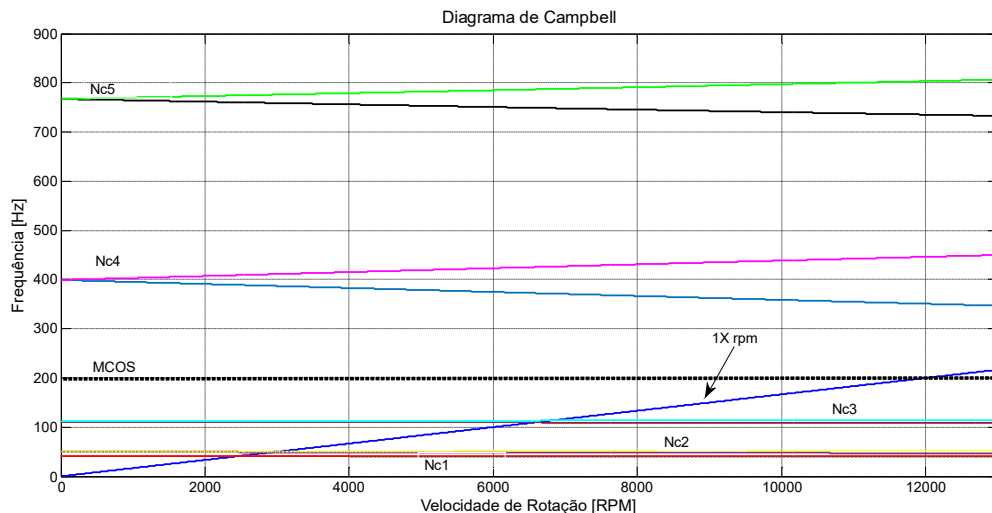


Figura 3.14 - Diagrama de Campbell

Na Fig. 3.14, verifica-se que apenas os três primeiros modos estão localizados na faixa de operação. Apesar disso, os modos Nc4 e Nc5 também devem ser considerados no projeto de controladores, pois estão dentro da banda de frequência do controlador que, de acordo com o fabricante, é de aproximadamente 1000 Hz. Os modos Nc1, Nc2 e Nc3 são muito pouco sensíveis à influência do efeito giroscópico, pois a separação entre os modos de precessão direta e reversa em função da velocidade é bastante limitada. Em contrapartida, pode-se afirmar que os modos Nc4 e Nc5 são significativamente influenciados pelo efeito giroscópico. Portanto, o efeito giroscópico representa um desafio adicional a ser considerado durante a concepção do sistema de controle, que deve ser capaz de lidar com esta variação observada nos valores das frequências naturais.

3.4 Modelo dos MMA's

Em primeiro lugar, elaborou-se um modelo dos MMA's utilizando o método dos elementos finitos, com base nas especificações fornecidas pelo fabricante. A partir daí, conduziu-se uma análise estática com o objetivo de determinar os parâmetros de rigidez dos MMA's a partir das relações não lineares para as forças magnéticas, calculadas usando o modelo de elementos finitos. Em seguida, realizou-se uma comparação entre os valores de rigidez obtidos do modelo de elementos finitos com os parâmetros correspondentes

calculados a partir das equações analíticas linearizadas (Eq.(2.40)-(2.41)). Por fim, o modelo dos MMA's foi validado com base em experimentos de laboratório.

Uma das grandes vantagens da utilização de um modelo de elementos finitos é a possibilidade de investigar de forma detalhada e rápida o comportamento do MMA. Com isto, certos fenômenos que não são levados em consideração em modelos mais simplificados podem ser observados, tais como regiões onde a densidade de fluxo assume valores elevados devido tanto à geometria do sistema quanto a interação de fluxo entre os quadrantes do MMA (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013). Na Fig. 3.15 apresenta-se a configuração dos polos dos MMA's utilizados na bancada de testes.

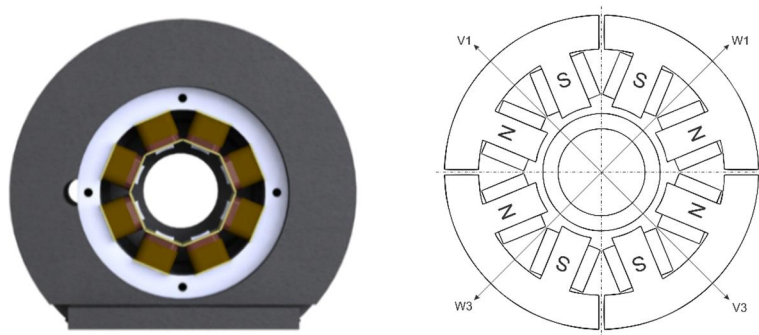


Figura 3.15 – Configuração dos Polos dos MMA's

Conforme pode ser observado na Fig. 3.15, os MMA's utilizados são do tipo heteropolar, com 8 polos distribuídos em 4 quadrantes, obedecendo um esquema de polarização N-S-S-N, que reduz significativamente as perdas devido a corrente de Foucault (*Eddy current*). Cada um destes quadrantes possui um par de polos, formando um atuador magnético que opera de forma independente.

Na Tab. 3.4 são apresentados os parâmetros de projeto, fornecidos pelo fabricante.

Tabela 3.4 – Especificações de projeto dos MMA's

Parâmetro	Valor	Unidade
Número de polos	8	
Número de voltas de corrente elétrica, N	276 (por eixo)	
Área projetada do polo, A_g	430,74	mm ²
Diâmetro interno do estator	50,765	mm
Entreferro (" <i>air gap</i> ")	0,432	mm
Folga no mancal de auxiliar	0,100	mm
Corrente máxima	3,0	A
Corrente de saturação	1,5	A
Corrente de bias, i_0	1,0	A

Inicialmente, criou-se a geometria dos MMA's no software CAD SolidWorks®, que depois foi exportada para o software de elementos finitos ANSYS®. Na Fig. 3.16(a) e na Fig. 3.16(b) apresenta-se, respectivamente, a geometria do modelo e a malha de elementos finitos, que é composta por 209923 elementos do tipo SOLID236.

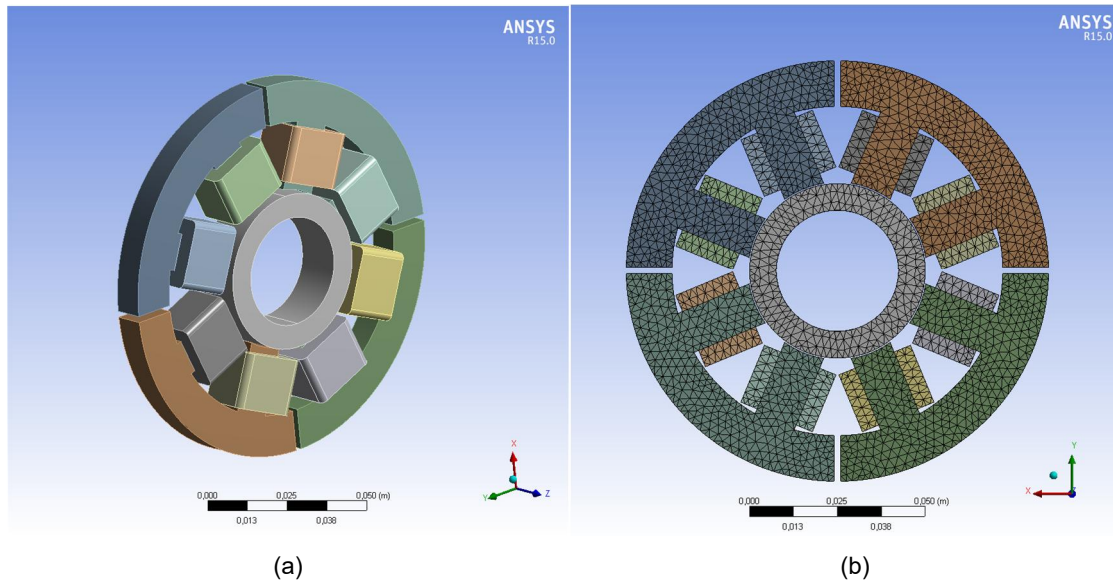


Figura 3.16 – Geometria do MMA: (a) vista isométrica e (b) vista de seção da malha

Para a determinação da rigidez de corrente K_i [N/A], fixou-se o rotor na posição central do mancal e variou-se a corrente dos atuadores axi-simétricos. Durante esta simulação, a corrente de *bias* foi mantida constante com o valor de $i_0 = 1.0$ A. Já a corrente de perturbação, i_x , foi usada para varrer toda a faixa de operação dos atuadores, que varia de 0 a 3,0A, ou seja, $-2,0A \leq i_x \leq 2,0A$. Utilizando as mesmas condições, foi possível obter a densidade de fluxo B e a força máxima do atuador. Na Fig. 3.17 pode-se verificar a evolução da densidade de fluxo nos quadrantes superiores de acordo com o aumento da corrente de perturbação.

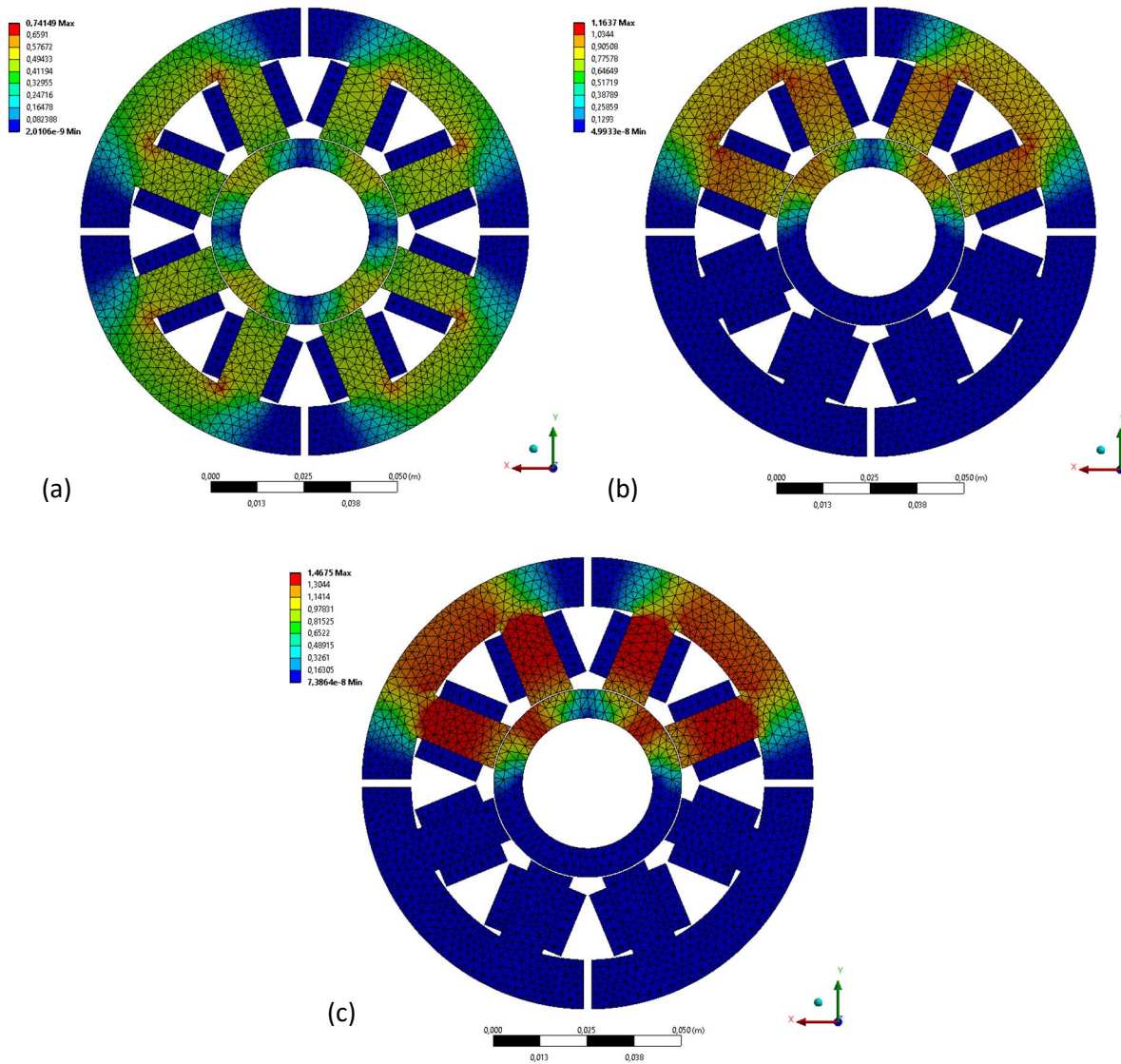


Figura 3.17 – Densidade de fluxo para três correntes: (a) somente corrente de bias de 1A; (b) 2A e (c) 3A

A partir dos valores de corrente e de força obtidos na simulação, foi possível determinar a rigidez de corrente K_i , que é dada pela tangente da curva ajustada, conforme apresentado na Fig. 3.18.

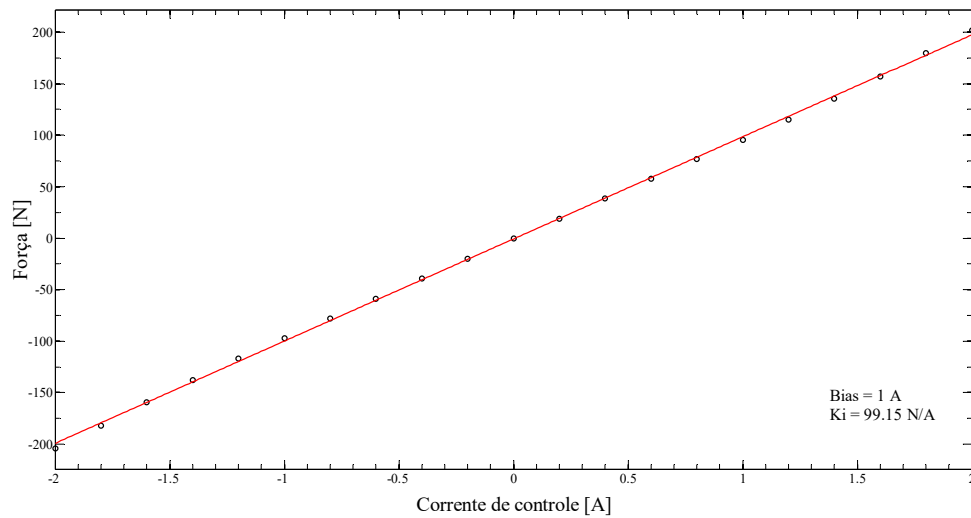


Figura 3.18 – Curva Força [N] x Corrente [A], empregado na determinação de K_i .

Na Fig. 3.18 observa-se que os pontos referentes à resposta do modelo formam uma curva que possui um caráter levemente não linear em torno do ponto de operação do sistema $x = 0.0 \text{ } [\mu\text{m}]$.

O passo seguinte foi a determinação da rigidez de posição, K_s . Neste caso, manteve-se a corrente constante e deslocou-se radialmente o eixo ao longo em uma faixa localizada entre $-300 \leq x \leq 300 \text{ } [\mu\text{m}]$. Com os dados obtidos, construiu-se o gráfico apresentado na Fig. 3.19. De forma análoga à rigidez de corrente, determinou-se a rigidez de posição K_s a partir da tangente da curva ajustada, levando-se em consideração os pontos mais próximos à posição de operação do eixo $x = 0 \text{ } [\mu\text{m}]$.

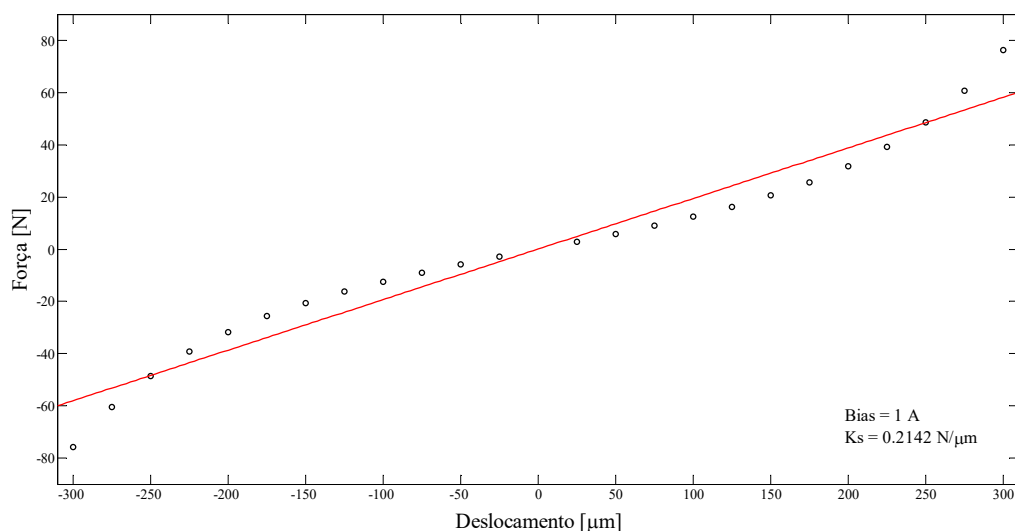


Figura 3.19 – Gráfico Força x Deslocamento, empregado na determinação de K_s .

Contrariamente ao que foi observado na determinação da rigidez de corrente (Fig. 3.18), verifica-se um caráter não-linear bastante acentuado na curva, proveniente dos dados simulados. Portanto, o valor de K_s foi determinado a partir da tangente da curva ajustada com base nos pontos situados na vizinhança do ponto de operação, ou seja, $x = 0$ [μm].

Com a finalidade de validar os valores de rigidez de corrente e de posição (K_i e K_s) obtidos a partir do modelo de elementos finitos, foram conduzidos experimentos em laboratório.

Na Fig. 3.20 observa-se que o sistema possui quatro eixos. Para determinar experimentalmente o valor da rigidez de corrente para cada eixo, formado por dois atuadores opostos, é necessário medir tanto os valores de corrente quanto da força atuante. Os valores de corrente foram registrados a partir da placa de aquisição da bancada, já os valores das forças atuantes foram determinados com base na metodologia proposta por Yoon; Lin; Allaire (2013) e Sanadgol (2006).

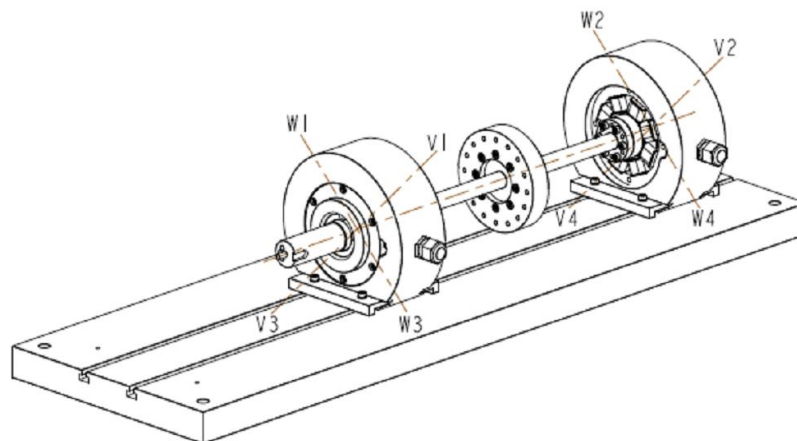


Figura 3.20 – Representação dos eixos V e W nos mancais (SKF, 2009)

O experimento consiste na aplicação de um conjunto de forças conhecidas com o objetivo de provocar perturbações no sistema. Para cada força de perturbação f_d inserida, o controlador calcula uma corrente de controle com a finalidade de restabelecer o equilíbrio do sistema. As forças de perturbação foram produzidas adicionando-se discos de metal em um cesto, conforme apresentado na Fig. 3.21.



Figura 3.21 – Set up experimental para a aplicação das forças de perturbação

Na Fig. 3.22, observa-se que as forças de perturbação foram aplicadas na direção dos eixos dos mancais.

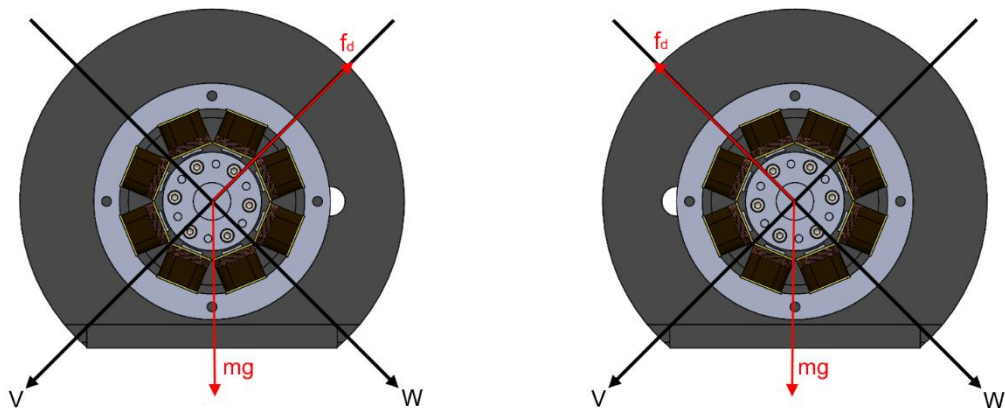


Figura 3.22 – Força de perturbação aplicada nos eixos V e W, respectivamente

Na Fig. 3.23 pode-se observar o diagrama de corpo livre para o rotor quando se aplica uma força de perturbação do lado livre do rotor, desprezando-se os esforços produzidos no acoplamento com o motor.

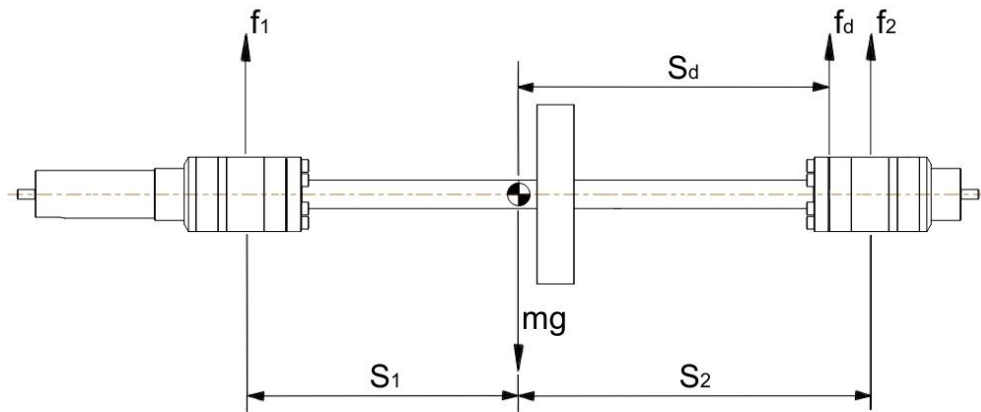


Figura 3.23 – Diagrama de corpo Livre para uma força aplicada no lado livre

Aplicando o somatório de momentos no ponto de aplicação da força f_1 obtém-se a Eq.(3.11) para a força f_2 . As componentes f_{2x} e f_{2y} são obtidas de forma análoga, alterando apenas o eixo de aplicação da força f_d , conforme a Fig. 3.21. A componente mg foi decomposta ao longo de cada eixo.

$$f_2 = \frac{mgS_1 - f_d(S_1 + S_d)}{S_1 + S_2} \quad (3.11)$$

A mesma metodologia foi utilizada para obter a Eq.(3.12) para a força f_1 , entretanto, a força de perturbação foi aplicada no lado acoplado ao rotor, conforme a Fig. 3.24.

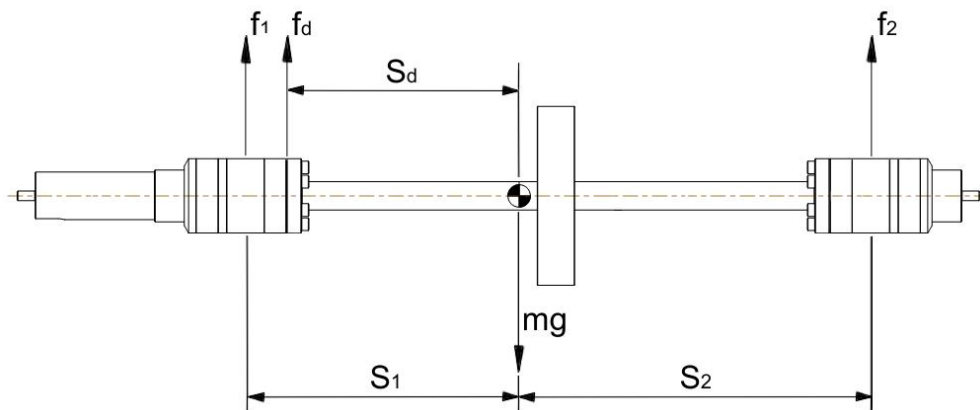


Figura 3.24 – Diagrama de corpo livre para uma força aplicada no lado acoplado

$$f_1 = \frac{mgS_2 - f_d(S_2 + S_d)}{S_1 + S_2} \quad (3.12)$$

Nas figuras 3.25 a Fig. 3.28, apresenta-se os pontos medidos experimentalmente para cada um dos eixos, juntamente com as suas respectivas curvas ajustadas. Deve-se observar que a força mostrada no eixo das ordenadas refere-se a f_1 nos gráficos do lado acoplado e a f_2 no gráficos do lado livre.

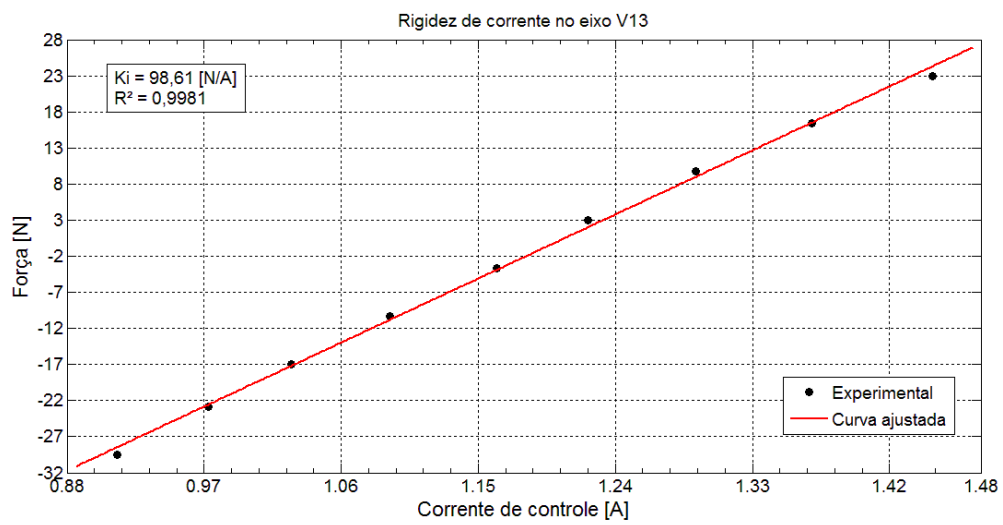


Figura 3.25 – Rigidez de corrente no eixo V13

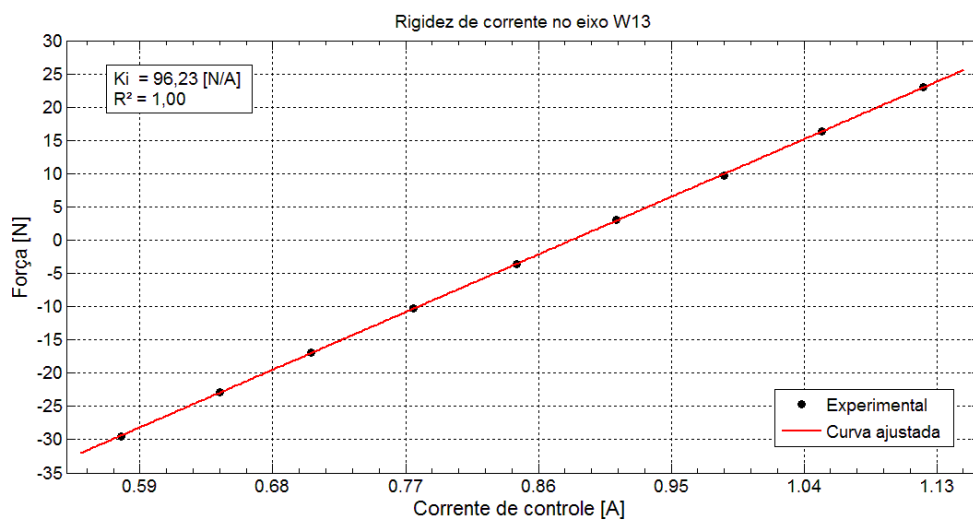


Figura 3.26 – Rigidez de corrente no eixo W13

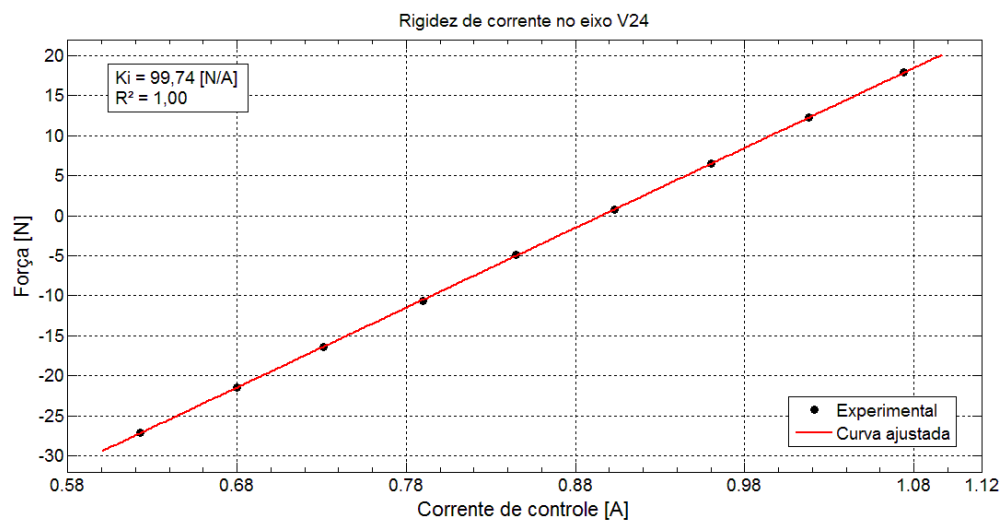


Figura 3.27 – Rigidez de corrente no eixo V24

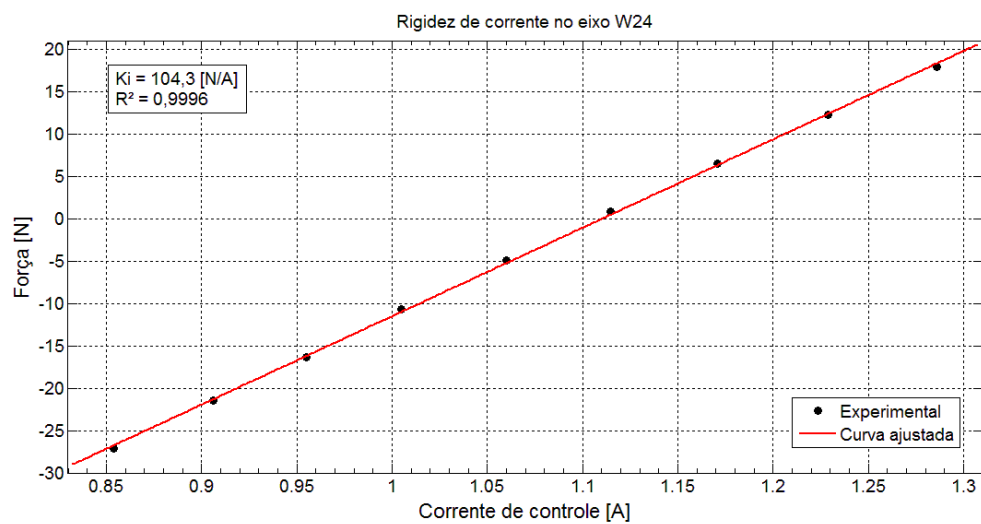


Figura 3.28 – Rigidez de corrente no eixo W24

Na Tab. 3.5 compara-se os valores de rigidez obtidos a partir das três fontes utilizadas: equações linearizadas (Analítico), modelo numérico (ANSYS) e experimentos.

Tabela 3.5 – Comparação entre os dos valores de rigidez de corrente

Eixo	ANSYS		Analítico		Experimental
	K_i [N/A]	ε [%]	K_i [N/A]	ε [%]	K_i [N/A]
V13	99,15	0,55	101,82	3,26	98,61
W13	99,15	3,02	101,82	5,81	96,23
V24	99,15	0,59	101,82	2,09	99,74
W24	99,15	4,94	101,82	2,38	104,3

Na Tab. 3.5, verifica-se que o menor erro registrado foi de 0,55% e o maior foi de 5,81%, permitindo concluir que os modelos estão bem correlacionados com os experimentos. Na mesma tabela é possível observar que, apesar de possuírem as mesmas especificações de projeto, os valores experimentais de rigidez de corrente possuem uma pequena discrepância entre si. Este fenômeno pode ser atribuído tanto a pequenas imperfeições de fabricação quanto a variações nas propriedades dos materiais empregados (SANADGOL, 2006).

O próximo passo foi a determinação experimental da rigidez de posição K_s para todos os eixos dos MMA's. Neste caso, procedeu-se de forma análoga ao que foi realizado nas simulações. Portanto, variou-se o *set point*, que é a posição desejada para o centro do rotor em relação ao centro geométrico do mancal, em uma faixa entre -70 μ m a 70 μ m e mediu-se a corrente calculada pelo controlador. Desta forma, os valores das forças nos atuadores foram determinados através da multiplicação entre as correntes medidas e os valores de rigidez de corrente K_i , estimados experimentalmente. Este procedimento foi repetido para os 4 eixos dos mancais da bancada de testes usando uma corrente de *bias* igual 1,0 A. As curvas obtidas são apresentadas nas figuras 3.29 a 3.32.

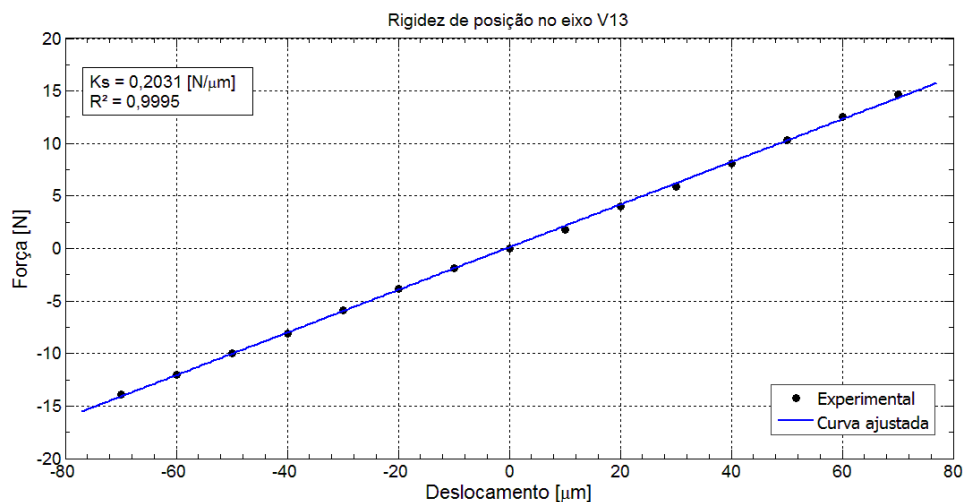


Figura 3.29 – Rigidez de posição no eixo V13

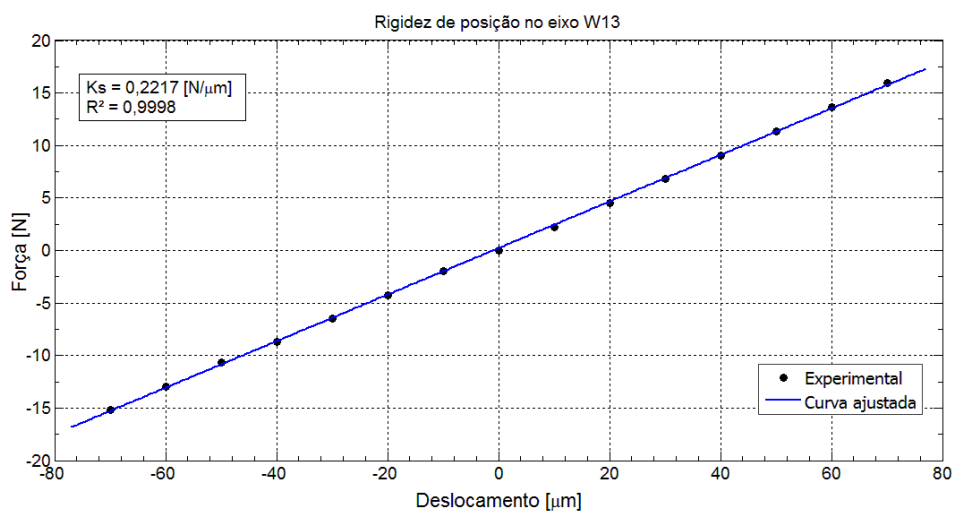


Figura 3.30 – Rigidez de posição no eixo W13

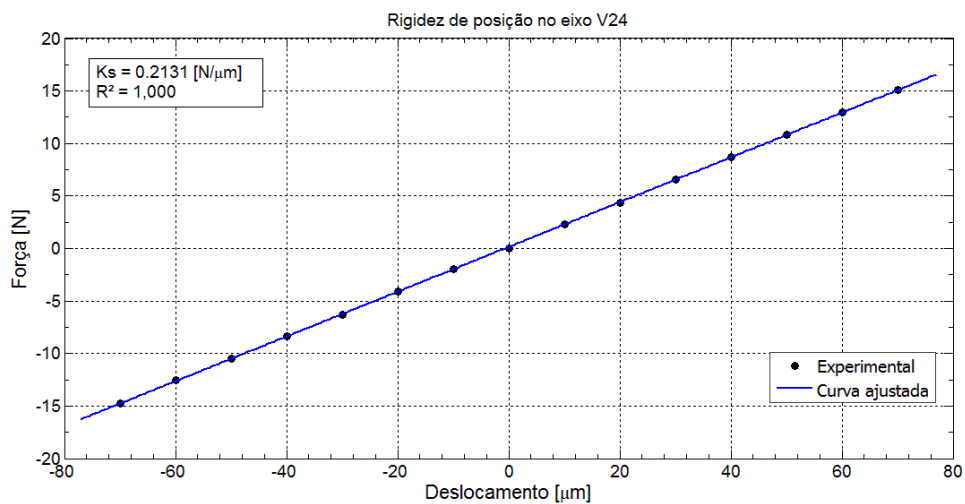


Figura 3.31 – Rigidez de posição no eixo V24

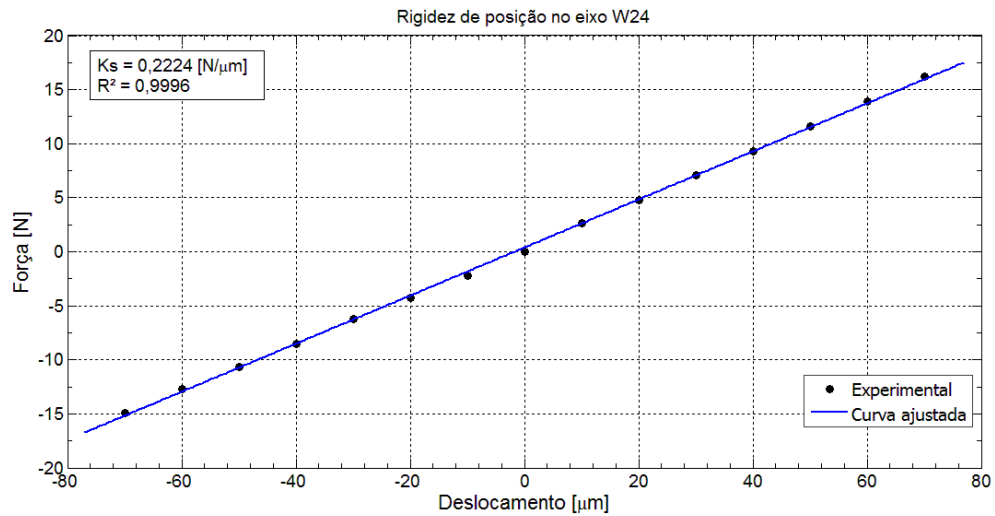


Figura 3.32 – Rigidez de posição no eixo W24

Já na Tab. 3.6 compara-se os valores de rigidez de posição K_s obtidos.

Tabela 3.6 – Comparação entre os valores de rigidez de posição

Eixo	ANSYS		Analítico		Experimental
	$K_s \text{ [N/}\mu\text{m]}$	$\varepsilon \text{ [%]}$	$K_s \text{ [N/}\mu\text{m]}$	$\varepsilon \text{ [%]}$	$K_s \text{ [N/}\mu\text{m]}$
V13	0,2142	5,47	0,2354	15,90	0,2031
W13	0,2142	3,38	0,2354	6,18	0,2217
V24	0,2142	0,52	0,2354	10,46	0,2131
W24	0,2142	3,64	0,2354	5,89	0,2223

Na Tab. 3.6 verifica-se que, o erro obtido está limitado entre 0,52% e 15,90%, que está abaixo dos erros reportados na literatura, que estão na faixa de até 25% (YOON; LIN; ALLAIRE, 2013; SANADGOL, 2006). Com isto, pode-se concluir que os resultados obtidos foram satisfatórios.

3.5 Modelagem dos Componentes Eletrônicos do Sistema

Nesta seção, serão abordados os principais componentes eletrônicos do sistema, tais como, amplificadores de potência, sensores de posição e, por fim, o controlador. Os modelos

destes subsistemas foram desenvolvidos em ambiente MATLAB/SIMULINK, que foram validados através de ensaios em laboratório.

Na Fig. 3.33 pode-se observar um diagrama detalhado da malha de controle para uma entrada e uma saída (*Single Input and Single Output – SISO*).

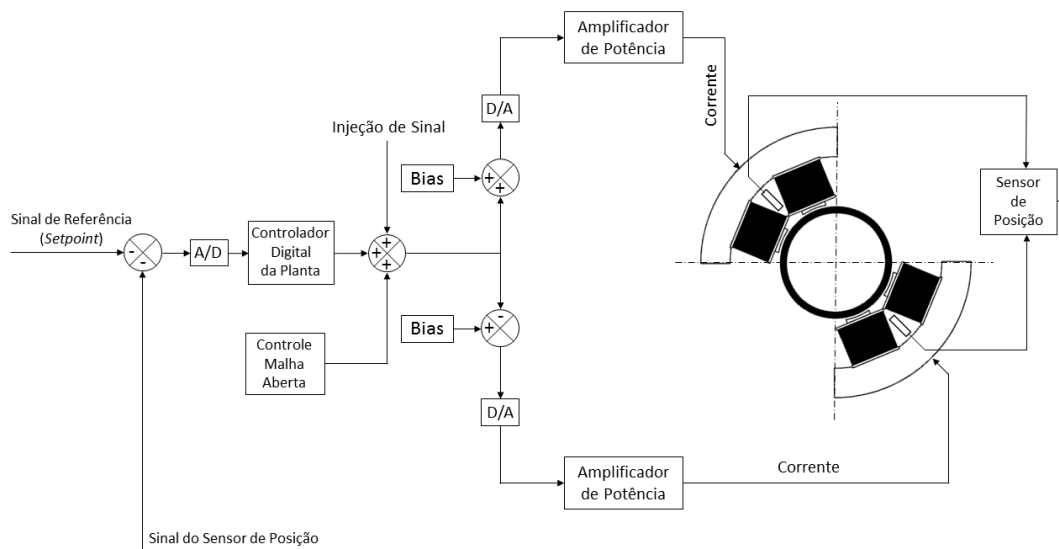


Figura 3.33 - Diagrama do sistema de controle SISO (SKF, 2009)

Na Fig. 3.33, deve-se mencionar que o sinal de posição passa por um filtro *anti-aliasing* para eliminar as componentes de alta frequência. Em seguida, o sinal filtrado é comparado ao sinal de referência para determinar o erro de posição em relação ao *set-point* que, neste caso, é o centro geométrico do MMA (posição (0,0)). O sinal de erro passa através de um conversor Analógico Digital (AD) e alimenta a entrada do controlador que é responsável pela determinação da corrente de controle do sistema. Esta corrente é então enviada aos amplificadores para que a força requerida seja gerada. Entretanto, antes da corrente de controle chegar aos amplificadores, ela é somada a uma corrente de *bias* e o sinal resultante passa por um conversor Digital-Analógico (DA), alimentando o amplificador superior. Em contrapartida, a corrente que alimenta o atuador inferior é obtida a partir da subtração da corrente de controle da corrente de *bias* antes de passar pelo conversor Digital-Analógico (DA), chegando ao atuador.

3.5.1 Amplificadores de Potência

Os amplificadores são empregados para produzir nas bobinas dos atuadores as correntes necessárias para a geração das forças magnéticas requeridas para manter a posição desejada do rotor. De acordo com o fabricante, os amplificadores empregados são simplesmente comutadores de tensão que são ligados em alta frequência por um sinal PWM (*pulse-width modulation*, modulação por largura de pulso) provido pelo controlador.

De acordo com Sanadgol (2006), o comportamento de um amplificador pode ser representado por uma função de transferência de primeira ordem:

$$G_{amp} = K_{amp} \frac{1}{\frac{1}{\omega_{camp}} s + 1} \quad (3.13)$$

onde G_{amp} é a função de transferência, K_{amp} é o ganho e ω_{camp} é a largura de banda do amplificador. De acordo com o fabricante, K_{amp} é próximo de 1 A / V e a banda do controlador, ω_{camp} , está em torno de 1000 Hz. A banda de frequência dos amplificadores é definida a partir da frequência de cruzamento, ou seja, a frequência na qual amplitude é reduzida em 3dB. Substituindo-se estes dados na Eq.(3.13) obteve-se o modelo para os amplificadores.

Com finalidade de validar este modelo, foi necessário levantar as funções de transferência dos amplificadores. Para tanto, empregou-se um osciloscópio Tektronix modelo TPS 2014 e uma fonte de alimentação MINIPA modelo MFG-4220.

O procedimento consistiu em inserir um sinal senoidal com amplitude e frequência conhecidas na entrada dos amplificadores com o auxílio da fonte de alimentação. Em seguida, empregando o osciloscópio, registrou-se o sinal de entrada, o de saída e a defasagem relativa entre ambos. Este procedimento foi repetido para 63 valores de frequência localizados em uma faixa entre 10 e 1000 Hz. Na Fig. 3.34 apresenta-se o *set up* experimental.

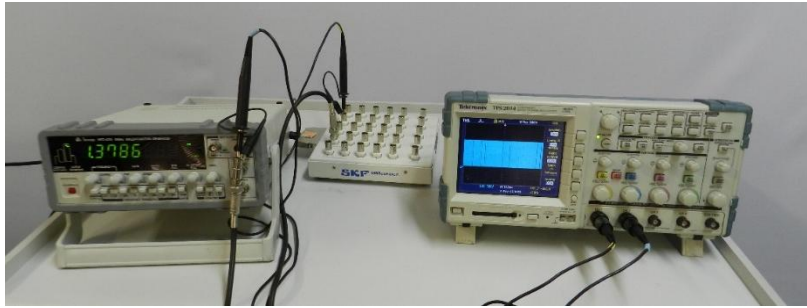
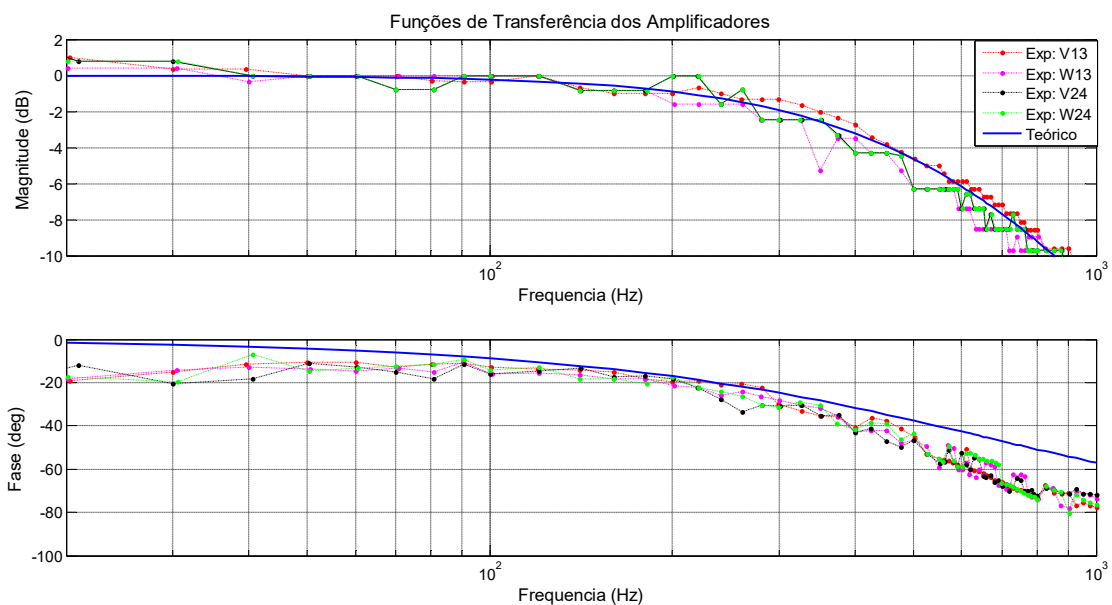


Figura 3.34 – *Set up* experimental usado no levantamento das Funções de Transferência dos Amplificadores

Na Fig. 3.35 apresenta-se uma comparação das funções de transferência experimentais com a função de transferência do modelo. Adicionalmente, nota-se que a banda de frequência dos amplificadores não é de 1000 Hz, mas de apenas 400 Hz.



$$*\text{Magnitude (dB)} = 20 \times \log_{10} x$$

Figura 3.35 – Funções de Transferência dos Amplificadores

Com base no gráfico da magnitude, apresentado na Fig. 3.35, nota-se que o modelo ajustado representa adequadamente o sistema real para uma faixa de frequências compreendidas entre 20 e 1000 Hz. Entretanto, para frequências abaixo do limite inferior, há um distanciamento entre a resposta do modelo e a do sistema real. Um comportamento similar pode ser visualizado nas curvas de fase em uma faixa entre 20 Hz e aproximadamente 800 Hz. Esta discrepância, principalmente nas frequências abaixo de 20 Hz, pode ser atribuída à

saturação dos amplificadores e a outras dificuldades relacionadas à qualidade dos circuitos eletrônicos empregados, tais como filtros.

3.5.2 Sensores de Posição e Filtros Anti-Aliasing

Para medir a posição do eixo são utilizados dois sensores de relutância variável por eixo, que é determinada pela diferença entre os sinais provenientes de ambos os sensores. Este sinal resultante é então subtraído do valor de referência (*set point*) para fornecer o sinal de erro, usado para alimentar o controlador.

De acordo com o fabricante, são instalados filtros *anti-aliasing* em cascata com os sensores de posição com a finalidade de suprimir componentes de alta frequência. A função de transferência completa do sistema de medição, englobando os sensores de posição e os filtros *anti-aliasing*, é obtida a partir de uma sequência em cascata de quatro filtros passa baixa de segunda ordem e um de primeira ordem, sendo as funções de transferência descritas pelas Eq. (3.14) e pela Eq. (3.15), respectivamente.

$$LP_i = \frac{\omega_i^2}{s^2 + 2\xi_i\omega_i s + 1}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.14)$$

$$LP_5 = \frac{\omega_5}{s + \omega_5} \quad (3.15)$$

onde: $\omega_1 = \omega_2 = 1,289 \times 10^5 \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 6,28 \times 10^4 \text{ rad/s}$, $\omega_4 = 1,256 \times 10^5 \text{ rad/s}$, $\omega_5 = 1,24 \times 10^5 \text{ rad/s}$,
 $\xi_1 = \xi_2 = 0,29$, $\xi_3 = \xi_4 = 1,00$.

Na Fig. 3.36 pode-se observar a função transferência do sistema dos sensores.

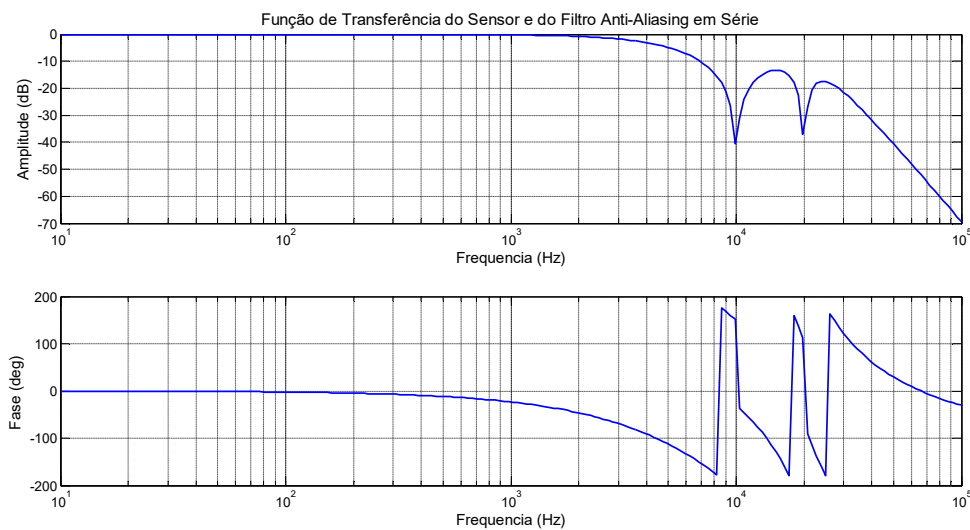


Figura 3.36 - Função de Transferência dos Sensores/Filtro *Anti-Aliasing*

Verifica-se na Fig. 3.36 que a função de transferência do sistema de medição de posição possui uma faixa de resposta plana bastante ampla, que chega até aproximadamente 1000 Hz para a fase e vai até aproximadamente 3000 Hz em amplitude. Desta forma, a sua banda de frequência é muito superior à do controlador, o que limita muito a sua influência sobre o comportamento dinâmico da planta. Portanto, não foi necessário realizar o levantamento experimental das funções de transferência para este modelo. Em contrapartida, empregou-se a ferramenta *Calibration*, que faz parte do software MBScope.NET, para obter a sensibilidade estática para cada um dos eixos, conforme se observa na Tab. 3.7.

Tabela 3.7 – Sensibilidade Estática para o sistema de medição de posição

Eixo	Valor	Unidade
V13	159,0	$\mu\text{m/V}$
W13	142,0	$\mu\text{m/V}$
V24	171,3	$\mu\text{m/V}$
W24	170,1	$\mu\text{m/V}$

3.5.3 O atraso do sistema

Com a finalidade de representar de forma adequada o atraso devido ao tempo de processamento do controlador, juntamente com o tempo necessário para que ocorram os processos de conversão AD e DA, empregou-se a aproximação de Padé (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005; SCHWEITZER; MASLEN, 2009), cuja função de transferência é baseada na frequência de amostragem do controlador, descrita pela Eq.(3.16).

$$e^{-T_s s} \approx \frac{\left(1 - \frac{T_s s}{2n}\right)^n}{\left(1 + \frac{T_s s}{2n}\right)^n} \quad (3.16)$$

Na literatura, uma opção bastante comum é o emprego de uma aproximação de ordem 2, ou seja, $n=2$, pois permite representar satisfatoriamente o atraso sem aumentar significativamente a complexidade do modelo. A variável T_s corresponde ao tempo de atraso (tempo morto), que é dado pelo inverso da frequência de amostragem do controlador, sendo obtida a partir da inversão da frequência de amostragem do controlador que, de acordo o fabricante, é de 10 kHz. Entretanto, é comum na literatura (SCHWEITZER; MASLEN, 2009; YOON, LIN E ALLAIRE, 2013) considerar que o tempo de atraso total é dado por $1,5T_s$ com a finalidade de considerar também o atraso decorrente das conversões A/D (Analógico-Digital) e D/A (Digital- Analógico).

Na Fig. 3.37 apresenta-se a função de transferência correspondente ao tempo de atraso do controlador, modelado segundo uma aproximação de Padé de 2ª ordem e levando em consideração $1,5T_s = 150\mu s$.

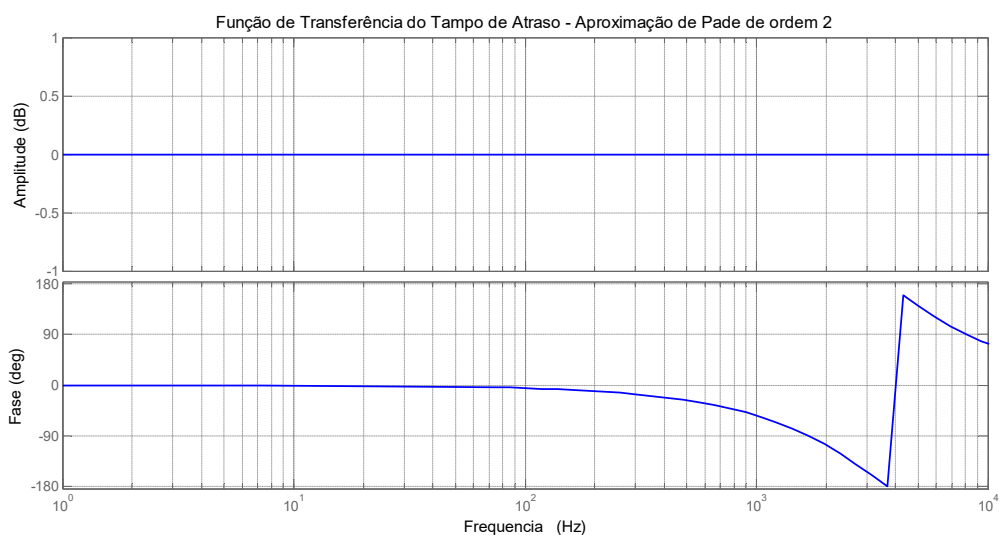


Figura 3.37 - Função de Transferência do tempo de atraso do controlador, aproximação de Padé de 2ª ordem

Verifica-se na Fig. 3.37 que a função de transferência não altera a amplitude do sinal, mas provoca uma defasagem de aproximadamente -20° na região próxima a 650 Hz, que é a

frequência de cruzamento do amplificador. Portanto, a consideração do atraso de tempo é imprescindível para que se obtenha um modelo representativo.

3.6A Planta em malha aberta

Na Fig. 3.38 observa-se que a planta em malha aberta é composta por vários componentes. Com base nos modelos ajustados de cada um dos componentes apresentados na Fig. 3.38, é possível elaborar um modelo para o sistema completo em malha aberta.

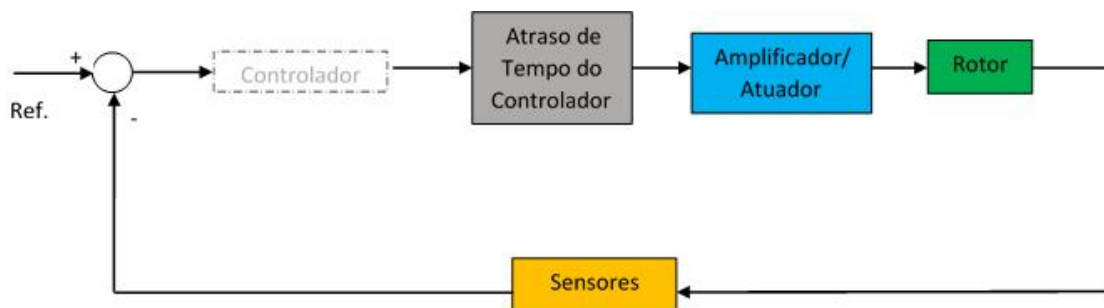
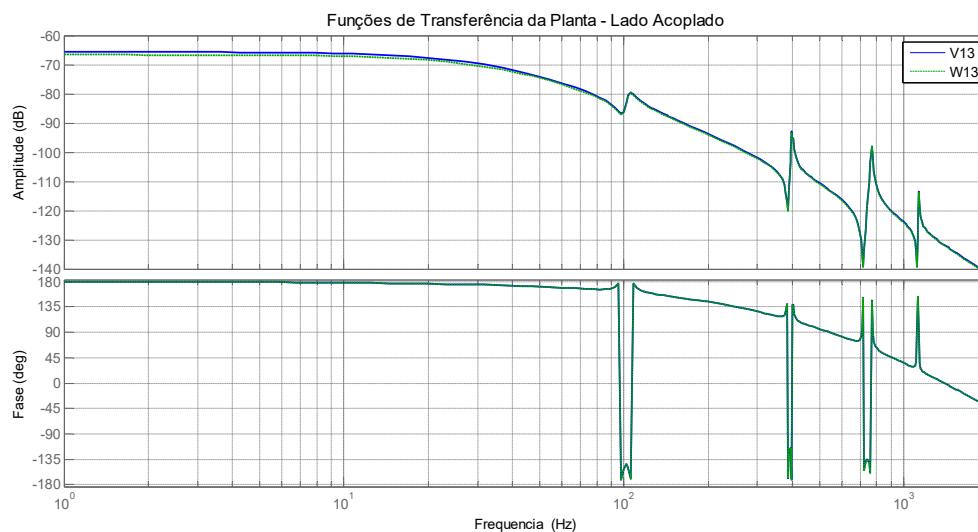
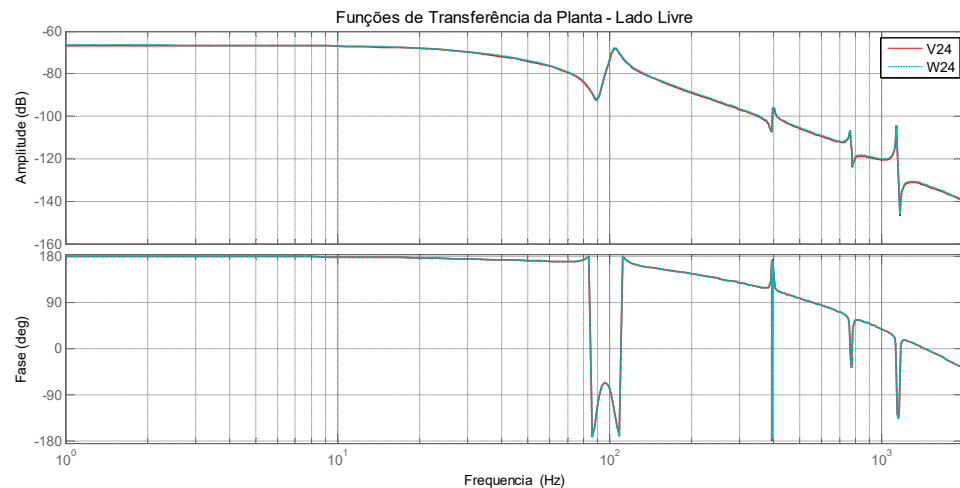


Figura 3.38 – Diagrama de blocos da Planta em Malha Aberta

Assim, levantou-se numericamente as funções de transferência para a planta em malha aberta, que são apresentadas na Fig. 3.39(a) e na Fig. 3.39(b).



(a) MMA do lado acoplado (DE)



(b) MMA do lado livre (NDE)

Figura 3.39 - Funções de Transferência da Planta em Malha Aberta

Neste ponto, deve-se mencionar que o sistema em malha aberta possui 4 entradas de controle, quatro saídas (erro de posição), 58 estados e considera os distúrbios devidos a força da gravidade e ao desbalanceamento. O sistema é considerado como desacoplado, ou seja, diagonal, pois as funções de transferência cruzadas possuem amplitude bastante reduzida quando comparadas as funções de transferência diagonais.

Com a finalidade de simplificar o modelo, que possui 58 estados, realizou-se a sua redução com base nos valores singulares de Hankel. Com isso, foi possível representar o sistema utilizando apenas 40 estados, sem prejudicar a sua acurácia na faixa de frequência analisada.

Além das funções de transferência, também é necessário analisar o mapa de polos e zeros no sistema, que são apresentados na Fig. 3.40.

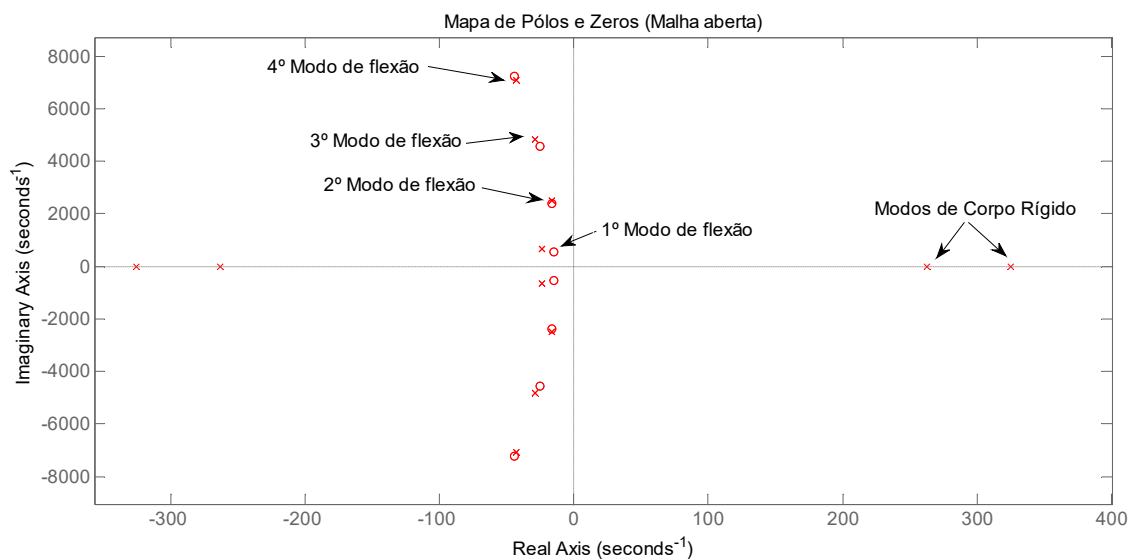


Figura 3.40 - Mapa de Polos e Zeros da Função de Transferência da Planta em Malha Aberta

Na Fig. 3.40 nota-se que há dois polos localizados do lado direito do plano complexo, indicando que a planta em malha aberta é instável, o que é uma característica inerente a sistemas rotativos suportados por mancais magnéticos. Desta forma, o objetivo primário de qualquer controlador deste tipo de sistema é a sua estabilização, que deve ser capaz de deslocar os polos instáveis para o lado esquerdo do eixo imaginário. Devido à instabilidade intrínseca dos sistemas rotativos suportados por MMA's, não é possível realizar a sua caracterização experimental sem a inclusão de um controlador. Na bancada em análise, este controlador consiste de um PI conectado em cascata com um banco de filtros, que será apresentado em detalhes nas próximas seções.

3.7 Controlador PID

Como é necessário um controlador para estabilizar a planta para a realização dos ensaios de validação dos modelos, optou-se por empregar o controlador original que foi entregue pelo fabricante, principalmente devido a sua praticidade.

O controlador possui uma estrutura descentralizada entre os quatro eixos e emprega uma série de recursos para permitir a levitação do rotor, tais como o filtro PID, filtros de avanço de fase, filtros genéricos de segunda ordem e filtros de rejeição de banda (*notch filters*). Estes elementos são conectados em cascata, de acordo com a Eq.(3.17).

$$G_{ctrl} = (PI)(Lead / lag)(Gen)(Notch) \quad (3.17)$$

onde G_{ctrl} é a função de transferência do controlador, sendo que os elementos do lado direito da equação representam as funções de transferência do controlador PI (PI), dos filtros de avanço de fase ($Lead / lag$), dos filtros genéricos (Gen) e dos filtros rejeita banda ($Notch$).

3.7.1 O controle PID

O controlador PID é um dos mais empregados na indústria, inclusive em aplicações com MMA's, principalmente devido a sua simplicidade e eficiência. Em contrapartida, apenas o filtro PID não é suficiente para garantir a estabilidade do sistema, conforme mencionado anteriormente.

Na Eq.(3.18) apresenta-se a expressão para um controle PID contínuo.

$$PID = \frac{K_T (K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s} \quad (3.18)$$

onde K_T é o ganho total, que multiplica todos os outros ganhos simultaneamente; K_P , K_D e K_I são os ganhos proporcional, derivativo e integral, respectivamente. Em geral, o ganho proporcional afeta principalmente a rigidez do sistema, pois multiplica diretamente o deslocamento. Já o ganho derivativo afeta o amortecimento, pois multiplica a velocidade. Por fim, o ganho integral possui a finalidade de eliminar o erro em regime estacionário (*offset*).

Na Tab. 3.8 são apresentados os valores dos ganhos usados em cada um dos eixos. Nota-se que os ganhos derivativos são nulos, caracterizando um controlador PI.

Tabela 3.8 – Ganhos do controle PID

Parâmetro	Eixo			
	V13	W13	V24	W24
K_T	0,0062	0,00620	0,0046	0,0046
K_P	1,0	1,0	1,0	1,0
K_D	0,0	0,0	0,0	0,0
K_I	46,0	46,0	35,0	35,0

3.7.2 Filtros de avanço e de atraso de fase

De acordo com Ogata (2010), um filtro de avanço de fase é caracterizado pela adição de um polo e um zero ao sistema, onde a frequência do polo é maior do que a frequência do zero. Ao se inserir este elemento em um sistema, registra-se um aumento tanto no ganho quanto na fase na região localizada entre estas duas frequências. Em sistemas que utilizam MMA's, este tipo de filtro é indicado para lidar com frequências naturais localizadas dentro da faixa de operação da máquina. Ao se posicionar um zero antes de um polo depois de uma frequência natural, produz-se um incremento de fase que pode amortecer consideravelmente este modo problemático. Esta técnica é conhecida como estabilização de fase. Entretanto, como o ganho também é aumentado nesta região, deve-se tomar cuidado para que a margem de estabilidade não seja comprometida.

Da mesma maneira, o filtro de atraso de fase é formado por um polo e um zero. Entretanto, há uma inversão em relação ao caso anterior, ou seja, agora o zero está localizado

em uma frequência acima da frequência do polo. Desta forma, obtém-se uma atenuação na amplitude, mas uma redução de fase na região entre o polo e o zero. Esta técnica pode ser empregada para tratar modos problemáticos localizados dentro da faixa de operação da máquina, mas deve-se atentar para o efeito colateral de redução de fase.

Deve-se mencionar que, tanto para o filtro de avanço quanto para o filtro de atraso de fase, o seu efeito máximo ocorre na média geométrica entre a frequência do polo e do zero.

Na Eq.(3.19) apresenta-se a expressão para filtros de avanço e de atraso de fase e na Tab. 3.9 são apresentados os valores dos parâmetros utilizados.

$$Lead / lag_i = K_c \alpha_i \frac{T_i s + 1}{\alpha_i T_i s + 1}, \quad i = 1, 2 \quad (3.19)$$

onde:

K_c é o ganho

α_i é o fator de atenuação. Para $0 < \alpha_i < 1$ tem-se um filtro de avanço de fase, já para $1 < \alpha_i$ tem-se um filtro por atraso de fase;

$-\frac{1}{\alpha_i T_i}$ é a localização do polo

$-\frac{1}{T_i}$ é a localização do zero

i define se é o primeiro ou o segundo filtro de avanço (ou atraso) de fase

Tabela 3.9 – Parâmetros dos Filtros de avanço/atraso de fase

Filtro	Parâmetro	Valor [rad/s]			
		V13	W13	V24	W24
$Lead / lag_1$	$-1/T_1$ (Zero)	483	483	157	157
	$-1/\alpha_1 T_1$ (polo)	2513	2513	471	471
$Lead / lag_2$	$-1/T_2$ (Zero)	779	779	1634	1634
	$-1/\alpha_2 T_2$ (polo)	2569	2569	10619	10619

3.7.3 Filtros genéricos de segunda ordem

Além dos filtros de avanço/atraso de fase, é possível empregar filtros genéricos de segunda ordem para auxiliar no controle do sistema. Com isto, é possível alterar tanto o ganho

quando a fase do sistema. Na Eq.(3.20) apresenta-se a função de transferência dos filtros genéricos de segunda ordem utilizados.

$$Gen_i = \frac{s^2 + 2\xi_{Ni}\omega_{Ni}s + \omega_{Ni}^2}{s^2 + 2\xi_{Di}\omega_{Di}s + \omega_{Di}^2}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.20)$$

Os valores empregados na Eq.(3.20) estão agrupados na Tab. 3.10.

Tabela 3.10 – Parâmetros dos Filtros Genéricos

Filtro	Parâmetro	Eixo			
		V13	W13	V24	W24
Gen_1	ω_{N1}, ξ_{N1}	2350 rad/s, 0,08	2350 rad/s, 0,08	1791 rad/s, 0,41	1791 rad/s, 0,41
	ω_{D1}, ξ_{D1}	1759 rad/s, 0,37	1759 rad/s, 0,37	1791 rad/s, 0,26	1791 rad/s, 0,26
Gen_2	ω_{N2}, ξ_{N2}	4712 rad/s, 0,03	4712 rad/s, 0,03	2513 rad/s, 0,27	2513 rad/s, 0,27
	ω_{D2}, ξ_{D2}	4178 rad/s, 0,16	4178 rad/s, 0,16	2953 rad/s, 0,21	2953 rad/s, 0,21
Gen_3	ω_{N3}, ξ_{N3}	9519 rad/s, 0,36	9519 rad/s, 0,36	9739 rad/s, 0,14	9739 rad/s, 0,14
	ω_{D3}, ξ_{D3}	7383 rad/s, 0,30	7383 rad/s, 0,30	10053 rad/s, 0,42	10053 rad/s, 0,42
Gen_4	ω_{N4}, ξ_{N4}	0,0	0,0	2513 rad/s, 0,02	2513 rad/s, 0,02
	ω_{D4}, ξ_{D4}	0,0	0,0	2513 rad/s, 0,10	2513 rad/s, 0,10

3.7.4 Filtros de rejeição de banda (notch filters)

O emprego de filtros de rejeição de banda é recomendado para lidar com as frequências naturais localizadas fora da faixa de operação ou da banda de frequência do sistema. Basicamente, o efeito destes elementos é uma drástica redução na amplitude do sinal em uma banda estreita na vizinhança da frequência de corte. Adicionalmente, produzem um atraso de fase em frequências logo abaixo da frequência de corte e um avanço em frequência logo após esta. Portanto, o filtro de rejeição de banda pode ser utilizado para estabilizar a fase selecionando-se uma frequência de corte um pouco abaixo (em torno de 5 a 10 Hz abaixo) da

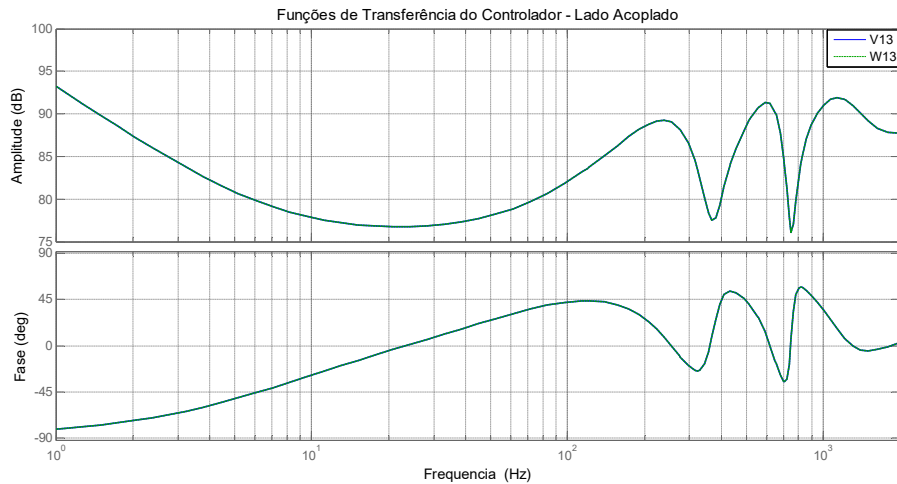
frequência do modo problemático. Na Eq.(3.21) apresenta-se a função de transferência típica de um filtro rejeita banda.

$$Notch_i = \frac{s^2 + \omega_i^2}{s^2 + 2\xi_i\omega_i s + \omega_i^2}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.21)$$

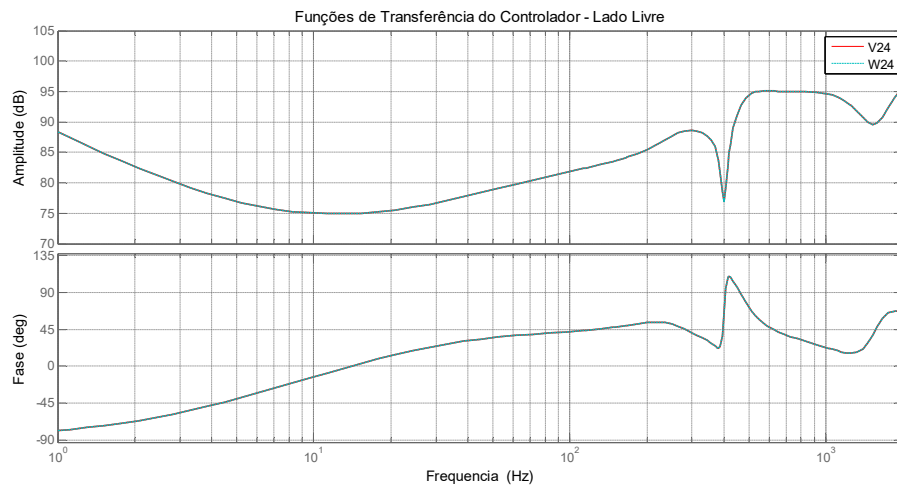
Apesar deste recurso estar disponível, não foi empregado nas leis de controle da bancada.

3.7.5 Funções de transferência do controlador

Com base nos diversos elementos dados pelas leis de controle, Eq. (3.17)-(3.20), elaborou-se as funções de transferência do controlador, que são apresentadas na Fig. 3.41.



(a) Funções de Transferência do Controlador – Lado acoplado (DE)



(b) Funções de Transferência do Controlador – Lado Livre (NDE)

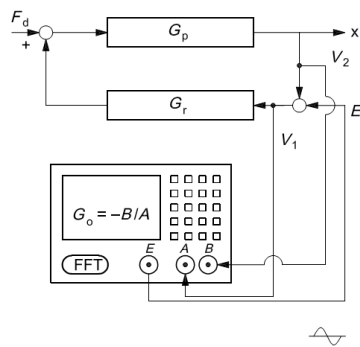
Figura 3.41 - Funções de Transferência do Controlador

Na Fig. 3.41 nota-se que as funções de transferência do controlador são idênticas para os dois eixos que compõem os mancais, que são simétricos.

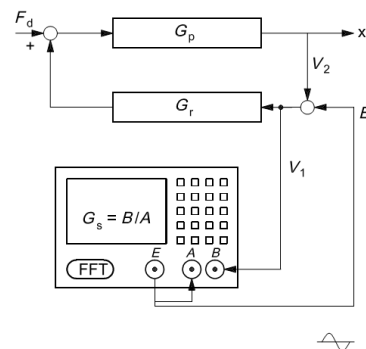
3.8 Planta em malha fechada

Segundo a norma ISO 14839, as principais funções de transferência para sistemas rotativos suportados por MMA's são a função de transferência do ramo direto G_o , a função de transferência em malha fechada G_c e a função de sensibilidade G_s .

A medição das funções de transferência no ramo direto e de sensibilidade são apresentadas na Fig. 3.42, onde G_r representa a função de transferência do controlador, G_p a da planta em malha aberta e F_d é a força de distúrbio.



(a) Ramo Direto, G_o



(b) Função de Sensibilidade G_s

Figura 3.42 - Medição das Funções de Transferência em Malha Fechada (Norma ISO 14839-3)

Observa-se na Fig 3.42(a) que o processo de medição da função de transferência no ramo direto baseia-se na inserção de um sinal de excitação $E(s)$ (que pode ser tanto um sinal harmônico quanto um sinal aleatório) e na medição dos sinais V_1 e V_2 . Desta forma, estima-se G_o de acordo com a Eq.(3.22).

$$G_o(s) = -\frac{V_2(s)}{V_1(s)} \quad (3.22)$$

Um ponto importante que deve ser esclarecido é que a função de transferência $G_o(s)$ também é denominada como função de transferência em malha aberta. Entretanto, a sua definição é bastante específica, pois a sua medição é realizada com todas as malhas de controle fechadas por se tratar de um sistema instável em malha aberta.

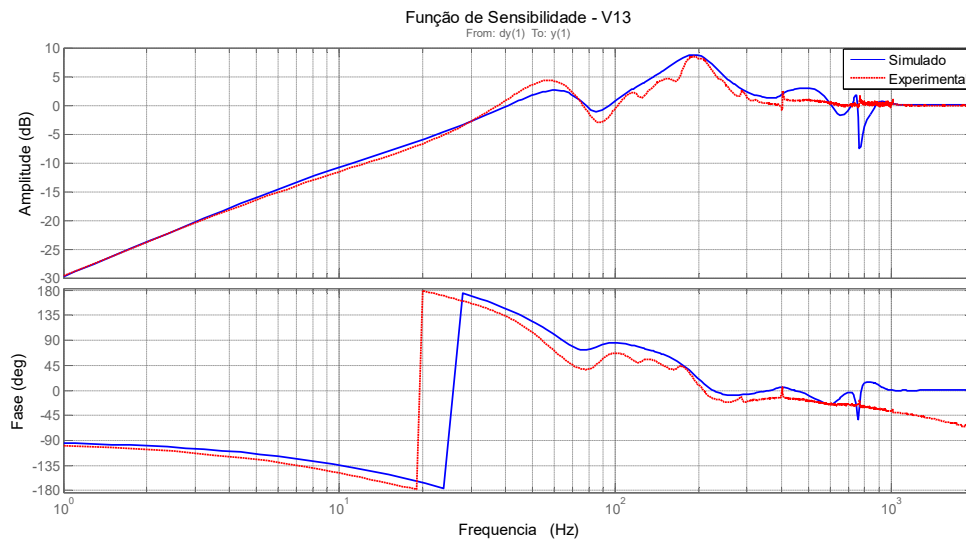
Na Eq.(3.23) apresenta-se a expressão para o cálculo da função de transferência em malha fechada, que também pode ser obtida a partir da relação apresentada na Eq. (3.24).

$$G_c(s) = -\frac{V_2(s)}{E(s)} \quad (3.23)$$

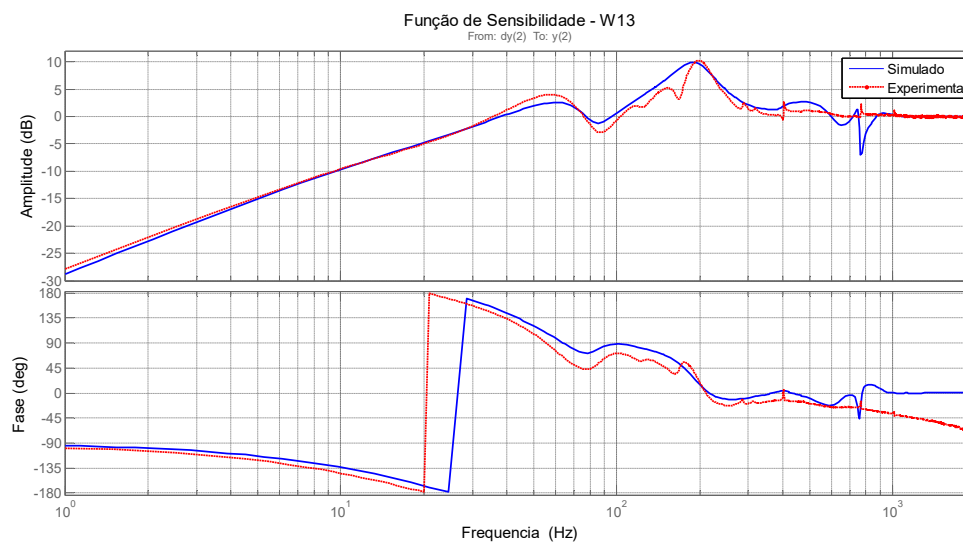
$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)} \quad (3.24)$$

Com base nas recomendações da norma ISO 14839, as funções de sensibilidade experimentais foram levantadas empregando uma varredura senoidal em uma faixa de frequência entre 1 Hz e 2000 Hz. A partir destas funções de transferência experimentais, realizou-se o ajuste manual do modelo numérico/computacional através da alteração das razões de amortecimento modal dos filtros genéricos de segunda ordem, pois tais parâmetros podem ser considerados como as maiores fontes de incerteza do controlador.

Na Fig. 3.43 e na Fig. 3.44 apresenta-se uma comparação entre as Funções de Sensibilidade (G_s) provenientes do modelo ajustado com as respectivas funções de transferências experimentais, na condição para o rotor levitado e operando a uma rotação de 0 rpm.



(a) Funções de Sensibilidade para o eixo V13



(b) Funções de Sensibilidade para o eixo W13

Figura 3.43 – Comparação entre as Funções de Sensibilidade - Lado Acoplado

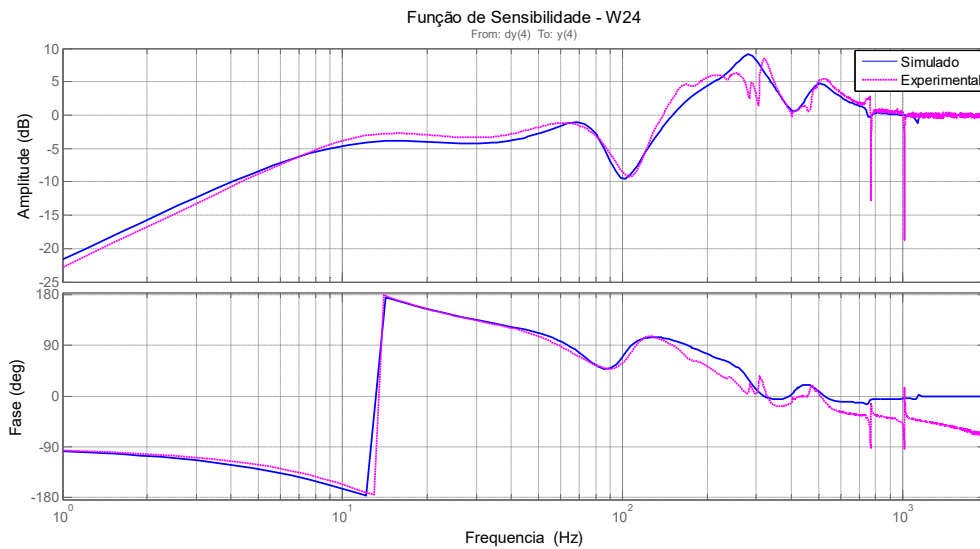
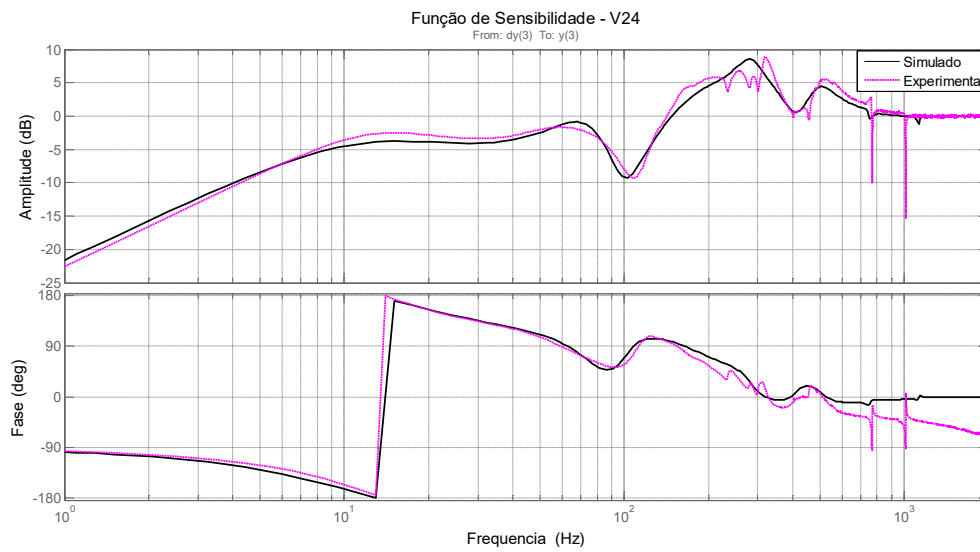
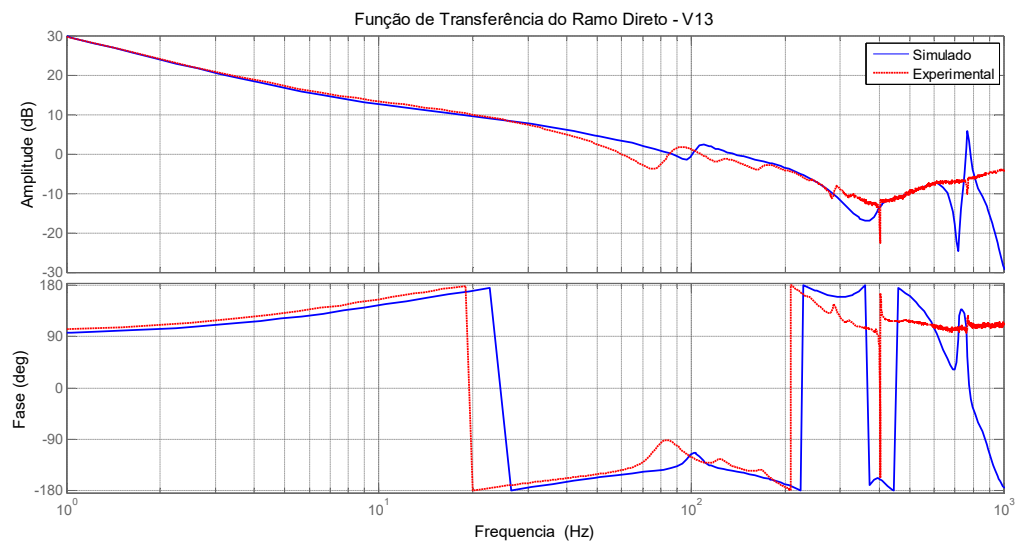
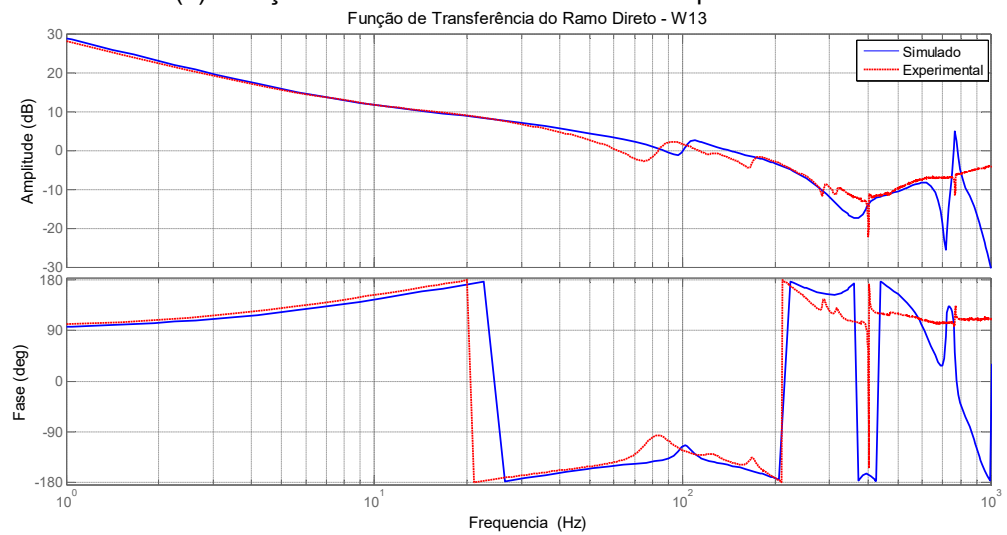


Figura 3.44 – Comparação entre as Funções de Sensibilidade - Lado Livre

Da mesma maneira, apresenta-se na Fig. 3.45 e na Fig. 3.46 a comparação entre as Funções de Transferência do ramo direto, obtidas com base no modelo ajustado, com as respectivas curvas experimentais. Deve-se lembrar que $G_o(s) = G_p(s)G_r(s)$.

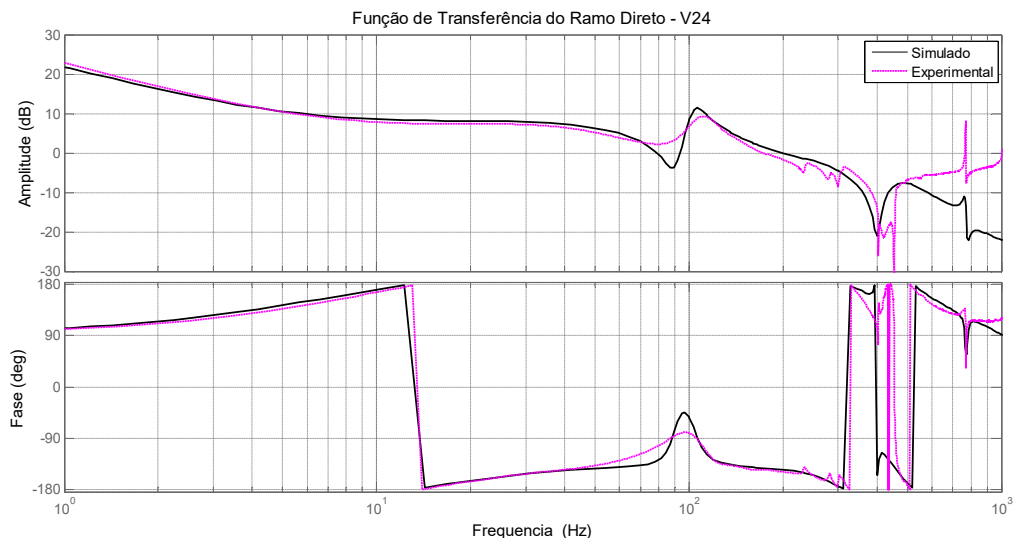


(a) Funções Transferência do Ramo Direto para o eixo V13

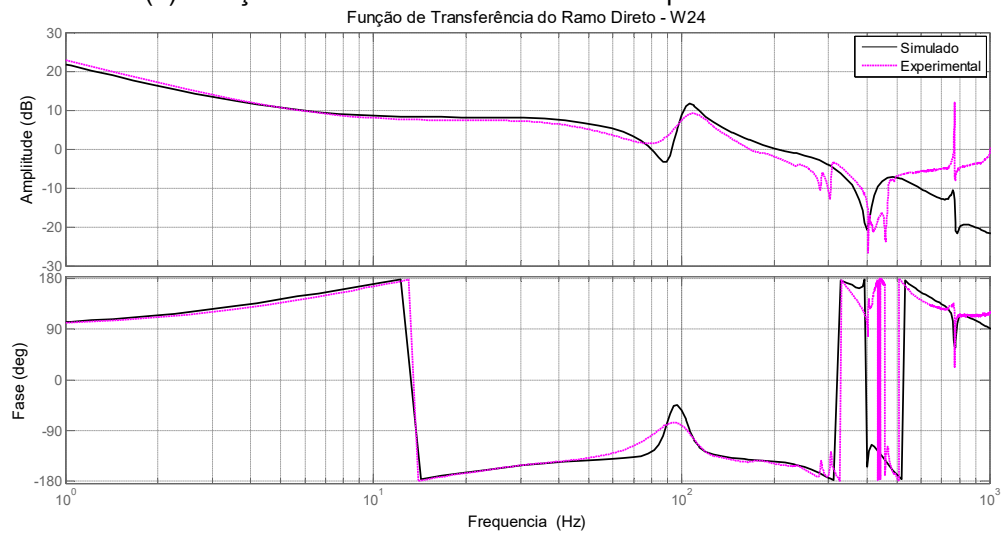


(b) Funções Transferência do Ramo Direto para o eixo W13

Figura 3.45 – Comparação entre as Funções de Transferência do Ramo Direto - Lado Acoplado



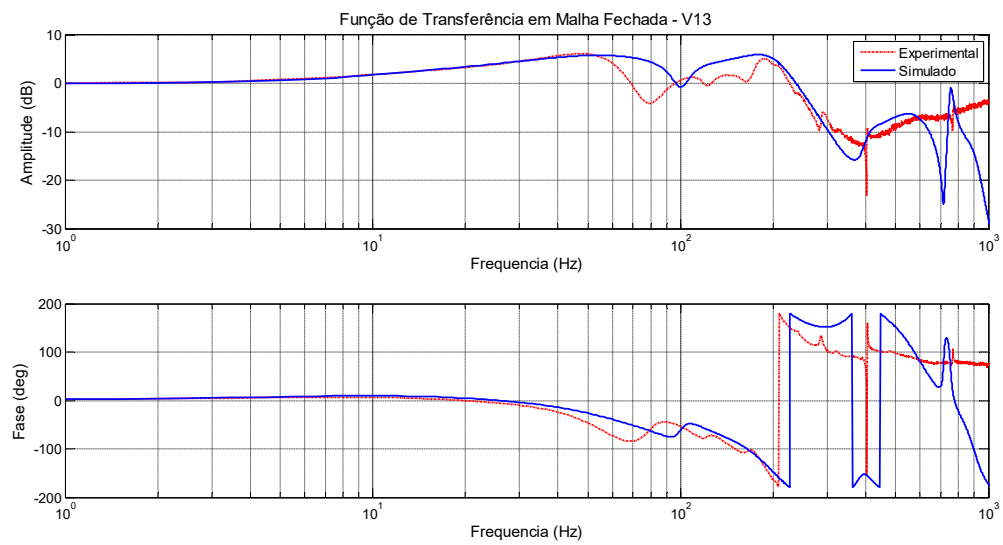
(a) Funções Transferência do Ramo Direto para o eixo V24



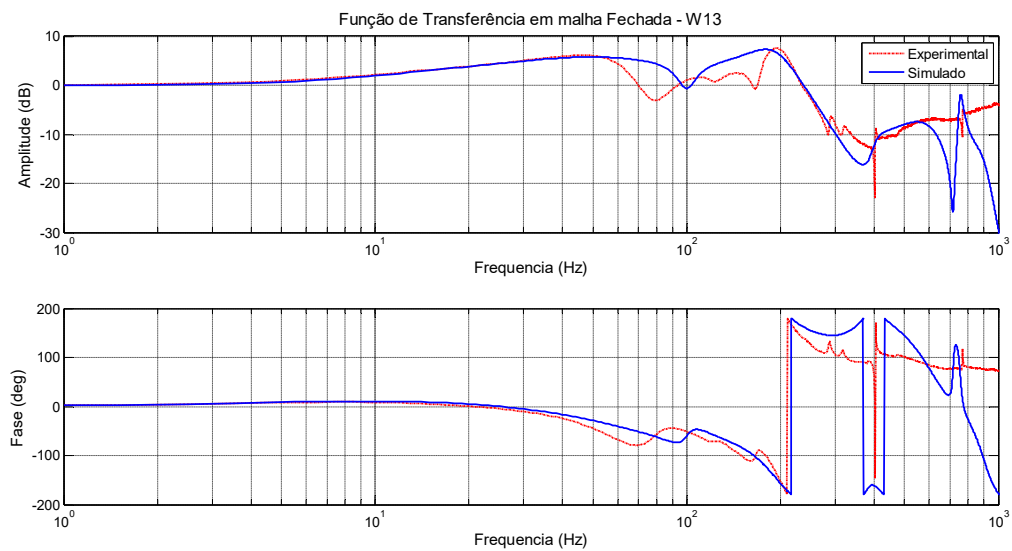
(b) Funções Transferência do Ramo Direto para o eixo W24

Figura 3.46 – Comparação entre as Funções de Transferência do Ramo Direto – Lado Livre

Por fim, apresenta-se na Fig. 3.47 e na Fig. 3.48 a comparação entre as funções de transferência em malha fechada.



(a) Funções Transferência da Planta em Malha Fechada para o eixo V13



(b) Funções Transferência da Planta em Malha Fechada para o eixo W13

Figura 3.47 – Comparação entre as Funções de Transferência em Malha Fechada – Lado Acoplado

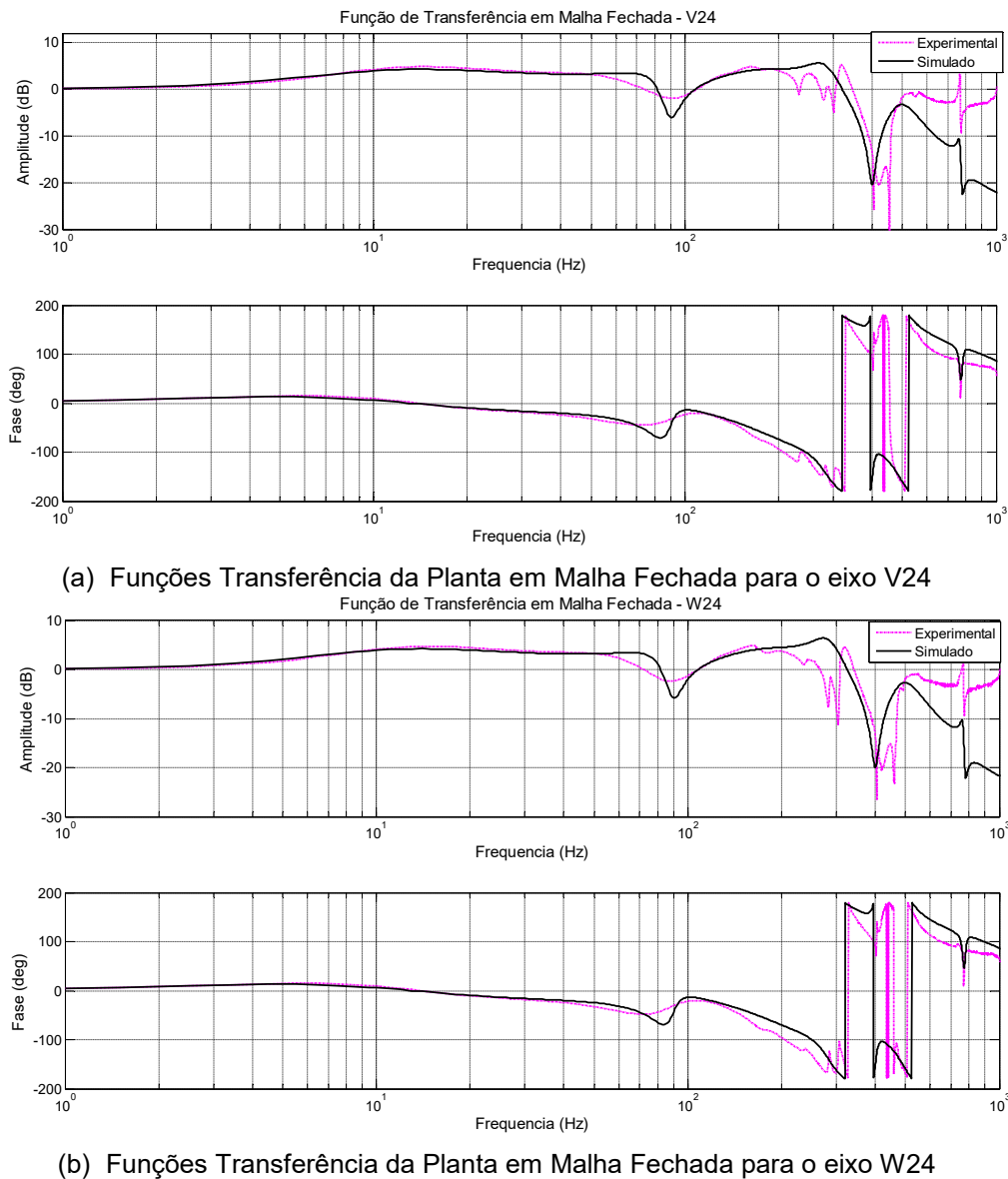


Figura 3.48 – Comparação entre as Funções de Transferência em Malha Fechada – Lado Livre

Observa-se nas Funções de Transferência no ramo direto, Fig. 3.45 e Fig. 3.46, que há algumas discrepâncias entre o modelo e os dados experimentais. Para o lado acoplado, há dois pequenos picos de amplitude nas frequências de aproximadamente 400 Hz e 700 Hz. Já para o lado livre, percebe-se apenas um pico de amplitude encontrado em aproximadamente 770 Hz. Dentre os principais fatores responsáveis por tais diferenças pode-se citar: imperfeições devido aos processos de fabricação empregados e a influência dos modos da base do conjunto, que não foi modelada. Apesar destas pequenas divergências, verifica-se que há uma boa correlação entre as funções de transferência numérico/computacionais e as

obtidas experimentalmente. Portanto, pode-se considerar que o modelo aqui descrito representa satisfatoriamente o comportamento do sistema real.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO IV

Controle Robusto Modal

Este capítulo é dedicado à síntese e à análise de um Controlador Modal Robusto através de atribuição de autoestrutura utilizando a técnica de Múltiplos Modelos. Para tanto, a primeira atividade foi a definição dos requisitos de projeto a serem cumpridos pelo sistema em malha fechada. Em seguida, realizou-se uma breve discussão a respeito das principais fontes de incertezas encontradas em sistemas rotativos suportados por MMA's e de como incorporá-las adequadamente ao modelo da planta para a síntese do controlador. Posteriormente, na seção 4.4, são apresentados os principais conceitos que fundamentam a atribuição de autoestrutura através da técnica de Múltiplos Modelos. Já na seção 4.5, trata-se de todos os aspectos relacionados ao projeto, desde a definição das incertezas a serem consideradas até a análise de estabilidade e de performance do sistema em malha fechada. Neste sentido, são realizadas comparações entre os resultados obtidos com o controlador modal com o controlador PI original (fornecido junto com a bancada).

4.1 Requisitos de Projeto do Controlador

Conforme já foi mencionado na seção 3.6, os sistemas rotativos suportados por mancais magnéticos são intrinsecamente instáveis. Portanto, o objetivo primário de qualquer controlador a ser desenvolvido é garantir a estabilidade robusta do sistema em toda a faixa de operação (SCHWEITZER; MASLEN, 2009). De acordo com Li (2007), isto significa que o

sistema deve ser robusto tanto em relação a incertezas paramétricas quanto a incertezas dinâmicas. Neste sentido, pode-se empregar desde análises mais simples, tais como as sugeridas pela norma ISO 14839-3 (com base nas Funções de Sensibilidade), quanto ferramentas mais elaboradas, como é o caso da análise dos valores singulares estruturados (análise μ), recomendadas para sistemas mais complexos (LI, 2007).

Outro aspecto fundamental é a rejeição de distúrbios, dentre os quais o desbalanceamento residual pode ser considerado como o mais significativo. Para lidar com este problema, a norma ISO 14839-2 recomenda classificar a severidade da vibração de acordo com limites dados em função da relação entre o máximo deslocamento em relação à folga mínima do sistema que, em geral, é dada pela distância entre o eixo e os mancais auxiliares.

Com base nas observações acima, pode-se definir os seguintes critérios de projeto para o controlador do sistema rotativo em estudo:

- Garantir a estabilidade robusta do sistema para toda a faixa de operação, priorizando a região localizada entre 8500 rpm e 12000 rpm, pois pretende-se lidar com rotores supercríticos. Além disso, também deve ser capaz de estabilizar todos os modos localizados na banda de frequência do controlador, ou seja, de 0 a 650 Hz;
- Manter os níveis de vibração abaixo de 30% do valor da folga mínima do sistema, ou seja, abaixo de 30 μm , para toda a faixa de operação. Adicionalmente, deve minimizar a vibração na faixa de operação entre 8500 e 12000 rpm;
- Minimizar o consumo de energia na faixa entre 8500 e 12500 rpm;
- Manter os valores máximos de corrente abaixo de 2A para toda a faixa de operação;
- O controlador projetado deve ser de baixa ordem, ou seja, de baixa complexidade e de fácil implementação.

Portanto, para que o projeto do controlador robusto seja considerado bem sucedido, é necessário que todos os requisitos acima especificados sejam satisfeitos.

4.2 Incertezas em sistemas com MMA's

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), para que um sistema seja considerado como robusto ele deve ser insensível a discrepâncias entre o sistema real e o modelo matemático utilizado para projetar o controlador. Tais diferenças podem ser

classificadas como divergências entre o modelo e a planta real, ou simplesmente como incertezas.

O método mais recomendado para incorporar as incertezas ao modelo baseia-se na hipótese de que o seu comportamento dinâmico deve ser representado não apenas por um modelo invariante no tempo, mas por uma família (ou conjunto) de possíveis modelos.

Em geral, as incertezas podem ser provenientes de diversas fontes, tais como (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

- Em diversos casos, não é possível conhecer o valor exato de alguns parâmetros do sistema, mas apenas aproximações;
- Os parâmetros do modelo linear podem se alterar tanto devido a não linearidades quanto a mudanças nas condições de operação;
- Incertezas nos equipamentos de medição, tais como problemas de resolução;
- Fenômenos desconhecidos que ocorrem em altas frequências, onde as incertezas podem atingir e superar 100%;
- Em muitos casos, apesar de haver um modelo bastante detalhado do sistema, a sua utilização é inviável devido a sua alta complexidade. Nestes casos, opta-se por representar seu comportamento usando um modelo nominal de baixa ordem, onde os efeitos dinâmicos desconsiderados são incluídos sob a forma de incertezas;
- O controlador implementado pode ser diferente do projetado tanto devido a processos de redução do controlador quanto à implementação propriamente dita.

Apesar da grande diversidade em relação às suas origens, as incertezas podem ser classificadas em duas categorias distintas. A primeira é denominada de Incerteza Paramétrica (ou real), onde a estrutura do modelo é conhecida (incluindo a sua ordem), mas alguns dos seus parâmetros são incertos. A segunda é chamada de Incerteza Dinâmica, onde o erro é devido à ausência de alguns efeitos dinâmicos, usualmente em altas frequências, tanto por sua omissão deliberada quanto pela falta de conhecimento a respeito do fenômeno físico envolvido.

As incertezas paramétricas podem ser quantificadas assumindo-se que cada parâmetro incerto varia dentro dos limites de uma região definida por um intervalo $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$. Desta forma, tem-se um conjunto (ou família) que pode ser definido sob a forma:

$$\alpha_p = \bar{\alpha} [1 + r_\alpha \Delta]$$

onde: $\bar{\alpha}$ corresponde ao valor médio do parâmetro, $r_{\alpha} = (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) / (\alpha_{\max} + \alpha_{\min})$ representa a incerteza relativa e Δ é qualquer escalar real que satisfaça a relação $|\Delta| \leq 1$.

Já as incertezas dinâmicas são algo mais difícil de se definir e quantificar, sendo que a melhor forma de representá-las é através de funções de ponderação concebidas no domínio da frequência. Isto leva a perturbações complexas normalizadas de forma que $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$.

As incertezas paramétricas também são conhecidas como incertezas estruturadas, já que modelam as incertezas de uma forma estruturada. Analogamente, as incertezas dinâmicas são chamadas de incertezas não estruturadas.

Deve-se mencionar que as incertezas, caso sejam grandes o suficiente, podem resultar em prejuízos consideráveis à estabilidade e à performance do sistema. No caso de máquinas rotativas suportadas por MMA's, isto pode ocorrer de uma forma ainda mais dramática, haja visto que trata-se de sistemas localmente estáveis e operacionalmente críticos (Stein, 2003). Portanto, é imprescindível a realização de uma análise cuidadosa acerca das principais fontes de incertezas em sistemas com MMA's.

Como uma provável fonte de incertezas, pode-se citar erros devido à linearização das forças magnéticas. Entretanto, este problema pode ser minimizado através do emprego de configurações nas quais os atuadores são posicionados em pares diametralmente opostos. Desta forma, é possível linearizar as forças eletromagnéticas com base em uma corrente de *bias* e considerando uma posição de equilíbrio em torno da qual o rotor se movimenta (SCHWEITZER; MASLEN, 2009).

Já como prováveis fontes de incertezas paramétricas, é possível elencar a variação das frequências naturais do sistema devido ao efeito giroscópico; a rigidez de corrente k_i e de posição k_s ; o amortecimento; as frequências naturais da base/suporte do sistema rotativo e a rigidez cruzada.

Em 2007, Li (2007) realizou um estudo detalhado a respeito do impacto das principais fontes de incertezas em sistemas rotativos com MMA's utilizando o Método da Métrica do Intervalo (*Gap Metric*). Este método permite quantificar a distância entre dois modelos de plantas em malha aberta com base no seu comportamento em malha fechada, para um mesmo controlador. A partir desta perspectiva, Li identificou que as incertezas com impacto mais significativo sobre a operação do sistema foram as frequências naturais do rotor, o efeito giroscópico, as frequências naturais da base/suporte dos mancais e a rigidez cruzada. Segundo esta referência, todas as outras fontes podem ser consideradas como não críticas, pois o próprio controlador é capaz de mitigá-las satisfatoriamente.

4.2.1 Incertezas Estruturadas e Não Estruturadas

Conforme tratado no item anterior, as incertezas não estruturadas são sempre empregadas para representar fenômenos dinâmicos desconhecidos ou deliberadamente negligenciados. Dentre as principais classes deste tipo de incerteza pode-se citar a incerteza multiplicativa e a incerteza aditiva, apresentadas na Fig. 4.1.

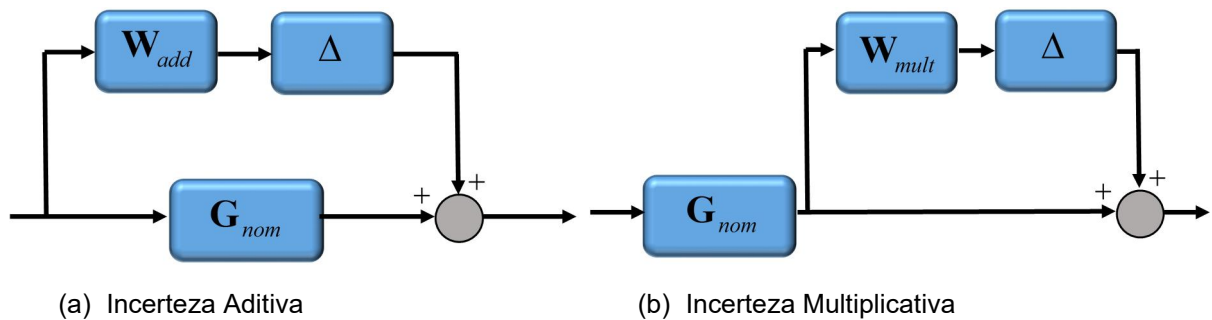


Figura 4.1 – Representação de sistemas com incertezas não estruturadas

Na Fig. 4.1, os blocos W_{add} e W_{mult} representam funções de ponderação no domínio da frequência onde, em geral, os valores das incertezas são relativamente pequenos em baixas frequências e consideravelmente elevados nas altas frequências, podendo chegar a valores superiores a 100%. Já os blocos Δ representam perturbações com norma limitada, ou seja, $\|\Delta\|_{\infty} < 1$. Em sistemas com incertezas aditivas, o bloco que as representa pode possuir um número diferente de entradas e de saídas, variando em função do número de canais de entrada/saída da planta nominal. Em contrapartida, o bloco referente às incertezas multiplicativas sempre possuirá o mesmo número de entradas e saídas que a planta nominal.

As incertezas estruturadas podem ser incluídas considerando uma saída adicional para cada parâmetro incerto, assumindo que a incerteza possui norma limitada $\|\Delta\|_{\infty} < 1$ e um escalar que define o tamanho da incerteza esperada. A partir daí, os blocos individuais de cada incerteza podem ser agrupados em um único bloco.

Neste ponto, é interessante mencionar que a grande diferença entre os blocos das incertezas não estruturadas e os blocos das incertezas estruturadas é que, neste último, o bloco Δ possui elementos não nulos apenas na sua diagonal, ao passo que no primeiro todos os elementos são diferentes de zero.

Segundo Gu; Petkov; Konstantinov (2013), é bastante comum encontrar, em aplicações práticas, cenários onde há tanto incertezas não estruturadas, tais como efeitos dinâmicos não modelados, quanto paramétricas (ou reais). Neste contexto, uma abordagem bastante

utilizada consiste em separar o sistema em duas partes distintas: a primeira contendo a parte nominal da planta; e, a segunda, contendo apenas as incertezas.

Para agrupar todas as incertezas em um único bloco, pode-se empregar a seguinte forma geral:

$$\Delta = \text{diag} \left[\delta_1 \mathbf{I}_{r_1}, \dots, \delta_s \mathbf{I}_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_f \right], \quad \delta_i \in \mathbb{C}, \Delta_j \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j} \quad (4.1)$$

onde $\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=1}^f m_j = n$ e n é a dimensão do bloco Δ .

Portanto, o bloco Δ é composto por dois tipos de incertezas: s blocos escalares repetidos e f blocos completos. Caso haja informações a respeito das incertezas paramétricas, os blocos escalares repetidos δ_i podem conter apenas números reais. Entretanto, para números reais, a análise se torna mais difícil. Os blocos completos Δ_j não precisam ser quadrados, porém, considerando-os assim, a sua representação se torna mais simples.

Quando todas as incertezas, dinâmicas e paramétricas, são agrupadas em um único bloco estruturado, conforme apresentado na Eq.(4.1), considera-se que as incertezas são “estruturadas”.

Após a definição do bloco de incertezas, é necessário conectá-lo ao modelo nominal. Uma abordagem bastante empregada para realizar esta tarefa é a descrição da planta utilizando a Transformação Linear Fracionada (TLF), também conhecida como formulação $\mathbf{M} - \Delta$. Na Fig. 4.2 apresenta-se o exemplo de uma planta sob a forma de uma TLF, onde \mathbf{v} e \mathbf{c} são os sinais que permitem a interação entre a planta nominal e o bloco de incertezas.

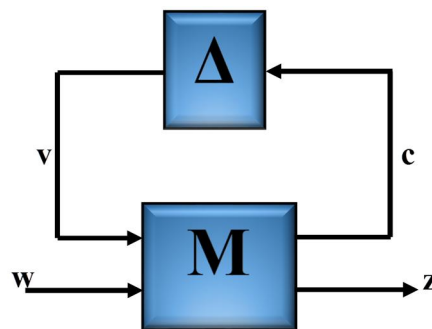


Figura 4.2 – Representação das conexões entre o sistema e o modelo das incertezas

A matriz das funções de transferência de interconexão $\mathbf{M}(s)$ pode então ser particionada segundo a Eq. (4.2) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

$$\mathbf{M} = \mathcal{F}(G_{nom}, K) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde as dimensões de \mathbf{M}_{11} são compatíveis com as dimensões de Δ . Através de manipulações algébricas, é possível obter a seguinte expressão:

$$\mathbf{z} = \left[\mathbf{M}_{22} + \mathbf{M}_{21}\Delta(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{11}\Delta)^{-1} \mathbf{M}_{12} \right] \quad (4.3)$$

Se $(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{11}\Delta)^{-1}$ existe, então TLF pode ser escrita de acordo com a Eq.(4.4):

$$\mathcal{F}(\mathbf{M}, \Delta) = \mathbf{M}_{22} + \mathbf{M}_{21}\Delta(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{11}\Delta)^{-1} \mathbf{M}_{12} \quad (4.4)$$

onde $\mathcal{F}(\mathbf{M}, \Delta)$ é chamado de Transformação Linear Fracionada (TLF) de \mathbf{M} e Δ . Devido ao fato da malha superior de \mathbf{M} ser fechada pelo bloco Δ , tem-se uma Transformação Linear Fracionada Superior, $\mathcal{F}_u(\mathbf{M}, \Delta)$. De maneira análoga, também define-se a Transformação Linear Fracionada Inferior $\mathcal{F}_l(\mathbf{M}, \Delta)$, que é usualmente empregada para indicar a incorporação de um controlador \mathbf{K} ao sistema, conforme pode ser observado na Fig. 4.3.

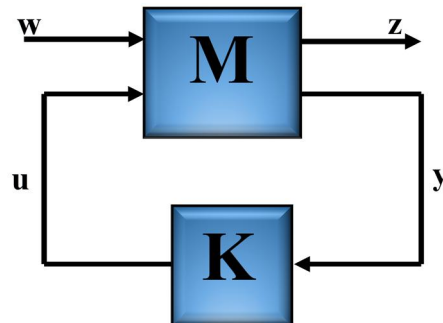


Figura 4.3 – Transformação Linear Fracionada Inferior entre a planta e o controlador

Na Fig. 4.3, \mathbf{M} é a planta, \mathbf{K} é o controlador, \mathbf{u} é o vetor de controle, \mathbf{y} é o vetor de saída medido, \mathbf{w} é o vetor contendo os distúrbios de entrada e \mathbf{z} são as medidas de

performance. A função de transferência em malha aberta entre os distúrbios externos de entrada \mathbf{w} e as medidas de performance é representada por $\mathbf{T}_{zw}(j\omega)$.

A expressão para a TLF inferior é dada pela Eq.(4.5):

$$\mathcal{F}_l(\mathbf{M}, \mathbf{K}) = \mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{12} \mathbf{K} (\mathbf{I} - \mathbf{M}_{22} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{M}_{21} \quad (4.5)$$

Portanto, emprega-se uma TLF superior para definir a conexão entre a planta nominal $\mathbf{G}_{nom}(s)$ e o bloco de incertezas estruturadas Δ , permitindo a obtenção de $\mathbf{P}(s) = \mathcal{F}_u(\mathbf{G}_{nom}, \Delta)$. Com isso, tem-se uma descrição completa a respeito do modelo incerto da planta a ser empregado na análise e na síntese de controladores robustos. De maneira análoga, a TLF inferior é empregada para representar a conexão entre o modelo nominal e o candidato a controlador robusto $\mathbf{K}(s)$, produzindo $\mathbf{M}(s) = \mathcal{F}_l(\mathbf{G}_{nom}, \mathbf{K})$, permitindo analisar a robustez do controlador $\mathbf{K}(s)$ quando o sistema está sujeito as perturbações Δ .

4.3 Estabilidade Robusta

A estabilidade robusta pode ser definida como a capacidade que um controlador possui de estabilizar todas as plantas que fazem parte de uma família de modelos que representam as incertezas da planta real, incluindo o modelo nominal. Este conceito possui grande importância, uma vez que sempre há discrepâncias consideráveis entre os modelos e os sistemas físicos reais. Portanto, caso as incertezas sejam adequadamente modeladas, o sistema físico poderá ser estabilizado por qualquer controlador capaz de atingir a estabilidade robusta (LÖSCH, 2002).

Quando pretende-se avaliar a estabilidade robusta de sistemas dinâmicos, um conceito fundamental que deve ser bem compreendido é o Teorema do Valor Pequeno, pois serve de base para ferramentas de análise mais complexas, como a análise dos valores singulares estruturados, também conhecida como análise μ .

Para ilustrar melhor o significado deste teorema, apresenta-se na Fig. 4.4(a) um sistema com duas entradas e duas saídas, composto por dois sistemas estáveis e invariantes no tempo \mathbf{G}_1 e \mathbf{G}_2 , ambos com ganhos finitos γ_1 e γ_2 , respectivamente.

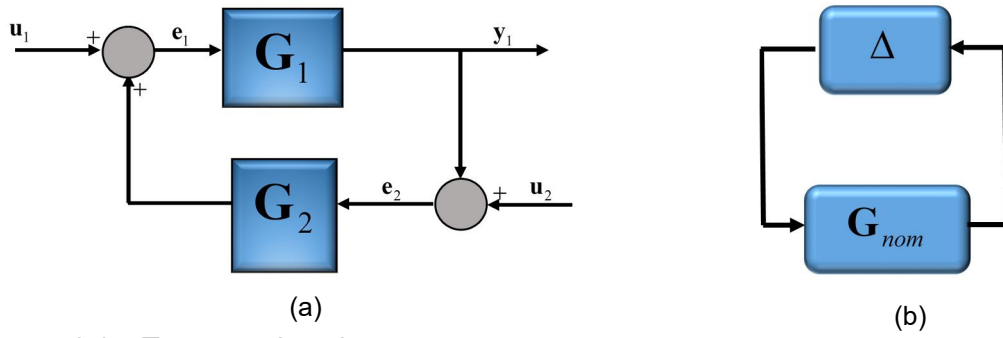


Figura 4.4 – Teorema do valor pequeno

Uma condição suficiente para que a saída y_1 seja limitada para qualquer par de entradas u_1 e u_2 é que o produto dos ganhos de todos os elementos seja menor do que a unidade, ou seja $\gamma_1 \cdot \gamma_2 < 1$ (GU; PETKOV; KONSTANTINOV, 2013; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). De acordo com o teorema do valor pequeno, para se analisar a estabilidade robusta de um sistema é necessário, em primeiro lugar, considerar que G_1 e G_2 representam, respectivamente, o sistema em malha fechada e o modelo das incertezas, conforme apresentado na Fig.4.4(b). Em seguida, é necessário determinar o quanto de incertezas o sistema é capaz de suportar antes de se desestabilizar.

Também é possível analisar o Teorema do valor pequeno sob outro ponto de vista: para que o sistema apresentado na Fig. 4.4(b) seja internamente estável para todo $\|\Delta\|_\infty < \gamma$ é necessário que $\|G_{nom}\|_\infty < 1/\gamma$.

Portanto, pode-se interpretar que o teorema do valor pequeno estabelece que, para incertezas não estruturadas, o valor máximo da incerteza tolerada pelo sistema é determinado pelos ganhos das funções de transferência entre os seus canais de entrada e de saída.

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), a análise da estabilidade robusta com base no teorema do valor pequeno se torna bastante conservativa quando se lida com incertezas estruturadas. Isto se deve, principalmente, ao fato das incertezas físicas reais possuírem limites mais apertados do que os obtidos utilizando incertezas não estruturadas.

O primeiro passo para se analisar a estabilidade robusta de um sistema de controle é a correta caracterização das incertezas presentes. Neste sentido, é necessário agrupar os dois tipos de incertezas em um único bloco, ou seja, “estruturá-las” de acordo com a Eq.(4.1). Então pode-se definir o conjunto de todas as funções de transferências racionais, estáveis e diagonais por blocos que possuam a mesma estrutura de Δ :

$$\mathcal{M}(\Delta) := \{\Delta(\cdot) \in \mathbb{RH}_\infty : \Delta(s) \in \Delta \forall s \in \mathbb{C}\} \quad (4.6)$$

Com base no sistema de controle apresentado na Fig. 4.4(b) é possível definir a condição para a estabilidade do sistema em malha fechada:

$$\det(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{nom}(s)\Delta) \neq 0 \quad \forall s \in \overline{\mathbb{C}}_+ \quad (4.7)$$

Assumindo que o sistema em malha fechada seja estável para todo $\Delta \in \mathbf{\Delta}$, onde $0 < \|\Delta\|_\infty < \gamma$, é possível descobrir até que ponto γ pode ser incrementado para que a Eq.(4.7) se anule primeiro. De acordo com Lösch (2002), este valor máximo γ_{\max} é o raio de estabilidade robusta do sistema em malha fechada para incertezas não estruturadas, baseado no teorema do valor pequeno, sendo:

$$\frac{1}{\gamma_{\max}} = \|\mathbf{G}_{nom}\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(\mathbf{G}_{nom}(j\omega)) \quad (4.8)$$

Para valores fixos de ω e para $\mathbf{G}_{nom}(j\omega) \neq 0$, é possível reescrever a expressão para o valor singular de $\mathbf{G}_{nom}(j\omega)$ conforme a Eq. (4.9):

$$\bar{\sigma}(\mathbf{G}_{nom}(j\omega)) = \frac{1}{\min \left\{ \bar{\sigma}(\tilde{\Delta}) : \det(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{nom}(j\omega)\tilde{\Delta}) = 0 \right\}} \quad (4.9)$$

onde $\tilde{\Delta}$ representa a matriz de incertezas não estruturadas.

A Eq.(4.9) permite afirmar que máximo valor singular de $\mathbf{G}_{nom}(j\omega)$ pode ser considerado como uma medida do menor valor da matriz de incertezas não estruturadas $\tilde{\Delta}$ capaz de desestabilizar o sistema em malha fechada para uma dada frequência ω .

Considere-se o mesmo sistema $\mathbf{G}_{nom}(j\omega)$, mas agora sujeito às incertezas estruturadas $\tilde{\Delta} \in \mathbf{\Delta}$, onde são descartados do bloco de incertezas todos os termos cruzados indesejados. Neste caso, também é possível definir um valor singular estruturado através da Eq.(4.10).

$$\mu_\Delta(\mathbf{G}_{nom}(j\omega)) := \frac{1}{\min \left\{ \bar{\sigma}(\tilde{\Delta}) : \det(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{nom}(j\omega)\tilde{\Delta}) = 0, \tilde{\Delta} \in \mathbf{\Delta} \right\}} \quad (4.10)$$

Assim, também pode-se definir um raio de estabilidade para as incertezas estruturadas:

$$\frac{1}{\gamma_{\text{Smax}}} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}(\mathbf{G}_{nom}(j\omega)) \quad (4.11)$$

Com isso, é possível definir um novo método para avaliar a robustez de um sistema em relação a incertezas estruturadas:

$$\|\mathbf{G}_{nom}\|_{\Delta} := \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}(\mathbf{G}_{nom}(j\omega)) \quad (4.12)$$

Deve-se mencionar que $\|\cdot\|_{\Delta}$ não pode ser considerado como uma norma, pois não cumpre um dos requisitos básicos para esta definição, qual seja a desigualdade triangular.

Neste ponto, é interessante apresentar o Teorema da Robustez a Incertezas Estruturadas, análogo ao teorema do valor pequeno, que permite avaliar o tamanho máximo da incerteza deste tipo que pode ser tolerada pelo sistema. Segundo este teorema, o sistema da Fig. 4.4(b) é internamente estável para todo $\Delta \in \mathcal{M}(\Delta)$ com $\|\Delta\|_{\infty} \leq \gamma$ se, e somente se, $\|\mathbf{G}_{nom}\|_{\Delta} < 1/\gamma$.

Por fim, deve-se mencionar que não há um método eficiente para o cálculo de $\|\cdot\|_{\Delta}$ e a sua estimativa é baseada no cálculo dos seus limites superior e inferior, avaliados para uma malha formada por uma quantidade finita de pontos frequenciais. O método para a determinação destes limites pode ser encontrado em Zhou (1996).

4.4 Controle Modal Robusto utilizando o Método dos Múltiplos Modelos

A estratégia de projeto robusto adotada neste trabalho é baseada, principalmente, nos trabalhos de Magni (2002), Magni et al. (1998), Chiappa et al. (1998), Le Gorrec; Magni; Chiappa (1997) e Le Gorrec et al. (1998). Nestas referências são empregadas técnicas de Modelos Múltiplos para projetar controladores robustos através da atribuição de autoestrutura.

Na técnica de Múltiplos Modelos há duas abordagens principais. A primeira baseia-se na elaboração de um compensador dinâmico sob a forma de uma matriz de funções de transferência. Já a segunda técnica consiste na obtenção de um controlador baseado em uma estrutura na qual a planta original é estendida através do emprego de observadores de estado. Neste trabalho, será utilizada a primeira abordagem, ou seja, aquela baseada nas funções de transferência, pois oferece maior liberdade de projeto (MAGNI et al., 1998).

O projeto de controladores robustos em relação a incertezas em parâmetros reais é um tema que ainda possui um grande potencial a ser explorado, especialmente em aplicações relacionadas a sistemas multivariáveis. Em geral, as incertezas são modeladas usando a representação $\mathbf{M} - \Delta$, introduzida na seção 4.2.1, que é bem mais eficiente para a análise do que para a síntese do controlador. A partir daí, é possível identificar os casos mais críticos e avaliar a robustez do sistema através do emprego de diversas ferramentas, tais como mapas de polos/zeros e respostas no tempo. Neste trabalho também será empregada a análise μ , pois através do cálculo dos limites superior e inferior de μ é possível identificar os casos mais críticos do ponto de vista da estabilidade. Em seguida, através do emprego da Técnica de Múltiplos Modelos, projeta-se um controlador robusto de baixa ordem contemplando um conjunto dos piores casos identificados na fase anterior.

Este ciclo é repetido até que se obtenha um controlador capaz de satisfazer os critérios de projeto. Deve-se observar que, apesar da síntese ser realizada com base em uma quantidade limitada de modelos, o projeto resultante é válido ao longo de todo o conjunto contínuo representado pela formulação $\mathbf{M} - \Delta$, permitindo reduzir significativamente os esforços computacionais (MAGNI et al., 1998).

Este ciclo de projeto é denominado “iteração μ ”, pois alterna a análise μ com o projeto multimodelo. A seguir, apresenta-se os passos a serem seguidos:

Passo 0: Projetar um controlador inicial baseado, por exemplo, no modelo nominal;

Passo 1: Realizar a análise da estabilidade e do desempenho robusto do sistema em malha fechada. Esta tarefa pode ser cumprida utilizando a análise μ , a análise das respostas no tempo, e/ou mapa de polos. Caso o projeto seja satisfatório em relação aos requisitos de projeto para todos os valores relevantes de Δ , encerrar o processo. Caso contrário, identificar os piores casos e ir para o passo 2;

Passo 2: Inserir os piores casos no processo de otimização com a finalidade de cumprir os requisitos de projeto para todos os modelos tratados na iteração anterior. Voltar ao passo 1.

É importante mencionar que, no passo 0, o controlador inicial não precisa ser baseado obrigatoriamente na aproximação modal. Chiappa et al. (1998) empregou como ponto de partida um controlador inicial projetado com base na abordagem H_∞ .

No passo 1, que é dedicado à identificação dos piores casos, o emprego técnica de análise μ é bastante atrativa para a avaliação da estabilidade robusta devido a presença de incertezas estruturadas.

4.4.1 Definição do Problema

Considere-se uma planta representada sob a forma de um sistema linear com n_p estados, m entradas e p saídas, conforme a Eq.(4.13)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{4.13}$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estados, \mathbf{y} o vetor das medições, \mathbf{u} é o vetor de entradas, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n_p \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n_p}$ e $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times m}$. Além disso, $\text{Rank}(\mathbf{B}) = m$, $\text{Rank}(\mathbf{C}) = p$. Portanto, a matriz de transferência da planta em malha aberta é dada por $\mathbf{G} = \mathbf{C}(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$. Para estabilizar este sistema, emprega-se um compensador dinâmico cuja função de transferência é dada por $\mathbf{K}(s) = \mathbf{C}_c(\mathbf{sI} - \mathbf{A}_c)^{-1}\mathbf{B}_c + \mathbf{D}_c$, que também pode ser escrito sob a forma de espaço de estados, conforme a Eq.(4.14).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_c &= \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c\mathbf{u}_c \\ \mathbf{y}_c &= \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c\mathbf{u}_c\end{aligned}\tag{4.14}$$

onde $\mathbf{A}_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$, $\mathbf{B}_c \in \mathbb{R}^{n_c \times m_c}$, $\mathbf{C}_c \in \mathbb{R}^{p_c \times n_c}$ e $\mathbf{D}_c \in \mathbb{R}^{p_c \times m_c}$.

Para simplificar a nomenclatura, a planta em espaço de estados de ordem n_p será representada por χ e a extensão dinâmica devido ao compensador de ordem n_c será representada por χ_c , cujos vetores de estados estão contidos em \mathbb{R} e os autovetores em \mathbb{C} . O espaço de estados correspondente à conexão entre os dois sistemas, onde $\mathbf{y} = \mathbf{u}_c$ e $\mathbf{u} = \mathbf{y}_c$, sendo representada por $\chi \otimes \chi_c$. De acordo com Magni et al. (1998), um compensador dinâmico pode ser visto como um controlador proporcional representado pela sua respectiva matriz de ganhos $\bar{\mathbf{K}}$, que estabiliza o sistema estendido $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{D}})$, ou seja, $\chi \otimes \chi_c$, onde:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}} &= \text{diag}\{\mathbf{A}, \mathbf{0}\}; \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ I_{n_c \times n_c} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_{n_c \times n_c} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \bar{\mathbf{D}} = \text{diag}\{\mathbf{0}, \mathbf{D}\}; \\ \bar{\mathbf{K}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_c & \mathbf{B}_c \\ \mathbf{C}_c & \mathbf{D}_c \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.15}$$

Para o sistema em malha fechada apresentado na Eq.(4.15) os autovetores à esquerda e à direita são denotados por $(\mathbf{v}, \mathbf{v}_c)$ e $(\mathbf{u}, \mathbf{u}_c)$, respectivamente. Deve-se mencionar que os autovetores \mathbf{v} e \mathbf{u} pertencem a planta; já os autores \mathbf{v}_c e \mathbf{u}_c são provenientes do compensador.

Para inserir as incertezas que serão levadas em consideração para o projeto do controlador robusto, é necessário representar o sistema dado pela Eq.(4.13) sob a forma $\mathbf{M} - \Delta$. Para tanto, configura-se uma família de modelos representando todos os casos possíveis para o bloco de incertezas Δ com norma limitada. Portanto, um determinado caso correspondendo a um valor fixo $\Delta = \Delta_i$, cuja matriz de transferência é dada por $\mathbf{G}_{\Delta_i} = \mathfrak{F}_u(\mathbf{M}(s), \Delta_i)$, ou $(\mathbf{A}_{\Delta_i}, \mathbf{B}_{\Delta_i}, \mathbf{C}_{\Delta_i}, \mathbf{D}_{\Delta_i})$ no espaço de estados pode ser referenciado como modelo i . Através deste procedimento, é possível selecionar apenas os modelos correspondentes aos casos mais críticos para serem efetivamente incluídos no projeto do compensador dinâmico robusto.

4.4.2 Compensadores Dinâmicos

Considere-se que o autovalor em malha fechada $\lambda_i \in \mathbb{C}$ e seu autovetor correspondente $\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^n$ satisfazem a Eq.(4.16) para $\mathbf{w}_i \in \mathbb{C}$:

$$(\mathbf{A} - \lambda_i) \mathbf{v}_i + \mathbf{B} \mathbf{w}_i = 0 \quad (4.16)$$

onde \mathbf{w}_i corresponde às direções de entrada. Então o vetor \mathbf{v}_i pode ser atribuído por um controlador proporcional \mathbf{K} se e somente se a Eq.(4.17) é satisfeita.

$$\mathbf{K}(\mathbf{C} \mathbf{v}_i + \mathbf{D} \mathbf{w}_i) = \mathbf{w}_i \quad (4.17)$$

Além disso, é possível afirmar que λ_i e \mathbf{v}_i , ambos pertencentes ao sistema χ , são atribuídos por um compensador dinâmico se existir um vetor $\mathbf{v}_{ci} \in \chi_c$ tal que λ_i e $(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_{ci})$ sejam respectivamente o autovalor e o autovetor em malha fechada do sistema formado pela conexão entre a planta e o compensador dinâmico, $\chi \otimes \chi_c$. De acordo com Le Gorrec et al. (1998), para que o autovetor \mathbf{v}_i seja atribuído por um compensador dinâmico $\mathbf{K}(s)$, é necessário que:

$$\mathbf{K}(\lambda_i)(\mathbf{C}\mathbf{v}_i + \mathbf{D}\mathbf{w}_i) = \mathbf{w}_i \quad (4.18)$$

Deve-se mencionar que, mesmo quando $\lambda_i \in \mathbb{C}$, é possível encontrar um $\mathbf{K}(s)$ que contenha apenas coeficientes reais se, e somente se, for considerada uma condição adicional:

$$\mathbf{K}(\bar{\lambda}_i)(\mathbf{C}\bar{\mathbf{v}}_i + \mathbf{D}\bar{\mathbf{w}}_i) = \bar{\mathbf{w}}_i \quad (4.19)$$

Com relação ao tamanho do compensador dinâmico, recomenda-se que o processo seja iniciado com a menor ordem possível e, caso seja necessário, deve-se aumentar gradualmente a sua complexidade.

4.4.3 Restrições para a Atribuição de Autoestrutura

Segundo Magni (1998), para que as restrições sobre as quais a técnica de atribuição de autoestrutura se baseia sejam lineares é necessário que tanto os autovalores quanto os autovetores sejam escolhidos simultaneamente.

Neste sentido, uma forma de atribuir autovetores de forma bastante conveniente é feita através do uso de projeções ortogonais dos autovetores do sistema em malha aberta ou da iteração anterior. Além disso, deve-se mencionar que a atribuição de auto estrutura só será realizada para a parte dos autovetores do sistema em malha fechada correspondentes à planta (\mathbf{v}_i); portanto, a outra parte dos autovetores que estão relacionados ao compensador (\mathbf{v}_{ci}) são ignorados durante o processo.

Para introduzir o conceito de projeção ortogonal é necessário, em primeiro lugar, considerar duas matrizes, $\mathbf{V}(\lambda)$ e $\mathbf{W}(\lambda)$, definidas como sendo a solução de $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{V}(\lambda) + \mathbf{B}\mathbf{W}(\lambda) = 0$, com $\mathbf{V}(\lambda)$ de máximo tamanho e *rank* (posto) máximo. Em seguida, considere-se que $\tilde{\mathbf{v}}_\alpha = (\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{v}_{c\alpha}) \in \mathcal{X} \otimes \mathcal{X}_{c\alpha}$ seja um autovetor à direita atribuído por um controlador dinâmico $\mathbf{K}_\alpha(s)$, correspondendo a uma extensão dinâmica $\mathcal{X}_{c\alpha}$. Da mesma forma, o controlador dinâmico $\mathbf{K}_\beta(s)$, com a extensão dinâmica $\mathcal{X}_{c\beta}$, atribui um autovetor à direita $\tilde{\mathbf{v}}_\beta = (\mathbf{v}_\beta, \mathbf{v}_{c\beta}) \in \mathcal{X} \otimes \mathcal{X}_{c\beta}$. Neste contexto, só é possível afirmar que compensador

dinâmico $\mathbf{K}_\beta(s)$ atribui uma projeção de $\tilde{\mathbf{v}}_\alpha$ se ele fornece um vetor $\tilde{\mathbf{v}}_\beta$ tal que, para um vetor $\mathbf{v}_{c_\beta} \in \mathcal{X}_{c_\beta}$:

$$\mathbf{v}_\beta = \mathbf{V}(\lambda_\beta)\eta; \mathbf{w}_\beta = \mathbf{W}_\beta\eta \quad (4.20)$$

onde η é dado por:

$$\eta = \left(\mathbf{V}(\lambda_\beta)^* \mathbf{V}(\lambda_\beta) \right)^{-1} \mathbf{V}(\lambda_\beta)^* \mathbf{v}_\alpha \quad (4.21)$$

sendo que o símbolo $*$ denota o conjugado transposto.

O compensador é calculado através de um processo de minimização da sua variação em uma determinada banda de frequência. Neste processo, ao se atribuir projeções dos autovetores, minimiza-se alterações nas restrições de atribuição de autoestrutura, evitando alterações drásticas no comportamento do compensador entre as diversas etapas do seu projeto. Isto pode ser justificado pelo fato de que a sensibilidade de primeira ordem da matriz dos autovalores está diretamente relacionada aos autovetores à direita e à esquerda. Portanto, ao se empregar as suas projeções, preserva-se tanto as características dos autovetores quanto a dispersão dos polos durante o projeto do compensador (LE GORREC et al., 1998).

Para ilustrar a elaboração das restrições, considere-se duas triplas $(\mathbf{v}_1, \mathbf{w}_1, \lambda_1)$ e $(\mathbf{v}_2, \mathbf{w}_2, \lambda_2)$, que devem ser atribuídas a dois modelos selecionados a partir de uma família $\mathbf{M} - \Delta$. O modelo 1 é constituído pelo modelo nominal quando sujeito ao bloco de incertezas Δ_1 . Da mesma forma, o modelo 2 refere-se ao modelo nominal quando considerado o bloco de incertezas Δ_2 , sendo que $\Delta_1, \Delta_2 \in \Delta$. Portanto, para que se possa atribuir as triplas, é necessário satisfazer as equações: $(\mathbf{A}_{\Delta_1} - \lambda_1 \mathbf{I})\mathbf{v}_1 + \mathbf{B}_{\Delta_1}\mathbf{w}_1 = 0$ e $(\mathbf{A}_{\Delta_2} - \lambda_2 \mathbf{I})\mathbf{v}_2 + \mathbf{B}_{\Delta_2}\mathbf{w}_2 = 0$. Conforme mencionado anteriormente, os autovetores são escolhidos por projeção.

Neste contexto, o problema dos Modelos Múltiplos consiste em resolver o sistema formado pelas equações $K(\lambda_1)(C_{\Delta_1} \mathbf{v}_1 + D_{\Delta_1} \mathbf{w}_1) = \mathbf{w}_1$ e $K(\lambda_2)(C_{\Delta_2} \mathbf{v}_2 + D_{\Delta_2} \mathbf{w}_2) = \mathbf{w}_2$. Portanto, pode-se escrever este sistema como $K(\lambda_i)\alpha_i = \beta_i$:

$$\alpha_i = (C_{\Delta_i} \mathbf{v}_i + D_{\Delta_i} \mathbf{w}_i), \beta_i = \mathbf{w}_i \quad (4.22)$$

Ao se considerar que o controlador proporcional $K_k(s)$ do sistema aumentado pela extensão dinâmica n_c seja o ponto de partida para o processo, este controlador corresponde a um dado conjunto de restrições similares a Eq.(4.22):

$$\mathbf{K}_k(\lambda_i)\alpha_i = \beta_i, i = 1, \dots, q \quad (4.23)$$

O processo de solução do sistema apresentado pela Eq.(4.23) pode ser dividido em 3 passos:

1. **Análise.** Neste passo, realiza-se a análise μ com a finalidade de determinar quais modelos se tornam instáveis conforme o valor das incertezas Δ aumenta;
2. **Projeto.** Calcular o autovetor a direita \mathbf{v}_i , correspondente à λ_i para o sistema identificado como sendo o pior caso controlado por $\mathbf{K}_k(\lambda_i)$;
 - a. Escolher um novo valor para λ_i denotado por λ'_i e calcular o novo autovetor a direita \mathbf{v}'_i (e \mathbf{w}'_i) conforme a Eq. (4.20) e a Eq. (4.21)
 - b. Adicionar ao sistema da Eq.(4.23) uma nova equação:

$$\mathbf{K}_{k+1}(\lambda_{q+1})\alpha_{q+1} = \beta_{q+1} \quad (4.24)$$

onde $\alpha_{q+1} = C_{\Delta_i} \mathbf{v}'_i + D_{\Delta_i} \mathbf{w}'_i$ e $\beta_{q+1} = \mathbf{w}'_i$.

3. Resolver o sistema formado pelas Eq.(4.23)-(4.24) para $\mathbf{K}_{k+1}(s)$. Caso seja necessário, aumentar a ordem da extensão dinâmica.

O problema que deve ser resolvido consiste no cálculo de $\mathbf{K}(s)$, sujeito ao conjunto de restrições apresentado na Eq.(4.23), e a um critério dado pela Eq.(4.26); ou com restrições na forma de LMI's, conforme apresentado na Eq.(4.32).

4.4.4 Compensador Dinâmico com estrutura pré-definida

Nesta abordagem, apresentada por Magni (2002), assume-se que a matriz de transferência do compensador dinâmico $\mathbf{K}(s)$ possui uma estrutura definida previamente, conforme apresentado na Eq.(4.25).

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} \frac{b_{011}s^q + b_{111}s^{q-1} + \dots + b_{q11}}{s^q + a_{111}s^{q-1} + \dots + a_{q11}} & \dots & \frac{b_{01p}s^q + b_{11p}s^{q-1} + \dots + b_{q1p}}{s^q + a_{111}s^{q-1} + \dots + a_{q1p}} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{b_{0m1}s^q + b_{1m1}s^{q-1} + \dots + b_{qm1}}{s^q + a_{1m1}s^{q-1} + \dots + a_{qm1}} & \dots & \frac{b_{0mp}s^q + b_{1mp}s^{q-1} + \dots + b_{qmp}}{s^q + a_{1m1}s^{q-1} + \dots + a_{qmp}} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Deve mencionar que os denominadores da Eq.(4.25) devem ser escolhidos no início do processo, permitindo fixar a ordem do compensador projetado. Em contrapartida, os coeficientes dos numeradores b_{ijk} são as variáveis de projeto do processo de otimização e possuem efeito predominante sobre a performance do sistema. Também é possível definir numeradores e denominadores com graus diferentes entre si para cada elemento da matriz e, para tanto, é necessário fazer com que os coeficientes desejados se anulem, " $b_{ijk} = 0$ ", na Eq.(4.25).

Segundo Magni (2002), a escolha dos polos do controlador deve ser feita levando-se em consideração a banda de frequência desejada, portanto, os valores de λ_{ci} não devem ser muito elevados para evitar os efeitos negativos devido a contaminação por ruído de alta frequência. Desta forma, estes polos funcionam como filtro passa baixa. Quando se lida com estruturas flexíveis é interessante alocar alguns polos do compensador relativamente próximos aos polos da planta a serem controlados. Para se obter um efeito integral, também

deve-se considerar a alocação de alguns polos próximos a origem. Deve-se observar que, segundo Chiappa et al. (2001), na prática, a escolha dos polos do controlador não assume uma importância primária quando as recomendações acima são levadas em consideração.

4.4.5 Programação Linear Quadrática

Em geral, a estrutura apresentada na Eq.(4.25) fornece uma quantidade de graus de liberdade maior do que o mínimo necessário para o projeto do compensador, na forma dos coeficientes dos numeradores b_{kij} . Por esta razão, define-se um critério quadrático J , baseado na norma de Frobenius, que permite manter o ganho do compensador o mais próximo possível de zero ou de um ganho de referência, Eq.(4.26).

$$J = \sum_{i=1}^r \left\| \mathbf{K}_{ref}(j\omega_i) - \mathbf{K}(j\omega_i) \right\|_F^2 \quad (4.26)$$

onde $\omega_i, i = 1, \dots, r$ são os pontos localizados dentro na banda de frequência para os quais se deseja que o ganho projetado se aproxime do ganho de referência. Para se resolver o problema de minimização, deve-se escrever a Eq.(4.26) em função dos parâmetros desconhecidos b_{ijk} . Neste sentido, define-se o vetor Ξ_k , contendo as variáveis de projeto referentes à k -ésima linha da Eq. (4.25):

$$\Xi_k = [b_{0k1}, \dots, b_{qk1}, \dots, b_{0kp}, \dots, b_{qkp}] \quad (4.27)$$

Em seguida, define-se uma matriz $\mathbf{X}_k(\lambda)$ tal que:

$$\mathbf{X}_k = \text{Diag} \left\{ \frac{1}{a_{k1}(\lambda)} \begin{bmatrix} \lambda^q \\ \lambda^{q-1} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \dots, \frac{1}{a_{kp}(\lambda)} \begin{bmatrix} \lambda^q \\ \lambda^{q-1} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.28)$$

onde o termo $a_{kj}(\lambda)$ é o denominador do kj -ésimo elemento de $\mathbf{K}(s)$, avaliado para $s = \lambda$. Assim, é possível reescrever a Eq.(4.25):

$$\mathbf{K}(s) = \sum_{k=1}^m \mathbf{e}_k \Xi_k \mathbf{X}_k(s) \quad (4.29)$$

onde \mathbf{e}_k é um vetor coluna da base canônica de \mathbb{R}^m , cujos elementos são todos nulos, exceto o k -ésimo, que é igual a unidade. De maneira análoga, também é possível reescrever as restrições, dadas pela Eq.(4.23):

$$\Xi_k \mathbf{X}_k(\lambda_i) \alpha_i = \mathbf{e}_k^T \beta_i, \quad k = 1, \dots, m \quad (4.30)$$

O critério apresentado pela Eq.(4.26) pode ser posto sob a forma de um problema de programação linear quadrática:

$$J = \sum_{k=1}^m \left(\Xi_k \mathbf{X}_k(j\omega_i) \mathbf{X}_k^*(j\omega_i) \Xi_k^T + 2 \Xi_k \mathbf{X}_k(j\omega_i) \mathbf{K}_{ref}^*(j\omega_i) \mathbf{e}_k \right) \quad (4.31)$$

Portanto, a determinação do controlador $\mathbf{K}(s)$ consiste em resolver um problema de Programação Linear Quadrática, minimizando o critério apresentado na Eq.(4.31), sujeito às restrições da Eq.(4.30).

Segundo Magni et al. (1998), o emprego de um critério quadrático, em geral, é suficiente para lidar com requisitos no domínio da frequência. Entretanto, quando se considera mais do que um ponto de frequência, o problema se converte na otimização de um critério quadrático global, onde as propriedades locais não podem ser garantidas, podendo gerar ganhos insatisfatórios. Para remediar esta desvantagem devido a otimização para múltiplos pontos de frequência, sugere-se o emprego de restrições baseadas em Desigualdade Lineares Matriciais (LMI's' – *Linear Matrix Inequalities*). Com isso, cada restrição pode ser satisfeita com exatidão quando o problema das Desigualdades Lineares Matriciais possui solução.

Sabe-se que as restrições baseadas em LMI's podem ser obtidas a partir das restrições lineares de igualdade. Desta forma, pode-se substituir o critério apresentado na Eq. (4.26) por um conjunto de LMI's:

$$\bar{\sigma}(\mathbf{K}_{ref}(j\omega_i) - \mathbf{K}(j\omega_i)\mathbf{N}_i) < \gamma_i, i = 1, \dots, r \quad (4.32)$$

onde as variáveis de projeto são os coeficientes dos numeradores dos elementos da matriz de transferência dada pela Eq.(4.25).

Com base no problema de atribuição utilizando múltiplos modelos, apresentado pela Eq.(4.30), pode-se considerar que:

$$\alpha_k = [\mathbf{X}_k(\lambda_1)\alpha_1 \quad \dots \quad \mathbf{X}_k(\lambda_q)\alpha_q], \quad \beta_k = [\mathbf{e}_k^T \beta_1 \quad \dots \quad \mathbf{e}_k^T \beta_q] \quad (4.33)$$

Deve-se mencionar que as colunas complexas destas matrizes são substituídas pelas suas partes real e imaginária, tal que α_k e β_k sejam reais.

As soluções do problema de atribuição de autoestrutura utilizando múltiplos modelos (Eq.(4.30)) deve ser parametrizada por m matrizes $\Psi_k \in \mathbb{R}^{1 \times p(q+1)}, k = 1, \dots, m$. Assim, as soluções são:

$$\mathbf{K}(s) = \sum_{k=1}^m \mathbf{e}_k \Xi_k \mathbf{X}_k(s) \quad (4.34)$$

$$\text{onde: } \Xi_k = \Xi_{0k} + \Psi_k \mathbf{Z}_k \text{ e } \Xi_{0k} = \beta_k (\alpha_k^T \alpha_k)^{-1} \alpha_k^T; \text{Ker}(\mathbf{Z}_k) = \text{Im}(\alpha_k).$$

De acordo com Magni et al. (1998), a atribuição de autoestrutura utilizando múltiplos modelos, com $\mathbf{K}(s)$ dado pela Eq.(4.34), sujeito às restrições da Eq.(4.32), é dada pelo sistema de LMI's apresentado na Eq.(4.35).

$$\begin{bmatrix} \gamma_i \mathbf{I} & \text{Re}(\Gamma_i) & 0 & -\text{Im}(\Gamma_i) \\ \text{Re}(\Gamma_i)^T & \gamma_i \mathbf{I} & \text{Im}(\Gamma_i)^T & 0 \\ 0 & \text{Im}(\Gamma_i) & \gamma_i \mathbf{I} & \text{Re}(\Gamma_i) \\ -\text{Im}(\Gamma_i)^T & 0 & \text{Re}(\Gamma_i)^T & \gamma_i \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (4.35)$$

$$\text{onde: } \Gamma_i = \mathbf{K}_{ref}(j\omega_i) + \sum_{k=1}^m \mathbf{e}_k \Xi_0 \mathbf{X}_k(j\omega_i) \mathbf{N}_i + \sum_{k=1}^m \mathbf{e}_k \Psi_k \mathbf{Z}_k \mathbf{X}_k(j\omega_i) \mathbf{N}_i$$

A formulação do problema com base na Eq. (4.32) e na Eq. (4.35) permite duas abordagens diferentes. Em primeiro lugar, é possível considerar o limite dado por γ_i como sendo uma função de ponderação que varia ao longo da faixa de frequência, o que possibilita ajustar a resposta em frequência do controlador de acordo com um formato de interesse. Na segunda abordagem, pode-se considerar um limite único para toda a faixa de frequência de interesse ($\gamma_i = \gamma$), onde este limite é minimizado. Neste caso, tem-se um problema de minimização da norma H_∞ para os pontos de frequência de interesse.

4.5 Resultados Numéricos

Nesta seção, apresenta-se todas as fases necessárias para o projeto e análise do compensador robusto modal. Em primeiro lugar, define-se as incertezas a serem consideradas no projeto. A seguir, apresenta-se o processo de síntese do controlador propriamente dito, com base na técnica e Múltiplos Modelos. Por fim, analisa-se a estabilidade e a performance de ambos os controladores, modal e PI, para fins de comparação.

4.5.1 Incertezas consideradas na planta

Conforme mencionado no item 4.2, Li (2007) mostrou em seu trabalho que os parâmetros cujas incertezas possuem os efeitos mais críticos sobre o comportamento dinâmico de sistemas rotativos suportados por MMA's são as frequências naturais do rotor, o efeito giroscópico, as frequências naturais da base/suporte dos mancais e a rigidez cruzada.

Segundo Lösch (2002), as frequências naturais de sistemas rotativos flexíveis suportados por AMB's possuem baixo amortecimento e os polos podem variar significativamente devido a alterações no sistema considerado, tais como as tolerâncias de manufatura. Adicionalmente, Balas e Young (1995) afirmaram que, embora os níveis de amortecimento modal sejam portadores de incertezas consideráveis, os seus efeitos sobre a performance de sistemas em malha fechada são reduzidos.

Em sistemas rotativos suportados por mancais convencionais o efeito giroscópico, em geral, não é considerado como um fenômeno desestabilizador. Entretanto, como os rotores com MMA's são sistemas ativos, a sua estabilidade pode ser significativamente influenciada pelas incertezas devido ao efeito giroscópico combinadas com as incertezas nas forças geradas pelos atuadores eletromagnéticos. Isto pode ser justificado pela separação que ocorre entre as frequências dos modos de precessão direta e reversa do rotor devido as variações no efeito giroscópico, o que afeta consideravelmente as características de fase das frequências alteradas, impactando a estabilidade do sistema (LI, 2007). Para lidar com este problema, Mushi (2012) utilizou incertezas estruturadas para representar as variações nas frequências naturais devido ao efeito giroscópico em um sistema rotativo com AMB's. Conforme pode ser observado nesta referência, esta abordagem provou-se mais simples e mais adequada do que a incorporação matemática do efeito giroscópico ao modelo para o projeto de controladores robustos através de síntese μ .

Neste contexto, será empregada neste trabalho a abordagem utilizada por Mushi (2010) para levar em consideração incertezas nas frequências naturais do sistema devidas ao efeito giroscópico e, adicionalmente, pequenas variações ocorridas durante o processo de manufatura. Para tanto, a matriz dinâmica incerta para o i -ésimo $\tilde{\mathbf{A}}_i$ pode ser dada por (LÖSCH, 2002; MUSHI, 2012):

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta_i \begin{bmatrix} -2\omega_i^2 & -2\xi_i\omega_i \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

onde ω_i e ξ_i representam respectivamente a frequência natural e amortecimento modal para o i -ésimo modo. De acordo com Balas e Doyle (1994), esta formulação é representativa enquanto a incerteza para o modo i , δ_i , for pequena. Deve-se mencionar que, ao se considerar a vibração lateral do rotor, ou seja, as vibrações ao longo das direções x e y , utiliza-se as mesmas incertezas κ_1 e κ_2 para ambos os eixos.

Na Fig. 3.14, que apresenta o diagrama de Campbell, observa-se que os modos flexíveis Nc3, Nc4 e Nc5 apresentam separação entre os modos de precessão direta e reversa devido ao efeito giroscópico. O modo Nc3 apresenta uma variação na faixa de operação devido ao efeito giroscópico de $\pm 2,96\%$ em torno do valor nominal, que é de 111,4 Hz (rotor levitado em repouso). Portanto, com a finalidade de assimilar tanto a separação entre os modos de precessão direta e reversa quanto pequenas variações nas tolerâncias de manufatura, será considerada uma incerteza da ordem de $\pm 5,0\%$. Já o modo Nc4 sofre uma influência bem mais pronunciada do efeito giroscópico: $-11,7\%$ a $+12,14\%$ em relação ao valor nominal de 399,0 Hz (rotor levitado em repouso). De forma análoga ao modo Nc3, será considerada uma incerteza um pouco maior para acomodar também pequenas variações relacionadas aos processos de fabricação: $\pm 15,0\%$. Em contrapartida, como o modo Nc5 está localizado fora da banda de frequência do controlador cujo limite superior é de aproximadamente 650,0 Hz (3.5.1), a sua estabilização ocorrerá por *roll off*, que consiste na atenuação dos ganhos acima da frequência de corte do filtro.

Na Fig. 4.5 apresenta-se a função de transferência do sistema em malha aberta considerando as incertezas nas frequências naturais de acordo com a Eq.(4.36).

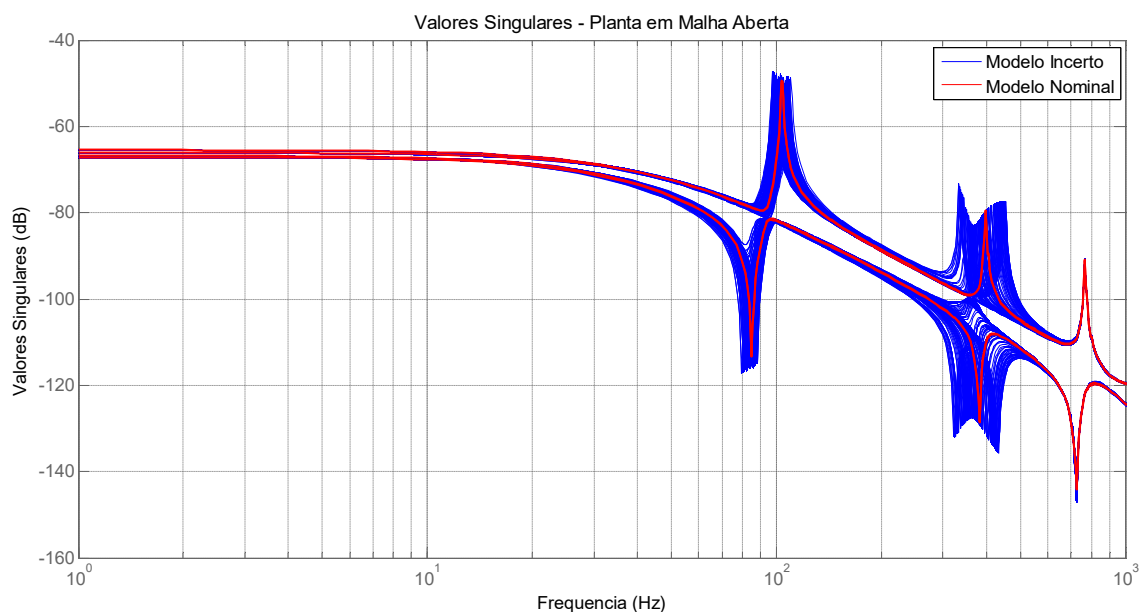


Figura 4.5 – Diagrama dos valores singulares da planta em malha aberta, considerando as incertezas nos modos Nc3 e Nc4

Neste ponto é interessante ressaltar que o controlador a ser desenvolvido deve ser capaz de lidar com as alterações nas frequências naturais da planta devido a presença de incertezas, cujas funções de transferência são apresentadas na Fig. 4.5.

Na seção 3.8 verificou-se experimentalmente que os modos da base exercem pouca influência sobre a resposta do sistema, o que justifica a sua omissão no modelo. Provavelmente isto pode ser atribuído à elevada rigidez dos pedestais dos mancais, além do fato da bancada estar fixada sobre uma mesa inercial que foi especialmente projetada para suportar a bancada. Portanto, não foram incluídas incertezas referentes aos modos da base/suporte.

A rigidez cruzada é um fator que exerce grande influência sobre a estabilidade de sistemas rotativos, especialmente quando se trata de mancais hidrodinâmicos. Entretanto, turbo máquinas com rotores suportados por MMA's também estão sujeitas a este tipo de instabilidade, que possui como principais causas: a presença de amortecimento interno no rotor, selos mecânicos, acoplamento aerodinâmico, excitação devido a interação entre as extremidades do rotor e a carcaça (EHRICH, 2004). Como a bancada experimental em estudo não possui nenhum destes fatores, a rigidez cruzada também foi desconsiderada neste trabalho. Para maiores informações a respeito dos efeitos da rigidez cruzada sobre a estabilidade de sistemas rotativos com MMA's, sugere-se a leitura do trabalho apresentado por Mushi (2012).

4.5.2 Projeto do Compensador Robusto Modal

Para a síntese de controladores baseados na atribuição de autoestruturas, um passo fundamental é o conhecimento dos polos dominantes do sistema a ser controlado. Na maioria dos problemas de engenharia, os polos dominantes são conhecidos *a priori*, mas existem algumas orientações para facilitar a sua escolha. Segundo Magni (2002), polos de filtros e de atuadores, polos distantes do eixo imaginário, polos próximos ao eixo imaginário mas fora da banda do controlador e polos introduzidos pelo controlador são, em geral, não dominantes. Adicionalmente, antes de iniciar o processo de síntese, é necessário fazer algumas considerações a respeito da observabilidade e da controlabilidade dos modos dominantes, pois, caso algum modo não dominante ou com problemas de observabilidade/controlabilidade sejam tratados pelo processo de atribuição de autoestrutura, podem ocorrer problemas de convergência. No item 3.3 foi realizada uma discussão a respeito da observabilidade e da controlabilidade dos modos flexíveis com base na Fig. 3.14. Conforme foi visto, os dois modos flexíveis Nc3 e Nc4 apresentaram, ambos, boa observabilidade. Já com relação a controlabilidade, o modo Nc4 despertou algumas dúvidas, principalmente do lado livre do rotor (NDE), justificando uma análise mais criteriosa. De acordo com Magni (2002), uma ferramenta adequada para estes casos é a análise da controlabilidade de entrada/saída dos modos do

sistema, que consiste no estudo da propensão que os modos possuem de serem alterados em decorrência do controlador.

Considerando um sistema em malha fechada cujas matrizes são $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$, uma variação $\Delta\lambda_i$ no autovalor devido a uma variação $\Delta\mathbf{K}$ no controlador pode ser dada por (MAGNI, 2002):

$$\Delta\lambda_i = \mathbf{u}_i \mathbf{B} \Delta\mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{v}_i \quad (4.37)$$

onde \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i são os autovetores a a direita e a esquerda, respectivamente. Então o grau de controlabilidade pode ser definido como:

$$\text{controlabilidade} = \frac{\Delta|\lambda_i|}{\Delta\|\mathbf{K}\|} \quad (4.38)$$

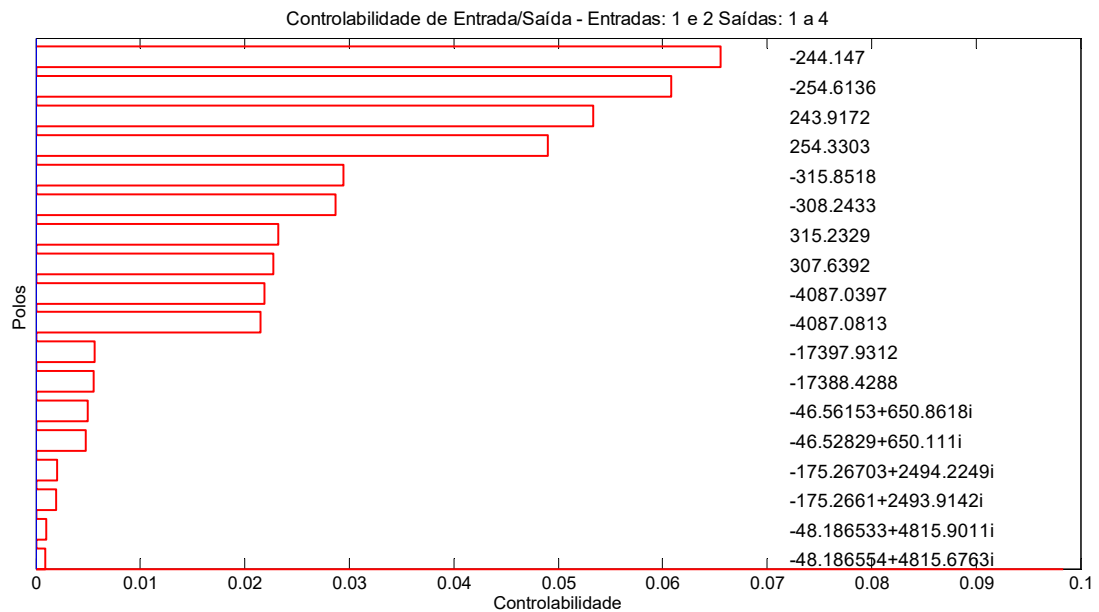
Utilizando a Eq.(4.38) na Eq.(4.37) tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta|\lambda_i| &\leq \|\mathbf{u}_i \mathbf{B}\| \|\Delta\mathbf{K}\| \|\mathbf{C} \mathbf{v}_i\| \\ \frac{\Delta|\lambda_i|}{\|\Delta\mathbf{K}\|} &\leq \|\mathbf{u}_i \mathbf{B}\| \|\mathbf{C} \mathbf{v}_i\| \end{aligned} \quad (4.39)$$

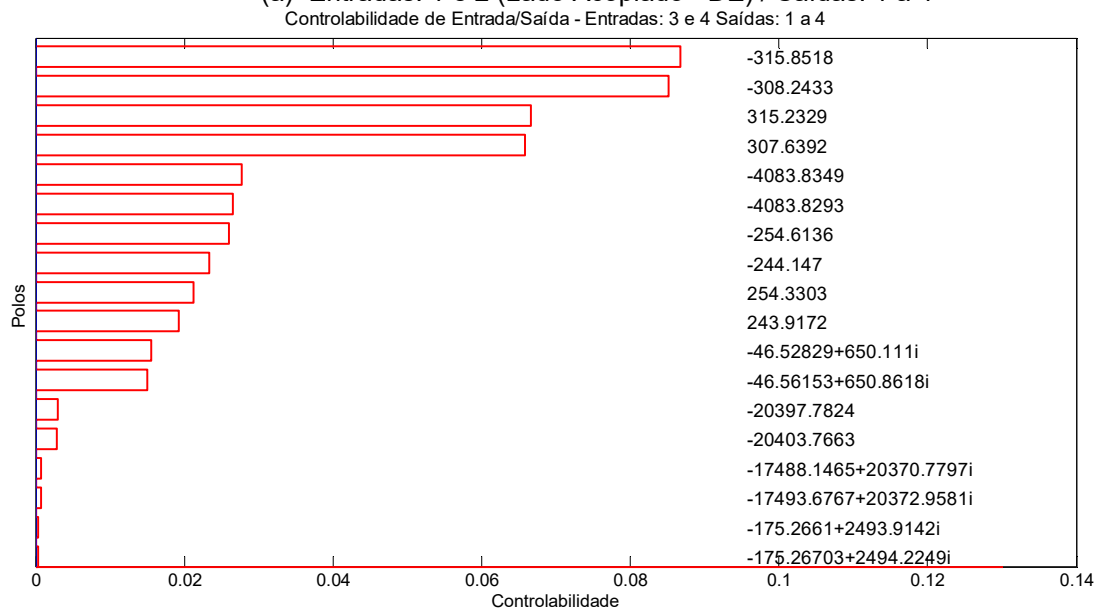
Portanto, a controlabilidade de entrada/saída do autovalor λ_i é dada por:

$$\text{control. E/S } \lambda_i = \|\mathbf{u}_i \mathbf{B}\| \|\mathbf{C} \mathbf{v}_i\| \quad (4.40)$$

Na Fig. 4.6 apresenta-se a controlabilidade de entrada/saída para cada um dos canais de entrada do sistema.



(a) Entradas: 1 e 2 (Lado Acoplado - DE) / Saídas: 1 a 4



(b) Entradas: 3 e 4 (Lado Livre - NDE) / Saídas: 1 a 4

Figura 4.6 – Controlabilidade de Entrada/ Saída para os mancais

Na Fig. 4.6 observa-se que os polos em aproximadamente $\pm 244,15$, $\pm 254,6$, $\pm 307,61$ e $\pm 315,85$ possuem boa controlabilidade de entrada/saída em ambos os mancais. Deve-se mencionar que estes polos estão relacionados aos modos de corpo rígido Nc1 e Nc2 e, por isso, devem ser obrigatoriamente incluídos no processo de síntese do controlador, uma vez que o objetivo primário é a estabilização do sistema. Os polos em aproximadamente $-46,53 \pm 650,1i$ e $-46,56 \pm 650,9i$ estão relacionados ao primeiro modo flexível Nc3 e, apesar de possuírem controlabilidade de entrada/saída inferior à dos polos relacionados aos modos de corpo rígido, também podem ser considerados como controláveis. Em contrapartida, os polos

próximos a $-175,26 \pm 2493,91i$ e $-175,27 \pm 2494,26i$ pertencem ao modo Nc4 (segundo modo flexível) e, conforme pode ser observado, a sua controlabilidade é razoável do lado acoplado (Fig. 4.6(a)) mas relativamente baixa do lado livre (Fig. 4.6(b)). Portanto, este modo representa um desafio considerável ao desenvolvimento do controlador, pois possui uma série de obstáculos: sofre grande influência do efeito giroscópico, localiza-se dentro da banda de frequência do controlador, sendo pouco controlável do lado livre.

Os outros polos não serão levados em consideração durante a síntese do compensador, pois não são dominantes; entretanto, é necessário acompanhar a sua movimentação no plano complexo durante o fechamento da malha (lugar das raízes).

Após a seleção dos polos dominantes do sistema em malha aberta é necessário definir os polos desejados para o sistema em malha fechada. Neste sentido, os polos que estão bem posicionados em malha aberta são alocados novamente para a mesma posição, enquanto os outros são movidos para a região desejada, conforme apresentado na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 – Realocação de Polos – Compensador Inicial

Modo	Posição Original (Malha Aberta)	Posição Desejada (Malha Fechada)
Nc1	+244,15	-302,00
	-244,15	-244,15
	+254,6	-305,00
	-254,6	-254,6
Nc2	+307,61	-307,00
	-307,61	-307,61
	+315,85	-315,00
	-315,85	-315,85
Nc3	$-46,53 \pm 650,1i$	$-280 \pm 800i$
	$-46,56 \pm 650,9i$	$-290 \pm 1130i$

O compensador inicial deve ser capaz de realocar os polos do sistema em malha aberta de acordo com a Tab. 4.1. Para a sua síntese, será empregada a técnica de Múltiplos Modelos assumindo que o controlador de referência é nulo e levando em consideração apenas o modelo nominal da planta. Os autovetores serão obtidos a partir da projeção dos autovetores em malha aberta, conforme apresentado na Eq.(4.20)-(4.21).

O próximo passo consiste na definição do compensador dinâmico, que possui uma forma pré-definida (Eq.(4.25)). Na Eq.(4.41) pode-se observar para cada elemento da matriz da função de transferência do compensador tanto os polos selecionados para os denominadores quanto os parâmetros do numerador, que serão as variáveis de projeto.

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} \frac{*s + *}{(s + 18845,5)(s + 2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} \\ \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*s + *}{(s + 18845,5)(s + 2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} \\ \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*s + *}{(s + 21991,15)(s + 2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} \\ \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*}{(s+2450,4)} & \frac{*s + *}{(s + 21991,15)(s + 2450,4)} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

onde * indica os coeficientes a serem obtidos no processo de otimização.

Conforme pode ser observado na Eq.(4.41), os elementos pertencentes à diagonal principal possuem polos em 18845,5 rad/s (≈ 3000 Hz) e 21991,15 rad/s (≈ 3500 Hz), com a finalidade tanto de conferir ao compensador uma resposta dinâmica bem mais rápida do que a da planta, quanto filtrar ruídos de alta frequência. Além disso, também foi inserido um polo em baixa frequência nos elementos da diagonal e fora dela em 2450,4 rad/s com o objetivo de atenuar os ganhos do controlador a partir deste limite, reduzindo a ação dos atuadores sobre o modo Nc4, que é problemático.

A seguir, é necessário definir os pontos de frequência para os quais deve-se minimizar as diferenças entre o compensador de referência (neste caso, nulo) e o compensador a ser sintetizado. Para tanto, definiu-se um conjunto com dez pontos de frequências (rad/s): 0,01; 1,00; 100,00; 500,00; 1000,00; 1500,00; 2000,00; 2500,00; 3000,00 e 3500,00.

A partir das especificações acima, utilizou-se as funções disponíveis no pacote RCMT (*Robust Modal Control Toolbox*), desenvolvido em ambiente MATLAB por Magni (2002), para sintetizar o compensador dinâmico. Deve-se mencionar que para eliminar o erro em regime permanente, a planta em malha aberta foi aumentada com um integrador por canal.

Na Fig. 4.7 apresenta-se uma comparação entre os polos da planta em malha aberta e malha fechada.

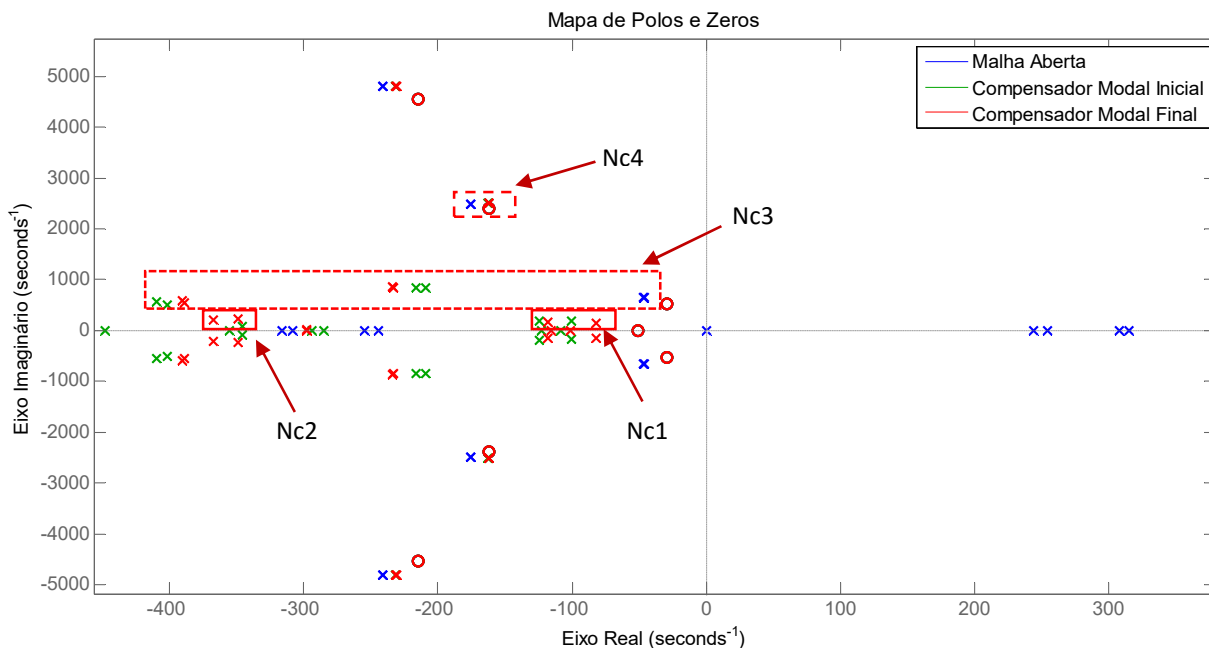


Figura 4.7 – Mapa de Polos e Zeros: Malha Aberta x Malha Fechada (Compensador Modal)

O compensador inicial obtido possui 11 estados e, conforme apresentado na Fig. 4.7, obteve sucesso ao estabilizar o sistema, pois não há mais nenhum polo localizado no semiplano complexo direito. Além disso, observa-se que os novos polos referentes aos modos de corpo rígido estão bem amortecidos. De maneira análoga, os polos relacionados ao modo Nc3 foram deslocados para a esquerda, o que indica que o seu amortecimento foi significativamente aumentado. Entretanto, verifica-se que o modo Nc4 deslocou-se para a direita, reduzindo seu amortecimento e inspirando cuidados. Também é importante mencionar que o controlador sintetizado não produziu cancelamentos entre polos e zeros, o que é bastante positivo para a robustez do sistema em malha fechada.

Em seguida, avaliou-se as margens de estabilidade robusta da planta em malha fechada com o compensador dinâmico inicial através da análise μ , utilizando a sub-rotina, desenvolvida em ambiente Matlab, *robuststab*. Desta forma, descobriu-se que o sistema se desestabiliza em uma frequência de 1,92 rad/s para uma combinação de 18,1% e 35,4% de incertezas dos modos Nc3 e Nc4, respectivamente. Portanto, pode-se afirmar que o controlador modal inicial é capaz de conferir estabilidade robusta à planta para as incertezas consideradas.

Conforme tratado no item 4.1, o controlador deverá garantir a estabilidade robusta do sistema em toda a faixa de operação, além de minimizar a vibração e o consumo de energia na faixa localizada entre 8500 e 12000 rpm. Como o modo predominante nesta faixa de velocidades é o Nc3, é necessário conferir a ele o máximo de amortecimento possível sem comprometer a estabilidade robusta e a performance obtida para os outros modos através do

compensador modal inicial. Neste contexto, empregou-se quatro modelos, cada um correspondente ao rotor em uma velocidade de rotação próxima a um dos modos que serão percorridos até alcançar a velocidade limite de 12000 rpm. As velocidades escolhidas foram: 2120 rpm, 3330 rpm, 6240 rpm e 8340 rpm e, para cada uma delas, um par de polos é atribuído, conforme apresentado na Tab. 4.2. É importante mencionar que, com a finalidade de manter inalterado o tamanho do compensador, empregou-se a mesma forma pré-definida apresentada na Eq.(4.41); além disso, utilizou-se os mesmos pontos de frequência. Entretanto, o controlador usado como referência para este novo processo de otimização foi o compensador modal inicial.

Tabela 4.2 – Realocação de Polos: Controlador Modal Inicial x Controlador Modal Final

Velocidade (rpm)	Polos - Controlador Modal Inicial	Posição Desejada dos Polos - Controlador Modal Final
2120	$-100 \pm 181i$	$-100 \pm 181i$
	$-126 \pm 183i$	$-126 \pm 183i$
3330	$-293 \pm 23i$	$-293 \pm 23i$
	$-329 \pm 106i$	$-329 \pm 106i$
6240	$-430 \pm 508i$	$-430 \pm 508i$
	$-386 \pm 567i$	$-386 \pm 567i$
8340	$-215 \pm 809i$	$-280 \pm 809i$
	$-210 \pm 879i$	$-280 \pm 879i$

Na Fig.4.7 verifica-se que o compensador modal final foi capaz de deslocar ainda mais os polos do modo Nc3 para a esquerda, aumentando o seu amortecimento, sem alterar significativamente a posição dos outros polos dominantes do sistema.

Devido aos problemas de controlabilidade do modo Nc4, é necessário tomar algumas precauções adicionais para garantir a sua estabilidade durante a operação. Neste sentido, empregou-se o mesmo recurso usado pelo fabricante do sistema (item 3.7.3, Eq.(3.20)), ou seja, o uso de filtros genéricos de segunda ordem, que são apresentados na Tab. 4.3.

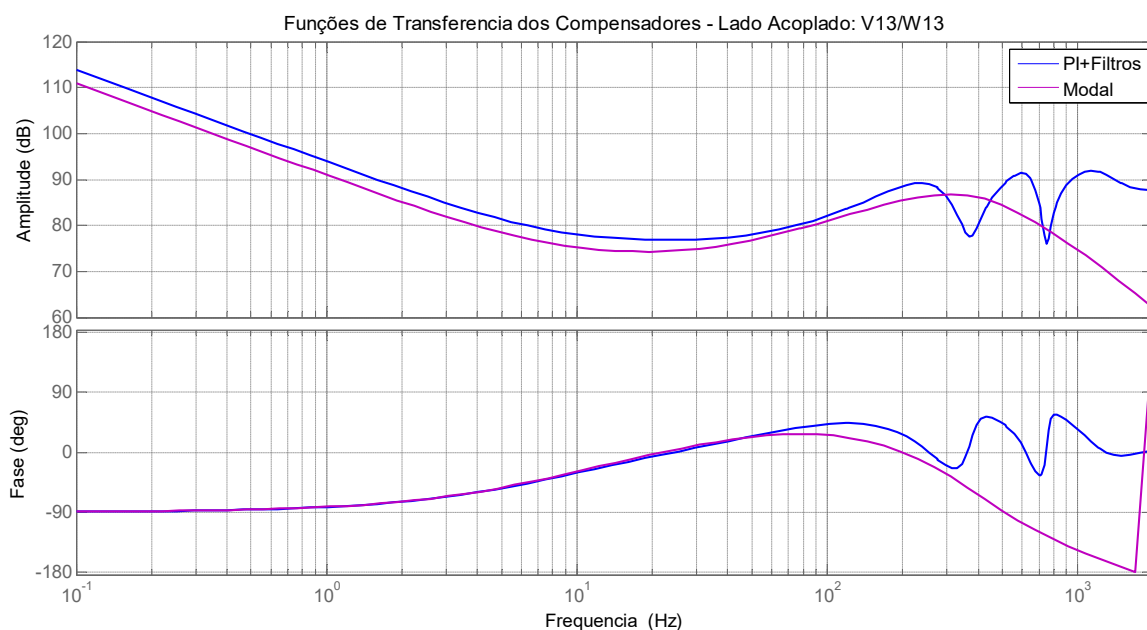
Tabela 4.3 – Parâmetros dos Filtros Genéricos

Filtro	Parâmetro	Eixo			
		V13	W13	V24	W24
Gen_1	ω_{N1}, ξ_{N1}	-	-	2387 rad/s, 0,27	2387 rad/s, 0,27
	ω_{D1}, ξ_{D1}	-	-	4147 rad/s, 0,21	4147 rad/s, 0,21
Gen_2	ω_{N2}, ξ_{N2}	-	-	2387 rad/s, 0,20	2387 rad/s, 0,20
	ω_{D2}, ξ_{D2}	-	-	2387 rad/s, 0,10	2387 rad/s, 0,10

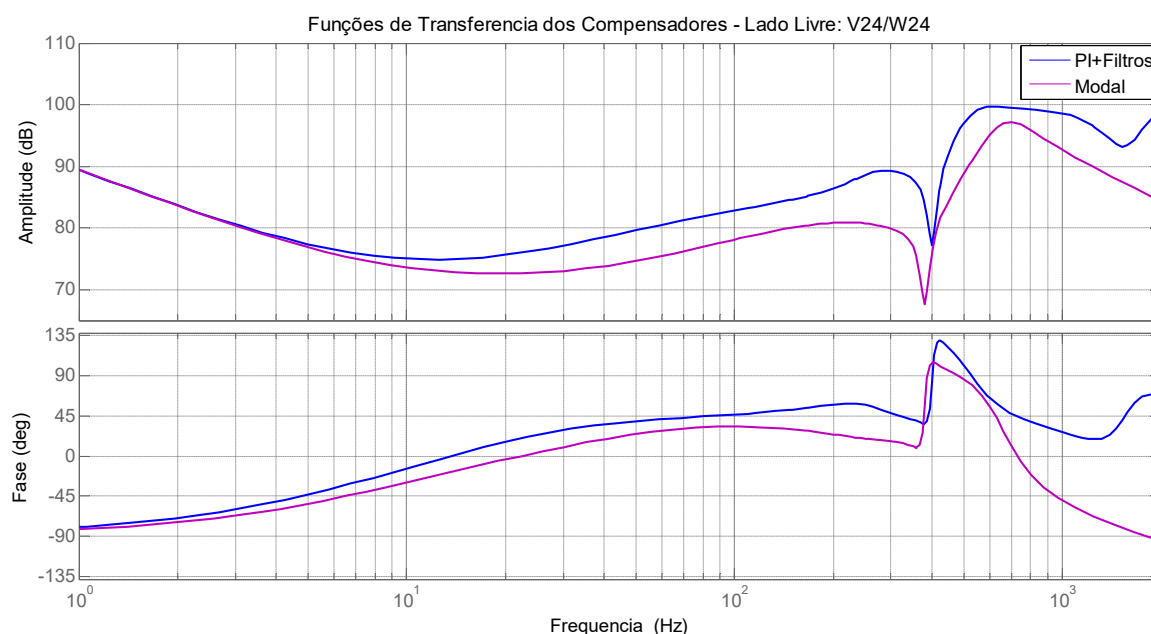
O fato dos filtros não serem necessários ao MMA do lado acoplado deve-se a sua capacidade de lidar adequadamente com o modo Nc4, que possui boa controlabilidade nesta posição.

Além deste recurso, também foi necessário limitar a ação do controlador em frequências mais altas para evitar problemas de *spillover* e de contaminação por ruído. Isto foi realizado com o auxílio de quatro filtros passa-baixa *Butterworth* de primeira ordem. Para cada canal do lado acoplado utilizou-se um filtro com frequência de corte em 2450,4 rad/s (390 Hz). Já nos canais do lado livre utilizou-se uma frequência de corte de 2513,3 rad/s (400 Hz).

Na Fig. 4.8 apresenta-se uma comparação entre o controlador modal que será implementado e o controlador fornecido pelo fabricante (PI + filtros).



(a) Lado Acoplado



(b) Lado Livre

Figura 4.8 – Comparação das funções de Transferência: controlador PI x controlador Modal

4.5.3 Análise dos resultados

Esta seção é dedicada a avaliação da performance e da estabilidade da planta em malha fechada. Neste sentido, serão investigadas as principais funções de transferência do sistema, que serão classificadas de acordo com as recomendações da norma ISO 14839. Além disso, serão realizadas comparações entre os resultados obtidos com o uso do controlador modal e com o controlador PI original. Desta forma, pretende-se investigar as potencialidades e deficiências da técnica de atribuição de autoestrutura utilizando Múltiplos Modelos.

4.5.3.1 Avaliação da Margem de Estabilidade

As diretrizes mais empregadas, tanto na indústria quanto na academia, para avaliar a estabilidade de máquinas rotativas suportadas por MMA's são as associadas à norma ISO 14839-3. De acordo com as recomendações deste documento, a margem de estabilidade pode ser classificada com base na Função de Sensibilidade, que deve ser observada em uma faixa de frequência de até três vezes o valor da máxima velocidade de operação, ou até o limite de 2 kHz, mas nunca acima da metade da frequência de amostragem do controlador digital. A partir daí, a margem de estabilidade é determinada com base no máximo valor

assumido pela Função de Sensibilidade, S_{\max} , encontrada dentre todos os canais do sistema (ou eixos), para a faixa de frequência analisada. Desta forma, é possível classificar a margem de estabilidade de acordo com os limites apresentados na Tab. 4.4.

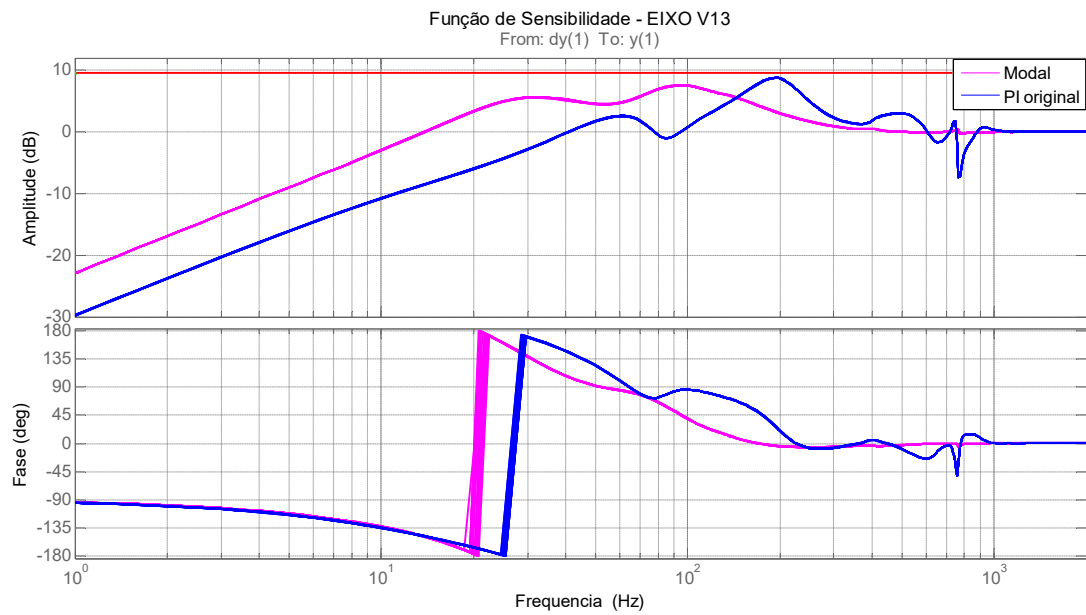
Tabela 4.4 – Limites para o pico da Função Sensibilidade – ISO 14839-3

Zona	Limites
A/B	$S_{\max} < 9,5\text{dB}$
B/C	$9,5\text{dB} \leq S_{\max} < 12\text{dB}$
C/D	$12\text{dB} \leq S_{\max} < 14\text{dB}$

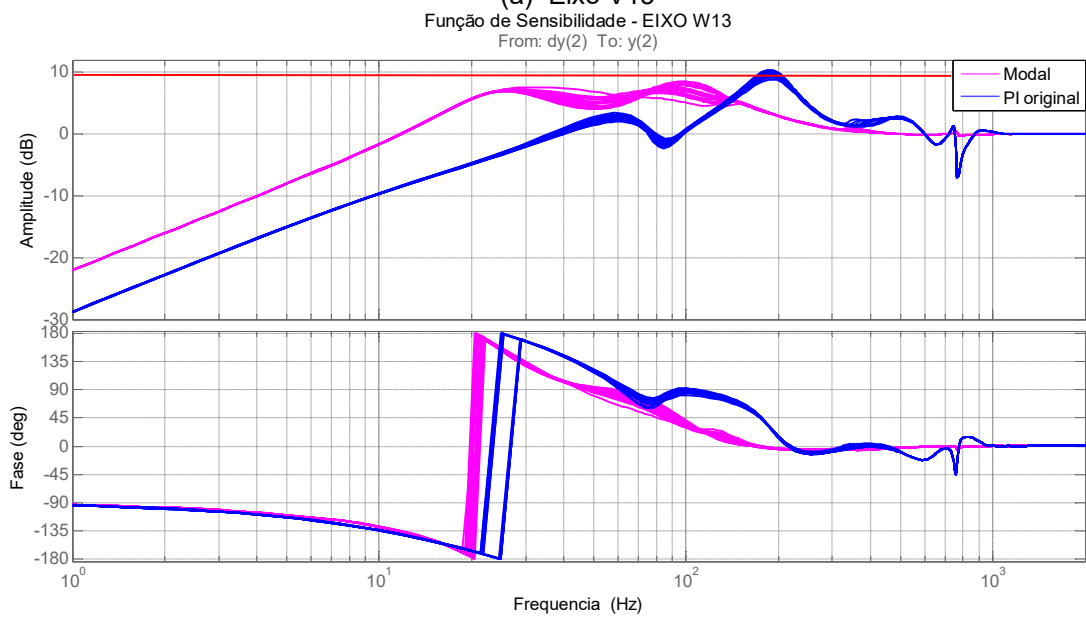
Na Tab. 4.4 pode-se observar que a norma ISO 14839-3 estabelece quatro zonas de estabilidade:

- **Zona A** – Funções de Sensibilidade de máquinas novas que, em geral, localizam-se nesta zona;
- **Zona B** – Máquinas com as funções de sensibilidade localizadas nesta zona são consideradas aceitáveis, sem restrição de operação quanto à sua operação contínua;
- **Zona C** – Funções de sensibilidade localizadas nesta zona indicam máquinas insatisfatórias para a operação contínua, mas podem operar por um tempo limitado, até o aparecimento de uma oportunidade adequada para realização de reparos;
- **Zona D** – Funções de sensibilidade nesta zona são consideradas grandes o suficiente para causar danos severos à máquina.

Na Fig. 4.9 e na Fig. 4.10 são apresentadas as comparações entre as Funções de Sensibilidade elaboradas a partir do modelo da planta incerta utilizando o compensador modal com as suas respectivas curvas obtidas para o controlador PI original. A linha em vermelho representa o limite superior da ZONA A.

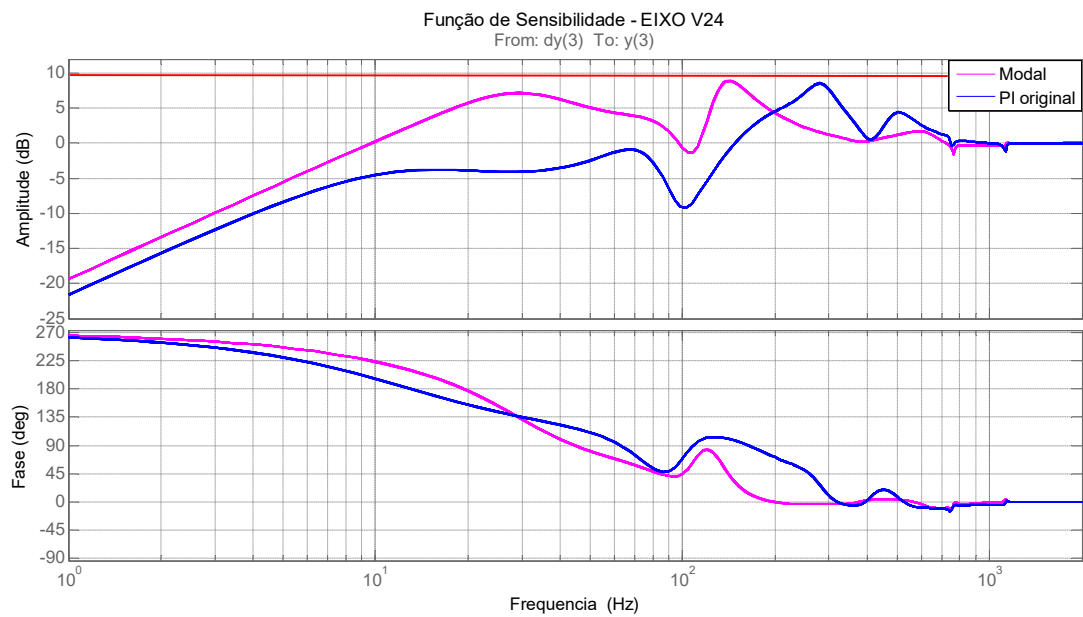


(a) Eixo V13

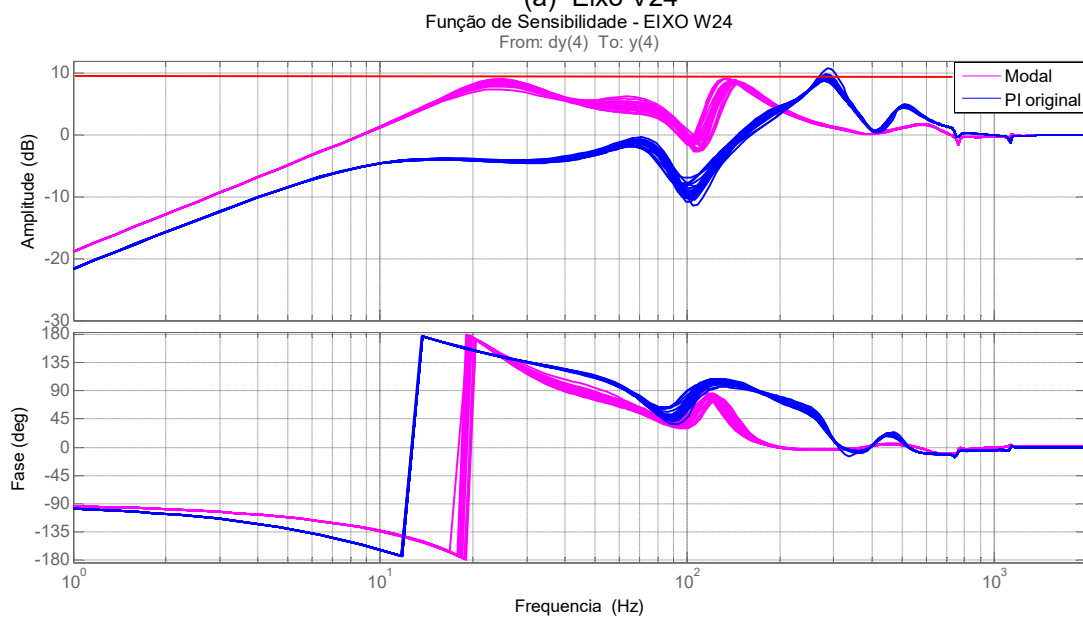


(b) Eixo W13

Figura 4.9 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal
– Lado Acoplado



(a) Eixo V24



(b) Eixo W24

Figura 4.10 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

Na Fig. 4.10(b) observa-se que o máximo pico encontrado para a Função de Sensibilidade correspondente ao controlador PI original é de 10,8 dB, que ocorre para uma frequência de aproximadamente 286 Hz, no MMA do lado livre (Fig. 4.10(b)). Em contrapartida, o maior valor registrado para Função de Sensibilidade da planta com o compensador modal é de 9,2 dB para uma frequência de aproximadamente 131 Hz, obtido também no MMA do lado livre (Fig. 4.10(b)).

A partir destes dados, é possível classificar a margem de estabilidade da planta de acordo com as diretrizes da norma 14839-3. Neste sentido, o controlador Modal é capaz de assegurar uma margem de estabilidade equivalente a uma máquina nova, pois o pico máximo da Função de Sensibilidade está localizado dentro da Zona A. Já o controlador PI original confere a planta uma margem de estabilidade aceitável, pois o máximo pico da Função de Sensibilidade localiza-se no interior da Zona B.

De acordo com Swanson et al. (2008) e Li (2007), o método de avaliação da margem de estabilidade proposto pela norma ISO 14839-3 é bastante indicado para lidar com uma série de incertezas inerentes a sistemas rotativos suportados por MMA's, tais como as variações nos ganhos e nas fases de sensores e amplificadores/atuadores. Entretanto, o fato do pico máximo das funções de transferência estarem localizados nas zonas A e B não garante que o sistema seja robusto em relação a outros eventos comuns nas máquinas rotativas, tais como o acoplamento aerodinâmico cruzado e variações aparentemente pequenas nas frequências naturais do rotor devido a montagens/desmontagens para manutenção. Além disso, podem ocorrer casos envolvendo controladores sensíveis ao efeito giroscópico, cujas funções de sensibilidade não apresentam picos elevados.

Tendo em vista estas observações, pode-se afirmar que as especificações da norma ISO 14839-3 são requisitos necessários para garantir uma margem de estabilidade aceitável, mas sozinhos não são suficientes para diversas aplicações encontradas na indústria. Nestes casos, recomenda-se análises mais detalhadas conforme sugere a literatura (SWANSON et al, 2008; LI, 2007).

Neste contexto, empregou-se a análise μ para avaliar a estabilidade do sistema em relação às incertezas inseridas no modelo. Conforme tratado no item 4.5.1, considerou-se uma incerteza de $\pm 5,0\%$ e outra de $\pm 15,0\%$ com a finalidade de avaliar a estabilidade robusta do sistema devido ao efeito giroscópico e a variações nos modos Nc3 e Nc4, respectivamente. Os resultados da análise de estabilidade robusta são apresentados na Tab. 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados da Análise de Estabilidade Robusta – ISO 14839-3/ Análise μ

Controlador	Ordem do controlador	Incertezas		Norma ISO 14839-3	
		Modeladas [%]	Limite Max.* Análise μ [%]	S_{\max}	Zona de Estabilidade
PI+Filtros	40	$\pm 5,0\%$ (Nc3)	10,7%	10,8 dB	B
		$\pm 15,0\%$ (Nc4)	39,2%		
Modal (final)	27	$\pm 5,0\%$ (Nc3)	$\pm 13,1\%$	9,1 dB	A
		$\pm 15,0\%$ (Nc4)	$\pm 38,0\%$		

* Combinação de incertezas limite para desestabilizar o sistema

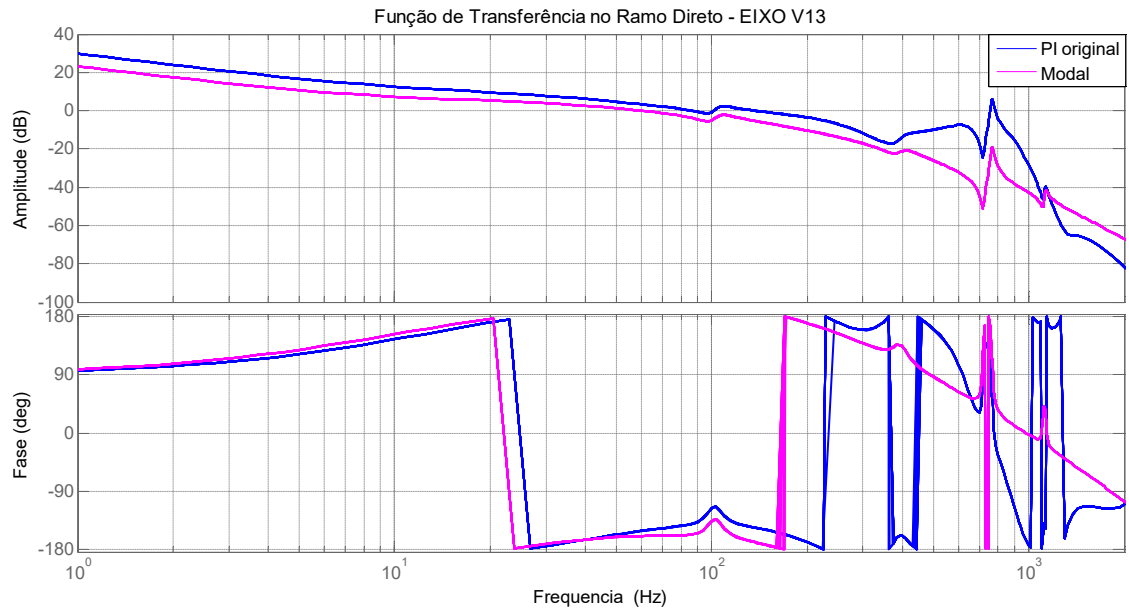
Na Tab. 4.5, o primeiro fato que desperta interesse é a diferença entre a complexidade dos controladores. Conforme pode-se observar, o controlador modal possui apenas 27 estados, ao passo que o controlador PI original conta com 40 estados. Isto pode ser visto como uma vantagem considerável, pois um controlador menor é mais fácil de ser implementado em aplicações práticas. Além disso, os resultados da análise μ mostram que, apesar de ser mais simples, o controlador modal é capaz de suportar incertezas no modo Nc3 aproximadamente 22% maiores do que o controlador PI, sem prejuízo significativo da sua tolerância a incertezas no modo Nc4. Desta forma, verifica-se que tanto sob o ponto de vista da norma ISO 14839-3 quanto da análise μ , o controlador modal é capaz de assegurar uma margem de estabilidade mais adequada do que o controlador PI original.

Com base nos resultados obtidos, pode-se considerar que o controlador modal obtido a partir da técnica dos Múltiplos Modelos foi bem sucedido quanto à estabilização robusta da planta.

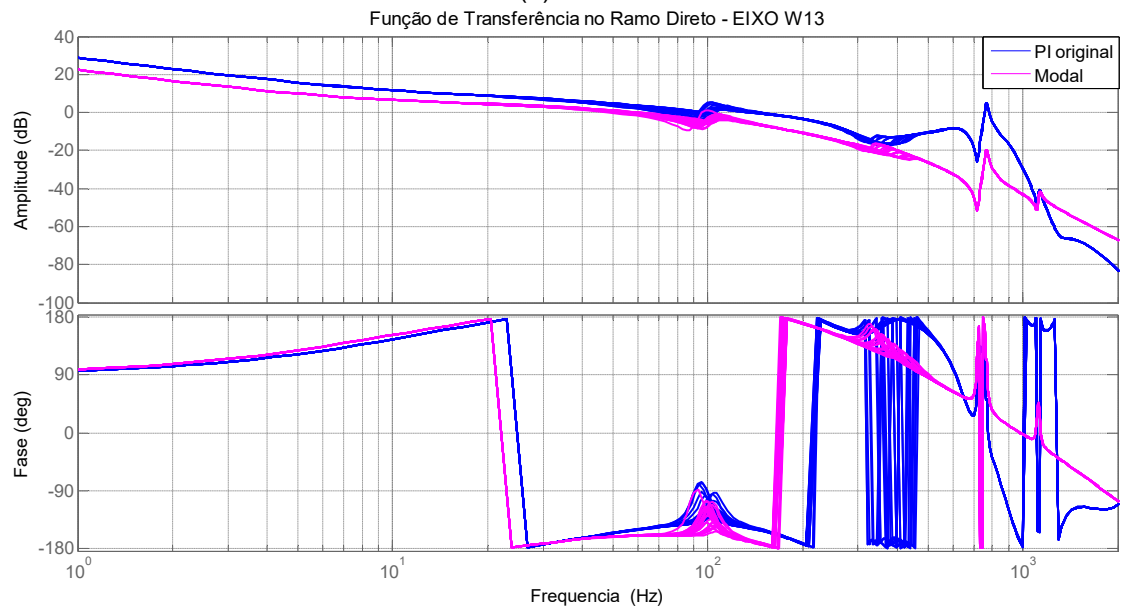
4.5.3.2 Funções de Transferência em Malha Fechada

A avaliação da performance de sistemas dinâmicos pode ser realizada tanto com base em análises da resposta no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Neste trabalho, preferiu-se a segunda opção devido a sua praticidade, pois observando-se as funções de transferência de um sistema é possível ter uma visão ampla a respeito do seu comportamento para toda a banda de frequência de interesse. Além disso, a maior parte dos trabalhos encontrados na literatura emprega este método para apresentar seus resultados (SWANSON et al., 2008; LI et al., 2006; YOON; LIN; ALLAIRE, 2013).

Na Fig. 4.11 e na Fig. 4.12 apresenta-se comparações entre as Funções de Transferência no Ramo Direto obtidas com o controlador modal e com o controlador PI original.



(a) Eixo V13



(b) Eixo W13

Figura 4.11 – Comparação das Funções de Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado

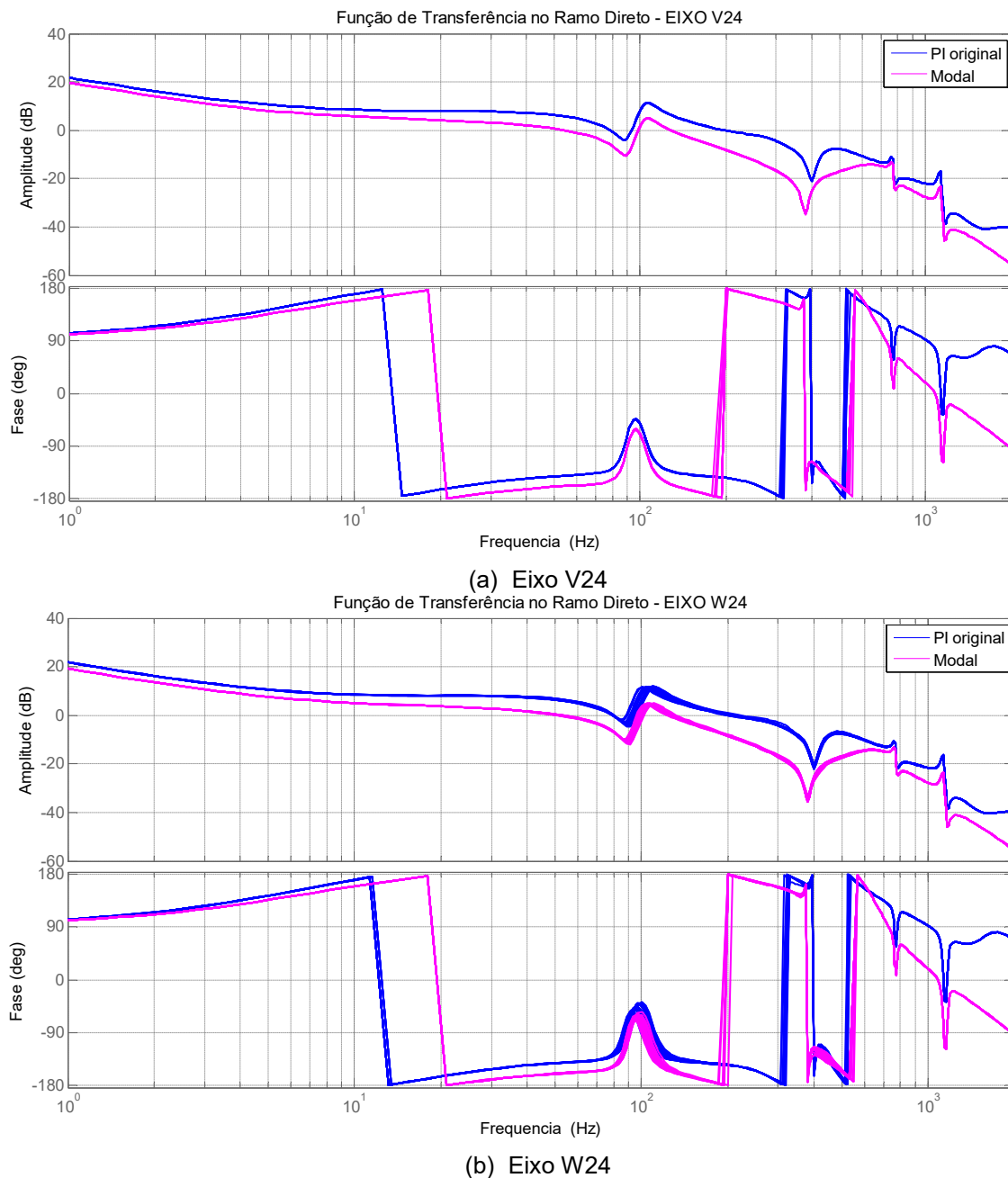


Figura 4.12 – Comparação das Funções de Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

Nas Fig. 4.11 e Fig. 4.12 observam-se que as Funções de Transferência no Ramo Direto obtidas com ambos os controladores possuem um ganho mais elevado para baixas frequências com a finalidade rejeitar distúrbios externos nesta região, além de estabilizar o sistema. Também é possível observar que não há nenhum pico adicional devido ao sistema de controle ou a componentes eletrônicos, tais como amplificadores e sensores. Por fim, vale a pena destacar que, como as amplitudes das curvas obtidas para o controlador modal são sempre inferiores às suas contrapartidas provenientes do controle PI original, principalmente

na região prioritária (8500 rpm a 12000 rpm), o esforço de controle também é menor, indicando uma economia de energia, pois emprega correntes de controle menores.

As Funções de Transferência em Malha Fechada utilizando o controlador PI original são comparadas às suas contrapartidas obtidas com o controlador modal na Fig. 4.13 e na Fig. 4.14.

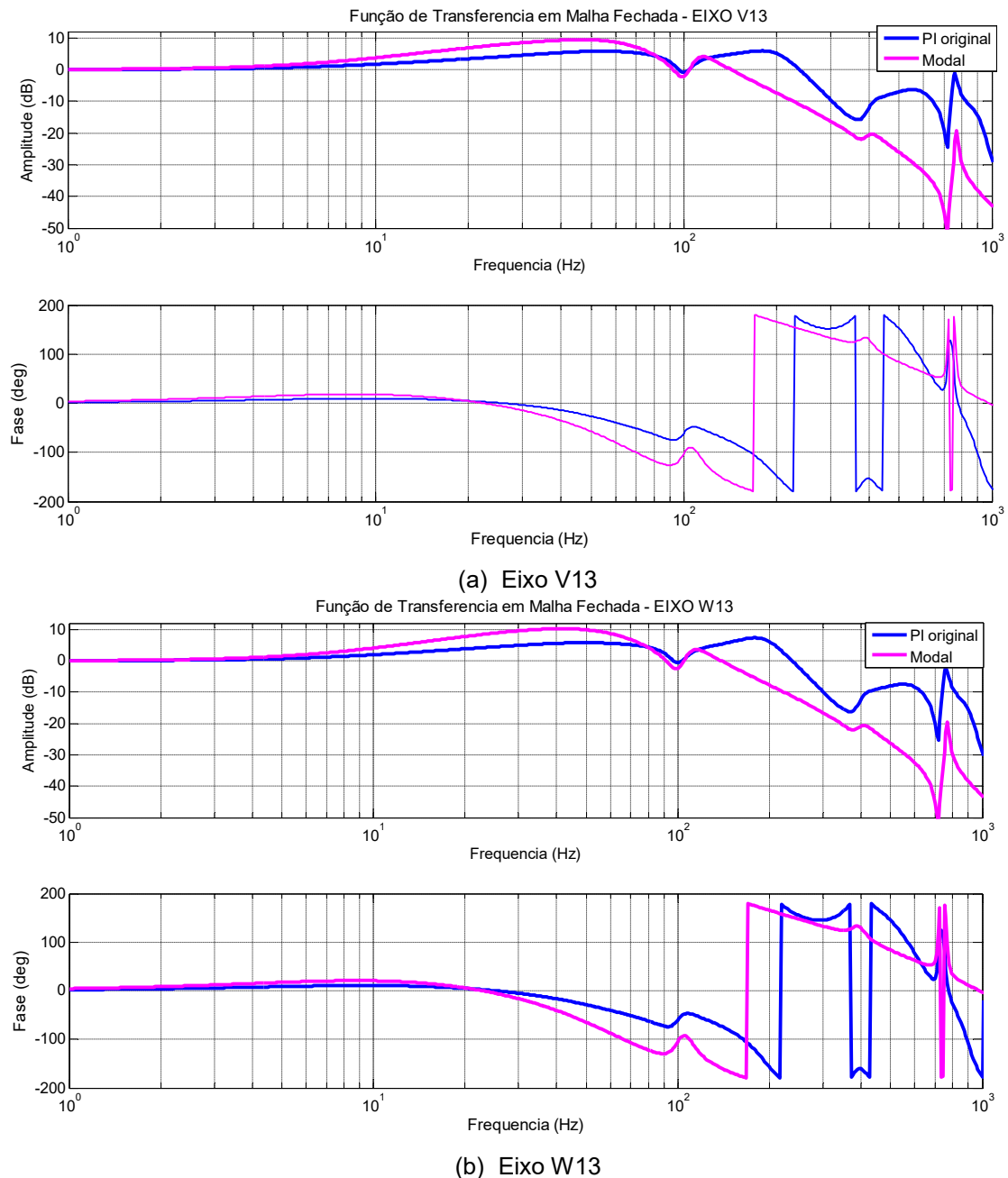


Figura 4.13 – Comparação das Funções de Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado

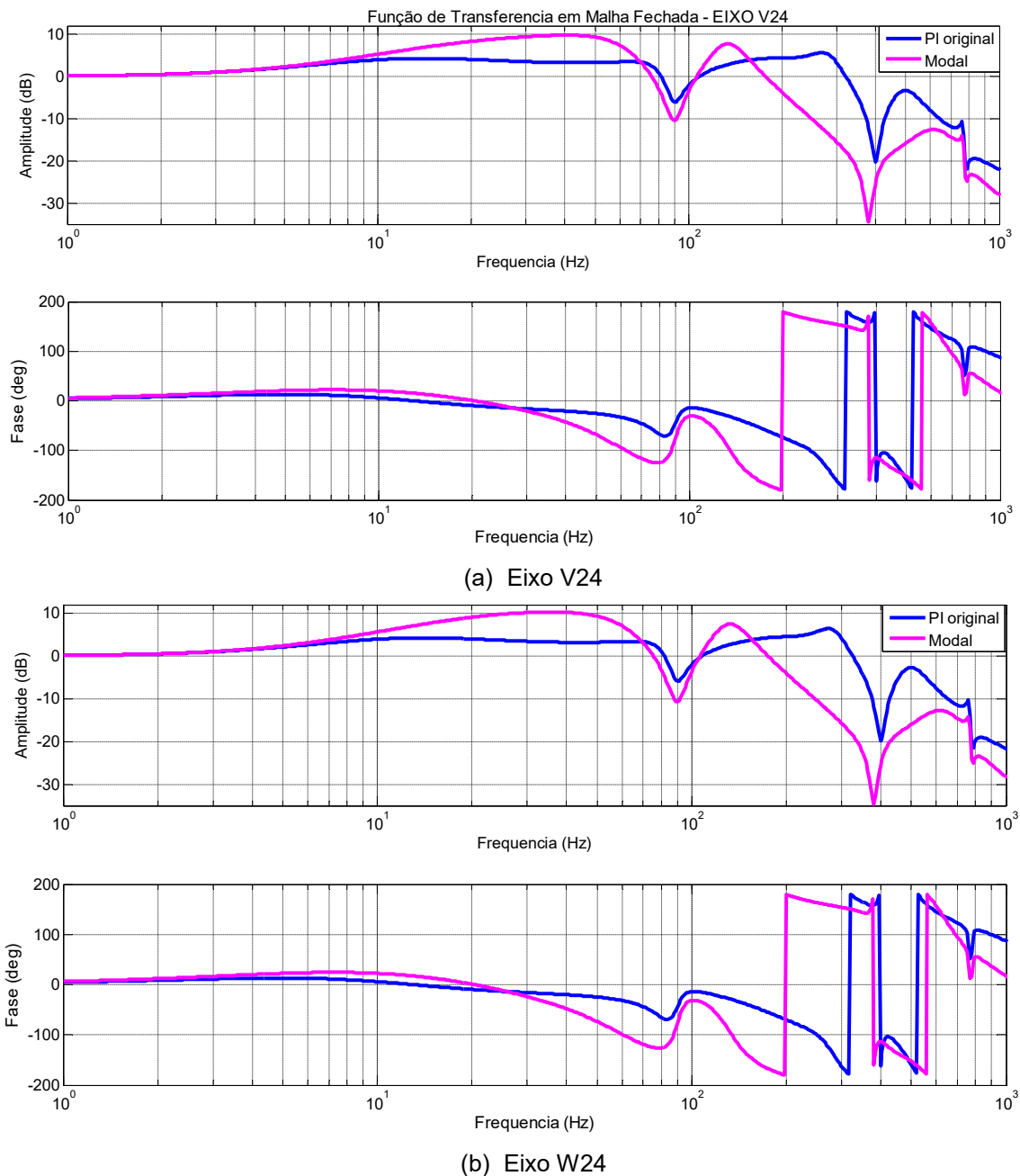


Figura 4.14 – Comparação das Funções de Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

Ao se analisar a Fig. 4.13 e a Fig. 4.14, nota-se que não há nenhum fator de amplificação elevado para os casos avaliados, o que indica que ambos os controladores foram capazes de lidar adequadamente com os modos próprios do sistema. Nestas figuras, verifica-se também que ambos os controladores conferem à planta um comportamento dinâmico parecido para frequências abaixo de 10 Hz. Já para a faixa de frequência localizada entre 10 Hz e 75 Hz, o controlador PI proporciona um fator de amplificação inferior ao obtido com controlador modal. Entretanto, para a faixa de operação definida como prioritária, ou seja, entre 8500 rpm (143

Hz) a 12000rpm (200 Hz), o controlador modal é capaz de fornecer uma atenuação consideravelmente maior do que a obtida para o controlador PI original do sistema em malha fechada. Deve-se mencionar que este melhor desempenho está atrelado a uma outra vantagem bastante interessante, que consiste no emprego de correntes de controle significativamente inferiores (Fig. 4.11 e Fig. 4.12) pelo controlador modal.

4.5.3.3 Resposta ao desbalanceamento

Uma das etapas mais importantes no projeto de máquinas rotativas consiste na avaliação da sua resposta dinâmica ao desbalanceamento para toda a faixa de operação. Entretanto, quando se lida com sistemas rotativos com MMA's, deve-se atentar para as suas particularidades. De acordo com Schweitzer e Maslen (2009) uma das características mais importantes de sistemas rotativos suportados por MMA's é a possibilidade de controlar ativamente as vibrações provenientes das forças de desbalanceamento. Este recurso permite o emprego de diversas estratégias, tais como girar o rotor em torno de seus eixos principais de inércia, caso haja folga radial suficiente, ou compensar ativamente as forças de desbalanceamento residual forçando o eixo a girar em torno de seu centro geométrico. Além disso, há outros métodos de controle de desbalanceamento que possibilitam suavizar a passagem pelas velocidades críticas do sistema, tais como o emprego de filtros síncronos. Portanto, critérios de classificação da severidade de vibração empregados para máquinas rotativas com mancais convencionais, baseados na velocidade de rotação, tais como os definidos pelas normas ISO 1940, API 617 e API 684 não se aplicam diretamente a sistemas rotativos suportados por MMA's. Neste contexto, Swanson et al. (2008) propõem o emprego de uma combinação entre normas. Desta forma, lança-se mão das normas API 684 e API 617, pois fornecem diretrizes bastante claras a respeito da condução das análises necessárias para prever as amplitudes a serem desenvolvidas pelo sistema, principalmente durante a passagem pelas velocidades críticas, assumindo que o rotor está sujeito a condições desfavoráveis de desbalanceamento. A partir daí, emprega-se os critérios definidos pela norma ISO 14839-2 para avaliar a severidade de vibração e determinar a condição da máquina.

De acordo com a Norma API 684, o primeiro passo consiste na avaliação da forma dos modos localizados na banda de frequência de interesse, com a finalidade de definir tanto os planos axiais, quanto os ângulos de fase dos desbalanceamentos a serem considerados. Desta maneira, garante-se que os modos selecionados serão excitados de forma satisfatória durante o processo de aceleração do rotor (*runup*). Por fim, define-se a quantidade de desbalanceamento a ser adicionado com base na Eq.(4.42):

$$U_B = \frac{6350W}{N} \quad (4.42)$$

onde U_B é a quantidade de desbalanceamento em $g \cdot mm$, W é a massa do rotor em kg e N é a máxima rotação em rpm.

Na Fig. 4.15 apresenta-se as recomendações da norma API 684 para o cálculo dos desbalanceamentos a serem inseridos, bem como a sua localização sugerida para excitar os quatros primeiros modos do rotor.

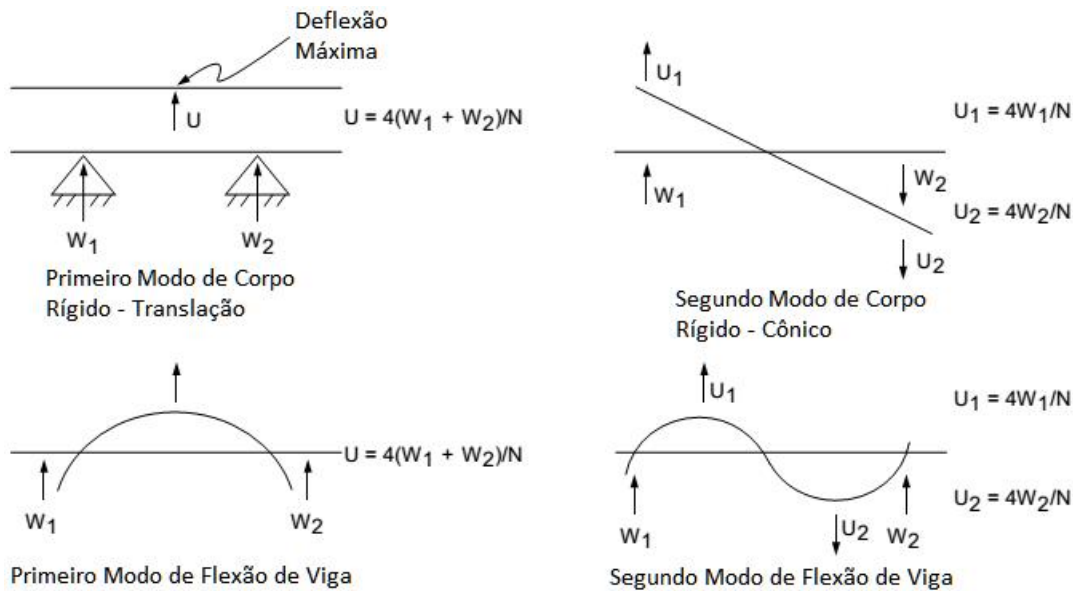


Figura 4.15 – Cálculos dos desbalanceamentos sua Localização axial (Norma API 684)

Conforme pode ser observado na Fig. 4.15, a norma API 684 recomenda que os modos simétricos Nc1 e Nc3 sejam excitados utilizando um desbalanceamento equivalente a $8U_B$, que deve ser posicionada próximo ao centro do eixo. De maneira análoga, os modos antissimétricos Nc2 e Nc4 devem ser excitados pela mesmo desbalanceamento empregado no caso anterior. Entretanto, o desbalanceamento deve ser dividido igualmente entre dois planos axiais localizados próximos aos mancais. Além disso, como os modos são antissimétricos, é necessário que o ângulo de fase entre eles seja de 180° .

Neste momento, é oportuno mencionar que o rotor da bancada de teste permite a instalação de massas de desbalanceamento/correção em três planos axiais distintos ao longo do seu comprimento, conforme apresentado na Fig. 4.16.

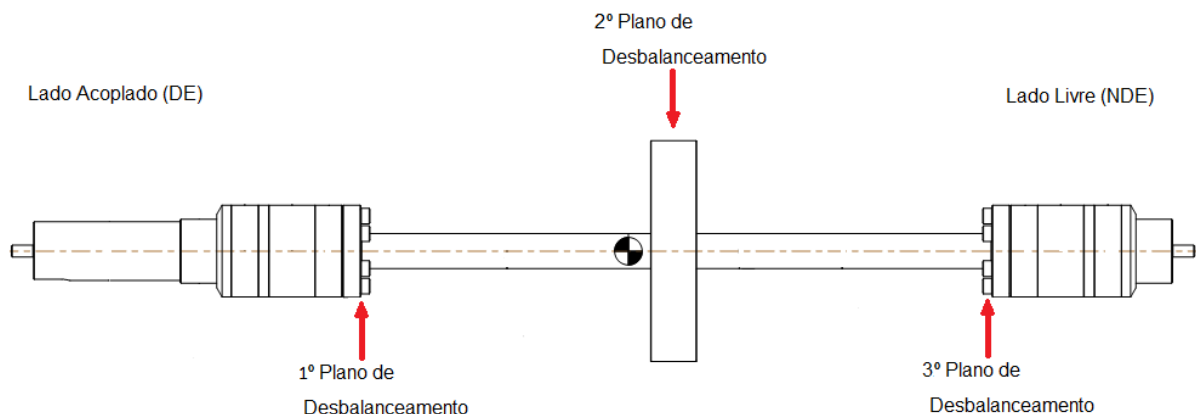


Figura 4.16 – Localização dos Planos de Desbalanceamento/Correção

Em conformidade com as recomendações da Norma API 684, duas configurações de desbalanceamento do rotor serão investigadas:

CASO A - Excitação dos modos Nc1 e Nc3: Rotor com um desbalanceamento de $8U_B = 8 \frac{6350(5,89)}{12000} = 24,93 \text{ g} \cdot \text{mm}$, posicionado no disco central, ou seja, no 2º plano da Fig. 4.15;

CASO B - Excitação dos modos Nc2 e Nc4: Rotor com $4U_B = 12,47 \text{ g} \cdot \text{mm}$ instalado no 1º plano e $4U_B = 12,47 \text{ g} \cdot \text{mm}$ instalado no 3º plano da Fig. 4.15, defasados entre si de um ângulo de 180° .

O próximo passo consiste na determinação da condição da máquina com base na avaliação dos seus níveis de vibração. Neste sentido, a norma ISO 14839-2, que trata especificamente de sistemas com MMA's, define os critérios para a avaliação de vibração com base no deslocamento total em relação à linha de centro nominal, medido no plano dos sensores, conforme apresentado na Fig. 4.17.

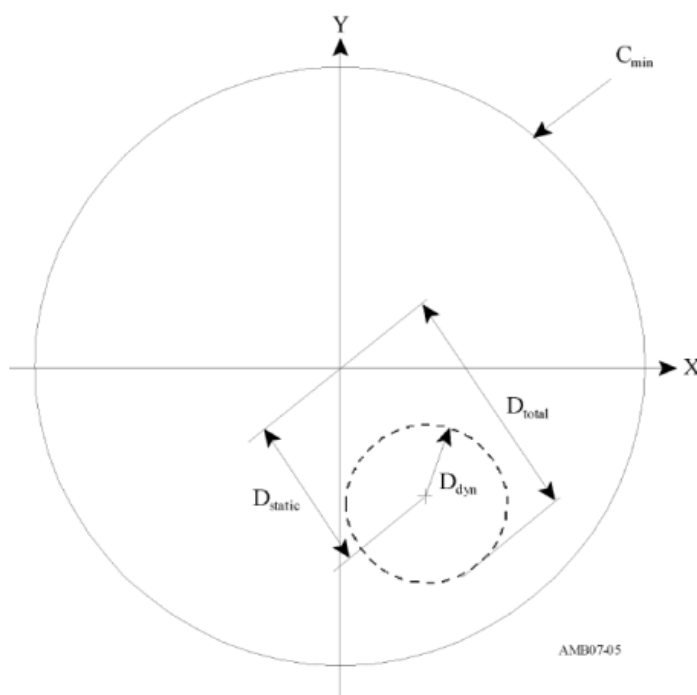


Figura 4.17 – Medição do deslocamento máximo (SWANSON et al., 2008)

onde D_{static} é a excentricidade estática, D_{dyn} é o deslocamento devido a resposta dinâmica do sistema (amplitudes das órbitas), D_{total} é o deslocamento total e C_{min} é a mínima folga radial do sistema que ocorre, em geral, entre o eixo e os mancais auxiliares.

A severidade da vibração é obtida em função da relação entre a amplitude máxima do deslocamento, D_{total} , e a folga mínima do sistema, C_{min} , o que permite classificar as máquinas conforme a Tab. 4.6.

Tabela 4.6 – Limites recomendados para os limites das Zonas– ISO 14839-2

Zona	Limites
A/B	$D_{total} < 0,3C_{min}$
B/C	$D_{total} < 0,4C_{min}$
C/D	$D_{total} < 0,5C_{min}$

As quatro classes de vibração são definidas da seguinte forma:

- **Zona A** – Máquinas novas;
- **Zona B** – Máquinas consideradas aceitáveis, sem restrição de operação à operação contínua;

- **Zona C** – Máquinas com vibração excessivamente alta;
- **Zona D** – Máquinas com vibração suficiente para causar danos ao sistema.

Nas Fig. 4.18-4.21 são apresentados os deslocamentos e as correntes de controle obtidos para os dois casos de desbalanceamento, considerando tanto o controlador PI original quanto o controlador Modal proposto neste trabalho. Vale a pena destacar que as linhas coloridas nos gráficos correspondentes ao deslocamento representam as Zonas de severidade de vibração, definidas conforme a norma 14839-2.

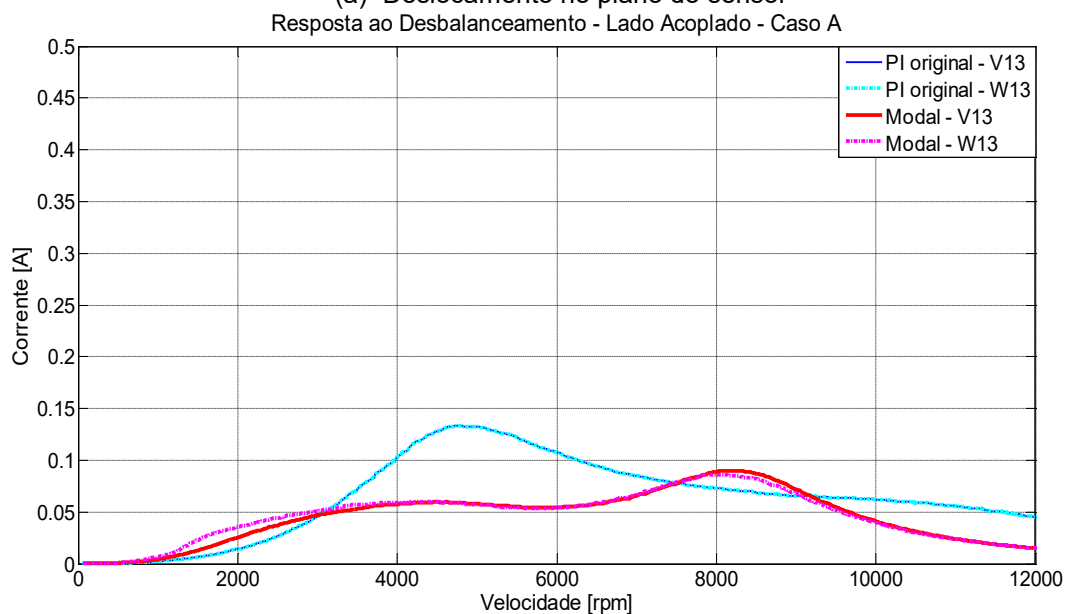
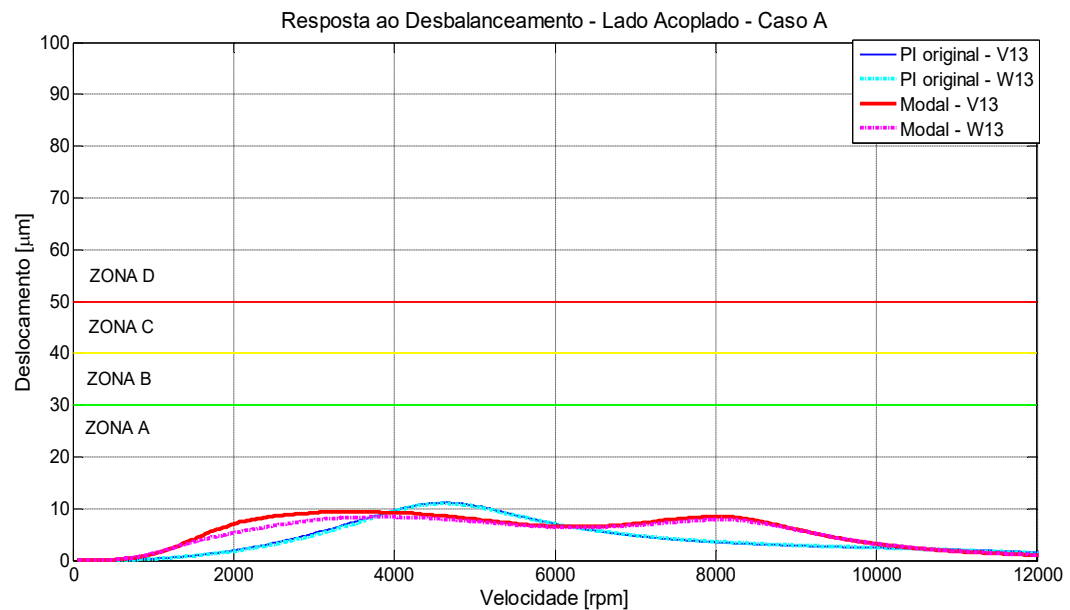
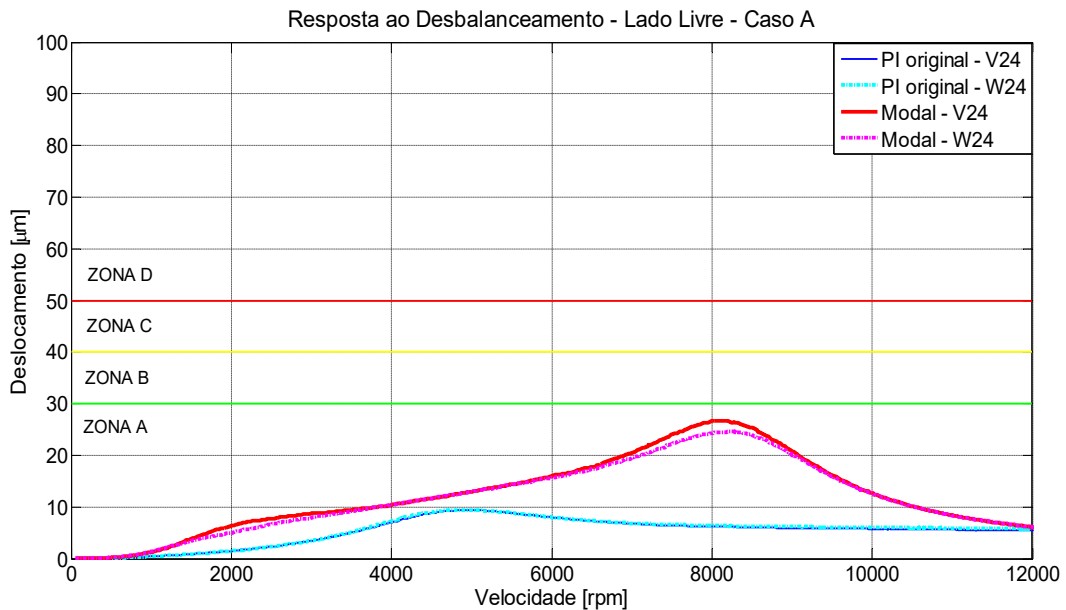
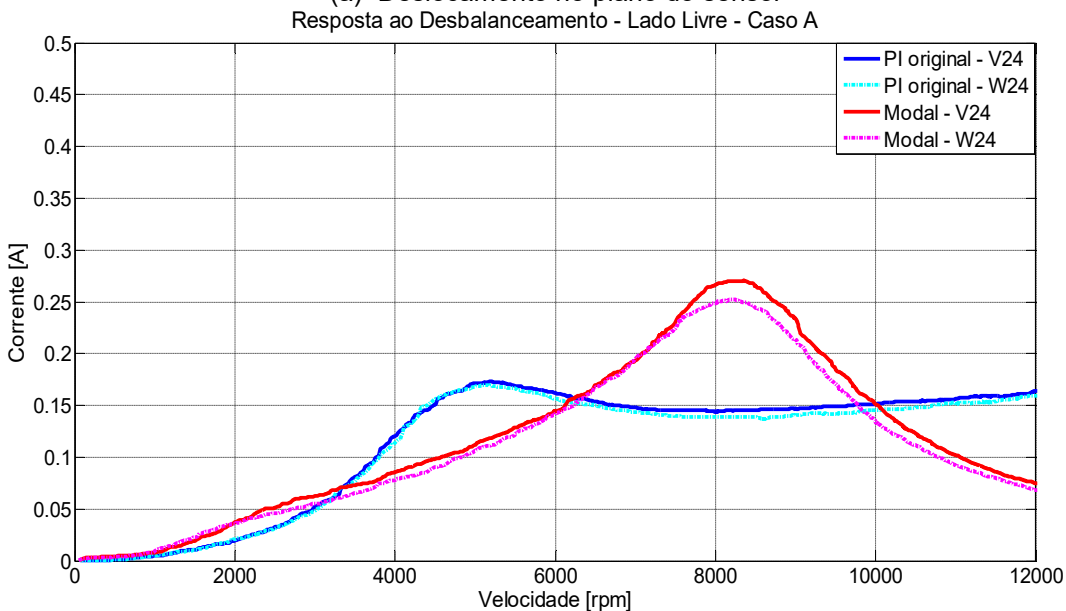


Figura 4.18 – Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso A – Lado Acoplado

Na Fig. 4.18(a) verifica-se que os dois controladores foram capazes de manter o deslocamento máximo em aproximadamente 10 μm , que representa apenas 1/3 do limite superior da Zona em toda a faixa de operação. Entretanto, observa-se na Fig. 4.18(b) que a corrente empregada pelo controlador modal representa apenas 55 % e 62% da utilizada pelo controlador PI original entre 4000 rpm e 6000 rpm e acima de 10000 rpm, respectivamente.



(a) Deslocamento no plano do sensor

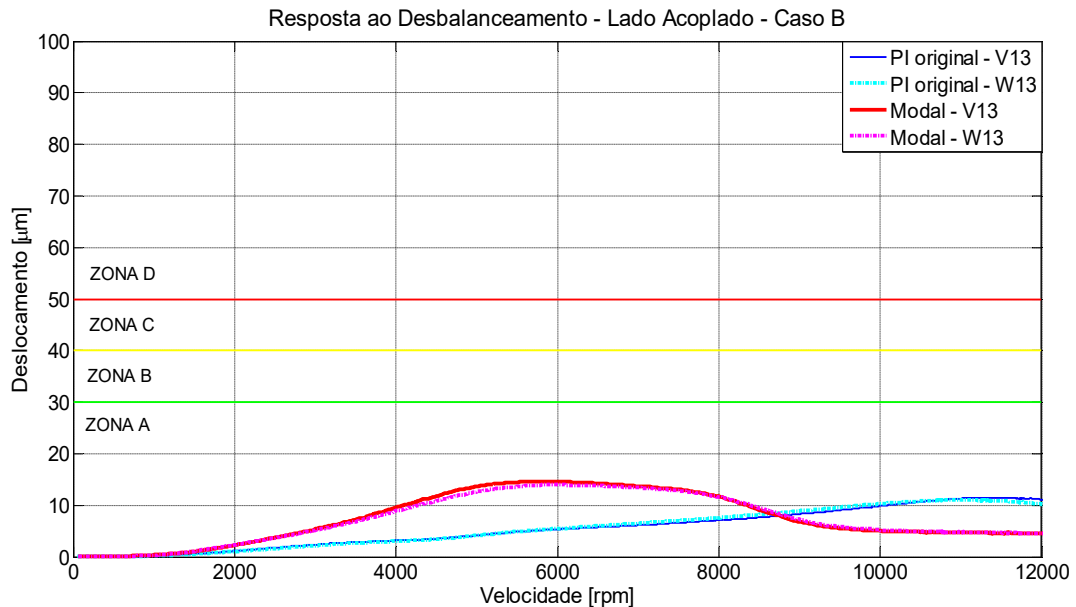


(b) Corrente de Controle

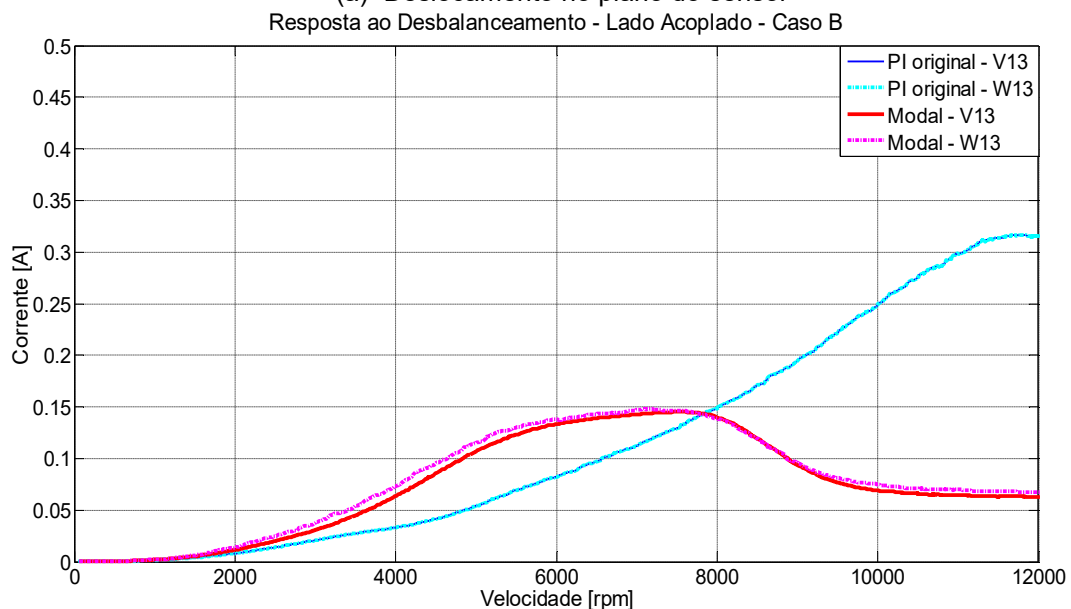
Figura 4.19 – Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso A – Lado Livre

Nota-se que na Fig. 4.19(a) o controlador PI original manteve o deslocamento abaixo do obtido com o controlador modal em toda faixa de operação. Isto ocorre de forma mais

contundente em aproximadamente 8000 rpm, onde a diferença chega a aproximadamente 75%, mas se reduz conforme a velocidade aumenta. Entretanto, deve-se enfatizar que o controlador modal também foi capaz de manter os deslocamentos máximos restritos à ZONA A. Com relação a corrente, verifica-se que o controlador modal empregou um valor consideravelmente maior do que o PI original apenas na faixa entre 6400 rpm e 9800 rpm.



(a) Deslocamento no plano do sensor

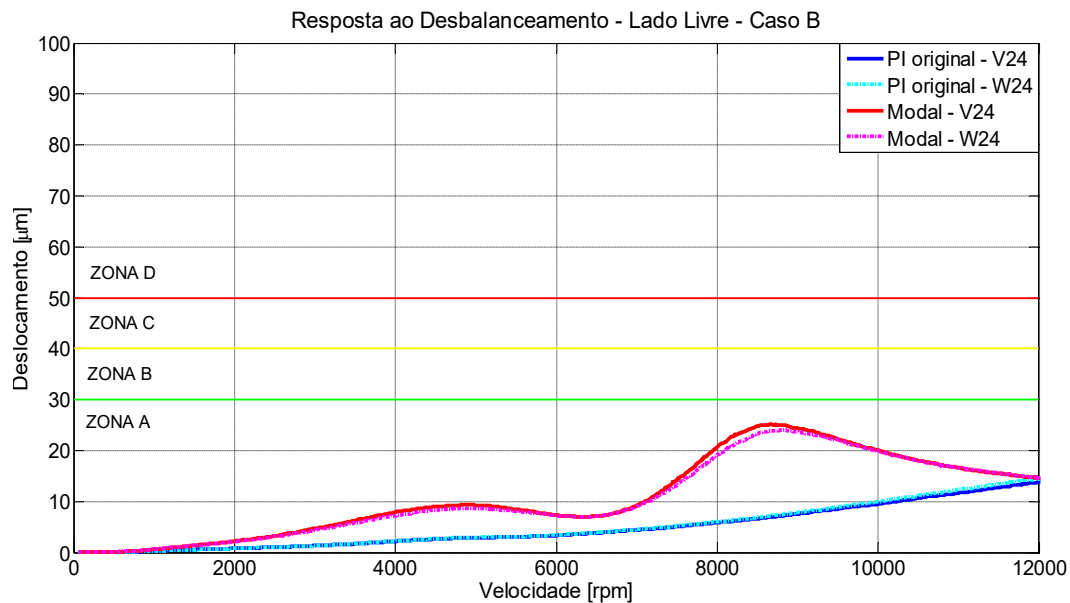


(b) Corrente de controle

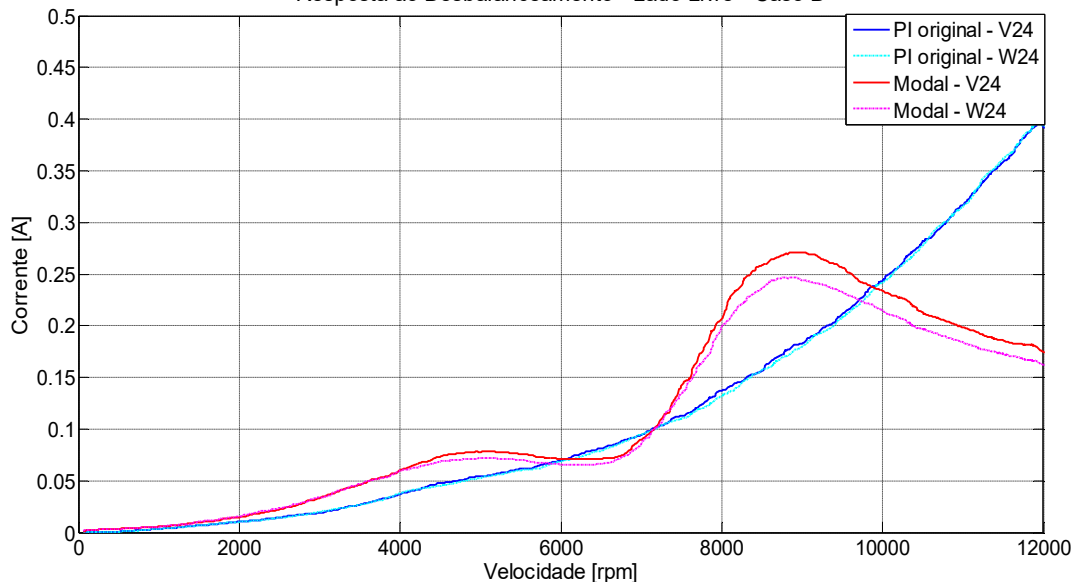
Figura 4.20– Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso B – Lado Acoplado

Na Fig. 4.20(a) observa-se que o máximo deslocamento para o controlador modal, que é de aproximadamente 50% do limite da ZONA A, ocorre em 5600 rpm. Nesta mesma região,

o controlador PI original garante um deslocamento da ordem de 5 μm . Em contrapartida, esta situação se inverte, tanto em deslocamento quanto em corrente, para velocidades acima de 8700 rpm. Nesta região, o deslocamento permitido pelo controlador modal se aproxima de 4,8 μm , ao passo que o controlador PI original registra valores da ordem de 11,3 μm . Já com relação à corrente, o controlador modal é capaz de assegurar a operação do sistema empregando somente 0,07 A, frente a um valor 0,31 A (>340%) usado pelo outro controlador.



(a) Deslocamento no plano do sensor
Resposta ao Desbalanceamento - Lado Livre - Caso B



(b) Corrente de Controle

Figura 4.21– Comparação das Respostas ao Desbalanceamento: Caso B – Lado Livre

Conforme pode ser observado, os resultados mostrados na Fig. 4.21 repetem o mesmo comportamento registrado para o lado acoplado. Entretanto, a corrente empregada pelo

controlador modal na faixa de velocidades acima de 9000 rpm chega a 22% da utilizada pelo controlador PI original.

Por fim, pode-se afirmar que os resultados baseados no modelo permitem antecipar um comportamento adequado do controlador modal, pois apesar da sua ordem reduzida, foi capaz de garantir uma margem de estabilidade superior ao do controlador PI original, além de assegurar que os níveis de vibração ficassem abaixo do limite da ZONA A para condições de desbalanceamento desfavoráveis.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO V

Resultados Experimentais

Neste capítulo apresenta-se os resultados provenientes dos experimentos realizados na bancada de testes com a finalidade de analisar, tanto a margem de estabilidade, quanto o desempenho de ambos os controladores testados, qual sejam, o modal e o PI. Em primeiro lugar apresenta-se as configurações gerais, bem como os equipamentos utilizados na condução dos ensaios. Em seguida, discute-se as margens de estabilidade com base nas Funções de Sensibilidade experimentais. No item 5.3 analisa-se o comportamento dinâmico do sistema sob o ponto de vista das suas Funções de Transferência em Malha Fechada. Por fim, a seção 5.4 é devotada à investigação do desempenho do sistema com relação à sua reposta ao desbalanceamento, que é avaliada para toda a faixa de operação.

5.1 Configuração Experimental

Para a realização dos experimentos empregou-se um sistema de prototipagem dSPACE, que engloba uma placa de controle DS1104 R&D (instalada na placa mãe de um PC) e o ambiente de desenvolvimento ControlDesk. Na Fig. 5.1 pode-se observar o *set up* experimental.

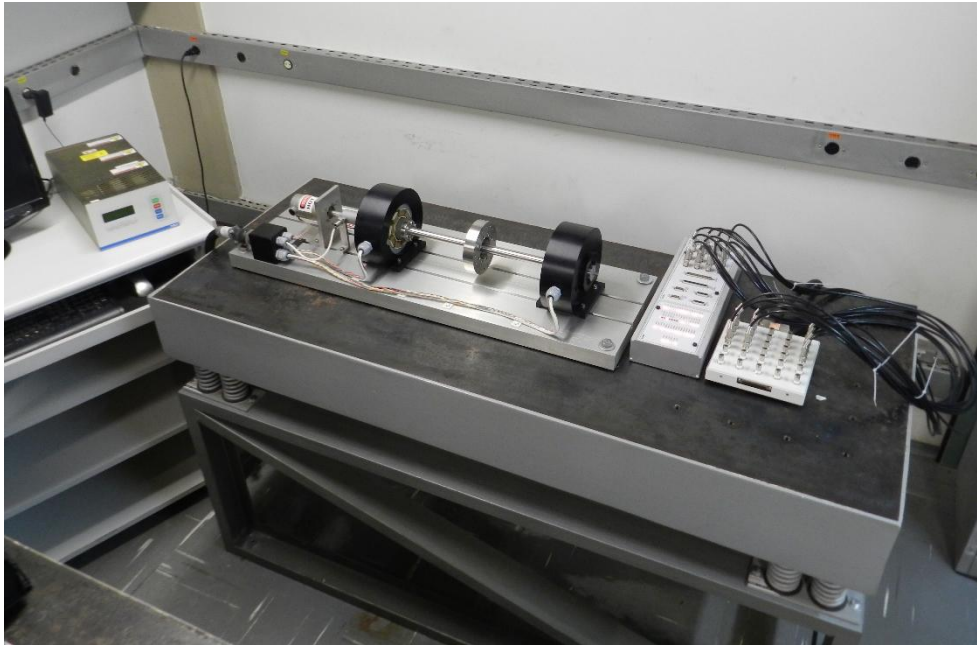


Figura 5.1 – Set up experimental: controlador original, sistema rotor/MMA's, interface DS1104 R&D e placa de interface MBResearch™ (vistos da esquerda para a direita)

A configuração apresentada na Fig. 5.1 é bastante versátil, pois permite tanto fechar a malha com o controlador PI original, utilizando o *hardware* de fábrica, quanto o controlador modal, através da placa DS1104 R&D.

Por fim, é importante mencionar que a placa de controle DS1104 R&D consiste em uma solução com boa relação custo x benefício, entretanto, o seu processador opera a uma velocidade de apenas 250 MHz. Desta forma, ela foi capaz de executar o controlador Modal final com um tempo de amostragem de 109,55 μ s, que corresponde a uma taxa de amostragem de 9128,3 Hz. Devido a limitação da sua velocidade de processamento, não foi possível utilizar esta mesma placa para executar o controlador PI original, que possui uma ordem mais elevada (40 estados). Portanto, nas comparações entre os resultados obtidos para ambos os controladores é necessário levar em consideração que o controlador Modal é implementado com uma taxa de aquisição de 9128,3 Hz (DS1104 R&D) e o controlador PI original com uma taxa de aquisição da ordem de 20 kHz (sistema de controle fornecido pelo fabricante), que corresponde a um tempo de amostragem de 50 μ s.

5.2 Análise da Margem de Estabilidade

Conforme discutido no item 4.5.3.1, as diretrizes da norma ISO 14839-3 recomendam que a avaliação da margem de estabilidade de sistemas rotativos suportados por MMA's deve

ser conduzida com base no valor máximo encontrado, S_{\max} , dentre todas as Funções de Sensibilidade medidas para o sistema. Neste contexto, realizou-se a medição experimental das Funções de Sensibilidade conforme o diagrama apresentado na Fig. 3.42(b) para ambos os controladores. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 5.2 e na Fig. 5.3. Deve-se destacar que as linhas vermelhas nestas figuras representam o limite superior da Zona A, que ocorre em 9,5 dB.

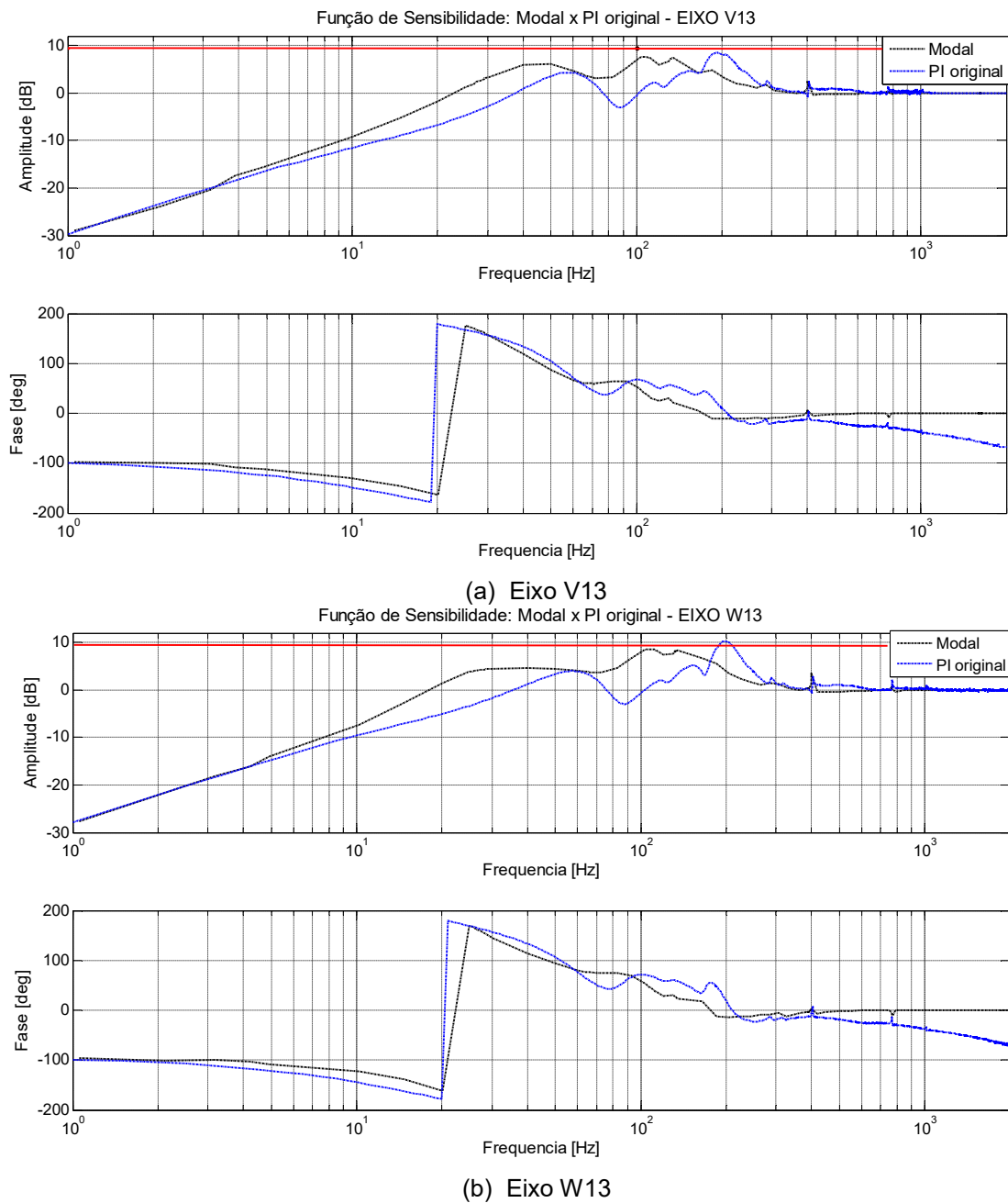


Figura 5.2 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado

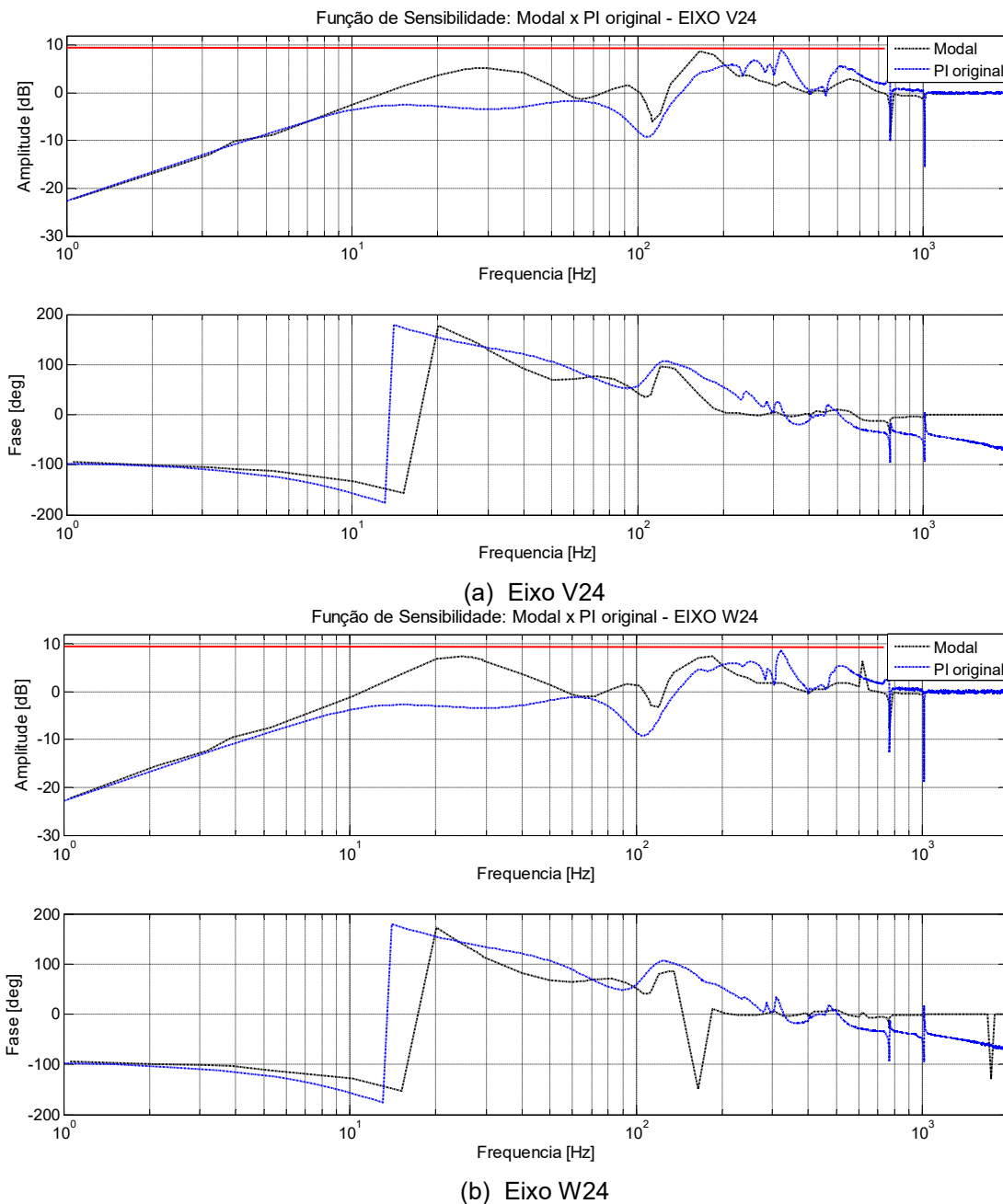


Figura 5.3 – Comparação das Funções de Sensibilidade: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

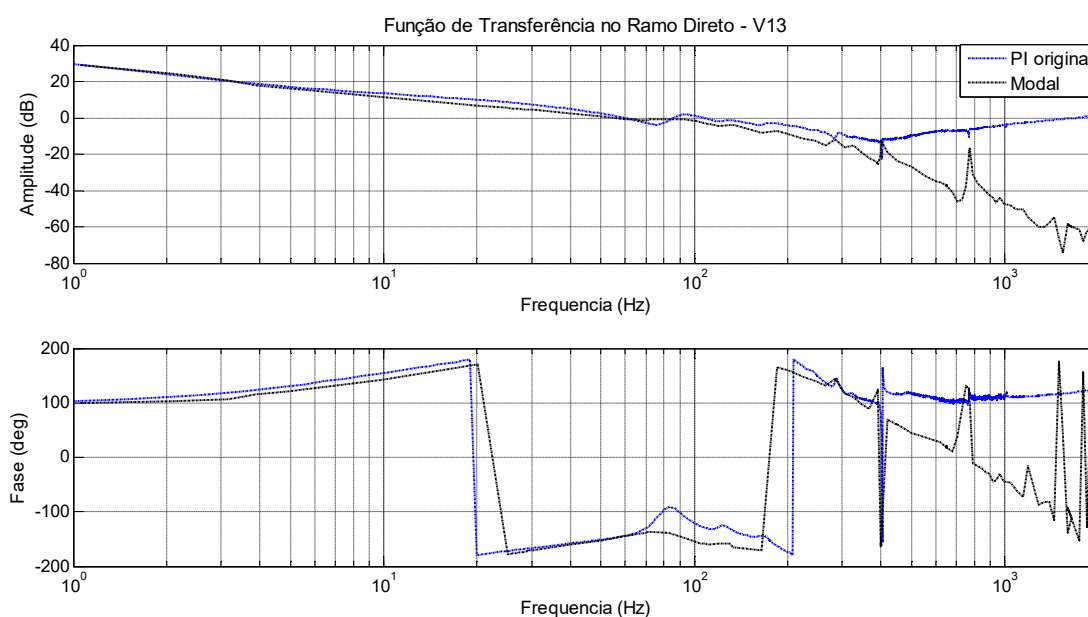
Analisando-se a Fig. 5.2 e a Fig. 5.3 nota-se que o maior pico registrado para a Função de Sensibilidade correspondente ao controlador PI original é de 10,24 dB, e ocorre em uma frequência de aproximadamente 190 Hz no MMA do lado acoplado (Eixo W13 - Fig. 5.2(b)). Já para a planta com o controlador modal o pico máximo ocorre no MMA do lado livre (Eixo V24 – Fig. 5.3(a)) com o valor de 8,8 dB para uma frequência de aproximadamente 160 Hz. Estes resultados podem ser considerados bastante próximos dos valores obtidos numericamente no item 4.5.3.1.

Analisando-se os resultados sob o ponto de vista discutido no item 4.5.3.1, pode-se afirmar que o controlador PI original é capaz de assegurar uma margem de estabilidade aceitável, pois o maior pico da Função de Sensibilidade registrado localiza-se no interior da Zona B da norma ISO 14839-3. Em contrapartida, o controlador modal garante uma margem de segurança maior, característica de máquinas novas, pois o pico máximo da Função de Sensibilidade está localizado no interior da Zona A da norma ISO 14839-3. Portanto, pode-se concluir que o controlador modal, apesar de possuir uma estrutura mais simples e uma ordem menor do que o controlador PI original, garante uma margem de estabilidade superior para este caso.

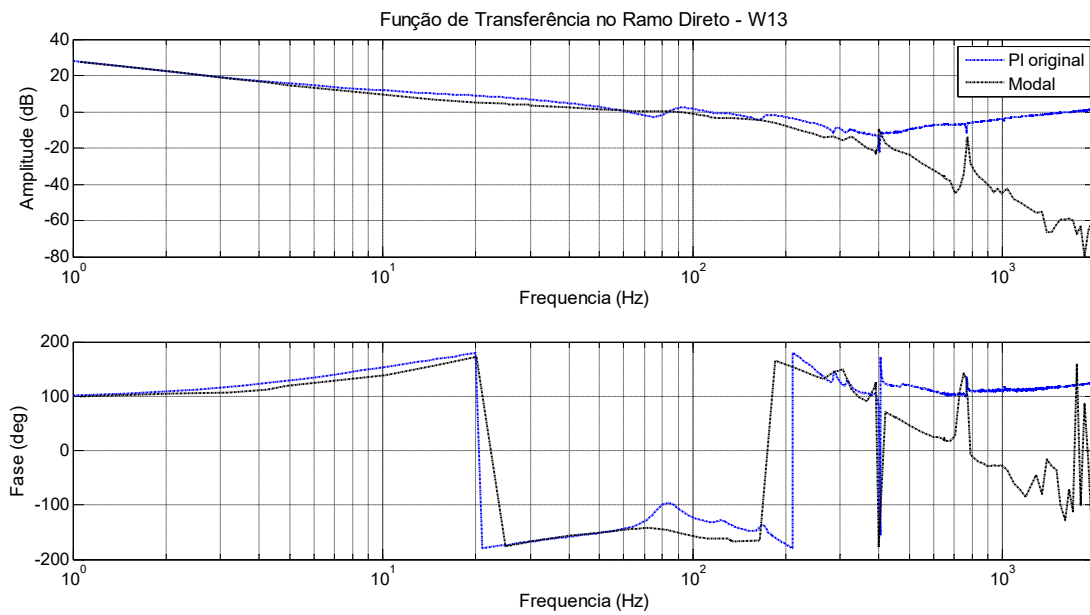
5.3 Funções de Transferência em Malha Fechada

Conforme discutido no item 4.5.3.2, a avaliação da performance através da análise das Funções de Transferência é bastante prática, pois permite uma visão completa a respeito do comportamento dinâmico de sistemas em uma determinada faixa de frequência de interesse. Portanto, serão realizadas a seguir análises comparativas entre as Funções de Transferência obtidas usando o controlador PI original e o controlador Modal.

Em primeiro lugar, realizou-se a medição das Funções de Transferência no Ramo Direto, de acordo com as recomendações do diagrama apresentado na Fig. 3.32(a), que são apresentadas na Fig. 5.4 e na Fig. 5.5.

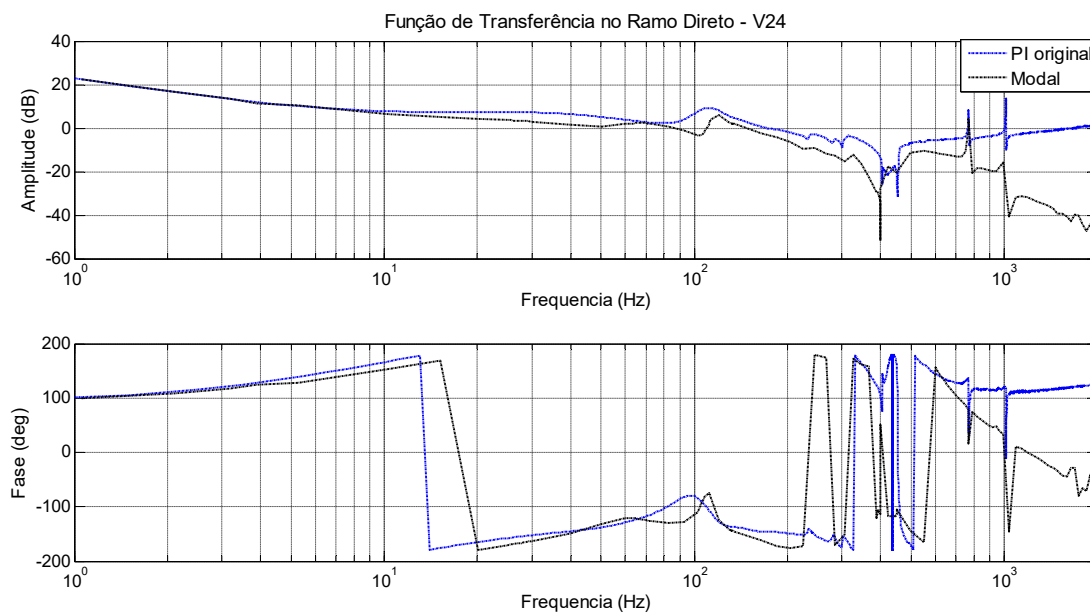


(a) Eixo V13

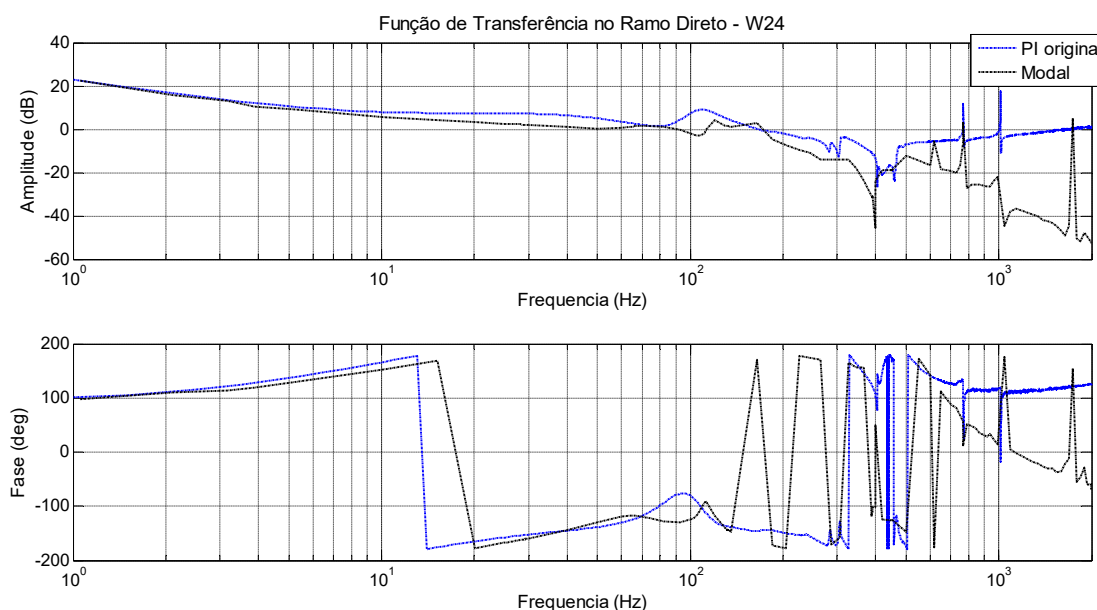


(b) Eixo W13

Figura 5.4 – Comparação das Funções Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado



(a) Eixo V24

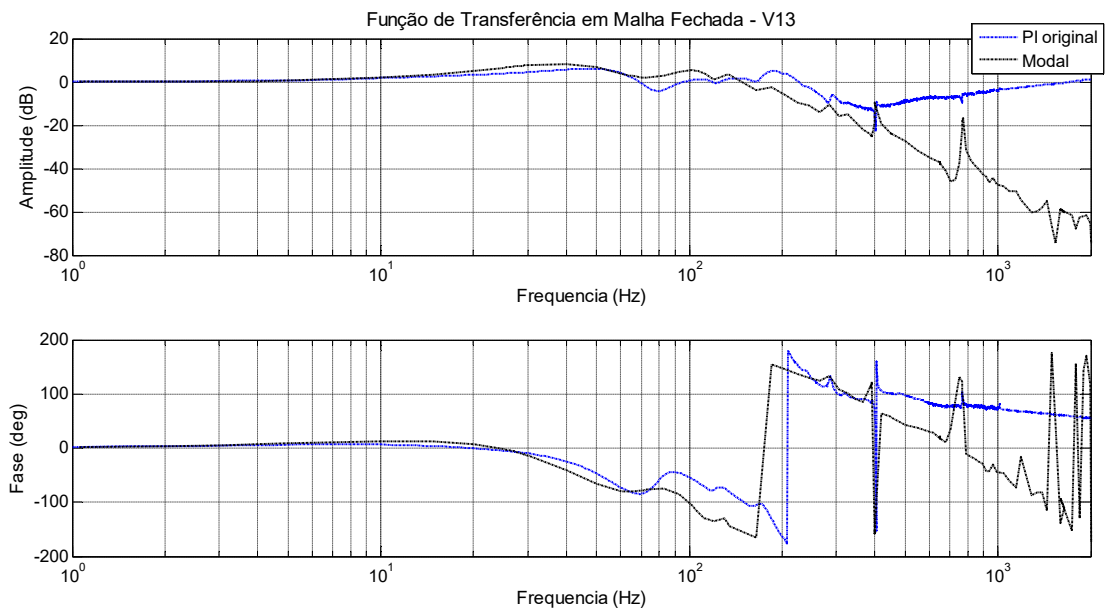


(b) Eixo W24

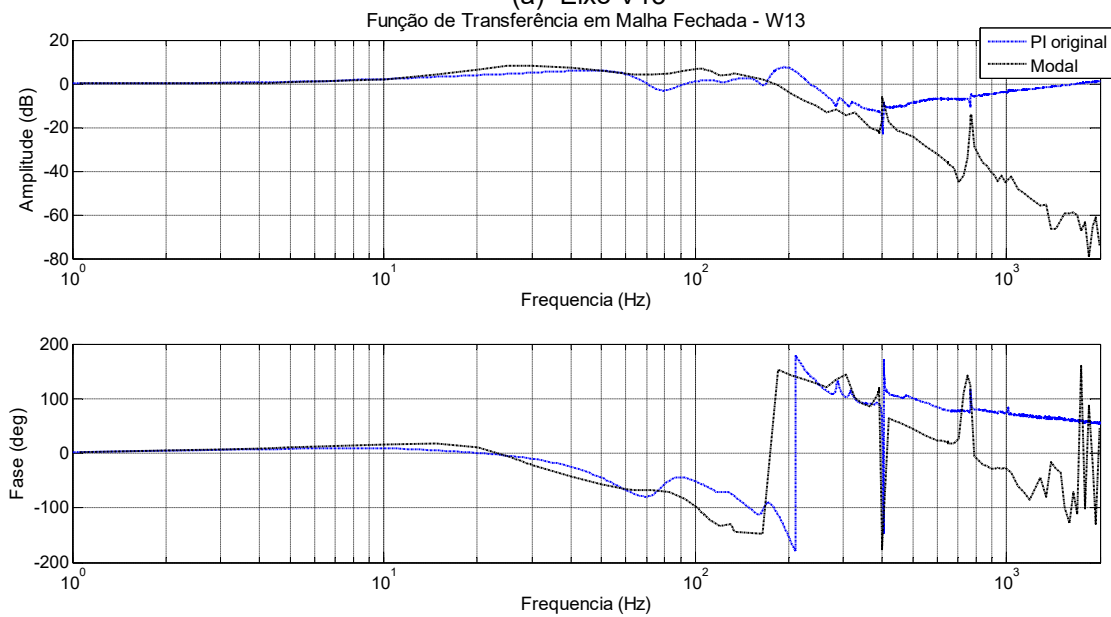
Figura 5.5 – Comparação das Funções Transferência no Ramo Direto: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

Como pode ser observado na Fig. 5.4 e na Fig. 5.5, o comportamento dinâmico do sistema está de acordo com as previsões do modelo, apresentadas nas Fig. 4.11 e 4.12. Desta forma, espera-se que as correntes de controle empregadas pelo controlador modal sejam inferiores as utilizadas pelo controlador PI original. Adicionalmente, nota-se nas Funções de Transferência no Ramo Direto medidas do lado livre (Fig. 5.5) para a planta com o controlador PI original, que aparecem dois picos correspondentes aos modos Nc5 (770 Hz) e Nc6 (1000 Hz). Apesar destes modos possuírem uma boa margem de fase (mínima de aproximadamente 70°), as suas amplitudes variam entre 15 e 20 dB, além de parecerem pouco amortecidos. Para o controlador modal, além destes modos apresentarem uma margem de fase razoável (mínima de aproximadamente 70°) as suas amplitudes são bastante reduzidas.

Neste contexto, é necessário investigar o seu comportamento através da análise das Funções de Transferência em malha Fechada, conforme apresentadas na Fig. 5.6 e na Fig. 5.7.



(a) Eixo V13



(b) Eixo W13

Figura 5.6 – Comparação das Funções Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Acoplado

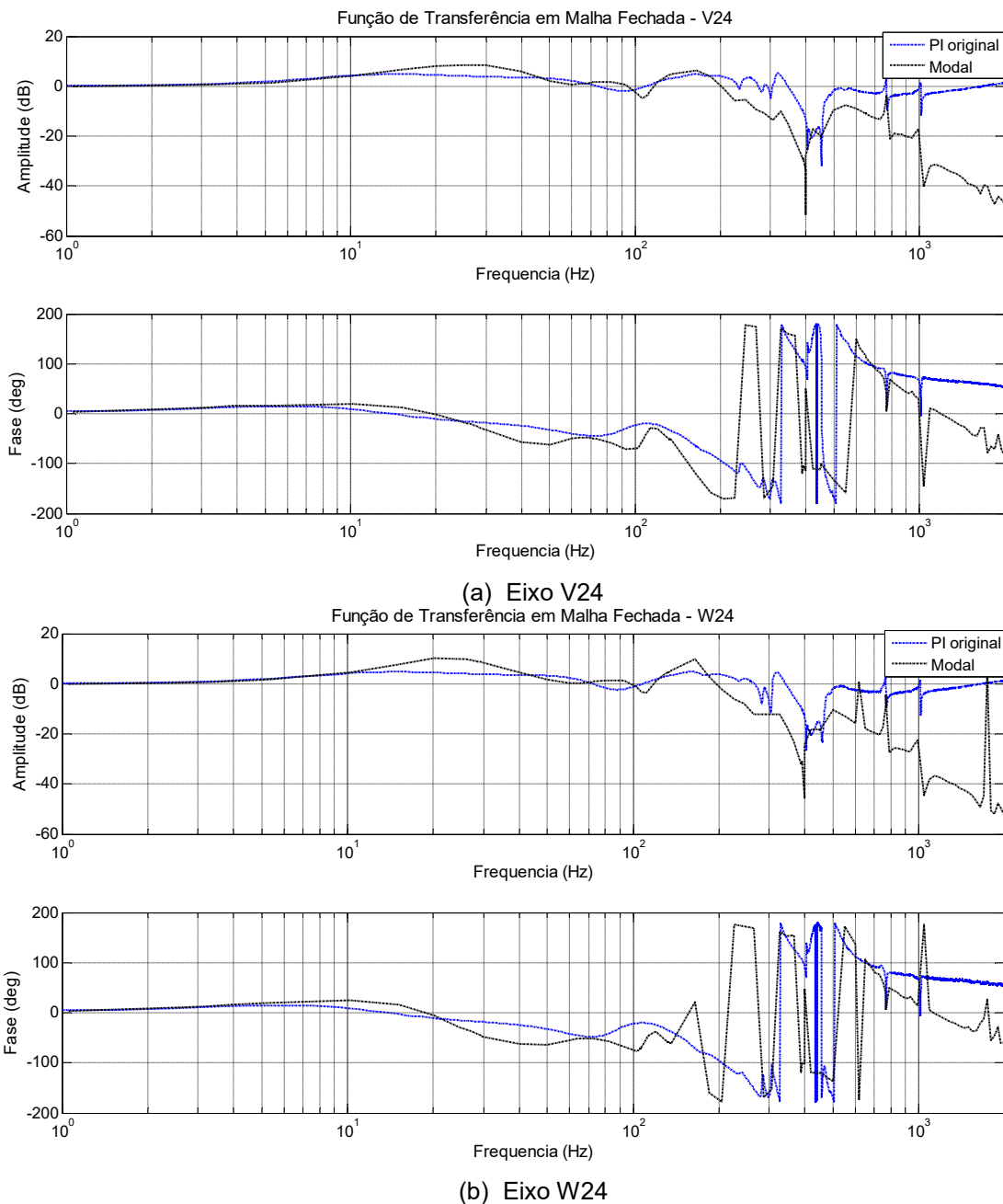


Figura 5.7 – Comparação das Funções Transferência em Malha Fechada: controlador PI x controlador Modal – Lado Livre

Analisando-se a Fig. 5.6 e a Fig. 5.7, nota-se que ambos os controladores foram capazes de estabilizar os modos próprios do sistema de forma satisfatória, inclusive o Nc5 e o Nc6. Adicionalmente, observa-se que a performance referente à faixa de frequência localizada entre 15 Hz e 30 Hz do controlador PI proporciona um fator de amplificação inferior ao obtido com controlador modal para todos os eixos. Isto também ocorre nas proximidades de 100 Hz apenas do lado acoplado (Fig. 5.7). Em contrapartida, para a faixa de operação definida como prioritária, ou seja, entre 8500 rpm (143 Hz) a 12000rpm (200 Hz), o controlador

modal apresenta uma atenuação equivalente à do controlador PI original, sendo até melhor nas proximidades da máxima velocidade para o MMA do lado livre.

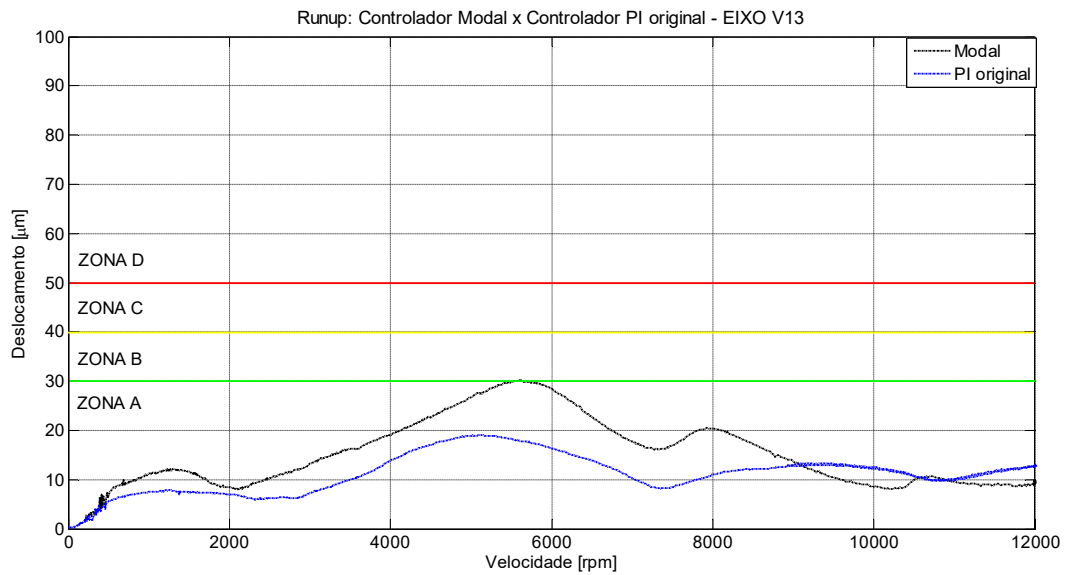
Portanto, pode-se afirmar que os resultados obtidos com a análise das Funções de Transferência em Malha Fechada obtidas experimentalmente apresentam boa correlação com as previsões com base no modelo, apresentadas na seção 4.5.3.2.

5.4 Resposta ao desbalanceamento

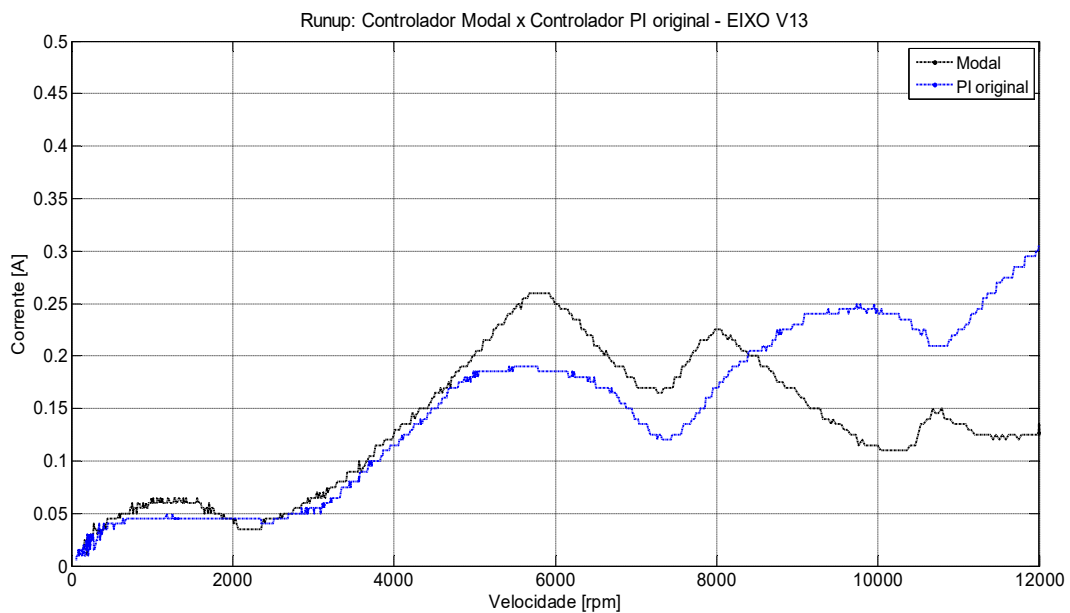
No item 4.5.3.3 apresentou-se a análise da resposta do sistema para toda a faixa de operação quando sujeito a dois casos conhecidos de desbalanceamento severo, conforme as diretrizes da norma API 684. Em seguida, a condição da máquina foi avaliada com base nos seus níveis de vibração, de acordo com os critérios definidos pela norma ISO 14839-2. Nesta etapa, verificou-se que a máquina se enquadra na ZONA A, que é característica de equipamentos novos e sem restrição de operação. Desta forma, é necessário lembrar que estas análises são de grande importância pois permitem detectar diversos problemas ainda na fase de projeto. Por outro lado, como esta investigação é baseada no modelo, representa apenas uma previsão a respeito do comportamento do sistema real e, portanto, deve-se conduzir experimentos no sistema físico real para verificar se o seu comportamento dinâmico é satisfatório.

Neste contexto, realizou-se diversos procedimentos de varredura ao longo de toda a faixa de operação, a partir do repouso (0 rpm) até a MCOS (12000 rpm), usando uma aceleração angular de 50 rpm/s. A configuração do desbalanceamento real do rotor é desconhecida, mas este fato se torna irrelevante, pois o objetivo dos experimentos é a avaliação do desempenho do controlador com base nos níveis de vibração (ISO 14839-2), juntamente com a comparação com as suas contrapartidas provenientes do controlador PI de fábrica.

Os resultados obtidos são apresentados nas figuras a seguir (Fig. 5.8-5.11). As linhas coloridas representam as classes de severidade de vibração definidas de acordo com a norma ISO 14839-2.



(a) Deslocamento medido pelo sensor

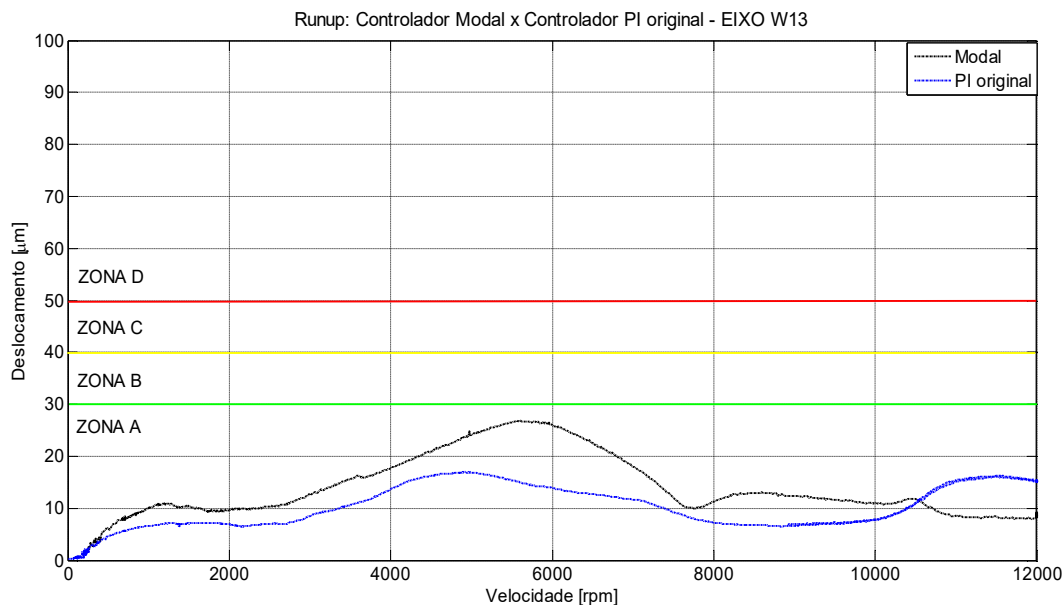


(b) Corrente de controle

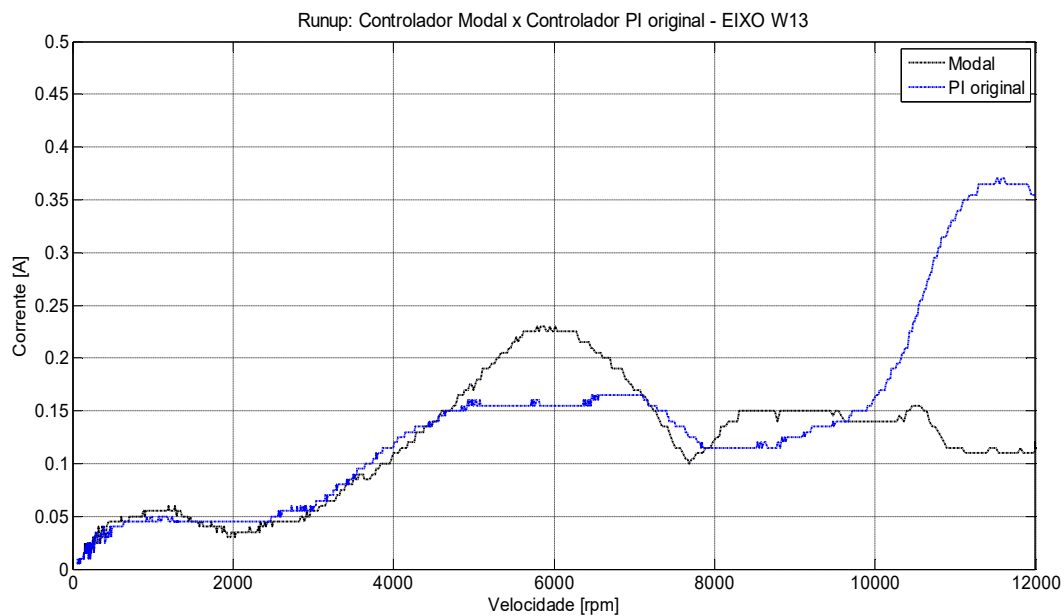
Figura 5.8 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo V13

Na Fig. 5.8(a) observa-se que, apesar do sistema passar por dois picos de vibração nas velocidades de aproximadamente 6000 rpm e 8000 rpm, o controlador modal é capaz de manter estes níveis dentro da ZONA A. Nesta mesma faixa de operação, o controlador PI é capaz de proporcionar uma atenuação mais efetiva. Entretanto, a vibração à qual o sistema está sujeito nas velocidades acima de 8200 rpm é similar para ambos os controladores, ao passo que a corrente de controle empregada pelo controlador modal chega a apenas 43% da utilizada pelo controlador PI para velocidades próximas a 12000 rpm.

Na Fig. 5.9 verifica-se que a resposta ao desbalanceamento registrada no eixo W13 é bastante similar à que foi encontrada para o eixo V13. Conforme pode ser observado, a corrente empregada pelo controlador modal para altas velocidades é ainda menor do que para o V13, chegando a apenas 33% da utilizada pelo controlador PI.



(a) Deslocamento medido pelo sensor

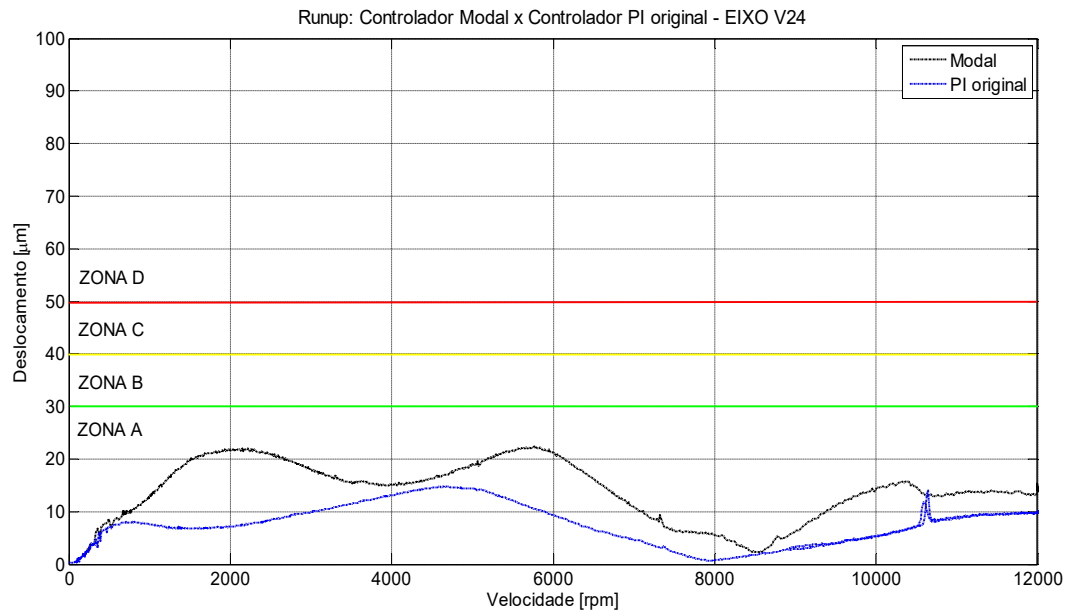


(b) Corrente de controle

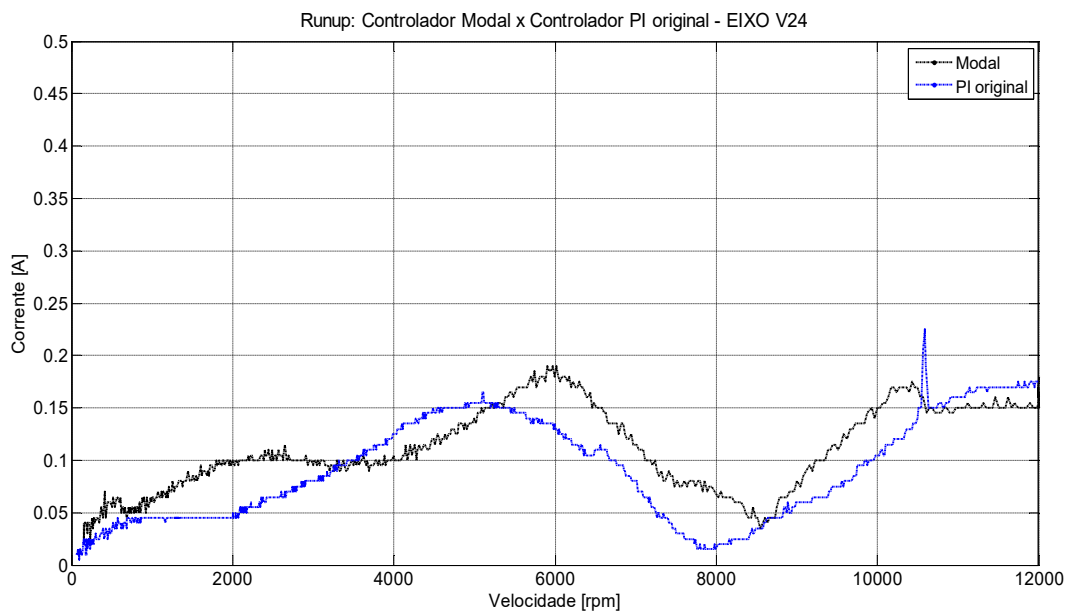
Figura 5.9 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo W13

Comparando-se a Fig. 5.10 e a Fig. 5.11 verifica-se um comportamento bastante aceitável ao se considerar as respostas ao desbalanceamento para os dois eixos do lado livre. Em ambas as curvas do deslocamento verifica-se que, para as vizinhanças de 2000 rpm e

6000 rpm, o controlador modal possui um desempenho inferior ao controlador PI. Já para altas frequências, acima de 8000 rpm, o desempenho de ambos os controladores é bastante similar. Com relação as correntes de controle, ambos apresentaram um desempenho bastante próximo.

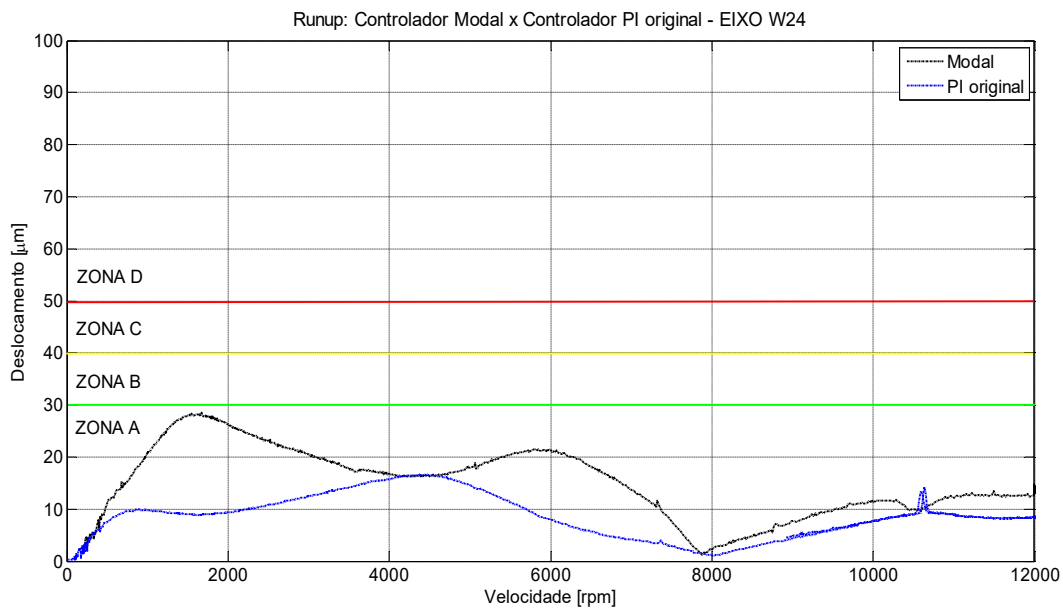


(a) Deslocamento medido pelo sensor

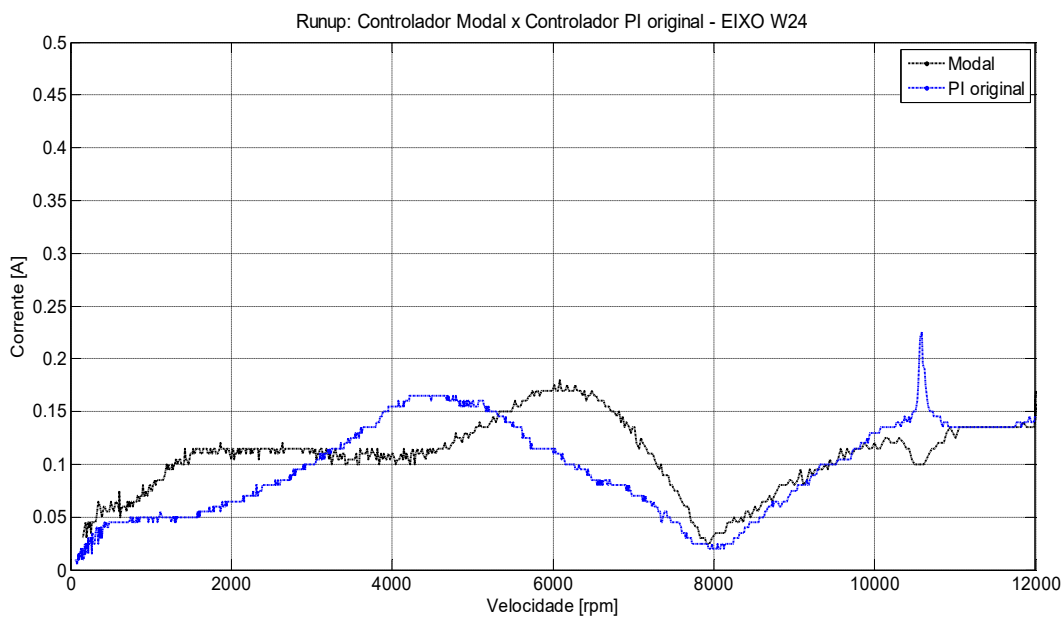


(b) Corrente de controle

Figura 5.10 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo V24



(a) Deslocamento medido pelo sensor



(b) Corrente de controle

Figura 5.11 – Comparação da Resposta ao Desbalanceamento – Eixo W24

Outro fato relevante que pode ser observado na Fig. 5.10 e na Fig. 5.11 é a presença de um pico em aproximadamente 11000 rpm, que se manifesta apenas no caso do controlador PI. Este fato pode ser justificado por algum modo da base que é excitado pelo controlador, ou até mesmo por alguma característica própria deste controlador.

Na Fig. 5.12 são apresentadas as órbitas desenvolvidas pelo rotor nos dois MMA's para a MCOS (12000 rpm).

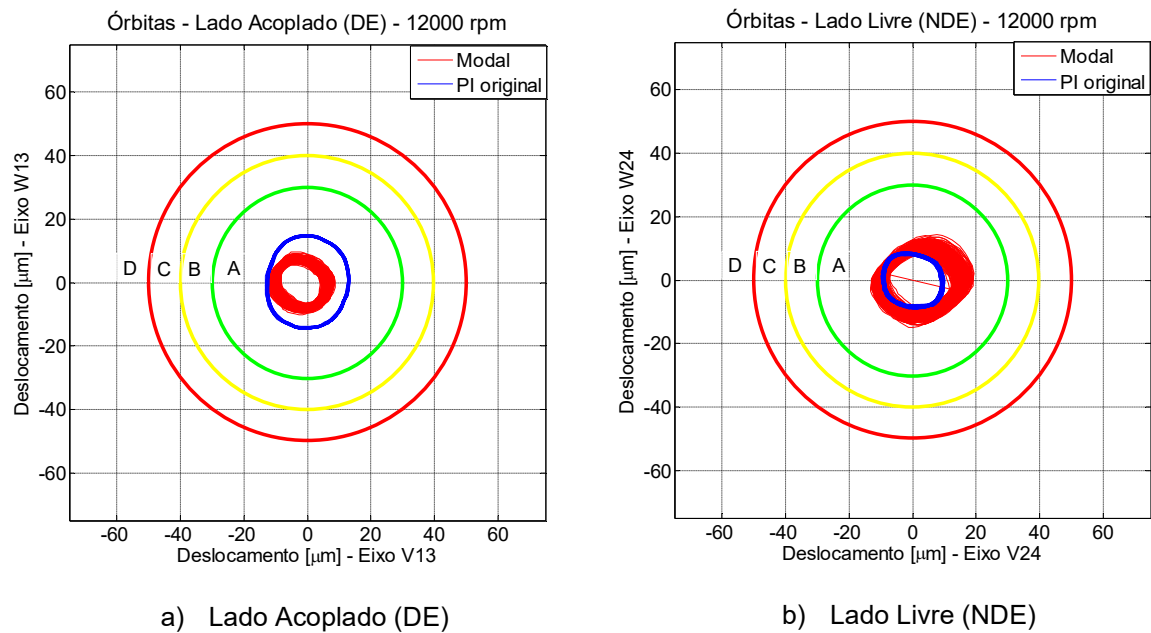


Figura 5.12 – Comparação das Órbitas nas posições dos sensores

Observando-se a Fig. 5.12 nota-se que ambos os controladores foram capazes de manter os níveis de vibração abaixo dos limites da ZONA A, permitindo que a máquina opere nesta condição sem restrições.

Assim sendo, com base nos resultados obtidos, pode-se afirmar que o projeto do controlador modal foi bem sucedido, uma vez que foi capaz de satisfazer os requisitos de projeto de forma adequada.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO VI

Conclusões e Perspectivas Futuras

Neste trabalho de doutoramento apresenta-se os resultados obtidos através da aplicação de uma metodologia própria com o objetivo de sistematizar o Projeto Robusto de Sistemas de Controle Ativo Modal de Rotores Supercríticos suportados por Mancais Magnéticos. Para tanto, são discutidas com detalhes todas as etapas envolvidas no projeto, desde a modelagem da planta, passando pelo processo de identificação experimental dos seus parâmetros, correlação e ajuste do modelo, síntese do controlador Modal e, por fim a avaliação da sua estabilidade e desempenho, sob o ponto de vista das normas técnicas vigentes. Deve-se mencionar que um dos principais fatores que motivaram o empreendimento deste trabalho é o seu grande potencial para a aplicação industrial, pois como produto final tem-se um procedimento sistemático englobando todas as fases do projeto de controladores modais, culminando com o desenvolvimento de controladores fisicamente justificáveis, de fácil implementação devido a sua baixa ordem e capazes de conferir estabilidade e desempenho robusto plenamente satisfatórios para o sistema estudado.

Em primeiro lugar, foi necessário conceber um modelo numérico/computacional representativo da planta experimental, com a finalidade de permitir a síntese e as análises de desempenho e de estabilidade das estratégias de controle propostas. Para tanto, a abordagem utilizada consistiu no desmembramento do sistema em seus principais componentes, os quais foram então modelados em ambiente MATLAB/SIMULINK, levando-se em consideração as especificações fornecidas pelo fabricante. Em seguida, cada modelo individual passou por um processo de validação experimental. Após a validação dos modelos individuais de cada componente, procedeu-se a sua integração de forma a obter um modelo

representativo do sistema completo. Este passou por um processo de redução de modelo baseado no conhecido método pseudo-modal que permitiu diminuir o seu tamanho, que inicialmente contava com 456 estados em coordenadas físicas, para apenas 12 estados em coordenadas modais, diminuindo assim significativamente o tempo de processamento, bem como os esforços computacionais requeridos.

Como as plantas de sistemas rotativos suportados por MMA's são instáveis em malha aberta, foi necessário modelar também o controlador PI fornecido junto com o *kit* educacional, cuja arquitetura é tratada em detalhes no item 3.7. É importante mencionar que o modelo da planta completa foi validado através da comparação entre as suas Funções de Transferência em Malha Fechada com as suas respectivas contrapartidas experimentais, onde foi possível observar uma boa correlação entre o modelo numérico/computacional e o sistema físico real.

A síntese e análise do controlador Modal Robusto através de atribuição de autoestrutura utilizando a técnica de Múltiplos Modelos foram amplamente discutidas no Capítulo 4. Neste sentido, a primeira atividade foi a especificação clara e objetiva dos requisitos de projeto a serem satisfeitos pelo sistema em malha fechada. Posteriormente, discutiu-se as principais fontes de incertezas em sistemas rotativos com MMA's, explorando os conceitos de incertezas estruturadas e não estruturadas, além de abordar a sua incorporação ao modelo do sistema através do uso da TLF. Em seguida, apresentou-se os principais fundamentos que norteiam o processo de atribuição de autoestrutura através da técnica de Múltiplos Modelos. Neste ponto, cabe mencionar que preferiu-se a abordagem na qual a Função de Transferência do compensador é definida *a priori* devido as suas vantagens, tais como a possibilidade de se intervir sobre a ordem do controlador, além da facilidade em se moldar a resposta em frequência do sistema de acordo com as necessidades do projeto mediante a escolha dos seus denominadores.

Ao final do processo de síntese com base no modelo, resultou um controlador modal bastante compacto, com apenas 27 estados, ao passo que tanto o controlador PI fornecido com a bancada quanto a própria planta a ser estabilizada contam ambos com 40 estados. Esta pode ser considerada uma vantagem decisiva em aplicações práticas, uma vez que controladores de alta ordem são de difícil implementação e, em geral, precisam passar por processos de redução que nem sempre garantem os resultados esperados.

Após a síntese do controlador, avaliou-se tanto a margem de estabilidade quanto o desempenho do sistema em malha fechada usando simulações, buscando antecipar possíveis problemas durante a sua operação. Com base nos critérios definidos pela norma ISO 14839-3, o controlador modal foi capaz de assegurar uma margem de estabilidade equivalente a uma máquina nova, pois o pico máximo da sua Função de Sensibilidade está localizado dentro da Zona A. Já o controlador PI original conferiu à planta uma margem de

estabilidade inferior, mas considerada aceitável, pois o máximo pico registrado para a Função de Sensibilidade localiza-se no interior da Zona B. Adicionalmente, também empregou-se a análise μ , que permitiu verificar que, apesar do controlador modal ser consideravelmente mais simples do que o controlador PI, foi capaz de suportar incertezas no modo Nc3 aproximadamente 22% superiores do que o controlador PI, sem comprometer significativamente a sua tolerância a incertezas no modo Nc4.

A partir da análise da performance do sistema com base nas Funções de Transferência em Malha Fechada do modelo verificou-se que ambos os controladores foram capazes de atenuar adequadamente todos modos localizados na sua banda de frequência. Além disso, possibilitou deduzir que, apesar do controlador modal permitir um nível de vibração maior do que o PI para velocidades de operação abaixo de 8500 rpm, o seu desempenho se equipara a este e até mesmo o supera em alguns casos para velocidades de operação superiores a este limite. Em contrapartida, como o esforço de controle exercido pelo controlador modal mostrou-se sempre inferior ao exercido pelo controlador PI, principalmente para velocidades acima de 8500 rpm, espera-se que as correntes de controle sigam esta mesma tendência, o que representaria uma economia considerável de energia. Lembra-se que as máquinas ecologicamente compatíveis têm como um dos requisitos o menor consumo de energia possível. Com relação à resposta ao desbalanceamento, procedeu-se a análise conforme as diretrizes da norma API 684; entretanto, os critérios empregados para a avaliação de severidade dos níveis de vibração foram definidos de acordo com a norma ISO 14839-2. Este estudo proporcionou observar que, mesmo apresentando um desempenho inferior ao do controlador PI para baixas velocidades, o controlador modal foi capaz de manter os níveis de vibração dentro da ZONA A para condições desfavoráveis de vibração. Em contrapartida, as correntes empregadas pelo controlador modal foram inferiores às usadas pelo controlador PI, principalmente para velocidades acima de 9000 rpm.

No Capítulo 5 realizou-se as medições experimentais das Funções de Sensibilidade, das Funções de Transferência em Malha Fechada e da resposta ao desbalanceamento. Em todos os casos foi possível verificar que as previsões com base no modelo se concretizaram, o que mostrou a boa correlação entre o modelo numérico/computacional e a bancada real. Com base nos resultados obtidos, pode-se afirmar que o projeto do controlador robusto modal foi muito bem sucedido, pois foi possível cumprir satisfatoriamente todos os requisitos de projeto que foram estabelecidos. Além disso, deve-se considerar o fato de o controlador PI ter sido implementado em um hardware de fábrica, que é capaz de executá-lo em tempo real com um tempo de aquisição de 50 μ s. Em contrapartida, o controlador modal foi implementado através de uma placa de controle dSPACE modelo DS1104 R&D, cujo tempo de amostragem foi de 109,55 μ s.

Portanto, pode-se afirmar que a principal contribuição deste trabalho foi a sistematização do Projeto Robusto de Sistemas de Controle Ativo Modal de Rotores Supercríticos suportados por Mancais Magnéticos. Outras contribuições igualmente importantes devem ser mencionadas, a saber: desenvolvimento de modelos representativos de sistemas rotativos para aplicação em planta com controle ativo, determinação e implementação de arquiteturas de controle ativo com real possibilidade de utilização na indústria, desenvolvimento de técnicas experimentais para rotores supercríticos suportados por mancais magnéticos, projeto e caracterização de controladores para mancais magnéticos com foco no controle modal.

Publicações

Esta tese de doutoramento permitiu a realização das seguintes publicações:

Artigos completos apresentados em congressos científicos

OLIVEIRA, M. V.F; BORGES, A. S.; BORGES, A. S.; KOROISHI, E. H.; STEFFEN JR., V. Modeling and Characterization of a Flexible Rotor supported by AMB. In: IMAC-XXXIV A Conference and Exposition on Structural Dynamics, 2016. Bethel: Society for Experimental Mechanics. **Proceedings of IMAC-XXXIV.**

KOROISHI, E. H. ; LARA-MOLINA, FABIAN ANDRES ; BORGES, A. S. ; STEFFEN JR, V. Vibration Control of Flexible Rotors Using H^∞ Norm. In: 17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME 2015, 2015, Natal-RN. **Proceedings of 17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2015**

KOROISHI, E. H. ; LARA-MOLINA, FABIAN ANDRES ; BORGES, A. S. ; STEFFEN JR, V. Robust Control in Rotating Machinery Using Linear Matrix Inequalities. In: 22nd International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives (MAGLEV), 2014, Rio de Janeiro-RJ. **Proceedings of 22nd International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives (MAGLEV), 2014.**

CAVALINI JUNIOR, A. A. ; BORGES, A. S. ; STEFFEN JR, V. ; TORRES, J. N. ; SANTANA, D. Modelagem Matemática de uma UG do Tipo Kaplan Suportada por Mancais Hidrodinâmicos Segmentados. In: VI ENAM - Congresso Nacional de Máquinas Rotativas, 2014, Taubaté - SP. **Anais do VI ENAM (CD ROM) 2014.**

BORGES, A. S.; FERNANDES, M. V.; KOROISHI, E. H.; STEFFEN, V. Controle Robusto em Máquinas Rotativas Utilizando Desigualdades Matriciais Lineares. In: VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2014, 2014, Uberlândia - MG. **Anais do VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2014.**

CAVALINI JR, A. A.; KOROISHI, E. H.; BORGES, A. S.; PEREIRA, L. G.; STEFFEN JR, V. Semi-Active Vibration Control of a Rotating Shaft by Using a Magneto Rheological Damper. In: 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering - Cobem 2015, 2015, Rio de Janeiro - RJ. **Proceedings of 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering.**

Artigos publicados em periódicos

KOROISHI, E.; LARA-MOLINA, F.; BORGES, A.; STEFFEN, V. Robust control in rotating machinery using linear matrix inequalities. **Journal of Vibration and Control**, v. 1, p. 1-12, 2015.

KOROISHI, E. H.; BORGES, A. S.; CAVALINI, A. A.; STEFFEN, V. Numerical and Experimental Modal Control of Flexible Rotor Using Electromagnetic Actuator. **Mathematical Problems in Engineering (Print)**, v. 2014, p. 1-14, 2014.

Perspectivas de Trabalhos Futuros

Como sugestão para a continuidade do trabalho apresentado nesta tese de doutorado, pode-se elencar:

- Incluir na modelagem os efeitos dinâmicos da base/suporte, que foram negligenciados neste trabalho;
- Aplicação da metodologia proposta em sistemas de rotores embarcados em veículos terrestres, marítimos e aeroespaciais;
- Comparação da técnica de atribuição de autoestrutura utilizando Múltiplos Modelos com outras técnicas de controle robusto, tais como a síntese μ ;
- Avaliar o desempenho e a robustez de controladores modais robustos de ordem mais elevada, utilizando placas de controle com maior capacidade de processamento;
- Testar a técnica de atribuição de autoestrutura utilizando Múltiplos Modelo para lidar com sistemas rotativos com efeitos de rigidez cruzada mais pronunciados;

- Testar outros tipos de controladores, inclusive quanto a sua simplicidade e consumo de energia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, M. T. S. **Controle de Vibrações em Rotores Flexíveis usando Liga com Memória de Forma**. 2015. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

API 617. **Axial and Centrifugal Compressors and Turboexpanders for Petroleum, Chemical and Gas Industry Services**. 2002.

API 684. **Tutorial on the API Standard Paragraphs Covering Rotor Dynamic and Balancing: An Introduction to Lateral Critical and Train Torsional Analysis and Rotor Balancing**. 1996.

BALAS, G.; YOUNG, P. Control design for variations in structural natural frequencies. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, Vol. 18, pp 325-332, 1995.

BALAS, G.; DOYLE, J C. Robustness ad performance trade-offs in control design os flexible structures. **IEEE Transactions of Control System Technology**, vol. 2, No 4, pp 352-361, 1994.

BRAUNEK, W. **Frei schwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld**. Z. Phys., 112:753–763, 1939.

CAVALINI JUNIOR, A. A. **Deteção e identificação de trincas transversais em eixos horizontais de maquinas flexíveis**. 2013. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

CAVALINI JR, A.AP.; GALAVOTTI, T.V.; MORAIS, T.S.; KOROISHI, E.H.; STEFFEN Jr, V. Vibration Attenuation in Rotating Machines Using Smart Spring Mechanism. **Mathematical Problems in Engineering**, 2011, v.2011, p.1 – 14.

CHIBA, A.; FUKAO, T.; ICHIKAWA, O.; OSHIMA, M.; TAKEMOTO, M.; DORREL, D. **Magnetic Bearings and Bearingless Drives**, Newnes, Oxford, 2005.

CHIAPPA, C.; MAGNI, J.; LE GORREC, Y.; KUBICA, F.; DÖLL, C. Flexible Structure Control by Modal Multi-Model Approach: Application to a Flexible Aircraft. In: 21st ICAS Congress - International Council of the Aeronautical Sciences, sept. 1998, Melbourne, Australia.

CHIAPPA, C.; MAGNI, J.; LE GORREC, Y. A Modal Multimodel approach for controller order reduction and structuration. **Proceedings of IEEE 6th Conference on Control Applications**, 2001, Mexico City, p 1156-1161.

DUAN, G.; HOWE, D. Robust Magnetic Bearing Control via Eigenstructure Assignment Dynamical Compensation. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 2003, vol. 11, no 2, p. 204-215.

EARNSHAW, S. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the lumiferous ether. **Trans. Camb. Phil. Soc.**, 7, Part I:97–112, 1842.

EHRICH, F., F. F. **Handbook of Rotordynamics**. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 2004. 480p.

ENZINGER, M. F. **A Modal Control Approach Based on a Minimum-Order Dynamic Feedback**. 2007. PhD Thesis, FernUniversität in Hagen, Hagen.

FURTADO, R. M. **Desenvolvimento de um Atuador Magnético para Excitação sem Contato de Sistemas Rotativos**. 2008. 113p. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas-SP

FUJITA, M.; HATAKE, K.; MATSUMURA, F. Loop Shaping Based Robust Control of a Magnetic Bearing. In: **31st SICE Annual Conference**, 1993, Kumamoto, Japan. p. 57-65.

FUJITA, M.; NAMERIKAWA, T.; MATSUMURA, F.; UCHIDA, K. μ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System. **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol. 40, No 3, p 530-536. 1995.

FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E.; GARVEY, S. D.; LEES, A. W. **Dynamics of Rotating Machines**. New York: Cambridge University Press, 2010, 512 p.

GÄHLER, C. **Rotor Dynamic Testing and Control with Active Magnetic Bearings**. 1998. PhD Thesis, ETH, Zürich.

GAWRONSKI, W. **Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures**. 2004. Springer-Verlag, New York.

GUIRAO, V. S. **Mancais Magnéticos Ativos para Atenuação de Vibrações em Eixos Rotativos**. 2012. Dissertação de Mestrado – UNESP, Ilha Solteira.

GU, D.; PETKOV, P. H.; KONSTANTINOV, M. M. **Robust Control Design with MATLAB®**. 2 ed. Glasgow: Springer-Verlag, 2013

HABERMANN, H.; LIARD, G. **Le palier magnetique active: un principe revolutionnaire**. SKF Rev. Roulements Nr. 192, 1977.

ISO Standard 14839. **Mechanical Vibrations - Vibrations of rotating machinery equipped with active magnetic bearings - Part 1: Vocabulary, Part 2: Evaluation of vibration, Part 3: valuation of stability margin, Part 4: Technical guidelines, system design** (Draft), 2002/2006.

JAYANTH, V.; CHOI, H. BUCKNER, G. Identification and Control of a Flexible Rotor Supported on Active Magnetic Bearings. **Proceedings IEEE SoutheastCon 2002**, pp. 273–278, 2002.

KOROISHI, E. H. **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas utilizando Atuadores Eletromagnéticos**. 2013. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

KOROISHI, E.H.; BORGES, A.S.; CAVALINI Jr, A. Ap.; STEFFEN Jr, V. Numerical and Experimental Modal Control of Flexible Rotor Using Electromagnetic Actuator. **Mathematical Problems in Engineering**, Vol. 2014, ID 361418, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/361418>, 14 pages, 2014.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 2. ed. New York: John Wiley and Sons, 1997.

LE GORREC, Y.; MAGNI, J.; DOLL, C.; CHIAPPA, C. Modal Control Design Approach Applied to Aircraft Autopilot Design. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, vol. 21, No 1, p. 77-83. 1998.

LE GORREC, Y.; MAGNI, J.; CHIAPPA, C. Flexible Transmission System Controlled by Modal Dynamic Feedback. **Proceedings of European Control Conference, 1997, Brussels**, p. 1179–1784.

LI, G. **Robust Stabilization of Rotor-Active Magnetic Bearing Systems**. 2007. PhD thesis, University of Virginia.

LIN, Y., YU, H. Active Modal Control of a Flexible Rotor. **Mechanical Systems and Signal Processing**, vol. 18, p. 1117-1131, 2004.

LÖSCH, F. **Identification and Automated Controller Design for Active Magnetic Bearing Systems**. 2002. PhD Thesis, ETH Zürich. 239p.

MAGNI, J., LE GORREC., Y; CHIAPPA, C. A Multi-Model Approach to Robust Self-Scheduled Control Design. **Proceedings of 37th IEEE Conference on Decision, & Control**, 1998, Tampa, p. 3009-3014.

MAGNI, J. **Robust Modal Control with a Toolbox for Use with MATLAB®**. New York: Kluwer Academic/ Plenum Publishers, 2002.

MORAIS, T. S. **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**. 2010. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

MUSHI, S. E. **Robust Control of Rotordynamic Instability in Rotating Machinery Supported by Active Magnetic Bearings**. May, 2012. PhD thesis, University of Virginia.

NASCIMENTO, L. P., ARANTES, C.H.O. Control Parameters of Active Magnetic Bearings Supporting Rotating Systems. **International Journal of Latest Research in Science and Technology**, vol 3, No 4, p. 47-53, 2014.

OGATA, K. . **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010, 809 p.

OLIVEIRA, M. V. F. **Caracterização Numérica e Experimental de uma Bancada de Rotor Flexível Suportada por Mancais Magnéticos Ativos**. 2015. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SALDARRIAGA, M. V. **Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. 2007. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SANADGOL, D. **Active control of surge in centrifugal compressors using magnetic thrust bearing actuation**. 2006. PhD Thesis, University of Virginia.

SCHÖNHOF, U. **Practical Robust Control of Mechatronic Systems with Structural Flexibilities**. 2002. PhD Thesis, Darmstadt Technical University, Darmstadt.

SCHIMIED, J.; KOSENKOV, A. Practical Controller Design for Rotors on Magnetic Bearings by Means of an Efficient Simulation Tool. **SIRM 2013 – 10th International Conference on Vibrations in Rotating Machines**, Berlin, Germany. 2013.

SCHWEITZER, G.: Active Magnetic Bearings – Chances and Limitations. Proc. 6th **International IFToMM Conf. on Rotor Dynamics**, Sydney, Sept. 30-Oct. 3, 2002.

SCHWEITZER, G.; MASLEN, E. H. **Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery**. Berlin: Springer-Verlag, 2009.

SIMÕES, R. C. **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**. 2006. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

SKF. **Hardware Manual, 892-0103. Rev. A**. Canada, 2009.

SRINIVASAN, S.; CHO, Y. M. Modeling and System Identification of Active Magnetic Bearings Systems Control Applications. 1995., **Proceedings of the 4th IEEE Conference**. p. 252 -260, 28-29 Sep 1995.

SRINATHKUMAR, S. **Eigenstructure Control Algorithms: Applications to Aircraft/Rotorcraft handling qualities design**. London: Institution of Engineering and Technology, 2011.

STEFFEN, V. JR.; LEPORE N, F. P. A control Force to Reduce Magnetically Excited Rotor Vibrations. **Mécanique, Matériaux, Electricité**, Vol. 65, No. 404, pp. 90-93, 1984.

STEPHAN, R. M.; PINTO, F. A. N. C.; GOMES, A. C. D. N.; SANTISTEBAN, J. A.; SALAZAR, A. O. **Mancais Magnéticos: Mecatrônica sem Atrito**. Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna Ltda, 2013.

STEIN, G. Respect the Unstable. IEEE Control Systems Magazine, vol. 13, No 4, p 12-25, 2003.

STIMAC, G; BRAUT, S.; BULIC, N.; ZIGULIC, R. Modeling and Experimental verification of a flexible rotor/AMB system. **The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering**. Vol. 32 No. 4, pp. 1244-1254, 2013.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable Feedback Control**. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2005.

SWANSON, E.; MASLEN, E.H.; LI, G.; CLOUD, C.H. Rotordynamic design audit of AMB supported machinery. **Proceedings of the Thirty-Seventh Turbomachinery Symposium**. p. 133–158, 2008.

TAMMI, K. **Active control of radial rotor vibrations: Identification, feedback, feedforward, and repetitive control methods**. 2007. PhD Thesis, Helsinki University of Technology, Espoo.

VANCE, J., ZEIDAN, F., AND MURPHY, B. **Machinery Vibration and Rotordynamics**. 1st edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.

VÁZQUEZ, J. A.; MASLEN, E. H.; AHN, H. J.; HAN, D. C. Model Identification of a Rotor with Magnetic Bearings. **ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v.125, p. 149-155, January 2003.

VIVEROS, H.P., NICOLETTI, R. Lateral Vibration Attenuation of Shafts Supported by Tilting-Pad Journal Bearing With Embedded Electromagnetic Actuators, **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v.136, n.4, p.042503, 2014.

WRÓBLEWSKI, A. C. **Health Monitoring of Cracked Rotor Systems Using External Excitation Techniques**. Dec. 2006. 120 f. Master of Science in Mechanical Engineering, Cleveland State University.

YSHIDA, Y.; YAMAMOTO, T. **Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications**. 2nd edition. Weinheim: Wiley-VCH Verlag & Co, 2012.

YOON, S. Y.; LIN, Z.; ALLAIRE, P. E. **Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearings: Theory and Implementation (Advances in Industrial Control)**. London: Springer-Verlag, 2013.

ZHOU, L.; KNOSPE, C. R. **Robust and Optimal Control**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.