

KARINA MAYUMI TSURUTA

**INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA E
EXPERIMENTAL DE DISPOSITIVOS
PIEZELÉTRICOS COMBINANDO GERAÇÃO DE
ENERGIA E ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÕES**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
2015**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

T882i
2015 Tsuruta, Karina Mayumi, 1979-
Investigação numérica e experimental de dispositivos piezelétricos combinando geração de energia e atenuação de vibrações / Karina Mayumi Tsuruta. - 2015.
147 f. : il.

Orientador: Domingos Alves Rade.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Geração de energia fotovoltaica - Teses. 3. Vibração - Teses. 4. Materiais piezoelétricos - Teses. I. Rade, Domingos Alves. II. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

KARINA MAYUMI TSURUTA

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOCTORA EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Domingos Alves Rade

UBERLÂNDIA – MG

2015

*Dedico este trabalho ao meus
queridos e amados Dittian (in
memorian); Battian (in memorian) e
João Marcelo.*

*"Learn from yesterday,
Live for today,
Hope for tomorrow. The important
thing is to not stop questioning."
Albert Einstein*

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, CAPES, INCT-EIE, pelo apoio financeiro, fundamental para a realização deste trabalho.

Ao meu orientador e professor, Domingos Alves Rade, pela orientação, pelos ensinamentos, por sempre ter paciência comigo e que sem ele esta tese não teria saído.

Ao Laboratório de Mecânica de Estruturas “ Eduardo José Tannus” (LMEst), por ter fornecido todos os equipamentos e espaço físico para desenvolvimento deste trabalho.

À Divisão de Engenharia Mecânica do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) por ter me acolhido na fase final deste trabalho.

Ao Prof. Roberto Finzi por ter me auxiliado no desenvolvimento dos meus dispositivos eletrônicos e nas minhas dúvidas sobre estes assuntos.

Aos membros da banca, pelas contriuições neste trabalho.

Aos colegas do LMEst, pelas contribuições neste trabalho, pela amizade e pelo apoio.

Ao meu esposo, João Marcelo, pelo amor e paciência, por ter compreendido a minha ausência, ter acreditado em meu potencial, além de me apoiar em todas as horas difíceis.

À minha família, por todo o suporte e carinho.

Às minha amigas do LMEst, Andressa, Luciene, Lorrane, Thaís (Tata) e Polliana (Poca).

Aos colegas e amigas “meninas” do MFLab.

TSURUTA, K. M. **Investigação Numérica e Experimental de Dispositivos Piezelétricos Combinando Geração de Energia e Atenuação de Vibrações**. 2015. Tese de Doutorado, Universidade Federal De Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo

No trabalho de pesquisa realizado no âmbito da presente tese é investigada a possibilidade de se combinar o controle passivo de vibrações e a geração de energia elétrica a partir do movimento vibratório. Neste contexto, o objetivo central da tese é o desenvolvimento, incluindo concepção, avaliação numérica e avaliação experimental, de dispositivos destinados à atuação simultânea como geradores de energia piezelétricos (GEP) e absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV), designados por GEP/ADV. Visando considerar situações práticas em que um dispositivo deste tipo deve ser conectado a uma estrutura vibratória denominada estrutura principal (EP), o estudo enfatizou a caracterização das interações dinâmicas entre a EP e o GEP/ADV, uma vez que estas interações determinam a eficiência do GEP/ADV em termos de atenuação de vibrações e geração de energia. Foi desenvolvida a formulação geral de estruturas contendo transdutores piezelétricos conectados a resistores, na qual tanto o GEP/ADV quanto a EP foram considerados como subsistemas vibratórios contínuos discretizados com vários graus de liberdade. Nas simulações numéricas realizadas a partir de códigos computacionais implementados em ambiente MATLAB®, estes dois subsistemas foram modelados como vigas de Euler-Bernoulli. As simulações visaram, primeiramente, à caracterização das interações dinâmicas entre os dois subsistemas, subseqüentemente, à otimização do GEP/ADV com vistas à maximização de suas funcionalidades. Para o estudo experimental, foi concebido, construído e ensaiado experimentalmente um protótipo de uma nova configuração de GEP/ADV, denominada cruciforme (GEP/ADV-C). Este foi construído com quatro lâminas de alumínio em balanço, dispostas em forma de cruz, e à superfície de cada lâmina foi colado um transdutor piezelétrico cerâmico. Os quatro transdutores foram conectados eletricamente em série, de tal modo que quando as lâminas sofrem deflexão, as tensões elétricas produzidas pelos transdutores são somadas. Foram adicionadas massas concentradas nas extremidades livres das lâminas para aumentar o nível de vibração e facilitar o ajuste das frequências naturais do GEP/ADV-C de acordo com a frequência de excitação. O GEP/ADV-C foi conectado a uma estrutura treliçada de aproximadamente seis metros de comprimento. Os ensaios permitiram observar o comportamento eletromecânico do dispositivo em função de algumas variáveis operacionais, sendo evidenciada sua capacidade de carregar uma bateria de Lítio quando a treliça é excitada por forças de desbalanceamento.

Palavras chave: geração de energia, absorvedores dinâmicos de vibrações, controle de vibrações, materiais piezelétricos.

TSURUTA, K., M. **Numerical And Experimental Investigation In Piezoelectric Devices Combining Energy Harvesting And Mitigation Of Vibration.** 2015. Phd Thesis. Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Mg, Brazil.

Abstract

In the research work carried out under this thesis it is investigated the possibility of combining the passive vibration control and the generation of electricity from the vibratory motion. In this context, the central aim of the thesis is the development, including design, numerical and experimental evaluation devices for simultaneous performance as piezoelectric energy generators (PEH) and dynamic vibration absorbers (DVA), called PEH/DVA. In order to consider practical situations in which a device of this type must be connected to a vibrating structure called primary structure (PS), the study has emphasized the characterization of dynamic interactions between EP and PEG/DVA, since these interactions determine the efficiency of PEH/DVA in terms of vibration control and power generation. A general structural formulation was developed containing piezoelectric transducers connected to resistors in which both the PEH/DVA and PS were considered continuous vibratory subsystems discretized with various degrees of freedom. In the numerical simulations performed using computer codes implemented in MATLAB® environment, these two subsystems were modeled as beams of Euler-Bernoulli. The simulations were aimed, first, to the characterization of the dynamic interactions between the two subsystems, and subsequently, the optimization of PEH/DVA with towards to maximize its functionality. For the experimental study a new configuration of PEH/DVA called cruciform (PEH/DVA-C) prototype was designed, constructed and experimentally tested. It was built using four aluminum blades in the balance sheet, arranged in a cross, and the surface of each blade a ceramic piezoelectric transducer has been glued. The four transducers were connected electrically in series, such a way that when the blades undergo deflection, the electrical voltages produced by the transducers are summed. Concentrated masses at the free ends of the blades were added to increase the level of vibration and to facilitate the adjustment of the natural frequencies of the PEH/DVA-C according to the excitation frequency. The PEH/DVA-C was connected to a trussed structure measuring about six meters long. The tests allowed to observe the electromechanical behavior of the device due to some operational variables, evidencing its ability to load a lithium battery when the trussed structure was excited by imbalance forces.

Keywords: energy harvesting, dynamic vibration absorbers, Vibration control, piezoelectric materials.

Lista de símbolos e Abreviaturas

- c_2 : coeficiente de amortecimento da estrutura secundária.
 Ω : frequência de excitação.
 X_1 : Amplitude de vibração da massa da estrutura primária.
 m_1, m_2 : massa da estrutura primária e da estrutura secundária, respectivamente.
 k_1, k_2 : rigidez da estrutura primária e da estrutura secundária, respectivamente.
 m_a : massa do absorvedor dinâmicos de vibrações.
 k_a : rigidez do absorvedor dinâmicos de vibrações.
 g : frequência de excitação normalizada.
 f : Razão de frequências naturais (f).
 c_c : Amortecimento crítico.
 F_0 : amplitude da força.
 X_{est} : Deflexão estática do sistema primário.
 $q_\sigma(t)$: é uma coordenada generalizada.
 X_2 : Amplitude de vibração da massa da estrutura secundária.
 \mathbf{M}_p é a massa generalizada da EP e ω_σ é a σ -ésima frequência natural da mesma.
 $\mathbf{M}^{(E)}, \mathbf{C}^{(E)}, \mathbf{K}^{(E)}$: são, respectivamente as matrizes de massa, de amortecimento viscoso e de rigidez da EP.
 $\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \ddot{\mathbf{x}}(t)$: são, respectivamente, os vetores de posição, velocidade e aceleração, e $\mathbf{f}^{(E)}(t)$ é o vetor da forças excitadoras.
 C_p é a capacitância do GEP/ADV, $\phi(t)$ é o potencial elétrico e $q(t)$ é carga elétrica aplicada aos eletrodos do gerador.
 $\mathbf{H}^{(G)}(\omega)$: receptância gerador.

l_E : Comprimento da EP e GEP/ADV.

l_G : Largura do GEP/ADV

b_E : Largura do EP

l_G : Comprimento do GEP/ADV

h_E : Espessura da EP.

l_G^m : Comprimento do núcleo do GEP/ADV.

l_G^p : Comprimento do transdutor piezelétrico.

$P_{RMS}(\omega)$: é a potência média dissipada no resistor.

LMest : Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis.

SHM : Monitoramento de integridade estrutural (*Structural Health Monitoring*).

GEP : Gerador de energia piezelétrico.

EP : Estrutura Principal.

GEP/ADV : Gerador de Energia Piezelétro/Absorvedor Dinâmico de Vibrações

GEP/ADV-C : Gerador de Energia Piezelétro/Absorvedor Dinâmico de Vibrações

Cruciforme

FRF: Função Reposta em Frequência.

Letras Gregas

ω_a : Frequência natural do absorvedor.

ω_n : Frequência natural da estrutura primária.

μ : razão de massas.

$\Gamma^{(G)}$ é a matriz de acoplamento eletromecânico,

η : Fator de amortecimento.

$\Phi(\omega)$ potencial elétrico

$\psi_{\sigma f}$, $\psi_{\sigma c}$: são respectivamente as componentes do σ -ésimo auto-vetor correspondente às coordenadas onde a força excitadora é aplicada e onde o ADV é conectado.

Ψ_{σ} : é o σ -ésimo modo de vibrar (auto-vetor) da estrutura primária sem o ADV.

ÍNDICE

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
1.1 - Aspectos Introdutórios	1
1.2 - Objetivos	4
1.3 - Metodologia	5
1.4 – Organização do Trabalho	6
 CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	 9
2.1 - Geração de Energia por Movimento Vibratório	9
2.2 - Geração de Energia Associada a Controle de vibrações	21
2.3 - Revisão em Base de Patentes	23
 CAPÍTULO III – MODELAGEM MATEMÁTICA DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES E GERADORES DE ENERGIA PIEZELÉTRICOS	 28
3.1. ADV Não Amortecidos Aplicados A Sistemas De 1 GDL	28
3.2. ADVS Amortecidos Aplicados a Sistemas Primários de 1 GDL	33
3.3. ADV Aplicados a Sistemas Primários de Parâmetros Distribuídos	39
3.3.1. ADV de 1 GDL aplicados a EP contínuas	39
3.4. Modelagem de Sistemas Estruturais Contendo Geradores de Energia Piezelétricos.	46
3.4.1. Equações do movimento da EP e do GEP/ADV	48
3.4.2. Equações do movimento acopladas do sistema EP-GEP/ADV	51
3.4.3. Equações do movimento do sistema EP-GEP/ADV empregando técnica de acoplamento de subestruturas baseadas em FRFs.	52
3.5. Sintonização do GEP/ADV para a Atenuação de Vibrações.	55
 CAPÍTULO IV – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	 57
4.1 Descrição do Sistema Estudado	57
4.2. Estudo Preliminar da Interação Dinâmica entre a EP e o GEP/ADV.	63

4.3. Estudo detalhado da interação dinâmica entre a EP e o GEP/ADV.	68
4.3.1. Projeto do GEP/ADV privilegiando a atenuação de vibrações	69
4.3.2. Projeto do GEP/ADV privilegiando a geração de energia.	76
4.3.3. Procedimento de otimização do GEP/ADV para maximização da energia elétrica gerada.	84

CAPÍTULO V – AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO GERADOR DE ENERGIA PIEZELÉTRICO CRUCIFORME

5.1. Treliça	87
5.1.1. Modelo em elementos finitos da treliça	90
5.1.2. Ensaios experimentais	91
5.1.3. Resultados da caracterização do comportamento dinâmico da treliça	92
5.2. Gerador de Energia Piezelétrico Cruciforme (GEP/ADV-C)	97
5.2.1. Análise modal experimental	99
5.2.2. Modelo em elementos finitos	100
5.2.3. Resultados da análise modal do GEP/ADV-C.	100
5.3. Análise do GEP/ADV-C Conectado à Treliça	102
5.4. Ensaio de Carregamento de uma Bateria de 3 V	104

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

CAPÍTULO VII –REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Apêndice A – Modelagem Por Elementos Finitos De Estruturas Piezelétricas	125
Apêndice B – Otimização Heurística Pelo Método Da Evolução Diferencial	141
Apêndice C – Diagrama Do Circuito Elétrico	147

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1. Aspectos Introdutórios

Nos últimos anos, observa-se um aumento no número de pesquisas envolvendo geradores de energia que utilizam fontes alternativas, como vibrações mecânicas, o efeito fotovoltaico, o vento, entre outros. Isto se deve ao fato de que esta classe de dispositivos pode estender a vida operacional de equipamentos elétricos tradicionalmente alimentados por baterias, ou mesmo, substituí-las (ROUNDY *et al.*, 2004; TORAH *et al.*, 2008; ARMS, 2008).

Adicionalmente, estes geradores de energia podem ser empregados em conjunto com sistemas de monitoramento de integridade estrutural (SHM - *Structural Health Monitoring*), visto que os sistemas de SHM devem funcionar continuamente e necessitam de uma fonte permanente de energia para receber e transmitir dados, além do fato de alguns sensores serem instalados em áreas de difícil acesso e a troca periódica da bateria ser inviável (ARMS *et al.*, 2008; JOYCE, 2011; DAVIDSON e MO, 2014). Arms *et al.* (2008) utilizaram micro geradores de energia piezelétricos para alimentar um sistema de SHM autônomo da haste do acionamento do ângulo de ataque do helicóptero M412. Joyce (2011)

desenvolveu um gerador de energia eletromagnético para alimentar o sistema de SHM de uma turbina eólica.

Neste contexto, a geração de energia por vibrações mecânicas, explorando vários princípios físicos, tem sido intensivamente investigada nos últimos anos (ANTON e SODANO, 2007; ELVIN e ELVIN, 2011; ERTURK e INMAN, 2011; ZOU *et al.*, 2015). E dentre estes, se destacam o princípio do eletromagnetismo, da eletrostática e da piezeletricidade, sendo que este último tem recebido maior atenção devido ao fato de gerar razoável densidade de energia e de ser mais facilmente integrável a qualquer sistema mecânico (ROUNDY *et al.*, 2004).

Além disso, os transdutores piezelétricos possuem a vantagem de transformar diretamente a energia mecânica em energia elétrica. Esta vantagem é utilizada em circuitos *Shunt* (HAGOOD E VON FLOTOW, 1991; HOLLKAMP, 1994), que utilizam cerâmicas piezelétricas conectadas a circuitos elétricos passivos. Fundamentalmente, trata-se de um circuito elétrico (um resistor e um indutor conectados em série, por exemplo) acoplado eletricamente a um elemento piezelétrico aderido à estrutura. Do ponto de vista elétrico, o elemento piezelétrico se comporta como um capacitor. Quando o elemento piezelétrico é deformado em consequência do movimento vibratório, parte da energia de deformação nele armazenada é convertida em energia elétrica, a qual é transferida para o circuito elétrico e dissipada através do resistor (efeito Joule) (SANTANA, 2007).

Uma das configurações mais comuns utilizadas como gerador de energia piezelétrico (aqui designados GEP) consiste em uma viga metálica com um transdutor piezelétrico acoplado à sua superfície com a condição de contorno engastada-livre, de modo que a energia é gerada quando a viga vibra em flexão. Além disso, é frequente o uso de uma massa concentrada na extremidade livre da viga para aumentar a deflexão (DU TOIT, 2005; ERTURK e INMAN, 2008; AMANCI *et al.*, 2014).

Na maioria dos estudos relatados, o GEP é conectado a um resistor que simula uma carga elétrica, e este geralmente é excitada pela base (por exemplo, o GEP é montado sobre um excitador eletromecânico) (ELVIN e ELVIN, 2011;

ERTURK e INMAN, 2004, 2008 (a)). Embora este tipo de configuração seja interessante para muitas finalidades, este caso não pode representar uma série de casos práticos no qual o GEP é conectado a uma estrutura vibratória. Em muitos casos, a excitação não é controlada e o gerador usado para carregar uma bateria não pode ser modelado apenas como um simples resistor.

Alguns aspectos que podem melhorar a eficiência dos GEP ainda não foram estudados, especialmente em termos da energia gerada. Uma destas possibilidades seria a concepção de novas formas otimizadas que permitam explorar padrões de vibrações mais favoráveis de geração de energia. Além disso, a possibilidade de utilizar os GEP também como absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV), em dispositivos designados nesta tese por GEP/ADV, é muito interessante e vem sendo estudada por alguns pesquisadores.

Em sua forma mais simples ADVs são subsistemas do tipo massa-mola-amortecedor que, uma vez acoplados à estrutura da qual se deseja atenuar os níveis de vibrações, absorvem parcial ou totalmente a energia vibratória no ponto de acoplamento. Tradicionalmente, os parâmetros físicos destes sistemas são determinados de modo que minimizem as vibrações da estrutura primária submetidas a uma excitação harmônica em uma dada frequência (STEFFEN JR. e RADE, 2011).

A teoria dos GEP pode ser associada com a dos ADVs. Alguns pesquisadores analisaram a capacidade destes dispositivos serem utilizados tanto como geradores de energia elétrica quanto como atenuadores de vibrações. Estes dispositivos foram chamados de EHDVA (*Energy Harvesting Dynamic Vibration Absorber*). Os trabalhos de pesquisa envolvendo a aplicação dos EHDVA são baseados na modelagem matemática do sistema primário simples de 1 GDL com um EHDVA também com 1 GDL com transdutores piezelétricos, variando-se o tipo de excitação na estrutura primária. A conclusão preponderante é a de que não se pode ter o máximo da produção de energia elétrica e o máximo de atenuação quando o sistema está sendo excitado harmonicamente (CHTIBA *et al.*, 2010, WANG e INMAN, 2012, HARNE, 2013, ALI e ADHIKARI, 2012, RAFIQUE *et al.*, 2013 e BRENNAN *et al.* 2014). Entretanto, ficou demonstrado ser possível combinar estas duas funções.

1.2. Objetivos

Com base nos apontamentos anteriores, o objetivo desta tese é o desenvolvimento, incluindo concepção, avaliação numérica e avaliação experimental, de dispositivos destinados a operar simultaneamente como geradores de energia piezelétricos e absorvedores dinâmicos de vibrações, GEP/ADV.

Especificamente, considera-se a geometria destes dispositivos como sendo constituída por lâminas metálicas recobertas total ou parcialmente por pastilhas piezelétricas, sujeitas a vibrações de flexão. As lâminas dispõem, em suas extremidades, de massas concentradas.

O aspecto inovador do presente estudo é que tanto a estrutura principal, designada por EP, quanto o GEP/ADV, são considerados como subsistemas vibratórios contínuos (ou discretizados com vários GDL), de tal forma que as interações dinâmicas entre os dois subsistemas determinam a eficiência do dispositivo em termos de energia elétrica gerada e de atenuação dos níveis de vibração e devem, portanto, ser adequadamente considerados em todos os procedimentos de modelagem e otimização de desempenho.

A Fig. 1.1 ilustra a situação considerada, particularizada para o caso em que a EP é uma viga biapoiaada.

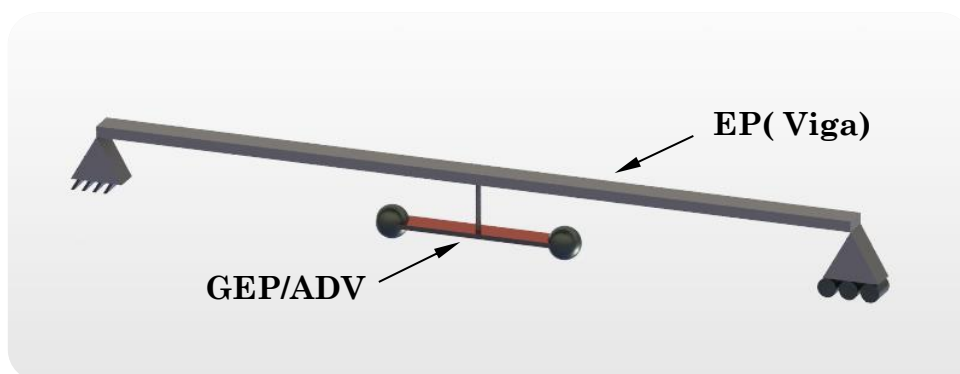


Figura 1.1 – GEP/ADV conectado a uma estrutura EP do tipo viga.

1.3. Metodologia

Primeiramente foi desenvolvida a formulação subjacente à modelagem da situação anteriormente descrita, que foi implementada em um código próprio de modelagem dinâmica por elementos finitos, escrito em linguagem MATLAB®.

A parte numérica da tese, consistindo de simulações realizadas sobre configurações particulares do tipo ilustrado na Fig. 1.1, visou ao evidenciamento das interações dinâmicas entre as duas subestruturas análise da e a análise da influência de alguns parâmetros de projeto sobre o desempenho do GEP/ADV. Com base nos resultados, foram propostos e testados procedimentos de projeto ótimo.

Com o objetivo de avaliar o desempenho do GEP/ADV em situações mais próximas de aplicações reais, foi proposta e ensaiada experimentalmente uma nova configuração de GEP/ADV, denominada cruciforme (GEP/ADV-C), apresentado na Fig. 1.2(a).

O GEP/ADV-C foi construído com quatro vigas de alumínio em balanço, dispostas em forma de cruz, e à superfície de cada lâmina foi colado um transdutor piezelétrico cerâmico. Os quatro transdutores piezelétricos foram conectados eletricamente por um circuito eletrônico, sendo que cada um destes foi conectado eletricamente a um circuito retificador, como mostrado no diagrama do circuito elétrico do anexo C. E quando as lâminas sofrem deflexão, as tensões elétricas produzidas pelos transdutores são somadas, podendo estas ser conectados em série ou em paralelo. Foram adicionadas massas concentradas nas extremidades livres das lâminas para aumentar o nível de vibração e facilitar o ajuste das frequências naturais do GEP/ADV-C de acordo com a frequência de excitação.

O GEP/ADV-C foi fixado a uma EP constituída por uma estrutura treliçada simplesmente apoiada, formada por barras soldadas, com comprimento total de 6m, ilustrada na Fig. 1.2(b).

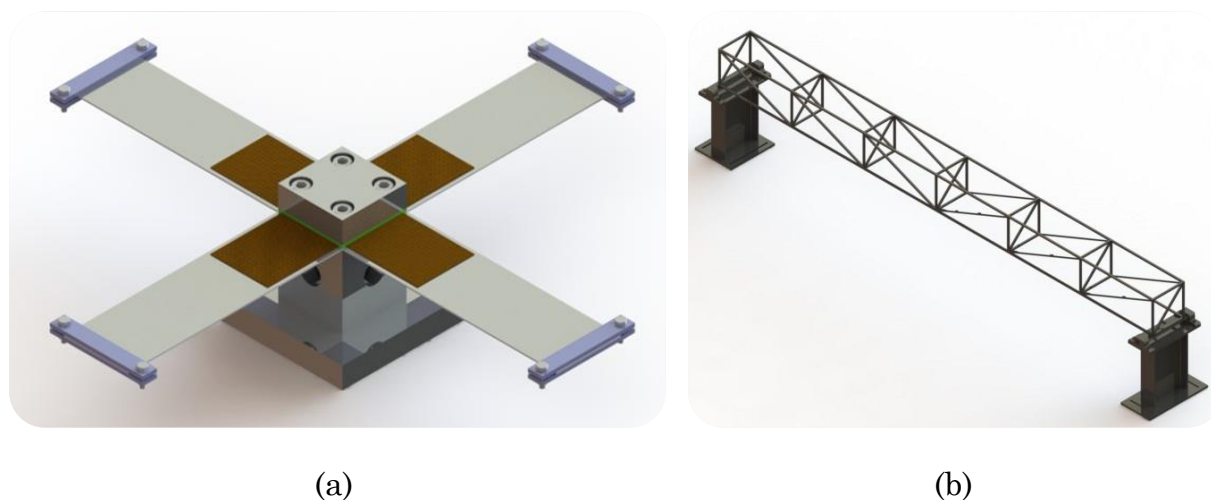


Figura 1.2 – Estruturas testadas experimentalmente: (a) GEP/ADV-C; (b) treliça.

Foi projetado e construído um sistema de excitação baseado em um disco desbalanceado, acionado por um motor elétrico com rotação programável.

Os ensaios foram realizados visando ao carregamento de uma bateria de Lítio.

1.4. Organização do Trabalho

Além do presente capítulo introdutório, esta tese está dividida em cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

No Capítulo II é feita uma revisão bibliográfica sobre geração de energia em baixas potências baseada em vibrações, explorando efeitos eletromagnéticos, eletrostáticos e piezelétricos. Também são citadas as publicações que tratam da combinação de geração de energia e controle de vibrações. Finalmente, é descrita uma revisão de patentes relacionadas a dispositivos piezelétricos geradores de energia.

No Capítulo III é apresentada uma síntese da fundamentação teórica referente aos absorvedores dinâmicos de vibrações e trata da formulação subjacente à modelagem de estruturas conectadas a geradores de energia piezelétricos, com ênfase em modelos de elementos finitos.

No Capítulo IV são apresentados os resultados das simulações numéricas e procedimentos de otimização, realizados com base nos modelos desenvolvidos no capítulo precedente.

O Capítulo V é dedicado aos procedimentos experimentais realizados, incluindo a descrição da EP, do protótipo de GEP/ADV-C, e demais itens da bancada experimental. São apresentados resultados referentes ao carregamento de uma bateria de lítio.

Por fim, no Capítulo VI são apontadas as conclusões gerais desta tese, a síntese das contribuições, e perspectivas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo foi dividido em três partes. Na primeira é feita uma revisão de alguns dos principais artigos sobre geração de energia elétrica com materiais inteligentes, detalhando melhor as metodologias e técnicas de geração de energia por piezeletricidade. Na segunda parte, abordam-se os métodos de geração de energia por transdutores piezelétricos associados ao controle de vibrações; por último, foram citadas algumas patentes recentes sobre estes assuntos.

2.1. Geração de Energia por Movimento Vibratório

Atualmente, com o avanço no desenvolvimento dos sistemas eletrônicos de baixo consumo de energia portáteis e sensores sem fio (*wireless*), surgiu a necessidade de desenvolver novos dispositivos para fornecimento de energia, visto que estes sistemas eletrônicos utilizam baterias eletroquímicas como fonte de energia. E este tipo de fonte de energia é limitado, pois tem que ser periodicamente substituída, além do descarte ser prejudicial ao meio ambiente (SODANO *et al.*, 2004; DU TOIT, 2005). Por isto, surgiram os métodos de geração de energia de baixa potência que utilizam a vibração do ambiente para gerar

energia elétrica. Alguns destes mecanismos de transdução são: a indução eletromagnética, a geração eletrostática e a piezeletricidade.

O mecanismo de conversão de energia por eletromagnetismo é baseado na lei de Faraday, sendo caracterizado pelo alto nível de corrente de saída em detrimento de baixa tensão elétrica (ZHU e BEEBY, 2011).

Na Fig. 2.1 são ilustrados dois tipos comuns de geradores eletromagnéticos. No primeiro (Fig. 2.1(a)), a bobina é fixa e o ímã permanente é acoplado a uma massa inercial, e com o deslocamento do ímã causado pela vibração, varia-se o campo magnético para gerar uma corrente elétrica. No segundo tipo, o ímã é fixo e a bobina é acoplada à massa inercial (Fig. 2.1(b)) (ZHU e BEEBY, 2011).

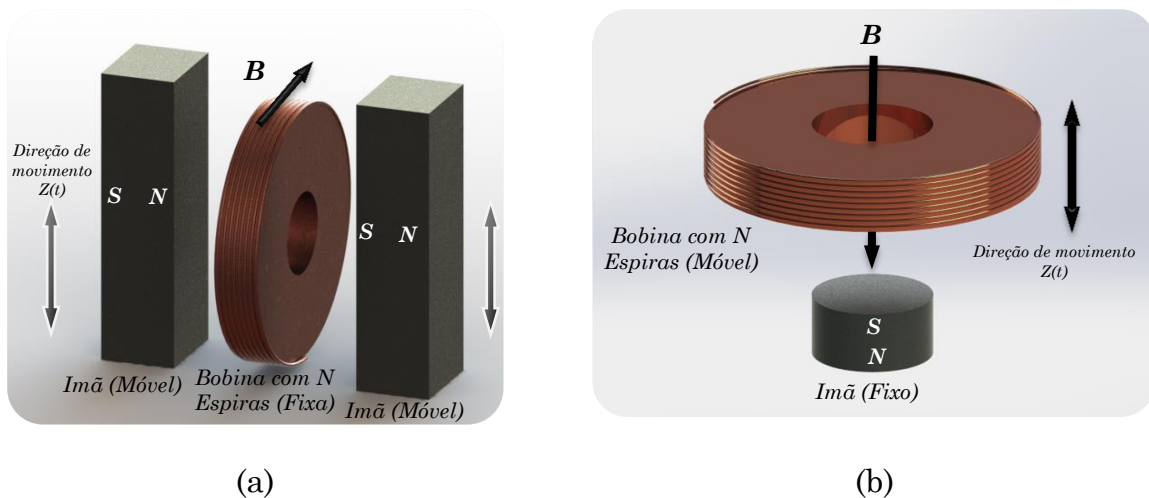


Figura 2.1 - Geradores eletromagnéticos: (a) Bobina fixa; (b) Ímã fixo (ZHU e BEEBY, 2011).

Utilizando o princípio do eletromagnetismo, Saha *et al.* (2008) desenvolveram um protótipo que utiliza o movimento do corpo humano para gerar energia elétrica. Sardini e Serpelloni (2010) modelaram um sistema não linear de geração de energia eletromagnética utilizando materiais poliméricos, e analisaram o comportamento mecânico e elétrico deste dispositivo.

Elvin e Elvin (2011) fizeram um modelo matemático de um sistema de 1 GDL de um gerador eletromagnético para determinação de uma resistência ótima para obtenção da máxima geração de energia elétrica no sistema operando na frequência de ressonância e fora dela. Além disso, estudaram o efeito da corrente parasita na bobina.

Harne (2013) analisou a distribuição de vários osciladores eletromagnéticos com 1 e 2 GDL fixados em uma placa excitada harmonicamente, com o objetivo de determinar a máxima atenuação das vibrações e geração de energia.

Liu *et al.* (2013) estudaram a viabilidade de projeto de um sistema de geração de energia eletromagnético microeletromecânico que opera em múltiplas frequências.

Wu *et al.* (2014) desenvolveram um minigerador eletromagnético que utiliza o movimento de uma pequena turbina eólica para gerar energia elétrica para um sistema de monitoramento de incêndio sem fio (Fig. 2.2).

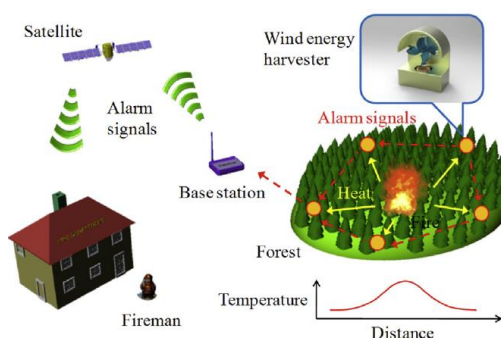


Figura 2.2 - Sistema de monitoramento de incêndio alimentado pelo gerador de energia eletromagnético (WU *et al.*, 2014).

Haroun *et al.* (2015) investigaram um sistema de geração de energia eletromagnética em baixas frequências. Ao contrário dos geradores eletromagnéticos convencionais, o material dielétrico foi fixado nas extremidades da mola e a massa neste sistema é separada da mola por uma dada distância,

permitindo que a massa se desloque livremente dentro da estrutura do gerador e impacte na mola. Um modelo matemático não linear foi desenvolvido, e os resultados numéricos foram comparados com os valores experimentais.

Já o mecanismo de geração de energia por conversão eletrostática é baseado no conceito de capacitor variável. Este consiste em dois materiais condutores separados por um material dielétrico. Quando os materiais condutores são colocados em um campo magnético e os condutores começam a se movimentar devido à vibração, gera-se corrente elétrica (DU TOIT, 2005). Os geradores eletrostáticos podem ser classificados em três tipos: *in-plane overlap* (Fig. 2.3 (a)) que varia a área de sobreposição entre os “dedos” dos eletrodos, *in-plane gap closing*; (Fig. 2.3 (b)), que varia a distância entre os “dedos”, e *out-of-plane gap closing* (Fig. 2.3 (c)) que varia a distância entre duas grandes placas de eletrodos (LEE *et al.*, 2009).

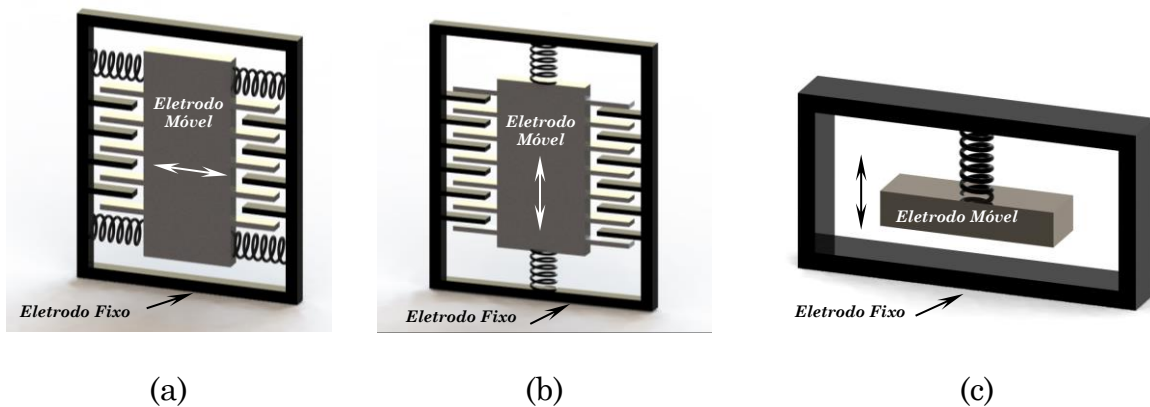


Figura 2.3 - Geradores eletrostáticos: (a) *in-plane overlap*; (b) *in-plane gap closing*; (c) *out-of-plane gap closing* (LEE *et al.*, 2009).

Vários trabalhos foram desenvolvidos utilizando o princípio de conversão eletrostática.

Lee *et al.* (2009) fizeram uma comparação analítica da capacidade dos três mecanismos distintos de geração de energia eletrostática citados, com o intuito de obter a melhor configuração para obtenção da máxima quantidade de energia.

Lallart *et al.* (2011) e Houri *et al.* (2014) elaboraram um modelo analítico de um sistema para geração de energia eletrostática. Lallart *et al.* (2011) testaram a influência da permissividade de um material entre duas placas de eletrodos condutivos na conversão de energia. Houri *et al.* (2014) conceberam um dispositivo microeletromecânico com oscilador sísmico para dar um pré-deslocamento no sistema para maximizar a energia obtida.

Já a geração de energia por piezeletricidade utiliza o efeito piezelétrico direto dos transdutores piezelétricos, caracterizado pela capacidade do material piezelétrico de gerar cargas elétrica quando deformados mecanicamente (Fig. 2.4).

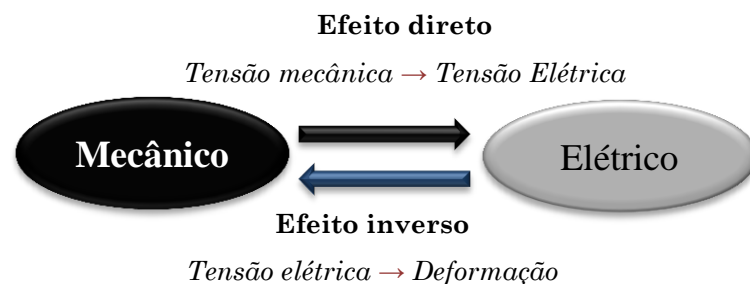


Figura 2.4 - Efeito direto e inverso dos materiais piezelétricos (LEO, 2007).

O dispositivo piezelétrico de geração de energia é caracterizado pelos transdutores acoplados a uma estrutura base que é excitada mecanicamente por uma força externa, estes são conectados a um circuito elétrico retificador para extração da energia gerada, como mostrado na Fig. 2.5.

As conversões de energia eletromagnética, eletrostática e piezelétrica possuem a vantagem de possuírem um mecanismo simplificado, baixo peso, pequeno volume e a habilidade de serem facilmente incorporáveis a estruturas flexíveis (WANG e INMAN, 2012).

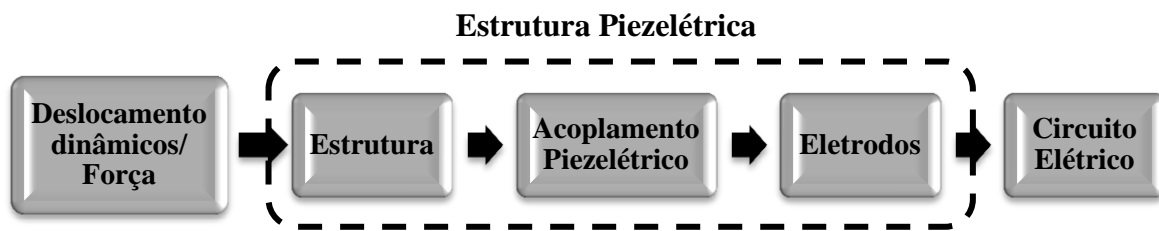


Figura 2.5. Componentes de uma estrutura geradora de energia, incluindo o acoplamento do circuito à estrutura (adaptado de RUPP *et al.*, 2009).

A geração de energia eletromagnética e a eletrostática não utilizam materiais inteligentes; além disso, o primeiro método não necessita de uma fonte externa de tensão elétrica e possui uma alta corrente elétrica na saída, e o segundo método é mais facilmente integrável aos sistemas microeletrônicos. No entanto, estes possuem a desvantagem de ter restrições mecânicas e necessidade de uma fonte externa.

Os materiais piezelétricos possuem como vantagem a habilidade de converter diretamente a energia mecânica em energia elétrica; além disso, a densidade de energia produzida é maior, por isso têm recebido maior atenção da comunidade científica (ANTON e SODANO, 2007). Ainda, de acordo com Zhu e Beeby (2011) apresentam a vantagem de não requerer uma fonte externa de tensão elétrica e de serem facilmente integráveis a sistemas mecânicos, além de possuírem altas tensões de saída. No entanto, apresentam a desvantagem de gerarem uma baixa corrente elétrica de saída e não poderem operar acima da temperatura de Curie do transdutor, pois estes materiais se despolarizam nesta condição.

Nas pesquisas sobre geração de energia por piezeletricidade, alguns aspectos são considerados mais relevantes na eficiência de um sistema gerador de energia. Com base nisso, abaixo são citados alguns artigos que exploraram numericamente e experimentalmente estes fatores.

O tipo e a dimensão dos transdutores piezelétricos influenciam a capacidade do dispositivo gerar energia elétrica. Sodano *et al.* (2004) desenvolveram uma nova metodologia para determinação do tamanho apropriado do transdutor piezelétrico e nível de vibração para produzir energia suficiente para alimentar dispositivos eletrônicos. Para isso, os autores utilizaram um modelo de viga engastada com elementos piezelétricos fixados nesta.

Sodano *et al.* (2005) investigaram experimentalmente a capacidade de transformar a vibração proveniente do ambiente em energia elétrica de três tipos de transdutores piezelétricos, piezocerâmico monolítico (Titanato - Zirconato de Chumbo (PZT)), atuador biomórfico QuickPack (QP) e composto de microfibras (MFC).

Erturk *et al.* (2008) compararam o desempenho de um cristal cerâmico piezelétrico de PMN-PZT em relação a cerâmica convencional PZT-5H na geração de energia.

Priya (2007) fez uma revisão sobre vários tipos de transdutores piezelétricos na geração de energia, avaliou a eficiência destes em publicações passadas e discutiu sobre a seleção dos transdutores trabalhando fora da frequência de ressonância e na ressonância.

Chalasani e Conrad (2008) revisaram e discutiram sobre a densidade de energia de várias fontes de geração de energia, não apenas oriundas das vibrações mecânicas, mas também de células fotovoltaicas e geradores termoelétricos.

Cook – Chenanault *et al.* (2008) fez uma revisão sobre fornecimento de energia para dispositivos portáteis micro eletromecânicos que utilizam fontes de energia não regenerativas e regenerativas, com ênfase especial sistemas de geração de energia piezelétrica.

Rakbamrung *et al.* (2010) compararam dois tipos comuns de materiais piezelétricos PZT+1 mol%Mn e PMN-25PT, obtidos pelo processo de sinterização. Estes utilizaram um circuito retificador padrão e um Indutor Sincronizado em Paralelo (SSHI).

Song *et al.* (2009, 2010) apresentaram um estudo numérico e experimental sobre geração de energia por excitação pela base utilizando elementos transdutores tipo MFC (*Micro Fiber Composite*). Eles investigaram uma estrutura com um único e com múltiplos MFC conectados em série e em paralelo; além disto, avaliaram a eficiência do gerador em relação à direção de polarização do transdutor (d_{31} e d_{33}) a partir de diferentes níveis de aceleração e o valor ótimo da resistência elétrica.

A corrente alternada (CA) gerada por elemento piezelétrico não pode ser utilizada diretamente por dispositivos microeletrônicos ou eletromecânicos, pois estes requerem uma corrente contínua (CC). Por isso, um circuito elétrico é necessário para retificar e regular a tensão elétrica CA gerada e transformar esta em uma tensão elétrica CC estável. Wickenheiser e Garcia (2010) comparam quatro tipos de circuitos, carga resistiva simples, circuito retificador padrão, e um circuito sincronizador indutor em paralelo e outro em série. Foi utilizado um único modo de vibração para geração de energia, próximo à frequência fundamental do sistema.

Shen *et al.* (2010) apresentaram uma novo método baseado na técnica do comutador sincronizado de geração de energia (SSH – *synchronized switch harvesting*) que otimiza a geração de energia por materiais piezelétricos, chamado *Enhanced Synchronized Switch Harvesting* - ESSH.

Lefeuvre *et al.* (2007) compararam o desempenho de dois tipos de circuitos (circuito padrão e SECE) para excitações harmônicas e para excitações randômicas nas bandas de frequência de [10 Hz - 2 kHz], [10 Hz-150 Hz] e [10 Hz - 500 Hz], sendo que a primeira banda engloba a primeira frequência fundamental da estrutura, a segunda banda a primeira e segunda frequências e a terceira banda as três primeiras frequências fundamentais.

Kong *et al.* (2010) desenvolveram um circuito para maximização de energia elétrica ajustando a impedância resistiva da fonte com a do circuito elétrico. Um modelo de circuito equivalente de um gerador piezelétrico baseado na formulação de parâmetros distribuídos foi utilizado para implementação do ajuste da impedância.

Os pesquisadores têm procurado maneiras de modelar o comportamento eletromecânico dos geradores de energia piezelétricos para finalidades distintas. Roundy e Wright (2004) fizeram um modelo simplificado de parâmetros concentrados para geradores piezelétricos sob vibrações de flexão, consideraram os parâmetros de projeto para obtenção da máxima quantidade de energia levando em consideração os circuitos elétricos resistivos e capacitivos.

Adhikari *et al.* (2009) utilizaram aproximação estocástica para a modelagem de um sistema baseado em pastilhas piezelétricas do tipo pilha (*stack*) com constante piezelétrica d_{33} para geração de energia. Neste caso, a base era excitada por um ruído branco gaussiano estacionário. Foram feitos dois tipos de circuitos, um sem indutor e outro com indutor.

O estudo desenvolvido por Ertuk e Inman (2008a) mostrou que sistemas de 1 GDL excitados harmonicamente na base podem produzir resultados imprecisos para prever os movimentos de vigas na condição engastada-livre para um sistema gerador de energia. Primeiramente, foi analisada a resposta de uma viga engastada de Euler-Bernoulli com excitação na base dada em termos de translação e pequenas rotações, e modelos mais sofisticados de amortecimento foram considerados (amortecimento devido à fricção interna do tipo Kelvin-Voigt e amortecimento devido ao ar).

Erturk e Inman (2008b) forneceram correções e esclarecimentos necessários para os investigadores de diferentes disciplinas de engenharia interessados em modelagem eletromecânica de geradores de energia piezelétricos. Os autores analisaram vários artigos publicados considerando diferentes modelos utilizados acerca do comportamento eletromecânico de vigas piezelétricas geradoras de energia, desde os modelos utilizados na literatura para sistemas de 1 GDL até modelos de aproximação de parâmetros distribuídos, assim como tentativas de solução distribuída analítica.

De Marqui Jr. *et al.* (2009) desenvolveram um modelo de placa de elementos finitos eletromecanicamente acoplado para prever a quantidade de energia elétrica gerada através de placas metálicas cobertas por uma ou mais

camadas de materiais piezelétricos. O Princípio de Hamilton Generalizado para sólidos eletroelásticos foi revisado e o modelo de elementos finitos foi obtido pela teoria das placas de *Kirchhoff* e estruturas finas como típicos geradores de energia piezelétricos. Por último, um problema de otimização foi resolvido, no qual a longarina da asa de alumínio de um veículo aéreo não tripulado foi modificada. Materiais piezocerâmicos foram embutidos na longarina para a máxima geração de energia elétrica sem exceder um limite de massa admitido.

Liang e Liao (2009) propuseram uma análise para verificar as funções geração de energia, dissipação de energia e seus efeitos no amortecimento estrutural em dispositivos piezelétricos. Foram comparadas duas metodologias, um gerador de energia com circuito padrão (SHE – *Standard Energy Harvesting*) e amortecimento *shunt* resistivo (RSD – *Resistive Shunt Damping*). Além disso, um gerador sincronizado com chaveamento indutor (SSHI – *Synchronized Switch Harvesting on Inductor*) foi utilizado e otimizado, mostrando que a geração e dissipação de energia coexistem, e ambos produzem amortecimento estrutural.

De Marqui Jr. *et al.* (2010) desenvolveram um modelo piezoaeroelástico de placa engastada como uma asa com insertos piezocerâmicos embutidos para geração de energia. O modelo de elementos finitos eletromecânico foi baseado no Princípio de Hamilton Generalizado. O modelo aerodinâmico foi construído com o método de *malha de vórtices*. O modelo eletromecânico e o modelo aerodinâmico não estacionário foram combinados e as equações resultantes de movimento foram resolvidas no domínio do tempo. Uma carga elétrica resistiva é considerada no domínio elétrico.

De Marqui Jr. *et al.* (2011) apresentaram um modelo de parâmetro concentrados associando piezoaeroelasticidade linear e não linear com excitações aeroelásticas, com o objetivo de obter um gerador de energia aeroelástico para ciclos limites, variando a velocidade do fluxo de ar. Para isso, foi utilizado um aerofólio com dois GDL.

Ferrari *et al.* (2011) propuseram um conversor piezelétrico não linear que explora a excitação harmônica em uma banda de frequência com ruído branco. O

sistema consiste em uma viga ferromagnética com transdutores piezelétricos bimórficos acoplados e ímãs permanentes para criar um sistema biestável.

De Paula *et al.* (2015) analisaram o mesmo sistema, avaliando a influência das não linearidades na estrutura.

Nilsson *et al.* (2014) investigaram experimentalmente a habilidade de uma fibra têxtil bicomponente piezelétrica converter deformação mecânica em energia elétrica. Neste estudo, analisou-se a fabricação da fibra, tecelagem, a alta tensão de polarização e adição do eletrodo externo.

Ahmadabadi e Khadem (2014) projetaram e otimizaram os parâmetros ótimos de um dissipador não-linear (NES-*Nonlinear Energy Sink*) e de um gerador de energia conectados em uma viga livre-livre submetida a uma excitação por impulso. Os autores utilizaram a energia dissipada pelo NES para gerar energia elétrica através de um elemento piezelétrico.

Wu *et al.* (2015) utilizaram a energia mecânica produzida pelas ondas do mar para gerar energia elétrica. Para isto, construíram um modelo numérico de uma viga piezelétrica engastada no peso da boia, otimizando o peso da boia e suas dimensões.

Muthalif e Nordin (2015) modelaram e simularam numericamente um gerador de energia piezelétrico com o objetivo de avaliar a influência do comprimento e formato da viga na eficiência na geração de energia. Para isto, utilizaram os *softwares* COMSOL® e MATLAB®. Além disso, compararam os resultados experimentais obtidos em duas vigas piezelétricas com formatos distintos, uma retangular e outra triangular.

Chen *et al.* (2015) analisaram numericamente e experimentalmente um gerador de energia piezelétrico multidirecional. No modelo teórico, os parâmetros estruturais deste dispositivo foram otimizados para obtenção da máxima eficiência na produção de energia.

Existem alguns trabalhos que envolvem duas formas simultâneas de conversão de energia elétrica a partir da vibração do ambiente. Tadesse *et al.* (2009) avaliaram numericamente e experimentalmente um gerador multimodal

que combinava dois mecanismos de conversão de energia, eletromagnética e piezelétrica. Para isso, utilizou uma viga com ímãs na ponta e vários transdutores piezelétricos conectados nesta em diferentes posições (Fig. 2.6 (a)). Da mesma forma, Challa *et al.* (2009) determinaram um ponto ótimo para geração de energia destes sistemas submetidos a excitação harmônica. No entanto, a viga utilizada por estes era toda recoberta por pastilhas PZT.

Karami *et al.* (2011) propuseram um sistema híbrido para uma estrutura não linear (Fig. 2.6 (b)). Nos experimentos, os autores variaram os valores de resistências elétricas, a aceleração da ponta da viga, e o movimento do sistema (pequenas amplitudes, ciclos limites e movimento caótico).

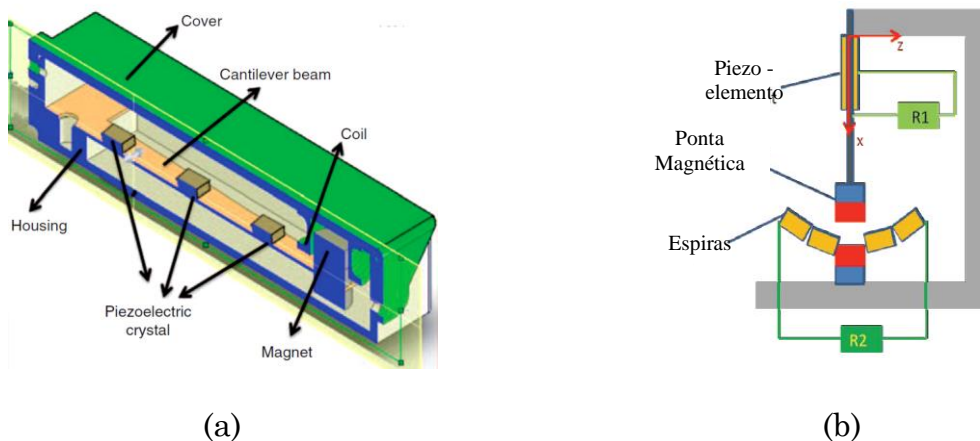


Figura 2.6 - (a) aparato experimental proposto por Tadesse *et al.* (2009);

(b) aparato experimental proposto por KARAMI *et al.* (2011).

Wang *et al.* (2015) analisaram e compararam o desempenho na geração de energia por piezeletricidade e eletromagnética de modelos de 1 GDL conectados a resistências elétricas. O estudo foi baseado no método de transformada de Laplace e modelos físicos de fonte de tensão elétrica.

2.2. Geração de Energia Associada a Controle de Vibrações

Atualmente, surgiram alguns trabalhos de pesquisa envolvendo o conceito de absorvedores dinâmicos de vibração associados a geradores de energia piezelétricos, com o intuito de atenuar amplitudes de vibrações e ainda gerar energia elétrica. Estes dispositivos foram chamados EHDVA (*Energy Harvesting Dynamic Vibration Absorber*).

Chitba *et al.* (2010) apresentaram um projeto otimizado para estruturas flexíveis no qual um conjunto de absorvedores dinâmicos com dispositivos piezelétricos foram usados para suprimir a vibração e gerar energia elétrica em uma viga. Foram testadas duas configurações quanto à disposição dos elementos piezelétricos. Na primeira, o elemento piezelétrico foi montado entre a massa do absorvedor dinâmico e a viga. A segunda configuração foi realizada com o dispositivo montado entre a massa do absorvedor dinâmico e a base fixa.

Wang e Inman (2012) fizeram uma revisão dos métodos de controle de vibrações utilizando geradores de energia piezelétricos como principal fonte de energia, levando em consideração um menor consumo de energia. Os autores apresentaram um resumo sobre os métodos de controle passivo, semiativo e ativo.

Harne (2012) apresentou modelo numérico generalizado baseado no princípio de Hamilton de uma placa vibrando na frequência harmônica com dispositivos piezelétricos acoplados a esta, com o intuito de suprimir vibrações e gerar energia pela deformação da camada da mola piezelétrica.

Ali e Adhikari (2012) propuseram um DVAEH, tendo como objetivo a atenuação dos níveis de vibração da estrutura primária, e simultaneamente a geração energia elétrica, conforme mostrado na Fig. 2.7. Um método no domínio da frequência foi proposto para análise e projeto de um sistema acoplado eletromecanicamente.

Rafique *et al.* (2013) analisaram um novo projeto de geradores de energia piezelétrico, estes fizeram vigas com transdutores piezelétrico e amortecedores de massa sintonizada, com o objetivo de suprimir um modo de vibração específico de uma estrutura primária submetida à uma excitação em uma banda de

frequência e gerar energia elétrica. O dispositivo proposto consiste em um par de transdutores bimórficos sintonizado por vários tipos de circuitos formados por resistores, capacitores e indutores.

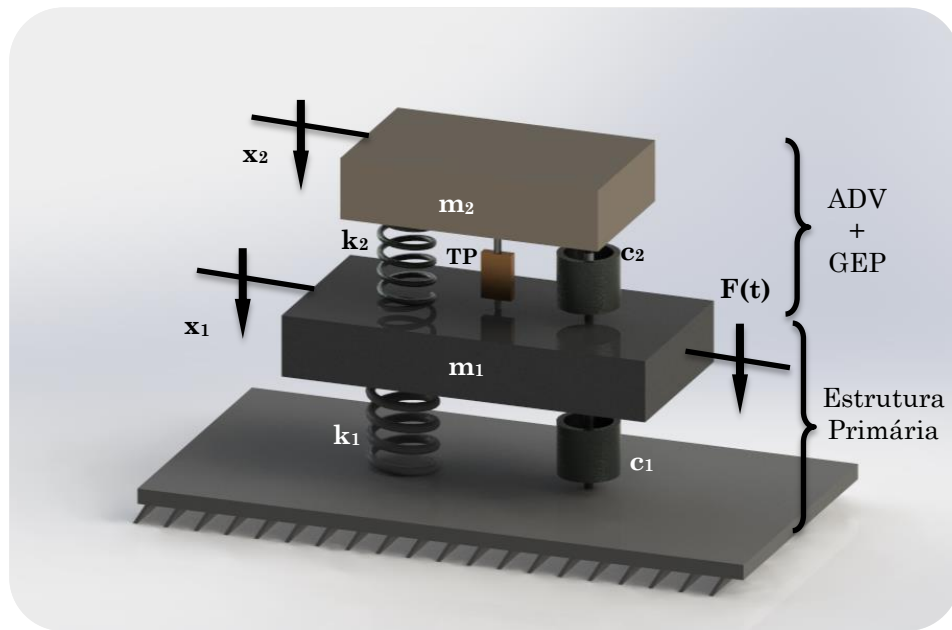


Figura 2.7 - Diagrama esquemático de um absorvedor dinâmico de vibração conectado a um sistema de 1GDL (ALI e ADHIKARI, 2012).

Brennan *et al.* (2014) estudaram um sistema baseado em um sistema massa-mola-amortecedor que é acoplado a uma estrutura primária; analisaram os parâmetros ótimos do dispositivo em dois tipos de excitações: na primeira situação a estrutura primária foi excitada em uma frequência harmônica e na segunda, a estrutura foi excitada em uma banda de frequência por sinal randômico.

2.3. Revisão em Base de Patentes

Nos bancos de patentes foram encontrados algumas patentes sobre geradores de energia por piezeletricidade que utilizam a energia mecânica proveniente das vibrações do ambiente para produzir energia elétrica.

Na patente US Pat. 6407484B1 é apresentado um dispositivo de alumínio capaz de gerar tensões elétricas com a deformação dos transdutores piezelétricos pelas forças de compressão ou tração, conforme mostrado nas Figs. 2.8 (a) e 2.8 (b).

A patente US Pat. 6858970B2 apresenta um gerador com várias vigas finas engastadas pela base com uma massa concentrada na extremidade. Nestas vigas, foram colados transdutores piezelétricos cerâmicos nos dois lados (configuração bimórfica).

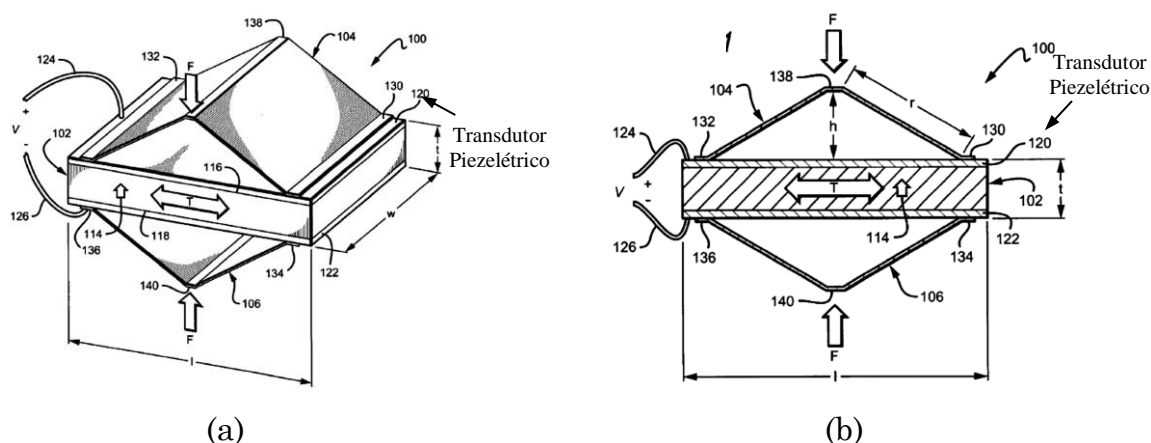


Figura 2. 8 - Gerador de energia piezelétrico: (a) Vista em perspectiva do dispositivo; (b) Vista em corte do dispositivo (US6407484B1).

Na patente WO 2013/175449A2 é apresentado um dispositivo piezelétrico que consiste em dois amplificadores mecânicos. Neste caso, um amplificador mecânico é acoplado ao outro, o primeiro funciona como um ressonador paramétrico, vibrando em função da vibração do ambiente e o segundo amplificador mecânico gera tensões elétricas (Fig. 2.9 (a) e Fig. 2.9 (b)).

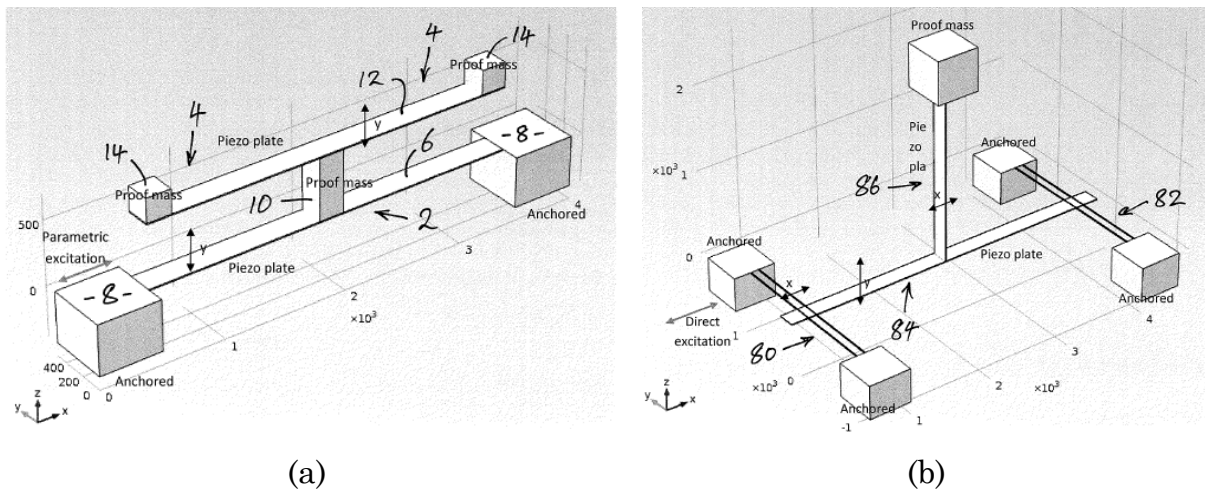


Figura 2. 9 - Gerador de energia piezelétrico: (a) Configuração 1; (b) Configuração 2 (WO 2013/175449A2).

Na patente US8373332B2 foi proposto um sistema de vigas com múltiplos transdutores piezelétricos conectadas em paralelo a um único circuito retificador com o intuito de aumentar a geração de energia.

Na patente US8674663B2, um novo circuito DC-DC é mostrado com a finalidade de aumentar a eficiência captação de energia gerada de um aparato com transdutor piezelétrico.

Na patente US8633634B2, os inventores integraram diretamente um gerador de energia piezelétrico em uma viga engastada-livre. As vigas eram fabricadas por um processo utilizando uma camada de sacrifício de Poly-Si. Foram feitas melhorias nas propriedades microestruturais e elétricas introduzindo uma camada de sacrifício de poly-Si e otimizando o processo de polarização.

Um dispositivo microeletromecânico piezelétrico foi registrado na patente US 8380752B2, com o objetivo de transformar a energia mecânica do ambiente em baixas frequências e em altas frequências, e em múltiplos planos. O sistema é composto por placas com camadas de pastilhas piezelétricas com molas espirais fixadas em dois pontos, conforme mostrado nas Fig 2.11 (a) e Fig. 2.11 (b).

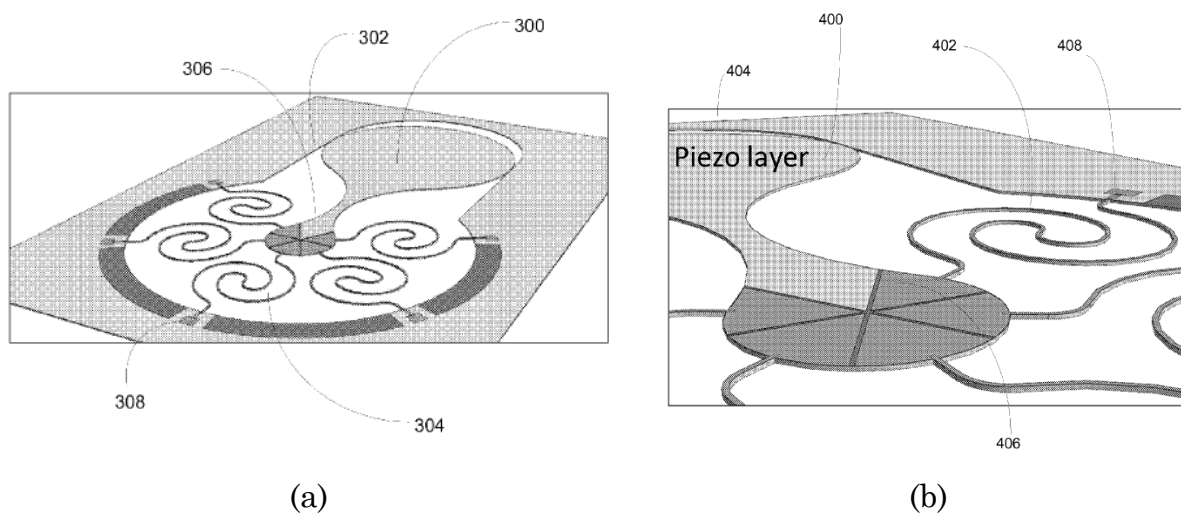


Figura 2.10 - (a) Sistema mecânico de geração de energia com molas espirais acopladas; (b) Sistema mecânico de geração de energia com detalhe da camada da estrutura piezelétrica (US 8380752 B2).

A patente US 2014/0077662A1 propõe um sistema piezelétrico com um design avançado, consistindo em vigas biengastadas dobradas, como apresentados nas Fig. 2.10 (a) e Fig. 2.10 (b). Estas foram revestidas por uma camada piezelétrica por um processo sol-gel de deposição da camada piezelétrica.

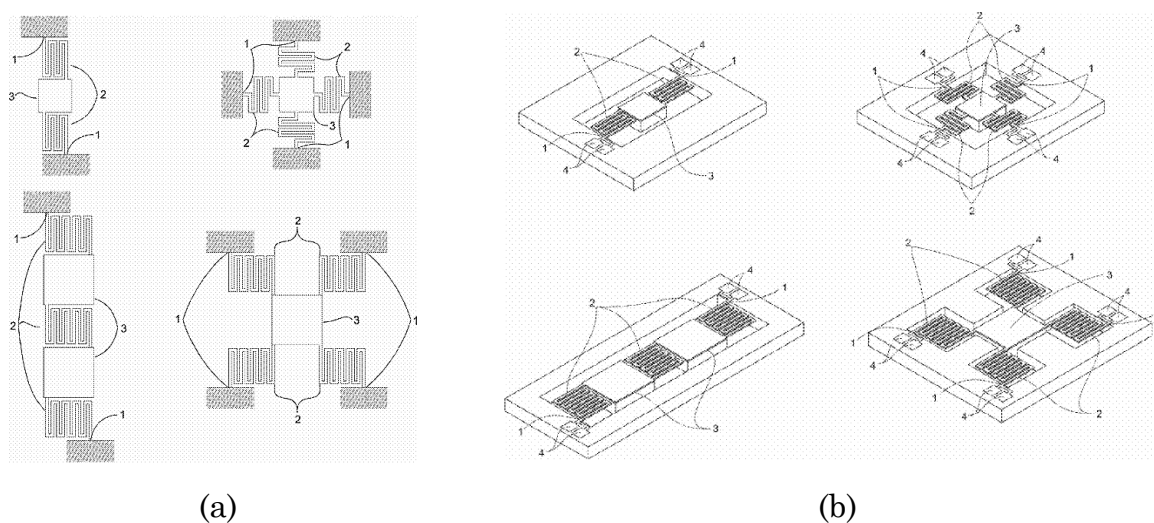


Figura 2.10 - (a) Representação do dispositivo formado por uma por uma rede de geradores de energia de molas dobradas; (b) Vista em perspectiva do dispositivo (US 2014/0077662A1).

CAPÍTULO III

MODELAGEM MATEMÁTICA DE ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES E GERADORES DE ENERGIA PIEZELÉTRICOS

Neste capítulo é desenvolvida a formulação subjacente à modelagem numérico-computacional de absorvedores dinâmicos de vibrações e de geradores de energia baseados no efeito piezelétrico. Subsequentemente, esta formulação será implementada nas simulações numéricas apresentadas no Capítulo IV, visando à caracterização do comportamento eletromecânico de estruturas contendo dispositivo operando simultaneamente para a atenuação de vibrações e geração de energia elétrica.

3.1. ADV não amortecidos aplicados a sistemas de 1 GDL

O caso mais simples descrito na literatura, ilustrado na Fig. 3.1, consiste em um sistema primário de 1 GDL (m_1, k_1) , conectado a um ADV de 1 GDL, (m_2, k_2) , sendo o amortecimento negligenciado. O objetivo é projetar o ADV de modo que as vibrações do sistema primário sejam atenuadas.

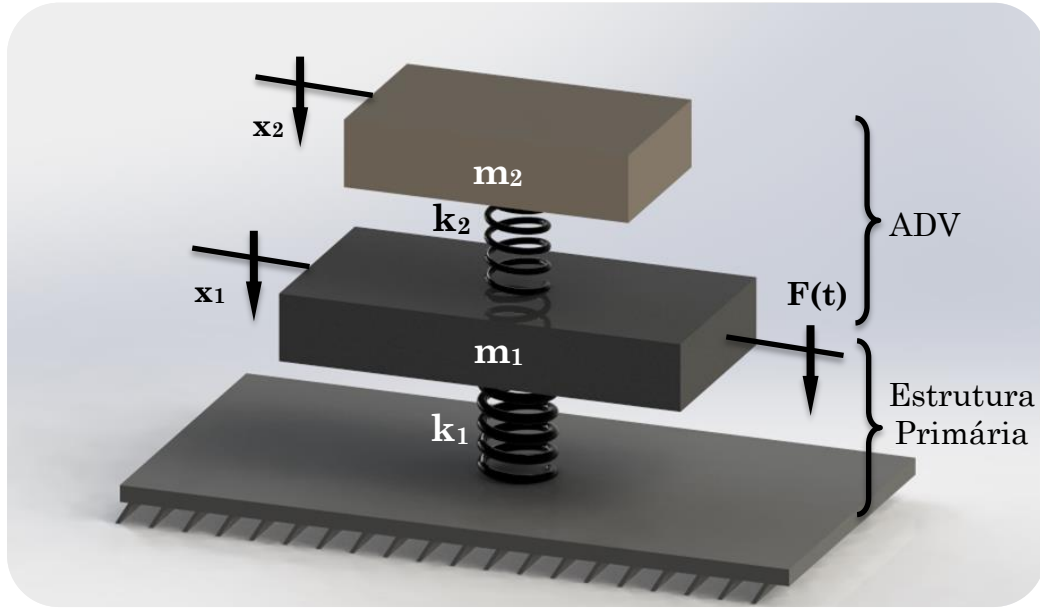


Figura 3.1 - Modelo de uma estrutura primária de 1 GDL com absorvedor dinâmico não amortecido de 1 GDL.

Admite-se que o sistema primário seja excitado por uma força harmônica, de amplitude F_0 e frequência de excitação Ω :

$$F(t) = F_0 e^{i\Omega t} \quad (3.1)$$

As equações de movimento do sistema acoplado são:

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2)x_1(t) - k_2 x_2(t) = F(t) \quad (3.2.a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + k_2 [x_2(t) - x_1(t)] = 0. \quad (3.2.b)$$

As respostas harmônicas em regime permanente são dadas por:

$$x_1(t) = X_1 e^{i\Omega t} \quad (3.3.a)$$

$$x_2(t) = X_2 e^{i\Omega t} \quad (3.3.b)$$

Substituindo as Eqs. 3.3 nas Eqs. 3.2, obtêm-se as seguintes equações algébricas:

$$X_1(-m_1\Omega^2 + k_1 + k_2) - k_2 X_2 = F_0 \quad (3.4.a)$$

$$-k_2 X_1 + X_2(-m_2\Omega^2 + k_2) = 0 \quad (3.4.b)$$

A partir das Eqs. 3.4, e introduzindo as frequências naturais de cada subsistema isolado, representado pelas Eqs. 3.5, obtém-se a expressão para a amplitude X_1 do sistema primário (Eq. 3.6).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (3.5.a)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (3.5.b)$$

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right]}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (3.6)$$

Observa-se, na Eq. 3.6, que quando o numerador é nulo $\left[1 - (\Omega/\omega_a)^2\right] = 0$ (para $\Omega = \omega_a$) a amplitude da resposta do sistema primário se anula. Isto mostra o princípio básico de funcionamento do ADV, segundo o qual as vibrações do sistema primário serão totalmente anuladas para uma dada frequência de

excitação Ω se os parâmetros dos ADV forem escolhidos de modo que $\Omega = \sqrt{k_2 / m_2}$.

A Fig. 3.2 ilustra a operação de um ADV quando acoplado a uma estrutura primária. São apresentadas duas FRF: a FRF do sistema primário, sem o ADV acoplado, e a FRF do sistema primário com o ADV acoplado. No sistema acoplado, verifica-se que há dois picos de ressonância referentes às frequências naturais do sistema de 2 GDL. Uma antirressonância surge exatamente na frequência de excitação da estrutura primária, ou seja, $\Omega = \omega_a$.

Além disso, para a condição $\Omega = \omega_a$, reutilizando as Eqs. 3.4, obtém-se a seguinte expressão para a amplitude de vibração da massa do ADV e da força exercida entre o sistema primário e o ADV:

$$X_2 = \frac{F_0}{k_2} \quad (3.7)$$

$$F_0 = -k_2 X_2 \quad (3.8)$$

Desta forma, observa-se que o ADV exerce sobre o sistema primário uma força de igual amplitude, porém defasada em 180° em relação à força de excitação.

O resultado expresso na Eq. 3.7 é a base do conceito de GEP-ADV estudado nesta tese. Com efeito, ele mostra que, embora o movimento do sistema primário seja anulado, o ADV possui movimento vibratório que pode ser convertido em energia elétrica.

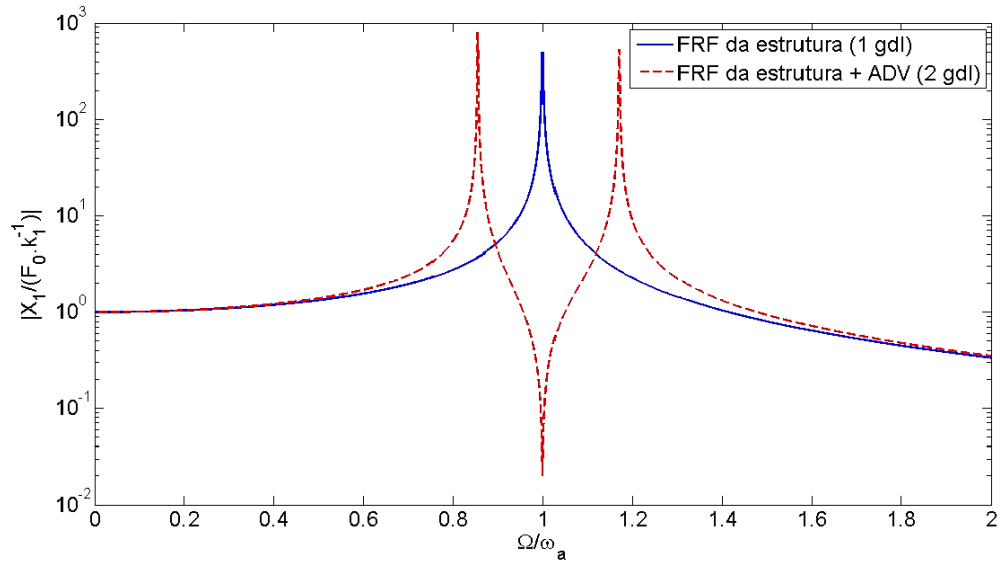


Figura 3.2 - FRF pontual na massa primária m_1 , para $m_2 / m_1 = 0,20$ (CUNHA Jr., 1999).

Na maioria das vezes, um ADV é projetado de modo que sua frequência natural coincida com a frequência natural do sistema primário, a fim de reduzir os níveis de vibração na ressonância. Neste caso, deve-se ter:

$$\frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \Rightarrow \omega_n = \omega_a \quad (3.9)$$

A partir das Eq. 3.4 (a) e Eq. 3.4 (b), é possível escrever as FRFs do sistema primário e do ADV, em termos de parâmetros adimensionais:

$$\frac{X_1}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{(1 - g^2)}{(1 - g^2)(1 - g^2 + \mu) - \mu} \quad (3.10.a)$$

$$\frac{X_2}{F_0 k_1^{-1}} = \frac{(1 - g^2)}{(1 - g^2)(1 - g^2 + \mu) - \mu} \quad (3.10.b)$$

onde:

$\mu = m_2/m_1$: razão de massas;

$\omega_n = \sqrt{k_1/m_1}$: frequência natural do sistema primário;

$\omega_a = \sqrt{k_2/m_2}$: frequência natural do ADV;

$g = \Omega/\omega_n$: frequência de excitação normalizada;

Note-se que existem dois valores de Ω que anulam o denominador das Eq. 3.10.a e Eq. 3.10.b, fazendo com que as amplitudes X_1 e X_2 tendam a infinito. Esses dois valores de Ω representam as duas frequências naturais do sistema acoplado, dadas por:

$$g^2 = 1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \quad (3.11)$$

A Fig. 3.3 mostra o comportamento das raízes expressas pela Eq. (3.11) em função da razão de massas μ . Nota-se que para $\mu = 0,1$, ocorre o aparecimento de duas frequências naturais no sistema acoplado em $0,85\omega_n$ e $1,17\omega_n$. Observa-se também que o afastamento entre estas duas frequências naturais aumenta com o aumento da razão de massas.

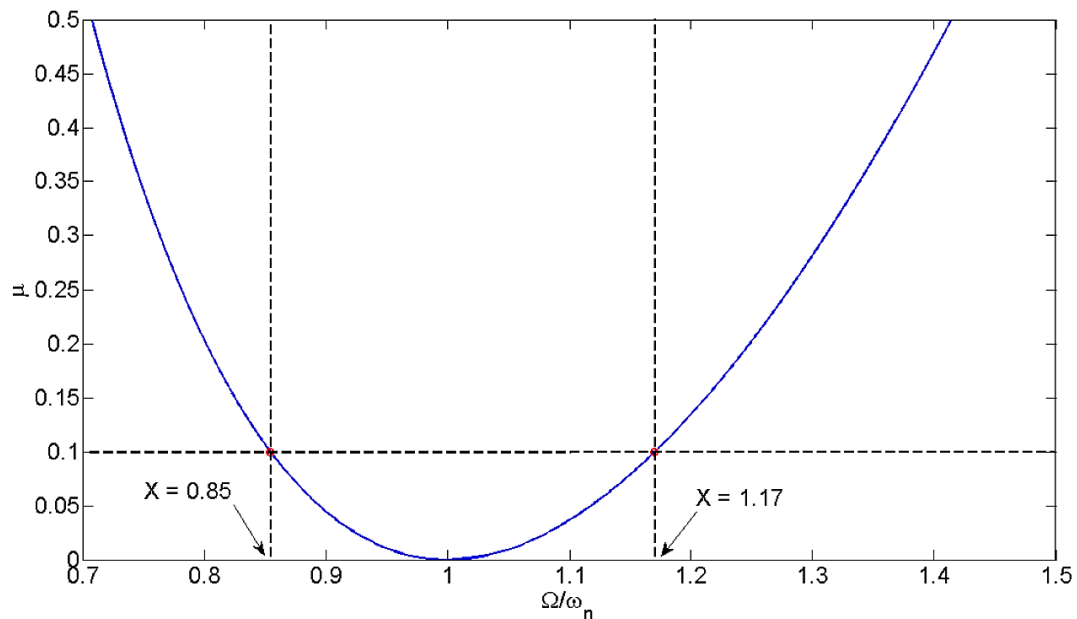


Figura 3.3 - FRF pontual na massa primária m_1 , para $m_2 / m_1 = 0,20$ (CUNHA Jr., 1999).

A banda de frequências na qual o ADV não amortecido é eficiente se mostra geralmente muito estreita. De fato, conforme pode ser observado na Fig. 3.2, pequenas variações na frequência de excitação em torno de $g = 1$ levam a reduções significativas na capacidade de absorção do ADV. Além disso, duas ressonâncias adjacentes a $\Omega = \omega_n$ apresentam amplitudes de vibração elevadas. Assim, o projeto ótimo de ADVs deve objetivar, principalmente, a máxima absorção em uma dada banda de frequências. Esta banda deve ser a mais ampla possível em torno de uma frequência nominal. Este efeito pode ser obtido com a introdução de amortecimento no absorvedor (DIMARAGONAS, 1996).

3.2. ADVs amortecidos aplicados a sistemas primários de 1 GDL

Os ADVs amortecidos são mais eficientes em uma faixa de frequência mais larga quando comparado aos ADVs não amortecidos (KORENEV e REZNIKOV, 1993). Nesta seção, considera-se um ADV com amortecimento viscoso (m_2, c_2, k_2)

acoplado ao sistema primário não amortecido (m_1, k_1) , conforme mostrado na Fig. 3.4, para o qual as equações do movimento se escrevem:

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_2 [x_1(t) - x_2(t)] + c_2 [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)] = F_0 e^{i\Omega t} \quad (3.12.a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + k_2 [x_2(t) - x_1(t)] + c_2 [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] = 0 \quad (3.12.b)$$

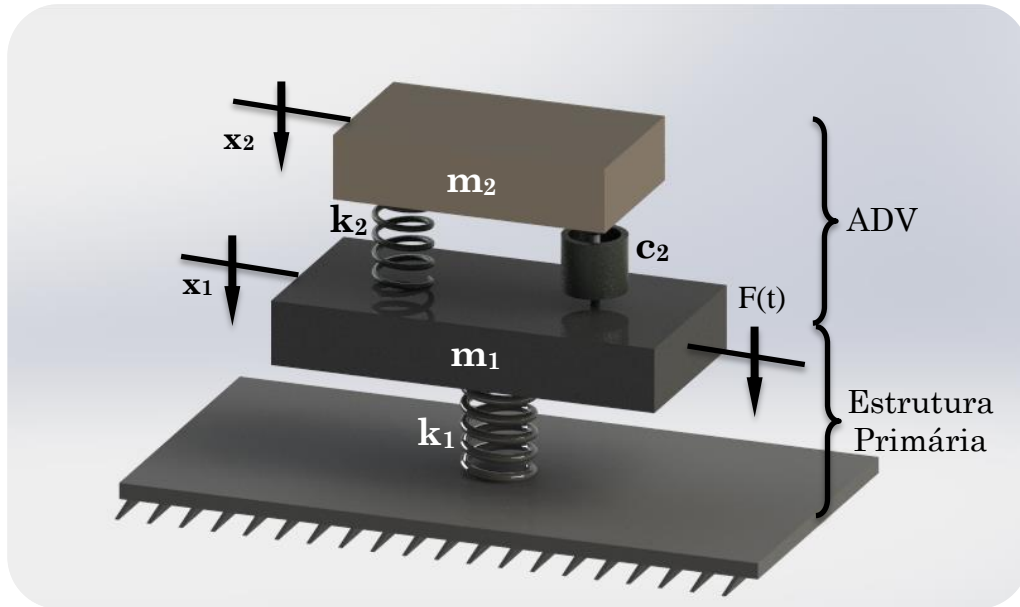


Figura 3.4 - ADV de 1GDL com amortecimento viscoso conectado a uma estrutura primária de 1GDL.

As equações do movimento para o sistema de 2 GDL em apreço são:

$$-m_1 \Omega^2 X_1 + k_1 X_1 + k_2 [X_1 - X_2] + j\Omega c_2 [X_1 - X_2] = F_0 \quad (3.12.a)$$

$$m_2 \Omega^2 X_2 + k_2 (X_2 - X_1) + j\Omega c_2 (X_2 - X_1) = 0 \quad (3.12.b)$$

Resolvendo as Eqs. 3.12, obtém-se, para a amplitude de vibração do sistema primário, a seguinte expressão:

$$X_1 = F_0 \frac{(k_1 - m_2 \Omega^2) + j \Omega c_2}{\left[(-m_1 \Omega^2 + k_1)(-m_2 \Omega^2 + k_2) - j \Omega c_2 (-m_1 \Omega^2 + k_1 - m_2 \Omega^2) \right]} \quad (3.14)$$

onde X_1 e X_2 são valores complexos.

Pode-se reduzir a Eq. 3.14 à seguinte forma:

$$X_1 = F_0 (A_1 + jB_1) \quad (3.15)$$

onde A_1 e B_1 são funções reais.

O significado associado à Eq. 3.15 é o de que na representação vetorial, o deslocamento X_1 consiste em duas componentes, uma em fase com a força F_0 e a outra com uma defasagem de $\pi/2$ no plano complexo. Assim sendo, a magnitude de X_1 pode ser expressa por:

$$|X_1| = F_0 \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \quad (3.16)$$

Definindo-se os seguintes termos adimensionais:

- Razão de massas (μ):

$$\mu = m_2 / m_1 \quad (3.17.a)$$

- Frequência natural não amortecida do ADV isolado (ω_a):

$$\omega_a = \sqrt{(k_2 / m_2)} \quad (3.17.b)$$

- Frequência natural da estrutura primária isolada (ω_n):

$$\omega_n = \sqrt{(k_1/m_1)} \quad (3.17.a)$$

- Razão de frequências naturais (f):

$$f = \omega_a / \omega_n \quad (3.17.b)$$

- Razão de frequências forçadas (g):

$$g = \Omega / \omega_n \quad (3.17.c)$$

- Razão de frequências naturais (f):

$$f = \omega_a / \omega_n \quad (3.17.d)$$

- Amortecimento crítico (c_c):

$$c_c = 2m_2\omega_n \quad (3.17.e)$$

- Fator de amortecimento (η):

$$\eta = c/c_c \quad (3.17.f)$$

- Deflexão estática do sistema primário (X_{est}):

$$X_{est} = F_0 / k_1, \quad (3.17.g)$$

a Eq. 3.14 pode ser escrita como:

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(2\eta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\eta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (3.18)$$

$$\frac{X_2}{X_{est}} = \sqrt{\frac{(2\eta g)^2 + (f^2)^2}{(2\eta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (3.19)$$

A Eq. 3.18 representa a função resposta em frequência do sistema primário, mostrada graficamente na Fig. 3.5 para uma razão de massas $\mu = 1/20$, razão de frequências $f=1$ e diferentes valores do fator de amortecimento η .

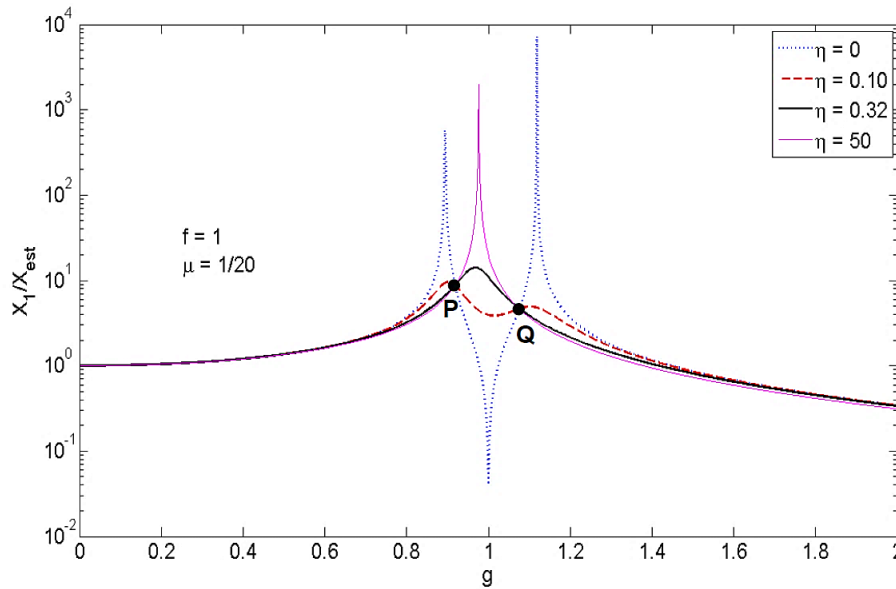


Figura 3.5 - FRFs relativas à massa m_1 , para diferentes valores do amortecimento do ADV (CUNHA Jr., 1999).

Pode-se observar que para $\eta = 0$, tem-se o caso sem amortecimento mostrado na seção anterior, para o qual as amplitudes de deslocamento nas ressonâncias são infinitas. Por outro lado, para altos valores de amortecimento as duas massas tendem a ficar ligadas entre si, levando essencialmente a um sistema de 1 GDL com uma massa $m_1 + m_2$ e rigidez k_1 .

Pode-se verificar na Fig. 3.5, que a inserção do amortecimento no ADV proporciona uma diminuição nas amplitudes em uma banda de frequências mais larga em torno de $\Omega/\omega_n = 1$, em comparação com os ADVs sem amortecimento.

É importante destacar a presença dos pontos invariantes P e Q mostrados na Fig. 3.5, pelos quais sempre passa a FRF, independentemente do fator de amortecimento η . Den Hartog (1956) propôs um procedimento de otimização que consiste na determinação de um conjunto ótimo de parâmetros f e η que conduz os dois pontos invariantes a uma mesma amplitude, com a FRF possuindo inclinação nula em ambos os pontos. Este critério assegura que a FRF do sistema primário será a mais plana possível.

Pode-se mostrar que os valores que satisfazem a este critério são (DEN HARTOG, 1956):

$$f_{\acute{o}timo} = \frac{1}{1+\mu} \quad (3.20)$$

$$\eta_{\acute{o}timo} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (3.21)$$

A Fig. 3.6 permite comparar as curvas de resposta em frequência da massa primária em três situações: sem ADV, com ADV não amortecido sintonizado na frequência natural do sistema primário e com o ADV ótimo.

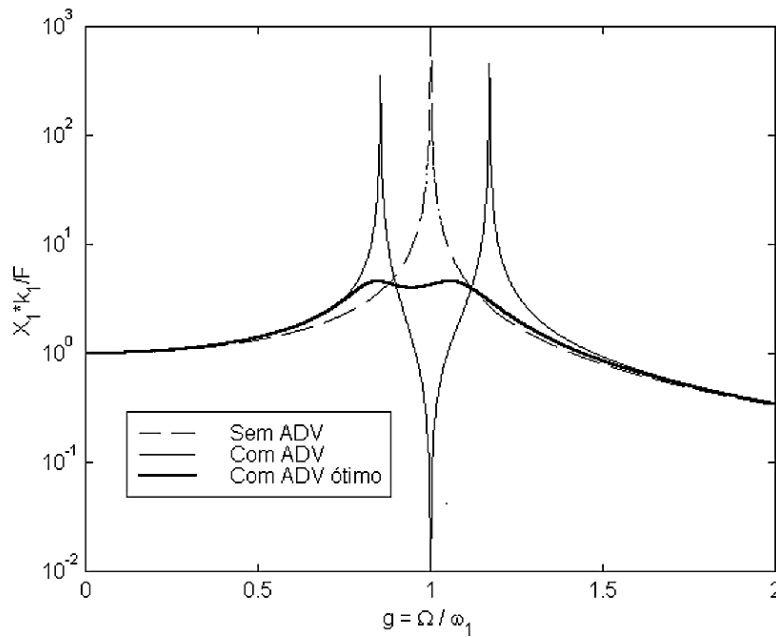


Figura 3.6 – Amplitudes de vibração do sistema primário (MARQUES, 2008).

3.3. ADV aplicados a sistemas primários de parâmetros distribuídos

As situações mais frequentemente encontradas na prática são ilustradas nas Figs. 3.7 e 3.8, em que as vibrações de uma estrutura primária (EP) modelada como um sistema contínuo (ou discretizado com vários GDL) devem ser atenuadas mediante a conexão de um ADV constituído de um sistema de 1 GDL (Fig. 3.7) ou um sistema contínuo ou discretizado (Fig. 3.8).

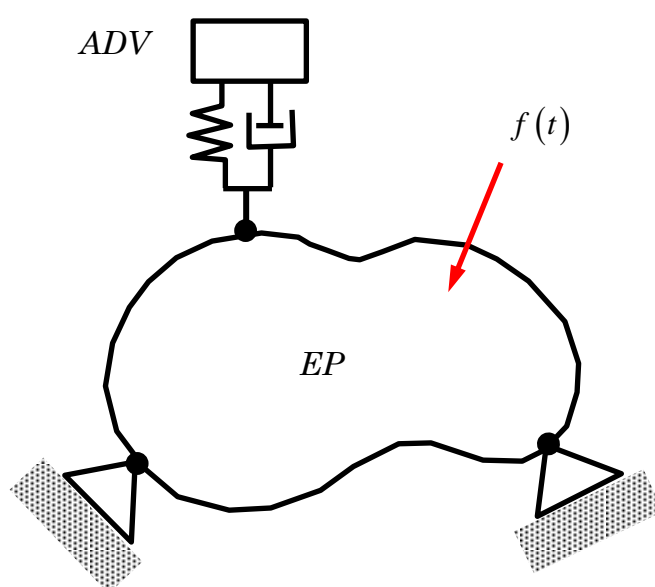


Figura 3.7 – Ilustração de uma EP modelada como um sistema de parâmetros distribuídos, conectada a um ADV de 1 GDL.

A formulação aplicável ao primeiro caso, desenvolvida por Warburton e Ayorinde (1980) e reproduzida por Cunha Jr. (1999), será sumarizada a seguir.

3.3.1. ADV de 1 GDL aplicados a EP contínuas

Esta formulação foi desenvolvida com o objetivo de obter cada modo de vibrar em sistemas primários de vários graus de liberdade, ou seja, expressões

similares à Eq. 3.8., desenvolvida para sistemas primários de um grau de liberdade.

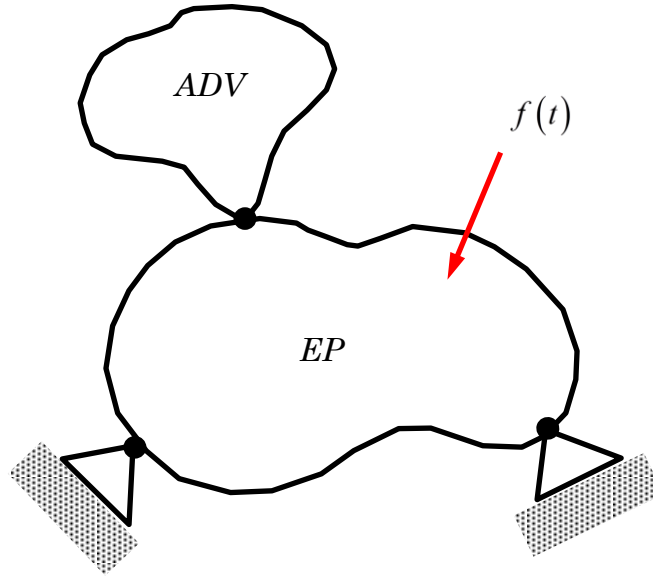


Figura 3.8 – Ilustração de uma EP modelada como um sistema contínuo, conectada a um ADV modelado com um sistema contínuo.

Para o desenvolvimento da teoria, considera-se a Fig. 3.9, onde se tem uma estrutura primária de n graus de liberdade e geometria qualquer, representada por matrizes de inércia e rigidez, $M \in \mathbb{R}^{n,n}$ e $K \in \mathbb{R}^{n,n}$, sendo excitada por uma força harmônica $F(t)$ na coordena x_f , dispondo de um sistema absorvedor (m_a, c_a, k_a) conectado à coodenada x_c . Nesta mesma figura, x_a designa o deslocamento da massa do ADV. Admiti-se, por hipótese, que a resposta dinâmica da estrutura primária, possa ser expressa sob a forma:

$$\{x(t)\} = \{\psi_\sigma\} q_\sigma(t), \quad (3.22)$$

onde $\{\psi_\sigma\}$ é o σ – ésimo modo de vibrar (auto-vetor) da estrutura primária sem o ADV e o $q_\sigma(t)$ é uma coordenada generalizada. Desta forma, tem-se:

$$x_f(t) = \psi_{\sigma f} q_{\sigma}(t), \quad (3.23.a)$$

$$x_c(t) = \psi_{\sigma c} q_{\sigma}(t), \quad (3.23.b)$$

onde $\psi_{\sigma f}$ e $\psi_{\sigma c}$ são respectivamente as componentes do σ –ésimo auto-vetor correspondente às coordenadas onde a força excitadora é aplicada e onde o ADV é conectado.

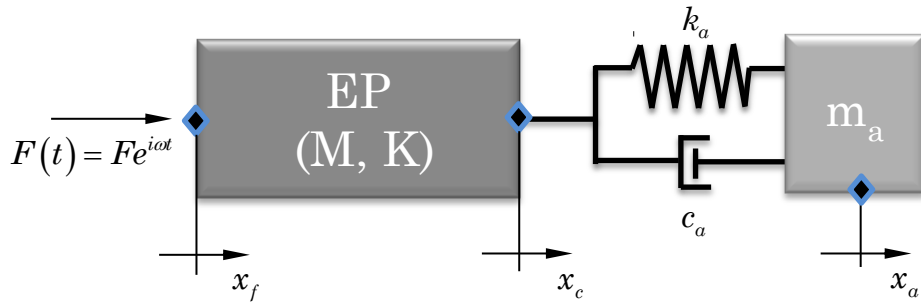


Figura 3.9 - Esquema de uma estrutura primária excitada por $F(t)$, com um ADV acoplado.

Os auto-vetores do sistema primário, possuem a propriedade de ortogonalidade com respeito às matrizes de massa e de rigidez. Admite-se que tenham sido normalizados de modo a satisfazerem:

$$\{\psi_{\sigma}\}^T \mathbf{M} \{\psi_{\sigma}\} = \mathbf{M}_p, \quad (3.24)$$

$$\{\psi_{\sigma}\}^T \mathbf{K} \{\psi_{\sigma}\} = \mathbf{M}_p \omega_{\sigma}^2, \quad (3.25)$$

onde \mathbf{M}_p é a massa generalizada da EP e ω_{σ} é a σ –ésima frequência natural da mesma.

A energia cinética do sistema acoplado é dada por:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{x}(t)\}^T \mathbf{M} \{\dot{x}(t)\} + \frac{1}{2} m_a \dot{x}_a^2(t), \quad (3.26)$$

onde $\dot{x}(t)$ designa o vetor de velocidades da EP.

Introduzindo a Eq. 3.22 na Eq. 3.26 e fazendo o uso da Eq. 3.24, obtém-se:

$$T = \frac{1}{2} M_p \dot{q}_\sigma^2(t) + \frac{1}{2} m_a \dot{x}_a^2(t), \quad (3.27)$$

A energia de deformação do sistema acoplado é expressa segundo:

$$V = \frac{1}{2} \{x(t)\}^T \mathbf{K} \{x(t)\} + \frac{1}{2} k_a [x_a(t) - x_c(t)]^2, \quad (3.28)$$

onde $x(t)$ é o vetor de deslocamentos da estrutura primária.

Substituindo a Eq. 3.22 na Eq. 3.28 e utilizando as Eqs. 3.23.b e 3.25, a expressão acima fica:

$$V = \frac{1}{2} M_p \omega_\sigma^2 \dot{q}_\sigma^2(t) + \frac{1}{2} k_a [x_a(t) - \psi_{\sigma c} q_\sigma(t)]^2, \quad (3.29)$$

A função de dissipação de Rayleigh para o sistema acoplado é dada por:

$$F = \frac{1}{2} c_a [\dot{x}_a(t) - \dot{x}_c(t)]^2 = \frac{1}{2} c_a [\dot{x}_a(t) - \psi_{\sigma c} \dot{q}_\sigma(t)]^2, \quad (3.30)$$

O trabalho virtual associado à força excitadora é dado pela expressão:

$$\delta W^{nc} = F e^{i\omega t} \delta x_f = F e^{i\omega t} \psi_{\sigma f} \delta q_\sigma = Q_\sigma \delta q_\sigma + Q_x \delta x_a, \quad (3.31)$$

onde resultam as forças generalizadas:

$$Q_\sigma = F e^{i\omega t} \psi_{\sigma f}; Q_x = 0, \quad (3.32)$$

As equações de movimento do sistema composto são obtidas empregando as Equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\sigma} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_\sigma} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_\sigma} = Q_\sigma, \quad (3.33)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_a} + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_a} = Q_x, \quad (3.34)$$

Empregando as Eqs. 3.27, 2.29, 3.30 e 3.33 nas Eqs. 3.33 e 3.34, o seguinte sistema de equações de movimento é obtido:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & M_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_\sigma \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_a \psi_{\sigma c}^2 & -c_a \psi_{\sigma c} \\ -c_a \psi_{\sigma c} & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_\sigma \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} M_p \omega_\sigma^2 + k_a \psi_{\sigma c}^2 & -k_a \psi_{\sigma c} \\ -k_a \psi_{\sigma c} & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_\sigma \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_{\sigma f} F e^{i\Omega t} \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

São agora introduzidos os conceitos de massa e rigidez efetivas. A massa efetiva da estrutura primária é definida como sendo a massa que, quando colocada na coordenada de conexão do ADV, resulta na mesma energia cinética que a estrutura primária possui quando vibra em seu σ -ésimo modo natural. Assim:

$$\frac{1}{2} M_{ef} \dot{x}_c^2(t) = \frac{1}{2} \{ \dot{x}(t) \}^T \mathbf{M} \{ \dot{x}(t) \}, \quad (3.36)$$

Com:

$$\{ \dot{x}(t) \} = \{ \psi_\sigma \} \dot{q}(t), \quad (3.37)$$

Introduzindo a Eqs. 3.23.b e 3.24 na Eq.3.37, obtém-se:

$$M_{ef}\psi_{\sigma c}^2\dot{q}_{\sigma}^2(t) = M_p\dot{q}_{\sigma}^2(t), \quad (3.38)$$

Onde:

$$M_{ef} = \frac{M_p}{\psi_{\sigma c}^2}, \quad (3.39)$$

A rigidez efetiva é definida como sendo a rigidez que, quando colocada no ponto de conexão do ADV, resulta na mesma energia de deformação que a estrutura primária possui quando vibra em seu σ –ésimo modo natural. Assim:

$$\frac{1}{2}k_{ef}x_c^2 = \frac{1}{2}\{x(t)\}^T \mathbf{K}\{x(t)\}, \quad (3.40)$$

Introduzindo 3.23.b e 3.25 na expressão 3.40, chega-se a:

$$k_{ef} = M_p\omega_{\sigma}^2, \quad (3.41)$$

Retornando ao sistema da Eq. 3.35, a resposta em regime harmônico permanente associada à coordenada q_{σ} é dada pela expressão:

$$q_{\sigma}(t) = Q_{\sigma}e^{i\Omega t}, \quad (3.42)$$

Com:

$$\frac{Q_{\sigma}}{F} = \frac{\psi_{\sigma f}(k_a - m_a\Omega^2 + i\Omega c_a)}{\psi_{\sigma c}^2 \left\{ \left[M_{ef}(\omega_{\sigma}^2 - \Omega^2) + k_a + i\Omega c_a \right] (k_a - m_a\Omega^2 + i\Omega c_a) \right\} - (k_a + i\Omega c_a)^2}, \quad (3.43)$$

onde:

$\mu_{ef} = m_a / M_{ef}$: Razão de massas.

$g = \Omega / \omega_\sigma$: razão de frequências forçadas.

$\omega a = \sqrt{k_a / m_a}$: frequência natural do ADV.

$f = \omega_a / \omega_\sigma$: Razão das frequências naturais;

$\eta_a = c_a / 2m_a \omega_\sigma$: fator de amortecimento do ADV.

Após manipulações algébricas, a Eq. 3.42 é expressa da seguinte forma, em termos dos parâmetros adimensionais:

$$\frac{Q_\sigma}{FK_{ef}^{-1}} = \psi_{\sigma f} \sqrt{\frac{(2\eta_a g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\eta_a g)^2 (g^2 - 1 + \mu_{ef} g^2)^2 + [\mu_{ef} f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (3.44)$$

,

A amplitude da resposta em um ponto i qualquer da estrutura primária é dada por:

$$|X_i| = \psi_{\sigma i} |Q_\sigma|, \quad (3.45)$$

Levando em conta a Eq. 3.44, obtém-se:

$$\frac{Q_\sigma}{FK_{ef}^{-1}} = \psi_{\sigma i} \psi_{\sigma f} \sqrt{\frac{(2\eta_a g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\eta_a g)^2 (g^2 - 1 + \mu_{ef} g^2)^2 + [\mu_{ef} f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2}} \quad (3.46)$$

,

Comparando as Eqs. 3.36 e 3.18, observa-se, em ambas, a mesma dependência em relação à frequência de excitação e aos demais parâmetros. Assim, fazendo corresponder os parâmetros e nestas duas equações. A análise já apresentada para os sistemas primários de um grau de liberdade, na Seção 3.1, pode ser estendida aos sistemas primários de vários graus de liberdade,

considerando cada um dos seus modos individualmente. Esta extensão inclui, em particular, a existência dos pontos invariantes.

Conforme ressaltam Waburton e Ayrinde (1980), a teoria desenvolvida acima é baseada em duas hipóteses básicas:

As frequências da estrutura primária são suficientemente separadas para garantir que na vizinhança do σ – ésimo modo, a resposta harmônica seja denominada apenas por este modo, de forma a satisfazer a Eq. 3.22.

A massa do ADV é suficiente pequenas para que os modos da estrutura primária não sejam fortemente alterados pelo acoplamento com o mesmo.

3.4. Modelagem de sistemas estruturais contendo geradores de energia piezelétricos.

Nesta seção, será desenvolvida a formulação baseada em discretização por elementos finitos, de sistemas do tipo ilustrado na Fig. 3.10, consistindo de uma estrutura primária EP, conectada a uma subestrutura contendo um transdutor piezelétrico. Esta última tem a finalidade de operar como absorvedor dinâmico de vibrações e gerador de energia piezelétrico, sendo designada por GEP-ADV, conforme estabelecido no Capítulo I.

Ainda com relação à Fig. 3.10, admite-se que o transdutor piezelétrico seja conectado a um resistor, de modo que a potência nele dissipada seja um indicador da potência elétrica gerada.

Vale ainda esclarecer que, embora a Fig. 3.10 mostre apenas um transdutor piezelétrico, a modelagem a ser desenvolvida considera a possibilidade de existência de dois ou mais transdutores conectados entre si.

Considerando tanto a EP quanto o GEP-ADV modelados como estruturas discretas (ou discretizadas) de vários graus de liberdade, o procedimento apresentado a seguir permite prever o comportamento eletromecânico do sistema formado pela EP conectada ao GEP-ADV, a partir de funções de receptância de cada subestrutura.

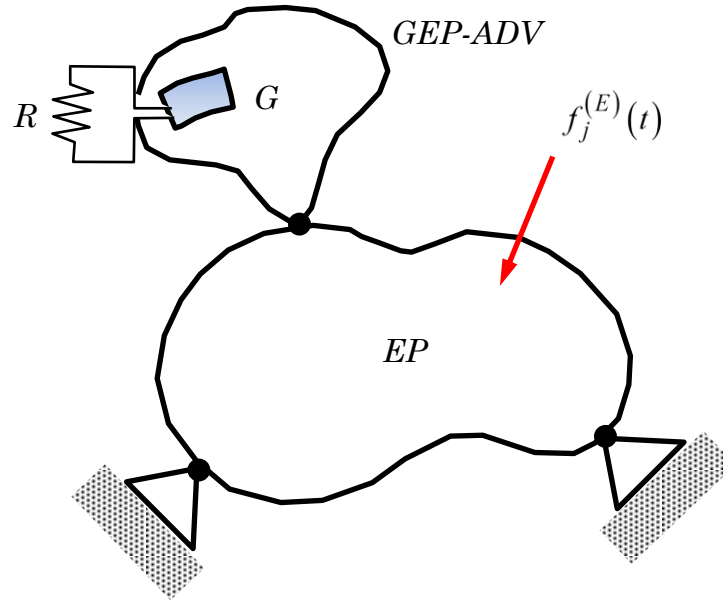


Figura 3.10 – Ilustração de uma EP conectada a um GEP/ADV.

Este procedimento é conveniente porque permite que o projeto e avaliação de desempenho de GEP-ADV seja feito tanto a partir de simulações numéricas, com reduzido custo computacional, quando com dados experimentais. É também possível operar com dados mistos, numéricos-experimentais, situação conveniente, por exemplo, nos casos em que se deseja projetar um GEP-ADV para aplicação a uma estrutura existente, que pode ser ensaiada experimentalmente ou em campo.

3.4.1. Equações do movimento da EP e do GEP/ADV

As equações do movimento da EP no domínio do tempo escrevem-se:

$$\mathbf{M}^{(E)}\ddot{\mathbf{x}}^{(E)}(t) + \mathbf{C}^{(E)}\dot{\mathbf{x}}^{(E)}(t) + \mathbf{K}^{(E)}\mathbf{x}^{(E)}(t) = \mathbf{f}^{(E)}(t), \quad (3.47)$$

onde $\mathbf{M}^{(E)}$, $\mathbf{C}^{(E)}$, $\mathbf{K}^{(E)}$ são, respectivamente as matrizes de massa, de amortecimento viscoso e de rigidez da EP, discretizada com n_E graus de liberdade, $\mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$, $\ddot{\mathbf{x}}(t)$

são, respectivamente, os vetores de posição, velocidade e aceleração, e $\mathbf{f}^{(E)}(t)$ é o vetor das forças excitadoras.

Admitindo excitação harmônica $\mathbf{f}^{(E)}(t) = \mathbf{F}^{(E)} e^{i\omega t}$ e resposta harmônica em regime permanente, $\mathbf{x}^{(E)}(t) = \mathbf{X}^{(E)} e^{i\omega t}$, a Eq. 3.47 conduz a:

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M}^{(E)} + i\omega \mathbf{C}^{(E)} + \mathbf{K}^{(E)}\right) \mathbf{X}^{(E)} = \mathbf{F}^{(E)}, \quad (3.48)$$

ou:

$$\mathbf{X}^{(E)}(\omega) = \mathbf{H}^{(E)}(\omega) \mathbf{F}^{(E)}, \quad (3.49)$$

onde:

$$\mathbf{H}^{(E)}(\omega) = \left(-\omega^2 \mathbf{M}^{(E)} + i\omega \mathbf{C}^{(E)} + \mathbf{K}^{(E)}\right)^{-1}. \quad (3.50)$$

Para o GEP/ADV, as equações do movimento eletromecânicas acopladas no domínio do tempo são expressas segundo (Leo. 2006):

$$\mathbf{M}^{(G)} \ddot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) + \mathbf{C}^{(G)} \dot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) + \mathbf{K}^{(G)} \mathbf{x}^{(G)}(t) - \mathbf{\Gamma}^{(G)} \phi(t) = \mathbf{f}^{(G)}(t), \quad (3.51.a)$$

$$\mathbf{\Gamma}^{(G)T} \mathbf{x}^{(G)}(t) + C_p \phi(t) = -q(t), \quad (3.51.b)$$

onde, além das matrizes e vetores similares aos já definidos com respeito Eq. 3.47, $\mathbf{\Gamma}^{(G)}$ é a matriz de acoplamento eletromecânico, C_p é a capacitância do GEP-ADV, $\phi(t)$ é o potencial elétrico e $q(t)$ é carga elétrica extraída aos eletrodos do gerador.

Vale observar que, nas Eqs. 3.51.a e 3.51.b, admite-se que o GPE-ADV disponha apenas de um transdutor piezelétrico ou que, no caso da existência de

mais de um transdutor, eles estejam eletricamente conectados em paralelo, de modo a que todos estejam submetidos a uma única diferença de potencial $\phi(t)$, e C_p represente a soma de suas capacitâncias. Em consequência $\mathbf{\Gamma}^{(G)}$ fica reduzida a um vetor-coluna.

Para levar em conta a conexão dos eletrodos do transdutor piezelétrico à resistência R , conforme ilustrado na Fig. 3.10, de acordo com a Lei de Kirchhoff, considera-se que a taxa de variação da carga elétrica aplicada aos eletrodos seja igual à corrente elétrica que percorre o resistor, sendo expressa por:

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{R} \phi(t), \quad (3.52)$$

Assim, associando a Eq. 3.52 à equação obtida por derivação da Eq. 3.51.b em relação ao tempo, as equações do movimento eletromecânicas acopladas ficam:

$$\mathbf{M}^{(G)} \ddot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) + \mathbf{C}^{(G)} \dot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) + \mathbf{K}^{(G)} \mathbf{x}^{(G)}(t) - \mathbf{\Gamma}^{(G)} \phi(t) = \mathbf{f}^{(G)}(t), \quad (3.53.a)$$

$$\mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \dot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) + \frac{1}{R} \phi(t) + C_p \dot{\phi}(t) = 0. \quad (3.53.b)$$

Admitindo excitação harmônica $\mathbf{f}^{(G)}(t) = \mathbf{F}^{(G)} e^{i\omega t}$ e resposta harmônica em regime permanente, $\mathbf{x}^{(G)}(t) = \mathbf{X}^{(G)} e^{i\omega t}$, $\phi(t) = \Phi e^{i\omega t}$, as Eqs. 3.53 ficam:

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M}^{(G)} + i\omega \mathbf{C}^{(G)} + \mathbf{K}^{(G)} \right) \mathbf{X}^{(G)} - \mathbf{\Gamma}^{(G)} \Phi = \mathbf{F}^{(G)}, \quad (3.54.a)$$

$$i\omega \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{X}^{(G)} + \left(\frac{1}{R} + i\omega C_p \right) \Phi = 0. \quad (3.54.b)$$

Eliminando o potencial elétrico Φ nas Eqs. 3.54, obtém-se:

$$\left[-\omega^2 \mathbf{M}^{(G)} + i\omega \left(\mathbf{C}^{(G)} + \frac{R}{1+i\omega RC_p} \mathbf{\Gamma}^{(G)} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \right) + \mathbf{K}^{(G)} \right] \mathbf{X}^{(G)} = \mathbf{F}^{(G)}, \quad (3.55)$$

ou:

$$\mathbf{X}^{(G)} = \mathbf{H}^{(G)}(\omega) \mathbf{F}^{(G)}, \quad (3.56)$$

com a matriz de funções receptância dada por:

$$\mathbf{H}^{(G)}(\omega) = \left[-\omega^2 \mathbf{M}^{(G)} + i\omega \left(\mathbf{C}^{(G)} + \frac{R}{1+i\omega RC_p} \mathbf{\Gamma}^{(G)} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \right) + \mathbf{K}^{(G)} \right]^{-1}. \quad (3.57)$$

Associando as Eqs. 3.54.b e 3.56, o potencial elétrico em regime harmônico permanente resulta expresso sob a forma:

$$\Phi(\omega) = -\frac{i\omega R}{1+i\omega RC_p} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{X}^{(G)} = -\frac{i\omega R}{1+i\omega RC_p} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{H}^{(G)}(\omega) \mathbf{F}^{(G)}. \quad (3.58)$$

Considerando o fato que Eq. 3.58 representa os valores pico da tensão elétrica desenvolvida nos transdutores piezelétricos, a potência média dissipada no resistor, de maior significado prático, é obtida segundo:

$$P_{RMS}(\omega) = \frac{|\Phi(\omega)|_{RMS}^2}{R} = \frac{|\Phi(\omega)|_{PICO}^2}{2R} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 R^2}{1+\omega^2 R^2 C_p^2} \left| \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{H}^{(G)}(\omega) \right| \mathbf{F}^{(G)}. \quad (3.59)$$

3.4.2. Equações do movimento acopladas do sistema EP-GEP/ADV

As equações do movimento da estrutura formada pela conexão da EP com o GEP/ADV podem ser obtidas a partir das respectivas equações obtidas na Seção

3.4.1 empregando o conceito de macroelemento, que permite estabelecer a conexão utilizando o procedimento tradicional de montagem de matrizes globais a partir de matrizes elementares, tradicionalmente empregado na modelagem por elementos finitos.

Assim, definindo o vetor de GDL das duas subestruturas acopladas segundo:

$$\mathbf{x}^{(EG)}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{(E)}(t) \\ \mathbf{x}^{(G)}(t) \end{Bmatrix}, \quad (3.60)$$

pode-se expressar as equações eletromecânicas do movimento sob a forma:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{(EE)} & \mathbf{M}^{(EG)} \\ \mathbf{M}^{(GE)} & \mathbf{M}^{(GG)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}^{(E)}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{(EE)} & \mathbf{C}^{(EG)} \\ \mathbf{C}^{(GE)} & \mathbf{C}^{(GG)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{(E)}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(EE)} & \mathbf{K}^{(EG)} \\ \mathbf{K}^{(GE)} & \mathbf{K}^{(GG)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}^{(E)}(t) \\ \mathbf{x}^{(G)}(t) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{\Gamma}^{(G)} \end{Bmatrix} \phi(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.61.a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{(E)}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}^{(G)}(t) \end{Bmatrix} + \frac{1}{R} \phi(t) + C_p \dot{\phi}(t) = 0, \quad (3.61.b)$$

onde o particionamento das matrizes, indicado nas equações acima, considera a existência de coordenadas comuns à EP e ao GEP/ADV.

Com base nas Eqs. 3.61.a e 3.61.b, expressões equivalentes às dadas nas Eqs. 3.57 a 3.60 podem ser obtidas para o sistema EP-GEP/ADV.

Vale observar que as FRFs obtidas por este procedimento são calculadas pela inversão de matrizes com dimensões dadas pelo número de GDL do sistema completo EP-GEP/ADV, o que pode ser oneroso, do ponto de vista computacional, no caso de sistemas com altos números de GDL.

Como alternativa, apresenta-se, na sequência, uma técnica que pode ser mais eficiente do ponto de vista computacional.

3.4.3. Equações do movimento do sistema EP-GEP/ADV empregando técnica de acoplamento de subestruturas baseadas em FRFs.

As equações do movimento desenvolvidas na Seção 3.4.1 para cada subestrutura independentemente serão utilizada para obter as equações do movimento eletromecânicas do sistema formado pela EP e pelo GEP/ADV conectado a ela, no domínio da frequência. Para tanto será empregada uma técnica de acoplamento de subestruturas baseada em funções de resposta em frequência (Otte *et al.*, 1991).

Considere-se a situação ilustrada na Fig. 3.11, na qual a EP está submetida a uma única força de excitação $f_j^{(E)}(t)$ segundo a coordenada j , e forças resultantes da conexão da EP com o GEP/ADV $f_c^{(E)}(t), f_c^{(G)}(t)$ são aplicadas tanto à EP quanto ao GEP/ADV, segundo a coordenada de conexão, c .

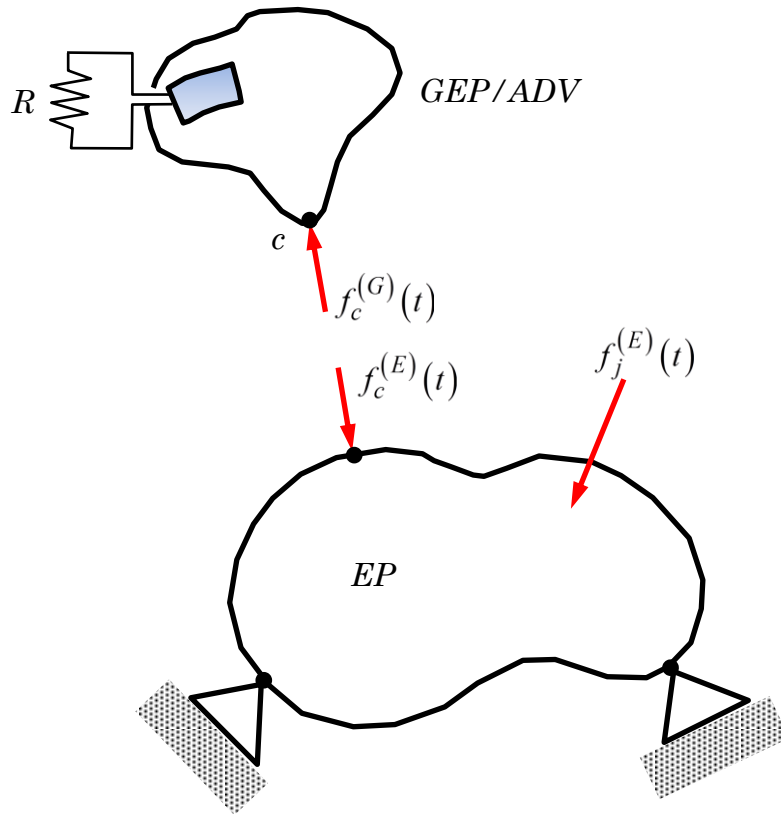


Figura 3.11 – Ilustração de uma EP conectada a um GEP/ADV.

Para essa situação, as respostas da EP e do GEP/ADV resultam expressas, respectivamente, sob as formas:

$$\mathbf{X}^{(E)}(\omega) = \mathbf{H}_{(:,j)}^{(E)}(\omega) F_j^{(E)} + \mathbf{H}_{(:,c)}^{(E)}(\omega) F_c^{(E)}, \quad (3.63.a)$$

$$\mathbf{X}^{(G)}(\omega) = \mathbf{H}_{(:,c)}^{(G)}(\omega) F_c^{(G)}, \quad (3.63.b)$$

onde o subscrito $(\cdot)_{(:,j)}$ indica a j-ésima coluna da matriz ao qual está aplicado.

A conexão entre as duas subestruturas é feita garantindo o equilíbrio de forças e a compatibilidade de deslocamentos no ponto de conexão, ou seja:

$$F_c^{(G)} + F_c^{(E)} = 0, \quad (3.64.a)$$

$$X_c^{(E)}(\omega) = X_c^{(G)}(\omega) \quad (3.64.b)$$

A partir de (3.63.a) e (3.63.b), tem-se:

$$X_c^{(E)}(\omega) = H_{(c,j)}^{(E)}(\omega) F_j^{(E)} + H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) F_c^{(E)}, \quad (3.65.a)$$

$$X_c^{(G)}(\omega) = H_{(c,c)}^{(G)}(\omega) F_c^{(G)}, \quad (3.65.b)$$

A imposição das condições expressas pelas Eqs. 3.64 às Eqs. 3.65 resulta em:

- *Resposta na coordenada de conexão:*

$$X_c^{(EG)}(\omega) = \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega) H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} F_j^{(E)}, \quad (3.66)$$

- *Força na coordenada de conexão:*

$$f_c^{(EG)}(\omega) = \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} F_j^{(E)}, \quad (3.67)$$

Além disso, as Eqs. 3.63.a e 3.63.b fornecem as respostas globais (em todas as coordenadas) da EP e do GEP/ADV, expressas, respectivamente, segundo:

$$\mathbf{X}^{(E)}(\omega) = \left[\mathbf{H}_{(:,j)}^{(E)}(\omega) + \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} \mathbf{H}_{(:,c)}^{(E)}(\omega) \right] F_j^{(E)}, \quad (3.68.a)$$

$$\mathbf{X}^{(G)}(\omega) = \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} \mathbf{H}_{(:,c)}^{(G)}(\omega) F_j^{(E)}, \quad (3.68.b)$$

e, de acordo com as Eqs. 3.58 e 3.59, as respostas em termos do potencial elétrico e da potência RMS dissipada no resistor são dadas, respectivamente, por:

$$\Phi(\omega) = -\frac{i\omega}{i\omega R + C_p} \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{H}_{(:,c)}^{(G)}(\omega) F_j^{(E)}. \quad (3.69)$$

$$\Phi(\omega) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{R\omega^2}{\omega^2 R^2 + C_p^2} \left| \frac{H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)}{H_{(c,c)}^{(E)}(\omega) + H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)} \mathbf{\Gamma}^{(G)^T} \mathbf{H}_{(:,c)}^{(G)}(\omega) \right| F_j^{(E)}. \quad (3.70)$$

3.5 . Sintonização do GEP/ADV para a atenuação de vibrações.

Nesta seção, considera-se o procedimento visando ao projeto de um GEP/ADV para atenuar as vibrações da EP dentro de uma faixa de frequências de excitação previamente determinada. Nos casos práticos, esta faixa abrange uma das frequências naturais da EP, buscando-se evitar o fenômeno de ressonância.

A primeira estratégia investigada consiste em projetar o GEP/ADV para a máxima atenuação de vibrações, sem o controle da quantidade de energia elétrica gerada.

O princípio adotado é explicado com base na Eq. 3.66, que mostra que a resposta na coordenada de conexão se anula quando a frequência de excitação coincidir com uma das frequências de antirressonância das funções receptância $H_{(c,j)}^{(E)}(\omega)$ ou EP ou da $H_{(c,c)}^{(G)}(\omega)$. Admitindo que a EP não seja passível de alteração, o projeto do GEP/ADV consiste, então em fazer coincidir o valor de uma de suas frequências de antirressonância com o centro da faixa de frequências de interesse.

Para atender a esta condição, pode-se utilizar um importante teorema, que estabelece que os valores das frequências de antirressonância de uma FRF pontual associada a uma dada coordenada i são idênticas às frequências naturais da estrutura com a coordenada i bloqueada (RADE e SILVA, 1999).

Assim, negligenciando o amortecimento e o efeito piezelétrico, partindo da Eqs.3.63(a) e Eqs.3.63(a) as frequências de antirressonância associadas à função receptância pontual do GPE/ADV, referente à coordenada i , são os autovalores associados ao seguinte problema de autovalor:

$$\left(\tilde{\mathbf{K}}_i^{(G)} - \omega^{(G)^2} \tilde{\mathbf{M}}_i^{(G)} \right) \mathbf{X}^{(G)} = \mathbf{0}, \quad (3.71)$$

onde $\tilde{\mathbf{K}}_i^{(G)}, \tilde{\mathbf{M}}_i^{(G)}$ são obtidas a partir de $\mathbf{K}^{(G)}, \mathbf{M}^{(G)}$ eliminando as i -ésimas linhas e colunas.

Explorando este teorema, pode-se ajustar uma das frequências naturais do GEP/ADV utilizando procedimentos numéricos de ajuste de modelos de elementos finitos, por exemplo. Estes procedimentos serão ilustrados nas aplicações numéricas apresentadas mais adiante.

Conforme pode se depreender da Eq. 3.68.a e como será evidenciado mais tarde, a conexão do GEP/ADV à EP faz aparecer picos de ressonância adicionais na resposta da EP. Este fato pode comprometer a eficiência do dispositivo em

termos de atenuação de vibrações. Para contornar este problema, deve-se adicionar amortecimento ao GEP/ADV, de modo a limitar as amplitudes dos picos de ressonância e ampliar a banda de frequências de atuação do dispositivo.

CAPÍTULO IV

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentados resultados de simulações numéricas que evidenciam o comportamento eletromecânico GEP/ADV conectados a estruturas vibratórias, e ilustram os procedimentos de projeto formulados no Capítulo III.

Para facilitar o entendimento e a interpretação dos resultados, considera-se o caso em que tanto a EP quanto o GEP/ADV são modelados como vigas bidimensionais, utilizando o Método dos Elementos Finitos.

4.1. Descrição do Sistema Estudado

Na Fig. 4.1 é apresentado o modelo de elementos finitos do sistema bidimensional estudado, formado pela EP e o GEP/ADV. Estes foram modelados como vigas de seção retangular, e o GEP/ADV inclui duas camadas piezelétricas coladas em suas superfícies inferior e superior. A condição de contorno da viga da EP é biapoitada, já o GEP/ADV, tem seu ponto central fixado à EP por uma haste considerada rígida. Este foi conectado à EP visando à atenuação de vibrações e à geração de energia quando esta estrutura vibra em flexão. Apenas para efeito de ilustração, o GEP/ADV é apresentado fixado ao ponto central da EP na Fig. 4.1.

A modelagem da EP é baseada na teoria clássica de vigas de Euler-Bernoulli, ao passo que a modelagem do GEP/ADV é feita com base na formulação de vigas contendo materiais piezelétricos (Apêndice A). Foi admitido que as faces superior e inferior do gerador foram recobertas com pastilhas contínuas de cerâmica piezelétrica do tipo PZT-5A.

Para ambas as subestruturas, a cada nó do modelo são associados dois GDL: deslocamento transversal e rotação da seção transversal. A EP é discretizada com 14 elementos e o GEP/ADV é discretizado com 8 elementos. O GEP/ADV possui massas concentradas em suas extremidades.

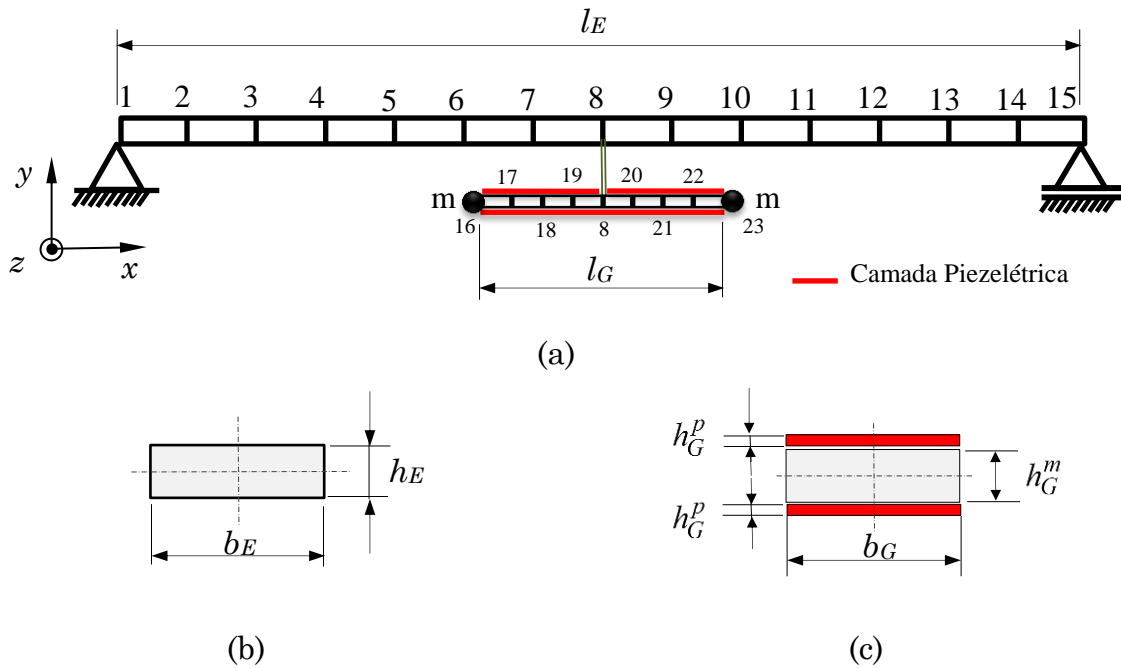


Figura 4.1 – Modelo em elementos finitos da EP com o GEP/ADV. (a): esquema geral da EP e GEP/ADV acoplados; (b) seção transversal da EP; (c) seção transversal do GEP/ADV.

Na Fig. 4.1 é mostrada a numeração dos nós do modelo de elementos finitos. Doravante, cada GDL será identificado pelo número do nó seguido de “y”, para indicar deslocamento transversal, ou “θ”, para indicar a rotação. Assim, por exemplo, o GDL “7y” corresponde ao deslocamento transversal do nó 7.

Na Tab. 4.1 são indicados os valores das propriedades físicas e geométricas do conjunto EP-GEP/ADV em sua configuração nominal, sobre a qual serão feitas simulações numéricas preliminares.

Na sequência, os valores de alguns destes parâmetros serão modificados visando à caracterização de suas influências no desempenho do GEP/ADV e à busca de desempenho ótimo.

Tabela 4.1 – Características físicas e geométricas do conjunto EP-GEP/ADV

	EP	GEP/ADV	
		Núcleo metálico	Transdutor Piezelétrico
Comprimento [m]	$l_E = 1,40$	$l_G = 0,40$	$l_G = 0,40$
Largura [m]	$b_E = 0,05$	$b_G = 0,05$	$b_G = 0,05$
Espessura [m]	$h_E = 0,020$	$h_G^m = 0,005$	$h_G^p = 0,001$
Densidade [kg/m ³]	7800	7800	7800
Massas concentradas [kg]	--	0,150	--
Módulo de elasticidade [N/m ²]	$2,1 \times 10^{11}$	$2,1 \times 10^{11}$	$1,203 \times 10^{11}$
Coefficiente de Poisson	0,30	0,30	0,33
Constante piezelétrica \bar{e}_{31} [N/m/V]	--	--	-10,4
Permissividade relativa ϵ_{33}^{-T} [F/m]	--	--	$13,3 \times 10^{-9}$
Resistência elétrica R [Ohm]	--	--	200

(*) A permissividade absoluta é dada por $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ [F/m].

Com as características apresentadas na Tab. 4.1, a EP possui massa de 10,92 kg, ao passo que o GEP/ADV possui massa de 1,39 kg, sendo a razão entre ambas 12,7%.

As Tab. 4.2, 4.3 e 4.4 fornecem, respectivamente, os valores das frequências naturais da EP e do GEP/ADV, considerados separadamente, e do conjunto EP-GEP/ADV conectados, na banda de frequências de interesse (0 a 650 Hz).

Observe-se que para o GEP/ADV, são apresentados os valores das frequências naturais para duas condições de contorno elétricas: eletrodos em curto-circuito e em circuito aberto, e para duas condições de vinculação: livre e simplesmente apoiada no ponto central (GDL 20y bloqueado).

Vale lembrar que, de acordo com os princípios apresentados na Seção 3.4, as frequências naturais do GEP/ADV com o GDL 20y bloqueado coincidem com as frequências de antirressonância das funções de receptância da estrutura resultante do acoplamento da EP com o GEP/ADV, referentes a este GDL.

Tabela 4.2 - Valores das frequências naturais da EP.

Modo	Freq. Natural (Hz)
1	24,01
2	96,04
3	216,11
4	384,31
5	600,85

Tabela 4.3 -. Valores das frequências naturais do GEP/ADV (Hz)

Modo	Livre	Livre	Apoiado	Apoiado
	Curto-circuito	Circuito aberto	Curto-circuito	Circuito aberto
1	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,0	0,0	53,36	53,37
3	112,11	112,14	549,34	549,63
4	549,34	549,63	576,63	577,04

Tabela 4.4 - Valores das frequências naturais do conjunto EP-GEP/ADV

Modo	Freq. Natural (Hz)
1	19,77
2	61,29
3	90,77
4	128,56
5	208,57
6	387,41
7	538,63

As Figs. 4.2 a 4.4 representam graficamente as componentes de deslocamento transversal dos modos de vibração elásticos da EP e do GEP/ADV (este último com eletrodos em curto-circuito), correspondentes às frequências naturais apresentadas nas Tabs. 4.2 e 4.3. Todos os modos apresentados foram normalizados para satisfazerem a condição de massas modais unitárias.

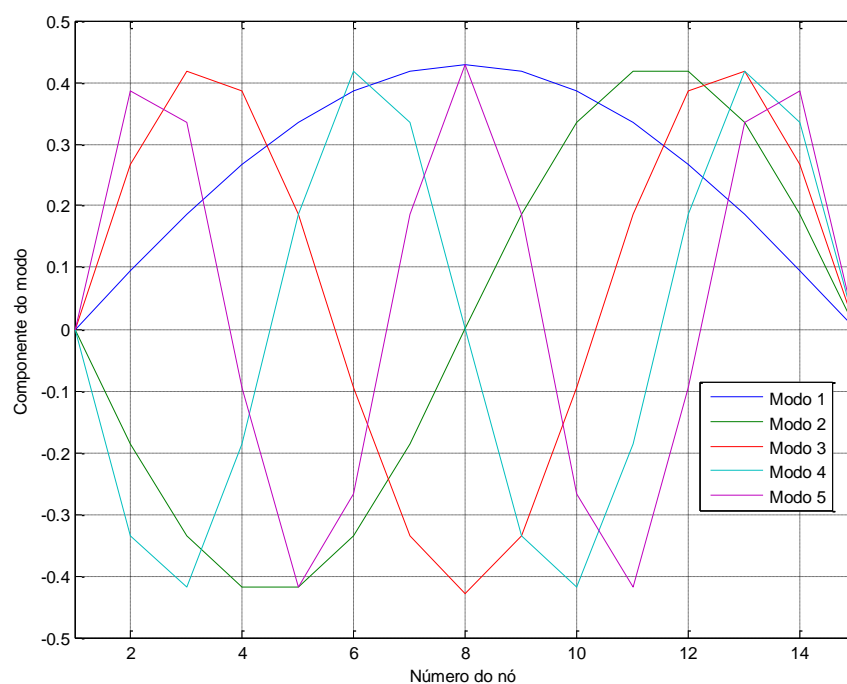


Figura 4.2 - Representação das componentes de deslocamento transversal dos modos de vibração elásticos da EP.

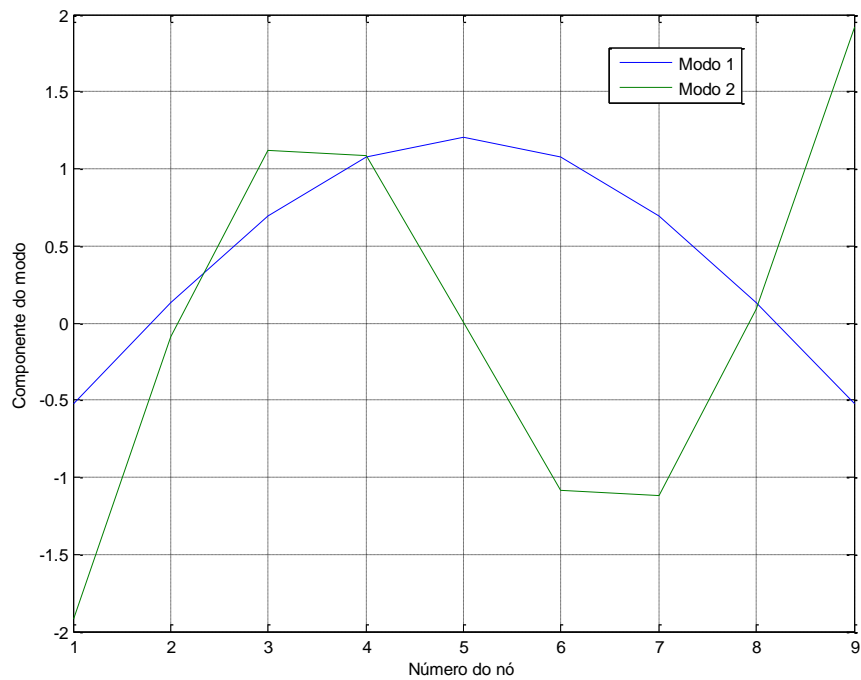


Figura 4.3 - Representação das componentes de deslocamento transversal dos modos de vibração elásticos do GEP/ADV, na condição livre.

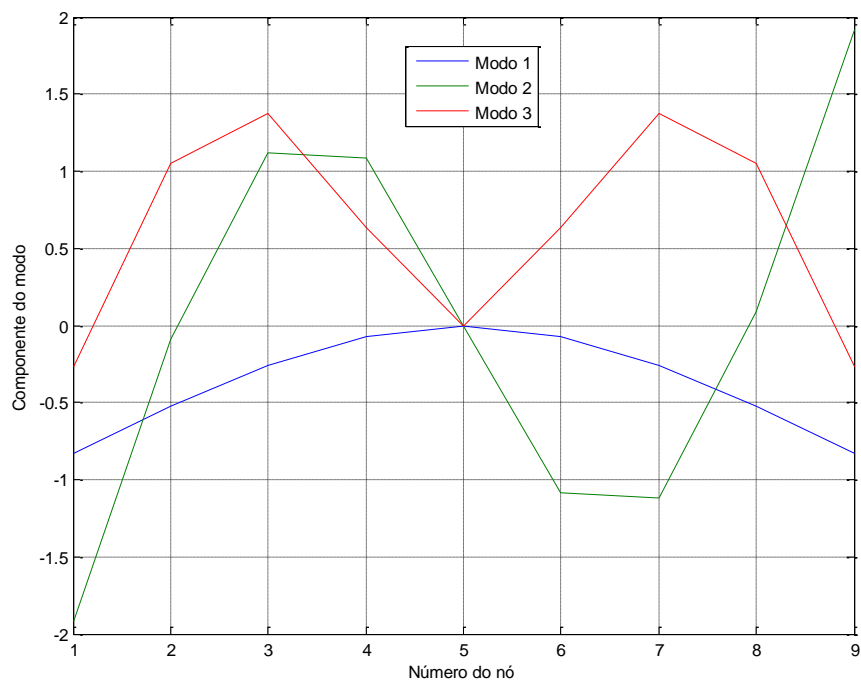


Figura 4.4 - Representação das componentes de deslocamento transversal dos modos de vibração elásticos do GEP/ADV, na condição apoiada.

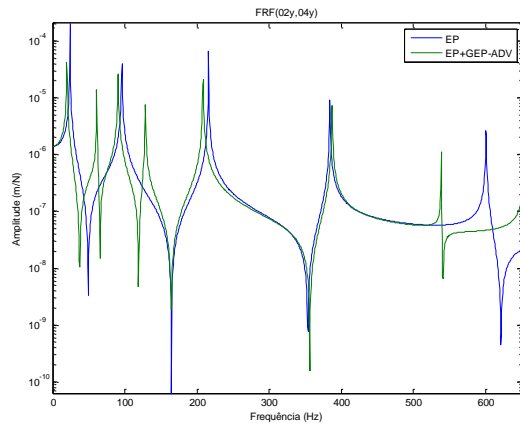
4.2. Estudo Preliminar da Interação Dinâmica entre a EP e o GEP/ADV.

Admitindo uma força de excitação aplicada segundo o GDL 4y, a Fig. 4.5 mostra as amplitudes das FRFs (receptâncias) correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 2 a 14 da EP, calculadas para a estrutura composta pela EP acoplada ao GEP/ADV. Estas FRFs são comparadas com as correspondentes obtidas para a EP, sem a presença do GEP/ADV, visando avaliar a influência exercida pelo GEP/ADV sobre o comportamento dinâmico da EP na faixa de frequências de interesse.

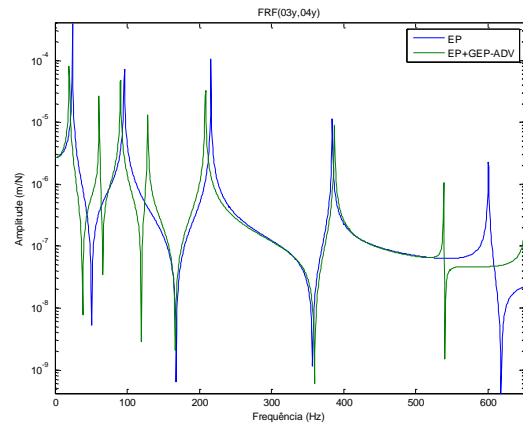
A Figs. 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 apresentam as amplitudes das receptâncias correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 16 a 24 do GEP/ADV e a Fig. 4.7 mostra as amplitudes da FRF associada à potência média dissipada no resistor.

Todas estas FRFs foram calculadas a partir da formulação desenvolvida na Seção 3.4. Assim, todas as matrizes e vetores que figuram nas equações do movimento eletromecânicas do modelo de elementos finitos foram construídos considerando uma única estrutura englobando a EP e o GEP/ADV.

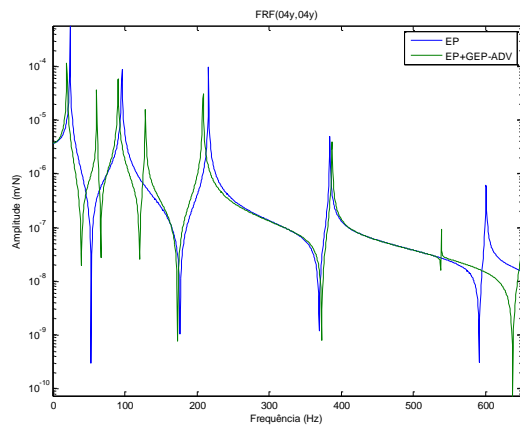
Na Fig. 4.6 pode-se observar a correspondência dos picos de ressonância das FRFs com os valores das frequências naturais dadas nas Tabs. 4.2 e 4.4. Além disso, observa-se, na FRF $H(8y,4y)$, que corresponde ao GDL segundo o qual o GEP/ADV está conectado à EP, o aparecimento de antirressonâncias (indicadas por estrelas) em frequências cujos valores são idênticos aos valores das frequências naturais do GEP/ADV com a coordenada de conexão bloqueada, que são fornecidos na Tab. 4.3. Este fato comprova que, nas faixas de frequência vizinhas às antirressonâncias, o GEP/ADV está, de fato, operando como um absorvedor dinâmico de vibrações. Observa-se, contudo, que este princípio não se aplica no caso particular em que a frequência natural do modo de vibração do GEP/ADV com o GDL de conexão bloqueado coincide com uma frequência natural do GEP/ADV na condição livre, que é o caso do modo cuja frequência natural é próxima de 549 Hz (ver Tab. 4.3).



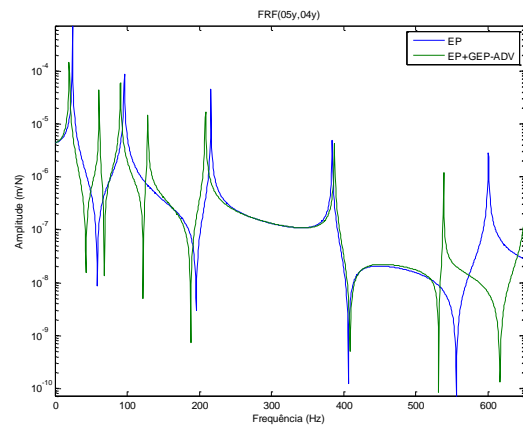
(2y)



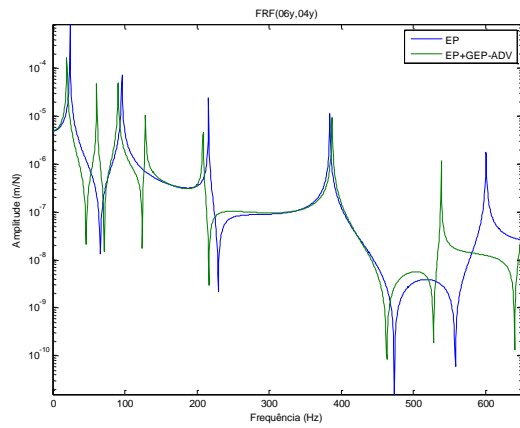
(3y)



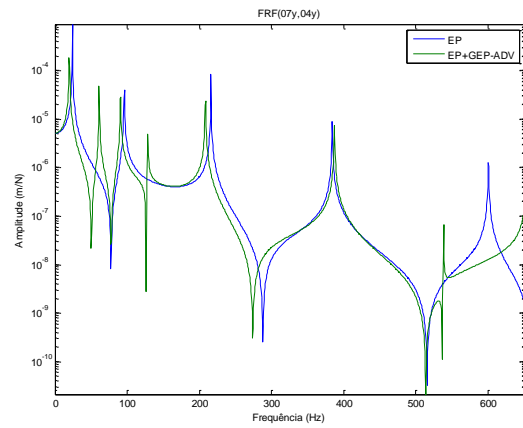
(4y)



(5y)

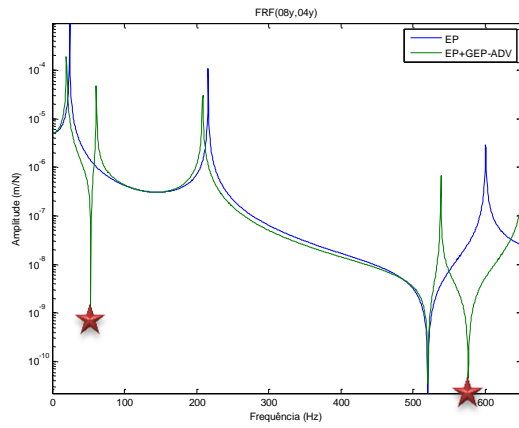


(6y)

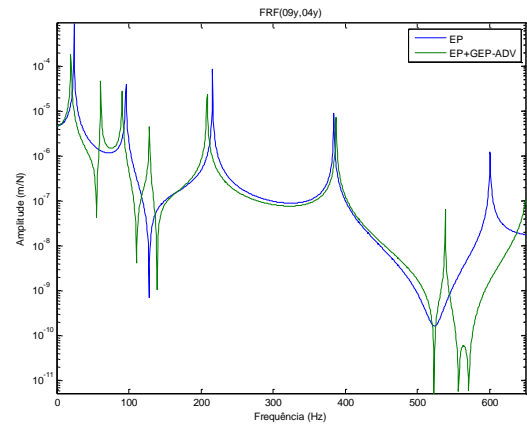


(7y)

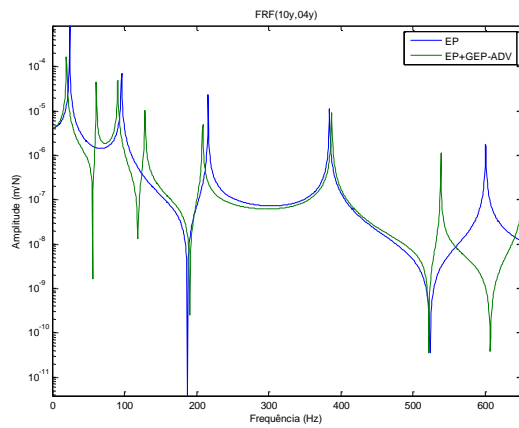
Figura 4.5 - Amplitudes das FRFs correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 2 a 7 da EP, em duas situações: sem acoplamento e com acoplamento com o GEP/ADV.



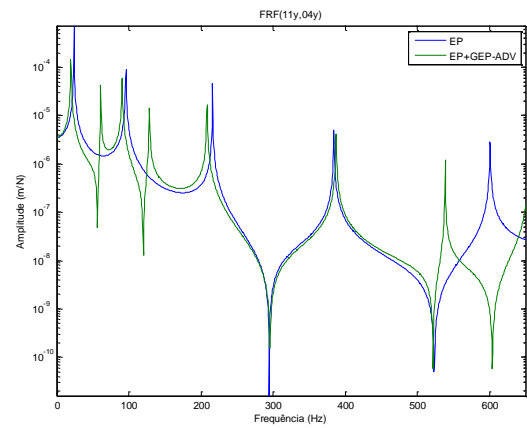
(8y)



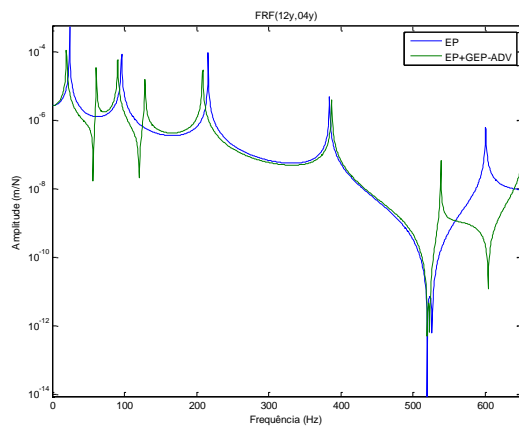
(9y)



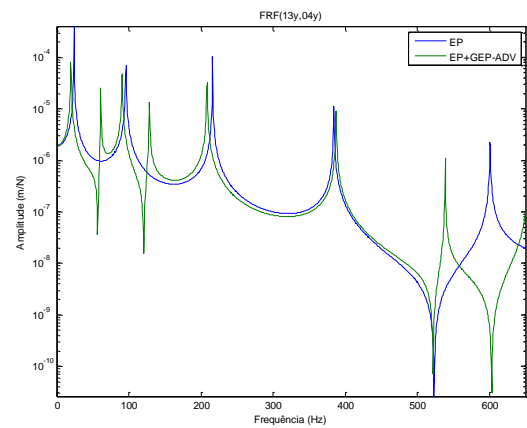
(10y)



(11y)

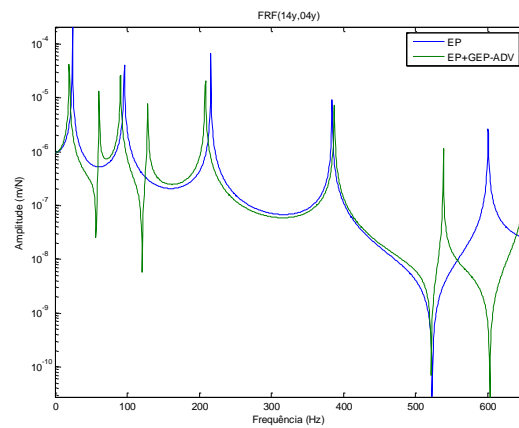


(12y)



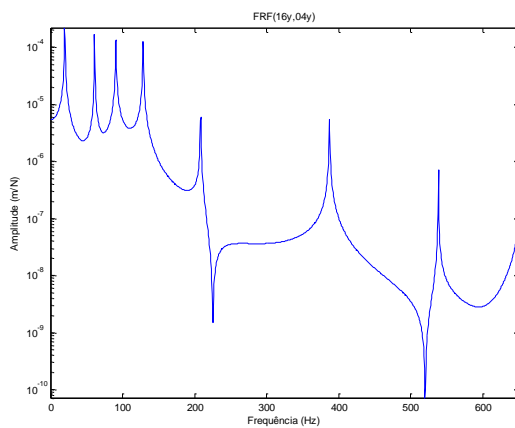
(13y)

Figura 4.6 - Amplitudes das FRFs correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 8 a 13 da EP, em duas situações: sem acoplamento e com acoplamento com o GEP/ADV.

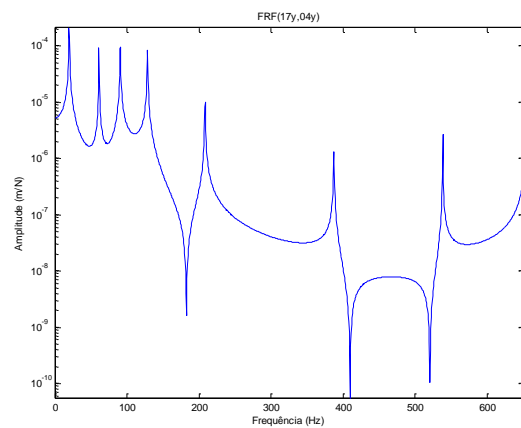


(14y)

Figura 4.7 - Amplitudes das FRFs correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais do nó 14 da EP, em duas situações: sem acoplamento e com acoplamento com o GEP/ADV.

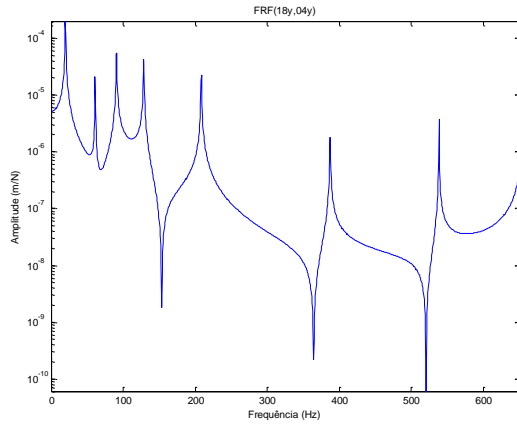


(16y)

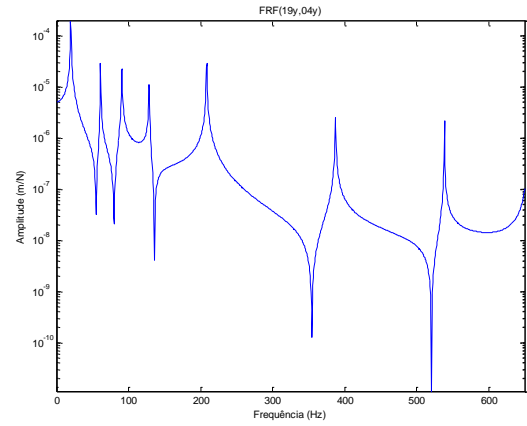


(17y)

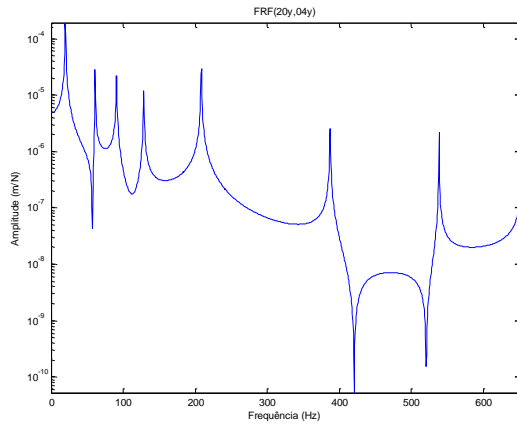
Figura 4.8 - Amplitudes das FRFs correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 16 e 17 do GEP/ADV conectado à EP.



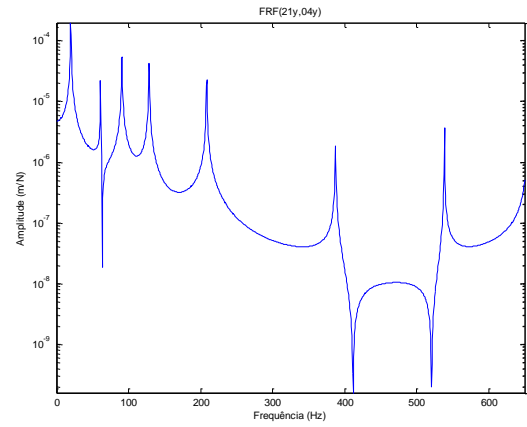
(18y)



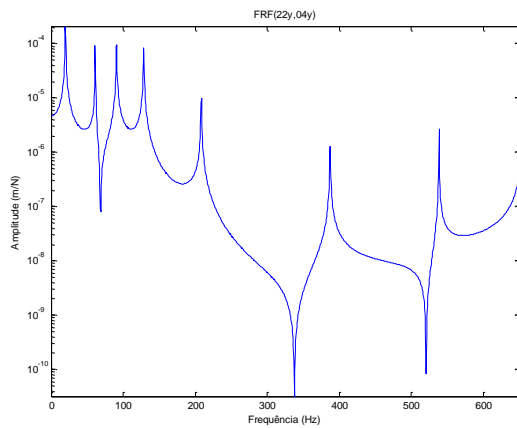
(19y)



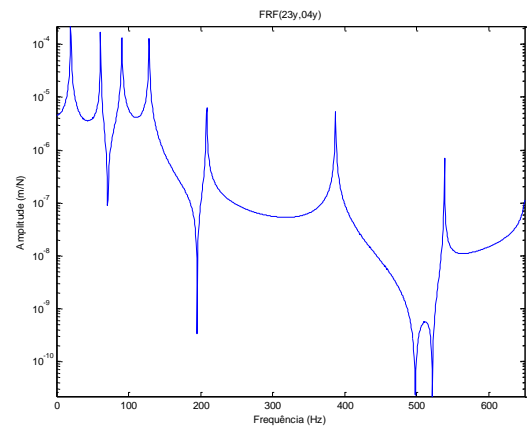
(20y)



(21y)



(22y)



(23y)

Figura 4.9 - Amplitudes das FRFs correspondentes às respostas associadas aos deslocamentos transversais dos nós 18 a 23 do GEP/ADV conectado à EP.

Na Fig. 4.10 estão indicados por estrelas os valores das potências dissipadas no resistor, para as frequências de antirressonância da FRF $H(8y,4y)$. Nota-se que, embora estes valores não correspondam às máximas potências que se podem obter na banda de frequências de interesse, é possível combinar o efeito de absorção de vibrações com a geração de energia piezelétrica.

Esta possibilidade será examinada, em maior profundidade nas próximas seções, nas quais o estudo do comportamento eletromecânico será restringido à faixa de frequências em torno do primeiro modo de vibração da EP.

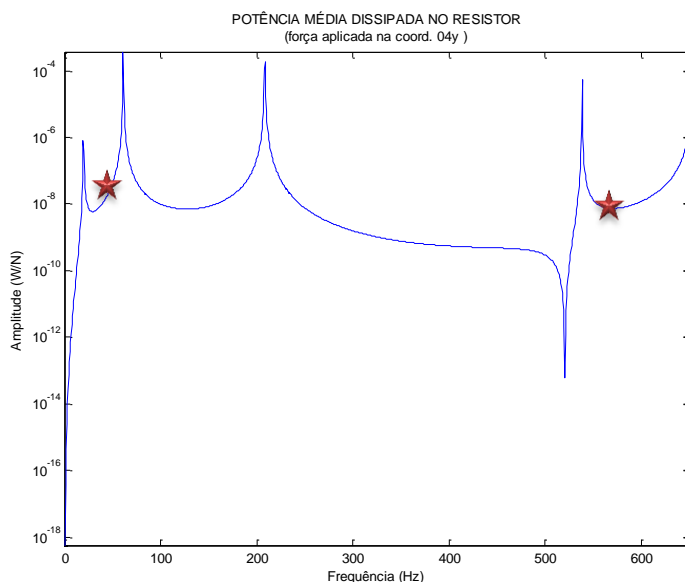


Figura 4.10 - Amplitude da FRF correspondente à potência média dissipada no resistor.

4.3. Estudo detalhado da interação dinâmica entre a EP e o GEP/ADV.

Nesta seção examina-se a possibilidade de combinar, de forma eficiente, os efeitos de absorção de vibrações e de geração de energia, por meio do projeto otimizado do GEP/ADV.

Na sequência, analisa-se o comportamento dinâmico do sistema estrutural na vizinhança da primeira frequência natural da EP, localizada em torno de 24 Hz.

4.3.1. Projeto do GEP/ADV privilegiando a atenuação de vibrações

Considera-se, primeiramente, a situação em que se privilegia a atenuação de vibrações, explorando o GEP/ADV primordialmente como absorvedor dinâmico e, ao mesmo tempo, gera-se energia elétrica.

Considera-se novamente o sistema estrutural mostrado na Fig. 4.1, com suas características físicas e geométricas nominais, e admite-se que a EP seja solicitada por uma força aplicada segundo o GDL 8y (ponto central) e que o GEP/ADV seja conectado à EP segundo esta mesma coordenada, conforme ilustrado na Fig. 4.11. O interesse primordial é a atenuação das amplitudes de vibração no ponto 8.

A Fig. 4.12 apresenta as amplitudes da FRF pontual associada ao GDL 8y para a EP e para o conjunto EP/GEP/ADV nominais, e da FRF associada à potência média dissipada no resistor, na faixa de frequências 0 a 80 Hz, englobando a primeira frequência natural da EP.

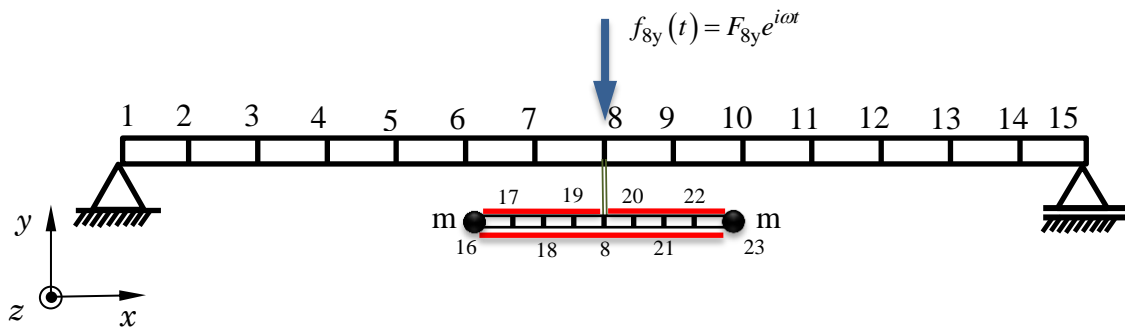


Figura 4.11 - Ilustração das condições de simulação visando à atenuação das amplitudes de vibração no ponto central da EP.

Estabelecendo como objetivo a redução das amplitudes de vibração na vizinhança do primeiro modo de vibração da EP, buscou-se, primeiramente, sintonizar o GEP/ADV de modo que a frequência de antirressonância indicada com uma estrela na Fig. 4.12 (b) coincidissem com a frequência de ressonância indicada com uma seta nesta mesma figura.

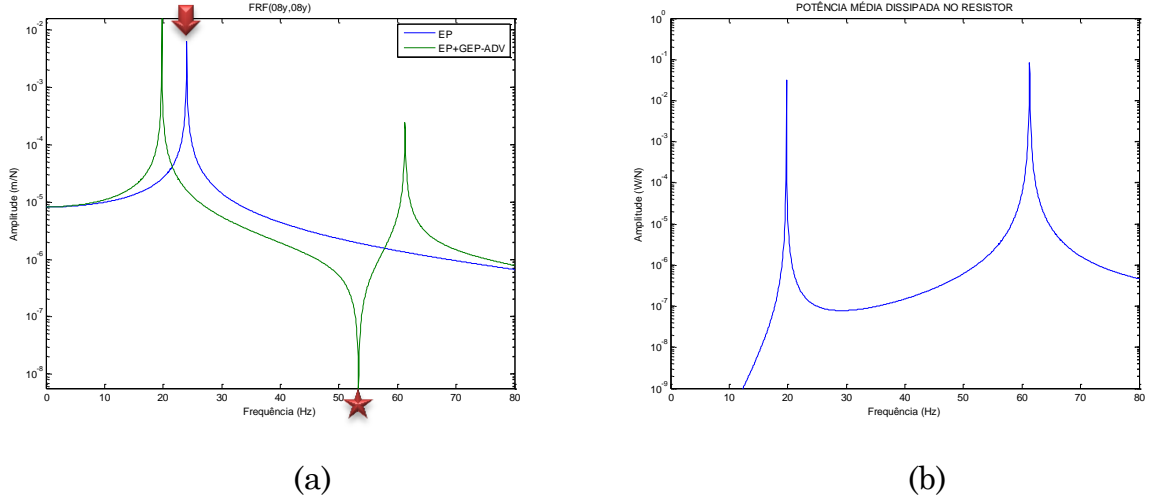


Figura 4.12 – (a): amplitudes da FRF pontual $H(8y,8y)$ para a EP e para o conjunto EP/GEP/ADV nominal; (b): FRF da potência média dissipada no resistor.

Com base no princípio da correspondência entre frequências naturais e frequências de antirressonância, apresentado na Seção 3.4, foi formulado o seguinte problema de otimização:

$$\min_{\mathbf{p}} J = \left| f_1^{EP} - \tilde{f}_1^{GEP-ADV}(\mathbf{p}) \right| \quad (4.1)$$

onde f_1^{EP} designa o valor da primeira frequência natural da EP, $\tilde{f}_1^{GEP-ADV}$ indica o valor da primeira frequência natural do GEP/ADV com o GDL 8y bloqueado, e \mathbf{p} indica o vetor das variáveis de projeto, as quais são submetidas a restrições laterais.

Foram consideradas como variáveis de projeto as massas concentradas afixadas às extremidades livres das lâminas do GEP/ADV, a espessura do núcleo metálico das lâminas do GEP/ADV, e o comprimento destas lâminas. Os valores nominais destes parâmetros são fornecidos na Tab. 4.1 e os parâmetros ótimos obtidos são:

$$m_{\text{ótimo}} = 0,125 \text{ kg}, \quad l_{G_{\text{ótimo}}} = 0,570 \text{ m}, \quad h_{G_{\text{ótimo}}}^p = 0,00374 \text{ m}.$$

Como a razão de massas é um parâmetro relevante no projeto de absorvedores dinâmicos, é importante destacar que o GEP/ADV otimizado tem massa total de 1,526 kg, que corresponde a uma razão de massas de 13,9%.

Detalhes sobre o procedimento de otimização adotado, métodos heurísticos de evolução diferencial, são fornecidos no Apêndice B.

A Fig. 4.13 apresenta as FRFs correspondentes ao projeto otimizado do GEP/ADV, ficando evidenciada a consecução do objetivo buscado, que consiste em substituir o pico de ressonância por um vale de antirressonância na FRF pontual associada ao GDL 8y. Ao mesmo tempo, certa quantidade de energia elétrica é dissipada no resistor.

Do ponto de vista da atenuação de vibrações, embora o objetivo estabelecido tenha sido atingido em uma banda de frequências em torno do primeiro pico de ressonância da EP, a conexão desta com o GEP/ADV induziu o surgimento de dois picos de ressonância, indicados por setas na Figura 4.13(a). Este é um inconveniente importante, uma vez que as amplitudes de vibração podem ser aumentadas caso a estrutura seja submetida a uma excitação com frequência ligeiramente diferente daquela para a qual o GEP/ADV foi projetado.

Uma estratégia para contornar este inconveniente consiste em acrescentar amortecimento ao GEP/ADV.

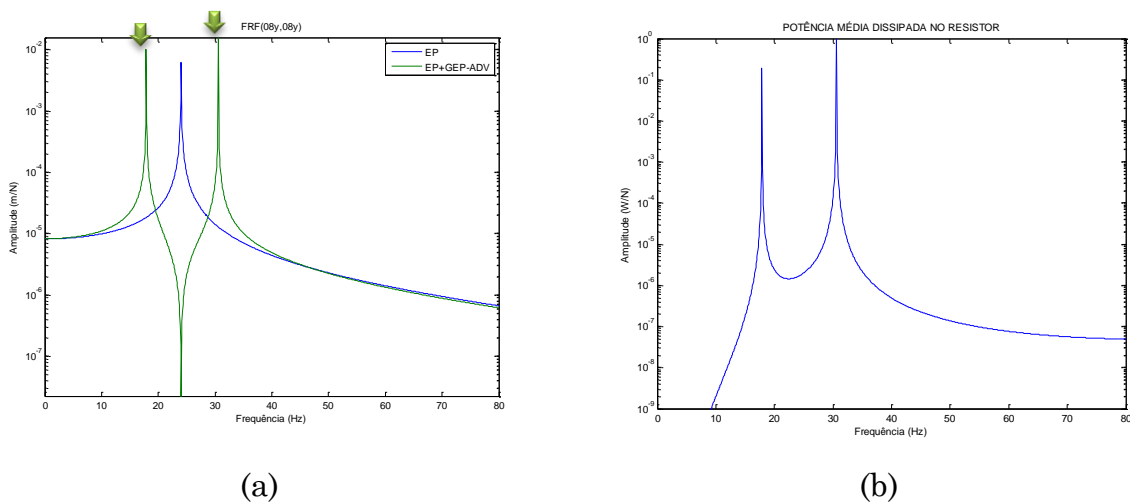


Figura 4.13. (a): amplitudes da FRF pontual $H(8y,8y)$ para a EP e para o conjunto EP/GEP/ADV otimizado; (b): FRF da potência média dissipada no resistor.

Em princípio, este amortecimento pode ser obtido pela própria conversão de energia vibratória em energia elétrica e posterior dissipação no resistor. Este princípio é a base de funcionamento dos denominados *piezoelectric shunts* (HAGOOD e VON FLOTOW, 1991; HOLLKAMP, 1994). Todavia, a literatura mostra que a dissipação de energia obtida conectando os transdutores piezelétricos a resistores puros (shunts resistivos) é muito pequena, havendo alternativas mais eficientes, tais como shunts resistivos-indutivos, shunts com capacitância negativa, shunts chaveados, dentre outros (GRANIER *et al.*, 2002; PARK E INMAN, 2003; BEHRENS *et al.*, 2003, VASQUES, 2012; SOLTANI *et al.*, 2014; ZHOU *et al.*, 2014). Esta observação foi suportada por simulações realizadas pela autora, nas quais nenhum amortecimento significativo foi observado nas amplitudes de vibração. Por outro lado, a influência do valor do resistor sobre a potência nele dissipada é bem mais significativa, conforme se pode observar na Fig. 4.14.

Como, na presente Seção privilegia-se a atenuação de vibrações, nas análises subsequentes não foram consideradas variações no valor do resistor, que foi adotado fixo $R=200\text{ Ohm}$.

Assim, optou-se por incluir efeitos dissipativos no GEP/ADV utilizando o modelo tradicional de amortecimento proporcional. Isso foi feito atribuindo ao modelo de elementos finitos do GEP/ADV, uma matriz de amortecimento viscoso dada por $\mathbf{C}=\alpha\mathbf{M}+\beta\mathbf{K}$, de sorte que a escolha dos valores dos parâmetros α e β permitem variar o nível de amortecimento introduzido.

A Fig. 4.15 permite avaliar a influência do amortecimento sobre as amplitudes da FRF pontual associada ao GDL 8y para o conjunto EP-GEP/ADV nominais, e da FRF associada à potência média dissipada no resistor, para diferentes valores de α , e o parâmetro β sendo mantido nulo.

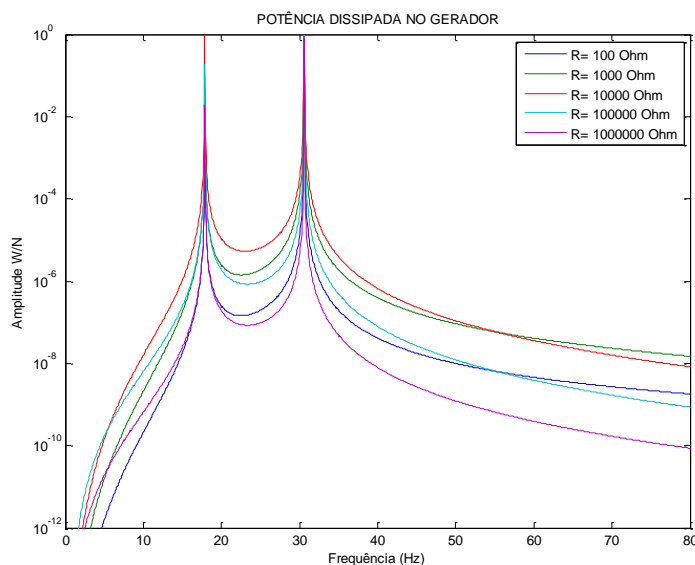


Figura 4.14 - Influência do valor da resistência sobre a potência média dissipada, na faixa de frequências de interesse.

Observa-se que, conforme esperado, o aumento do amortecimento leva a uma atenuação das amplitudes das vibrações nos picos de ressonância e, ao mesmo tempo, a uma redução na agudeza do vale de antirressonância. É curioso observar a existência, para o tipo de GEP/ADV aqui considerado, de dois *pontos fixos*, também chamados *pontos invariantes*, indicados por **P** e **Q** na ampliação da Fig. 4.15, apresentada na Fig. 4.16, pelos quais passam as curvas de amplitude de respostas vibratórias, independentemente do valor do amortecimento. Estes pontos, evidenciados na teoria clássica de absorvedores dinâmicos de vibrações de 1 GDL aplicados a sistemas primários de 1 GDL, é a base para o procedimento de projeto otimizado deste tipo de ADV proposto por Den Hartog (1956).

Observa-se, também, que, com a inclusão do amortecimento, a potência dissipada no GEP/ADV é reduzida nos picos de ressonância, mas permanece praticamente inalterada na faixa de frequências próximas à frequência de antirressonância, conforme se observa na Fig. 4.17.

Uma vez observada a influência do amortecimento sobre as amplitudes das FRFs associadas às amplitudes de vibração e à potência média dissipada, buscou-se otimizar o valor do parâmetro de amortecimento visando à máxima atenuação das amplitudes de vibração nos picos de ressonância.

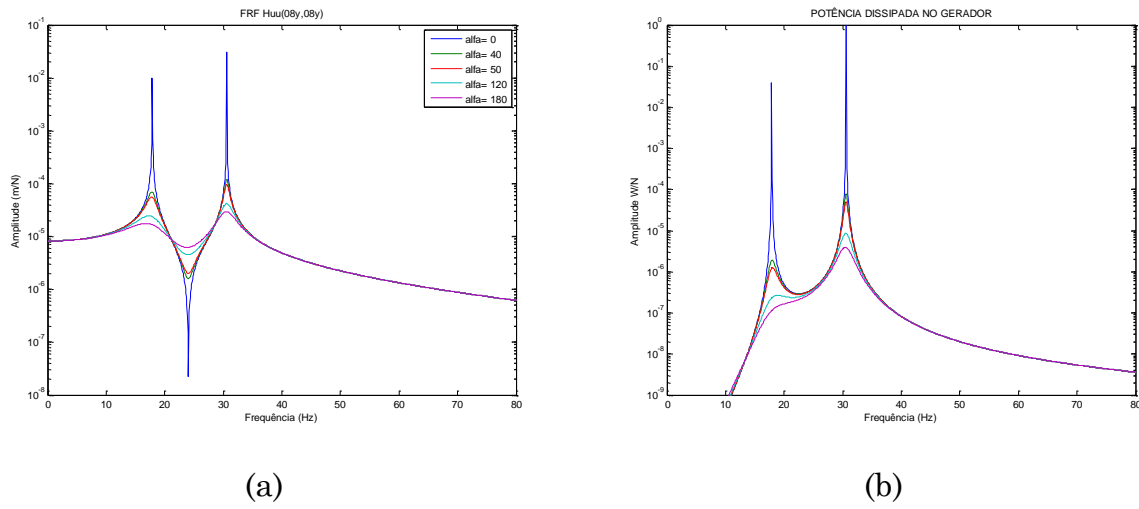


Figura 4.15 - (a): amplitudes da FRF pontual $H(8y,8y)$ para o conjunto EP/GEP/ADV otimizado, para diferentes valores de amortecimento do GEP/ADV; (b): FRF da potência média dissipada no resistor para diferentes valores de amortecimento do GEP/ADV.

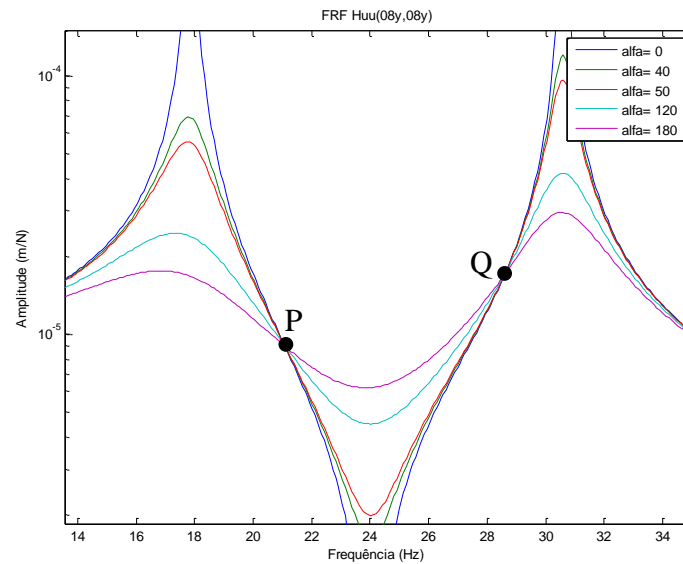


Figura 4.16. Detalhamento das amplitudes da FRF pontual $H(8y,8y)$ para o conjunto EP-GEP/ADV otimizado, para diferentes valores de amortecimento do GEP/ADV, evidenciando os pontos invariantes.

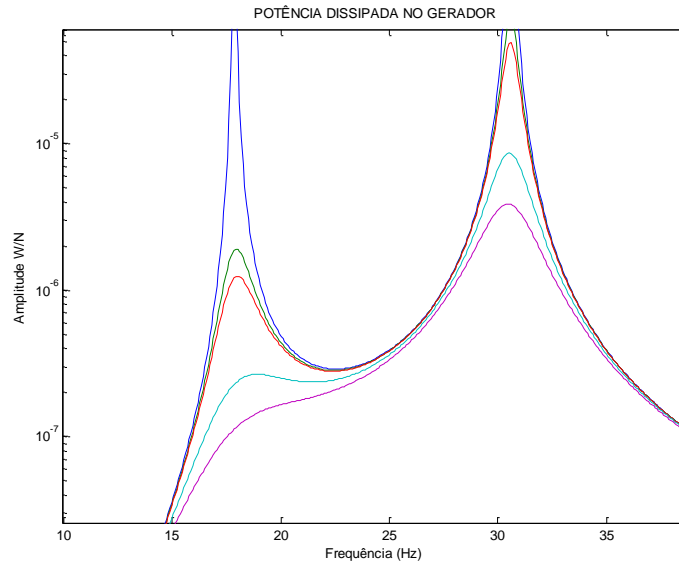


Figura 4.17. Detalhamento da FRF da potência média dissipada no resistor para diferentes valores de amortecimento do GEP/ADV.

O problema de otimização foi formulado da seguinte forma:

$$\min_{\alpha} J = \max_{\alpha} \left| H_{(8y,8y)}(f, \alpha) \right|, \quad f_{\min} \leq f \leq f_{\max}, \quad (4.2)$$

Empregado a técnica de otimização de evolução diferencial descrita no Apêndice B, foi obtido $\alpha_{\text{ótimo}} = 462,5$

A Fig. 4.18 apresenta as amplitudes da FRF $H(8y,8y)$ e da potência dissipada no resistor, para a configuração otimizada do GEP/ADV. Nota-se que pôde-se obter uma região praticamente plana da FRF associada às amplitudes de vibração na região em torno dos pontos invariantes, ao mesmo tempo em que certa potência é dissipada no resistor.

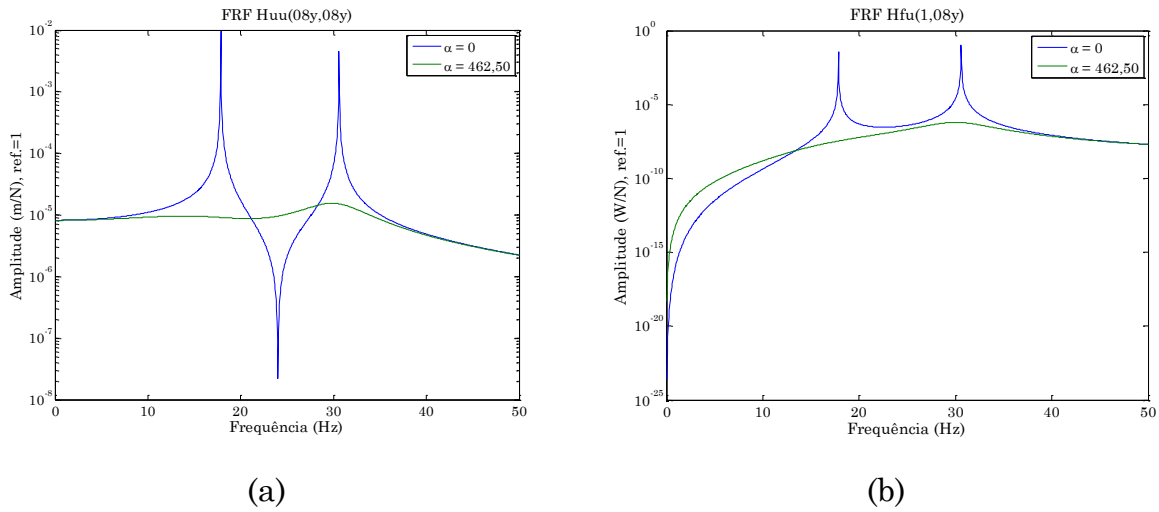


Figura 4.18 - (a): amplitudes da FRF pontual $H(8y, 8y)$ para o conjunto EP/GEP/ADV com amortecimento otimizado; (b): FRF da potência média dissipada no resistor para o GEP/ADV com amortecimento otimizado.

4.3.2. Projeto do GEP/ADV privilegiando a geração de energia.

Conforme pôde-se observar nos resultados apresentados na Seção 4.3.1, os valores das potências dissipadas no resistor conectado aos transdutores piezelétricos, utilizados aqui como métricas para a quantificação da capacidade de geração de energia, foram tipicamente muito baixos, dado que o interesse primordial era a geração de energia, não tendo sido buscada a maximização da potência dissipada.

Na presente seção busca-se projetar o GEP/ADV de modo a maximizar a quantidade de energia gerada sem, contudo, comprometer o comportamento vibratório do sistema EP-GEP/ADV na faixa de frequências de interesse.

Em todas as FRFs apresentadas anteriormente, fica evidente que a potência dissipada é maximizada quando o conjunto EP-GEP/ADV é excitado em uma de suas frequências naturais. Entretanto, esta situação não é interessante do ponto de vista prático porque a EP estará vibrando com grandes amplitudes.

Uma possibilidade interessante, investigada numericamente a seguir, seria que, para uma dada frequência de excitação aplicada à EP, o conjunto EP-GEP/ADV desenvolvesse um campo de deslocamentos que favorecesse a

deformação em flexão do GEP/ADV sem que o conjunto estivesse em condição de ressonância.

A ideia que se busca explorar é ilustrada com o auxílio do sistema de 2 GDL mostrado na Fig. 4.19, o qual é interpretado como resultante da conexão de dois subsistemas de 1 GDL, sendo o sistema (k_{10}, m_1) associado à EP, e o sistema (k_{20}, m_2) associado ao GEP/ADV. Os dois subsistemas são interconectados pela mola intermediária k_{12} .

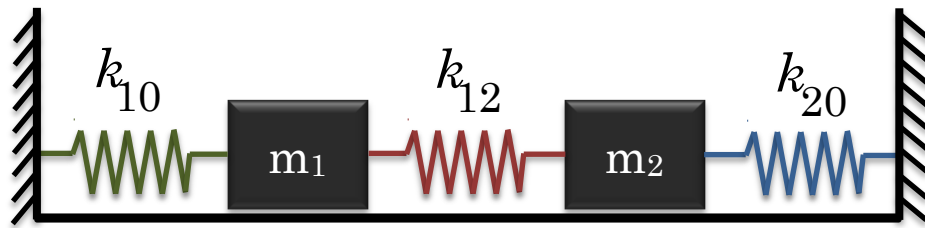


Figura 4.19 – Ilustração de um sistema de 2 GDL representando o conjunto EP/GEP/ADV.

Como caso particular escolhido arbitrariamente, será admitido: $k_{10} = k$; $k_{20} = 2k$, $k_{12} = \alpha k$, $m_1 = 2m$; $m_2 = m$. O parâmetro α é inserido para possibilitar a avaliação, de forma cômoda, da influência do acoplamento mecânico entre os dois subsistemas.

Operando analiticamente partir das equações do movimento do sistema de 2 GDL, pode-se obter facilmente as expressões para a duas frequências naturais em função dos parâmetros fornecidos:

$$\omega_1^2 = \frac{k}{m} \frac{5 + 3\alpha - \sqrt{3(3\alpha^2 + 2\alpha + 3)}}{4}, \quad (4.2.a)$$

$$\omega_2^2 = \frac{k}{m} \frac{5+3a + \sqrt{3(3a^2 + 2a + 3)}}{4}, \quad (4.2.b)$$

e para as funções de receptância:

$$H_{11}(\omega) = \frac{-m\omega^2 + (2+a)k}{2m^2\omega^4 - (5+3a)km\omega^2 + (2+3a)k^2}, \quad (4.3.a)$$

$$H_{12}(\omega) = \frac{ak}{2m^2\omega^4 - (5+3a)km\omega^2 + (2+3a)k^2}, \quad (4.3.b)$$

$$H_{22}(\omega) = \frac{(1+a)k - 2m\omega^2}{2m^2\omega^4 - (5+3a)km\omega^2 + (2+3a)k^2}, \quad (4.3.c)$$

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos de cálculos efetuados adotando os valores $k = 1,0 \times 10^5$ N/m e $m = 1,0$ kg.

A Fig. 4.20 permite avaliar a influência do parâmetro de acoplamento α , que tomou, sucessivamente, os valores $\alpha = 0; 0,01; 0,1$ e $1,0$, sobre as amplitudes das funções de receptância $H_{11}(\omega)$, $H_{12}(\omega)$ e $H_{22}(\omega)$. Evidentemente, para $\alpha = 0$, situação na qual as duas massas estão fisicamente desacopladas, a receptância $H_{12}(\omega)$ perde seu significado.

A Tab. 4.5 apresenta os valores das frequências naturais do sistema de 2 GDL para os valores considerados do parâmetro α .

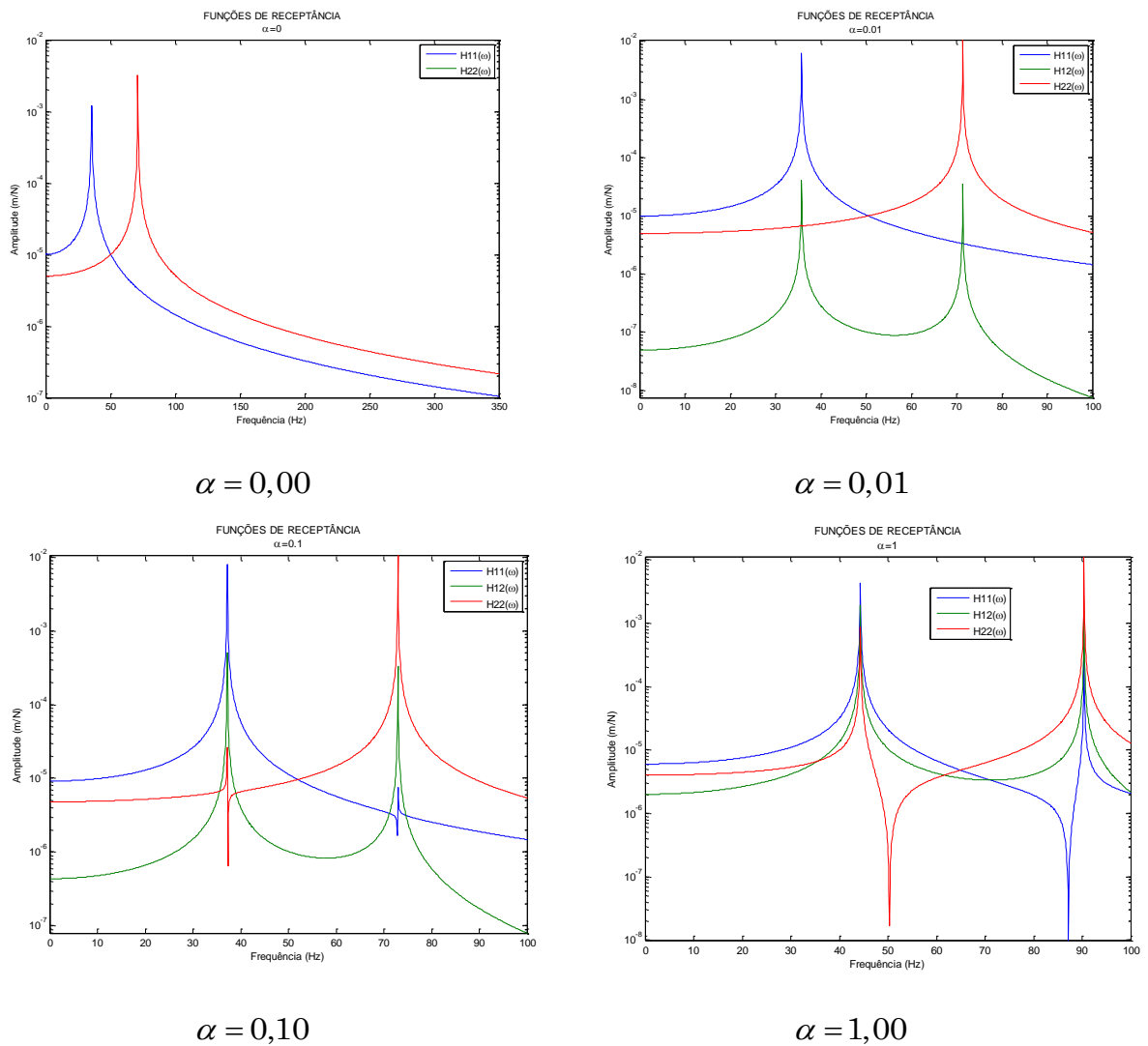


Figura 4.20 – Amplitudes das funções de receptância do sistema de 2 GDL para diferentes valores do parâmetro de acoplamento α .

A análise das funções de receptância mostra que para valores intermediários de α encontram-se situações em que dois picos de ressonância aparecem na FRF $H_{12}(\omega)$, ao mesmo tempo em que apenas um deles, alternadamente, aparece nas FRFs $H_{11}(\omega)$ e $H_{22}(\omega)$. Além disso, para valores mais baixos de α , a conexão com o GEP/ADV altera muito pouco os valores das frequências naturais da EP, o que é interessante quando se deseja evitar possível degradação das características dinâmicas da EP em face de outros requisitos de projeto aplicáveis.

Tabela 2.5 – Valores das frequências naturais do sistema de 2 GDL para diferentes valores do parâmetro de acoplamento α .

α	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)
0,00	35,59	71,18
0,01	35,76	71,35
0,10	37,22	72,99
1,00	44,31	90,38

Fazendo a associação dos subsistemas (m_1, k_1) e (m_2, k_2) com a EP e o GEP/ADV, respectivamente, e partindo do pressuposto que as amplitudes de vibração do GEP/ADV estão diretamente relacionadas com a quantidade de energia gerada, conclui-se, a partir dos resultados obtidos, ser possível, mediante a introdução de uma conexão elástica entre o EP e o GEP/ADV, e o projeto adequado deste último, amplificar a amplitude da potência média dissipada, evitando, ao mesmo tempo, a condição de ressonância da EP. Nesta situação, ilustrada na Fig. 4.21, a rigidez de conexão, indicada por k_c , passa a ser mais uma variável de projeto.

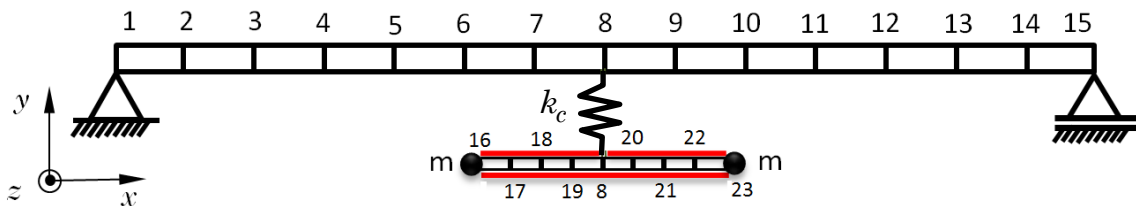


Figura 4.21 – Conjunto EP/GEP/ADV incluindo um elemento flexível entre os dois subsistemas.

É importante observar que, ao contrário da situação mostrada na Fig. 4.1, em que o nó 8, por meio do qual é feita a conexão entre a EP e o GEP/ADV, é comum às duas subestruturas, na presente situação, ilustrada na Fig. 4.21, a

conexão é feita ligando a mola a dois nós distintos do modelo, o nó 8, pertencente à EP, e o nó 20, pertencente ao GEP/ADV.

Admitindo a EP e o GEP/ADV na configuração nominal definida na Tab. 4.1, e considerando inicialmente o GEP/ADV sem amortecimento, a Tab. 4.6 permite avaliar a influência dos valores de k_c sobre as frequências naturais do sistema EP/GEP/ADV, localizadas na faixa [0; 80 Hz], incluindo as frequências nulas associadas aos modos de corpo rígido.

Tabela 4.6 – Valores das frequências naturais (em Hz) do conjunto EP-GEP/ADV na faixa de 0 a 80 Hz, para diferentes valores de k_c .

Modo	k_c (N/m)				
	$1,0 \times 10^3$	$1,0 \times 10^4$	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^6$	$1,0 \times 10^7$
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	3,33	9,65	17,10	18,46	18,59
3	24,11	25,00	30,40	33,78	34,21
4	56,98	59,77	--	--	--

Admitindo uma força de excitação aplicada segundo o GDL 8y, as Figs. 4.22 e 4.23 mostram as amplitudes das funções de receptância correspondentes às respostas associadas às coordenadas 8y e 20y, por meio das quais a EP e GEP/ADV são conectadas, para os diferentes valores considerados para k_c . Similarmente, a Fig. 4.24 mostra as amplitudes da FRF associada à potência média dissipada no resistor.

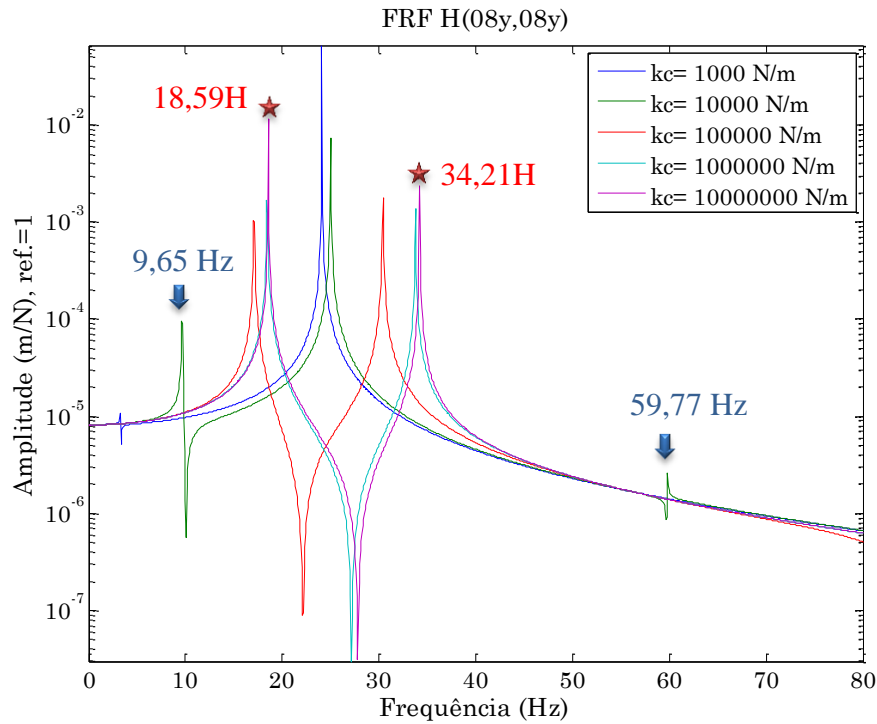


Figura 4.22 - Amplitudes das funções de receptância $H_{(8y,8y)}$, para diferentes valores da constante de rigidez da mola de conexão k_c .

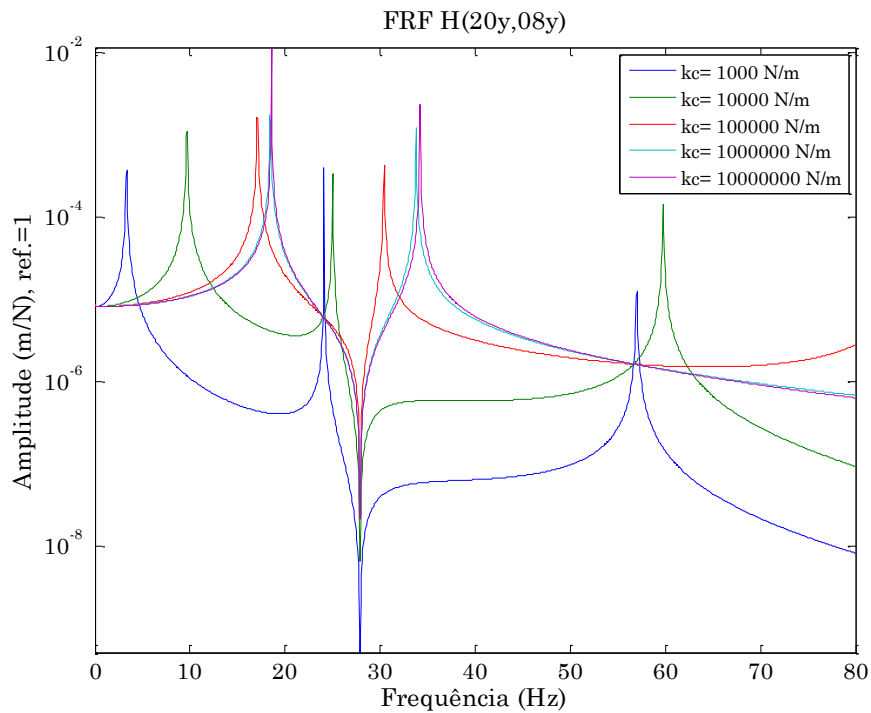


Figura 4.23 - Amplitudes das funções de receptância $H_{(20y,8y)}$, para diferentes valores da constante de rigidez da mola de conexão k_c .

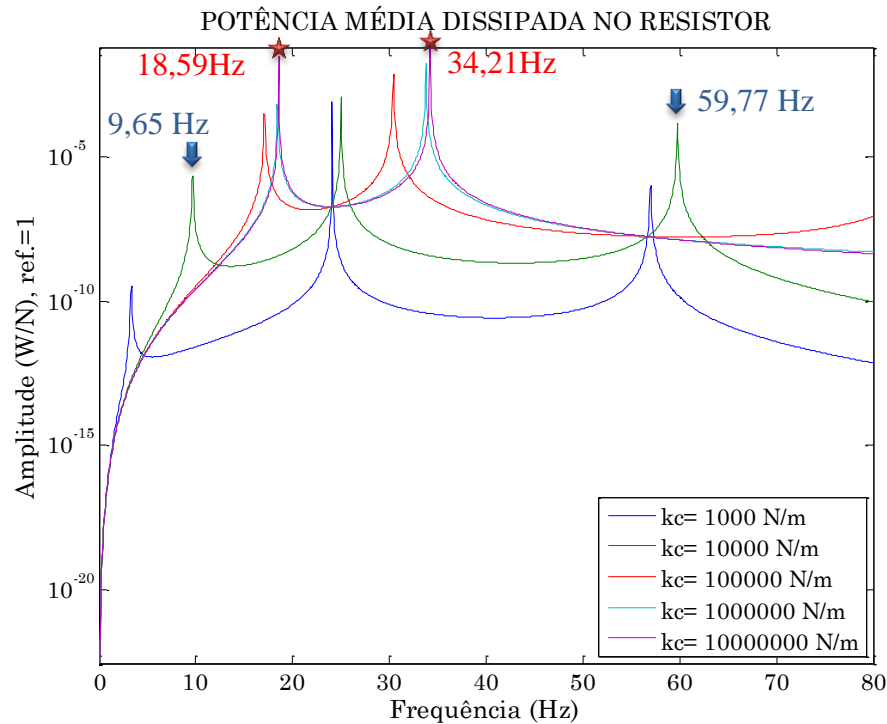


Figura 4.24 - Amplitudes da FRF associada à potência média dissipada no resistor, para diferentes valores da constante de rigidez da mola de conexão k_c .

Comparando as curvas das Figs. 4.22 e 4.23, conclui-se que, para valores mais altos de k_c , que aproximam a conexão entre as duas subestruturas de uma conexão rígida, os picos de ressonância que aparecem tanto na função de receptância $H_{(8y,8y)}$ quanto na FRF associada à potência média correspondem a mesmos valores de frequência. Para ilustração, tais valores, correspondentes $k_c = 1,0 \times 10^7 \text{ N/m}$, são indicados por estrelas nas Figs. 4.22 e 4.23, e correspondem aos valores encontrados na sexta coluna da Tab. 4.6. Esta situação significa que o eventual aproveitamento da condição de ressonância para maximização da energia gerada implica que, ao mesmo tempo, a EP estará em condição de ressonância, o que, conforme discutido anteriormente, não é interessante na maioria dos casos práticos.

Por outro lado, para valores mais baixos de k_c , observam-se picos de ressonância na FRF associada à potência média dissipada que não correspondem a picos de ressonância bem pronunciados da função de receptância $H_{(8y,8y)}$. Estes

valores são indicados por setas nas Figs. 4.22 e 4.23 e correspondem aos valores dados na terceira coluna da Tab. 4.6.

Esta última situação confirma a possibilidade de, mediante um acoplamento mecânico fraco entre a EP e GEP/ADV, se projetar o GEP/ADV de modo a que opere em uma condição ressonante, sem que a EP vibre com amplitudes ressonantes.

Este comportamento possibilita otimizar o GEP/ADV seguindo a metodologia descrita na próxima seção.

Comparando as Figs. 4.23 e 4.24, observa-se que, em todos os casos, os valores de frequência correspondentes aos picos de ressonância da FRF associada à potência média dissipada no resistor coincidem com os valores correspondentes aos picos de ressonância da função de receptância associada à coordenada $20y$, o que comprova que a energia elétrica gerada é determinada pelos níveis de vibração do GEP/ADV.

4.3.3. Procedimento de otimização do GEP/ADV para maximização da energia elétrica gerada.

Com base no comportamento observado nas simulações apresentadas na Seção 4.3.1, propõe-se otimizar o GEP/ADV para maximização da energia elétrica dissipada no resistor de acordo com o seguinte procedimento:

Partindo de uma configuração nominal do GEP/ADV, para uma dada frequência de excitação aplicada à EP, busca-se determinar o valor da constante de rigidez da mola de conexão k_c , de modo a produzir um pico de ressonância na FRF associada à potência média dissipada no resistor.

Assim, formula-se o seguinte problema de otimização:

$$\min_{k_c} J = -\max |H_P(f_e)|, \quad (k_c)_{\min} \leq k_c \leq (k_c)_{\max}, \quad (4.4)$$

onde $H_P(f_e)$ designa a FRF associada à potência média dissipada no resistor e f_e é o valor da frequência de excitação estabelecida.

Para avaliar o procedimento, propõe-se otimizar o GEP/ADV para que a FRF $H_P(f)$ possua um pico de ressonância com valor $f_e = 70,0$ Hz. Os resultados obtidos empregando o procedimento de otimização de evolução diferencial descrito no Apêndice B, são apresentados a seguir.

$$k_{c_{\text{ótimo}}} = 42970,47 \text{ N/m e } H_P(70\text{Hz}) = 7,32 \times 10^{-4} \text{ W/N}$$

A Fig.4.25 mostra as amplitudes da FRF da função de receptância e da potência média dissipada no resistor com o valor ótimo da constante de rigidez da mola, o ponto ótimo da constante de rigidez foi indicado por uma estrela na Fig. 4.25 (a).

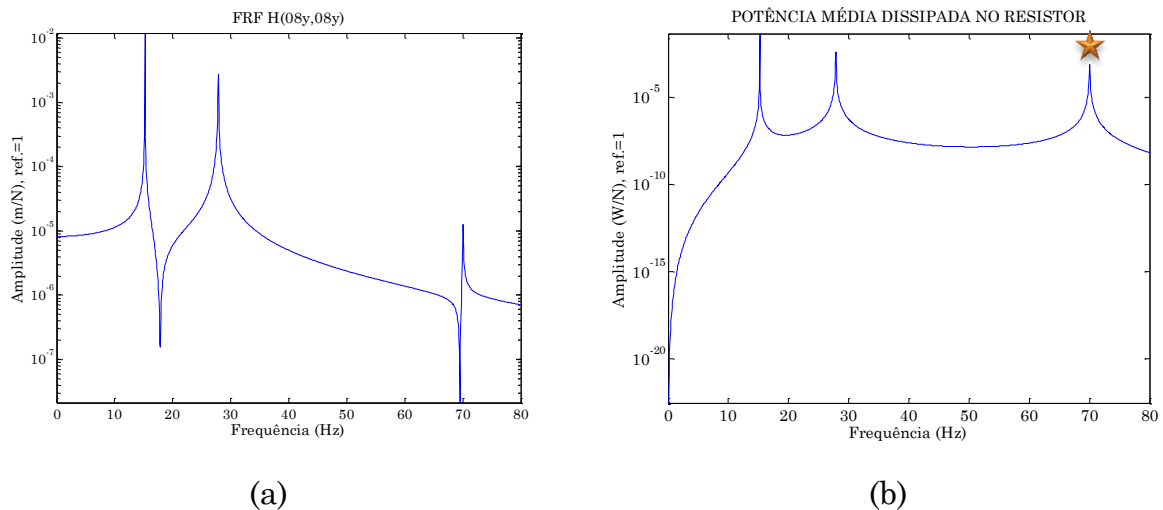


Figura 4.25 – (a): amplitudes da FRF pontual $H(8y,8y)$ para o conjunto EP/GEP/ADV com constante de rigidez da mola otimizado; (b): FRF da potência média dissipada no resistor para o GEP/ADV com constante de rigidez da mola otimizado.

CAPÍTULO V

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO GERADOR DE ENERGIA PIEZELÉTRICO CRUCIFORME

Neste capítulo é descrito a concepção e testes experimentais de um GEP/ADV cruciforme, GEP/ADV-C e de uma estrutura principal do tipo treliça. Este capítulo é dividido em três partes. Na primeira e segunda partes são apresentadas as dimensões, condições de contorno, análises modais experimentais e teóricas da treliça e do GEP/ADV-C. Na última parte, são mostrados os resultados obtidos da análise experimental da conexão do dispositivo à treliça, além do ensaio de carregamento de uma bateria de Lítio recarregável com tensão elétrica nominal de 3 V.

Dadas às condições utilizadas nos testes, estes visaram explorar, exclusivamente, a função de gerador de energia do GEP/ADV-C.

5.1. Treliça

A Fig. 5.1 apresenta a treliça utilizada para a aplicação do GEP/ADV-C desenvolvido, que foi confeccionada por barras de aço carbono de seção quadrada

de $0,02 \times 0,02 \text{ mm}^2$ e espessura de $0,0012 \text{ m}$ (perfil vazado). As conexões destes perfis foram soldadas.

Algumas dimensões da treliça são apresentadas na Fig. 5.2 (c). Esta possui $5,96 \text{ m}$ de comprimento e peso aproximado de 36 kg ; a seção transversal é quadrada de $0,44 \times 0,44 \text{ m}^2$, conforme mostrado na Fig. 5.2 (b).



Figura 5.1 - Treliça construída para a aplicação do GEP/ADV-C desenvolvido.

A treliça foi fixada sobre duas bases metálicas fixadas no piso (Fig. 5.2 (c)). Na extremidade **A**, a treliça foi fixada em um pino articulado e na extremidade **B** foi fixada em um pino deslizante, conforme mostrado na (Fig. 5.2 (d)) e (Fig. 5.2 (e)), respectivamente. Na parte central da treliça, um excitador rotativo foi acoplado (Fig. 5.2 (c)).

O excitador, mostrado na Fig. 5.3 (a) foi constituído de um motor elétrico (modelo DJI E300 CCW) que aciona um disco de alumínio de $0,09 \text{ m}$ de diâmetro, apresentados na Fig. 5.4 (a) e Fig. 5.4 (b), respectivamente. O controle da velocidade de rotação do motor (que leva em consideração a frequência de excitação) foi realizado por um sistema em malha fechada baseado em controlador PID (proporcional-integral-derivativo). Para excitar a estrutura, o disco do foi desbalanceado utilizando um parafuso de $0,004 \text{ kg}$ próximo a sua borda externa, conforme mostrado na Fig. 5.4 (a). O peso total deste dispositivo é de $1,45 \text{ kg}$, e este foi fixado na treliça com auxílio de parafusos (Fig. 5.3 (b)).

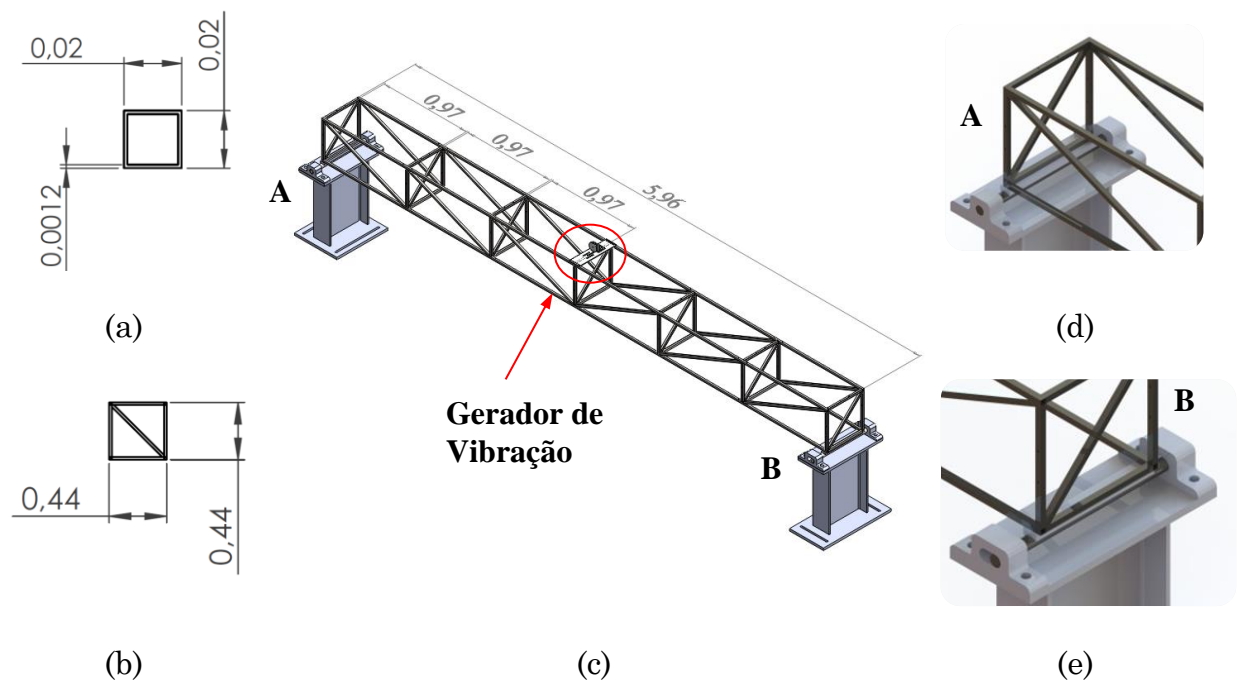


Figura 5.2 - Treliça (Dimensões em m): (a) seção transversal das barras; (b) seção transversal da treliça; (c) vista em perspectiva da treliça e do gerador de vibração; (d) apoio A: suporte articulado; (e) apoio B: pino deslizando.

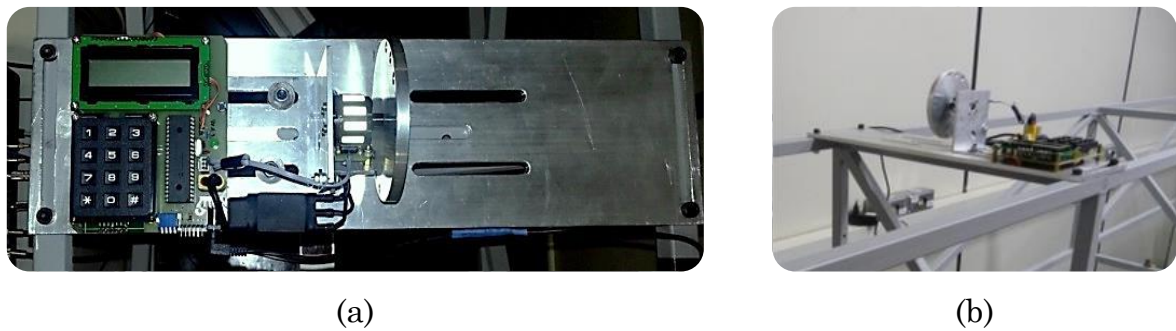


Figura 5.3 - (a) Excitador com seu comando eletrônico; (b) Excitador conectado à treliça.

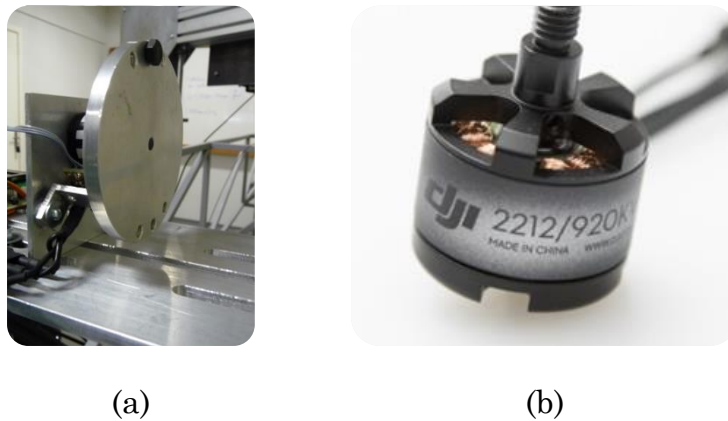


Figura 5.4 - (a) disco de alumínio de 0,09 m de diâmetro com massa de desbalanceamento; (c) motor (E300 CCW).

5.1.1. Modelo em Elementos Finitos da treliça

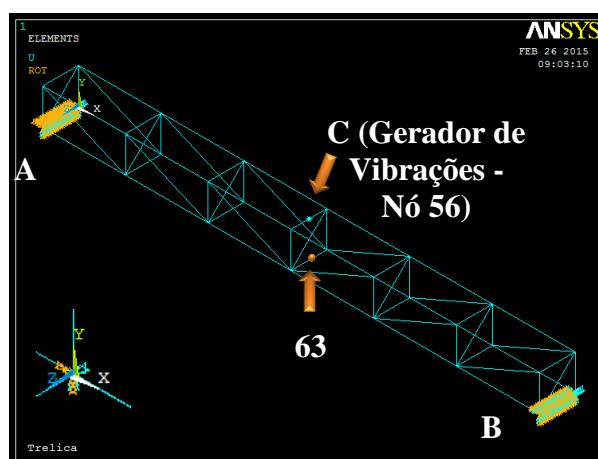
Foi construído um modelo em elementos finitos da treliça no *software* Ansys® com o objetivo de analisar o seu comportamento dinâmico. O sistema foi discretizado em 257 elementos do tipo BEAM189 (baseado na teoria de vigas de Timoshenko). Trata-se de um elemento de viga quadrático tridimensional, que possui 6 GDL por nó, sendo 3 GDL de translação e 3 GDL de rotação em relação aos eixos x, y e z (Fig. 5.5 (a)). A seção dos tubos de aço da treliça é apresentada na Fig. 5.5 (b).

As condições de contorno foram consideradas ideais e os valores padrões das propriedades mecânicas do aço foram utilizados no modelo (densidade: 7800 kg/m³; módulo de elasticidade: 2,1x10¹¹ N/m² e coeficiente de Poisson: 0,3).

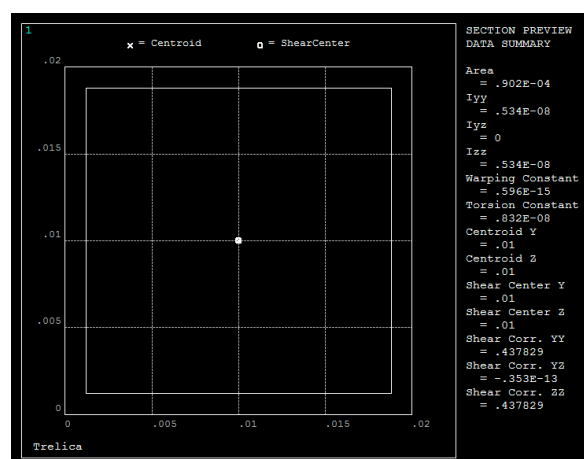
As condições de contorno foram modeladas reproduzindo os apoios da treliça mostrados na Fig. 5.3 (a). A condição de contorno em A permite somente a rotação em torno da direção z e a condição de contorno em B permite translação na direção x e rotação em relação ao eixo z. No ponto C, foi adicionada uma massa concentrada de 1,45 kg no nó central da treliça (elemento MASS21), com o intuito de considerar a massa do excitador fixado à treliça, conforme mostrado na Fig. 5.2 (c).

Uma análise modal da estrutura foi realizada para a obtenção das sete primeiras frequências naturais e modos de vibração. Também foi feita uma análise harmônica para obtenção das funções de resposta em frequência e, posteriormente, dos parâmetros modais do sistema.

Na análise harmônica, a simulação foi feita na faixa de frequência de 0-50Hz. Para isto, foi aplicada na estrutura uma força unitária de -1N no nó 56 ($x=2,98$ m; $y=0,210$ m ; $z=0,420$ m), e o deslocamento foi determinado na direção y do nó 63 ($x=2,980$ m; $y=0,210$ m; $z=0$ m) , conforme mostra a Fig. 5.5 (a).



(a)



(b)

Figura 5.5 - Modelo em elementos finitos da treliça desenvolvido no Ansys®: (a) treliça com as condições de contorno; (b) seção transversal das barras da treliça.

5.1.2. Ensaios Experimentais

A instrumentação utilizada para realização dos testes experimentais da estrutura pode ser visualizada na Fig 5.6. Foram utilizados os seguintes equipamentos:

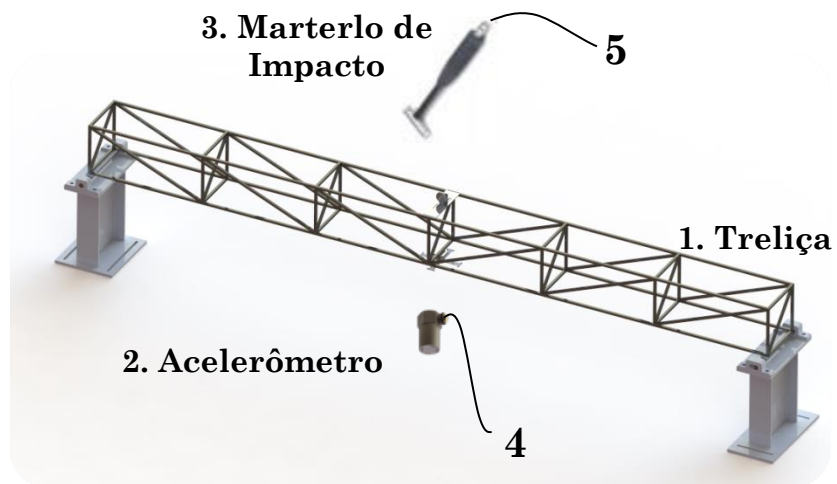
- Acelerômetro - Brüel e Kjaer: Type 4371;

- Martelo de impacto - PCB Piezotronics Inc.: Modelo: 086C03 ;
 - ✓ *Massa adicionada estendida;*
 - ✓ *Ponteira de Nylon;*
- Amplificador de carga Nexus - Brüel e Kjaer;
- Plataforma de análise PULSE® - Brüel e Kjaer;
 - ✓ *Software LabShop;*
 - ✓ *Hardware Front-end ;*
- Software ME'ScopeVES® - Vibrant Technology.

A montagem da bancada experimental é mostrada na Fig. 5.6. O martelo de impacto e o acelerômetro foram conectados no *hardware front-end* PULSE® que estava conectado no *software LabShop* para obtenção das FRFs. Neste *software*, foram inseridas as dimensões da estrutura e os equipamentos utilizados (acelerômetro e martelo de impacto), o posicionamento do acelerômetro e do ponto de impacto do martelo, além do número de médias (20 médias).

5.1.3. Resultados da caracterização do comportamento dinâmico da treliça

Os resultados obtidos da análise modal experimental e teórica são apresentados na Tab. 5.1, onde foi realizada a comparação entre as primeiras sete frequências naturais, no intervalo de [0-50Hz], obtidas experimentalmente a partir do modelo de elementos finitos da treliça. Note-se que os valores experimentais ficaram próximos dos valores teóricos, para o propósito do estudo. Assim sendo, não foi realizada nenhuma tentativa de ajuste do modelo de elementos finitos.



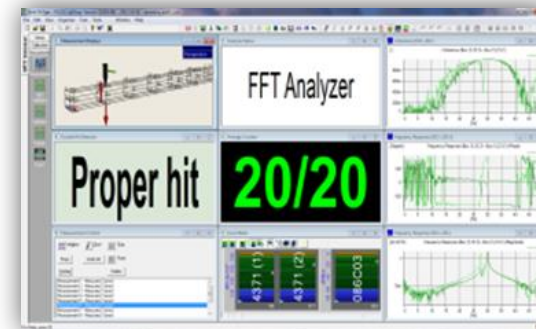
4. Amplificador de carga



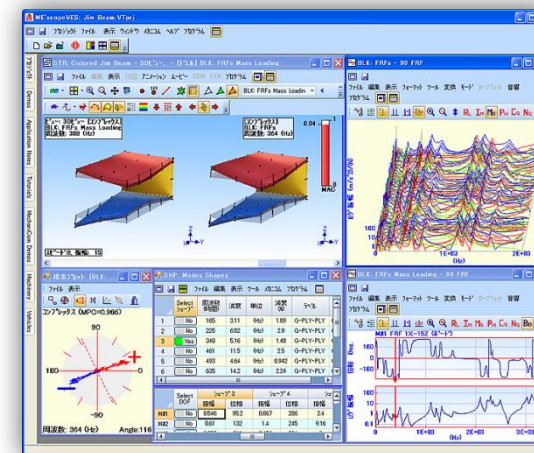
5. Front-End PULSE®



6. Software LabShop



7. Software ME'ScopeVES®



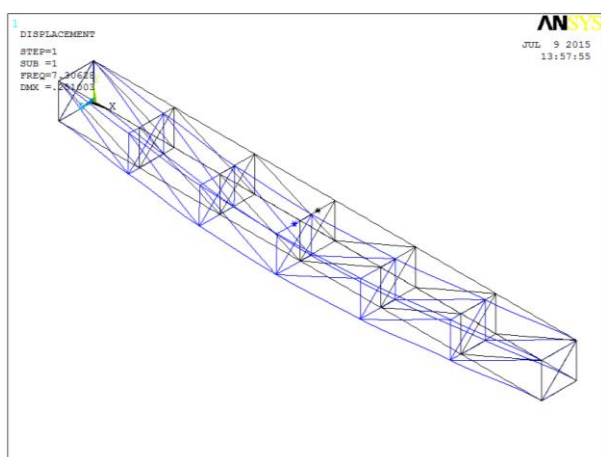
(www.onosokki.co.jp)

Figura 5.6 – Montagem experimental para obtenção dos parâmetros modais da treliça.

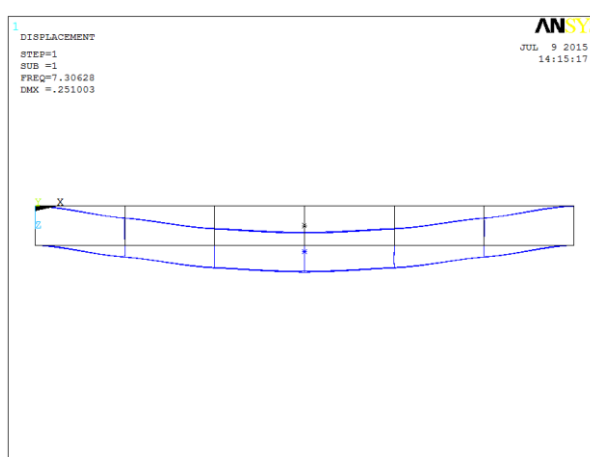
Tabela 5.1 – Frequências naturais da treliça obtidas experimentalmente e pelo modelo de elementos finitos.

Modo	Frequência [Hz]		Erro [%]
	Experimental	Modelo Elementos Finitos	
1	6,72	7,30	8,02
2	14,20	15,26	7,00
3	22,70	24,23	6,35
4	27,40	29,20	6,19
5	28,81	29,46	2,20
6	31,70	33,64	5,79
7	40,70	42,65	4,61

Deve-se destacar que, na banda de frequência de interesse, quase todos os modos apresentaram o movimento predominantemente no plano horizontal, enquanto somente o quinto modo possui movimento predominantemente no plano vertical, como pode ser visto nas Figs. 5.7, 5.8 e 5.9. Assim, para facilitar a realização dos ensaios, o quinto modo foi escolhido para analisar o funcionamento do GEP/ADV-C conectado à treliça. Os modos de vibração experimental e teórico referentes à quinta frequência natural são apresentados na Fig. 5.10 (a).

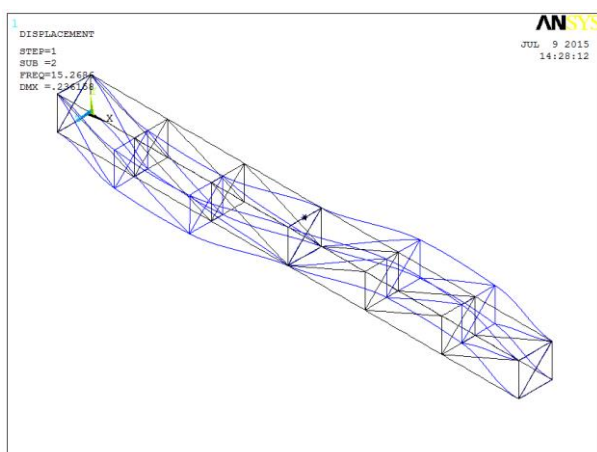


(a)

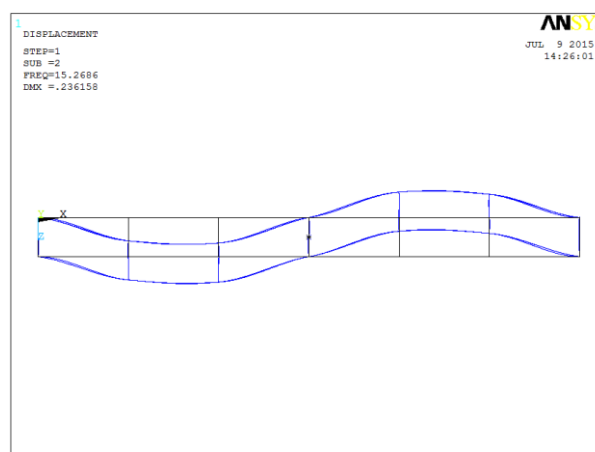


(b)

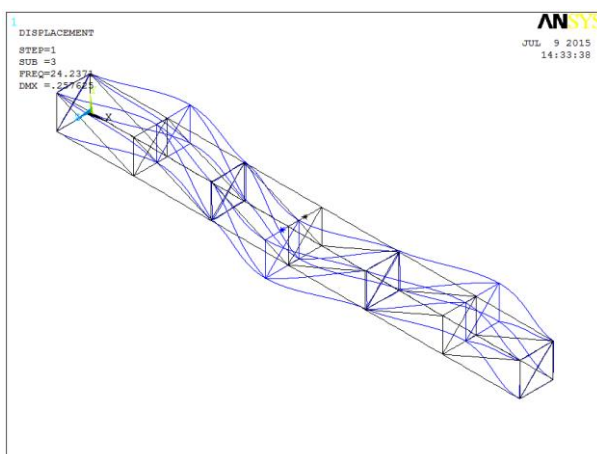
Figura 5.7 – Modos de vibrar da treliça: Modo 1 – Freq. 7,30 Hz: (a) Vista em perspectiva, (b) Vista Superior.



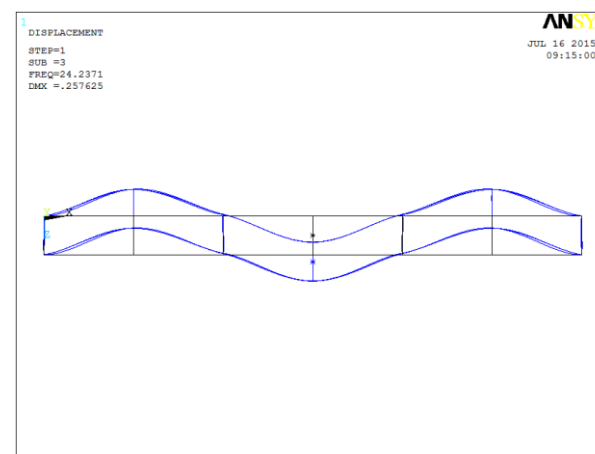
(a)



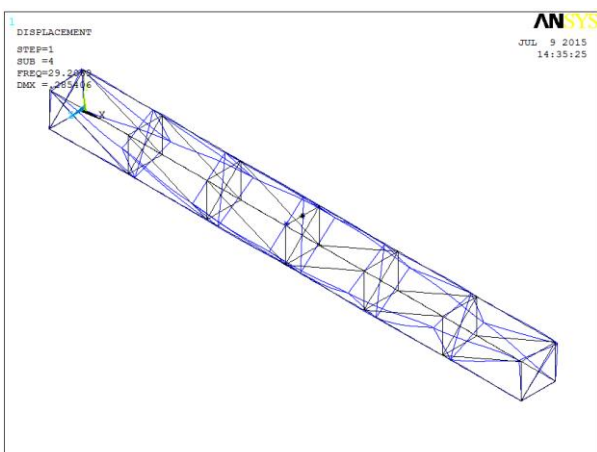
(b)



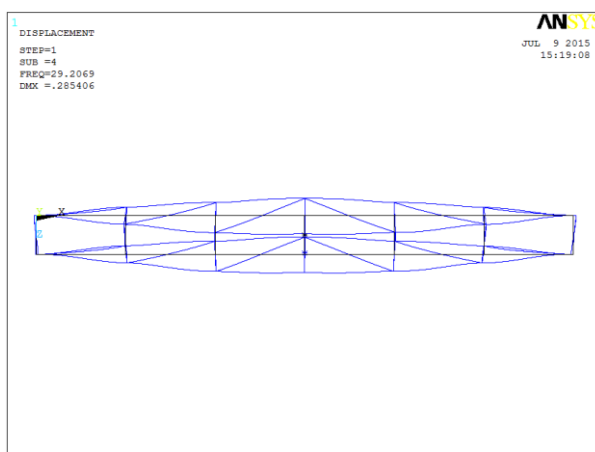
(c)



(d)

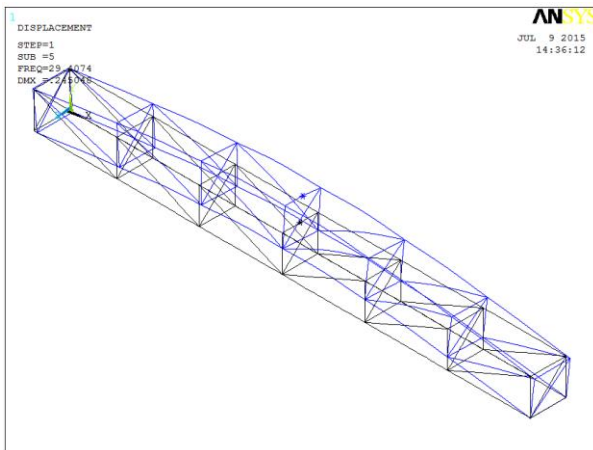


(e)

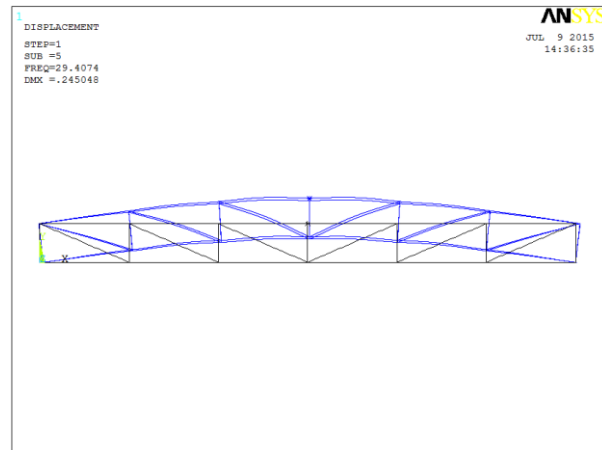


(f)

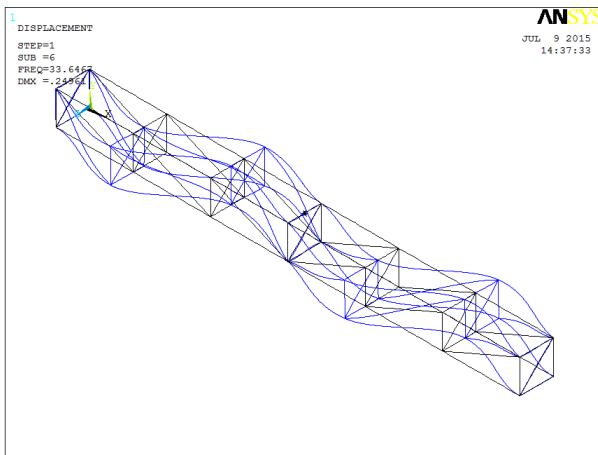
Figura 5.8 – Modos de vibrar da treliça: Modo 2 – Freq. 15,26 Hz: (a) Vista em perspectiva, (b) Vista Superior; Modo 3 – Freq. 24,23 Hz: (c) Vista em perspectiva, (d) Vista Superior; Modo 4 – Freq. 29,20 Hz: (e) Vista em perspectiva, (f) Vista Superior.



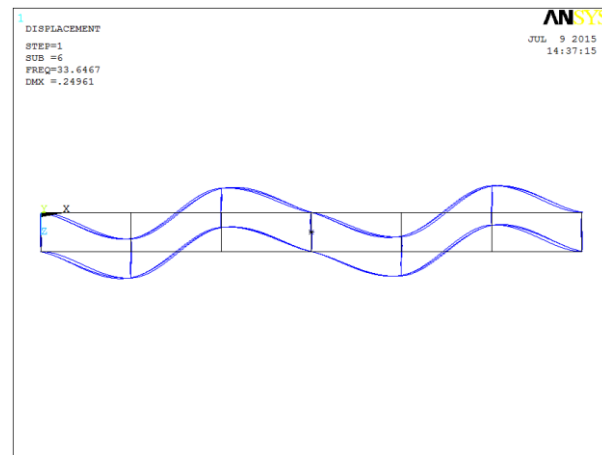
(a)



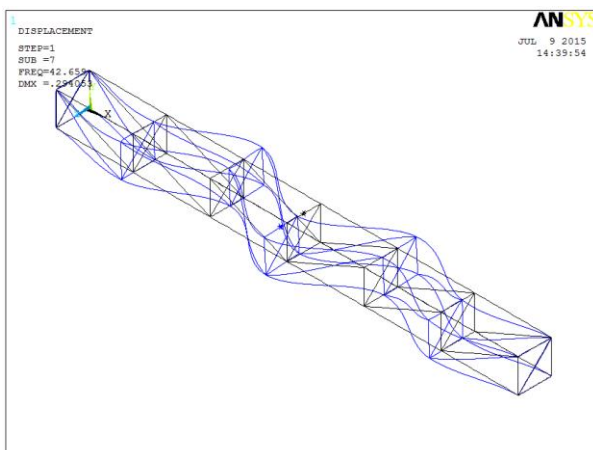
(b)



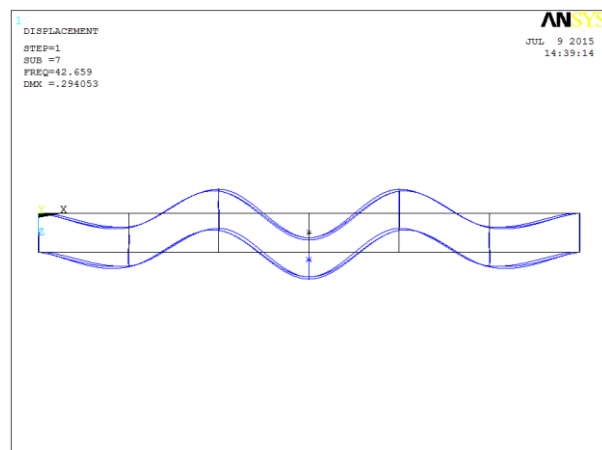
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.9 – Modos de vibrar da treliça: Modo 5 – Freq. 29,46 Hz: (a) Vista em perspectiva, (b) Vista Frontal; Modo 6 – Freq. 33,64 Hz: (a) Vista em perspectiva, (b) Vista Superior; Modo 7 – Freq. 42,65 Hz: (a) Vista em perspectiva, (b) Vista Superior.

Na Fig. 5.10 (b) são apresentadas as funções em resposta em frequência e as fases obtidas das análises teóricas e experimentais, estes resultados mostram que as curvas ficaram próximas.

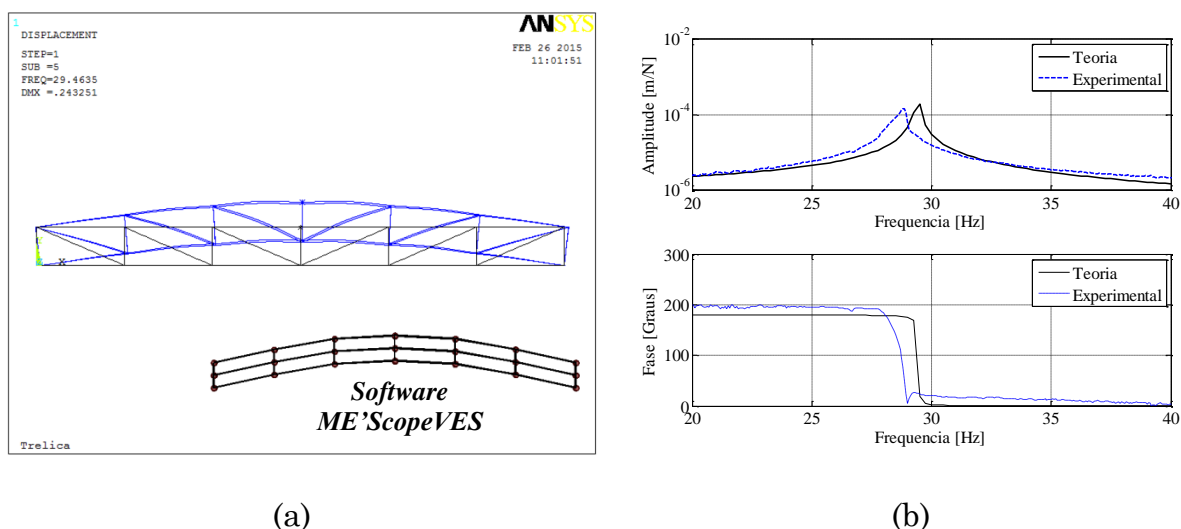


Figura 5.10 – Quinto modo de vibração: (a) forma modal da treliça; (b) diagramas de Bode de funções de resposta em frequência teórica e experimental.

5.2. Gerador de Energia Piezelétrico Cruciforme (GEP/ADV-C)

O GEP/ADV-C é formado por quatro lâminas dispostas em formato de cruz, e nestas foram colados quatro transdutores piezelétricos, conforme mostrado na Fig. 5.11 (b). As principais dimensões do protótipo são apresentadas na Fig. 5.11 (a) e Fig. 5.11 (b). A massa do GEP/ADV-C, fabricado inteiramente de alumínio, incluindo o cubo central e excluindo as massas das pontas, é de aproximadamente 0,5 kg.

Na Fig. 5.12 (b) as dimensões dos transdutores piezelétricos bimórficos (QP20W(Midé)) são apresentadas (em polegadas).

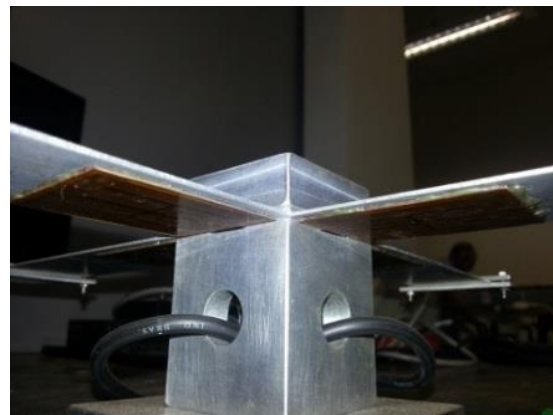
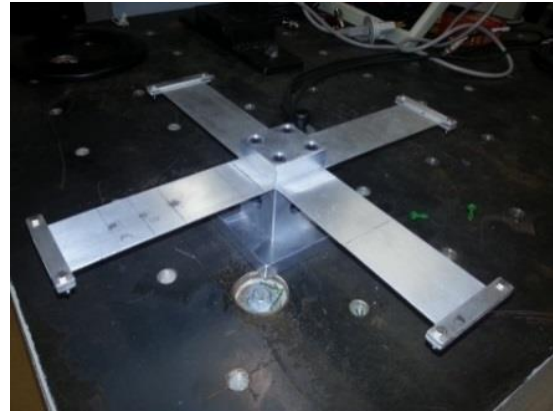
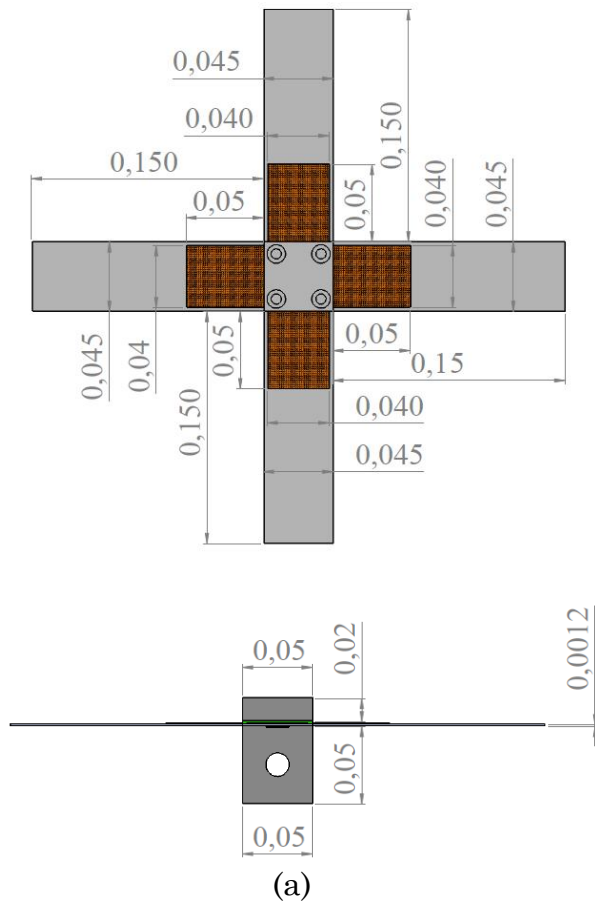
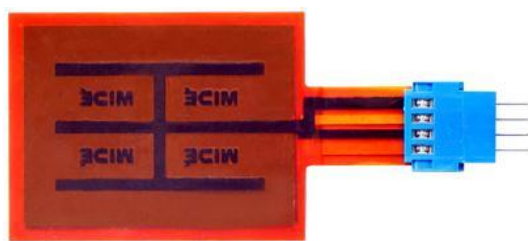
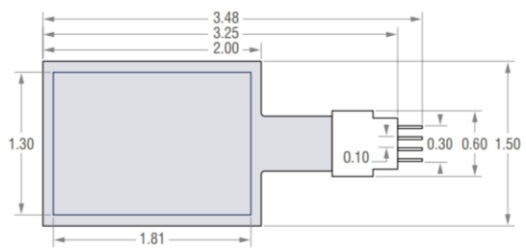


Figura 5.11 – Ilustração do protótipo do gerador de energia piezelétrico cruciforme: (a) vistas cotadas (dimensões em m); (b) fotografias em perspectiva.



(a)



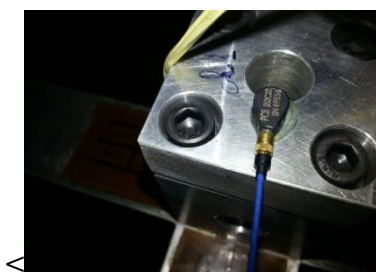
(b)

Figura 5.12 – (a) Transdutor piezelétrico QP20W; (b) Dimensões do transdutor em polegadas (*data sheet* Midé).

5.2.1. Análise Modal Experimental

Para análise modal experimental do GEP/ADV-C, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Acelerômetro PCB 352C22 (Fig. 5.13 (a));
- Martelo de impacto - PCB Piezotronics Inc.: Modelo: 086C03;
- Analisador de sinais Agilent 35670 (Fig. 5.13 (b)).



(a)



(b)

Figura 5.13 – (a) Mini Acelerômetro PCB 352C22; (b) Analisador de sinais *Agilent 35670*.

A condição de contorno adotada para análise modal foi livre-livre. Neste caso, o dispositivo foi suspenso por fios de borracha, de acordo com a Fig. 5.14. Dois acelerômetros foram fixados nas pontas das lâminas, e a posição de impacto do martelo de impacto foi na parte central do cubo (Fig. 5.14).

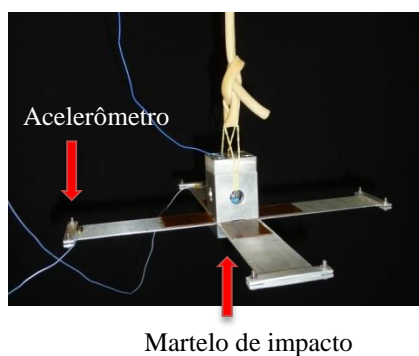


Figura 5.14 – GEP/ADV-C suspenso para realização de ensaios por impacto.

5.2.2. Modelo em Elementos Finitos

Para caracterização teórica do comportamento dinâmico da GEP/ADV-C, foi construído um modelo em elementos finitos no *software* Ansys® *Workbench*. O elemento utilizado foi o SOLID186. Trata-se de um elemento tridimensional de alta ordem, com 20 nós e três GDL por nó (translação nas direções x, y e z).

As condições de contorno foram consideradas ideais (sistema livre) e os valores padrões das propriedades mecânicas do alumínio foram utilizados no modelo da GEP/ADV-C (densidade: 2770 kg/m^3 ; módulo de elasticidade: $7,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ e coeficiente de Poisson: 0,33). A malha utilizada é apresentada na Fig. 5.15.

5.2.3. Resultados da análise modal do GEP/ADV-C.

Na Tab. 5.2 é feita uma comparação dos valores da análise modal do GEP/ADV-C obtidos na modelagem numérica e no experimento, mostrando desvios que são consideráveis aceitáveis para os propósitos do presente estudo.

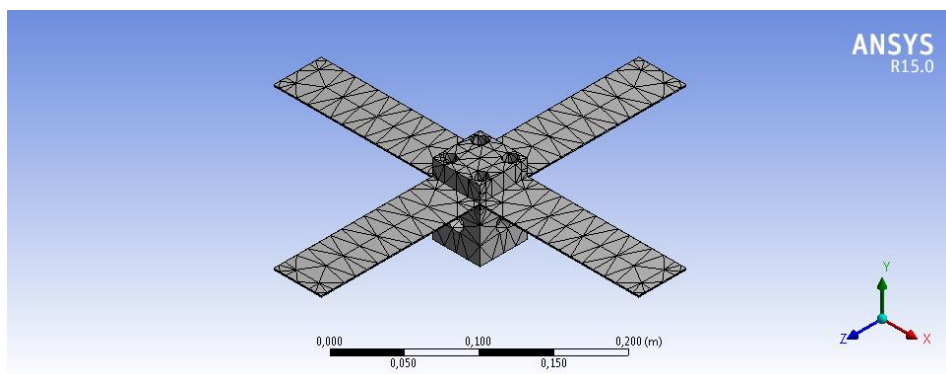


Figura 5.15 - Malha do GPEC gerada no Ansys® Workbench.

Tabela 5.2 – Frequências naturais do GEP/ADV-C obtidas experimentalmente e pelo modelo de elementos finitos.

Configuração do GEP/ADV-C	Frequência [Hz]		Desvio [%]
	Experimental	Elementos Finitos	
Sem Massa Concentrada	51,5	47,7	7,96
Com massa concentrada de 10 g	33,0	34,1	3,22
Com massa concentrada de 20 g	26,5	26,3	0,62
Com massa concentrada de 30 g	22,5	21,9	2,90

Na Fig. 5.16 são apresentados os modos de vibrar do GEP/ADV-C para diferentes valores das massas adicionadas nas extremidades das lâminas.

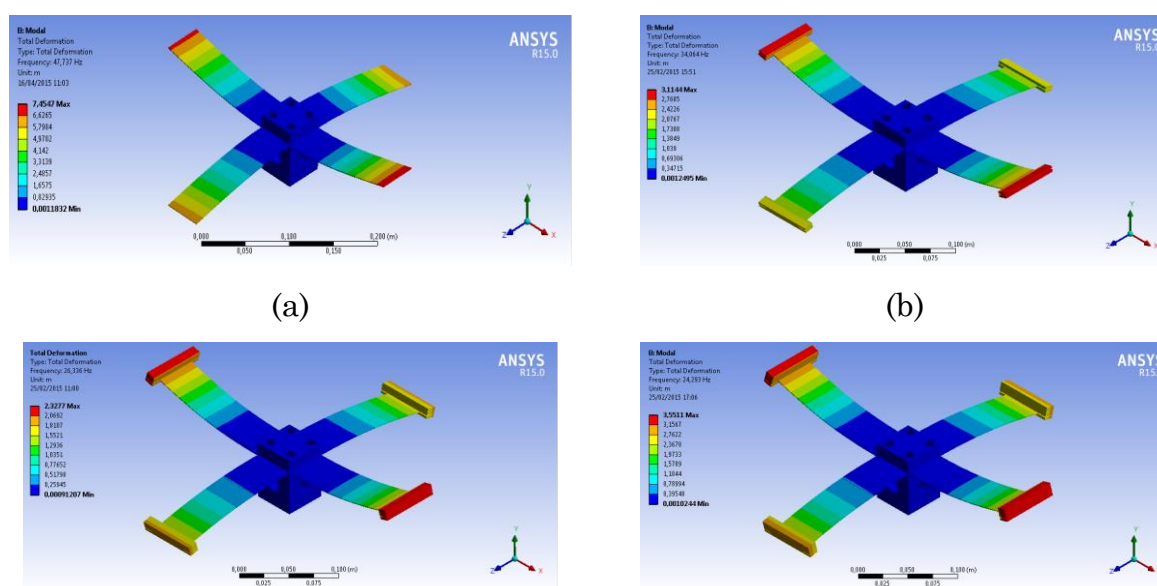
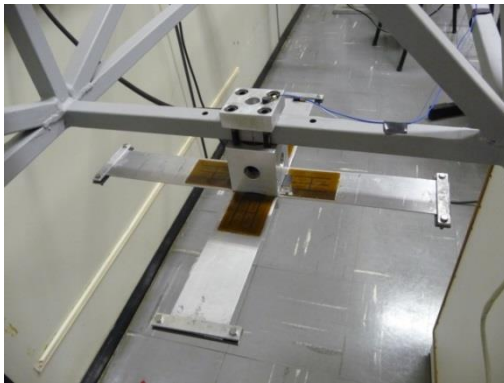


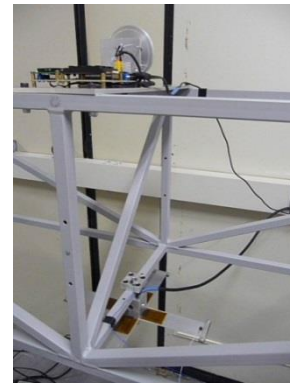
Figura 5.16 – Ilustrações das formas modais do GEP/ADV-C: (a) sem massa concentrada; (b) com massa concentrada de 10 g; (c) com massa concentrada de 20 g; (d) com massa concentrada de 30 g.

5.3. Análise do GEP/ADV-C Conectado à Treliza

O GEP/ADV-C foi fixado à treliza por meio de parafusos, conforme mostrado na Fig. 5.17(a) e 5.17(b). Para a medição da tensão elétrica de saída, foi construído o circuito eletrônico descrito no Apêndice C, com quatro pontes retificadoras para cada transdutor do GEPC. O circuito utilizado possibilita a associação dos transdutores em paralelo ou em série. Além disso, foi conectado na saída deste circuito um terminal para conexão de uma bateria recarregável (ou para uma bateria de 9 V de lítio-ion ou uma bateria de dióxido de manganês de lítio de 3V), mostradas nas Fig. 5.18 (a) e 5.18 (b), respectivamente.



(a)



(b)

Figura 5.17 - (a) Conexão do GEP/ADV-C na treliza; (b) Posição do excitador e do GEP/ADV-C na treliza.



(a)



(b)

Figura 5.18 - Ilustração do circuito de carregamento da bateria recarregável: (a) bateria de Lítio- ion de 9V; (b) bateria de dióxido de manganês de lítio de 3V.

A Fig. 5.19 mostra o diagrama de Bode experimental da treliça com o GEP/ADV-C correspondente ao nó na treliça onde este foi fixado, para diferentes valores de massas concentradas na ponta das lâminas. Neste caso, é possível observar a influência do GEPC/ADV-C, que tende a produzir uma antirressonância na FRF, o que é um comportamento típico de um absorvedor dinâmico de vibrações. No entanto, como a massa do GEP/ADV-C é muito pequena em relação à massa da treliça (1,5 % da massa da treliça), as antirressonâncias não são bem pronunciadas.

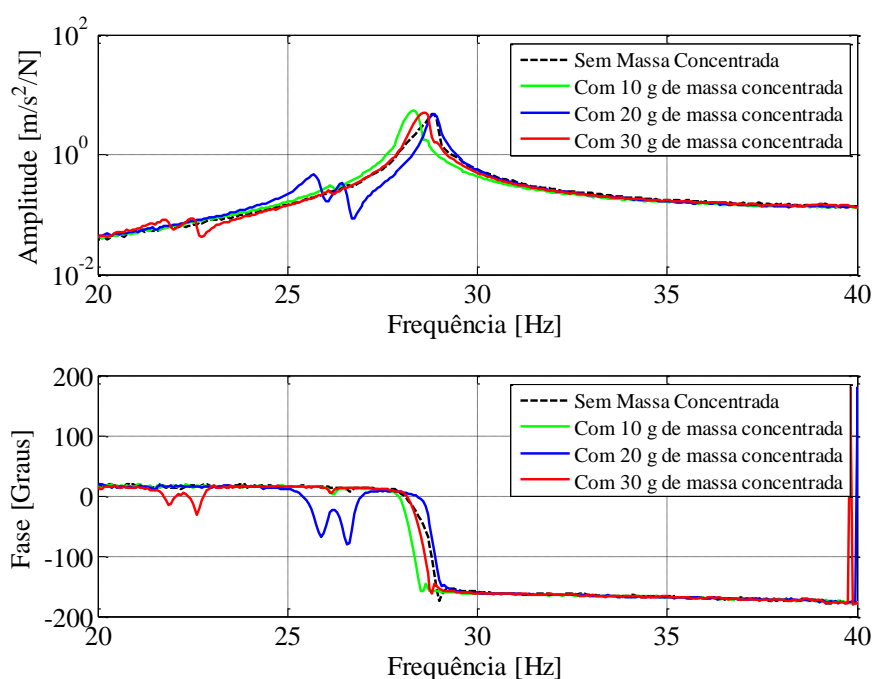


Figura 5.19 - Diagrama de Bode no ponto em que o GEPC foi fixado à treliça na direção vertical.

A Fig. 5.20 apresenta a resposta no tempo do GEP/ADV-C fixado na treliça quando está é excitada harmonicamente por forças de desbalanceamento geradas pelo disco com a velocidade de rotação de 1690 rpm (28,2 Hz), para valores distintos de massa concentradas na ponta das lâminas do GEP/ADV-C.

A Fig. 5.20(a) mostra resposta de aceleração, medida com um acelerômetro acoplado na ponta da viga e a Fig. 5.20(b) mostra a tensão elétrica de saída dos

transdutores piezelétricos, medida com os quatro transdutores conectados em paralelo. Pode-se observar que a aceleração e a tensão elétrica variam significativamente em função da variação das massas concentradas.

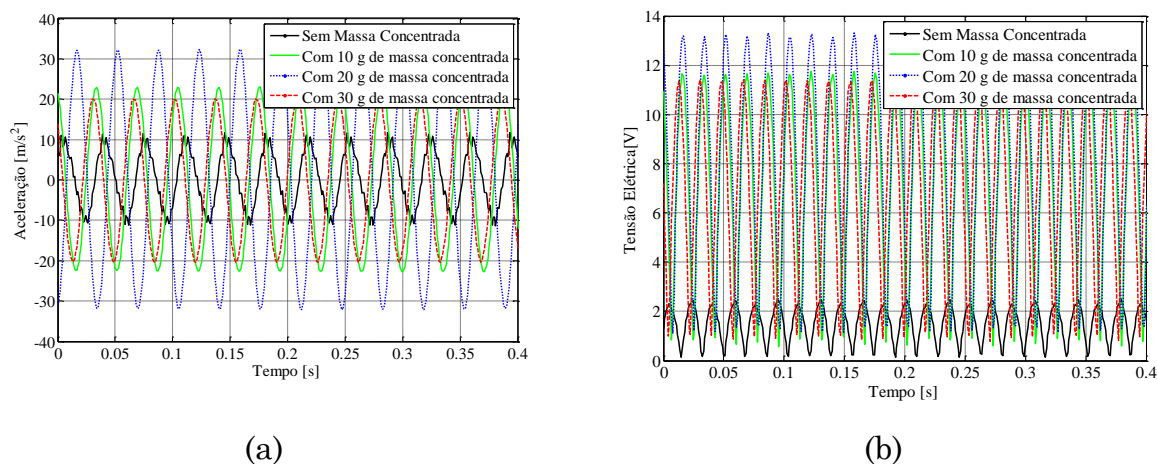


Figura 5.20 - Resposta no domínio do tempo do GEP/ADV-C anexado à treliça sob excitação harmônica: (a) resposta da aceleração vertical na ponta de uma das lâminas do GEP/ADV-C; (b) tensão elétrica de saída dos transdutores piezelétricos conectados em paralelo.

A Fig 5.21 apresenta os valores de amplitude da aceleração da ponta de uma das lâminas do GEP/ADV-C e a tensão elétrica de saída para diferentes valores de excitação próximos à frequência natural da treliça. Como esperado, as amplitudes são fortemente dependentes da frequência de excitação e aumentam à medida que se aproximam da frequência natural da estrutura.

5.4. Ensaio de Carregamento de Uma Bateria de 3 V

Foi executado um experimento com o objetivo de verificar a capacidade do GEP/ADV-C para carregar uma bateria de lítio com uma tensão elétrica nominal de 3 V (modelo ML2032). Antes de iniciar o experimento, como a bateria era nova, foi necessário descarregá-la até a tensão elétrica de 2,3 V com uma resistência de 15 $k\Omega$, conforme o *data sheet* da mesma. É importante ressaltar que este tipo de

bateria não pode ser descarregada abaixo de 2 V, pois abaixo deste valor, a bateria fica propensa a perder a capacidade de recarregamento.

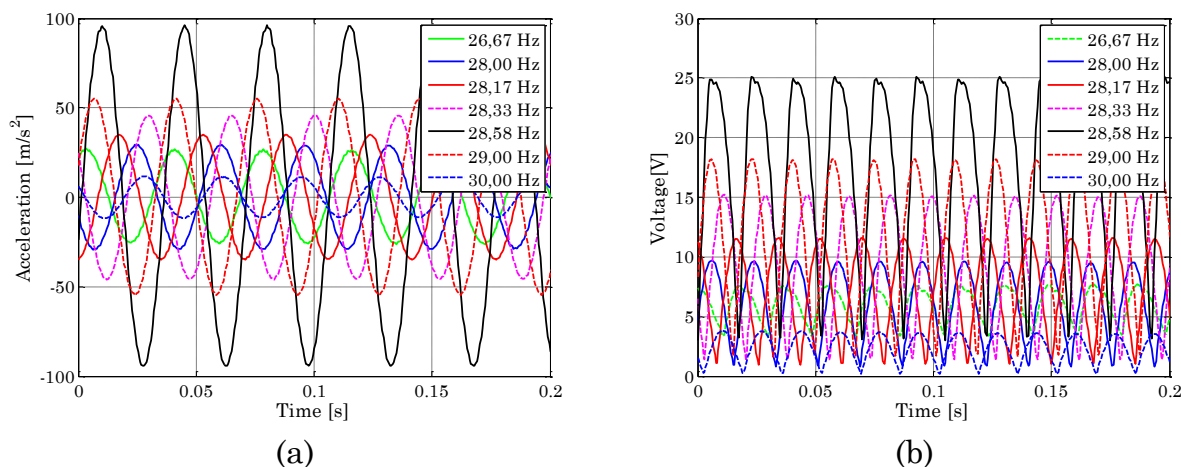


Figura 5.21 - Variação da resposta das amplitudes do GEP/ADV-C em função da frequência de excitação: (a) aceleração da ponta de uma das lâminas do GEP/ADV-C; (b) tensão elétrica de saída dos transdutores piezelétricos conectados em paralelo.

Na Fig. 5.22 é apresentada a curva de descarregamento da bateria ML2032, fornecida pelo fabricante, indicando que a tensão elétrica de 2,3 V é correspondente a uma descarga 55 mAh e para o máximo valor de descarregamento, correspondente a 2V, a descarga é de aproximadamente 65 mAh.

Para o experimento, o GEP/ADV-C com massas concentradas de 20 g foi fixado na treliça, e esta foi excitada com uma velocidade de rotação em 1550 rpm (25,83Hz). Esta frequência foi escolhida pelo fato de a treliça ter uma aceleração bem menor que as lâminas das vigas do GEP/ADV-C.

A curva de carregamento da bateria pode ser visualizada na Fig. 5.23. Analisando os dados obtidos, observa-se que para as primeiras 15,5 horas do funcionamento do sistema, no caso em que os transdutores piezelétricos estão conectados em paralelo, a bateria atingiu um valor de tensão máxima de 2,62 V, e ao atingir este valor de tensão elétrica, mesmo que o sistema funcionando por mais tempo, este valor foi mantido praticamente constante.

Os transdutores piezelétricos foram, então, conectados em série, e obteve-se a parte do gráfico da Fig. 5.23 referente à conexão em série. Neste caso, nota-se que a tensão elétrica inicial medida, de 2,60 V, é menor que a anteriormente observada quando os transdutores estavam conectados em paralelo (2,62 V). Isto se deve ao fato de o sistema ter sido desligado, e por isso a bateria descarregou devido à tensão elétrica de estabilização e ao seu coeficiente de autodescarga. Após 30 horas de funcionamento, a bateria foi abastecida até a tensão elétrica de 2,70 V.

A partir destes resultados pode-se concluir que a conexão em paralelo mostrou-se mais eficiente que a conexão em série para alimentar a bateria. Isto pode ser explicado pelo fato de a impedância elétrica equivalente dos transdutores piezelétricos conectados em série ser 8 vezes maior do que quando conectados em paralelo e, com isso, diminui-se a capacidade da passagem de corrente.

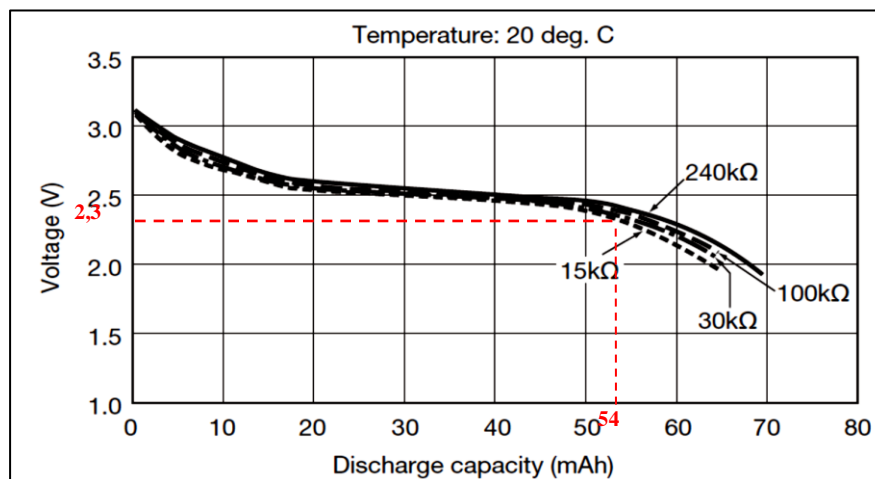


Figura 5.22 – Gráfico característico de descarregamento da bateria (*Data Sheet* – ML2032).

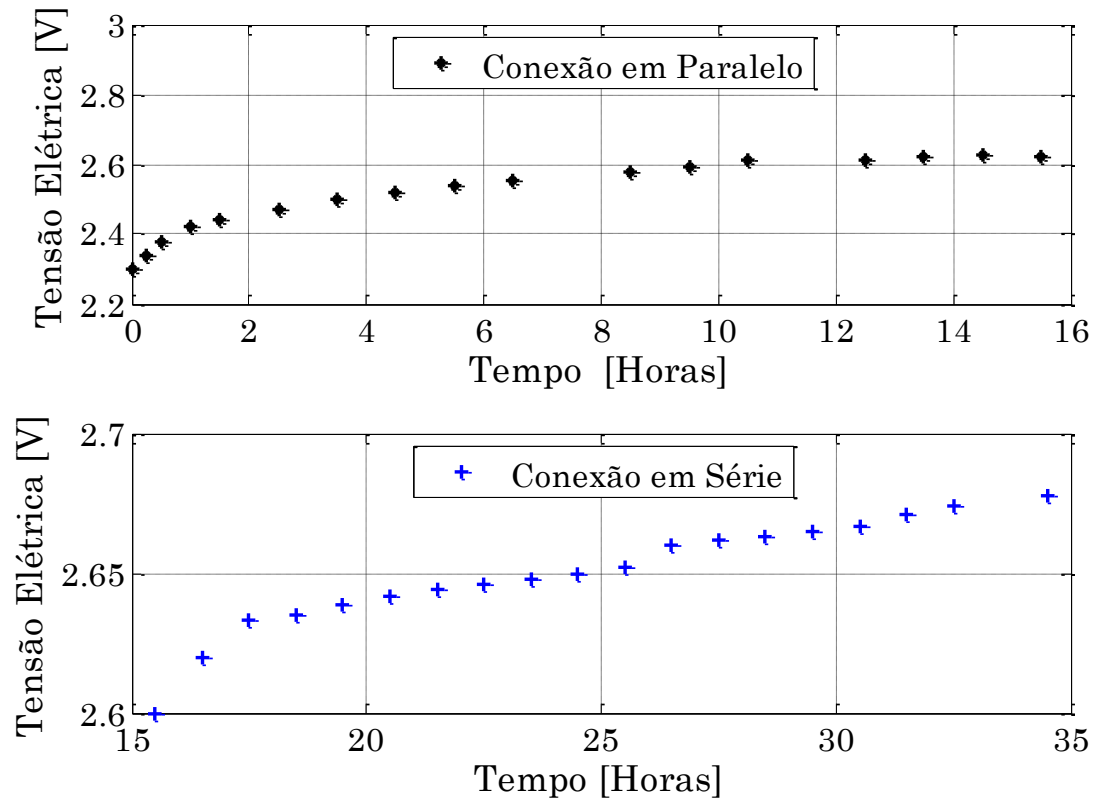


Figura 5.23 – Histórico de carregamento da bateria.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

A presente tese foi dedicada ao estudo de dispositivos destinados ao funcionamento simultâneo como absorvedores dinâmicos de vibrações e geradores de energia piezelétricos, englobando modelagem matemática, simulações numéricas e avaliação experimental.

Ao contrário da grande maioria de estudos anteriormente reportados na literatura, considerou-se a situação em que o dispositivo, denominado GEP/ADV, é conectado a uma estrutura vibratória (EP), de modo que as funcionalidades de atenuação de vibrações e de geração de energia resultam da interação dinâmica entre os dois subsistemas. Esta escolha é considerada como uma das principais contribuições do trabalho.

As simulações numéricas realizadas na primeira fase do estudo permitiram a compreensão das interações dinâmicas entre os subsistemas e a avaliação da influência de alguns parâmetros operacionais e de projeto sobre a eficiência do GEP/ADV. Os resultados das simulações numéricas permitiram validar o conceito de atenuação de vibrações e geração de energia.

A partir do comportamento observado nas simulações numéricas, foram propostas e avaliadas estratégias de otimização, visando à maximização da atenuação dos níveis de vibração ou, alternativamente, a maximização da energia elétrica gerada.

Em face do grande número de possibilidades, no tocante à geometria da EP e do GEP/ADV, optou-se por considerar subsistemas de geometria simples, modelados como vigas bidimensionais, de modo a evitar complicações desnecessárias. Evidentemente, os procedimentos desenvolvidos podem ser imediatamente estendidos a estruturas com outras geometrias.

Outra contribuição considerada relevante é a proposição do GEP/ADV cruciforme (GEP/ADV-C), inédito na literatura. Dada sua configuração, este dispositivo dispõe de uma ampla gama de variáveis de projeto, que podem ser utilizadas para a melhoria de suas funcionalidades. Embora se tenha estudado uma configuração mais simples, composta por quatro lâminas, cada uma com um transdutor piezelétrico, é perfeitamente possível, e muito simples, incluir mais um transdutor piezelétrico em cada uma das quatro lâminas, resultando em configurações conhecidas como bimórficas, e, com isso, aumentar a quantidade de energia gerada.

Não se encontrou nenhum estudo reportado anteriormente na literatura descrevendo ensaios similares aos realizados com o GEP/ADV-C. Com efeito, foi construída uma estrutura-teste e concebidos um sistema de excitação por força de desbalanceamento, controlado eletronicamente, e um circuito retificador de tensão, ambos muito bem adaptados aos propósitos dos ensaios. Desta forma, os experimentos puderam envolver todas as etapas de interesse: excitação da estrutura-teste, transformação de energia por efeito piezelétrico no GEP/ADV-C, retificação das tensões de saída dos transdutores piezelétricos e carregamento de uma bateria de Lítio.

Nos experimentos pode-se avaliar a influência de alguns fatores operacionais, notadamente a frequência de excitação, sobre desempenho do GEP/ADV-C, que se mostrou capaz de carregar efetivamente a bateria de Lítio.

Em virtude do fato de a massa do GEP/ADV-C ser muito pequena comparada com a massa da estrutura, não pôde ser adequadamente explorada a atuação do GEP/ADV-C como absorvedor dinâmico de vibrações, embora seu funcionamento nesta modalidade tenha ficado evidenciada nas funções de resposta em frequência obtidas experimentalmente.

Com base dos resultados e observações realizadas, são citadas as seguintes propostas de continuidade de trabalho:

- Desenvolvimento de uma modelagem matemática considerando a conexão de múltiplos GEP/ADVs, com amortecimento, para sistemas com vários graus de liberdade, e otimização da posição de cada GEP/ADV com o objetivo de maximizar a quantidade de energia gerada e/ou a mitigação da vibração;
- Realização de um estudo experimental mais aprofundado do comportamento do GEP/ADV-C em termos da atenuação de vibrações e geração de energia, além de analisar o comportamento do sistema quando for adicionado um amortecimento viscoelástico ao GEP/ADV-C;
- Investigação da possibilidade de otimização simultânea de atenuação dos níveis de vibração e da energia gerada;
- Desenvolvimento de um procedimento sistemático para o projeto do GEP/ADV-C, de acordo com o tipo de excitação e características dinâmicas da estrutura primária, com o objetivo de maximizar a quantidade de energia gerada.

CAPÍTULO VII

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADHIKARI, S.; FRISWELL, M. I.; INMAN, D. J. **Piezoelectric Energy Harvesting from Broadband Random Vibrations**. Smart Materials and Structures, Vol. 18, 7p., 2009.

AHMADABADI, Z. N.; KHADEM, S. E. **Nonlinear vibration control and energy harvesting of a beam using a nonlinear energy sink and a piezoelectric device**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 333, p. 4444–4457, 2014.

ALI, S. F.; ADHIKARI, S. **Energy Harvesting Dynamic Vibration Absorbers**. Journal of Applied Mechanics, Vol. 80 (4), 9p, 2012.

AMANCI, A.; GIRAUD, F.; GIRAUD-AUDINE, C.; AMBERG, M.; DAWSON, F., LEMAIRE-SEMAIL, B. **Analysis of the Energy Harvesting Performance of a Piezoelectric Bender Outside its Resonance**. Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 17, p. 129-138, 2014.

ANTON, S. R.; SODANO, H. A. **A Review of Power Harvesting Using Piezoelectric Materials**. Smart Materials and Structures, Vol. 16, p. R1- R21, 2007.

ARMS, S.; TOWNSEND, C.; CHURCHILL, D. **Energy harvesting, wireless, structural health monitoring and reporting system**, Proceedings of the 2nd Asia Pacific Workshop on SHM, Melbourne, Australia, 2008.

ASAN, F. A.; MUTHALIF, N.H.; NORDIN, D. **Optimal piezoelectric beam shape for single and broadband vibration energy harvesting: Modeling, simulation and experimental results**. Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 54-55, p. 417–426, 2015.

AYAZI, F.; SORENSON, L.; FU, J. **Piezoelectric Micromechanical Energy Harvesters**. US 8,380,752 B2, 25 Mar. 2014. 10p.

BEHRENS, S., FLEMING, A.J. E MOHEIMANI, S.O.R. **A broadband controller for shunt piezoelectric damping of structural vibration**. Smart Materials and Structures, Vol. 12, p. 18-28, 2003.

BRENNAN, M., J.; TANG, B.; MELO, G.P.; LOPES JR., V. **An investigation into the simultaneous use of a resonator as an energy harvester and a vibration absorber**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 333, p.1331–1343, 2014.

CAVALINI JR., A. A. **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. 2013. 135f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

CHALASANI, S.; CONRAD, J.M. **A Survey of Energy Harvesting Sources for Embedded Systems**. Southeastcon, IEEE, p.442–447, 2008.

CHALLA, V. R.; PRASAD, M. G. **A Coupled Piezoelectric–Electromagnetic Energy Harvesting Technique for Achieving Increased Power Output**

through Damping Matching. Smart Materials And Structures, Vol. 18, 11p., 2009.

CHEN, R.; REN, L.; XIA, H.; YUAN, X.; LIU, X. **Energy Harvesting Performance of a Dandelion-Like Multi-Directional Piezoelectric Vibration Energy Harvester.** Sensors and Actuators A, Vol. 230, p. 1-8, 2015.

CHENG, S. L.; HWANG, C. **Optimal Approximation of Linear Systems by a Differential Evolution Algorithm,** IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans, vol. 31, n. 6, pp. 698–707, 2001.

CHITBA, M. O.; CHOURA, S.; NAYFEH, A. H.; EL-BORGI, S. **Vibration Confinement and Energy Harvesting in Flexible Structures using Collocated Absorbers and Piezoelectric.** Devices. Journal of Sound and Vibration, Vol. 329, p. 261–276, 2010.

COOK-CHENNAULT, K.A.; THAMBI, N.; SASTRY, A.M. **Powering MEMS Portable Devices: A Review of Nonregenerative and Regenerative Power Supply Systems With Special Emphasis On Piezoelectric Energy Harvesting Systems.** Smart Materials and Structures, Vol. 17, 33p, 2008.

CROWLEY, J. R.; ROCHLIN, G. T.; KLOSTERMAN, A. L.; VOLD, H. **Direct Structural Modifications Using Frequency Response Functions.** 2nd International Modal Analysis Conference, pp. 58-65, 1984.

CUNHA JR., S. S. **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações.** 1999. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – MG, Brasil.

DAVIDSON, J.; MO, C. **Recent Advances in Energy Harvesting Technologies for Structural Health Monitoring Applications.** Hindawi Publishing Corporation Smart Materials Research, Vol. 2014, Article ID 410316, 14p., 2014.

DE MARQUI JR., C.; ANICEZIO, M. M.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. **Nonlinear Modeling and Analysis of a Piezoaeroelastic Energy Harvester**. In: 14 International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, São Sebastião. Proceeding of the 14 International Symposium on Dynamic Problems of Mechanis, 2011.

DE MARQUI JR.; C. M., ERTURK, A.; INMAN. D. J. **An Eletromechanical Finite Element Model for Piezoelectric Energy Harvester Plates**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 327, p. 9-25, 2009.

DE MARQUI, C.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. **Piezoaeroelastic Modeling and Analysis of a Generator Wing with Continuous and Segmented Electrodes**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21(10), p. 983-993, 2010

DE PAULA, A. S.; INMAN, D.J; SAVI, M. A. **Energy Harvesting Enhancement in a Nonlinear Piezomagnetoelastic Converter**. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 54-55, p. 405-416, 2015.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**, 4th Edition, New York McGraw-Hill, 1956.

DIMARAGONAS, A. **Vibrations for Engineers**. 2nd Ed., Prentice Hall, 1996.

DU TOIT, N. E. **Modeling and design of a MEMS Piezoelectric Vibration Energy Harvester**, 2005. 244p. Master of Science in Aeronautics and Astronautics, Massachusetts.

ELVIN, N. G.; ELVIN, A. A. **An Experimentally Validated Electromagnetic Harvester**. **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 330, p. 2314-2324, 2011.

ERTURK, A., INMAN, D.J. **On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters**. Journal of Intelligent Material System and Structures, Vol. 19, p. 1311-1325, 2008 (a).

ERTURK, A.; BILGEN, O.; INMAN, D. J. **Performance Analysis of Single Crystal PMN-PZT Unimorphs for Piezoelectric Energy Harvesting**. Smart Materials and Adaptive Structures and Intelligent Systems, V. 1, p. 461-471, 2008.

ERTURK, A.; INMAN, D.J. **Issues in Mathematical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters**. Smart Materials and Structures, Vol.17, 14p., 2008 (b)

ERTURK, A.; INMAN, D.J. **Piezoelectric Energy Harvesting**. 1st Ed., New York: Ed. Wiley, 2011.

FERRARI, M.; BAÙ, M.; GUIZZETTI, M., FERRARI, V. **A Single-Magnet Nonlinear Piezoelectric Converter for Enhanced Energy Harvesting from Random Vibrations**. Sensors and Actuators A: Physical, Vol.172,p. 287-292, 2011.

FUENTES-FERNANDEZ, E.; SHAH, P.; MECHTALY-DEBRAY, W.; GNADE, B. **E. MEMS-Based Cantilever Energy Harvester**. US 8,633,634 B2, 21 Jan. 2014. 10 p.

GRANIER, J.J., HUNDHAUSEN, R. J., GAYTAN, G. E. **Passive Modal Damping with Piezoelectric Shunts**. *Proc. SPIE*, Vol. 1 p.583-9, 2002.

HAGOOD, N.W.; E VON. FLOTOW, A. **Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical network**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 146 (2), p.243-268, 1991.

HARNE, R. L., **Modeling and analysis of distributed electromagnetic oscillators for broadband vibration attenuation and concurrent energy harvesting**. Applied Mathematical Modelling, Vol.37, p. 4360–4370, 2013.

HAROUN, A.; YAMADA, I.; WARISAWA, S. **Study of Electromagnetic Vibration Energy Harvesting with Free/Impact Motion for Low**

Frequency Operation. Journal of Sound and Vibration, Vol. 349, p. 389-402, 2015.

HOLLKAMP, J. J.; GORDON, R.W. **An Experimental Comparison of Piezoelectric and Constrained Layer Damping.** Smart Materials and Structures, Vol. 5, p. 715-722, 1996.

HOURI, S.; AUBRY, D.; GAUCHER, P.; LEFEUVRE, E. **An electrostatic MEMS frequency up-converter for efficient energy harvesting.** Procedia Engineering, Vol. 87, p.1222 – 1225, 2014.

JIA, Y., YAN, J., SESCHIA, A. A., SOGA, K. **Energy-Harvesting Apparatus and Method.** WO 2013/175449 A2, 28 Nov. 2013. 79 p.

JOYCE, B. **Development of an Electromagnetic Energy Harvester for Monitoring Wind Turbine Blades.** 2011. 97f. M.S. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Estados Unidos.

KARAMI, A. A.; INMAN, D. **Equivalent Damping and Frequency Change for Linear and Nonlinear Hybrid Vibrational Energy Harvesting Systems.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 330, p.5583–5597, 2011.

KONG, N.; HA, D.,S.; ERTURK, A.; INMAN, D. **Resistive Impedance Matching Circuit for Piezoelectric Energy Harvesting.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures Vol. 21, p. 1293-1302, 2010.

KORENEV, B. G.; REZNIKOV, L. M. **Dynamic Vibration Absorbers.** 1st Ed., West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 368 p., 1993.

LALLART, M.; PRIVOST, S.; GUYOMAR, D.; **Electrostatic energy harvesting. enhancement using variable equivalent permittivity.** Physics Letters A, Vol. 375, p. 3921–3924, 2011.

LEE, C.; LIM, Y. M.; YANG, B.; KOTLANKA, R. K.; HENG, C. H.; HE, J. H; TANG, M.; FENG, H. **Theoretical Comparison of the Energy Harvesting**

Capability Among Various Electrostatic Mechanisms from Structure Aspect. Sensors and Actuators A, V. 156, p. 208–216, 2009.

LEE, S. K. **Energy Harvesting Electric Devive.** US Pat. 8,373,332 B2, 22 Fev. 2013. 12 p.

LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. **Energy using piezoelectric materials: Case of random vibrations.** Journal of Electroceramics, Vol. 19, p. 349–355 , 2007.

LEO, D. J. **Engineering Analysis of Smart Material System.** 1st Ed., Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd Inc, 556 p., 2007.

LIANG, J. R.; LIAO, W. H. **Piezoelectric Energy Harvesting and Dissipation on Structural Damping.** Journal of Intelligent Material Systems and Structure, Vol. 20, p. 515-527, 2009.

LIU, H.; QIAN, Y.; LEE, C. A multi-frequency vibration-based MEMS electromagnetic energy harvesting device, Sensors and Actuators A, Vol. 204, p. 37– 43, 2013.

LUEKE, J. S.; MOUSSA, W. A. M. **Piezoeletric Apparatus for Harvesting Energy for Portable Electronics and Method for Manufacturing Same.** US 2014/0077662A1. 20 Mar. 2014. 19p.

MALKIN, M. C.; DAVIS, C. L. **Multi-Frequency Piezoelectric Energy Harvester.** US Pat. 6,858,970 B2, 22 Fev. 2005. 26 p.

MARQUES, R. F. A. **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos.** 2000. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – MG, Brasil.

MUTHALIF, A. G.; NORDIN, N. D. **Optimal piezoelectric beam shape for single and broadband vibration energy harvesting: modeling, simulation and experimental results.** Mech Syst Signal Process, Vol. 54, p.417–426, 2015.

NILSSON, E.; MATEO, L.; SPIES, P.; HAGSTRÖM, B. **Energy Harvesting from Piezoelectric Textile Fibers**. Procedia Enginnering, Vol. 87, p. 1569-1572, 2014.

OLIVEIRA, G.T., S. Estudo e Aplicações da Evolução Diferencial. 2006. 126p. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

OLIVER, J. R.; NEURGAONKAR, R. R.; MOFFATT, A. P.; KHOSHNEVISAN, M.; NELSON, J. G. **Piezoelectric Energy Harvester and Method**. US Pat. 6,407,484 B1, 18 jun. 2002. 19 p.

OTTE, D.; GRANGIER, H.; LEURIDIAN, J.; AQUILINA, R. **Prediction of the Dynamic of Structural Assemblies Using Measured FRF-Data: Some Improved Data Enhancement Techniques**. Proceedings of the International Modal Analysis Conference, UDA, pp. 909-917, 1991.

PARK, C. H. e IMMAN, D. J. **Enhanced Piezoelectric Shunt Design**. Shock and Vibration, Vol. 10, p.127-133, 2003.

PRIYA, S. **Advances in Energy Harvesting Using Low Profile Piezoelectric Transducers**. Journal of Electroceramics, V. 19, p. 165–182, 2007.

RADE, D. A.; SILVA, L. A. **On The Usefulness of Antiresonances in Structural Dynamics**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (Impresso), Rio de Janeiro, RJ, v. XXI, n.1, p. 82-90, 1999.

RAFIQUE, S.; BONELLO, P.; SHUTTLEWORTH, R. **Experimental Validation of a Novel Smart Electromechanical Tuned Mass Damper Beam Device**. Journal of Sound and Vibration. Vol. 332, p.4912–4926, 2013.

RAKBAMRUNG, P.; LALLART, M.; GUYOMAR, D.; MUENSIT, N., THANACHAYANONT, C.; LUCAT, C.; GUIFFARD, B.; PETIT, L.; SUKWISUT, P. **Performance comparison of PZT and PMN-PT piezoceramics for vibration energy harvesting using standard or nonlinear approach**. Sensors and Actuators, Vol. 163, p. 493-500, 2010.

ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K.; RABAEY, J. M. **Energy Scavenging for Wireless Sensor Networks: With Special Focus on Vibration**. 1st. Ed: Kluwer Academic Publishers, 2004.

RUPP, C.J.; EVGRAFOV, A.; MAUTE, K.; DUNN, M.L. **Design of Piezoelectric Energy Harvesting Systems: A Topology Optimization Approach Based on Multilayer Plates and Shells**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, V.20 ,p.1923-1939, 2009.

SAHA, C. R.; O'DONNELL, T.; WANG, N.; MCCLOSKEY, P. **Electromagnetic Generator for Harvesting Energy from Human Motion**. Sensors and Actuators , V.147, p. 248–253, 2008.

SANTANA, D. C. Modelagem Numérica e Otimização de Shunts Piezelétrico Aplicados ao Controle Passivo de Vibrações. 2007. 197p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

SARDINI, E.; SERPELLONI, M. **Nonlinear Electromagnetic with Polymeric Materials for Power Harvesting from Vibrations**. Procedia Engineering, Vol. 5, p. 1168–1171, 2010.

SHEN, H.; JI, H.; QIU, J.; BIAN, Y.; LIU, D. **Adaptive synchronized switch harvesting: A new piezoelectric energyharvesting scheme for wideband vibrations**. Sensors and Actuators A 226 (2015) 21–36.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J.; PARK, G. **Generation and Storage of Electricity from Power Harvesting Devices**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 16, p. 67-75, 2005.

SODANO, H. A.; INMAN, D.; J., PARK, G. **A review of Power Harvesting from Vibration using Piezoelectric Materials**. The Shock and Vibration Digest, Vol. 36, No 3, pp. 197-205, 2004.

SOLTANI, P.; KERSCHEN, G.; TONDREAU, G.; DERAEMAER, A. **Piezoelectric vibration damping using resonant shunt circuits: an exact solution.** Smart Material Structure, Vol. 23, 11p., 2014.

SONG, H. J.; CHOI, Y.; WERELEY, N. M. AND PUREKAR, A. S. **Energy Harvesting Devices Using Macro-fiber Composite Materials.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures V.21, p.647-658, 2010.

SONG, H. J.; CHOI, Y.T.; PUREKAR, A. S.; WERELEY, N. M. **Performance Evaluation of Multi-tier Energy Harvesters Using Macro-fiber Composite Patches.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, V. 20, p. 2077-2088, 2009.

STEFFEN JR, V.; RADE, D. A. **Dynamic Vibration Absorber; Encyclopedia of Vibration,** Academic Press, ISBN 0-12-227085-1; p. 9-26, 2001.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution – a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Space.** 1997.

TADESSE, Y.; ZHANG, S.; PRYIA, S. **Multimodal Energy Harvesting System: Piezoelectric and Electromagnetic,** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 20, p. 625-632, 2009.

TORAH, R.; GLYNNE-JONES, P.; TUDOR, M. J.; ROY, S.; BEEBY, S. P. **Self-Powered Autonomous Wireless Sensor Node Using Vibration Energy Harvesting.** Measurement Science and Technology, Vol. 19, 8p., 2008.

VASQUES, C. M. A. **Improved Passive Shunt Vibration Control of Smart Piezo-Elastic Beams Using Modal Piezoelectric Transducers with Shaped Electrodes.** Smart Material Structure, Vol. 21, 20p., 2012.

VIANA, F. A. C. Simple Optimization Toolbox – User's Guide, 2006.

VIANA, F. A. C. Surrogate Modelling techniques and heuristic optimization methods applied to design and identification problems. 2008. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

VIANA, F. A. C.; OLIVEIRA, F. C. G.; BORGES, J. A. F.; STEFFEN JR., V. **Differential Evolution applied to the desing of a three-dimensional vehicular structure**. In: Intenational Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, Las Vegas, Nevada, USA. Anais, 2007.

WANG, X.; JOHN, S., WATKINS, S., YU, X., XIAO, H., LIANG, X., WEI, H., **Similarity and duality of electromagnetic and piezoelectric vibration energy harvesters**. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 52-53, pp. 672–684, 2015.

WANG, Y.; INMAN, D. A. **Survey of Control Strategies for Simultaneous Vibration Suppression and Energy Harvesting via Piezoceramics**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 23 (18), pp. 2021-2037, 2012.

WARBURTON, G. B. **Optimum Absorber Parameters for Simple Systems**. Earthquake Engineering and Structures Dynamics, Vol. 8, p. 197-217, 1980.

WICKENHEISER, A.; GARCIA, E. **Power Optimization of Vibration Energy Harvesters Utilizing Passive and Active Circuits**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21, p. 1343-1361, 2010.

WU, N.; WANG, Q.; XIE, X. **Ocean Wave Energy Harvesting with a Piezoelectric Coupled Buoy Structure**. Applied Ocean Research, Vol. 50, p. 110-118, 2015.

WU, X.; LEE, D. W. **An Electromagnetic Energy Harvesting Device Based on High Efficiency Windmill Structure for Wireless Forest Fire Monitoring Application**. Sensors and Actuators A, Vol. 219, p. 73–79, 2014.

ZHOU, B.; THOUREREZ, F.; LENOIR, D. **Vibration Reduction of Mistuned Bladed Disks by Passive Piezoelectric Shunt Damping Techniques**. AIAA JOURNAL, Vol. 52, No. 6, p. 1194-1206, 2014.

ZHU, D.; BEEBY, S. **Kinetic Energy Harvesting**. Energy Harvesting Systems: Principles, Modeling and Applications, pp. 1-78, 2011.

ZOU, H., CHEN. H., ZHU, X. **Piezoelectric Energy Harvesting from Vibrations Induced By Jet-Resonator System**. Mechatronics, Vol. 26, pp. 29–35, 2015.

APÊNDICE A

MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS DE ESTRUTURAS PIEZELÉTRICAS

A.1. Princípio de Hamilton Generalizado para sólidos piezelétricos

Para um sistema estrutural composto pela associação de uma estrutura principal constituída um material puramente elástico, incorporando elementos piezelétricos, na ausência de efeitos magnéticos, o Princípio de Hamilton generalizado é expresso sob a forma:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\delta(T - U + U_e) + \delta W_{ext} \right] dt = 0, \quad (\text{A.1})$$

onde T é a energia cinética, U é a energia potencial e U_e é a energia elétrica, que são definidas segundo:

$$T = \int_{V_s} \frac{1}{2} \rho_s \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_s + \int_{V_p} \frac{1}{2} \rho_p \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_p, \quad (\text{A.2})$$

$$U = \int_{V_s} \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{T} dV_s + \int_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{T} dV_p, \quad (\text{A.3})$$

$$U_e = \int_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{D} dV_p, \quad (\text{A.4})$$

Nas equações acima, os subscritos s e p designam a estrutura principal e os componentes piezelétricos, respectivamente, \mathbf{u} (m) é o vetor de deslocamentos, \mathbf{S} (m/m) é o vetor de deformações, \mathbf{T} (N/m²) é o vetor de tensões, \mathbf{E} (V/m) é o vetor de campos elétricos e \mathbf{D} (C/m²) é o vetor de deslocamentos elétricos. Além disso, ρ_s e ρ_p indicam as densidades do material da estrutura e do material piezelétrico, respectivamente.

Ainda com relação à equação (A.1), δW_{ext} indica o trabalho virtual das ações mecânicas e elétricas externas, podendo ser expresso segundo:

$$\begin{aligned} \delta W_{ext} = & \int_{V_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_s + \int_{V_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_p + \int_{S_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_s + \int_{S_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_p - \int_{S_p} \delta \phi \bar{\sigma} dS_p \\ & + \sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \bar{\mathbf{f}}_i - \sum_i \delta \phi_i \bar{q}_i, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde os dois primeiros termos no lado direito representam o trabalho das forças de volume, $\bar{\mathbf{F}}$, o terceiro e o quarto representam o trabalho das forças distribuídas na superfície, $\bar{\mathbf{T}}$, o quinto representa o trabalho elétrico associado à densidade de cargas elétricas distribuídas na superfície do material piezelétrico, $\bar{\sigma}$, o sexto termo representa os trabalhos das forças concentradas $\bar{\mathbf{f}}_i$ e o último termo representa o trabalho elétrico associado a cargas elétricas pontuais, \bar{q}_i , aplicadas em pontos discretos do material piezelétrico. A variável ϕ representa o potencial elétrico. Vale reforçar que, doravante, barras posicionadas sobre os símbolos indicam grandezas cujos valores são prescritos.

Para o material da estrutura principal, admitindo comportamento linear elástico, a equação constitutiva é:

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}_s \mathbf{S}, \quad (\text{A.6})$$

enquanto, para o material piezelétrico, as equações constitutivas são expressas sob a forma:

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (\text{A.7.a})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E}, \quad (\text{A.7.b})$$

onde \mathbf{c}^E é a matriz de flexibilidade sob campo elétrico constante (m^2/N), \mathbf{e} é a matriz dos coeficientes piezelétricos em deformação (m^2/N), $\boldsymbol{\varepsilon}^S$ é a matriz de permissividade dielétrica sob deformação nula.

Associando as equações (A.1) a (A.7), o Princípio de Hamilton generalizado resulta expresso sob a forma:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{V_s} \rho_s \delta \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_s + \int_{V_p} \rho_p \delta \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_p - \int_{V_s} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{c}_s \mathbf{S} dV_s - \int_{V_p} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{c}^E \mathbf{S} dV_p \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{V_p} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{e}^T \mathbf{E} dV_p + \int_{V_p} \delta \mathbf{E}^T \mathbf{e} \mathbf{S} dV_p + \int_{V_p} \delta \mathbf{E}^T \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} dV_p \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{V_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_s + \int_{V_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_p + \int_{S_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_s + \int_{S_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_p - \int_{S_p} \delta \phi \bar{\sigma} dS_p \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \bar{\mathbf{f}}_i - \sum_i \delta \phi_i \bar{q}_i \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Efetuada a integração por partes dos dois primeiros termos na variável t , obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \left[- \int_{V_s} \rho_s \delta \mathbf{u}^T \ddot{\mathbf{u}} dV_s - \int_{V_p} \rho_p \delta \mathbf{u}^T \ddot{\mathbf{u}} dV_p - \int_{V_s} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{c}_s \mathbf{S} dV_s - \int_{V_p} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{c}^E \mathbf{S} dV_p \right] dt + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{V_p} \delta \mathbf{S}^T \mathbf{e}^T \mathbf{E} dV_p + \int_{V_p} \delta \mathbf{E}^T \mathbf{e} \mathbf{S} dV_p + \int_{V_p} \delta \mathbf{E}^T \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} dV_p \right] dt + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left[\int_{V_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_s + \int_{V_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{F}} dV_p + \int_{S_s} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_s + \int_{S_p} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{T}} dS_p - \int_{S_p} \delta \phi \bar{\sigma} dS_p \right] dt + \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \bar{\mathbf{f}}_i - \sum_i \delta \phi_i \bar{q}_i \right] dt = 0
\end{aligned} \tag{A.9}$$

A.2. Discretização por elementos finitos.

Considerando que a estrutura seja discretizada da forma tradicional estabelecida pelo método dos elementos finitos, a interpolação dos campos de deslocamento e do potencial elétrico no interior de cada elemento é expressa segundo:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{N}_u(\mathbf{x}) \mathbf{u}^e(t), \tag{A.10.a}$$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \mathbf{N}_\phi(\mathbf{x}) \phi^e(t), \tag{A.10.b}$$

onde $\mathbf{N}_u(\mathbf{x})$ e $\mathbf{N}_\phi(\mathbf{x})$ são as matrizes formadas pelas funções de interpolação e $\mathbf{u}^e(t)$ e $\phi^e(t)$ são vetores formados pelos valores nodais dos deslocamentos e potencial elétrico, respectivamente. Na notação utilizada, o superscrito “e” indica grandezas definidas em nível elementar.

Introduzindo as relações deformações-deslocamentos e campo elétrico-potencial elétrico, escreve-se:

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{D}_u \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{D}_u \mathbf{N}_u(\mathbf{x}) \mathbf{u}^e(t) = \mathbf{B}_u(\mathbf{x}) \mathbf{u}^e(t), \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{D}_\phi \phi(\mathbf{x}, t) = \mathbf{D}_\phi \mathbf{N}_\phi(\mathbf{x}) \phi^e(t) = \mathbf{B}_\phi(\mathbf{x}) \phi^e(t), \quad (\text{A.12})$$

onde \mathbf{D}_u e \mathbf{D}_ϕ são matrizes constituídas por operadores diferenciais aplicados às funções de interpolação.

Associando as equações (10) a (14), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[-\delta \mathbf{u}^{eT} \left(\int_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s + \int_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p \right) \ddot{\mathbf{u}}^e \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[-\delta \mathbf{u}^{eT} \left(\int_{V_s} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}_s \mathbf{B}_u dV_s + \int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u dV_p \right) \mathbf{u}^e \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \mathbf{u}^{eT} \left(\int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_\phi dV_p \right) \phi^e + \delta \phi^{eT} \left(\int_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e} \mathbf{B}_u dV_p \right) \mathbf{u}^e \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \phi^{eT} \left(\int_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{B}_\phi dV_p \right) \phi^e + \delta \mathbf{u}^{eT} \left(\int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{F}} dV_s + \int_{V_p} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{F}} dV_p \right) \right] dt + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \mathbf{u}^{eT} \left(\int_{S_s} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{T}} dS_s + \int_{S_p} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{T}} dS_p + \sum_i \mathbf{N}_u(\mathbf{x}_i) \bar{\mathbf{f}}_i \right) \right] dt + \\ & - \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \phi^{eT} \left(\int_{S_p} \mathbf{N}_\phi^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dS_p + \sum_i \mathbf{N}_\phi^T(\mathbf{x}_i) \bar{\mathbf{q}}_i \right) \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Como as variações virtuais $\delta \mathbf{u}^e$ e $\delta \phi^e$ devem arbitrárias e independentes, a Eq.A.14 conduz a:

$$\mathbf{M}_{uu}^e \ddot{\mathbf{u}}^e(t) + \mathbf{K}_{uu}^e \mathbf{u}^e(t) - \mathbf{K}_{u\phi}^e \phi^e(t) = \bar{\mathbf{Q}}_u^e(t), \quad (\text{A.14.a})$$

$$\mathbf{K}_{\phi u}^e \mathbf{u}^e(t) + \mathbf{K}_{\phi\phi}^e \boldsymbol{\phi}^e(t) = \bar{\mathbf{Q}}_{\phi}^e(t), \quad (\text{A.14.b})$$

com:

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \int_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s + \int_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p \quad (\text{A.15.a})$$

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \int_{V_s} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}_s \mathbf{B}_u dV_s + \int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u dV_p \quad (\text{A.15.b})$$

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_{\phi} dV_p \quad (\text{A.15.c})$$

$$\mathbf{K}_{\phi u}^e = \mathbf{K}_{u\phi}^{e\ t} = \int_{V_p} \mathbf{B}_{\phi}^T \mathbf{e} \mathbf{B}_u dV_p \quad (\text{A.15.d})$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e = \int_{V_p} \mathbf{B}_{\phi}^T \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{B}_{\phi} dV_p \quad (\text{A.15.e})$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}_u^e &= \int_{V_s} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{F}} dV_s + \int_{V_p} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{F}} dV_p \\ &+ \int_{S_s} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{T}} dS_s + \int_{S_p} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{T}} dS_p + \sum_i \mathbf{N}_u(\mathbf{x}_i) \bar{f}_i \end{aligned} \quad (\text{A.15.f})$$

$$\bar{\mathbf{q}}_{\phi}^e = \int_{S_p} \mathbf{N}_{\phi}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dS_p + \sum_i \mathbf{N}_{\phi}^T(\mathbf{x}_i) \bar{q}_i \quad (\text{A.15.g})$$

A montagem das equações eletromecânicas acopladas em nível global, a partir das correspondentes em nível elementar é feita considerando a conectividade entre elementos e a eventual presença de eletrodos que

estabelecem superfícies equipotenciais abrangendo grupos de elementos. Estas operações são expressas por meio das seguintes relações:

$$\mathbf{M}_{uu} = \sum_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{M}_{uu}^{e_i} \mathbf{R}_i, \quad (\text{A.16.a})$$

$$\mathbf{K}_{uu} = \sum_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{K}_{uu}^{e_i} \mathbf{R}_i, \quad (\text{A.16.b})$$

$$\mathbf{K}_{u\phi} = \left(\sum_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{K}_{u\phi}^{e_i} \mathbf{P}_i \right) \tilde{\mathbf{P}} \quad (\text{A.16.c})$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi} = \tilde{\mathbf{P}}^T \left(\sum_i \mathbf{P}_i^T \mathbf{K}_{\phi\phi}^{e_i} \mathbf{P}_i \right) \tilde{\mathbf{P}} \quad (\text{A.16.d})$$

$$\bar{\mathbf{q}}_u = \sum_i \mathbf{R}_i^T \bar{\mathbf{q}}_u^{e_i} \quad (\text{A.16.e})$$

$$\bar{\mathbf{q}}_\phi = \sum_i \mathbf{P}_i^T \bar{\mathbf{q}}_\phi^{e_i} \quad (\text{A.16.f})$$

Nas Eqs. A.16 as matrizes \mathbf{R}_i , \mathbf{P}_i e $\tilde{\mathbf{P}}$ são matrizes booleanas construídas levando em conta a conectividade dos graus de liberdade mecânicos e as restrições aos graus de liberdade elétricos impostos pelos eletrodos para cada um dos elementos; os superscritos “ e_i ” indicam as matrizes e vetores elementares associados ao i -ésimo elemento finito.

As equações eletromecânicas em nível global são expressas sob a forma:

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}(t) = \bar{\mathbf{q}}_u(t), \quad (\text{A.17.a})$$

$$\mathbf{K}_{u\phi}^t \mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi}(t) = \bar{\mathbf{q}}_{\phi}(t) \quad (\text{A.17.b})$$

A.3. Análises estáticas e dinâmicas

A.3.1 Análise estática com força aplicada e sensores piezelétricos

$$\mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} - \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi} = \bar{\mathbf{q}}_u, \quad \text{A.18.a}$$

$$\mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{\phi} = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} \quad \text{A.18.b}$$

$$\left(\mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right) \mathbf{u} = \bar{\mathbf{q}}_u \Rightarrow \mathbf{u} = \left(\mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right)^{-1} \bar{\mathbf{q}}_u, \quad \text{A.18.c}$$

$$\boldsymbol{\phi} = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \left(\mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right)^{-1} \bar{\mathbf{q}}_u, \quad \text{A.18.d}$$

3.2. Análise modal

Para o material piezelétrico em circuito aberto ($\boldsymbol{\phi}(t) \neq \mathbf{0}$)

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{0}, \quad \text{A.19.a}$$

$$\mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{\phi}(t) = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}(t) \quad \text{A.19.b}$$

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \left[\mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right] \mathbf{u}(t) = \mathbf{0}, \quad \text{A.19.c}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{U} e^{i\omega t} \Rightarrow \left(-\omega_i^2 \mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right) \mathbf{U}_i = \mathbf{0} \text{ (problema de autovalor)} \quad \text{A.19.d}$$

Para o material piezelétrico em curto circuito ($\boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{0}$)

$$\mathbf{M}_{uu}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_{uu}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0}, \quad \text{A.20.a}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{U}e^{i\omega t} \Rightarrow \left(-\omega_i^2 \mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu}\right)\mathbf{U}_i = \mathbf{0} \text{ (problema de autovalor)} \quad \text{A.20.b}$$

3.3. Análise harmônica com força aplicada e sensores piezelétricos

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{uu}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_{uu}\mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_{u\phi}\boldsymbol{\phi}(t) = \bar{\mathbf{q}}_u(t), \\ \mathbf{K}_{\phi u}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_{\phi\phi}\boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{A.21.a} \\ \text{A.22.b} \end{matrix}$$

$$\bar{\mathbf{q}}_u(t) = \bar{\mathbf{Q}}_u e^{i\omega t}, \mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{U}} e^{i\omega t}, \boldsymbol{\phi}(t) = \bar{\boldsymbol{\Phi}} e^{i\omega t} \quad \text{A.23}$$

$$\begin{cases} \left(-\omega^2 \mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu}\right)\bar{\mathbf{U}} - \mathbf{K}_{u\phi}\bar{\boldsymbol{\Phi}} = \bar{\mathbf{Q}}_u, \\ \mathbf{K}_{\phi u}\bar{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{\phi\phi}\bar{\boldsymbol{\Phi}} = \mathbf{0} \Rightarrow \bar{\boldsymbol{\Phi}} = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi u}\bar{\mathbf{U}} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{A.24.a} \\ \text{A.24.b} \end{matrix}$$

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi u}\right)\bar{\mathbf{U}} = \bar{\mathbf{Q}}_u, \quad \text{A.25}$$

$$\bar{\mathbf{U}}(\omega) = \left(-\omega^2 \mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi u}\right)\bar{\mathbf{Q}}_u, \quad \text{A.26}$$

A.4. Modelagem de vigas contendo transdutores piezelétricos de acordo com a teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

Considera-se a situação ilustrada na Fig. A.1, na qual é mostrada uma viga de comprimento L contendo pares de transdutores piezelétricos idênticos colados às superfícies superior e inferior, sendo definidos:

- b_s : largura da viga na direção z ;

- b_p : largura de um par genérico de transdutores na direção z ;
- h_s : espessura da viga direção y ;
- h_p : espessura de um par genérico de transdutores na direção y .

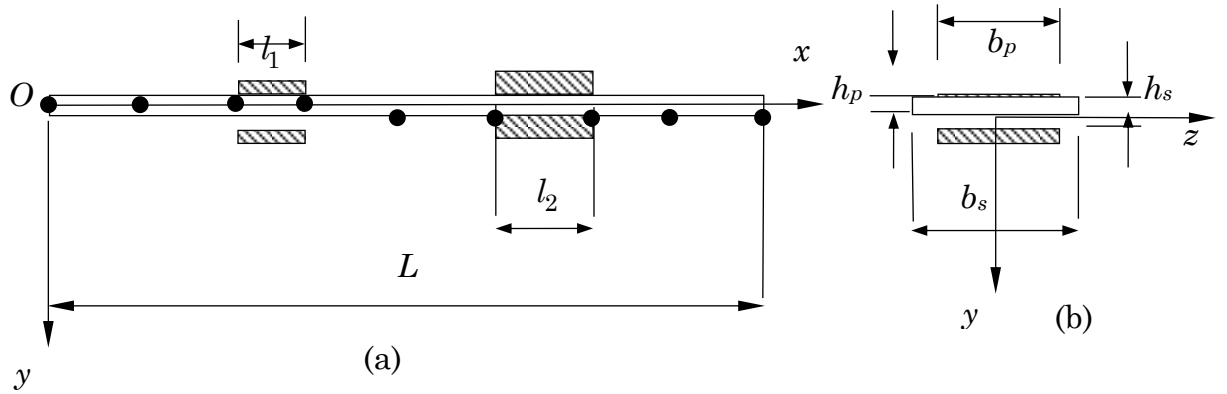


Figura A.1 – (a) Ilustração de uma viga com transdutores piezelétricos; (b) detalhamento da seção transversal.

Quanto aos transdutores piezelétricos, admite-se que tenham sido polarizados na direção de sua espessura que operem no modo “31”, de modo que a aplicação de uma diferença de potencial nesta direção provoca alongamento do material na direção longitudinal. Admite-se ainda que os transdutores de cada par estejam ligados eletricamente em paralelo, conforme detalhado na Figura 2(a), e que seus vetores de polarização sejam orientados de modo que sua ação combinada gere deformação de flexão na viga.

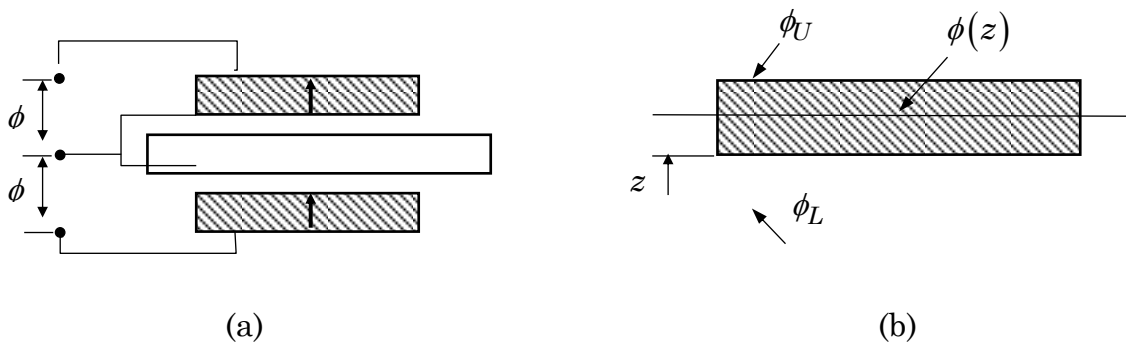


Figura A.2 – Detalhamento das conexões elétricas dos transdutores piezelétricos e da variação do potencial elétrico ao longo de sua espessura.

A.4.1. Obtenção das equações do movimento em nível elementar

Admite-se que a viga seja dividida em um número arbitrário de elementos, cada um deles delimitado por dois nós, E_i e D_i , conforme indicado na Figura 2, que mostra um elemento genérico, indicado por i , de comprimento L_i , que dispõe de transdutores piezelétricos colados às superfícies inferior e superior. Nesta mesma figura, é mostrado o campo de deslocamentos transversais $v_i(x, t)$, o campo de rotações das seções transversais $\theta_i(x, t)$, e os graus de liberdade nodais, correspondentes aos valores destas grandezas nas extremidades do elemento, os quais compõem o vetor dos graus de liberdade elementares, expresso segundo:

$$\mathbf{u}_i^e(t) = [v_i^E(t) \quad \theta_i^E(t) \quad v_i^D(t) \quad \theta_i^D(t)]^T \quad (\text{A.27})$$

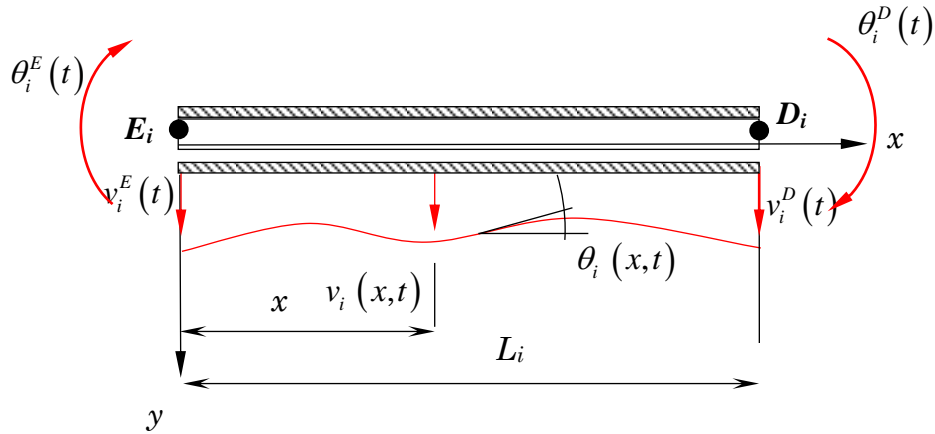


Figura A.2. Ilustração de um elemento de viga com atuadores piezelétricos e respectivos graus de liberdade.

Os deslocamentos transversais são interpolados pelo seguinte polinômio cúbico:

$$v_i(x, t) = c_1(t) + c_2(t)x + c_3(t)x^2 + c_4(t)x^3 \quad 0 \leq x \leq L_i \quad (\text{A.28.a})$$

Levando em consideração a relação:

$$\theta_i(x, t) = \frac{\partial v_i(x, t)}{\partial x}, \quad (\text{A.28.b})$$

as rotações das seções transversais ficam aproximadas pela seguinte função quadrática:

$$\theta_i(x, t) = c_2(t) + 2c_3(t)x + 3c_4(t)x^2 \quad 0 \leq x \leq L_i, \quad (\text{A.28.c})$$

As equações (28.a) e (28.c) devem satisfazer às seguintes condições cinemáticas:

$$v_i(0, t) = v_i^E(t), \quad v_i(L_i, t) = v_i^D(t), \quad \left. \frac{\partial v_i}{\partial x} \right|_{x=0} = \theta_i^E(t), \quad \left. \frac{\partial v_i}{\partial x} \right|_{x=L_i} = \theta_i^D(t) \quad \text{A.29}$$

Impondo as condições acima às aproximações (19.a) e (19.b), são obtidas quatro equações algébricas lineares que, uma vez resolvidas, fornecem as expressões das constantes $c_i(t)$ em função dos graus de liberdade que formam o vetor dado por (18) e o campo de deslocamentos transversais resulta expresso da seguinte forma:

$$v_i(x, t) = N_1(x)v_i^E(t) + N_2(x)\theta_i^E(t) + N_3(x)v_i^D(t) + N_4(x)\theta_i^D(t) \quad (\text{A.30})$$

ou, de forma mais compacta:

$$v_i(x, t) = \mathbf{N}_u(x) \mathbf{u}_i^{(e)}(t) \quad (\text{A.31})$$

com:

$$\mathbf{N}(x) = \begin{bmatrix} N_1(x) & N_2(x) & N_3(x) & N_4(x) \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.32})$$

$$N_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L_i}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L_i}\right)^3 \quad N_2(x) = x - 2L_i\left(\frac{x}{L_i}\right)^2 + L_i\left(\frac{x}{L_i}\right)^3 \quad (\text{A.33})$$

$$N_3(x) = 3\left(\frac{x}{L_i}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L_i}\right)^3 \quad N_4(x) = -L_i\left(\frac{x}{L_i}\right)^2 + L_i\left(\frac{x}{L_i}\right)^3$$

Quanto à interpolação do potencial elétrico, com base na situação ilustrada na Figura A.2(b), admite-se que este varie linearmente ao longo da espessura do transdutor, de modo que a interpolação é feita sob a forma:

$$\phi(y, t) = \phi_i^L(t) \left(1 - \frac{y}{h_p}\right) + \phi_i^U(t) \left(\frac{y}{h_p}\right), \quad (\text{A.34})$$

Admitindo que as superfícies inferiores dos transdutores sejam aterradas, tem-se $\phi_i^L(t) = 0$, do que resulta:

$$\phi(y, t) = \phi_i^U(t) \left(\frac{y}{h_p}\right). \quad (\text{A.35})$$

Considerando a equação (12), a interpolação do campo elétrico pode ser expressa sob a forma:

$$\phi(y, t) = N_\phi(y) \phi_i^U(t), \quad (\text{A.36})$$

com $N_\phi(y) = \frac{y}{h_p}$.

Além disso, no caso em apreço, que envolve um estado uniaxial de tensões, de acordo com as hipóteses da teoria de vigas de Euler-Bernoulli, tem-se:

$$\mathbf{S} \rightarrow S_x = -y \frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} \Rightarrow S_x = -y \frac{\partial^2 N_u(x)}{\partial x^2} \mathbf{u}^e(t) \quad (\text{A.37})$$

donde:

$$\mathbf{B}_u = -y \frac{\partial^2 N_u(x)}{\partial x^2}, \text{ ou } \mathbf{B}_u = -y N_u''(x), \quad (\text{A.38})$$

onde o apóstrofo indica derivação em relação a x .

Além disso,

$$\mathbf{c}_s \rightarrow E_s, \quad \mathbf{c}_p \rightarrow Y_1^E, \quad (\text{A.39})$$

sendo E_s e Y_1^E são, respectivamente, o módulo de elasticidade de material da viga e do material piezelétrico.

No tocante às grandezas elétricas, para a situação presente tem-se:

$$\mathbf{e} \rightarrow \bar{e}_{31}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^T \rightarrow \bar{\varepsilon}_{33}^S, \quad (\text{A.40.a})$$

$$\mathbf{B}_\phi = \frac{dN_\phi(y)}{dy} = \frac{1}{h_p}, \quad (\text{A.40.b})$$

Com base nestas particularizações, passe-se ao cálculo das matrizes indicadas nas Eqs.A.15.

Quanto aos vetores associados às solicitações externas, (mecânicas e elétricas), estes podem ser tratados mais convenientemente em para os casos específicos de problemas considerados. Assim, particularmente no caso de solicitações concentradas nos nós, seus valores comporão os vetores de carregamento que serão construídos após montagem das equações do movimento globais, levando em conta a conectividade do modelo de elementos finitos.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \mathbf{M}_{uu}^e &= \int_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s + \int_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p = \\
 &= \rho_s b_s h_s \int_0^{L_i} \mathbf{N}_u(x)^T \mathbf{N}_u(x) dx + 2\rho_p b_p h_p \int_0^{L_i} \mathbf{N}_u(x)^T \mathbf{N}_u(x) dx
 \end{aligned} \tag{A.41}$$

Efetutando as operações indicadas em (A.41), obtém-se:

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \frac{(\rho_s b_s h_s + 2\rho_p b_p h_p) L_i}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L_i & 54 & -13L_i \\ 22L_i & 4L_i^2 & 13L_i & -3L_i^2 \\ 54 & 13L_i & 156 & -22L_i \\ -13L_i & -3L_i^2 & -22L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix}. \tag{A.42}$$

$$\blacklozenge \quad \mathbf{K}_{uu}^e = \int_{V_s} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}_s \mathbf{B}_u dV_s + \int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u dV_p \tag{A.43}$$

Associando as equações (25), (26) e (30), fazem-se os seguintes desenvolvimentos:

$$\mathbf{K}_{uu}^e = E_s \int_{V_s} y^2 \mathbf{N}_u''^T \mathbf{N}_u'' dV_s + Y_1^E \int_{V_p} y^2 \mathbf{N}_u''^T \mathbf{N}_u'' dV_p \tag{A.44}$$

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \left(E_s \int_{A_s} y^2 dA_s + Y_p^E \int_{A_p} y^2 dA_p \right) \int_0^{L_i} \mathbf{N}_u''^T \mathbf{N}_u'' dx, \tag{A.45}$$

onde A_s e A_p indicam as áreas de seção transversal da viga e dos transdutores piezelétricos, respectivamente.

Efetuada as operações indicadas em (31), obtém-se:

$$\mathbf{K}_{uu}^e = \frac{E_s I_s + Y_1^E I_p}{L_i^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_i & -12 & 6L_i \\ 6L_i & 4L_i^2 & -6L_i & 2L_i^2 \\ -12 & -6L_i & 12 & -6L_i \\ 6L_i & 2L_i^2 & -6L_i & 4L_i^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.46})$$

onde I_s e I_p são os segundos momentos de área das partições da seção transversal associadas à viga e aos transdutores piezelétricos, respectivamente, sendo dados por:

$$I_s = \frac{b_s h_s^3}{12}, \quad I_p = 2b_p h_p \left(\frac{h_s^2}{4} + \frac{h_p^2}{3} + \frac{h_s h_p}{2} \right) \quad (\text{A.48})$$

$$\diamondsuit \mathbf{K}_{u\phi}^e = \int_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_\phi dV_p = \int_{V_p} y \frac{\bar{e}_{31}}{h_p} \mathbf{N}_u'^T dV_p = \frac{\bar{e}_{31}}{h_p} \int_{A_p} y dA_p \int_0^{L_i} \mathbf{N}_u'^T(x) dx \quad (\text{A.49})$$

Fazendo alguns desenvolvimentos, a Eq. (34) conduz a:

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \mathbf{K}_{u\phi}^{eT} = \bar{e}_{31} b_p (h_s + h_p) \left[\mathbf{N}_u'^T(L_i) - \mathbf{N}_u'^T(0) \right] = \bar{e}_{31} b_p (h_s + h_p) \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

$$\diamondsuit \mathbf{K}_{\phi\phi}^e = \int_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{B}_\phi dV_p = 2\bar{\varepsilon}_{33}^S \frac{b_p L_i}{h_p} \quad (\text{A.51})$$

APÊNDICE B

OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA PELO MÉTODO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

B.1. Evolução Diferencial

A evolução diferencial (*Differential Evolution* - DE) é um minimizador estocástico de funções matemáticas baseado na evolução de um conjunto de possíveis soluções (população) que foi desenvolvido por Storn e Price em 1995.

De acordo com Cheng e Heang (2001), a escolha do algoritmo de Evolução Diferencial para otimização numérica está baseada em:

- É um algoritmo de busca estocástica que é originalmente motivado pelos mecanismos da seleção natural;
- Dificilmente a solução converge para ótimos locais, pois busca a solução ótima global manipulando uma população de soluções, ou seja, busca simultaneamente a solução em regiões distintas do espaço de busca;
- É muito eficaz para resolver problemas de otimização com função objetivo descontínua, pois não requer informações sobre suas derivadas;
- Permite que os parâmetros de entrada e saída sejam manipulados como números ordinários reais (pontos flutuantes) sem processamento extra, e, portanto, utiliza eficientemente os recursos do computador;
- Não é necessário manter um grande tamanho da população.

B.2. Descrição do Algoritmo

Em uma população de indivíduos (vistos como soluções potenciais), um número fixo de vetores são inicializados aleatoriamente, em seguida, desenvolve-se na tarefa de otimização para exploração do espaço de projeto a fim de localizar o ótimo da função objetivo. Em cada iteração, novos vetores são gerados através da combinação de vetores escolhidos aleatoriamente da população atual (o que também é referido como "mutação" na literatura Evolução Diferencial). Os vetores gerados são então combinados com um vetor alvo predeterminado. Esta operação é chamada de "recombinação", o que produz um "vetor tentativa". Este "vetor tentativa" é aceito para a próxima geração somente se reduzir o valor da função objetivo, sendo que este último operador é chamado de "seleção" (VIANA, 2008). O esquema de uma Evolução Diferencial básica é apresentado na Fig. B.1.

Em termos de representação, a população de m indivíduos é expressa na matriz $m \times n$, sendo representada pela Eq. B.1:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m]^T, \quad (\text{A.1})$$

onde $\mathbf{X}_m = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor das n variáveis de projeto que correspondem a um único indivíduo.

B.3. Operadores da Evolução Diferencial

Os operadores da evolução diferencial se baseiam no princípio da evolução natural, cujos objetivos são manter a diversidade da população, evitar convergências prematuras e obter a melhor solução (OLIVEIRA, 2006).

A.3.1. Mutação

O operador mutação produz um vetor tentativa para cada indivíduo da população atual. A aplicação do operador mutação pode ser realizada a partir de

diferentes estratégias, no que diz respeito à escolha do vetor \mathbf{X}_m que sofrerá mutação. Isto pode ser feito randomicamente (vetor aleatoriamente escolhido entre os membros da população atual, ou seja, \mathbf{x}_{r1}) ou com o vetor associado à melhor função de adaptação (ou seja, \mathbf{x}_{best}). A Tab. B.1 mostra as estratégias de mutação comumente utilizadas.

Tabela B.1 - Diferentes implementações da mutação na Evolução Diferencial (VIANA, 2008).

Tipo	Equação atualizada	Vetor alvo	Tamanho da População
rand/1	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3})$	\mathbf{x}_{r1}	> 3
rand/2	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3} + \mathbf{x}_{r4} - \mathbf{x}_{r5})$	\mathbf{x}_{r1}	> 5
best/1	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{best} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3})$	\mathbf{x}_{best}	> 3
best/2	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x}_{best} + F(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2} + \mathbf{x}_{r3} - \mathbf{x}_{r4})$	\mathbf{x}_{best}	> 5
rand-to-best/1	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x} + F(\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x} + \mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2})$	\mathbf{x}	> 5
rand-to-best/2	$\mathbf{x}_{trial} = \mathbf{x} + F(\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x}) + F(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2} + \mathbf{x}_{r3} - \mathbf{x}_{r4})$	\mathbf{x}	> 6

onde:

\mathbf{x}_{trial} é o vetor tentativa (individual);

$r1, r2, r3, r4, r5 \in \{1, 2, \dots, m\}$ são índices aleatório inteiros e mutuamente distintos;

F é a taxa de perturbação e $\in [0, 2]$;

\mathbf{x}_{best} é o melhor indivíduo da população atual;

\mathbf{x} é o indivíduo atual.

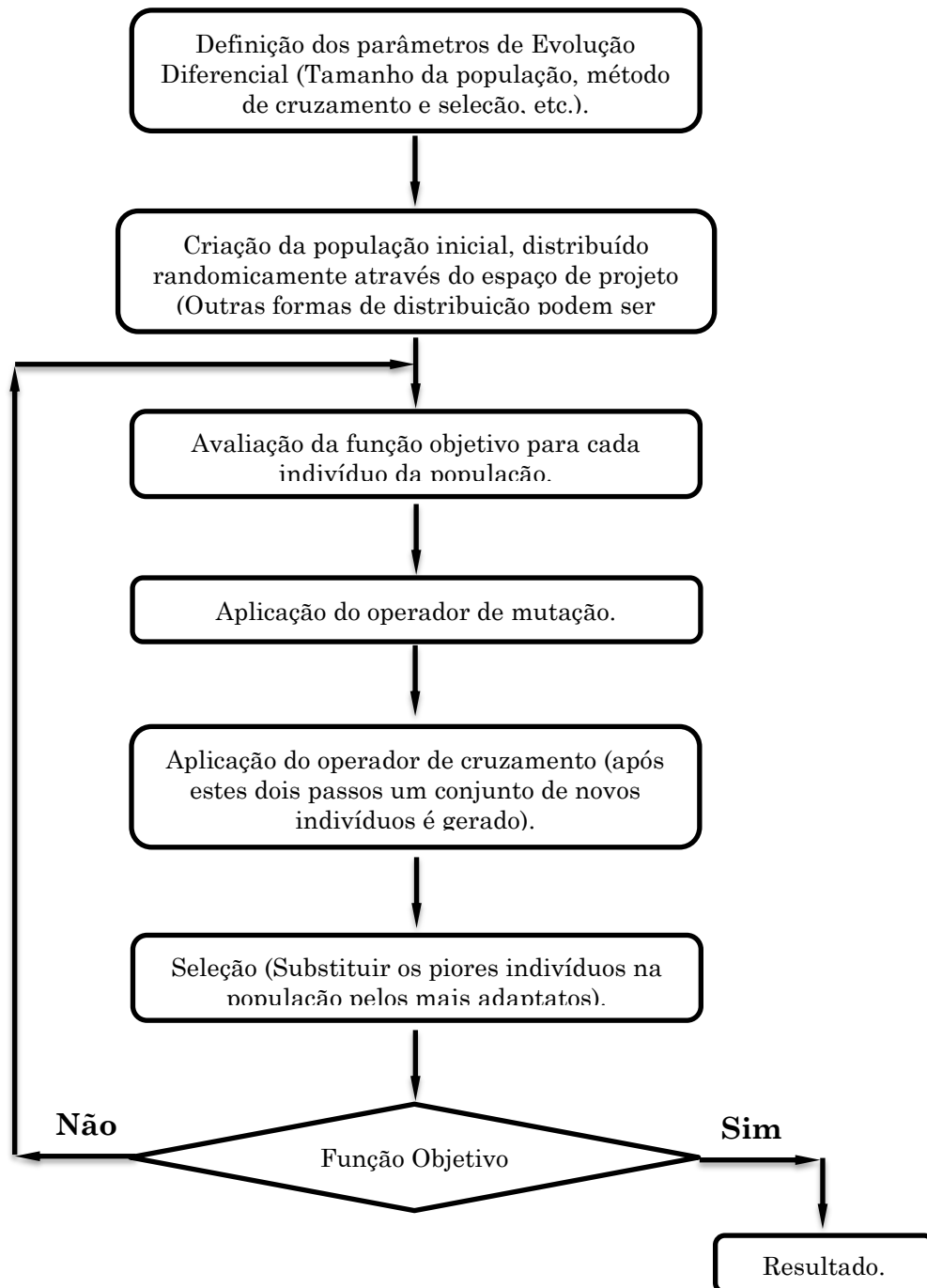


Figura B.1 - Esquema básico da Evolução Diferencial (VIANA, 2008).

É importante ressaltar que nas aplicações apresentadas nesta tese de doutorado, a estratégia utilizada é a “rand/1”. Neste caso, três vetores são escolhidos aleatoriamente (\mathbf{x}_{r1} , \mathbf{x}_{r2} , \mathbf{x}_{r3}). A partir de dois deles (\mathbf{x}_{r2} , \mathbf{x}_{r3}), é realizada uma operação de subtração. O resultado é multiplicado pela taxa de perturbação F , gerando assim um vetor com módulo diferente da subtração original. Esse novo vetor é então somado ao vetor \mathbf{x}_{r1} , fornecendo um vetor \mathbf{x}_{trial} que indicará a nova posição no espaço. A taxa de perturbação utilizada foi de 0,8. De acordo com Viana *et al.* (2007), os resultados satisfatórios são obtidos em processos de minimização com a taxa da perturbação variando entre 0,5 e 1,0 (quanto maior o tamanho da população inicial menor deve ser o valor F de neste intervalo).

B.3.2. Cruzamento

O cruzamento é introduzido para aumentar a diversidade dos indivíduos que sofreram mutação. Existem dois tipos de cruzamentos: binário e exponencial. A superioridade de cada cruzamento não pode ser definida unicamente, o que significa que este é um problema dependente do operador. Ou seja, uma estratégia que é considerada melhor para um determinado problema pode não funcionar bem quando aplicado para outro problema. Então, o vetor tentativa final, \mathbf{x}_{trial} , é dado pela Eq. B.2.

$$x_i^{trial} = \begin{cases} x_i^{mutation}, & \text{se o cruzamento é aplicável,} \\ x_i, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{B.2})$$

Em termos práticos, a Evolução Diferencial possui os parâmetros que controlam o cruzamento (probabilidade de cruzamento, CR). Neste trabalho, o CR adotado foi de 0,8. E Viana (2006) afirmou que se a convergência não for alcançada, uma probabilidade de cruzamento no intervalo de 0,8 e 1,0 deve ser utilizada.

Neste trabalho, o cruzamento binomial foi utilizado. Em um cruzamento binomial, o cruzamento é realizado em cada uma das n variáveis sempre que um número escolhido aleatoriamente entre 0 e 1 for menor que o valor de CR .

B 3.3. Seleção

O operador de seleção é utilizado para decidir se o novo vetor, \mathbf{x}_{new} , poderá ou não se tornar um membro da próxima geração. A abordagem é direta: o valor da função objetivo do novo indivíduo, $f(\mathbf{x}_{new})$, é comparado com o do vetor alvo, $f(\mathbf{x}_{target})$. Se houver uma melhoria, \mathbf{x}_{new} é ajustado para a nova geração, caso contrário, \mathbf{x}_{target} é retida.

APÊNDICE C

DIAGRAMA DO CIRCUITO ELÉTRICO

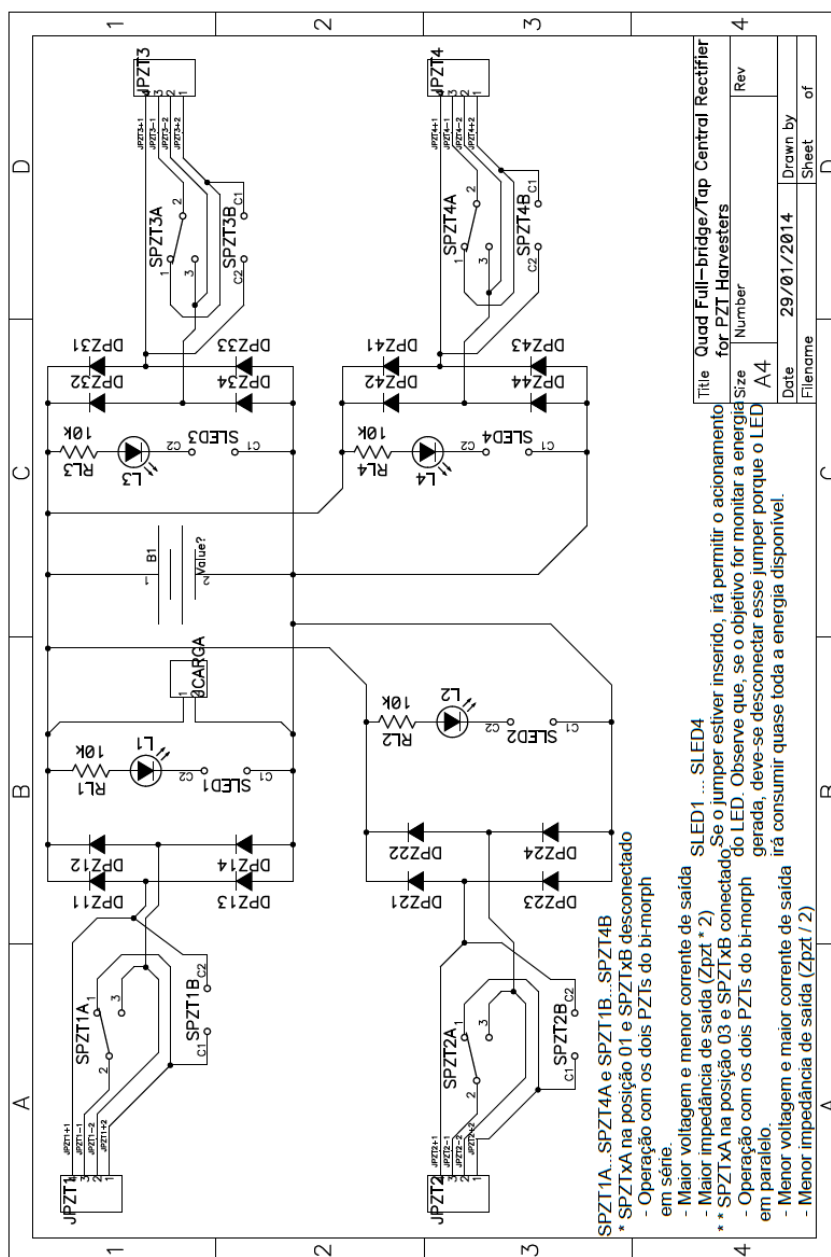


Figura C.1. Diagrama do circuito elétrico (Ponte retificadora dos transdutores piezelétricos).