

GLEYZER MARTINS

**AVALIAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIATIVA EM FORNALHAS CORRUGADAS DE GERADORES
VAPOR FOGOTUBULAR**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2014

GLEYZER MARTINS

**AVALIAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIATIVA EM FORNALHAS CORRUGADAS DE GERADORES
VAPOR FOGOTUBULAR**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Enio Pedone Bandarra Filho

UBERLÂNDIA – MG

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

- M386a Martins, Gleyzer, 1978-
 Avaliação e otimização da transferência de calor radiativa em
 fornalhas corrugadas de geradores vapor fogotubular / Gleyzer Martins. -
 2014.
 160 f. : il.
- Orientador: Enio Pedone Bandarra Filho.
 Tese (doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa
 de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
 Inclui bibliografia.
1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Calor - Transmissão - Teses. 3.
 Método dos volumes finitos - Teses. 4. Câmaras de combustão - Teses. I.
 Bandarra Filho, Enio Pedone. II. Universidade Federal de Uberlândia.
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

GLEYZER MARTINS

**AVALIAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIATIVA EM FORNALHAS CORRUGADAS DE GERADORES
VAPOR FOGOTUBULAR**

Programa de Pós-graduação em
Engenharia Mecânica da Universidade Federal
de Uberlândia.

Área de concentração: Transferência de
Calor e Mecânica dos Fluidos.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Enio Pedone Bandarra Filho – FEMEC/UFU – Orientador

Prof. Dr. Oscar Saul H. Mendoza – FEMEC/UFU – Co-Orientador

Prof. Dr. Solidônio Rodrigues de Carvalho – FEMEC/UFU

Prof. Dr. Ricardo Fortes de Miranda – FEMEC/UFU

Prof. Dr. José Alberto dos Reis Parise– PUC-RIO

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider – DEMEC /UFRGS

Uberlândia, 15 de Dezembro de 2014

*À minha esposa Priscila e
Ao meu filho Gabriel*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela boa condução da minha formação e pelo dom da fortaleza e da inteligência que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Vicente de Paulo Martins[†] e Elizabeth Maria Martins, pelo carinho e dedicação a minha formação profissional e pessoal, em especial ao meu pai que inicialmente fundamentou o desenvolvimento deste trabalho na área de geradores de vapor. A eles, o meu eterno agradecimento.

A Priscila Olga Rodrigues César, minha esposa, que com carinho, paciência e compreensão me concedeu todo suporte para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Gabriel Luiz César Martins, meu filho, que é a grandiosidade que Deus me concedeu para criar, educar e me motivar a superar meus desafios.

Ao professor Dr. Oscar Saul Hernandez Mendoza, meu grande mestre, que sempre acreditou no meu trabalho, me guiando pelos caminhos do conhecimento, consolidando minha formação profissional desde a graduação.

Ao professor Dr. Enio Pedone Bandarra Filho, meu orientador, por acreditar e apoiar o desenvolvimento deste trabalho. Sem sombra de dúvida, um exemplo de dedicação e profissionalismo.

Aos colegas do Laboratório de Energia e Sistemas Térmicos, que de forma direta e indireta contribuíram na realização deste trabalho.

A Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, que na pessoa do Professor Dr. Armindo Quillicci Neto, apoiou o meu afastamento e o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Francis Henrique Ramos França e seus colaboradores que contribuíram

e apoiaram o desenvolvimento deste trabalho. Muito Obrigado.

A todos os meus familiares que me apoiaram no desenvolvimento deste trabalho, em especial a minha sogra, Rosária Oliveira César, pelo grande apoio e suporte.

Aos meus amigos e colegas de trabalho, professor Marcus Vinícius Ribeiro Machado e Professor Fernando Lourenço de Souza que me apoiaram e deram todo suporte para meu afastamento para conclusão deste trabalho. A eles o meu agradecimento.

MARTINS, G. **Avaliação e Otimização da Transferência de Calor Radiativa em Fornalhas Corrugadas de Geradores Vapor Fogotubular**. 2014. 165 p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo

Neste trabalho foi avaliada a transferência de calor radiativo nas superfícies cilíndricas corrugadas similares as empregadas nas fornalhas corrugadas de geradores de vapor fogotubulares, utilizando os métodos da zona e de volumes finitos com a modelagem das superfícies corrugadas pela interpolação spline cúbica. Foi associado a este estudo a otimização destas superfícies corrugadas empregando as metodologias de otimização simplex e de recozimento simulado para determinar a configuração ótima destas superfícies para obter a máxima transferência de calor radiativa. Os resultados da verificação indicaram que os métodos da zona e de volumes finitos foram capazes de representar a transferência de calor radiativa em superfícies de referência cilíndricas e complexas. Em termos da modelagem dos estudos de caso, da fornalha teórica e da câmara de combustão com as superfícies cilíndricas alteradas para superfícies corrugadas, os resultados indicaram que os métodos da zona e de volumes finitos apresentaram diferenças no fluxo de calor radiativo para as condições de simulação com maiores amplitudes devido a falta de modelagem das superfícies sombreadas no método de volumes finitos. Na otimização, por sua vez, observou que as metodologia de otimização encontraram as mesmas soluções para o estudo de caso da fornalha teórica com superfície corrugada, com destaque para o método simplex pela menor quantidade de avaliação da função objetivo. Entretanto para a câmara de combustão com superfícies corrugadas observou que o problema se tornou mal colocado devido ao perfil de temperatura não homogêneo, o que levou ao método simplex falhar em obter o ponto de ótimo e destacou as características não determinísticas do método de recozimento em conseguir obter os melhores resultados de máximos fluxo de calor. Nesse contexto, as simulações demonstram que aplicando as metodologias de otimização foi possível melhorar a transferência de calor radiativa na fornalha teórica com superfícies corrugadas em até 16,74% e na câmara de combustão com superfícies corrugadas em 7,79%.

Palavras-chave: Método da Zona, Método de Volumes Finitos, Recozimento Simulado Simplex, Superfícies Cilíndricas Corrugadas.

MARTINS, G. **Assessment and Optimization of Radiative Heat Transfer in Fire Tube Steam Boiler Corrugated Furnaces**. 2014. 165 p. PhD thesis, Federal University of Uberlândia, School of Mechanical Engineering, Uberlândia, MG, Brazil.

Abstract

In this work, the radiative heat transfer was evaluated in corrugated cylindrical surfaces similar the surfaces employed in corrugated furnaces at a fire tube steam generator using the zonal and finite volume methods, with the modeling of corrugated surfaces by cubic spline interpolation. Associated with this study was realized the optimization of these corrugated surfaces using the methodologies of simplex and simulated annealing to determine the optimal configuration of these surfaces for maximum radiative heat transfer. The results indicated that the zonal and finite volume methods, were able to represent the radiative heat transfer in cylindrical and complex literature problems. In terms of the cases studied, the theoretical furnace and the combustion chamber with the changed cylindrical surfaces for corrugated surfaces, the results indicated that the methods of the zonal and of finite volume showed differences in the radiative heat flux to the simulation conditions with large amplitudes, due to absence of modeling the shaded areas of corrugated surfaces in the finite volume method. In the optimization, it was demonstrated that the optimization methodologies found the same solutions to the case study of the theoretical furnace with corrugated surface, highlighting the simplex method for the least amount of evaluations of the objective function. However, for combustion chamber with corrugated surfaces noted that the problem has become ill-posed due to inhomogeneous temperature profile, which led to the simplex method fails to get the optimal point and highlighted non-deterministic characteristics of the simulating annealing method to achieve best results of maximum heat flow. In this context, the simulations show that applying the optimization methodologies is possible to improve radiative heat transfer in the theoretical furnace with corrugated surfaces up to 16.74% and in the combustion chamber surfaces corrugated 7.79%.

Keywords: Zonal Method, Finite Volume Method, Simulated annealing, Simplex, Corrugated Surfaces.

Lista de Figuras

Figura 1.1- Tipos de geradores de Vapor: a) caldeira aquatubular	1
Figura 2.1 – Equipamentos das Caldeiras.	6
Figura 2.2 – Geradores de Vapor de tubos retos.	8
Figura 2.3 – Geradores de vapor convectivos de dois tubulões.	8
Figura 2.4 - Geradores de Vapor Radiativos.	9
Figura 2.5 – Circulação em Caldeiras.	10
Figura 2.6 - Geradores de vapor fogotubular do tipo Escocesa marinha.	11
Figura 2.7 - Elementos construtivos das caldeiras fogotubulares.	12
Figura 2.8 – Tipos de câmaras de reversão do primeiro passe.	13
Figura 2.9 – Tipos de câmaras de reversão do primeiro passe.	14
Figura 3.1- Espectro de radiação eletromagnética.	15
Figura 3.2 – Potência emissiva do corpo negro.	17
Figura 3.3 - Fenômeno de alargamento da linha espectral.	20
Figura 3.4 – Efeito da pressão e temperatura na banda de radiação.	21
Figura 3.5 - Representação da fragmentação da energia da função de distribuição de Planck para cálculo da função de distribuição da energia de corpo negro na linha de absorção.	25
Figura 3.6 - Área de troca direta entre superfícies e superfícies (a), entre superfícies e volumes (b) e entre volumes e volumes (c).	34
Figura 3.7 - Metodologia de tratamento das superfícies complexas: a) fronteira ajustada b) Multiblocos c) fronteira bloqueada e fronteira embutida.	41
Figura 4.1- Métodos de Otimização.	49
Figura 4.2- (a) Simplex bidimensional e (b) desenvolvimento do método simplex com suas operações básicas.	58

Figura 4.3 – Fluxograma do código computacional do método simplex.....	61
Figura 4.4 – Fluxograma do código computacional do método de recozimento simulado.	65
Figura 5.1 – Fluxograma da Sub-rotina de Área de Troca Direta de combinação dos Elementos.	68
Figura 5.2 – Geometria das fornalhas cilíndricas.....	69
Figura 5.3 – Pontos de Interpolação da Spline Cúbica.	69
Figura 5.4 – Esquema da determinação das áreas de sobreamento para fornalha plana.	71
Figura 5.5 – Esquema da determinação das áreas de sobreamento para fornalha cilíndrica.	72
Figura 5.6 – Esquema da determinação das áreas de sobreamento para fornalha cilíndrica.	73
Figura 5.7 – Esquema da determinação das áreas de sobreamento para fornalha cilíndrica.	73
Figura 5.8 – Fluxograma da Sub-rotina de Suavização da Área de Troca Direta.....	77
Figura 5.9 – Fluxograma da Sub-rotina de Cálculo da Área Total.	80
Figura 5.10 – Fluxograma da Sub-rotina de Balanço de Energia.	83
Figura 5.11 – Malha gerada na superfície da fornalha.	85
Figura 5.12 – Elemento de Volume analisado.	85
Figura 5.13– Fluxograma da Sub-rotina Geométrica a) e Sub-rotina Transferência de calor b).	90
Figura 5.14 – Fornalha teórica cilíndrica	91
Figura 5.15 – Bocal sino-senoidal.....	92
Figura 5.16 - Fornalha cilíndrica com queimador concêntrico.	93
Figura 5.17 - Perfil de Temperatura.	93
Figura 5.18 – Representação esquemática da superfície corrugada.....	94
Figura 6.1 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	96

Figura 6.2 - Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	97
Figura 6.3 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	98
Figura 6.4 - Transferência de calor radiativa nas paredes laterais do bocal senoidal para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	98
Figura 6.5 - Fluxo de Calor Radiativo nas paredes da fornalha cilíndrica.....	99
Figura 6.6 - Estudo do refinamento da malha de integração com amplitudes de 0,01m(a); 0,05m(b) e 0,10m(c) para 7 pontos de corrugamento.....	101
Figura 6.7 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento, três condições de amplitudes e três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	104
Figura 6.8 - Representação das superfícies corrugadas para diferentes amplitudes e condições de corrugamento considerando três pontos de corrugamento (a), cinco pontos de corrugamento (b) e sete pontos de corrugamento (c).	105
Figura 6.9 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	107
Figura 6.10 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	108
Figura 6.11 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	109
Figura 6.12 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	110
Figura 6.13 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	112

Figura 6.14 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	113
Figura 6.15 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	114
Figura 6.16 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	116
Figura 6.17 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	117
Figura 6.18 - Representação das superfícies corrugadas da câmara de combustão de Silva (2005) para diferentes amplitudes.	119
Figura 6.19 – Transferência de calor radiativa na câmara de combustão de Silva (2005) para três condições de amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 7 pontos de corrugamento.	120
Figura 6.20 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m ⁻¹	121
Figura 6.21 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.....	124
Figura 6.22 – Fluxo de calor radiativo na fornalha teórica otimizada para diferentes coeficientes de absorção.	124
Figura 6.23 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.....	126
Figura 6.24 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.....	128
Figura 6.25 – Fluxo de calor radiativo na fornalha otimizada.	128

Lista de Tabelas

Tabela 6.1 - Tabela de Erros Relativos da Malha de Integração para 7 pontos	102
Tabela 6.2 - Tabela de Erros Relativos da Discretização Angular para 7 pontos.	102
Tabela 6.3– Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha teórica.	123
Tabela 6.4 – Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha teórica.	125
Tabela 6.5 – Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha de Silva (2005).	126
Tabela 6.6– Resultado obtidos pelos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha de Silva (2005).	127

Lista de Símbolos

Letras Latinas

Símbolos	Significado
a	Fator de pesos do modelo de soma ponderada de gases cinza
\tilde{a}_i	Função de peso do modelo da Soma Ponderada de Gases Cinza Baseado nas Linhas Espectrais
A	Área das faces
$A(\mathbf{X}, \lambda_j, r_p)$	Lagrangiano aumentado
\mathbf{AI}	Matrizes diagonais para área
Amp	Amplitude de corrugamento
b	Coeficiente de ajuste do polinômio de temperatura do modelo de soma ponderada de gases cinza
c	Parâmetro do recozimento simulado
c_0	Velocidade da luz no vácuo
Cp	Calor específico a pressão constante
\mathbf{D}^q	Matriz de atualização do Método da métrica variável
$D_k^{m,n}$	Pesos direcionais angulares das faces
$d_i d_j$	Área de troca generalizada
$dF_{dV'' \rightarrow dA}$	Fator de forma entre os volumes e a superfície
$dF_{dV'' \rightarrow dV}$	Fator de forma entre os volumes
E_b	Potência emissiva do corpo negro
$F_{dA' \rightarrow dA}$	Fator de forma entre superfícies
$F(X)$	Função objetivo
F_n	Seqüência de Fibonacci
g	Função de distribuição de energia de corpo negro nas linhas de absorção
g_j	Funções de restrição de desigualdade
G	Radiação incidente

gg	Área de troca direta entre volume e volume
gs	Área de troca direta entre volume e superfície
GG	Área de troca total entre volume e volume
GS	Área de troca total entre volume e superfície
$\overrightarrow{G_i G_j}$	Área de fluxo direto entre volume e volume
$\overrightarrow{G_i S_j}$	Área de fluxo direto entre volume e superfície
h_k	Funções de restrição de igualdade
h_p	Constante de Planck
H	Fluxo de calor radiativo incidente
\mathbf{H}	Matriz Hessiana
I	Intensidade de radiação
j	Radiosidade
k_b	Constante de Boltzmann
\mathbf{K}	Matrizes do método da zona
\mathbf{L}	Matrizes do método da zona
n	Índice de refração
\mathbf{n}	Vetor unitário direcional das áreas
N_p	Número de pontos de corrugamento
\mathbf{q}	Fluxo de calor radiativo
\dot{Q}_{i-j}	Transferência de calor
$P(X)$	Função de penalidade imposta
P_l	Polinômios de Legendre
\mathbf{P}	Matrizes Inversas do método da zona
r	Distância entre elementos das zonas
r_p	Escalar de penalidade
r_{psa}	Número randômico no intervalo de $[0,1]$
\mathbf{R}	Matrizes Inversas do método da zona
R_u	Constante universal do gás
S^q	Direção de busca
S_{pi}	Função fonte radiativa

\hat{s}	Vetor direcional
ss	Área de troca direta entre superfície e superfície
SS	Área de troca total entre superfície e superfície
$\overline{S_i S_j}$	Área de fluxo direto entre superfície e superfície
$\overline{S_i G_j}$	Área de fluxo direto entre volume e superfície
T	Temperatura
V	Volumes Discretizados
VI	Matrizes diagonais para volume
w_j	Pesos da quadratura direcional
W	Fluxo de calor radiativo emitido pela superfície
x_b	Pontos base da Spline
\mathbf{X}	Vetor de variáveis de projeto
\mathbf{X}_0	Ponto de centroide método simplex
$\Delta E v_i$	Quantidade de energia no feixe emitida pelo volume
$\Delta E s_i$	Quantidade de energia no feixe emitida pela superfície
ΔE	Energia do sistema
∇F	Gradiente da função objetivo
a_i, b_i, c_i e d_i	Coefficientes de ajuste da Spline
δ_{ss} e δ_{gg}	Desvio de cada área de troca direta

Símbolos Gregos

Símbolos	Significado
α_s	Escalar de reflexão método simplex
α^*	Escalar multiplicador ótimo
β	Coeficiente de extinção
β_j	Constante do expoente
β_s	Escalar de contração método simplex
β_q	Escalar do método da direção conjugada
γ_s	Escalar de expansão método simplex

δ_{ij}	Delta de Kronecker
ε	Emissividade
η	Número de Onda
θ	Ângulo polar
θ_i e θ_j	Ângulo entre o vetor normal a área e direção de troca de radiação
κ	Coeficiente de Absorção
λ	Comprimento de Onda
λ_j	Multiplicadores de Lagrange
ρ	Refletividade
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
σ_s	Coeficiente de espalhamento
τ	Transmissividade
τ_{SA}	Número da seção áurea
ϕ	Ângulo azimutal
Φ	Função de fase de espalhamento
ψ_j	Função de penalidade
Ψ	Função pseudo-objetivo
Υ	Esféricos harmônicos angularmente
ω	Albedo
Ω	Ângulo sólido
μ η ξ	Cossenos da direção da intensidade radiativa

Sumário

Resumo.....	vii
Abstract	viii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas.....	xiii
Lista de Símbolos.....	xiv
Capítulo I.....	1
INTRODUÇÃO	1
Capítulo II	5
GERADORES DE VAPOR.....	5
2.1. Geradores de Vapor Aquatubular.....	7
2.2. Geradores de Vapor Fogotubular	11
Capítulo III.....	15
RADIAÇÃO TÉRMICA.....	15
Capítulo IV.....	48
OTIMIZAÇÃO	48
4.1. Métodos Clássicos.....	51
4.2. Método Simplex	57
4.3. Recozimento Simulado	62
Capítulo V	66
METODOLOGIA NUMÉRICA.....	66
5.1. Método da Zona	66
5.2. Método de Volumes Finitos	84
5.3. Estudos de Caso	91
5.4. Otimização das Superfícies corrugadas	94

Capítulo VI.....	96
ANÁLISE DE RESULTADOS	96
6.1. Verificação Numérica da Modelagem	96
6.2. Análise das Superfícies Corrugadas.....	100
6.3. Resultados da otimização	122
Capítulo VII	131
CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	134

Capítulo I

INTRODUÇÃO

Geradores de Vapor são trocadores de calor complexos destinados a produzir e armazenar vapor acima da pressão atmosférica, constituídos por diversos equipamentos integrados para permitir a obtenção de maior rendimento e menores níveis de emissões atmosféricas, além de garantir uma operação segura. Comumente designados por caldeiras, possuem dois tipos elementares, os geradores de vapor aquatubulares em que a água circula no interior dos tubos de troca de calor e os geradores de vapor fogotubulares em que os produtos da combustão circulam no interior dos tubos de troca de calor, conforme mostrado na Figura 1.1.

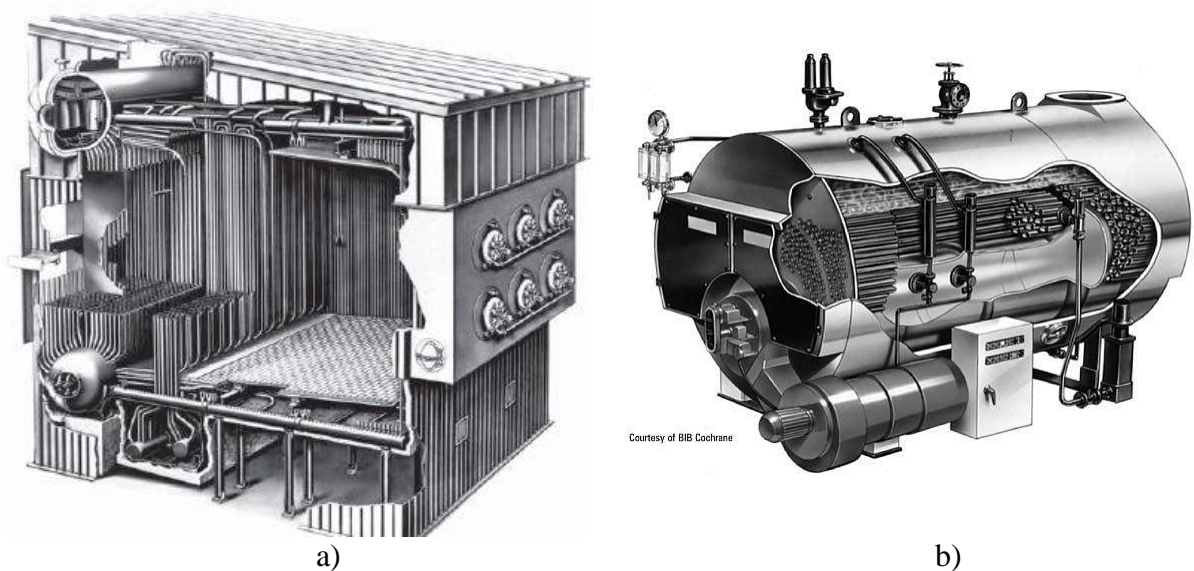


Figura 1.1- Tipos de geradores de Vapor: a) caldeira aquatubular, Fonte: Babcock & Wilcox (2005) e b) caldeira fogotubular Fonte: IB Cochrane.

Os geradores de vapor fogotubulares fazem uso de uma tecnologia de fornalhas corrugadas que incrementam a transferência de calor dos gases de combustão tanto pelo aumento da área de troca de calor quanto pela melhoria de transferência de calor por

convecção e radiação, além de melhorar a rigidez das fornalhas eliminando a necessidade de anéis de reforço na parte externa da fornalha. Aprimorando a eficiência destes equipamentos ocorre um melhor aproveitamento dos combustíveis empregados nestes geradores de vapor, além de reduzir o impacto ambiental da emissão dos gases de efeito estufa.

O estudo do fenômenos físicos e químicos encontrados no interior de uma fornalha de gerador de vapor fogotubular envolve uma análise detalhada do escoamento e dos regimes de queima no interior do equipamento, além do balanço da equação da energia considerando os efeitos de condução, de convecção e principalmente de radiação.

A abordagem numérica destes fenômenos físicos estabelece o uso de modelagens que empregam desde as análises de balanços de energia e massa tais como apresentado por Rhine e Tucker (1991), Ortiz (2011), Annaratone (2008) e Park e Liu (1998) até modelos de mecânica dos fluidos computacional associada a dinâmica dos processos de combustão e a transferência de calor radiativa nas superfícies, conforme descrito por Crnomarkovic et al (2013), Silva (2005) e Centeno (2014).

O desacoplamento das equações de transporte para o escoamento em combustão da equação integro-diferencial de transferência de calor por radiação é realizado estabelecendo um perfil de temperatura no interior da fornalha. Este perfil de temperatura pode ser avaliado experimentalmente ou modelado pelo acoplamento do sistema de equações de transporte do escoamento em combustão com a modelagem da radiação, conforme destacado por Baburic et al (2004), Keramida et al (2000) e Carvalho e Farias (1998). Este desacoplamento permite, uma vez conhecido o perfil de temperatura no interior da fornalha, calcular o fluxo de calor radiativo nas paredes independentemente da solução das equações de escoamento e de combustão. Esta abordagem simplifica muito o problema estudado possibilitando a análise de superfícies complexas tais como, as superfícies corrugadas, além de possibilitar a otimização numérica destas superfícies através dos métodos de otimização como: o método simplex e o método de recozimento simulado.

Para a modelagem da transferência de calor radiativa em cavidades complexas como nas fornalhas corrugadas usualmente emprega-se o método de Monte Carlo que se destaca pelas soluções de referência e os métodos de volumes finitos e ordenadas discretas que se destacam pelo menor tempo de processamento. Entretanto neste trabalho optou-se pelo método da zona para determinar a transferência de calor radiativa na fornalha pela característica física da solução e pelos bons resultados apresentados e também pelo método de volumes finitos pois possui a característica de adaptar-se bem a problemas de geometrias complexas.

Neste contexto esse trabalho busca elucidar a transferência de calor radiativa nas superfícies corrugadas das fornalhas fogotubulares considerando um perfil de temperatura dos gases de combustão conhecido através do emprego do método da zona e de volumes finitos associados ao conceito de gás cinza e ao modelo de soma ponderada de gases cinza. Uma vez que na literatura estudada não foi encontrado nenhum trabalho abordando essa temática. Foi realizado também a otimização da transferência de calor radiativa das superfícies corrugadas de forma a estabelecer um perfil de corrugamento que maximize o fluxo de calor utilizando o método de volumes finitos para o cálculo da transferência de calor e para a otimização os métodos numéricos de recozimento simulado e simplex. Desta forma, nesse trabalho definiu-se a transferência de calor radiativa em fornalhas corrugadas estabelecendo pela otimização a melhor disposição do corrugamento nas fornalhas de geradores de vapor fogotubulares.

Dentro dos objetivos deste trabalho realizou-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolvimento de um código computacional em Fortran da transferência de calor por radiação utilizando o método da zona que contabilize os efeitos das superfícies corrugadas.
- Implementação de um código computacional em Fortran da transferência de calor por radiação utilizando o método de volumes finitos que contabilize os efeitos das superfícies corrugadas.
- Verificação dos resultados da transferência de calor com os dados disponíveis na literatura.
- Desenvolvimento de um código computacional em Fortran que possibilite a otimização numérica da radiação térmica das superfícies corrugadas da fornalha utilizando o método simplex e método de recozimento simulado.

A modelagem desenvolvida possui a capacidade de determinar a transferência de calor em fornalhas corrugadas demonstrando os efeitos dos coeficientes de absorção dos gases e do perfil de temperatura no comportamento do fluxo de calor radiativo. Ainda foram desenvolvidas uma metodologia de tratamento das áreas sombreadas para o método da zona.e uma outra metodologia inversa de determinação das superfícies corrugadas da fornalha de maneira a maximizar o fluxo de calor radiativo.

Inicialmente é apresentado no capítulo II o estudo dos fundamentos teóricos dos Geradores de Vapor, seguido dos conceitos e revisões bibliográficas de radiação térmica e métodos de otimização, conforme apresentado respectivamente no capítulo III e IV. No capítulo V estão apresentadas as metodologias numéricas empregadas, assim como os estudos

de casos abordados no trabalho. Em seguida é apresentado no capítulo VI a verificação com a literatura dos resultados dos códigos desenvolvidos, além do estudo da malha e da transferência de calor radiativa para diferentes amplitudes de corrugamento considerando as superfícies cilíndricas alteradas para superfícies corrugadas e ao final, no capítulo VII as considerações finais com os possíveis trabalhos futuros.

Capítulo II

GERADORES DE VAPOR

A história dos geradores de vapor está diretamente relacionada a Revolução Industrial, na qual as primeiras bombas movidas a vapor sugeriram para drenar as minas de carvão da Inglaterra proporcionando o desenvolvimento de vasos de pressão destinados a produção de vapor que movimentava o sistema de bombeamento, mas foi somente em 1804 que o projetista Trevithick apud Babcock&Wilcox (2005) projetou uma caldeira de alta pressão de ferro fundido com somente uma fornalha, seguida em 1870 pela incorporação dos feixes tubulares característicos das caldeiras fogotubulares.

Os geradores de vapor aquatubulares conforme Babcock&Wilcox (2005) foram inicialmente projetados por John Stevens, em 1803, baseado na concepção inicial de William Blakey (1766). Essas caldeiras foram concebidas com objetivo de melhorar a capacidade dos geradores de vapor e reduzir as consequências das rupturas das partes de pressão dos geradores, devido a desastrosos acidentes envolvendo geradores de vapor fogotubulares.

Os geradores de vapor são projetados para queimar uma variedade de combustíveis, sendo os mais comuns, o carvão, a lenha, o gás natural e o óleo, entretanto existem muitas unidades que utilizam os rejeitos dos processos industriais tais como: a indústria de papel e celulose, a industrial de açúcar e álcool, que emprega o bagaço de cana, e a indústria madeireira que emprega as cascas dos pinos e dos eucaliptos.

As emissões atmosféricas dos geradores de vapor possuem controles governamentais rígidos, principalmente as emissões de óxidos de nitrogênio, NO_x , dióxidos de enxofre, SO_2 e monóxido de carbono, CO , que oferecem riscos a saúde e ao ambiente. As tecnologias para o controle destes poluentes estão focadas no processo de combustão durante o projeto dos sistemas de queima e de pós-combustão que consiste de sistemas de redução catalíticos e não catalíticos que possibilitam sensível redução das emissões atmosféricas.

Fundamentalmente um gerador de vapor consiste de um dispositivo de queima que pode ser uma grelha ou um queimador, que realiza a queima do combustível nas condições de temperatura, pressão e excesso de ar necessário ao processo de combustão, necessitando assim de uma fornalha ou câmara de combustão para o desenvolvimento da queima, além das

superfícies de troca de calor, que são desde os tubos das paredes de água nos geradores de vapor aquatubulares aos feixes tubulares nos geradores de vapor fogotubulares. Adicionalmente, para a produção de vapor e para garantia da integridade estrutural do equipamento, os geradores possuem um sistema de bombeamento que alimenta o gerador com água, aliado ao sistema de controle de nível de água que permite a geração, a separação e a distribuição do vapor.

Os geradores de vapor possuem equipamentos para garantir a segurança, a eficiência e a sustentabilidade desses equipamentos, consistindo obrigatoriamente segundo a Norma Regulamentadora 13 do Ministério do Trabalho, o emprego de dispositivos de indicação da pressão, válvulas de segurança e sistema de indicação de nível, além de equipamentos acessórios tais como: superaquecedor, pré-aquecedor de ar, economizadores que produzem o vapor nas condições necessárias ao processo, que auxiliam no processo de queima e minimizam as perdas térmicas para o ambiente, além de dispositivos que minimizam as emissões de particulados e controlam as emissões de gases, ver figura 2.1.

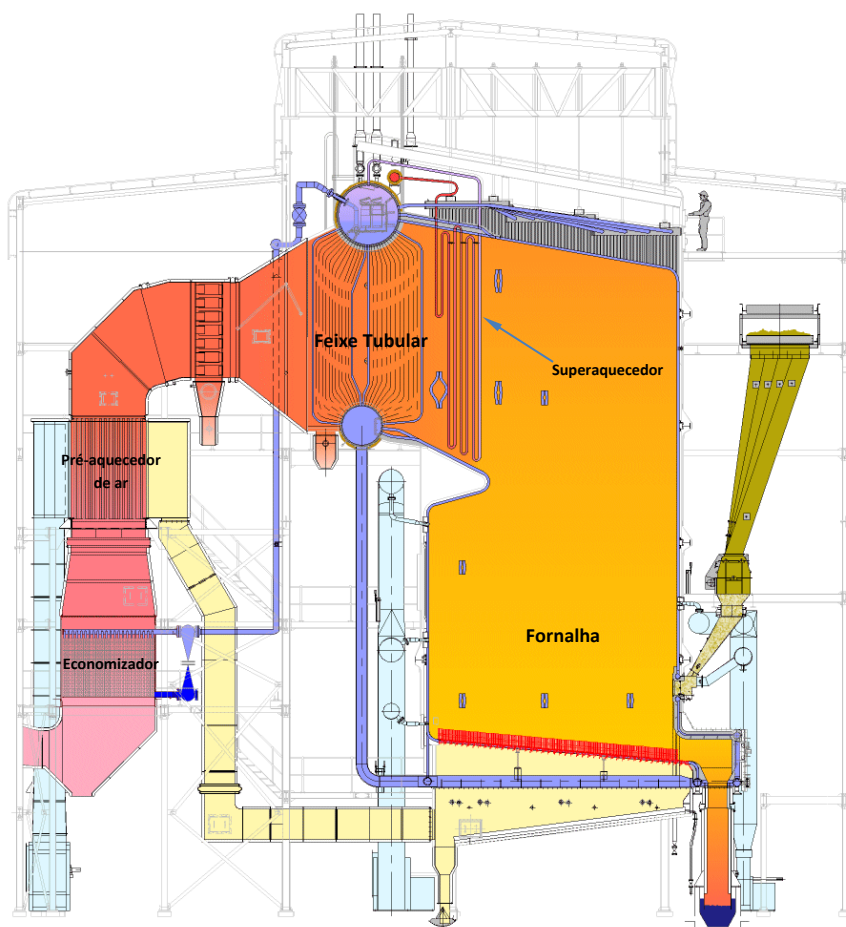


Figura 2.1 – Equipamentos das Caldeiras.

Fonte: thermalenergysystems.com

Os equipamentos acessórios são frequentemente encontrados nos geradores de vapor aquatubulares, entretanto, eles também podem ser encontrados nos geradores de vapor fogotubulares, principalmente os sistemas de tratamentos de emissões e o pré-aquecedor de ar.

Os geradores de vapor fogotubulares por necessitarem de um invólucro cilíndrico externo envolvendo os elementos de troca de calor, possuem a limitação de capacidade de produção e de pressão de trabalho, que segundo Annaratone (2008) estes geradores de vapor são considerados competitivos para pressões até 15 Bar e capacidades de até 15.000 kg/h (4,1kg/s). No entanto, existem no mercado geradores de vapor fogotubulares com pressões de até 30 Bar e 55.000 kg/h (15,3 kg/s) de produção de vapor. Os geradores de vapor aquatubulares, por possuírem os tubos externos ao invólucro de vapor, praticamente não possuem limitações de produção e as pressões respeitam os limites dos materiais empregados e as temperaturas de operação.

2.1. Geradores de Vapor Aquatubular

Os geradores de vapor aquatubulares são equipamentos produzidos para gerar grandes quantidades de vapor com pressões sub-críticas e super-críticas com temperaturas do vapor da ordem de 593°C, com alguns exemplos segundo Annaratone (2008) de temperaturas de até 620°C. A história desses geradores começou com as caldeiras aquatubulares de tubos retos devido às limitações metalúrgicas, ver figura 2.2, chegando as caldeiras de tubos curvos que se caracterizam pelas paredes de água que envolvem a fornalha e pelos feixes convectivos que aproveitam o calor sensível dos gases dos produtos de combustão. Essas caldeiras podem ser caracterizadas conforme o modo predominante de transferência de calor como sendo os geradores de vapor convectivos e radiativos.

Os geradores de vapor convectivo se caracterizam pelo feixe convectivo logo após a fornalha, em que inicialmente devido a preocupação com o volume de água nos geradores, empregava três ou quatro tubulões de vapor. Atualmente com os modernos sistemas contínuos de controle de alimentação de caldeira, possibilitaram a redução para somente um tubulão de vapor superior que tem a função de separar a mistura de vapor e água que chega dos tubos de troca de calor, além de receber a água de alimentação e distribuir através dos tubos de descida destinado a água para os diferentes pontos de troca de calor no gerador.

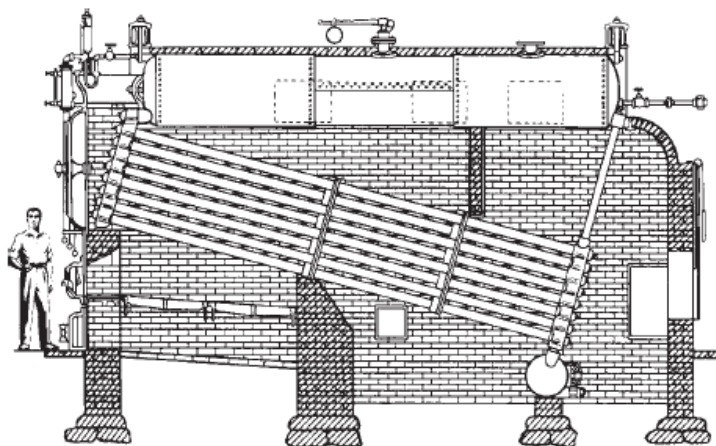


Figura 2.2 – Geradores de Vapor de tubos retos.

Fonte: Babcock & Wilcox, (2005)

A maioria dos geradores de vapor aquatubular possuem dois tubulões de água, ver figura 2.3, sendo que o segundo distribui a água pelos tubos do feixe tubular e para a parede de água, além de reter os sólidos precipitados do processo de geração de vapor.

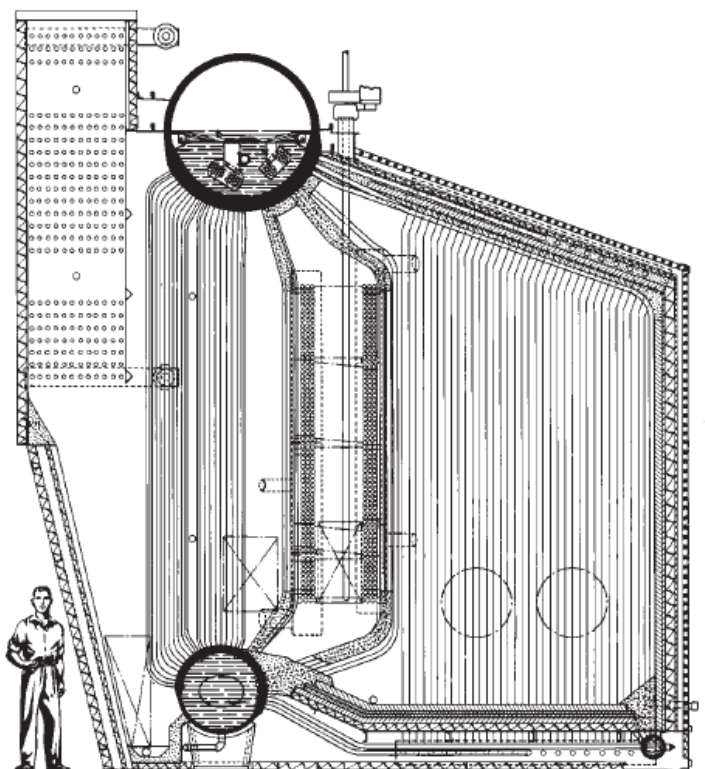


Figura 2.3 – Geradores de vapor convectivos de dois tubulões.

Fonte: Babcock & Wilcox, (2005)

Os geradores de vapor convectivos são essencialmente constituídos dos tubulões, da fornalha que é construída de paredes de tubos de água que envolve o processo de combustão e

do feixe tubular que recebe os gases provenientes do processo de combustão da fornalha e realiza a transferência de calor convectiva. Esses geradores apresentam produção de até 300.000 kg/h (83,3kg/s) e pressões da ordem de 120 Bar.

Os geradores de vapor radiativos representam as grandes unidades geradoras de vapor das centrais termoelétricas, que se caracteriza pelas fornalhas de membranas tubulares responsáveis por praticamente toda a produção do vapor saturado nessas unidades, não possuindo assim o feixe tubular. Os gases provenientes da fornalha são direcionados para os superaquecedores e os reaquecedores, sendo direcionado em seguida para o economizador que possui temperatura de saída dos gases da ordem de 350°C a 400°C. Essa característica de não possuir feixe tubular está diretamente relacionada as altas pressões que operam esses geradores de maneira que o vapor saturado possua temperatura de 350°C que não justifica o emprego do feixe tubular. A figura 2.4 apresenta um exemplo desses equipamentos:

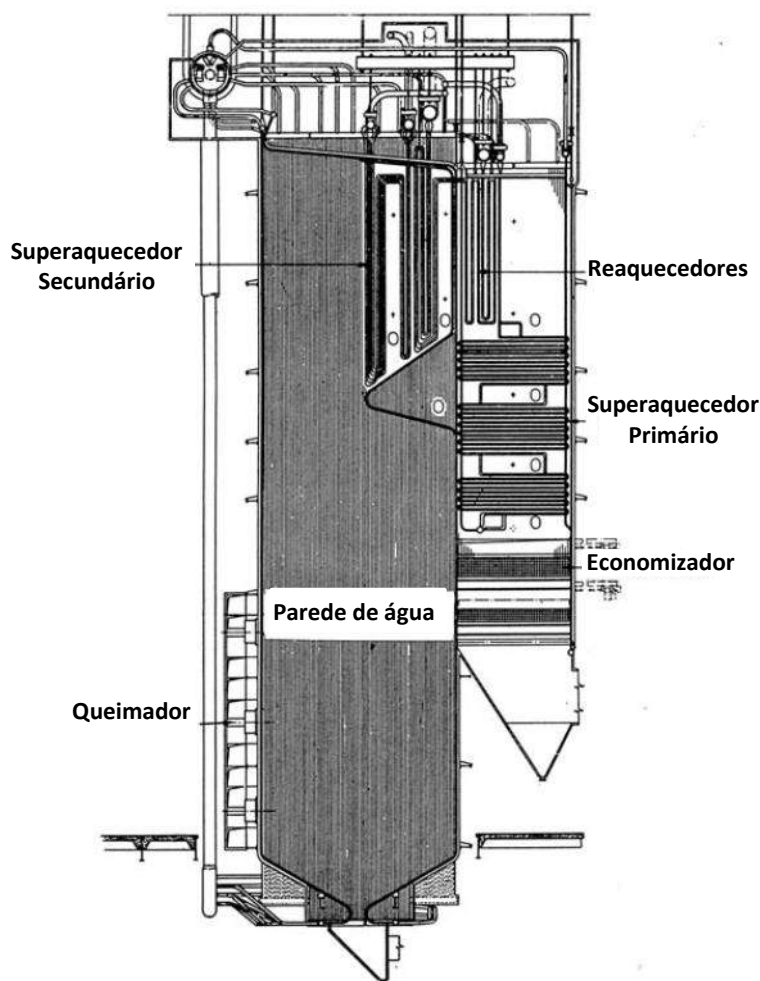


Figura 2.4 - Geradores de Vapor Radiativos.

Fonte: Annaratone (2008).

A circulação nos geradores de vapor aquatubular pode ser processada de três maneiras: a circulação natural em que a diferença de densidade entre o vapor saturado e a água saturada promovam o movimento de ascensão da mistura de vapor e água que é separado no tubulão superior, ver figura 2.5 a), geralmente este sistema é utilizado para geradores com pressão até 160Bar. A circulação nas caldeiras pode também ser assistida de maneira que o sistema possua uma bomba instalada nos sistemas de tubos de descida para forçar a circulação da mistura de vapor até o tubulão de vapor, figura 2.5 b). E ainda, os geradores de vapor de circulação forçada que possuem a mesma configuração para superaquecedores, reaquecedores e economizadores com a diferença da ausência de tubulão de vapor e a presença de um circuito completamente diferente de tubulação, utilizando tubos quase na horizontal colocados helicoidalmente nas paredes de maneira a promover transformação completamente da água em vapor superaquecido na saída do circuito.

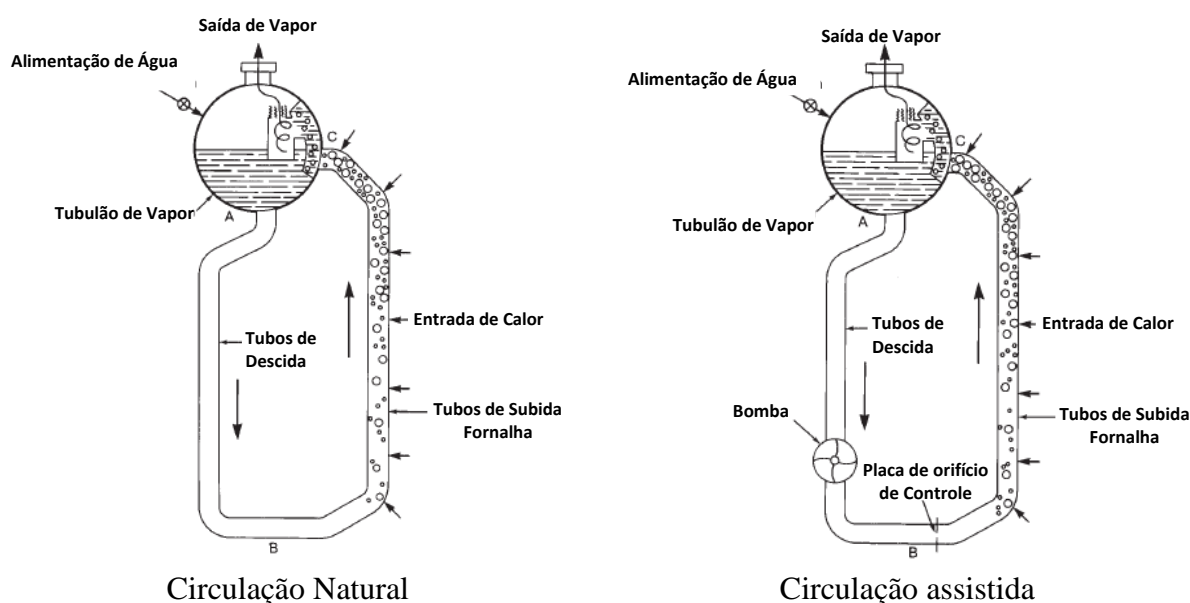


Figura 2.5 – Circulação em Caldeiras.

Fonte: Babcock & Wilcox,(2005).

Outro gerador de vapor aquatubular encontrado são as caldeiras de calor residual que são constituídas de uma série de feixes tubulares interligados de maneira a aproveitar o calor residual pela transferência de calor convectiva de processos industriais, tais como as siderúrgicas e as petroquímicas, gerando vapor tanto para o processo quanto potência elétrica para a planta industrial.

2.2. Geradores de Vapor Fogotubular

Os geradores de vapor fogotubulares representam as pequenas unidades geradoras de vapor, foram inicialmente concebidos para possuírem uma ou mais fornalhas em um invólucro de água, caldeiras Cornovaglia e Lancashire, conforme Pera (1990). Entretanto, observou-se que a introdução de feixes tubulares poderia aprimorar a transferência de calor, ou seja, a produção de vapor, o que levou a concepção das caldeiras Escocesas marinhas. As caldeiras fogotubulares podem apresentar a fornalha no interior do invólucro de vapor, como as caldeiras Escocesas marinhas, que atualmente representam a maioria das unidades produtivas de grande capacidade, ver figura 2.6, ou podem apresentar a fornalha externa ao feixe tubular, como o apresentado pelas caldeiras de chama direta, as de retorno de chama horizontal e as caldeiras de caixa de chama, além das caldeiras com anti fornalhas ou mistas que são projetos concebidos para geração de vapor utilizando combustíveis sólidos ou residuais.

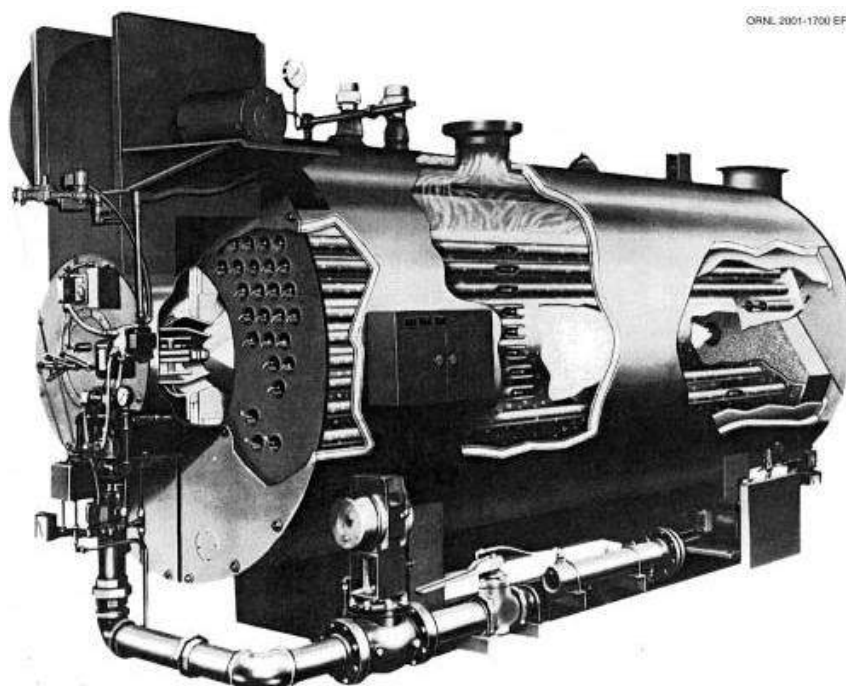


Figura 2.6 - Geradores de vapor fogotubular do tipo Escocesa marinha.

Os geradores de vapor são constituídos essencialmente de um invólucro cilíndrico que internamente pode abrigar a fornalha, o feixe tubular e a câmara de vapor, todos esses elementos são fechados nas extremidades por chapas planas, com ou sem abaulamento nas extremidades, denominado espelho, ver figura 2.7. O nível de água no cilindro é mantido de

60 a 80 mm acima dos últimos tubos do feixe tubular por sistema de bombeamento com controle contínuo ou liga desliga.

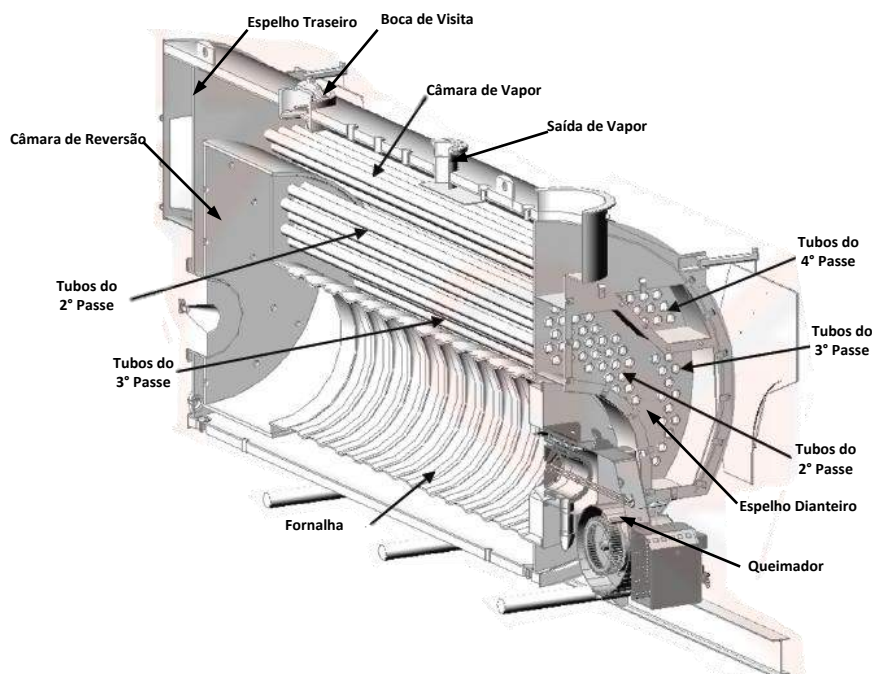


Figura 2.7 - Elementos construtivos das caldeiras fogotubulares.

Fonte: Adaptado do catálogo Superior Boiler Works, Inc.

A fornalha pode ser construída utilizando superfícies cilíndricas com anéis de reforço para garantir a integridade estrutural, ou podem apresentar na forma corrugada, geralmente encontrada nas grandes fornaldas, empregadas para queimar combustíveis sólidos sobre grelhas ou nas caldeiras de retorno de chama na fornalha.

O feixe tubular possui tubos de 48 a 98mm de diâmetro fixados no espelho por madrilhamento seguido em alguns casos, principalmente no início do segundo passe, por um filete de solda para garantir a vedação.

A câmara de vapor é o volume de vapor que fica acima do nível de água destinado a separar e acumular o vapor, controlando o título de saída do vapor e atendendo os picos de demanda de vapor. Ainda podem ser encontradas na câmara de vapor sistemas de separação de umidade de vapor, distribuidores de água de alimentação, saída de vapor e boca de visita.

As caldeiras Escocesas ou multi tubulares são concebidas para possuírem dois, três ou quatro passes dos gases produtos de combustão, que inclui o primeiro passe na fornalha ou câmara de combustão e os outros nos feixes tubulares. Os gases produtos da combustão para realizarem a reversão após a saída da fornalha podem utilizar a construção de câmara de reversão a seco, ver figura 2.8 a) ou câmara de reversão molhada, ver figura 2.8 b). De

maneira geral a reversão molhada é constituída de cilindro fechado com dois espelhos que fecham a câmara para permitir a reversão, reduzindo assim a necessidade de refratários de alta qualidade e aproveitando o processo de reversão para gerar vapor. A reversão a seco possibilita um projeto construtivo mais simples do ponto de vista metalúrgico, pois a fornalha é soldada diretamente nos espelhos dianteiros e traseiros, além de possibilitar o uso de tubos constantes tanto no segundo passe como nos outros.

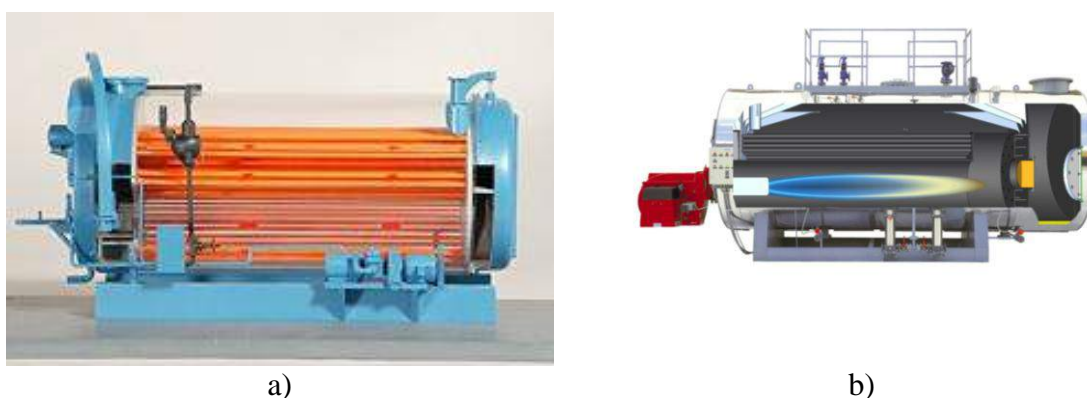


Figura 2.8 – Tipos de câmaras de reversão do primeiro passe.

Fonte: Cleaver Brooks Boiler. <http://www.attsu.com/>

Apesar das concepções construtivas dos geradores de vapor multi tubulares possuírem mais de 40 anos, surgiu um conceito particularmente interessante do ponto de vista construtivo, que são as caldeiras de retorno de chama no interior da fornalha, ver figura 2.9. A tecnologia de combustão consiste em forçar a chama a voltar sobre si na própria fornalha, essas unidades geralmente queimam combustíveis gasosos ou líquidos, esses equipamentos possuem fornalhas corrugadas de grande dimensão e um feixe tubular de retorno de chama. Estas se destacam pelas altas vaporizações específicas da ordem de $80\text{kg/m}^2\cdot\text{h}$ contra 30 a $35\text{kg/m}^2\cdot\text{h}$ das unidades de retorno de chama a seco ou molhado, e pela alta eficiência de 89 a 92%, entretanto podem apresentar problemas de instabilidade de chama dependendo dos regimes de operação.



Figura 2.9 – Tipos de câmaras de reversão do primeiro passe.

Fonte: <http://www.bosch-industrial-asean.com/product-page/commercial-industrial-boiler/fire-tube-steam-boiler/>

Capítulo III

RADIAÇÃO TÉRMICA

A radiação eletromagnética é constantemente emitida e absorvida por todas as substâncias devido a alteração do nível de energia molecular. Toda onda eletromagnética ou fóton propaga em um meio a altas velocidades próximas a da luz. O espectro de radiação eletromagnético é amplo, conforme mostrado na figura 3.1, no entanto a radiação térmica na qual a emissão de radiação depende somente da temperatura, apresenta uma faixa de comprimento de onda que se estende do ultravioleta, $0,1\mu\text{m}$, ao médio infravermelho, $100\mu\text{m}$, incluindo o espectro visível de luz.

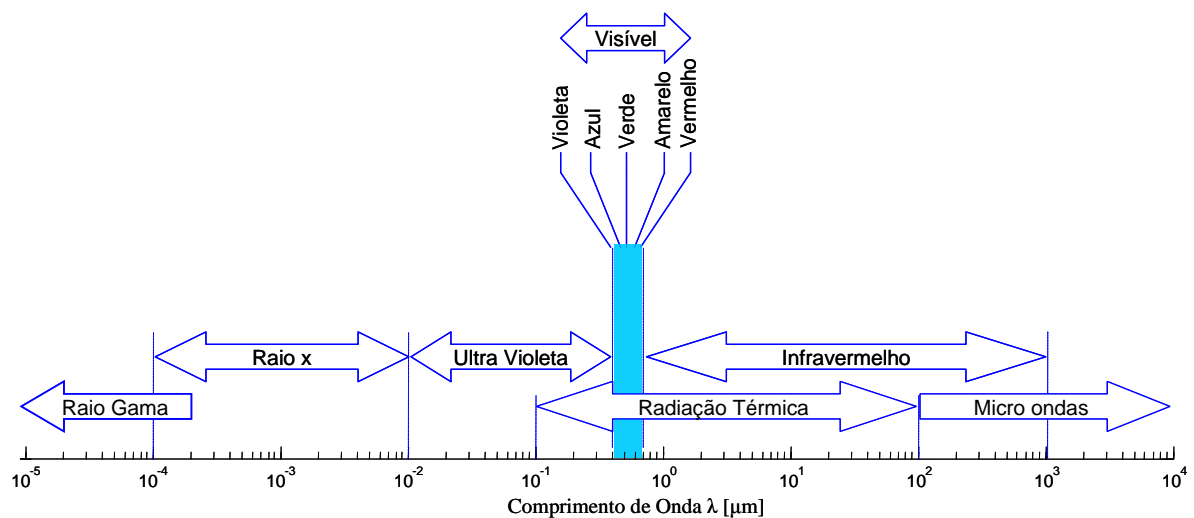


Figura 3.1- Espectro de radiação eletromagnética.

A radiação térmica é um modo de transferência de calor que apresenta características distintas, uma vez que não necessita de meio para transmissão da energia. Possui uma dependência a quarta potência da temperatura e principalmente os balanços infinitesimais dos materiais não dependem somente dos elementos imediatamente vizinhos, mas também do balanço global de toda a vizinhança, o que torna o problema de transferência de calor relativamente complexo.

A radiação térmica exerce uma contribuição substancial na transferência de calor nas fornalhas e câmaras de combustão de geradores de vapor devido às altas temperaturas envolvidas no processo de combustão assim como nos efeitos de atenuação da radiação dos gases de combustão.

A radiação térmica emitida por um corpo em um meio ou no vácuo poderá refletir ou penetrar em outro corpo. A matéria pode comportar de forma distinta com relação a essa radiação absorvida dependendo de suas características e da espessura do material. Sendo assim, classifica-se as matérias ou corpos em opacos os quais a radiação que penetrar é atenuada completamente absorvendo toda a radiação, em corpos semitransparentes em que a radiação que penetra é parcialmente atenuada e em corpos transparentes no qual a radiação não é atenuada a penetrar no corpo.

As características de absorção e de emissão de um corpo opaco permite definir um corpo ideal negro no que toda energia radiante incidente, para todo espectro, é absorvida, ou seja, o corpo absorve a máxima energia radiante incidente, absorvedor perfeito. Sendo assim, é possível demonstrar pela lei de Kirchhoff, que também este corpo negro emite a máxima quantidade de energia radiante em todo o espectro de radiação, isto é, emissor perfeito.

O fluxo de calor radiativo, ou potência emissiva, emitido por um corpo continuamente em todas as direções e comprimentos de ondas, dependem da temperatura e da propriedade do corpo emissor. Para um corpo negro a distribuição espectral da potência emissiva é estabelecida pela lei de Plack para superfícies negras em meios transparentes, dada pela equação (3.1):

$$E_{bv}(T, \lambda) = \frac{2\pi h_p c_0^2}{n^2 \lambda^5 \left[e^{\frac{h_p c_0}{n \lambda k_b T}} - 1 \right]} \quad (3.1)$$

Em que k_b e h_p são respectivamente a constante de Boltzmann e de Planck; λ é o comprimento de onda; n é índice de refração e c_0 é a velocidade da luz no vácuo. A figura 3.2 mostra a distribuição espectral para um corpo negro.

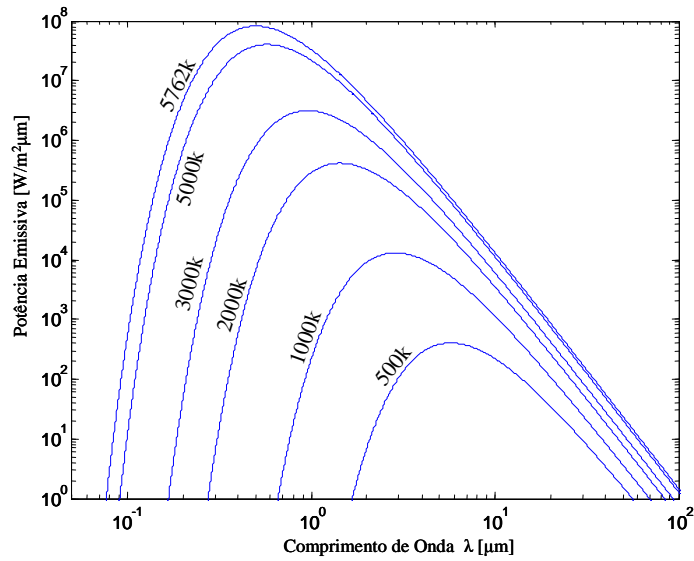


Figura 3.2 – Potência emissiva do corpo negro.

Integrando em todo o espectro de frequência de radiação, tem-se a potência emissiva total, na forma:

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \sigma n^2 T^4 \quad (3.2)$$

Em que σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

Para definir o fluxo de calor radiativo em um meio com absorção e emissão, no qual existe a dependência direcional do campo de radiação, utiliza-se a intensidade radiativa que é fluxo de energia por unidade de ângulo sólido e unidade de área normal ao raio. A intensidade radiativa espectral de um corpo negro é dada por:

$$I_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{E_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda)}{\pi} \quad (3.3)$$

O fluxo de calor radiativo total por sua vez é dado pela seguinte integral:

$$\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \int_0^{\infty} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega d\lambda \quad (3.4)$$

Em que Ω é o ângulo sólido e \hat{s} é o vetor direcional que descreve a faixa total do ângulo sólido.

3.1. Equação de Transferência Radiativa

A equação de transferência radiativa em meios participantes contabiliza o balanço de energia radiativa para uma direção qualquer, \hat{s} , considerando os efeitos da emissão, da absorção e da contribuição do espalhamento da radiação de outros meios na direção \hat{s} assim como a atenuação pelo espalhamento da radiação pelo meio, conforme equação abaixo:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\eta}{\partial t} + \frac{\partial I_\eta}{\partial s} = \kappa_\eta I_{b\eta} - (\kappa_\eta I_\eta + \sigma_{s\eta} I_\eta) + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta(\hat{s}_i) \Phi_\eta(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i \quad (3.5)$$

Em que o termo $\frac{1}{c_0} \frac{\partial I_\eta}{\partial t}$ e $\frac{\partial I_\eta}{\partial s}$ representa respectivamente a variação da intensidade de radiação espectral temporal e espacial de forma que c_0 é a velocidade da luz; o termo $\kappa_\eta I_{b\eta}$ representa a emissão de intensidade de radiação espectral de um corpo negro, $I_{b\eta}$, com o coeficiente de absorção espectral, κ_η ; o termo $\kappa_\eta I_\eta + \sigma_{s\eta} I_\eta$ representam respectivamente a absorção e o espalhamento da intensidade de radiação espectral, I_η , com os coeficientes de absorção, κ_η e espalhamento, $\sigma_{s\eta}$, espectral.

A integral por sua vez contabiliza a contribuição dos espalhamentos da intensidade de radiação espectral I_η de todas direções \hat{s}_i pelo ângulo sólido $d\Omega_i$ considerando a função de fase de espalhamento espectral, Φ_η , que descreve a probabilidade de um raio de uma direção \hat{s}_i espalhar na direção \hat{s} .

O termo transiente $\frac{1}{c_0} \frac{\partial I_\eta}{\partial t}$ é geralmente desprezado para os problemas de engenharia pelo fato da velocidade da luz c ser um número relativamente elevado. Considerando ainda a associação dos coeficientes de absorção κ_η e de espalhamento, $\sigma_{s\eta}$, em um termo de extinção $\beta_\eta = \kappa_\eta + \sigma_{s\eta}$, tem-se a equação de transferência radiativa dada na forma:

$$\frac{\partial I_\eta}{\partial s} = \kappa_\eta I_{b\eta} - \beta_\eta I_\eta + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta(\hat{s}_i) \Phi_\eta(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i \quad (3.6)$$

A complexidade da solução desta equação integro-diferencial passa pela determinação nas três coordenadas da contribuição do espalhamento de todas as direções \hat{s}_i na direção \hat{s} assim como, a determinação da função de fase de espalhamento espectral, Φ_η , que no caso de espalhamento isotrópico é unitário $\Phi_\eta \equiv 1$. Embora o termo $\frac{\partial I_\eta}{\partial s}$ apresente para uma única direção, na solução da equação considera-se, de acordo com o sistema de coordenadas, a variação da grandeza nas três dimensões.

Os coeficientes de absorção, κ_η e espalhamento, $\sigma_{s\eta}$, espectral são grandezas de ampla variação de intensidade, que dependem da molécula do gás, do tipo de ligação química, do estado de rotação e de vibrações moleculares, da concentração e da temperatura. Introduzindo assim na modelagem uma dificuldade complementar a fim de contabilizar os efeitos da variação espectral desses coeficientes.

As condições de contorno da equação diferencial da intensidade de radiação são especificadas independentemente para as superfícies das paredes que envolvem o meio participante e dependem das características radiativas destas superfícies em relação a forma como ocorre a emissão, a absorção e a reflexão. Sendo assim para uma superfície opaca com emissão e reflexão difusa, tem-se:

$$I(\mathbf{r}_w, \hat{s}) = \varepsilon(\mathbf{r}_w) \cdot I_b(\mathbf{r}_w) + \frac{\rho(\mathbf{r}_w)}{\pi} \int_{\hat{n} \cdot \hat{s}' < 0} I(\mathbf{r}_w, \hat{s}') |\hat{n} \cdot \hat{s}'| d\Omega' \quad (3.7)$$

Em que \hat{n} é o vetor normal a superfície e \hat{s}' é a direção de recepção da radiação para os coeficientes de emissividade, $\varepsilon(\mathbf{r}_w)$, e refletividade, $\rho(\mathbf{r}_w)$, das superfícies que envolvem o meio participante.

3.2 Radiação de Meios Participantes Gasosos

A radiação emitida ou absorvida por um gás ocorre pela transição de entre os níveis energéticos das moléculas ou átomos. A transição pode ser realizada de diferentes formas: transição de ligação para ligação, através da vibração, da rotação ou da mudança orbital dos elétrons na molécula; transição do estado de ligação para a dissociação ou livre; ou pela transição entre estados livres.

A transição de ligação para ligação, na forma de mudança de níveis de vibração e de rotação, é importante para a transferência de calor em engenharia. Essa transição ocorre por mudanças de energia internas discretas ou quantizadas, assim somente ocorrerá a mudança de um nível energético para o outro, seja na emissão ou na absorção, se tiver uma frequência proporcional para capturar ou liberar um fóton, resultando em emissões e absorções discretas do espectro.

O efeito da emissão ou absorção quantizada de fótons em determinada frequência associa-se a fenômeno de alargamento da linha espectral, conforme mostrado na figura 3.4, resultando principalmente em três efeitos: o alargamento natural que ocorre pelo decaimento espontâneo do nível de energia o que leva a uma variação pequena na faixa de emissão de fóton; o alargamento por colisão atribuído a frequência de colisões entre as moléculas de gases e o alargamento pelo efeito Doppler.

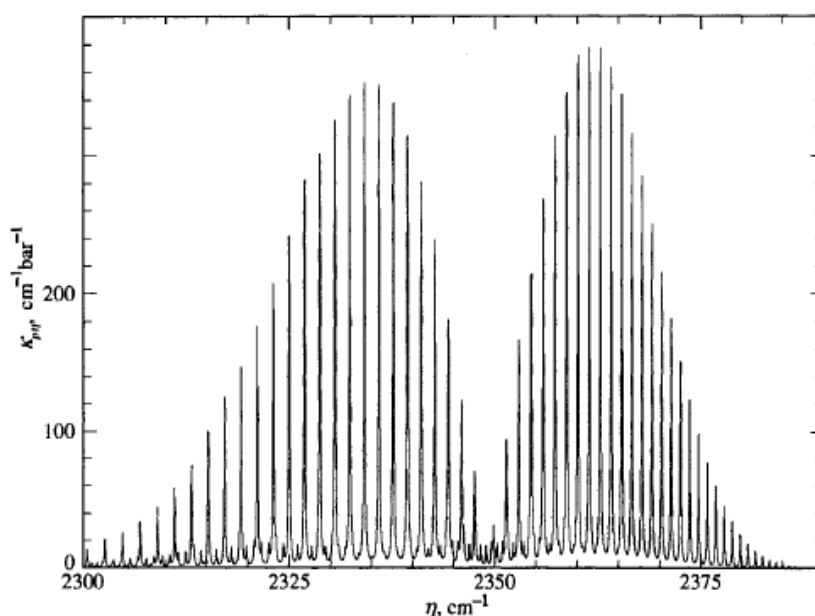


Figura 3.3 - Fenômeno de alargamento da linha espectral.

Fonte: Modest (2003).

A figura 3.3 mostra o coeficiente de absorção espectral assim como as faixas discretas de absorção com a banda centrada em 2349 cm^{-1} . O comportamento da banda é diretamente proporcional à pressão e a temperatura como mostrado na figura 3.4. No qual baixas pressões e altas temperaturas tendem a reduzir a sobreposição das bandas identificando os pontos de absorção discreta, por sua vez para altas pressões e baixas temperaturas a sobreposição das bandas é considerável e absorções discretas não são visualizadas.

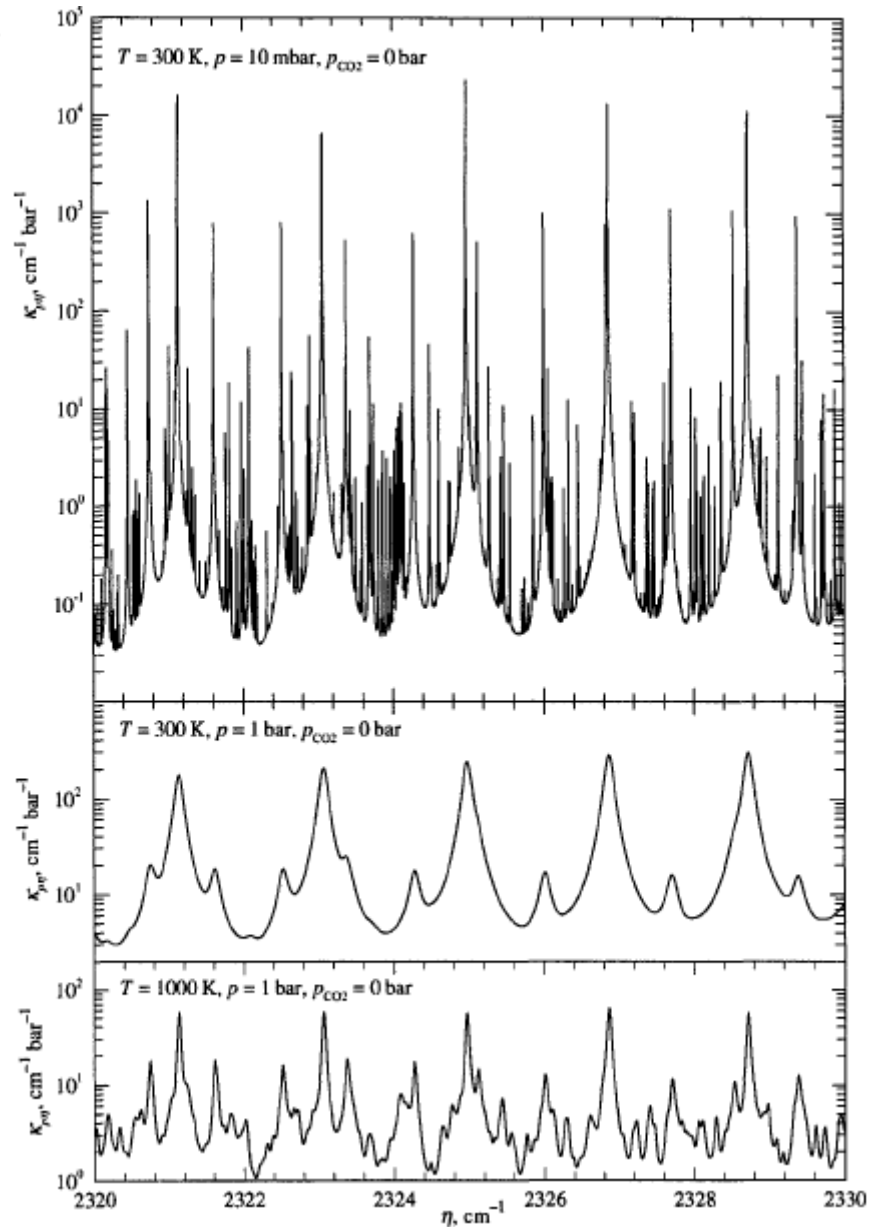


Figura 3.4 – Efeito da pressão e temperatura na banda de radiação.

Fonte: Modest (2003).

O coeficiente de absorção é dado pela soma da banda inteira para qualquer posição espectral, o que torna o problema de transferência de calor por radiação muito complexo de

ser tratado diretamente pela análise do espectro, no entanto a metodologia linha por linha permite aproximar com grande precisão o coeficiente de absorção para problemas simples a custo de um grande esforço computacional, uma vez que para CO₂ a base de dados HITRAN96 possui aproximadamente 900 linhas espectrais, deste modo a modelagem do coeficiente de absorção faz-se necessário, seja utilizando modelos de Bandas estreitas ou largas, ou até mesmo a modelagem global do coeficiente.

A modelagem por bandas estreitas determina o coeficiente de absorção de um gás molecular admitindo que o coeficiente varie muito mais com espectro do que com as outras quantidades, permitindo assim a substituição do coeficiente de absorção por um valor médio sobre a banda estreita do espectro. Os resultados são precisos quando comparados com os métodos determinados linha por linha, no entanto apresenta dificuldades de implementação para gases não homogêneos sendo limitado para meios sem espalhamento e com paredes negras. Nesse contexto o modelo de Elsasser, admite que as linhas espectrais são espaçadas equidistantes e possuem intensidade de radiação constante, os modelos estáticos, por sua vez, admitem uma distribuição aleatória tanto da intensidade como do espaçamento ao longo das bandas estreitas, levando a uma emissividade média do espectro, destacando na literatura os modelos de Goody e de Malkumus.

O modelo de distribuição κ de bandas estreitas emprega uma metodologia diferente dos tradicionais modelos de bandas estreitas, uma vez que considera que para uma determinada faixa muito estreita do espectro os valores do coeficiente de absorção repetem-se várias vezes, cada um produzindo idênticos campos de intensidade no meio, o que permite reordenar pelo cálculo linha a linha do campo do coeficiente de absorção em uma função crescente monotonicamente. Possibilitando determinar as quantidades espectrais, tais como a intensidade e transmissividade em função da distribuição κ , como mostrado abaixo:

$$\bar{\tau}_{\eta}(X) = \frac{1}{\Delta\eta} \int_{\Delta\eta} e^{-\kappa_{\eta}X} d\eta = \int_0^{\infty} e^{-\kappa_{\eta}X} f(\kappa) d\kappa \quad (3.8)$$

A transmissividade foi reconhecida por Domoto apud Modest (2003), como sendo a transformada inversa Laplace da função distribuição de κ , de forma que:

$$\bar{\tau}_{\eta}(X) = \int_0^1 e^{-\kappa(g)X} dg \quad g(\kappa) = \int_0^{\kappa} f(\kappa) d\kappa \quad (3.9)$$

Em que $\kappa(g)$ é a função inversa da distribuição κ acumulativa e $g(\kappa)$ representa a fração do espectro no qual o coeficiente de absorção cai abaixo do valor de κ .

A modelagem por bandas largas, por sua vez, determina o coeficiente de absorção de gás admitindo que a intensidade para um corpo negro não varia ao longo de todas as bandas de vibração e de rotação. O modelo possui baixa acurácia, mas possui facilidade de implementação e de cálculo. Destacando o modelo de bandas largas exponenciais estabelecido por Edwards e seus colaboradores no qual as linhas de intensidade reduzem exponencialmente, admitindo assim três formas exponenciais, caracterizadas pelos parâmetros de força e de largura da banda

Finalizando os modelos globais determinam o fluxo total de calor usando propriedades radiativas integradas por todo o espectro. O modelo de soma ponderada de gases cinza se destaca neste contexto, que como demonstrado por Modest (1990) pode ser implementado em qualquer metodologia de solução da equação de transferência radiativa. Recentemente, Denison and Webb (1993) estabeleceu a função de distribuição da linha de absorção de corpo negro para os Gases CO_2 e H_2O , que permite a determinação dos pesos da distribuição k para os gases cinza.

3.2.1. Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinza-WSGG

O modelo da soma ponderada de gases cinza consiste na divisão do espectro em regiões com coeficientes de absorção constante. Estabelecendo gases cinza virtuais, de forma a representar as propriedades radiativas do meio participante, geralmente 3 ou 2 gases cinza são suficientes para representar o espectro de absorção, além de um gás transparente para representar as janelas do coeficiente de absorção. Foi inicialmente desenvolvido por Hottel e Sarofim (1976) para ser aplicado no método da zona e estendido por Modest (1990) para qualquer metodologia de solução da equação de transferência radiativa sem espalhamento, sendo assim, a emissividade de gás pode ser dada por:

$$\varepsilon(T_g) = \sum_i^n a_i(T_g) \cdot (1 - e^{-\kappa_i \cdot L}) \quad (3.10)$$

A literatura disponibiliza vários ajustes para os coeficientes da soma ponderada para gases cinza, como os estabelecidos por Smith et al (1982), Truelove (1976), Dorigon et al (2012) e Galarça et al (2008) estabelecendo diferentes quantidades de gases cinza e valores do coeficiente de absorção. A dependência da temperatura é considerada no fator de peso através de polinômios de grau quatro ou três para diferentes coeficientes de absorção dos gases cinza, como mostrados abaixo:

$$a_g(T_i) = \sum_{i=0} b_i \cdot T_g^i \quad (3.11)$$

O modelo da soma ponderada de gases cinza tem se destacado na literatura pelo reduzido tempo de processamento computacional e pelos resultados satisfatórios quando aplicado em problemas práticos de engenharia, conforme levantado por Soufiani e Djavdan (1994), Méchi et al (2010), Goutiere et al (2000) e Galarça et al (2008). Apesar de alguns autores como Coelho et al (1998) e Maurente et al (2008) destacarem as vantagens do modelo da soma ponderada de gases cinza baseado nas linhas espectrais sobre o modelo de soma ponderada de gases cinza principalmente para misturas não-homogêneas e não isotérmicas.

3.2.2. Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinza Baseado nas Linhas Espectrais.

O modelo inicialmente proposto por Denison e Webb (1993), tem sido recomendado para aplicações em problemas de engenharia por Galarça et al (2008), Goutiere et al (2000) e Solovjov e Webb (2000), devido a sua acurácia e relativo baixo tempo de processamento.

O modelo consiste em determinar as propriedades radiativas dos gases participantes de maneira similar ao modelo da soma ponderada de gases cinza utilizando uma função de distribuição de energia do corpo negro nas linhas de absorção, que pode ser aplicado como solução da equação de transferência radiativa sem espalhamento, na forma:

$$\frac{dI_i}{ds} = \tilde{\kappa}_i(T) (\tilde{a}_i(T) \cdot I_b(T) - I_i) \quad (3.12)$$

Em que $\tilde{\kappa}_i$ é o coeficiente de absorção médio entre as faixas da fração dos pesos da função de Planck no espectro, g , dado por:

$$\tilde{\kappa}(T) = \sqrt{\kappa(T, g_{i-1}) \cdot j\kappa(T, g_i)} \quad (3.13)$$

A função de peso \tilde{a}_i , por sua vez é dada por:

$$\tilde{a}_i(T) = g_i - g_{i-1} \quad (3.14)$$

A função de distribuição de energia de corpo negro nas linhas de absorção é definida na base de alta resolução da absorção molecular assumindo a forma da linha espectral de Lorentz, representando somente as informações condensadas sobre o espectro, sendo formulada para cada espécie dos gases participantes. A função de distribuição é caracterizada como a fração da energia do corpo negro naquelas partes do espaço de comprimento de onda em que o coeficiente de absorção é menor que o valor de referência, conforme mostrado na figura 3.5.

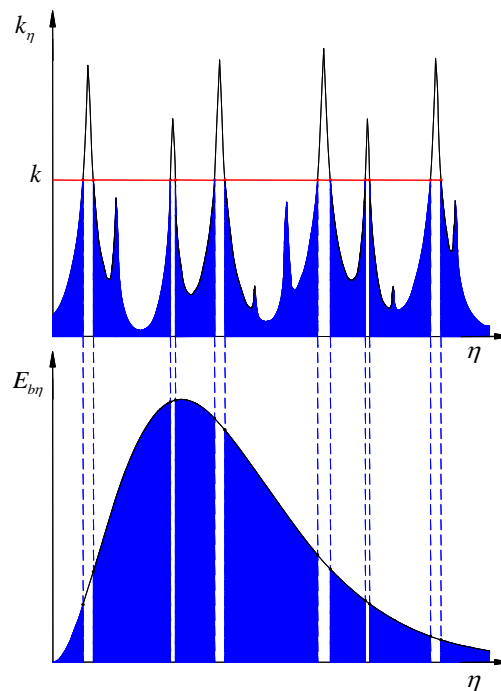


Figura 3.5 - Representação da fragmentação da energia da função de distribuição de Planck para cálculo da função de distribuição da energia de corpo negro na linha de absorção.

Fonte: Adaptado de Solovjov e Webb (2000).

A função de distribuição de energia de corpo negro nas linhas de absorção é dada por:

$$g = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(P(T_p, T_g, \xi - \xi_{sb}, k) \right) \right] \quad (3.15)$$

Em que $P(T_p, T_g, \xi - \xi_{sb}, k)$ é dado por:

$$P(T_p, T_g, \xi, k) = \sum_{l=0}^3 \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a_{lmn} \left(\frac{T_g}{2500} \right)^n \left(\frac{T_p}{2500} \right)^m \xi^l \quad (3.16)$$

Assim como T_p e T_g representam respectivamente a temperatura da função de Planck e a temperatura do gás e ξ é definido por:

$$\xi = \ln \left(\frac{R_u \cdot T_g}{x p} k \right) \quad (3.17)$$

Em que R_u é a constante universal do gás, p é a pressão, x é a fração molar e k o coeficiente de absorção do gás. Para contabilizar o efeito do alargamento das linhas espectrais devido a colisão das moléculas para altas frações molares dos gases absorvedores, como no caso da água, tem-se que:

$$\xi_{sb}(T_p, x_{H_2O}) = \sum_{l=0}^3 \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^2 b_{lmn} \left(\frac{T_p}{2500} \right)^n \cdot \xi^m \cdot x_{H_2O}^{l+1} \quad (3.18)$$

Para o dióxido de carbono este efeito é considerado desprezível.

A avaliação das superfícies complexas apresenta algumas tendências na literatura, principalmente no que tange a aplicação do método de ordenadas discretas e volumes finitos conforme abordado a seguir.

3.3. Solução da Equação de Transferência Radiativa.

A solução analítica da equação de transferência radiativa somente é possível para situações muito simples, sendo assim, necessário para aplicações industriais, desenvolver metodologias numéricas que possibilitem a solução desta equação. Segundo Modest (2003) as dificuldades encontradas na solução da equação de transferência radiativa estão relacionadas aos aspectos geométricos que podem envolver análises em três dimensões; ao campo de temperatura que pode ser desconhecido, como em problemas de combustão, sendo necessário estabelecer onerosos cálculos iterativos; ao espalhamento devido aos efeitos de mudança de direção nas partículas que compõe o meio e as propriedades radiativas que possuem, como mostrado, grandes e rápidas alterações no espectro além de mudança com a temperatura, concentração, dentre outras.

Os métodos usuais de solução aproximada da equação de transferência radiativa estabelecem muito vezes suas bases admitindo meios cinza ou meios opticamente espessos ou finos, paredes negras, e intensidade radiativa constante sobre partes discretas. Sendo assim, os métodos mais empregados são o método diferencial, o método de ordenadas discretas, método de volumes Finitos, o método da zona e o método de Monte Carlo, com uma ampla literatura esclarecendo as metodologias e discutindo as possibilidades e limitações. No entanto, a literatura apresenta outros métodos tais como: o método de difusão, o método de transferência discreta proposto por Lockwood e Shah (1981) e aperfeiçoado por Cumber (1995) e Coelho (1997) e elementos finitos, que segundo Howell et al (2011) é uma metodologia promissora para solução da equação de transferência radiativa.

Neste trabalho procurou-se descrever somente o estudo de cinco métodos mais empregados, ou seja, o método diferencial, o método de ordenadas discreta, o método de volumes Finitos, o método da zona e o método de Monte Carlo, com uma ênfase no método da zona e método de volumes finitos que foram as metodologias implementadas para solução dos problemas abordados.

3.3.1. Método Diferencial

O método diferencial é baseado na aproximação estabelecido por Milne-Eddington apud Howell et al (2011) e Modest (2003) no qual é alterada a equação integro-diferencial em equações diferenciais de momento, estabelecendo que a intensidade de radiação na direção

positiva e negativa do sistema de coordenada são isotrópicas, independente do ângulo e com valores distintos.

Sendo assim o método do esférico harmônico representa uma generalização da aproximação de Milne-Eddington sendo utilizada para meios cinza, com perfil de temperatura conhecido, no qual o campo de intensidade radiativa é expresso como uma expansão em séries Fourier de funções ortogonais harmônicas.

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \Upsilon_l^m(\mathbf{r}) \Upsilon_l^m(\hat{\mathbf{s}}) \quad (3.19)$$

Em que $\Upsilon_l^m(\mathbf{r})$ são coeficientes dependentes da posição e $\Upsilon_l^m(\hat{\mathbf{s}})$ são os esféricos harmônicos angularmente dependentes.

$$\Upsilon_l^m(\hat{\mathbf{s}}) = \left[\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} e^{jm\phi} P_l^{|m|}(\cos \theta) \quad (3.20)$$

Em que ϕ e θ são os ângulos azimutal e polar e termo $P_l^{|m|}(\cos \theta)$ são polinômios de Legendre associados do primeiro tipo, de grau l e ordem m . São empregadas duas formas de truncamento com l igual a 0 e 1 conhecido como aproximação P_1 e com l igual a 0, 1, 2 e 3 conhecida como aproximação P_3 .

Aplicando os truncamentos e gerando as equações de momentos pela multiplicação da intensidade radiativa local pelos cossenos direcionais, individualmente ou em combinação e integrando sobre todo ângulo sólido, tem-se assim os momentos zero, primeiro e segundo momento:

$$\begin{aligned} I^{(0)}(\mathbf{r}) &= \int_{\Omega=0}^{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \\ I^{(i)}(\mathbf{r}) &= \int_{\Omega=0}^{4\pi} \hat{\mathbf{s}}_i \cdot I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \quad (i=1, 2, 3) \\ I^{(ij)}(\mathbf{r}) &= \int_{\Omega=0}^{4\pi} \hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_j I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \quad (i, j=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.21)$$

O significado físico dos momentos de zero e primeira ordem são respectivamente a radiação incidente e o fluxo de calor radiativo. As séries truncadas são substituídas nas equações de momentos e um sistema algébrico de equações com os coeficientes $I_l^m(\mathbf{r})$ são resolvidos e substituídos nas expansões truncadas, que para aproximação P_1 é dada na forma:

$$I(\mathbf{r}, \theta, \phi) = I_0^0 + I_1^0 \cos \theta + I_1^{-1} \sin \theta \cos \phi - I_1^1 \sin \theta \sin \phi \quad (3.22)$$

Pelas definições da radiação incidente $G(\mathbf{r})$ e o vetor de fluxo de calor $\mathbf{q}(\mathbf{r})$, pode-se determinar a intensidade de radiação da equação (3.22), na forma:

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \frac{1}{4 \cdot \pi} [G(\mathbf{r}) + 3 \cdot \mathbf{q}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{s}}] \quad (3.23)$$

Substituindo a Eq. (3.23), na equação de transferência radiativa (3.6) e considerando o espalhamento linearmente anisotrópico, e realizando as devidas simplificações definidas em Modest (2013) multiplicado pelo esférico harmônico $Y_0^0 = 1$, tem-se:

$$\nabla_{\tau} \cdot \mathbf{q} = (1 - \omega) \cdot (4 \cdot \pi \cdot I_b - G) \quad (3.24)$$

Em que ∇_{τ} representa o gradiente adimensional usando o coeficiente de extinção, de maneira que $d\tau = \beta ds$ e ω é o albedo de espalhamento definido na forma $\omega = \frac{\sigma_{s\eta}}{\beta_{\eta}}$. Para obter as equações adicionais para solução do sistema de equações multiplica-se pelos esféricos harmônicos $Y_1^m (m = -1, 0, 1)$ e realizando as devidas simplificações, tem-se:

$$\nabla_{\tau} G = -(3\beta - A_1 \sigma_s) \mathbf{q} \quad (3.25)$$

Em que A_1 representa o fator de espalhamento linear anisotrópico e β e σ_s os coeficientes de extinção e espalhamento. A condição de contorno por sua vez pode ser

determinada substituindo a intensidade de radiação Eq (3.23) na Eq.(3.7), realizando as devidas simplificações obtém-se:

$$2 \cdot \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} (4 \cdot \pi \cdot I_{bw} - G) \quad (3.26)$$

Em que $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal a superfície, ε é a emissividade e I_{bw} é a intensidade de radiação de um corpo negro na parede.

3.2.3.2. Método de Ordenadas Discretas

O método de ordenada discreta ou método de multífluxos S_N é fundamentado na solução aproximada proposta independentemente por Schuster e Schwarzschild apud Modest (2003), conhecido como método de dois fluxos, que consiste em transformar a equação integro-diferencial de transferência radiativa em equações diferenciais parciais considerando a intensidade de radiação na direção positiva e negativa do sistema de coordenada como sendo isotrópicas, independente do ângulo e com valores distintos.

Sendo assim, o método de ordenadas discretas é baseado na representação da variação direcional da intensidade radiativa por uma discretização com dependência direcional da equação de transferência radiativa. Considerando a equação de transferência radiativa na forma:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dS} = \mu \frac{\partial I}{\partial x} + \eta \frac{\partial I}{\partial y} + \xi \frac{\partial I}{\partial z} = \kappa(\mathbf{r}) I_b(\mathbf{r}) - [\kappa(\mathbf{r}) + \sigma_s(\mathbf{r})] I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \\ + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \int_{\Omega_i=0}^{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i) \Phi(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i \end{aligned} \quad (3.27)$$

A integral sobre o ângulo sólido é aproximada por quadraturas numéricas com fatores de peso angulares para avaliar o termo fonte radiativo. Então a equação de transferência para uma direção é dada na forma:

$$\mu \frac{\partial I}{\partial x} + \eta \frac{\partial I}{\partial y} + \xi \frac{\partial I}{\partial z} = \kappa(\mathbf{r}) I_b(\mathbf{r}) - [\kappa(\mathbf{r}) + \sigma_s(\mathbf{r})] I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \sum_j w_j I(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) \quad (3.28)$$

Em que μ , η e ξ são cossenos da direção da intensidade radiativa $I(\mathbf{r})$ e são determinadas pela quadratura direcional com os respectivos pesos w_j . Pela formulação de elementos finitos integrando sobre o elemento de volume, tem-se a seguinte equação:

$$\mu(A_l I_{l_i} - A_o I_{o_i}) + \eta(A_n I_{n_i} - A_s I_{s_i}) + \xi(A_a I_{a_i} - A_b I_{b_i}) = -\beta V I_{pi} + \beta V S_{pi} \quad (3.29)$$

De maneira que V é o volume e A são as áreas que delimitam o volume, com os subscritos referentes às faces leste l , oeste o , norte n , sul s , acima a e abaixo b . I_{pi} representa a intensidade radiação média no elemento de volume e o termo fonte de radiação médio do elemento de volume S_{pi} é dado por:

$$S_{pi} = (1 - \omega) \cdot I_b + \frac{\omega}{4\pi} \sum_j w_j \Phi_{ij} I_j \quad (3.30)$$

Em que ω é o albedo de espalhamento, I_j e I_b são as intensidades de radiação incidente e de corpo negro e Φ_{ij} é função de fase de espalhamento.

As soluções das equações diferenciais resultantes de cada direção são obtidas pelos métodos de discretização de equações diferenciais parciais, tais como elementos finitos, volumes finitos e diferenças finitas. Neste método a varredura da solução é determinada pela definição das direções do vetor intensidade, de maneira que a direção de cálculo da equação discretizada pode ser dada de acordo com as fronteiras adotando um esquema de interpolação para definir as direções desconhecidas.

3.2.3.3. Método de Volumes Finitos

O método de ordenada discreta apresenta alguns problemas relacionados ao falso espalhamento e o efeito raio, além de não garantir a conservação da energia de radiação,

Modest (2013). Sendo assim, o método de volumes finitos emprega uma discretização espacial uniforme ao longo do ângulo sólido, considerando os efeitos das irregularidades da malha pelos vetores normais as áreas do elemento discretizado, além de conservar a energia radiativa no interior dos volumes. Apresentando assim como uma ferramenta poderosa para avaliação da transferência de calor em superfícies complexas, tais como apresentado por como Chai (1994), Byun et al (2003), Kim e Baek (2005), Tian e Chiu (2005) e Kim (2008).

Sendo assim, o método de volumes finitos é baseado na integração volumétrica e direcional da equação de transferência radiativa que para coordenadas cilíndricas se dá na forma:

$$\begin{aligned} \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{dI}{dS} dv d\Omega &= \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \mu \cdot I) dv d\Omega + \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} (\eta \cdot I) dv d\Omega + \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial z} (\xi \cdot I) dv d\Omega = \\ &= \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \left\{ \kappa(\mathbf{r}) I_b(\mathbf{r}) - [\kappa(\mathbf{r}) + \sigma_s(\mathbf{r})] I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \int_{\Omega_i=0}^{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i) \Phi(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i \right\} dv d\Omega \end{aligned} \quad (3.31)$$

De maneira que μ , η e ξ representam os cossenos diretores da intensidade de radiação I e as integrais de volume e direção são discretizadas nos elementos de volume da malha Δv e elementos de ângulo sólido $\Delta\Omega$. Considerando que a intensidade de radiação é constante ao longo de cada face do elemento de volume, assim como cada ângulo sólido. De maneira similar assumindo que para a integral de volume os valores da intensidade são constantes e iguais a um valor no ponto p , a equação torna-se:

$$\sum_k I_{ki} A_{ki} (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k) = \beta_p \cdot (S_{pi} - I_{pi}) V \cdot \Omega_i \quad (3.32)$$

Em que $(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k)$ representa o produto escalar entre a direção da intensidade de radiação e o vetor normal a face do volume p , β é o coeficiente de extinção e o termo S_{pi} representa função fonte radiativa, dada por:

$$S_{pi} = (1 - \omega_p) I_{bp} + \frac{\omega_p}{4 \cdot \pi} \sum_{j=1}^n I_{pj} \bar{\Phi}_{ij} \quad (3.33)$$

De maneira que ω_p representa o albedo de espalhamento, sendo que a irradiação do corpo negro é dada por I_{bp} e a função de fase de espalhamento média $\bar{\Phi}_{ij}$ é dada por :

$$\bar{\Phi}_{ij} = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_j} \bar{\Phi}(s', s) d\Omega' d\Omega \quad (3.34)$$

O espalhamento não foi considerado neste trabalho e as condições de contorno são dadas na forma:

$$j_w = \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} > 0} I(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}) d\Omega = \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} > 0} \varepsilon_w I_{bw}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}) d\Omega + (1 - \varepsilon_w) \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} < 0} I_{bw}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}) d\Omega \quad (3.35)$$

Em que ε_w e I_{bw} representam respectivamente a emissividade e a intensidade de radiação do corpo negro na parede.

A literatura disponibiliza algumas outras variantes do método de volumes finitos de maneira a aprimorar os resultados da simulação, tais como os trabalhos de Salah et al (2005) e Grissa et al (2008) que empregam a técnica de controle dos elementos volumes finitos. A técnica consiste em subdividir o volume em elementos triangulares encontrando o centroide dos elementos de volume pelo ponto médio de cada lado, de maneira a obter na discretização seis nós ao em vez de quatro do método de volumes finitos tradicional, melhorando a resolução numérica e aprimorando os resultados.

3.2.3.4. Método da Zona

O método da zona foi inicialmente estabelecido por Hottel e seus colaboradores, apresentado em Hottel and Sarofim (1976) e é fundamentado na divisão do volume de gás e da superfície de troca de calor em elementos isotérmicos de forma a contabilizar a transferência de calor dos elementos isotérmicos através das áreas de troca direta estabelecidas entre o volume e a superfície, entre a superfície e a superfície e entre o volume e o volume, ver Fig.3.6.

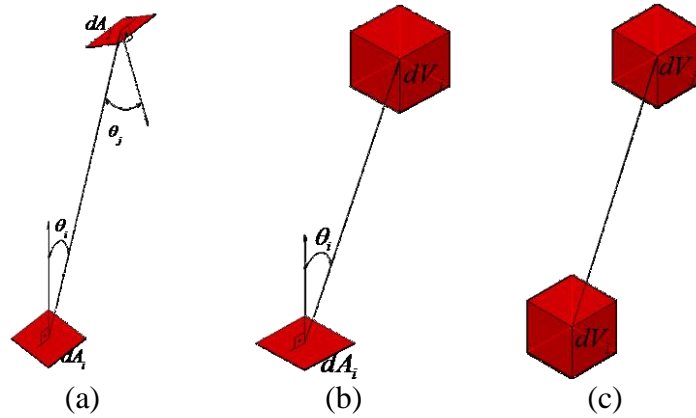


Figura 3.6 - Área de troca direta entre superfícies e superfícies (a), entre superfícies e volumes (b) e entre volumes e volumes (c).

O método foi inicialmente estabelecido para a transferência de calor em meios absorvedores, emissores e sem espalhamento para gases cinza com coeficientes de absorção constantes, em seguida foi estendido para meios absorvedores, emissores e com espalhamento isotrópico com gases não cinza. Utilizando uma metodologia de caixa preta para modelar o efeito espectral do coeficiente de absorção que é a soma ponderada de gases cinza.

Sendo assim pode-se determinar a área de troca direta entre os elementos de superfície, Fig. 3.6 (a), por:

$$s_i s_j = \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dA_i dA_j \quad (3.36)$$

Assim como a área de troca direta entre os elementos de volumes, Fig. 3.6(c), na forma:

$$g_i g_j = \int_{V_j} \int_{V_i} \frac{\kappa_i \cdot \kappa_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dV_i dV_j \quad (3.37)$$

De maneira análoga pode-se estabelecer a área de troca direta entre os elementos de volume e de superfície, Fig. 3.6(b):

$$g_i s_j = \int_{A_j} \int_{V_i} \frac{\kappa_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dV_i dA_j \quad (3.38)$$

Para contabilizar os efeitos das múltiplas reflexões e da emissão entre as superfícies dos gases utiliza-se a área de troca total, através da representação matricial, conforme e Noble (1975) e Rhine e Tucker (1991), na forma:

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{SS}} &= \varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} (\overline{\mathbf{ss}} - \omega_0 \mathbf{L}) \cdot \varepsilon \mathbf{I} \\ \overline{\mathbf{SG}} &= \overline{\mathbf{GS}}^T = (1 - \omega_0) \varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K} \\ \overline{\mathbf{GG}} &= (1 - \omega_0)^2 4\beta \cdot \mathbf{VI} \cdot \mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{gg}} + (1 - \omega_0)^2 \mathbf{K}^T \cdot \rho \mathbf{I} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K}\end{aligned}\quad (3.39)$$

Em que β é o coeficiente de extinção total, ω_0 e ε são respectivamente o albedo para o espalhamento e emissividade hemisférica, \mathbf{AI} e \mathbf{VI} são as matrizes diagonais para área e para o volume, \mathbf{R} e \mathbf{P} são as matrizes inversas definidas por:

$$\mathbf{R} = \left[\mathbf{AI} - (\overline{\mathbf{ss}} + \omega_0 \mathbf{L}) \cdot \rho \mathbf{I} \right]^{-1} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{P} = \left[4\beta \mathbf{VI} - \omega_0 \overline{\mathbf{gg}} \right]^{-1} \quad (3.41)$$

As matrizes \mathbf{L} e \mathbf{K} são definidas por:

$$\mathbf{L} = \overline{\mathbf{sg}} \cdot \mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{gs}} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{K} = 4 \cdot \beta \cdot \overline{\mathbf{sg}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{VI} \quad (3.43)$$

Objetivando considerar os efeitos das bandas de absorção espectral dos gases, principalmente do CO_2 e do H_2O , utiliza-se a soma ponderada de gases cinza através das áreas de fluxo direto, na forma:

$$\begin{aligned}\overline{S_i S_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n} (T_i) (\overline{S_i S_j})_{K=K_n} \\ \overline{S_i G_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n} (T_i) (\overline{S_i G_j})_{K=K_n} \\ \overline{G_i S_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n} (T_i) (\overline{G_i S_j})_{K=K_n}\end{aligned}\quad (3.44)$$

$$\overrightarrow{G_i G_j} = \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n}(T_i) (\overrightarrow{G_i G_j})_{K=K_n}$$

Os coeficientes da soma ponderada de gases cinza são dados na forma:

$$a_{s,n}(T_i) = \sum_{i=0} b_{i,n} \cdot T_w^i \quad (3.45)$$

$$a_{g,n}(T_i) = \sum_{i=0} b_{i,n} \cdot T_g^i$$

A troca de calor entre as superfícies é dada na forma:

$$\dot{Q}_{i-j} = \varepsilon_i \cdot A_i \cdot E_i - \sum_{j=1}^m \overrightarrow{S_i S_j} \cdot E_i - \sum_{j=1}^l \overrightarrow{S_i G_j} \cdot E_{g,i} \quad (3.46)$$

A troca de calor entre os volumes é dada na forma:

$$\dot{Q}_{i-j} = \sum_{j=1}^l \overrightarrow{G_i G_j} \cdot E_{g,i} - \sum_{j=1}^m \overrightarrow{G_i S_j} \cdot E_i - 4 \cdot \beta \cdot V_i \cdot E_{g,i} \quad (3.47)$$

3.2.3.5. Método de Monte Carlo

Os problemas de radiação térmicas que envolvem geometrias complexas, variação das propriedades com a direção e espalhamento anisotrópico, o método Monte Carlo representa uma ferramenta eficaz para a solução destes problemas. Este método é baseado na amostragem aleatória numérica das grandezas estatísticas condicionadas em relação as grandezas físicas. Diferentemente dos outros métodos esse método pode apresentar erros associados ao tamanho da amostragem realizada na simulação.

A amostragem aleatória no caso de simulações numéricas é garantida por métodos pseudorandômicos de geração de números aleatórios, sendo que a escolha correta do método de geradores de números aleatórios, de acordo Howell et al (2011) e Modest (2003) , possuem influência no tamanho da amostragem necessária e conseqüentemente nos resultados e no esforço computacional.

O fluxo de calor radiativo nas superfícies para meios participantes, assumindo índice de refração unitário, é dado na forma:

$$q(\mathbf{s}) = \varepsilon(\mathbf{s})\sigma T^4(\mathbf{s}) - \int_A \varepsilon(\mathbf{s}')\sigma T^4(\mathbf{s}') \frac{dF_{dA' \rightarrow dA}}{dA} dA' - \int_V 4\kappa_p(\mathbf{s}'')\sigma T^4(\mathbf{s}'') \frac{dF_{dV'' \rightarrow dA}}{dA} dV'' \quad (3.48)$$

O primeiro termo a direita representa a emissão da superfície em que ε é a emissividade, σT^4 é a potência emissiva total emitida por um corpo negro; o segundo termo é a integral de superfície que representa a parcela da energia de uma outra superfície posicionada em \mathbf{s}' a qual alcançou a superfície \mathbf{s} , em que $dF_{dA' \rightarrow dA}$ é o fator de forma entre superfícies; o terceiro termo, por sua vez, é a integral de volume que representa a parcela de energia dos volumes do meio que alcançaram a superfície \mathbf{s} , em que κ_p é o coeficiente local de absorção médio de Planck para o meio e $dF_{dV'' \rightarrow dA}$ é o fator de forma entre os volumes e a superfície \mathbf{s} .

Para contabilizar a quantidade de energia depositada por volume do meio utiliza-se o divergente do fluxo radiativo de calor que para o método de Monte Carlo é dado na forma:

$$\nabla \mathbf{q} = 4\kappa_p \sigma T^4 - \int_A \varepsilon(\mathbf{s}')\sigma T^4(\mathbf{s}') \frac{dF_{dA' \rightarrow dV}}{dV} dA' - \int_V 4\kappa_p(\mathbf{s}'')\sigma T^4(\mathbf{s}'') \frac{dF_{dV'' \rightarrow dV}}{dV} dV'' \quad (3.49)$$

O primeiro termo a direita representa a emissão do volume do meio em que κ_p é o coeficiente local de absorção médio de Planck para o meio, σT^4 é a potência emissiva total emitida por um corpo negro; o segundo termo é a integral de superfície que representa a parcela da energia de uma superfície posicionada em \mathbf{s}' que alcançou o volume, em que $dF_{dV' \rightarrow dA}$ é o fator de forma entre superfícies e o volume; o terceiro termo, por sua vez, é a integral de volume que representa a parcela de energia de um volume qualquer do meio que alcançou o volume analisado, em que κ_p é o coeficiente local de absorção médio de Planck para o meio e $dF_{dV'' \rightarrow dV}$ é o fator de forma entre os volumes.

Para realizar o cálculo numérico destas equações divide-se a cavidade em um número finito de \mathbf{J} superfícies e \mathbf{K} volumes, e substituiu-se as integrais por somas discretas, conforme mostrado:

$$Q_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 A_i - \sum_{j=1}^J \varepsilon_j \sigma T_j^4 (\mathbf{s}') F_{dA' \rightarrow dA} A_j - \sum_{k=1}^K 4\kappa_{pk} \sigma T_k^4 F_{dV' \rightarrow dA} V_k \quad (3.50)$$

$$\int_V \nabla \mathbf{q} dV = 4\kappa_{pi} \sigma T_i^4 V_i - \sum_{j=1}^J \varepsilon_j \sigma T_j^4 (\mathbf{s}') F_{dA' \rightarrow dV} A_j - \sum_{k=1}^K 4\kappa_{pk} \sigma T_k^4 F_{dV' \rightarrow dV} V_k \quad (3.51)$$

Para a amostragem os feixes de energia emitem quantidades de energia uniformes, tanto para as superfícies quanto para volumes, como se segue:

$$\Delta E s_i = \frac{\varepsilon_i \sigma T_i^4 A_i}{N_i} \quad (3.52)$$

$$\Delta E v_i = \frac{4\kappa_{pi} \sigma T_i^4 V_i}{N_i} \quad (3.53)$$

Em que $\Delta E v_i$ é a quantidade de energia no feixe emitida pelo volume, $\Delta E s_i$ é a quantidade de energia no feixe emitida pela superfície e N_i é a amostragem estatística dos feixes de energia.

Os fatos de forma são estabelecidos pela quantidade de feixes que alcançou um determinado elemento infinitesimal de superfície ou volumes pela quantidade total de amostragens dos feixes de energia, como se segue:

$$F_{di \rightarrow dj} \equiv \left(\frac{N_{ij}}{N_i} \right) \quad (3.54)$$

Em que $F_{di \rightarrow dj}$ é o fator de forma generalizado para superfícies ou volumes e N_{ij} é a parcela de feixes de energia que alcançou os elementos de análise.

Para estabelecer o cálculo dos fluxos de calor ou do divergente de calor faz-se necessário estabelecer de acordo com uma amostragem randômica os pontos e as direções de emissão, os comprimentos de onda de emissão da superfície e do meio, a absorção e o espalhamento dos meios, que de maneira geral são organizados similarmente às funções de distribuição de probabilidade cumulativas, de forma que o número randômico está entre 0 e 1.

Para finalizar, o processo de determinação das grandezas físicas deve inverter as equações organizadas em funções de distribuição para determinar as respectivas grandezas físicas a serem utilizadas nas expressões de fluxo e divergente de calor. No entanto, como

estabelecido neste trabalho foi apresentada apenas uma abordagem inicial, aconselha-se para maiores informações os trabalhos de Howell (1998).

O método de Monte Carlo, conforme empregado por Maurente (2007), pode ser associado ao método da zona para determinação das áreas de troca direta, sendo particularmente interessante para o emprego de superfícies complexas.

3.2.4. Radiação Térmica em Superfícies Complexas

Usualmente três classes de métodos são empregados para resolver a radiação térmica em superfícies complexas, o método de Monte Carlo, como sendo o mais robusto, o método de ordenadas discretas e volumes finitos.

O Método de Monte Carlo segundo Howell (1998) destaca-se pela facilidade de implementação e pela abordagem precisa para avaliação da radiação térmica, podendo ser aplicado tanto em superfícies complexas quanto em problemas com propriedades da superfície e do meio variável, entretanto exige grandes esforços computacionais e memória.

O método de ordenadas discretas consiste em transformar a equação integro diferencial de transferência radiativa em equações diferenciais parciais, foi aplicado para superfícies complexas por Sakami e Charette (1998) para modelar a transferência de calor radiativa em geometrias tridimensionais e bidimensionais propondo um novo esquema diferencial, Chai e Rath (2006) também descreveram o método de ordenadas discretas e volumes finitos aplicados às geometrias irregulares, o método é menos exigente em termos computacionais, entretanto apresentam anomalias causadas pelo efeito raio. Para reduzir essas anomalias Amiri et al (2011) aplicou uma formulação modificada do método de ordenadas discretas de forma que a intensidade de radiação é expressa como uma soma de dois componentes, um componente da intensidade da parede que é resolvida analiticamente e outro componente da intensidade do meio que aplica o método de ordenadas discretas. Kim e Baek (2005) aplicaram também o método de ordenadas discretas modificado comparando com o método de volumes finitos padrão e modificado aplicado em geometrias de simetria axial de referências. Autores como Wang et al (2010), Sadat et al (2012) realizaram a avaliação da transferência de calor radiativa pelo método sem malha baseado na paridade da formulação do método de ordenadas discretas.

O método de volumes finitos é baseado na mesma ideia do método de volumes finitos de mecânica dos fluidos de maneira que a discretização angular é dividida em ângulos sólidos iguais sem os fatores de pesos, usados no método de ordenadas discretas. Este método tem sido aplicado com sucesso para solução de problemas de transferência de calor radiativa em geometrias complexas, com trabalhos como Chai (1994), que empregou o método de volumes finitos em uma cavidade irregular de um quarto de arco de circunferência associada a um elemento retangular estudando a cavidade em J de uma fornalha utilizando tanto meios transparentes absorvedores e espalhadores isotrópicos, Byun et al (2003) por sua vez aplicaram o método para cavidades trapezoidais e semicírculos com um círculo no centro e uma cavidade de um incinerador para meios emissores e absorvedores, Lari e Nassab (2012) analisou geometrias complexas para meios não homogêneos e espalhamento anisotrópico utilizando o método de volumes finitos e Kim e Baek (2005), conforme citado empregaram o método de volumes finitos padrão e modificado comparado com o método de ordenada discreta em geometrias de simetria axial para meios absorvedores emissores e com espalhamento isotrópico. Apesar dos bons resultados quando comparados com o Método de Monte Carlo este método também sofre com as anomalias causadas pelo efeito raio o que levou a autores como Baek et al (2000) e Byun et al (2004) a utilizarem métodos híbridos empregando o método de Monte Carlo para resolver a componente da radiação nas paredes e o método de volumes finitos para resolver a componente da radiação dos volumes.

Para solução da transferência de calor radiativa métodos como o de transferência discreta foi aplicado por Talukdar (2006) em geometrias irregulares para diferentes geometrias com meios participantes e não participantes. Nunes et al (2000) também aplicaram uma metodologia diferente para a solução de problemas de simetria axial com meios absorvedores, emissores e espalhamento anisotrópicos, utilizando o método e N-Saltos e o método aproximado da função fonte. Coelho et al (1998) realizaram um comparativo dos métodos de ordenadas discretas, transferência discreta, volumes finitos e método da zona para avaliar cavidades com obstrução indicando a boa performance dos métodos de volumes finitos e ordenadas discretas em termos das soluções e tempos de processamento.

Além do método de solução da equação de transferência radiativa, a metodologia de tratamento da fronteira é muito importante para a solução da transferência radiativa em superfícies complexas, usualmente empregam-se as metodologias da dinâmica dos fluidos computacional que são as de fronteira de corpo ajustado, multiblocos espacial, fronteira de bloqueio e fronteira embutida, conforme mostrado na figura 3.7.

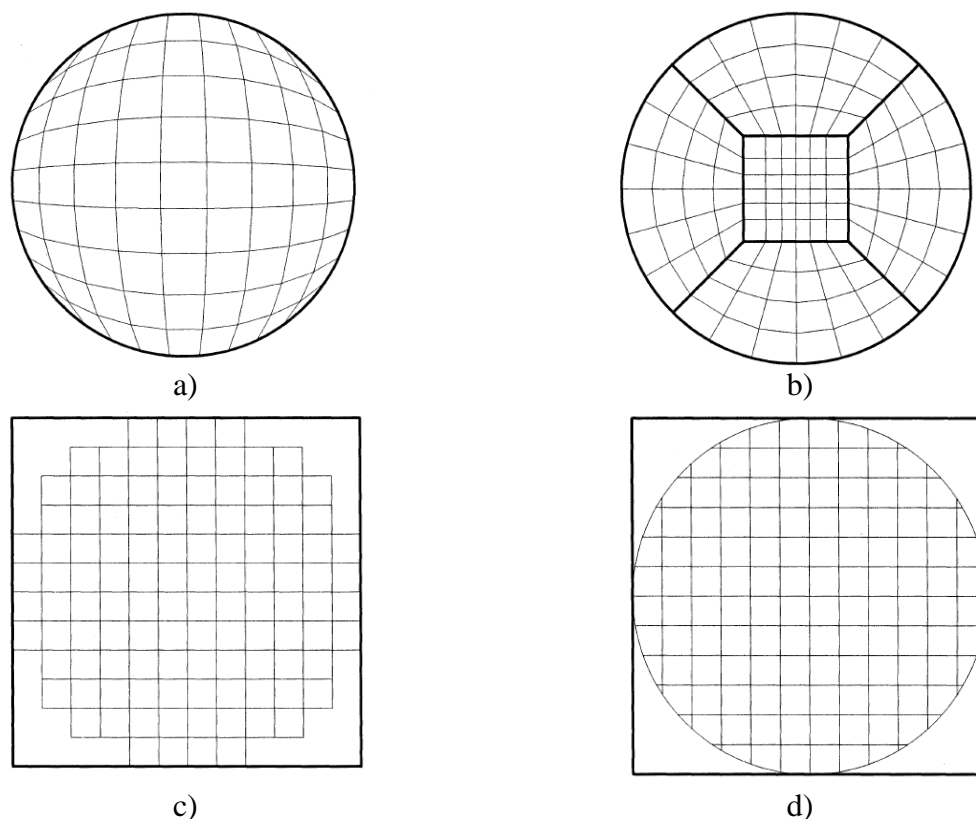


Figura 3.7 - Metodologia de tratamento das superfícies complexas: a) fronteira ajustada b) Multiblocos c) fronteira bloqueada e fronteira embutida.

Fonte: Byun et al (2003).

O método de multiblocos espacial foi desenvolvido por Chai e Moder Apud Byun et al (2003) emprega a metodologia de ajuste de corpo nos diferentes blocos de maneira que a integral de conservação da transferência de calor sobre cada interface deve assegurar a mesma potência emissiva.

Os métodos de fronteira bloqueada e fronteira embutida empregam malhas cartesianas de maneira que os domínios nominais são desenhados ao redor de um domínio físico que é dividido em região ativa em que a solução é solicitada e regiões inativas que estão fora do domínio. O tratamento de geometrias irregulares é definido adicionando termos fontes que modificam a equação de transferência radiativa discretizada, incorporando duas matrizes adicionais, sendo que nas regiões ativas os termos adicionais são nulos. O tratamento de fronteira embutida contorna a forma da fronteira complexas derivando uma formulação para os volumes de controle na interface das regiões inativas e ativas.

Para contextualizar os métodos de projetos em radiação térmica o emprego de metodologias diretas e inversas permite a avaliação das superfícies de troca de calor de maneira a especificar uma condição de projeto nas superfícies como estabelecido a seguir.

3.2.4.1. Problemas de Radiação inverso

Problemas de projeto envolvendo a transferência de calor por radiação são encontrados em muitos problemas industriais, tais como: o projeto das superfícies de aquecimentos e o posicionamento de aquecedores em fornos industriais para determinar uma distribuição de temperatura e fluxo de calor desejado como apresentado por Brittes e França (2013); o projeto de condições de queima em queimadores utilizando sensores de radiação como estudado por Liu et al (2010), Lou et al (2011) e Wang et al (2008), e a estimativa das propriedades térmicas radiativas e seus efeitos no fluxo de calor e na temperatura em fornos, como levantado por Li e Yang (1997), Park e Yoon (2001) e Park e Lee (2002), dentre outras aplicações. Usualmente, na prática aplica-se a técnica de tentativa e erro, entretanto com a difusão das técnicas inversas implícitas e explícitas o problema inverso pode ser resolvido tanto pelos métodos de regularização, na forma explícita, quanto utilizando técnicas de otimização, na forma implícita, Daun e Howell (2005).

As técnicas de otimização resolvem o problema inverso baseado no problema direto ou na forma implícita, estabelecendo uma função objetivo, geralmente na forma da soma dos desvios entre a condição desejada pela condição calculada e aplica técnicas clássicas de otimização, tais como: no método do gradiente conjugado, como desenvolvido por Bayat et al (2010), Han et al (2009), Kowsary et al (2007), Fan et al (2002) e Liu e Tan (2001), ou no método Newton, que como realizado por Zhou et al (2002), Cui et al (2011) e Boulet et al (2012) ou pelo método de quase Newton como desenvolvido por Kim e Baek (2007) e Kowsary et al (2007) para solução do problema. Outros autores aplicam técnicas de otimização não determinísticas, tais como: algoritmo genético realizado por Li e Yang (1997), algoritmo enxame de partícula desenvolvido por Farahmand et al (2012) e Lee et al (2008) e recozimento simulado e busca Tabu como levantado por Howell (2011).

A solução do problema inverso na forma explícita envolve o uso de métodos de regularização como os aplicados por Brittes e França (2013) e Hoffmann et al (2010) que empregaram a técnica de decomposição do valor singular, ou empregam a técnica de

regularização de Tikhonov como feito por Kowsary et al (2007), Lou et al (2011) e Boulet et al (2012). Essas metodologias especiais são aplicadas para encontrar uma solução útil que satisfaça o problema mal colocado com suficiente grau de acurácia.

A grande dificuldade do problema inverso de transferência de calor por radiação é que uma entrada térmica em qualquer localização da superfície de projeto pode ser afetada por algumas ou todas as fontes radiantes no sistema, além deste se apresentar na forma de um problema mal colocado, que pode ser definido por qualquer problema que não seja bem colocado, que por sua vez deve satisfazer três condições como estabelecido por Daun e Howell (2005), em que o problema deve ter solução, e essa solução deve ser única e deve ser estável sobre pequenas mudanças nos dados de entrada.

Os problemas mal colocados foram inicialmente pensados para serem artificiais, uma vez que não descrevem os sistemas naturais, e que a solução desses problemas podem apresentar soluções não fisicamente realísticas ou soluções que oscilam no espaço e no tempo, entretanto tem sido mostrado que estes não são todos os casos e na verdade, problemas mal colocados são frequentemente encontrados em diversos campos das ciências naturais e engenharia, devido a existência de várias e diferentes soluções para um problema particular, ou nenhuma solução.

Os problemas mal colocados podem ser singulares, com o número de variáveis maiores que o número de equações, então existe um número infinito de vetores solução que satisfaz a solução, neste caso a matriz será singular, da mesma maneira o número de equações pode exceder o número de variáveis desconhecidas, então a menos que qualquer vetor seja satisfeito exatamente, a matriz é mal condicionada, o que torna árdua a solução desse tipo de problema.

De acordo com a dimensão finita ou infinita dos modelos escolhidos no estudo e se o objeto a ser estimado for de dimensão finita ou infinita, pode se classificar problemas inversos segundo Silva Neto e Moura Neto (2005) em três tipos de problemas inversos:

- Problemas do Tipo I: Estimativa de número finito de parâmetros em um modelo de dimensões finita;
- Problema do Tipo II: Estimação de um número finito de parâmetros em um modelo de dimensões infinitas, e
- Problemas de Tipo III: Estimação de um número infinito de parâmetros ou de uma função em um modelo de dimensão finita.

De maneira geral, os problemas inversos de radiação são do tipo II, em que busca estimar um número finito de parâmetros em um modelo de dimensão infinita, como é o caso da estimativa das propriedades térmicas como realizado por Li e Yang (1997), Park e Yoon (2001) e Park e Lee (2002) e da condição desejada do fluxo de calor ou distribuição de temperatura em uma superfície de projeto, entretanto, mesmo para os casos de estimativa de funções, como a estimativa do termo fonte da intensidade de radiação do gás, emprega-se a estimativa dos coeficientes de polinômios para abordar o problema, conforme realizado por Liu e Tan (2001) e Salinas (2010).

Recentemente autores como Brittes e França (2013), Liu et al (2010), Fan et al (2002), Zhou et al (2002) e Lou et al (2011) têm resolvido problemas inversos usando diferentes técnicas de otimização e regularização para estimar de maneira simultânea as condições desejadas de fluxo de calor ou temperatura e as propriedades radiativas e até mesmo o posicionamento de aquecedores.

3.2.4.2 Metodologia de otimização de projeto

A metodologia de otimização emprega a formulação direta em que é estimado inicialmente uma condição inicial ou de contorno para a região de projeto ou variáveis de projeto e pelas técnicas de otimização seja ela determinística ou não. Atualiza-se sistematicamente essas variáveis de projeto minimizando a função objetivo que usualmente apresenta-se com um único objetivo, que é a redução dos desvios entre a condição desejada e a condição calculada, entretanto a própria formulação de otimização possibilita a incorporação tanto de restrições da solução, assim como a possibilidade de incorporar multi objetivos às funções.

As direções de busca nas técnicas clássicas são escolhidas baseadas na matriz Hessiana do gradiente ou matriz de sensibilidades, que muitos autores, tais como Bayat et al (2010), Fan et al (2002), Liu e Tan (2001), Liu et al (2001) e Sarvari (2005), empregam a própria diferenciação do método de solução da equação de transferência radiativa pelos parâmetros de otimização ou variáveis de projeto para definir essa matriz, entretanto alguns trabalhos estão empregando diferenças finitas ou até mesmo a diferenciação automática e o método de atualizações de Broyden, como estabelecido por Kim e Baek (2007), para determinar o gradiente. As técnicas não determinísticas usualmente não empregam o cálculo

do gradiente, geralmente a direção de busca é definida de acordo com os pontos gerados aleatoriamente mais aptos conforme a função objetivo.

Quando todas as variáveis são contínuas, os métodos de regularização e otimização são preferidos devido a redução do número de interações necessárias. Entretanto, quando as necessidades de otimização de projetos são um conjunto de variáveis discretas, a complexidade dos problemas impede a determinação do gradiente, ou a regularização resulta em soluções não realizáveis, os métodos não determinísticos neste caso são alternativas confiáveis. Outro ponto a destacar da formulação determinística é a limitação que os métodos possuem de contornar os mínimos locais, estabelecendo, assim, soluções de mínimos locais e não globais, essa limitação nos métodos não determinísticos não possui, tais como o método de recozimento simulado e os métodos bio-inspirados conseguem bem contornar os ótimos locais alcançando as condições de ótimo globais.

3.2.4.3. Metodologia de Projeto inverso

A metodologia de problema inverso explícito resolve o problema na sua forma mal colocada, levando a redução das iterações e consequentemente do tempo de processamento como observado por Brittes e França (2013), que empregaram um método híbrido de otimização e solução explícita pelo método de decomposição do valor singular.

As técnicas tradicionais de álgebra linear geralmente quando aplicadas aos problemas inversos mal colocados não conseguem encontrar soluções úteis, necessitando assim de métodos de regularização, que buscam uma configuração de um problema bem colocado que está relacionado com o problema original mal colocado, Silva Neto e Moura Neto (2005) exemplificaram este procedimento em sua obra.

Os problemas relacionados mais próximos do problema original terão soluções muito próximas de satisfazer o problema inverso, entretanto podem apresentar grandes oscilações e magnitudes. Por sua vez, problemas relacionados menos próximo do problema original possuem soluções mais suavizadas. É neste sentido que a regularização de Tikhonov tenta estabelecer a solução dos problemas inversos, de forma a ponderar com um parâmetro de regularização a aproximação da solução do problema mal colocado.

De maneira geral três métodos de regularização são comumente usados para resolver problemas de projeto inverso de transferência de calor radiativa, os métodos de decomposição

do valor singular truncado, TSVD, regularização Tikhonov e a regularização do gradiente conjugado.

O método da decomposição do valor singular truncado baseia-se na decomposição de valor singular da matriz do problema direto, de forma a estabelecer iguais a zero alguns valores singulares menores que um valor definido limiar ou truncando, ou seja, mantém somente os maiores valores singulares, o que permite produzir um conjunto de soluções bem colocadas relacionadas com o problema mal colocado. Essa metodologia pode ser aplicada quando o número de incógnitas e de equações são diferentes e transforma o sistema original tal qual não é possível uma solução exata. Se poucos valores singulares são truncados, a integridade do problema original é mantida, o que pode levar a soluções com grandes oscilações e magnitude, entretanto truncando mais valores singulares leva a regularização da solução suavizando-a.

A regularização de Tikhonov emprega o princípio de otimização para resolver o problema inverso, e fundamenta-se em encontrar uma solução que satisfaça o conjunto de equações mal condicionadas originais e que a solução seja suficientemente suavizada para ser facilmente implementada em configurações práticas. Para que a solução satisfaça o conjunto de equações mal colocadas estabelece-se a minimização da função e a suavização é baseada na forma da solução esperada empregando fatores de ordem de suavização e peso heurísticos.

A regularização do gradiente conjugado é baseada no algoritmo de otimização do método clássico, entretanto quando a matriz do problema direto é mal condicionada ou singular, o método de minimização do gradiente conjugado pode ser empregado como um método de regularização devido ao gradiente conjugado primeiro para minimizar a função objetivo com altos incrementos do gradiente e a medida que aproxima do ponto ótimo leva a redução monotonicamente do gradiente levando assim a uma regularização, ou seja, o número de iterações atua como um parâmetro de regularização.

Conforme destacado por Howell (2011) as técnicas de regularização ou otimização possuem vantagens e desvantagens de acordo com o problema. A metodologia da decomposição do valor singular truncado fornece boa compreensão tanto do problema mal colocado quanto da quantidade de regularização necessária para obter soluções práticas, entretanto a metodologia apresenta altos tempos e esforços computacionais. O método do gradiente conjugado produz uma regularização similar ao método de decomposição do valor singular truncado, contudo com um menor custo computacional, mas pode introduzir flutuações temporais em problemas transientes.

A metodologia de otimização possibilita tratar problemas complexos, como o problema inverso geométrico, com soluções relativamente econômicas, dependendo da técnica empregada, possibilitando a incorporação de restrições físicas ou não além do tratamento multi-objetivo.

Capítulo IV

OTIMIZAÇÃO

A otimização é uma ferramenta de grande importância para a engenharia, pois possibilita o aprimoramento dos sistemas, sejam eles processos, produtos e/ou equipamentos. Permitindo alcançar as soluções que atendam as exigências para o projeto do sistema com o melhor aproveitamento dos recursos físicos e financeiros disponíveis.

Neste contexto, destaca-se a otimização numérica, que associada às metodologias computacionais de análises de problemas de engenharia, tais como os *softwares* de elementos finitos e dinâmica dos fluidos computacionais, tem possibilitado o aprimoramento de sistemas de engenharia complexos, tais como: a estrutura de veículos e os processos de combustão.

O problema de otimização é formulado em termos das variáveis de projeto, ou seja, as grandezas do sistema a ser analisado, definindo uma função objetivo, que representa as correlações entre as variáveis de projeto e os objetivos mensuráveis dos sistemas, que por definição, o problema será estabelecido de forma a buscar o mínimo da função objetivo. Associado a função objetivo têm-se as restrições do problema que podem ser de igualdade ou desigualdade. Sendo assim, de maneira geral um problema de otimização pode ser formulado na forma:

$$\text{Minimizar a função objetivo: } F(X) \quad (4.1)$$

Sujeito à:

$$\begin{aligned} &\bullet \quad g_j \leq 0 \quad j=1,m \\ &\bullet \quad h_k = 0 \quad k=1,l \\ &\bullet \quad X_i^l \leq X_i \leq X_i^u \quad i=1,n \end{aligned} \quad (4.2)$$

Em que \mathbf{X} representa o vetor de variáveis de projeto; $F(X)$ a função objetivo das variáveis de projeto; g_j restrições de desigualdade; h_k restrições de igualdade e $X_i^l \leq X_i \leq X_i^u$ que representa as restrições de desigualdade aplicadas diretamente as variáveis de projeto, conhecidas como restrições laterais.

Os métodos de clássicos de otimização são fundamentados em processos iterativos de atualização das variáveis de projeto utilizando uma direção de busca e um multiplicador escalar ótimo, que através de uma busca unidimensional, que pode ser realizada pelos métodos de seção áurea e/ou aproximações polinomiais, determinam o melhor escalar para a direção de busca previamente definida. Segundo Vanderplaats (2005) as variáveis de projeto podem ser atualizadas utilizando a seguinte equação:

$$X^q = X^{q+1} + \alpha^* S^q \quad (4.3)$$

Em que X representa o vetor de variáveis de projeto; S^q é a direção de busca; e α^* é o escalar multiplicador ótimo. Vanderplaats (2005) caracteriza os métodos de otimização de acordo com a dependência da derivada, conforme mostrado na figura 4.1.

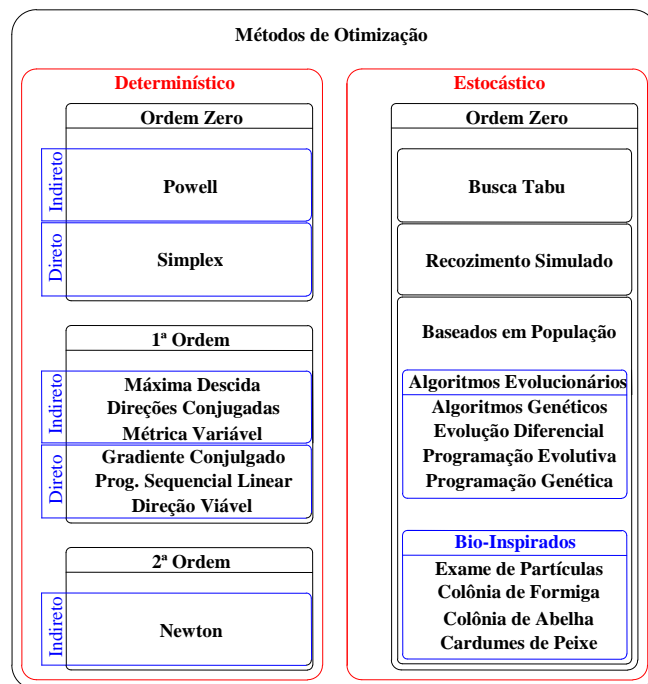


Figura 4.1- Métodos de Otimização.

Os métodos que não utilizam a informação das derivadas são conhecidos como método de ordem zero, compõem essa classe os métodos estocásticos, tais como a algoritmo genético, e algoritmos bio-inspirados, os métodos de busca randômica e método de Powell das direções conjugadas.

Os métodos de primeira ordem utilizam informações da primeira derivada para o cálculo do gradiente do vetor de busca, compõem essa classe os métodos de máxima descida,

o método da direção conjugada e o método da métrica variável, que se caracteriza por utilizar informações das iterações prévias em uma matriz que se assemelha a matriz Hessiana inversa, sendo que essa metodologia se destaca pela convergência.

Os métodos de segunda ordem utilizam informações da segunda derivada. O método de Newton é um dos clássicos métodos de segunda e utiliza o cálculo da matriz Hessiana inversa para atualizar a direção de busca, permitindo uma boa convergência às custas de um significativo esforço computacional de determinação da matriz Hessiana inversa.

Esses métodos clássicos de otimização inicialmente não possuem restrições. As restrições podem ser incorporadas pela técnica de minimização sequencial irrestrita, que modifica a função objetivo pela incorporação de função de restrição e um multiplicador escalar da magnitude da penalidade, criando assim uma função pseudo-objetivo na forma:

$$\Psi(X, r_p) = F(X) + r_p \cdot P(X) \quad (4.4)$$

Em que r_p representa o escalar de magnitude de penalidade e $P(X)$ é a função de penalidade imposta. Sendo assim, observa-se que o problema de otimização com restrição é modificado para um problema de otimização sequencial irrestrito. As funções de penalidade empregadas podem ser funções que permitem a violação da restrição, conhecidas como função de penalidade exterior ou funções que não permitem a violação das restrições, conhecidas como função de penalidade interior. Os métodos de otimização empregando função de penalidade podem ser significativamente melhorados, Vanderplaats (2005), pela incorporação dos multiplicadores de Lagrange, que define o método de Multiplicadores de Lagrange Aumentado, que estabelece uma função pseudo-objetivo ou Lagrangiano aumentado na forma:

$$A(\mathbf{X}, \lambda, r_p) = F(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j \cdot \psi_j + r_p \cdot \psi_j^2) + \sum_{k=1}^l (\lambda_{k+m} \cdot h_k + r_p \cdot h_k^2) \quad (4.5)$$

Em que, λ_j são os multiplicadores de Lagrange, ψ_j é uma função de penalidade dada na forma $\psi_j = \max \left[g_j(\mathbf{X}), \frac{-\lambda_j}{2 \cdot r_p} \right]$ e r_p é o escalar de penalidade. Os multiplicadores de Lagrange são atualizados iterativamente pela seguinte forma:

$$\lambda_j^{p+1} = \lambda_j^p + 2 \cdot r_p \cdot \max \left[g_j(\mathbf{X}), \frac{-\lambda_j^p}{2 \cdot r_p} \right] \quad (4.6)$$

$$\lambda_{k+m}^{p+1} = \lambda_{k+m}^p + 2 \cdot r_p \cdot h_k$$

Alguns métodos trabalham diretamente com as restrições, ao em vez de modificar a função objetivo, tais como os métodos de Programação sequencial linear e quadrático, o método do gradiente reduzido que modifica as restrições de desigualdade pela incorporação de variáveis de folga e estabelece assim, variáveis dependentes e independentes permitindo definir uma direção de busca utilizando um gradiente reduzido das variáveis independentes. Outro método empregado é o método da direção viável o qual estabelece a direção de busca pela otimização de direção de máxima descida que viole as restrições e função objetivo. Esses métodos são conhecidos como métodos diretos e não serão abordados neste trabalho. Inclui nesta classe os métodos estocásticos, pois convivem bem tanto com as restrições de igualdade quanto com as restrições de desigualdade.

4.1. Métodos Clássicos

Os métodos clássicos sem restrição precisam de ponto de busca inicial, escolhido de forma aleatória, uma direção de busca e procedimento de busca unidimensional que determina o passo ótimo de busca para cada direção de busca estabelecida pelo método de busca. Sendo assim, será descrito os fundamentos dos métodos de busca unidimensional para em seguida estabelecer os métodos de direção de busca, respeitando as ordens dos métodos.

4.1.1 Busca unidimensional

Os métodos de busca unidimensional são utilizados nas ferramentas clássicas de otimização para quando definida uma direção, alcançar o mínimo para aquela direção, destacando nestes métodos o método da seção Áurea, o método das séries de Fibonacci e o método de aproximação polinomial.

O método da seção Áurea utiliza o número da seção áurea para dividir o intervalo de busca pelo mínimo da função de forma a avaliar o menor número de funções objetivo, considerando uma função de uma variável unimodal.

Sendo assim, dado um intervalo de busca inicial pode-se dividir este intervalo de forma a obter dos novos segmentos, com passos estabelecidos pela seção áurea, τ_{SA} , conforme segue:

$$\begin{aligned} X_1 &= (1 - \tau_{SA}) X_l + \tau_{SA} X_u \\ X_2 &= \tau_{SA} X_l + (1 - \tau_{SA}) X_u \end{aligned} \quad (4.7)$$

Em que τ é dado por $\tau = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. Sendo X_l e X_u os pontos inferior e superior do intervalo de busca. Este intervalo de busca é atualizado a cada iteração considerando o melhor intervalo que minimiza a função.

O método da sequência de Fibonacci utiliza uma sequência recursiva que conhecendo um termo F_n qualquer, temos de conhecer todos os $n-1$ termos anteriores a F_n . Sendo assim utilizando as equações a diferenças finitas e transformações lineares, pode se estabelecer a formulação generalizada na forma:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right) \quad (4.8)$$

Utilizando essa formulação não é necessário conhecer os termos anteriores. Quando a razão entre dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci, com n indo para o infinito, o valor tende ao número de ouro.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (4.9)$$

O procedimento consiste em descartar intervalos baseados na condição de função unimodal e realizar novos experimentos no intervalo remanescente, tal que a localização do experimento j em relação as extremidades e o intervalo de busca são dados por:

$$L_j^* = \frac{F_{n-j}}{F_{n-(j-2)}} L_{j-1} \quad (4.10)$$

$$L_j = \frac{F_{n-(j-1)}}{F_n} L_0 \quad (4.11)$$

A razão do intervalo de busca remanescente depois de conduzir j de n experimentos em relação ao intervalo inicial de busca, é:

$$\frac{L_j}{L_0} = \frac{F_{n-(j-1)}}{F_n} \quad (4.12)$$

e para $j=n$, obtém-se:

$$\frac{L_n}{L_0} = \frac{F_1}{F_n} = \frac{1}{F_n} \quad (4.13)$$

A razão L_n/L_0 permitirá determinar, n , o número necessário de experimento para alcançar a acurácia desejada do ponto ótimo. A posição do experimento final deve ser realizada com cuidado.

$$\frac{L_n^*}{L_{n-1}} = \frac{F_0}{F_2} = \frac{1}{2} \text{ para todo } n \quad (4.14)$$

Assim, depois de conduzir $n-1$ experimentos e descartar os intervalos apropriadamente em cada passo, o intervalo remanescente apresentará um experimento precisamente no seu ponto médio. Entretanto, o experimento final também é colocado no centro do presente intervalo de busca. Como isso não agrega nenhuma informação, pode-se estabelecer que o n -ésimo experimento deve ser colocado muito próximo para tornar o experimento válido.

O método de aproximação polinomial ajusta um polinômio de grau n , a pontos conhecidos da função objetivo de forma a obter o mínimo analítico do polinômio, possibilitando com poucas iterações encontrar o valor do passo ótimo, sendo assim para um

polinômio de grau 3, pode-se definir quatro pontos da função objetivo de forma a obter os coeficientes do polinômio, dado na forma:

$$p_i(\alpha) = C_0 + C_1\alpha + C_2\alpha^2 + C_3\alpha^3 \quad (4.15)$$

Em que α é o passo ótimo e realizando a derivada do polinômio para determinar o passo ótimo, tem-se um polinômio de grau 2 cuja as raízes são dadas por:

$$\alpha^* = \frac{-C_2 \pm \sqrt{C_2^2 - 3C_1C_3}}{3C_3} \quad (4.16)$$

Em que α^* é o passo ótimo.

4.1.2. Métodos Powell

O método de Powell é um método de ordem zero fundamentado no conceito que as direções de buscas são conjugadas, de forma que:

$$(S^i)^T \mathbf{H}(S^j) = 0 \quad (4.17)$$

Em que S^i e S^j são as direções de busca conjugadas e \mathbf{H} é a matriz Hessiana. Este conceito permite minimizar uma função quadrática buscando em algumas direções conjugadas.

O método, então, consiste inicialmente em estabelecer direções unitárias nas n variáveis de projeto de forma a estabelecer os passos ótimos, α_i^* , nessas direções unitárias, e a partir desse conjunto de direções determinar a direção conjugada como sendo a soma das direções anteriores multiplicadas por seus respectivos passos, como se segue:

$$S^{n+1} = \sum_{i=1}^n \alpha_i^* S^i \quad (4.18)$$

Essa direção conjugada atualizará uma matriz aproximada da matriz Hessiana que inicialmente é a matriz identidade, definindo assim um método que utiliza as informações anteriores para a busca do ponto ótimo. Sendo essa a principal característica agregada aos métodos da direção conjugada e da métrica variável

4.1.3. Métodos de máxima descida

O método de máxima descida é um método de primeira ordem que utiliza as informações da primeira derivada estabelecendo o gradiente da função que pode ser analítico ou numérico, de forma que a direção de busca é dada na direção negativa do gradiente da função, conforme dado:

$$S^q = -\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1}) \quad (4.19)$$

Em que $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1})$ é o gradiente da função no ponto anterior, possibilitando a atualização do ponto de busca até encontrar o ponto de ótimo. A metodologia apesar de simples não é muito efetiva, principalmente próximo do ponto de ótimo.

4.1.4. Métodos da direção conjugada

Este método realiza a modificação do método de máxima descida utilizando as informações das buscas anteriores em um escalar β , possibilitando a melhoria da taxa de convergência do processo de otimização. Sendo assim, a direção de busca é dada por:

$$S^q = -\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1}) - \beta_q S^{q-1} \quad (4.20)$$

Em que o escalar β_q é dado por:

$$\beta_q = \frac{\|\nabla F(\mathbf{X}^{q-1})\|^2}{\|\nabla F(\mathbf{X}^{q-2})\|^2} \quad (4.21)$$

O método é similar ao método de Powell utilizando das direções conjugadas e inicialmente apresenta a convergência do método da máxima descida.

4.1.5. Métodos da Métrica Variável

O método da métrica variável emprega uma matriz que se aproxima da matriz Hessiana inversa do método de Newton, para armazenar as informações das buscas anteriores e aprimorar o método de busca, a aproximação da matriz inversa Hessiana é dada por:

$$\mathbf{H}^{q+1} = \mathbf{H}^q + \mathbf{D}^q \quad (4.22)$$

A atualização da matriz \mathbf{D}^q é dada por:

$$\mathbf{D}^q = \frac{\sigma + \theta\tau}{\sigma^2} \mathbf{p} \times \mathbf{p}^T + \frac{\theta-1}{\tau} \mathbf{H}^q \times \mathbf{y} \times (\mathbf{H}^q \times \mathbf{y})^T - \frac{\theta}{\sigma} \left[\mathbf{H}^q \times \mathbf{y} \times \mathbf{p}^T + \mathbf{p} \times (\mathbf{H}^q \times \mathbf{y})^T \right] \quad (4.23)$$

Em que os vetores \mathbf{p} e \mathbf{y} são definidos como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{X}^q - \mathbf{X}^{q-1} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{y} = \nabla F(\mathbf{X}^q) - \nabla F(\mathbf{X}^{q-1}) \quad (4.25)$$

Os escalares por sua vez são dados por:

$$\sigma = \mathbf{p}^T \times \mathbf{y} \quad (4.26)$$

$$\tau = \mathbf{y}^T \times \mathbf{H}^q \times \mathbf{y} \quad (4.27)$$

O valor de θ no método da métrica variável é determinado de acordo a metodologia proposta, θ igual a zero, $\theta=0$, método de Davidon-Fletcher-Powell e θ unitário, $\theta=1$, método de Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno.

A direção de busca por sua vez é determinada pelo produto vetorial da matriz inversa Hessiana aproximada e o gradiente da função, conforme se segue:

$$S^q = -\mathbf{H}^q \times \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1}) \quad (4.28)$$

Desta forma na primeira iteração utiliza a matriz identidade, o que confere ao método a direção de busca do método da máxima descida, mas com a atualização da matriz \mathbf{H}^q , possibilita acelerar a convergência e melhorar a efetividade de busca do ponto ótimo.

4.1.6. Método de Newton

O método de Newton é um método de segunda ordem que utiliza as informações da matriz Hessiana inversa para determinar a direção de busca, conforme definido abaixo:

$$S^q = -[\mathbf{H}(\mathbf{X}^q)]^{-1} \times \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1}) \quad (4.29)$$

Essa metodologia apresenta um grande custo computacional por necessitar determinar derivadas de segunda ordem, além do cálculo da inversa. No entanto, observa-se altas taxas de convergência e várias modificações para minimizar o esforço para o cálculo da matriz Hessiana inversa.

4.2. Método Simplex

Simplex é a figura geométrica formada pela composição de $n+1$ pontos em um espaço de n dimensões. Formando assim para duas dimensões um triângulo e para três dimensões um tetraedro. Conforme mostrado na figura 4.2 (a) para duas variáveis de projeto.

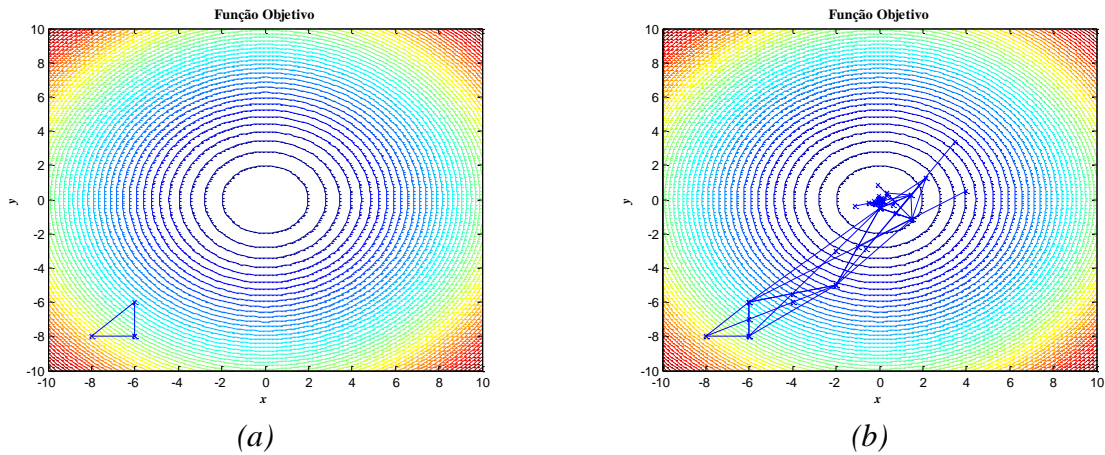


Figura 4.2- (a) Simplex bidimensional e (b) desenvolvimento do método simplex com suas operações básicas.

O método de otimização é um método de ordem zero e consiste inicialmente em realizar a comparação dos $n+1$ pontos do simplex definindo os pontos de maior e de menor função objetivo. Em seguida procura-se definir a direção de busca no sentido de reduzir a função objetivo utilizando três operações básicas do simplex, conforme estabelecido Nelder e Mead (1965), a reflexão, a contração e a expansão, conforme mostrado na figura 4.2 para duas variáveis de projeto (b).

A reflexão consiste em buscar a direção do ótimo na direção oposta ao ponto de maior função objetivo, utilizando um ponto de centroide de todos os pontos do simplex, conforme equação abaixo.

$$\mathbf{X}_0 = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{X}_i}{N} \text{ para } i \neq i_h \quad (4.30)$$

Em que i representa as n variáveis de projeto e i_h o ponto de maior função objetivo. Sendo assim a reflexão é então realizada na forma:

$$\mathbf{X}_r = (1 - \alpha_s) \mathbf{X}_0 - \alpha_s \mathbf{X}_h \quad (4.31)$$

Em que α_s é o escalar de reflexão. Define-se assim um ponto para avaliação da função objetivo que é comparada com o valor de mínimo encontrado anteriormente, conforme se segue;

$$f(X_l) < f(X_r) \quad (4.32)$$

Em que $f(X_l)$ é o ponto de menor função objetivo, caso a desigualdade seja verdadeira, realiza-se a expansão nessa direção esperando reduzir a função objetivo, essa operação é definida por:

$$X_e = \gamma_s X_r + (1 - \gamma_s) X_0 \quad (4.33)$$

Em que γ_s é o coeficiente escalar de expansão. Caso $f(X_l) < f(X_e)$ a expansão foi bem sucedida e realiza a substituição do ponto de maior função objetivo pelo ponto da expansão, $X_h = X_e$. Caso a expansão não seja bem sucedida, ou seja, $f(X_l) > f(X_e)$ realiza-se a substituição do ponto de maior função objetivo pelo ponto da reflexão $X_h = X_r$.

No caso da desigualdade da reflexão não ser satisfeita, ou seja, $f(X_l) > f(X_r)$, realiza-se a comparação com todos os outros pontos do simplex, caso $f(X_r) > f(X_i)$ para todo i exceto para $i = i_h$ e o valor da função objetivo da reflexão é menor que o maior valor da função objetivo $f(X_r) < f(X_h)$, sendo assim substitui $X_h = X_r$ e realiza a operação de contração, dada na forma:

$$X_c = \beta_s X_h + (1 - \beta_s) X_0 \quad (4.34)$$

Em que β_s é o coeficiente escalar da contração e é dado no intervalo $0 < \beta \leq 1$. Todavia se $f(X_r) > f(X_h)$ realiza-se a contração sem a substituição $X_h = X_r$. Realizando a contração compara-se o valor da função objetivo de contração com o menor valor entre o valor da função objetivo para a reflexão e o maior valor.

$$f(X_c) < \min[f(X_r), f(X_h)] \quad (4.35)$$

Caso a desigualdade seja verdadeira substitui o valor dos pontos de maior função objetivo pelos pontos da contração, ou seja, $X_h = X_c$, no entanto, caso a contração falhe,

$$f(X_c) > \min[f(X_r), f(X_h)] \quad (4.36)$$

Reavalia-se todos os pontos do simplex e das funções objetivo para estes pontos na forma:

$$X_{i=1}^N = \frac{(X_{i=1}^N + X_l)}{2} \quad (4.37)$$

O método assume a convergência quando o desvio da função em todos os vértices do simplex atual é menor que um erro.

$$Erro = \left\{ \sum_{i=1}^{n+1} \frac{[f(X_i) - f(X_0)]^2}{n+1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.38)$$

O método simplex é muito simples e segundo Barros Neto, Scarminio e Bruns (2003) pode ser facilmente implementado em instrumentos analíticos. No entanto não é possível a aplicação em grandezas qualitativas, além de apresentar restrições quanto a otimizar diretamente problemas multi-objetivos. O fluxograma do código computacional está mostrado na figura 4.3.

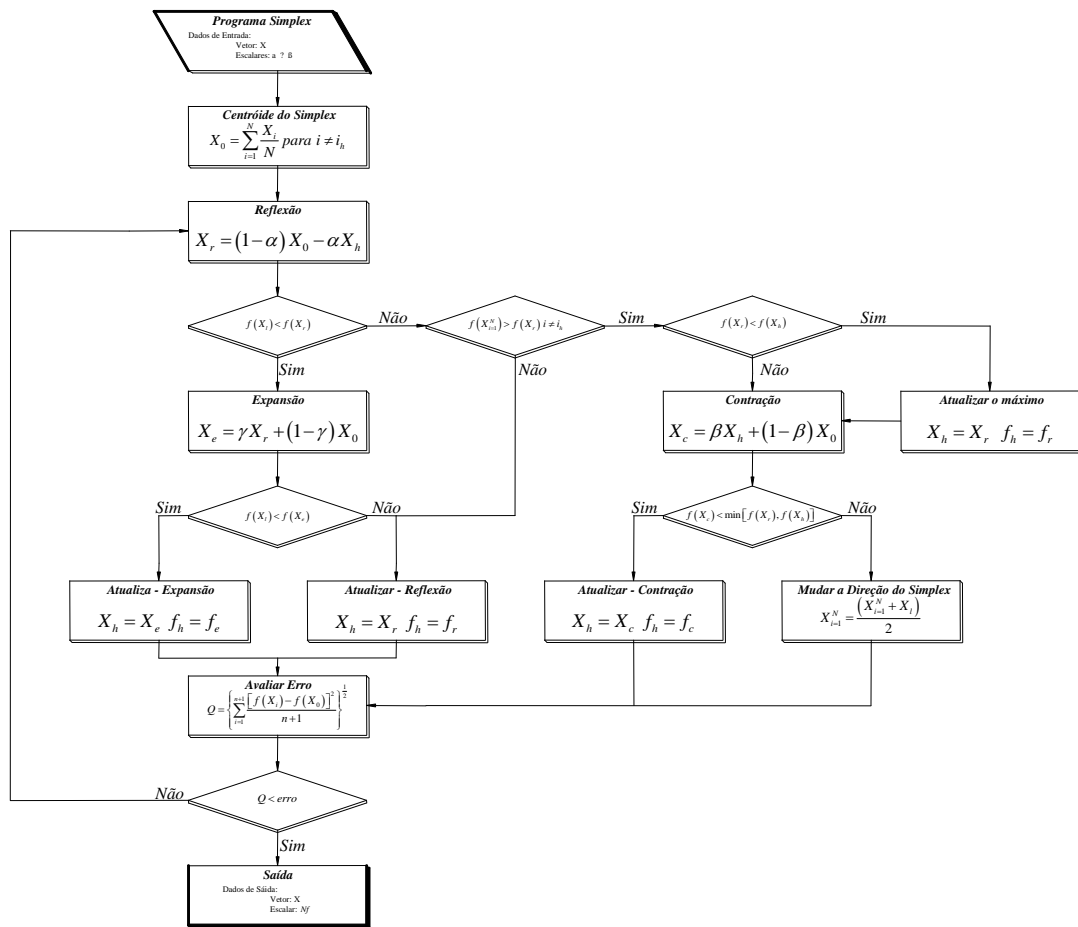


Figura 4.3 – Fluxograma do código computacional do método simplex.

4.3. Recozimento Simulado

O método de recozimento simulado pertence à classe dos métodos probabilístico que buscam simular processos naturais a fim de alcançar o mínimo das funções objetivo. O método faz analogia ao processo de recozimento dos metais no qual aquece-se a alta temperatura o material e o resfria lentamente de forma que a estrutura cristalina alcance a mínima energia.

O método de recozimento simulado, segundo Aarts et al (1997), é uma classe de algoritmos de busca local de muito sucesso em aplicações de problemas práticos, além de apresentar um componente estocástico que facilita a análise teórica de sua convergência assintótica. Uma variedade de trabalhos tem sido desenvolvidos aplicando o método de recozimento simulado nas mais diferentes áreas que abrangem desde arranjos de circuitos eletrônicos, como em Sheng e Takahashi (2012), como projetos mecânicos multi-objetivo, como em Lobato et al (2012) e na área médica como em Lopez (2001).

Segundo Lobato et al, a associação do problema físico com o processo de otimização é realizado pela analogia entre a energia do átomo e a função objetiva, os estados e as soluções viáveis, a temperatura local e a procura local, assim como o estado fundamental e a solução ótima.

O método consiste em perturbar as variáveis de projeto randomicamente em torno de um ponto central avaliado para cada condição a função objetivo, encontrando o menor valor da função objetivo para a condição de temperatura avaliada, ou seja, o estado de mínima energia da função objetivo. A perturbação é determinada na forma:

$$X_p = X_c + r_{psa} T \quad (4.39)$$

Em que X_p e X_c representam respectivamente as variáveis de projeto perturbadas e ponto central, r_{psa} o número randômico no intervalo de $[0,1]$ e T é a temperatura de recozimento.

Determinado o estado de mínimo de energia para uma dada temperatura reduz-se a temperatura e perturba-se novamente as variáveis de projeto de forma randômica em torno do ponto de mínimo encontrado anteriormente e determina-se o mínimo da função objetivo para essa condição, esse procedimento iterativo realiza-se quantas vezes deseja-se avaliar a função

objetivo, ou até atingir a condição de mínima energia, ou um erro mínimo para função objetivo.

A redução gradativa da temperatura permite nas condições iniciais estabelecer um campo de busca amplo para as maiores temperaturas e um refinamento nas condições de mínima temperatura. O método ainda permite incorporar soluções que não reduzem o nível de energia, mas podem recuperar posições no espaço de projeto de forma a possibilitar uma avaliação global do espaço de projeto utilizando a distribuição de Boltzmann, dada na forma:

$$p = e^{-\frac{\Delta E}{k_B \cdot T}} \quad (4.40)$$

Em que ΔE é a energia do sistema dada pela diferença entre o valor da função objetivo da variável perturbada e o menor valor da função objetivo, k_B é a constante física conhecida como constante de Boltzmann e T é a temperatura. Essa função de distribuição é importante uma vez que caso nível de energia para um estado randomicamente perturbado não seja aceito, avalia-se a função e utiliza-se uma probabilidade randômica r , caso $r_{psa} \leq p$ a nova configuração é aceita como ponto central.

Essa função determina a característica da simulação de maneira que o nível de energia é substituído pela diferença do valor da função objetivo calculada, f_{cal} , em relação ao valor da função objetivo ótima, $f_{ótimo}$, e o termo da constante de Boltzmann e a temperatura são substituídos por um parâmetro de controle, c , definindo a equação na forma:

$$p = e^{-\frac{f_{cal} - f_{ótimo}}{c}} \quad (4.41)$$

De maneira que a escolha do parâmetro, c , define a característica do comportamento da simulação de otimização. Caso o parâmetro c , seja um valor muito pequeno em relação a diferença das funções objetivo, faz com que p , tende a um valor muito pequeno levando as soluções a ficarem em torno do ponto central, obtendo desta maneira um ótimo local, por sua vez se o parâmetro c , for um valor grande em relação a diferença das funções objetivo faz com que p , tende a um valor próximo da unidade, o que faz com que o algoritmo aceite todas os pontos perturbados como centrais e ande de forma aleatória no espaço de projeto. A escolha de um parâmetro da mesma ordem de grandeza da diferença das funções objetivo, faz

com que algoritmo aceite transições da solução com sua vizinhança, fazendo que o algoritmo comporte como um algoritmo de otimização (Aarts, 1997).

A redução da temperatura é realizada conhecendo as temperaturas inicial e final, e a quantidade de temperatura a serem consideradas no processo de recozimento, em que o decremento é dado por:

$$r_t = \exp \left(\frac{\ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)}{n_{temp} - 1} \right) \quad (4.42)$$

Em que T_i e T_f são respectivamente a temperatura inicial e final e n_{temp} o número de reduções na temperatura de recozimento. O código utilizado nesta tese foi o código computacional desenvolvido por Saramago (2003) e transcrito para o Fortran de maneira a possibilitar as soluções. O fluxograma desse código está apresentado na figura 4.4.

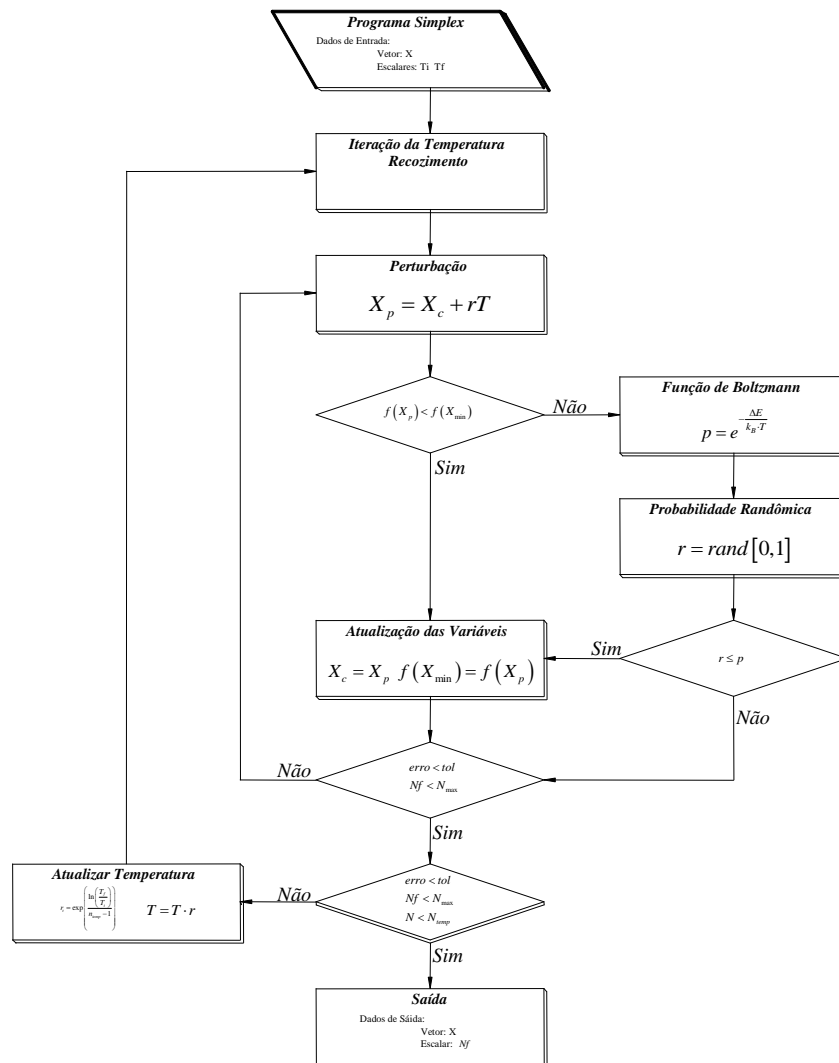


Figura 4.4 – Fluxograma do código computacional do método de recozimento simulado.

O método de recozimento simulado possibilita a determinação do máximo global mesmo com funções mal condicionadas, apesar do grande número de avaliações da função objetivo. O método, segundo Rao (1996), possui como característica a boa qualidade de solução final, a convergência não é afetada pelas características das funções ou mesmo a convexidade do espaço fazível além de possibilitar solução com variáveis discretas ou contínuas, assim como a avaliação de problemas com restrição.

Capítulo V

METODOLOGIA NUMÉRICA

As metodologias numéricas empregadas neste trabalho foram o método da zona bidimensional com a determinação das áreas sombreadas e o método de volumes finitos para geometrias de simetria axial, conforme estabelecido por Kim e Baek (2005) e Kim (2008). Inicialmente, está apresentado o método da zona com a apresentação posterior do método de volumes finitos.

5.1. Método da Zona

O método da zona fundamentalmente consiste em quatro sub-rotinas básicas, a sub-rotina de cálculo das áreas de troca direta que contabiliza os efeitos geométricos diretamente relacionados ao fator de forma entre os elementos das zonas, que são: superfície-superfície, superfície-volume e volume-volume, levando em consideração a transmitância do meio participante envolvido entre as áreas de troca; a sub-rotina de suavização das áreas de troca direta que reduz erros numéricos cometidos pelo processo de integração numérica que é baseado no balanço isotérmico das equações de transferência de calor entre as superfícies e os volumes; a sub-rotina de cálculo área de troca total que considera as múltiplas reflexões entre as superfícies e os volumes, além da emissividade da superfície, foi realizada na forma matricial como proposto por Noble (1975) e apresentado por Rhine e Tucker (1991) e a sub-rotina de balanço de energia que considera tanto os efeitos das soma ponderada de gases cinza quanto os efeitos de balanços de energia entre as superfícies e volumes.

As sub-rotinas foram desenvolvidas em Fortran utilizando a plataforma NETBEANS que emprega o compilador gfortran GNU, e os cálculos finais compilados no terminal do sistema operacional Linux UBUNTU. O tratamento dos dados foi realizado em Matlab para a apresentação neste trabalho.

Para verificação dos resultados foi realizada uma comparação com os resultados de referência da literatura, tanto para superfícies cilíndricas e planas quanto para superfícies complexas como a de um bocal senoidal.

5.1.1. Sub-rotina de Área de Troca Direta

A sub-rotina de área de troca direta deve contabilizar os efeitos entre os elementos das zonas para diferentes posições de elementos de superfície e volume. Para tanto foi montado uma estrutura que possibilita o cálculo de qualquer uma das três áreas de troca direta, através da divisão do código em duas estruturas, uma que realiza a combinação dos elementos das superfícies e outra que realiza a integração entre os elementos. O código foi montado para permitir configurações tridimensionais, entretanto devido a limitada capacidade computacional, foi realizado somente o cálculo bidimensional conforme o fluxograma da figura 5.1.

O laço de combinação dos elementos de troca possui duas variáveis de controle que possibilitam alternar entre os elementos, adotando o valor unitário para a superfície e zero para os volumes, além de vetor normal a superfície de troca que possibilita habilitar e desabilitar as direções de integração para cada superfície.

A sub-rotina íntegra recebe as posições espaciais de cada elemento de troca e realiza a divisão dos elementos de áreas e volumes somando elementos envolvidos de forma direta para o espaço bidimensional e em uma quadratura Gaussiana para direção circunferencial utilizando a equação 5.1 conforme analisado por Martins et al (2012), realizando o procedimento segundo a figura 5.1 (b). Para contabilizar os efeitos das superfícies complexas altera-se o comprimento e o vetor normal da superfície para elementos de superfície e no caso de volumes restringe a integração somente dos volumes internos, ver figura 5.2.

$$d_i d_j = \sum_{ddj} \sum_{ddi} \frac{\cos(\theta_i)^{ctr_i} \cdot \cos(\theta_j)^{ctr_j} \cdot \kappa_i^{1-ctr_i} \cdot \kappa_j^{1-ctr_j} \cdot e^{-K \cdot r_{ij}}}{\pi \cdot r_{ij}^2} \delta d d_i \delta d d_j \quad (5.1)$$

Em que d_i e d_j são as áreas de troca direta, $s_i s_j$, $g_i s_j$ e $g_i g_j$; os termos dd_i e dd_j são os elementos das zonas de trocas, ou seja A_i ou V_i e ctr é uma variável de controle de forma que $ctr=1$ avalia-se as trocas entre as áreas e $ctr=0$ avalia-se a troca entre volumes.

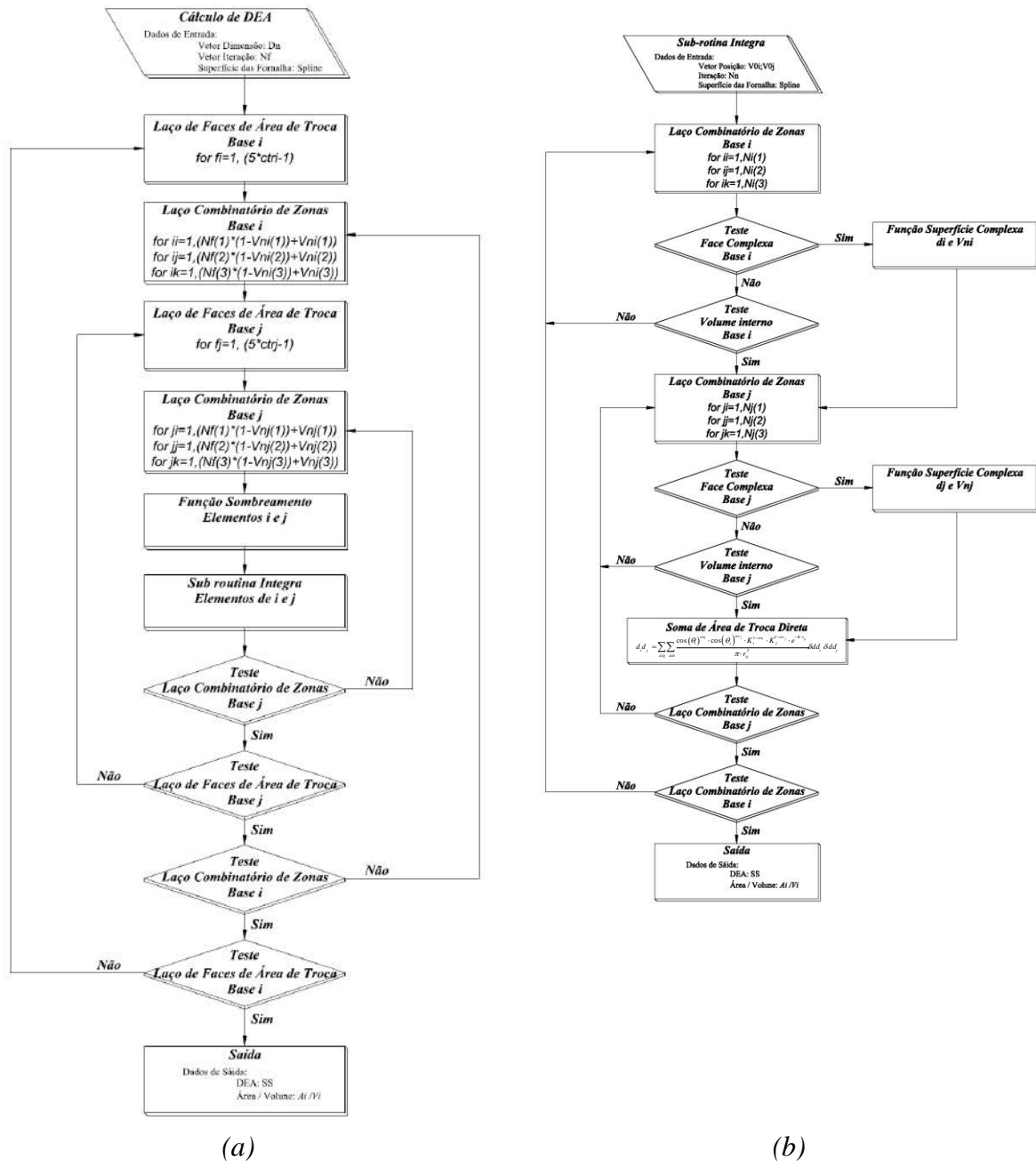


Figura 5.1 – Fluxograma da Sub-rotina de Área de Troca Direta de combinação dos Elementos.

O trabalho propõe o estudo de uma geometria cilíndrica com superfícies corrugadas para realizar os testes das sub-rotinas, ver figura 5.2.

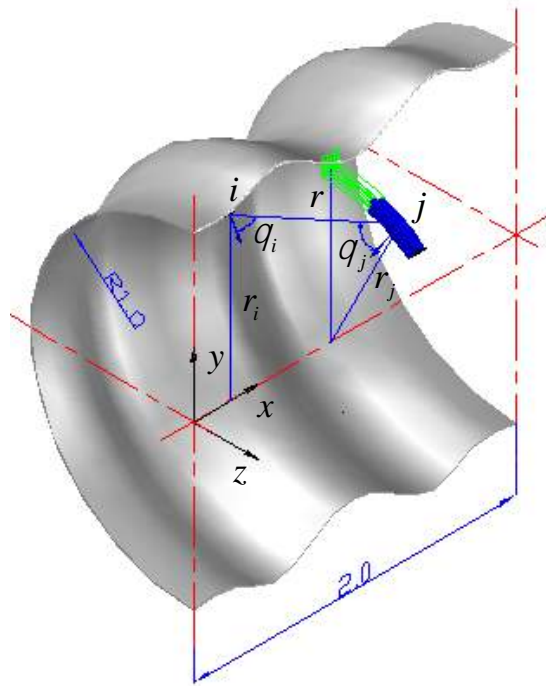


Figura 5.2 – Geometria das fornalhas cilíndricas.

Para modelagem das superfícies complexas empregou-se a interpolação por spline cúbica que consistem em aproximar um conjunto de polinômios cúbicos, Eq.5.2, aos pontos que caracterizam as curvas, ver Fig. 5.3.

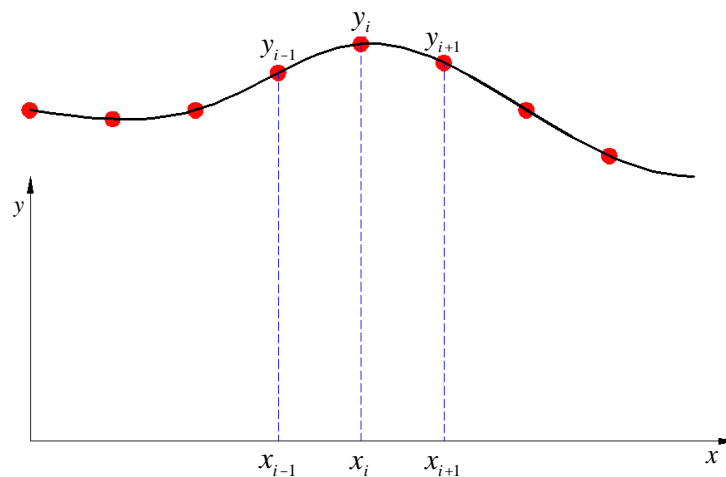


Figura 5.3 – Pontos de Interpolação da Spline Cúbica.

$$y_i(x) = a_i(x_i - x_b)^3 + b_i(x_i - x_b)^2 + c_i(x_i - x_b) + d_i \quad (5.2)$$

Para determinação dos coeficientes do polinômio utiliza-se o polinômio da Eq. 5.2 e sua derivada nos pontos i , $i+1$ e $i-1$ para determinar os coeficientes a_i , b_i , c_i e d_i em função do valor da derivada segunda desconhecida. Para garantir a continuidade emprega-se a derivada do polinômio i e do polinômio $i-1$ no ponto i , de maneira a determinar um sistema linear entre os pontos de interpolação e as condições de derivada segunda, definindo a Eq. 5.3.

$$\begin{bmatrix} h_0 & 2 \cdot (h_0 + h_1) & h_1 & & & \\ & h_1 & 2 \cdot (h_1 + h_2) & h_2 & & \\ & & h_2 & 2 \cdot (h_2 + h_3) & h_3 & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & h_{n-2} & 2 \cdot (h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} = 6 \cdot \begin{bmatrix} \frac{y_2 - y_1}{h_1} - \frac{y_1 - y_0}{h_0} \\ \frac{y_3 - y_2}{h_2} - \frac{y_2 - y_1}{h_1} \\ \frac{y_4 - y_3}{h_3} - \frac{y_3 - y_2}{h_2} \\ \vdots \\ \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{y_{n-1} - y_n}{h_n} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Em que h_i é o i -ésimo intervalo da diferença de x_{i+1} e x_i . A matriz possui somente $n-1$ equações com $n+1$ equações, para solução do sistema de equações estabelece-se que as derivadas segundas na extremidade são nulas, chamada de spline natural. Emprega-se o método de eliminação de Gauss para determinação da matriz inversa, de maneira que os coeficientes possam ser calculados, pela equação 5.4.

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{S_{i+1} - S_i}{6 \cdot h_i} \\ b_i &= \frac{S_i}{2} \\ c_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{2 \cdot h_i \cdot S_i + h_i \cdot S_{i+1}}{6} \\ d_i &= y_i \end{aligned} \quad (5.4)$$

A avaliação da área de troca direta considerando os efeitos bidimensionais é realizada mantendo um ponto de referência bidimensional, o ponto i , e outro variando ao longo da direção z , ponto j . A integração na direção angular foi realizada utilizando 20 pontos de quadratura de Gauss.

Os efeitos das trocas de radiações na malha numérica de integração das áreas de troca direta podem apresentar-se em quatro condições para superfícies complexas com sombreamento, ver figura 5.4; uma condição na qual a malha está no interior do volume de gases participantes e faz parte da solução das trocas de radiação, ponto a na figura 5.4; outra condição na qual a malha está no interior do volume de gases participantes, mas não faz parte da solução das trocas radiativas, regiões sombreadas representada pelo ponto b na figura 5.4; outra condição em que a malha está externa aos volumes de gases e também não participa da solução, ponto c na figura 5.4 e finalmente a condição em que a malha possui parte dos volumes internos e outra parte externa, sobre a fronteira do sistema, ver figura 5.4.

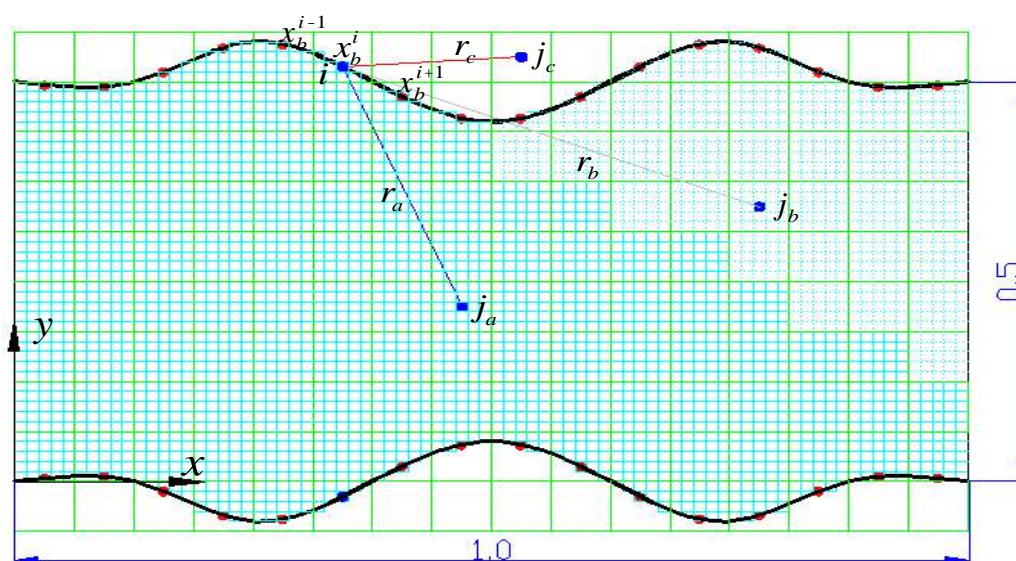


Figura 5.4 – Esquema da determinação das áreas de sobreamento para fornalha plana.

Essa representação das superfícies complexas utiliza a técnica de superfícies de bloqueio, apesar de esta técnica ser aplicada na literatura para os métodos de ordenadas discretas e volumes finitos. Outro ponto importante, objetivando representar melhor a interface da superfície, é a integração realizada em pequenos elementos de volumes que cortam as superfícies, essa malha no trabalho é considerada como malha de integração. Observa-se que a determinação da área de sombreamento não utiliza a malha de integração para delinear a área sombreada, mas sim a malha dos elementos das zonas.

A determinação da área sombreada devido a intersecção entre os feixes de radiação e as superfícies foi realizada utilizando campos de irradiação possíveis nas fornalhas cilíndricas.

A metodologia de determinação das áreas sombreadas pelo campo de irradiação consiste em determinar inicialmente uma reta tangente à curva e ao ponto i , baseada no ponto tangente $[x_t, y_t]$, determina-se se uma circunferência concêntrica a fornalha, c_t . A extrapolação do centro da circunferência e do ponto tangente até a coordenada x_j , define outra circunferência, c_{s-ex} de centro em $[x_{c \rightarrow j}, y_{c \rightarrow j}]$ e raio em $[x_{t \rightarrow j}, y_{t \rightarrow j}]$, conforme mostrada na figura 5.5.

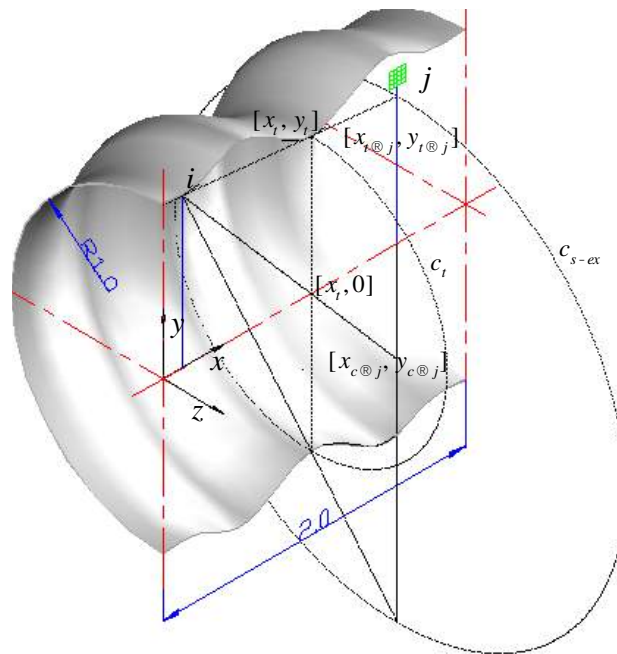


Figura 5.5 – Esquema da determinação das áreas de sobreposição para fornalha cilíndrica.

Da mesma maneira, pode ser realizada para superfície inferior, uma reta tangente a curva e ao ponto i , baseado no ponto tangente $[x_t, y_t]$, determina-se uma circunferência concêntrica a fornalha, c_t . A extrapolação do centro da circunferência e do ponto tangente até a coordenada x_j , define outra circunferência, c_{i-ex} de centro em $[x_{c \rightarrow j}, y_{c \rightarrow j}]$ e raio em $[x_{t \rightarrow j}, y_{t \rightarrow j}]$, conforme mostrada na figura 5.6.

A metodologia determina as tangentes das curvas empregando a derivada da curva spline, dada na forma:

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot a_i (x - x_b)^2 + 2 \cdot b_i (x - x_b) + c_i \quad (5.5)$$

Essa derivada permite determinar a seguinte equação da reta tangente:

$$y = \frac{dy}{dx} \cdot (x - x_i) + y_i = \left(3 \cdot a_i (x - x_b)^2 + 2 \cdot b_i (x - x_b) + c_i \right) \cdot (x - x_i) + y_i \quad (5.6)$$

Igualando as ordenadas da reta com a equação da spline, determina os possíveis pontos tangentes e simplificando a equação, Eq. 5.7.

$$\begin{aligned} & 2 \cdot a_i (x - x_b)^3 + (3 \cdot a_i \cdot (x_b - x_i) + b_i) \cdot (x - x_b)^2 + 2 \cdot b_i (x - x_b) \cdot (x_b - x_i) \\ & - d_i + c_i \cdot (x_b - x_i) + y_i = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

A solução do polinômio é realizada utilizando o método de Tartaglia e Caradano e como a spline representa os pontos por um conjunto de polinômios que são determinados para cada conjunto de três pontos, como mostrado na figura 5.3. A solução da intersecção deve procurar o segmento delimitado pelos três pontos bases, x_b , que representa a curva correta de intersecção com a reta, de forma que o processo é iterativo e a solução da intersecção deve estar no intervalo dos pontos bases.

A extrapolação da circunferência do ponto de tangência é realizada traçando uma reta entre o ponto i e o ponto tangente e uma reta entre o ponto i e o ponto central, determinado desta forma uma circunferência de raio r_{ex} :

$$r_{ex} = y_t \cdot \frac{x_j - x_i}{x_t - x_i} \quad (5.8)$$

A cota central na direção y é dada na forma:

$$y_{c \rightarrow j} = y_i \cdot \frac{x_j - x_i}{x_i - x_t} + y_i \quad (5.9)$$

A metodologia do campo de irradiação é vantajosa, pois permite estabelecer regiões possíveis de cálculo das áreas de troca direta, sem a necessidade de cálculos contínuos da intersecção entre as superfícies complexas e as retas que definem os raios das áreas de troca exigindo menor esforço computacional.

5.1.2. Sub-rotina de Suavização de Área de Troca Direta

A sub-rotina de suavização de área de troca direta minimiza os erros de integração numérica baseada na equação de balanço de energia, Eq. (3.46) e Eq. (3.47), considerando o meio e as superfícies isotérmicas, de forma que a transferência de calor é nula.

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{i-j} = 0 &= A_i - \sum_{j=1}^m s_i s_j - \sum_{j=1}^l s_i g_j \\ \dot{Q}_{i-j} = 0 &= \sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j - 4 \cdot K_t \cdot V_i \end{aligned} \quad (5.10)$$

Lawson (1995) propôs que o desvio de cada área de troca direta é dado por:

$$\begin{aligned} \delta_{ss} &= A_i - \left(\sum_{j=1}^m s_i s_j + \sum_{j=1}^l s_i g_j \right) \\ \delta_{gg} &= 4 \cdot K_t \cdot V_i - \left(\sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Realizando a modificação da área de troca direta de maneira proporcional a seu tamanho, tem-se:

$$s_i s_j^s = s_i s_j^k + \frac{s_i s_j^k \cdot \delta_{ss}}{\sum_{j=1}^m s_i s_j + \sum_{j=1}^l s_i g_j} \quad (5.12)$$

$$s_i g_j^s = s_i g_j^k + \frac{s_i g_j^k \cdot \delta_{ss}}{\sum_{j=1}^m s_i s_j + \sum_{j=1}^l s_i g_j} \quad (5.13)$$

$$g_i g_j^s = g_i g_j^k + \frac{g_i g_j^k \cdot \delta_{gg}}{\sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j} \quad (5.14)$$

$$g_i s_j^s = g_i s_j^k + \frac{g_i s_j^k \cdot \delta_{gs}}{\sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j} \quad (5.15)$$

Substituindo a equação dos desvios, tem-se:

$$s_i s_j^s = \frac{s_i s_j^k \cdot A_i}{\sum_{j=1}^m s_i s_j + \sum_{j=1}^l s_i g_j} \quad (5.16)$$

$$s_i g_j^s = \frac{s_i g_j^k \cdot A_i}{\sum_{j=1}^m s_i s_j + \sum_{j=1}^l s_i g_j} \quad (5.17)$$

$$g_i g_j^s = \frac{g_i g_j^k \cdot 4 \cdot K_t \cdot V_i}{\sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j} \quad (5.18)$$

$$g_i s_j^s = \frac{g_i s_j^k \cdot 4 \cdot K_t \cdot V_i}{\sum_{j=1}^l g_i g_j + \sum_{j=1}^m g_i s_j} \quad (5.19)$$

De maneira generalizada:

$$d_i d_j^s = \frac{d_i d_j^k \cdot (4 \cdot K_t)^{1-crt} \cdot d d_i}{\sum_{j=1}^l d_i d_j + \sum_{j=1}^m d_i f_j} \quad (5.20)$$

Em que d_i e d_j são as áreas de troca direta, $s_i s_j$, $g_i s_j$ e $g_i g_j$; o termo representa o outro elemento da área de troca, de forma que para a suavização dos elementos de superfícies

utiliza-se os elementos de volumes, e para suavização dos elementos de volumes utiliza-se os elementos de superfície. As grandezas dd_i e dd_j são os elementos das zonas de trocas, ou seja, A_i ou V_i e ctr é uma variável de controle de forma que $ctr=1$ avalia-se as trocas entre as áreas e $ctr=0$ avalia-se a troca entre volumes.

A sub-rotina realiza o procedimento iterativo de atualização das áreas de troca que é realizado até que a soma de todos os desvios sejam menor 10^{-10} e ainda considerando os efeitos de simetria das matrizes das áreas de troca direta de forma, que atualização final da matriz é realizada na forma:

$$d_i d_j^{k+1} = \zeta \cdot d_i d_j^k + (1 - \zeta) \cdot \frac{(d_i d_j^s + d_j d_i^s)}{2} \quad (5.21)$$

Em que ζ representa um fator de relaxação da solução estabelecido de 0,5. A sub-rotina de suavização de áreas de troca direta é dada na figura 5.8.

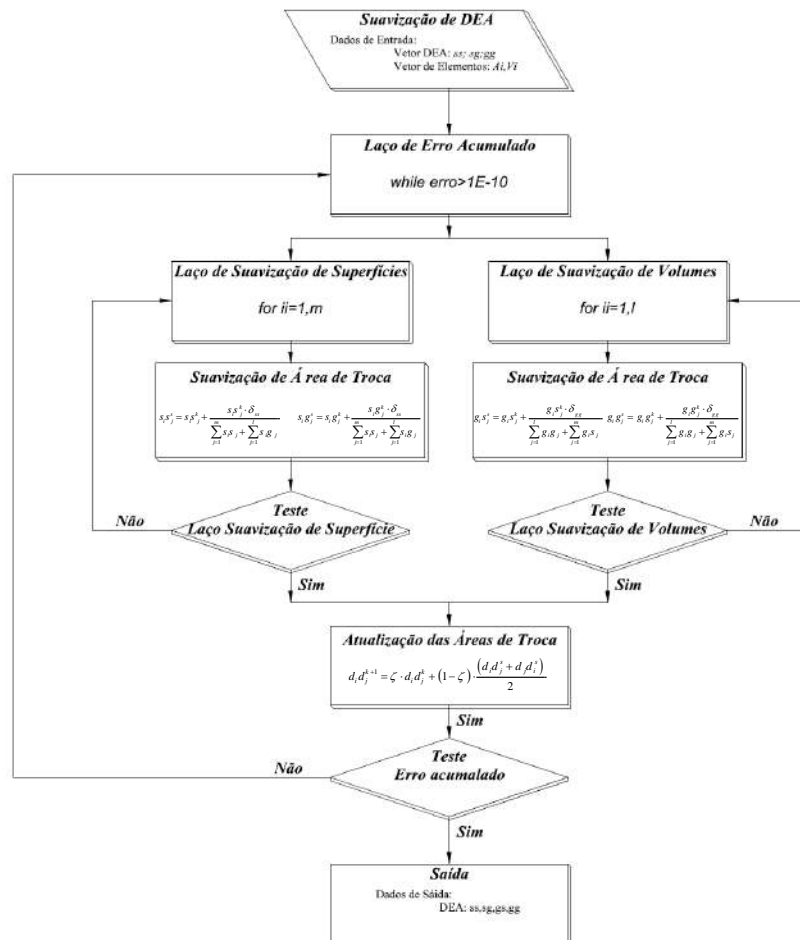


Figura 5.8 – Fluxograma da Sub-rotina de Suavização da Área de Troca Direta.

5.1.3. Sub-rotina de Cálculo de Área Troca Total

Noble (1975) apresentou uma forma matricial de determinar a área de troca total entre os elementos das zonas contabilizando tanto os efeitos das reflexões quanto o efeito do espalhamento do meio. Entretanto neste trabalho, restringiu-se ao caso da reflexão, o que foi abordado de maneira detalhada por Rhine e Tucker (1991).

Considerando uma superfície cinza de emissividade ε , a temperatura T , o fluxo de calor radiativo emitido pela superfície, W , é dado por:

$$W = \varepsilon \cdot E + \rho \cdot H \quad (5.22)$$

Em que ρ é a refletividade dada por $\rho = 1 - \varepsilon$ e H é fluxo incidente. Sabendo ainda que a superfície de troca faz parte de uma cavidade de geometria arbitrária que possui paredes que refletem de forma difusa e que essa cavidade está preenchida com um meio que é uniformemente absorvedor e emissor sem espalhamento. Permitindo assim realizar o seguinte balanço radiativo na superfície:

$$A_i \cdot H_i = \sum_{j=1}^m \overline{s_i s_j} \cdot W_j + \sum_{j=1}^l \overline{s_i g_j} \cdot E_{g_j} \quad (5.23)$$

Em que o primeiro termo da direita representa a energia que chegou diretamente no elemento de superfície i de todas as outras superfícies e o segundo termo, por sua vez, representa a energia que chegou diretamente no elemento de superfície i de todos os elementos de volumes. Representada na forma matricial todas as i -ésimas superfícies tem-se:

$$\mathbf{AI} \cdot \mathbf{H} = \overline{\mathbf{ss}} \cdot \mathbf{W} + \overline{\mathbf{sg}} \cdot \mathbf{E}_g \quad (5.24)$$

Realizando o mesmo balanço radiativo para um elemento de volume i , tem-se:

$$4 \cdot K_t \cdot V_i \cdot H_{g,i} = \sum_{j=1}^m \overline{g_i s_j} \cdot W_j + \sum_{j=1}^l \overline{g_i g_j} \cdot E_{g_j} \quad (5.25)$$

Em que o termo a esquerda representa a energia absorvida pelo volume i de gás de todas as direções, tal que K_i é o coeficiente de extinção do gás. O primeiro termo a direita representa a radiação deixando todas as superfícies que alcança o volume i e o segundo termo é a radiação deixando todos os elementos de volumes que alcança o volume i . Da mesma forma essa equação pode ser representada matricialmente, na forma:

$$4 \cdot \mathbf{KVI} \cdot \mathbf{H}_g = \overline{\mathbf{gs}} \cdot \mathbf{W} + \overline{\mathbf{gg}} \cdot \mathbf{E}_g \quad (5.26)$$

Substituindo o fluxo de calor radiativo na equação de balanço de energia nas superfícies e na equação de balanço energia de volumes e rearranjando os termos, têm-se as equações em função do fluxo incidente na superfície e nos volumes:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{ss}} \cdot \varepsilon \mathbf{I} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{sg}} \cdot \mathbf{E}_g \text{ e} \\ \mathbf{H}_g &= [4 \cdot \mathbf{KVI}]^{-1} \cdot \overline{\mathbf{gs}} \cdot (\varepsilon \mathbf{I} + \rho \mathbf{I} \cdot \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{ss}} \cdot \varepsilon \mathbf{I}) \cdot \mathbf{E} + [4 \cdot \mathbf{KVI}]^{-1} \cdot \overline{\mathbf{gs}} \cdot (\rho \mathbf{I} \cdot \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{sg}}) \cdot \mathbf{E}_g \\ &+ [4 \cdot \mathbf{KVI}]^{-1} \cdot \overline{\mathbf{gg}} \cdot \mathbf{E}_g \end{aligned} \quad (5.27)$$

Em que \mathbf{R} é uma matriz inversa, dado na forma:

$$\mathbf{R} = [\mathbf{AI} - \overline{\mathbf{ss}} \cdot \rho \mathbf{I}]^{-1} \quad (5.28)$$

Tal que a transferência de calor nas superfícies e nos volumes podem ser dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_s &= \varepsilon \mathbf{AI} \cdot (\mathbf{E} - \mathbf{H}) \\ \dot{\mathbf{Q}}_g &= 4 \mathbf{KVI} \cdot (\mathbf{H}_g - \mathbf{E}_g) \end{aligned} \quad (5.29)$$

Substituindo do fluxo incidente das superfícies e dos volumes, tem-se;

$$\dot{\mathbf{Q}}_s = \varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{E} - \underbrace{\varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{ss}} \cdot \varepsilon \mathbf{I}}_{\overline{\mathbf{ss}}} \cdot \mathbf{E} + \underbrace{\varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} \cdot \overline{\mathbf{sg}}}_{\overline{\mathbf{sg}}} \cdot \mathbf{E}_g$$

$$\dot{Q}_g = \underbrace{\overline{gs} \cdot (1 + \rho I \cdot R \cdot \overline{ss})}_{\overline{GS}} \cdot \varepsilon I \cdot E + \underbrace{\left[\overline{gs} \cdot \rho I \cdot R \cdot \overline{sg} + \overline{gg} \right]}_{\overline{GG}} \cdot E_g - 4KVI \cdot E_g \quad (5.30)$$

Sendo assim, determinam-se as seguintes áreas de troca total:

$$\begin{aligned} \overline{SS} &= \varepsilon AI \cdot R \cdot \overline{ss} \cdot \varepsilon \cdot I \\ \overline{SG} &= \varepsilon AI \cdot R \cdot \overline{sg} \\ \overline{GG} &= \overline{gs} \cdot \rho I \cdot R \cdot \overline{sg} + \overline{gg} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Desta forma, para inversão da matriz R empregou-se o método de eliminação de Gauss, em que ρ é refletividade das superfícies, A representa a área de troca de calor, I a matriz identidade, \overline{ss} , \overline{sg} e \overline{gg} são a matrizes dos elementos das zonas de troca direta. A sub-rotina de cálculo das áreas de troca total está mostrada na Fig. 5.9.

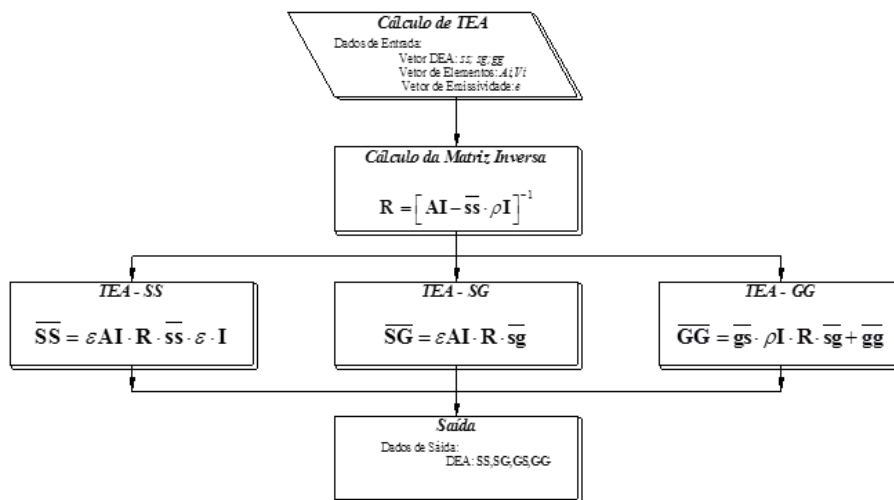


Figura 5.9 – Fluxograma da Sub-rotina de Cálculo da Área Total.

5.1.4. Sub-rotina de Balanço de Energia

A sub-rotina de balanço de energia realiza a soma das contribuições dos elementos das zonas, tanto volumes e superfícies, de maneira a calcular o fluxo de calor nas superfícies de troca de calor e o gradiente de taxa de transferência de calor nos elementos de volumes.

Entretanto, para contabilizar os efeitos espectrais nas propriedades radiativas emprega-se o modelo das soma ponderada de gases cinza conforme estabelecido por Hottel e Sarofim (1976), dadas pela Eq. 5.32, definindo as Áreas de Fluxo Direto.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{S_i S_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n}(T_i) (\overrightarrow{S_i S_j})_{K=K_n} \\
 \overrightarrow{S_i G_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n}(T_i) (\overrightarrow{S_i G_j})_{K=K_n} \\
 \overrightarrow{G_i S_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n}(T_i) (\overrightarrow{G_i S_j})_{K=K_n} \\
 \overrightarrow{G_i G_j} &= \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n}(T_i) (\overrightarrow{G_i G_j})_{K=K_n}
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

Em que $a_{s,n}(T_i)$ e $a_{g,n}(T_i)$ são os pesos de cada gás cinza que são funções das respectivas temperaturas dos elementos de superfície e de volume. Os pesos geralmente são funções polinomiais da temperatura de primeiro ou quarto grau, conforme Eq. 5.33.

$$\begin{aligned}
 a_{s,n}(T_i) &= \sum_{i=0} b_{i,n} \cdot T_w^i \\
 a_{g,n}(T_i) &= \sum_{i=0} b_{i,n} \cdot T_g^i
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Em que T_w e T_g são as temperaturas da superfície e do volume respectivamente e $b_{i,n}$ são os pesos do polinômio de temperatura dados pela literatura conforme Smith et al (1982), Truelove (1976), Dorigon (2012) e Galarça et al (2008). Sendo assim, para o desenvolvimento do modelo de soma ponderada de gases cinza determina-se para cada coeficiente de absorção do gás cinza, K_n , os valores das Áreas de Troca Totais e associa-se a cada gás cinza um peso que é uma função da temperatura de forma que:

$$\sum_{n=1}^{N_g} a_n(T_i) = 1 \tag{5.34}$$

Em que N_g é o número de gases cinza e Smith et al (1982) e Galaraça empregaram 3 gases cinzas e Trulove (1976) e Dorigon (2012) empregaram 4 gases cinza.

Para o cálculo de um único gás cinza emprega-se um valor de coeficiente de absorção com o primeiro coeficiente do polinômio unitário e os outros nulos, estabelecendo assim que as Áreas de Troca Total são iguais as Áreas de Fluxo Direto.

Baseado nas Áreas de Fluxo Direto e pelos balanços de troca de calor radiativo entre os elementos das zonas definem-se a taxa de transferência de calor radiativo na superfície Eq.5.35 e o gradiente da taxa de transferência de calor no volume Eq.(3.64), de maneira similar a Eq. 5.36.

$$\dot{Q}_s = \varepsilon AI \cdot E - \sum_{j=1}^m \overrightarrow{SS} \cdot E + \sum_{j=1}^l \overrightarrow{SG} \cdot E_g \quad (5.35)$$

$$\dot{Q}_g = \sum_{j=1}^m \overrightarrow{GS} \cdot E + \sum_{j=1}^l \overrightarrow{GG} \cdot E_g - 4KVI \cdot E_g \quad (5.36)$$

Em que m e l são respectivamente o número de elementos de superfícies e de volumes. Indicando assim que, a taxa de transferência de calor radiativa em um dado elemento de superfície ou de volume representa a contribuição de todas as trocas radiativas dos elementos das zonas.

Utilizando esse equacionamento determinou-se a sub-rotina de cálculo do balanço de energia como mostrado na Fig. 5.10.

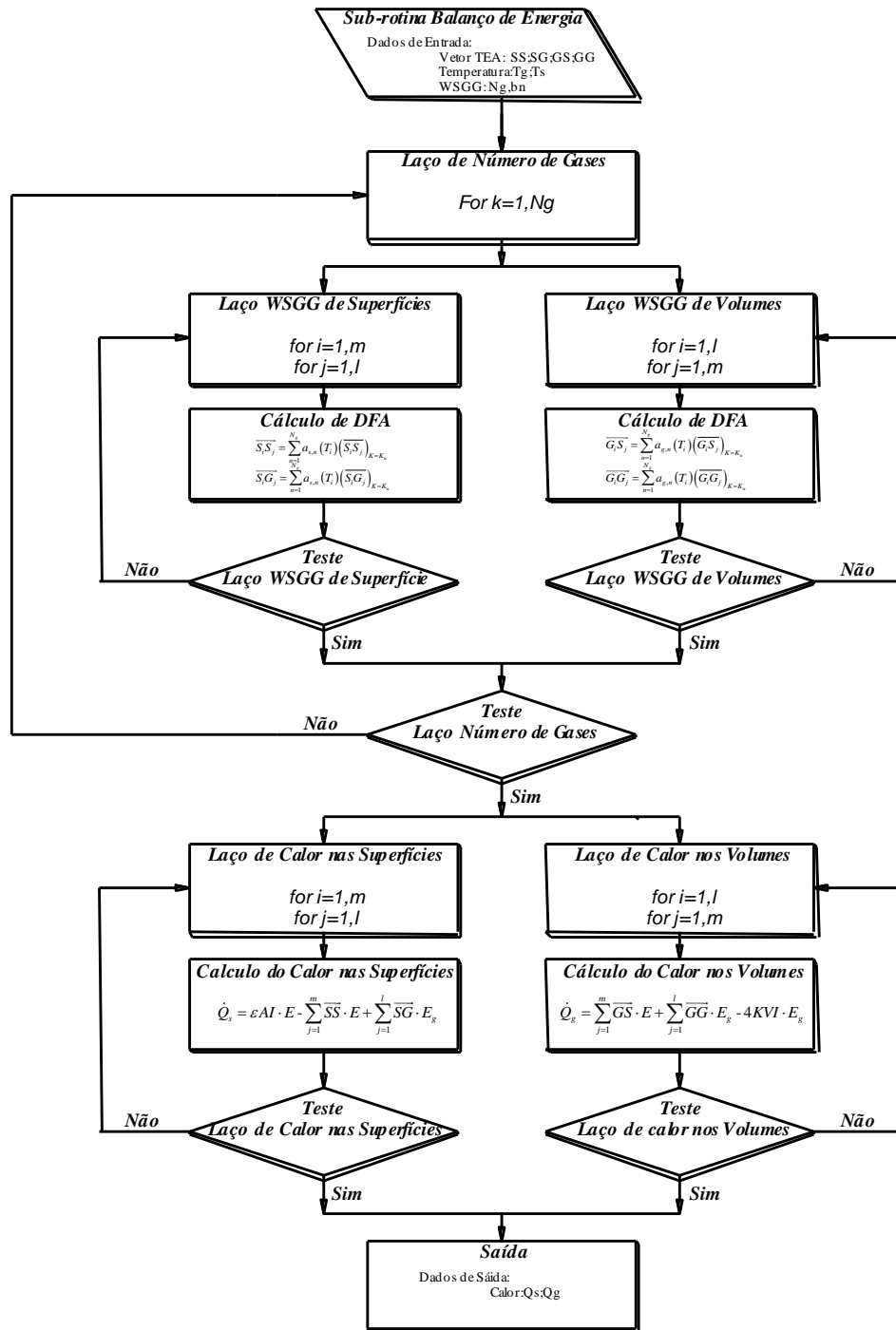


Figura 5.10 – Fluxograma da Sub-rotina de Balanço de Energia.

5.2. Método de Volumes Finitos

O método de volumes finitos caracteriza pelo desmembramento dos elementos geométricos da parte de cálculo radiativo, o que confere ao método uma excelente flexibilidade e capacidade de adequação a diferentes geometrias. O método para geometrias simétricas axialmente foi detalhadamente descrita por Kim (2008) para coordenadas cilíndricas, aplicada a diferentes problemas com geometrias complexas como apresentado por Kim e Baek (1998) e Kim e Baek (2005). Autores como Tian e Chiu (2005) e Bem Salah et al (2004) desenvolveram respectivamente metodologias similares considerando coordenadas cartesianas e cilíndricas, diferenciando na maneira de tratamento do termo da derivada azimutal da intensidade de radiação na equação de transferência radiativa.

O código desenvolvido possui duas sub-rotinas bases que são: a sub-rotina geométrica que realiza a geração da malha com os respectivos vetores das faces dos elementos de volume e a sub-rotina de cálculo da transferência de calor, que realiza a varredura do espaço através dos vetores direcionais da intensidade de radiação.

As sub-rotinas foram desenvolvidas em Fortran utilizando a plataforma NETBEANS que emprega o compilador gfortran GNU, e os cálculos finais compilados no terminal do sistema operacional Linux UBUNTU. O tratamento dos dados foi realizado em Matlab para apresentação neste trabalho.

5.2.1. Sub-rotina Geométrica

A sub-rotina geométrica inicialmente estabelece de acordo com a geometria definida pela equação de spline, Eq (5.2) as dimensões da fornalha a ser analisada, sendo que para divisão no eixo x definem um raio da fornalha que será subdividido em intervalos constantes, estabelecendo assim a malha de cálculo, os volumes, as áreas das faces e as direções, conforme mostrado na figura 5.11 e 5.12.

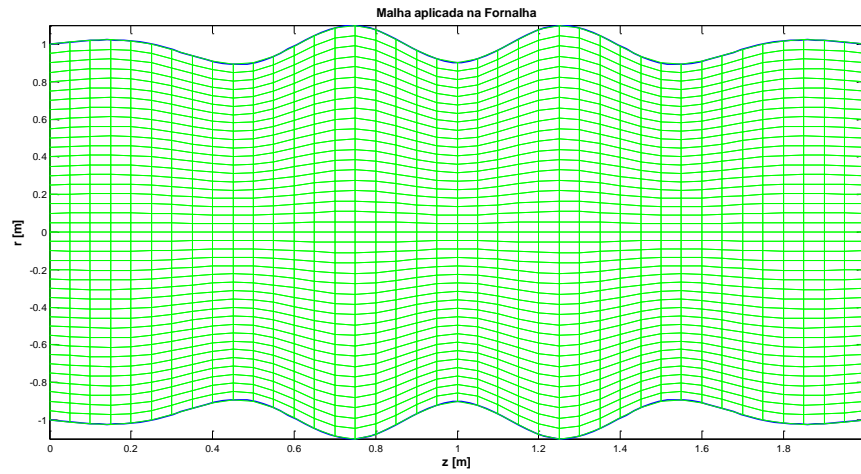


Figura 5.11 – Malha gerada na superfície da fornalha.

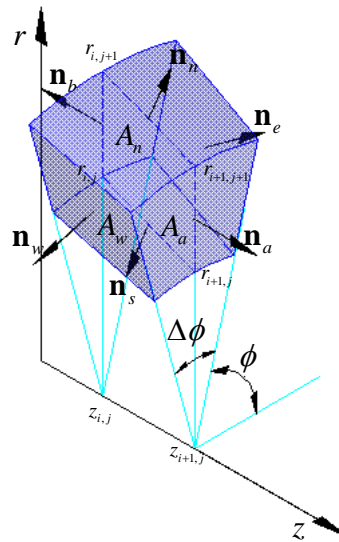


Figura 5.12 – Elemento de Volume analisado.

Os elementos de área e suas respectivas direções foram definidos conforme Kim e Baek (2005) e de acordo com a figura 5.12, como se segue:

- Área e direção norte e sul;

$$\begin{aligned}
\Delta A_n &= \frac{1}{2} \Delta \phi \cdot (r_{i+1,j+1} + r_{i,j+1}) \sqrt{(z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1})^2 - (r_{i,j+1} - r_{i+1,j+1})^2} \\
\mathbf{n}_n &= \frac{\left[(z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1}) \vec{k} + (r_{i,j+1} - r_{i+1,j+1}) \vec{r} \right]}{\sqrt{(z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1})^2 + (r_{i,j+1} - r_{i+1,j+1})^2}} \\
\Delta A_s &= \frac{1}{2} \Delta \phi \cdot (r_{i,j} + r_{i+1,j}) \sqrt{(z_{i+1,j} - z_{i,j})^2 - (r_{i+1,j} - r_{i,j})^2} \\
\mathbf{n}_s &= \frac{\left[(z_{i+1,j} - z_{i,j}) \vec{k} + (r_{i+1,j} - r_{i,j}) \vec{r} \right]}{\sqrt{(z_{i+1,j} - z_{i,j})^2 + (r_{i+1,j} - r_{i,j})^2}}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

- Área e direção acima e abaixo;

$$\begin{aligned}
\Delta A_a &= \frac{1}{2} \Delta \phi \cdot (r_{i+1,j+1}^2 - r_{i+1,j}^2) \\
\mathbf{n}_a &= \vec{k} \\
\Delta A_b &= \frac{1}{2} \Delta \phi \cdot (r_{i,j+1}^2 - r_{i,j}^2) \\
\mathbf{n}_b &= -\vec{k}
\end{aligned} \tag{5.38}$$

- Área e direção leste e oeste;

$$\begin{aligned}
\Delta A_e &= \frac{1}{2} \cdot \left[(r_{i,j+1} - r_{i,j}) + (r_{i+1,j+1} - r_{i+1,j}) \right] \cdot (z_{i+1,j} - z_{i,j}) \\
\mathbf{n}_e &= -\sin\left(\frac{1}{2} \Delta \phi\right) \vec{r} + \cos\left(\frac{1}{2} \Delta \phi\right) \vec{\phi} \\
\Delta A_w &= \frac{1}{2} \cdot \left[(r_{i,j+1} - r_{i,j}) + (r_{i+1,j+1} - r_{i+1,j}) \right] \cdot (z_{i+1,j} - z_{i,j}) \\
\mathbf{n}_w &= \sin\left(-\frac{1}{2} \Delta \phi\right) \vec{r} - \cos\left(-\frac{1}{2} \Delta \phi\right) \vec{\phi}
\end{aligned} \tag{5.39}$$

O elemento de volume da malha foi também definido conforme Kim e Baek (2005) e em acordo com a figura 5.12, como se segue:

$$\Delta V = \frac{1}{6} \cdot \Delta \phi \cdot (z_{i+1,j} - z_{i,j}) \cdot \left[(r_{i+1,j+1}^2 + r_{i+1,j+1} \cdot r_{i,j+1} + r_{i,j+1}^2) - (r_{i,j}^2 + r_{i,j} \cdot r_{i+1,j} + r_{i+1,j}^2) \right] \tag{5.40}$$

Para o cálculo dos elementos geométricos e vetoriais foi desenvolvido código em Fortran, conforme mostrado no fluxograma da figura 5.13 (a).

5.2.2. Sub-rotina de Cálculo da Transferência de Calor

A metodologia de volumes finitos aplicado neste trabalho está fundamentada no trabalho de Kim (2008) que empregando coordenadas cilíndricas apresenta um método de volumes finitos que possibilita a redução de uma dimensão de simulação devido a simetria, pois associa a intensidade de radiação azimutal com a direção de propagação da intensidade de radiação, possibilitando o cálculo bidimensional da radiação térmica. Baseado no pré-desenvolvimento do método na equação (3.32), tem-se:

$$\sum_k I_{ki}(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k) = \beta_p \cdot (S_{pi} - I_{pi}) V \cdot \Omega_i \quad (5.41)$$

O produto escalar da intensidade de radiação pelo vetor normal da área da face do volume é definido pela integração dos elementos a esquerda da equação de transferência radiativa (3.32), conforme se segue:

$$D_k^{m,n} = \int_{\phi^{n-1/2}}^{\phi^{n+1/2}} \int_{\theta^{m-}}^{\theta^{m+}} (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k) \sin \theta d\theta d\phi \quad (5.42)$$

De acordo com a figura 5.12 a integração pode ser realizada em cada face do elemento de volume, obtendo as seguintes formulações:

- Direção norte – sul;

$$D_n^{m,n} = -D_s^{m,n} = \int_{\theta^{m+1/2}}^{\theta^{m+1/2}} \sin^2 \theta d\theta \int_{\phi^{n-1/2}}^{\phi^{n+1/2}} \cos \phi d\phi \quad (5.43)$$

$$D_n^{m,n} = -D_s^{m,n} = \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+1/2} - \theta^{m-1/2} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+1/2} \right) - \sin \left(2\theta^{m-1/2} \right) \right) \right] \left(\sin \phi^{n+1/2} - \sin \phi^{n-1/2} \right)$$

- Direção acima – abaixo;

$$D_a^{m,n} = -D_b^{m,n} = \int_{\theta^{m+1/2}}^{\theta^{m+1/2}} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_{\phi^{n-1/2}}^{\phi^{n+1/2}} \cos \phi d\phi \quad (5.44)$$

$$D_a^{m,n} = -D_b^{m,n} = \left[\sin^2 \theta^{m+1/2} - \sin^2 \theta^{m-1/2} \right] \left(\phi^{n+1/2} - \phi^{n-1/2} \right)$$

A integração da intensidade de radiação azimutal nas faces leste e oeste:

$$\int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta V} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} (\eta \cdot I) dv d\Omega \cong \Delta A_l D_l^{m,n+1/2} \cdot I_l^{m,n+1/2} - \Delta A_o D_o^{m,n-1/2} \cdot I_o^{m,n-1/2} \quad (5.45)$$

De maneira que:

$$D_l^{m,n+1/2} = - \int_{\theta^{m+1/2}}^{\theta^{m-1/2}} \sin^2 \theta d\theta \int_{\phi^n}^{\phi^{n+1}} \sin \phi d\phi \quad (5.46)$$

$$D_l^{m,n+1/2} = - \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+1/2} - \theta^{m-1/2} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+1/2} \right) - \sin \left(2\theta^{m-1/2} \right) \right) \right] \left(\cos \phi^n - \cos \phi^{n+1} \right)$$

$$D_o^{m,n-1/2} = \int_{\theta^{m+1/2}}^{\theta^{m-1/2}} \sin^2 \theta d\theta \int_{\phi^n}^{\phi^{n+1}} \sin \phi d\phi \quad (5.47)$$

$$D_o^{m,n-1/2} = \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+1/2} - \theta^{m-1/2} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+1/2} \right) - \sin \left(2\theta^{m-1/2} \right) \right) \right] \left(\cos \phi^{n+1} - \cos \phi^n \right)$$

Substituindo na equação de transferência radiativa discretizada, tem-se:

$$\begin{aligned} & \Delta A_n D_n^{m,n} \cdot I_n^{m,n} + \Delta A_s D_s^{m,n} \cdot I_s^{m,n} + \Delta A_a D_a^{m,n} \cdot I_a^{m,n} + \Delta A_b D_b^{m,n} \cdot I_b^{m,n} \\ & + \Delta A_l D_l^{m,n+1/2} \cdot I_l^{m,n+1/2} + \Delta A_o D_o^{m,n-1/2} \cdot I_o^{m,n-1/2} = \beta_p \cdot S_{pi} \cdot V \cdot \Omega_i - \beta_p \cdot I_{pi}^{m,n} \cdot V \cdot \Omega_i \end{aligned} \quad (5.48)$$

Em que ΔA_n , ΔA_s , ΔA_a , ΔA_b , ΔA_l e ΔA_o representam respectivamente os elementos de área nas faces do volume norte, sul, acima, abaixo, leste e oeste. Assim como $I_n^{m,n}$, $I_s^{m,n}$, $I_a^{m,n}$, $I_b^{m,n}$, $I_l^{m,n}$ e $I_o^{m,n}$ as intensidades de radiação nas respectivas faces, por sua vez a intensidade de radiação no centro do volume é dado por I_{pi} .

Observa-se que existe uma defasagem entre as intensidades de radiação a leste e a oeste de maneira a manter a simetria e que o número de incógnitas é maior que o número de equações, sendo assim aplicando o esquema em simples degrau para assegurar a intensidade positiva, tem-se:

$$a_p^{m,n} \cdot I_p^{m,n} = \sum_{k=n,s,a,b} a_k^{m,n} \cdot I_k^{m,n} + b_p^{m,n} \quad (5.49)$$

Em que:

$$a_p^{m,n} = \sum_{k=n,s,a,b} \max(\Delta A_k \cdot D_k^{m,n}, 0) + \beta_p \cdot V \cdot \Omega + \Delta A_l \cdot D_l^{m,n+1/2} \quad (5.50)$$

$$a_k^{m,n} = \max(-\Delta A_k \cdot D_k^{m,n}, 0) \quad (5.51)$$

$$b_p^{m,n} = \beta_p \cdot S_p \cdot V \cdot \Omega - \Delta A_o D_o^{m,n-1/2} \cdot I_o^{m,n-1/2} \quad (5.52)$$

$$S_p = (1 - \omega_p) I_{bp} + \frac{\omega_p}{4 \cdot \pi} \sum_{j=1}^n I_{pj} \bar{\Phi}_{ij} \quad (5.53)$$

A condição de contorno é dada pela discretização da equação (3.35):

$$I_{q0} = \varepsilon_q I_{bq} + (1 - \varepsilon_q) \cdot \frac{\sum_{i,in} I_{qi} |\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q|}{\sum_{i,out} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q} \quad (5.54)$$

Em que a designação *in* e *out* representam as intensidades entrando e saindo da superfície. O processo iterativo para a determinação do campo de intensidade em cada direção é realizado até que se atinja o critério de convergência:

$$erro = \max \left(\left| \frac{I_p^{m,n}|_{atual} - I_p^{m,n}|_{anterior}}{I_p^{m,n}|_{anterior}} \right| \right) \leq 1.0 \cdot 10^{-6} \quad (5.55)$$

Com os campos de intensidades de radiação determina-se o fluxo de calor radiativos nas paredes e a radiação incidente nos elementos de volume, como se segue:

$$q = \varepsilon_q \left(I_{bq} \sum_{i,out} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q - \sum_{i,in} I_{qi} |\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q| \right) \quad (5.56)$$

$$g_p = \sum_i I_{pi} \cdot \mathbf{s}_i \quad (5.57)$$

O procedimento de cálculo segue o clássico modelo de ordenadas discretas bidimensional de maneira que as direções da intensidade de radiação definem a direção de propagação do cálculo da equação (5.56), conforme mostrado no fluxograma 5.13 (b).

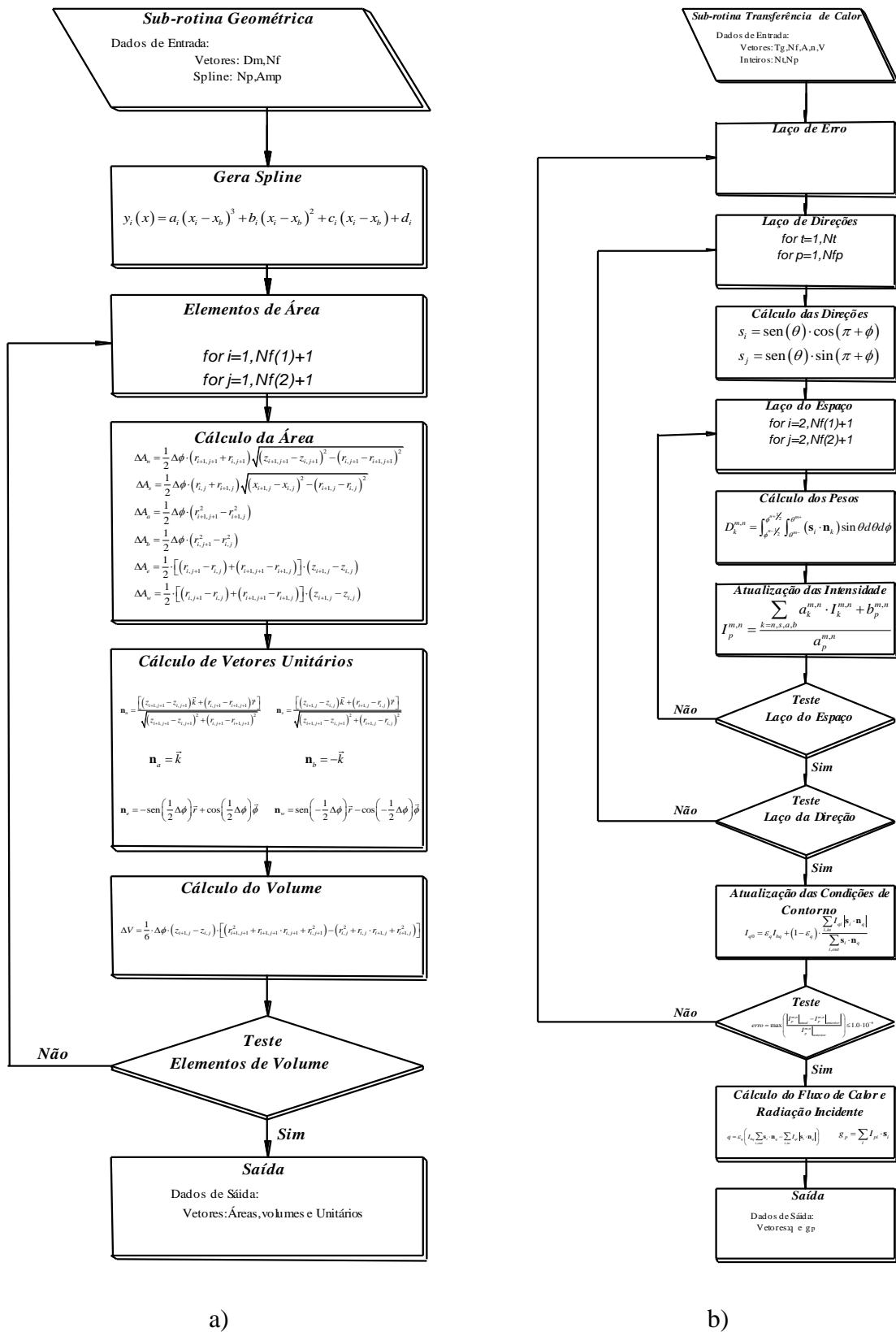


Figura 5.13– Fluxograma da Sub-rotina Geométrica a) e Sub-rotina Transferência de calor b).

5.3. Estudos de Caso

Os problemas físicos de transferência de calor radiativa analisados pelos métodos da zona e de volumes finitos consistiram em três abordagens, uma utilizando uma fornalha teórica radial de raio unitário e comprimento de 2m, outra realizando a análise de uma cavidade complexa de um bocal sino-senoidal e finalmente a fornalha de uma câmara de combustão cilíndrica conforme estabelecido por Silva (2005).

A fornalha teórica cilíndrica foi estudada por Kim e Baek (2005) possui um meio cinza absorvedor e emissor sem espalhamento a temperatura de referência de 100K com três diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} para paredes negras e frias, conforme mostrado na figura 5.14.

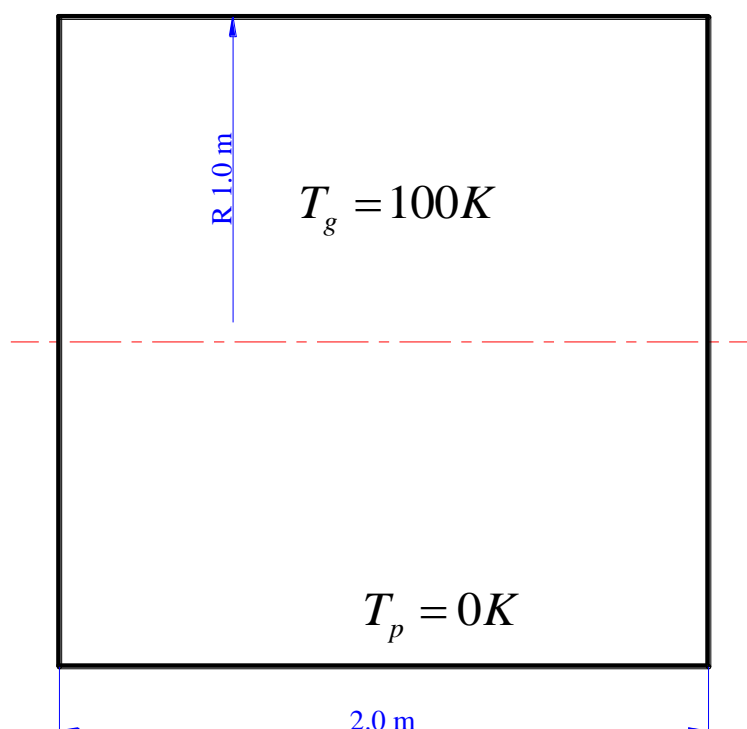


Figura 5.14 – Fornalha teórica cilíndrica

Fonte: Adaptado de Kim e Baek (2005)

O bocal sino-senoidal foi estudado por Kim e Baek (2005) e Nunes et al (2000) possui comprimento de $z_c=4\text{m}$ e os raios de curvatura da superfície do bocal dados pela Eq. (5.58), possui um meio cinza absorvedor e emissor a temperatura de referência de 100K com três

diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹ para paredes negras e frias, conforme apresentado na figura 5.15.

$$\frac{r}{z_c} = \frac{1}{4} \cdot \left[1 + \operatorname{sen} \left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot z_c} \right) \right] \quad (5.58)$$

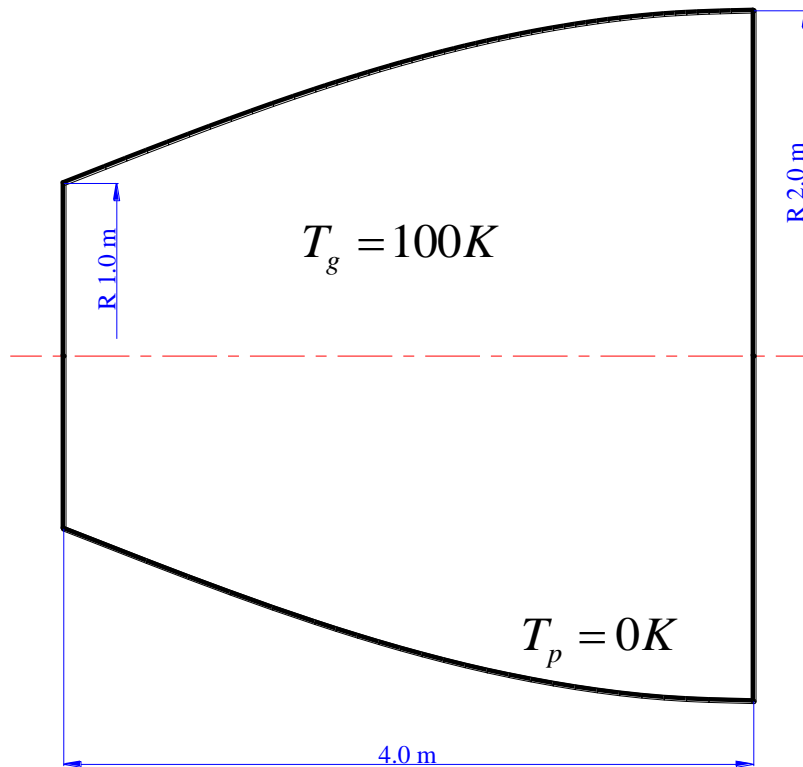


Figura 5.15 – Bocal sino-senoidal

Fonte: Adaptado de Kim e Baek (2005)

A câmara de combustão cilíndrica com 1,7 m de comprimento e 0,5m de diâmetro está mostrada na figura 5.16, foi inicialmente modelada por Silva (2005) e Centeno (2014), empregando a técnica de dinâmica dos fluidos computacional em volumes finitos, com a modelagem da turbulência das equações médias de Reynolds transiente $k-\varepsilon$ e o modelo de combustão *Eddy Breakup-Arrheniu*.

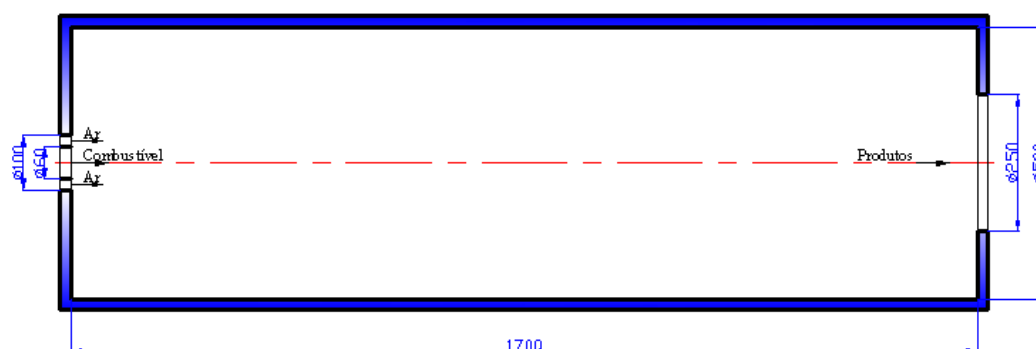


Figura 5.16 - Fornalha cilíndrica com queimador concêntrico.

Fonte: Adaptado de Silva (2005).

O problema de transferência de calor radiativa analisado desta câmara de combustão utiliza o perfil de temperatura do gás da figura 5.17, com a temperatura da parede cilíndrica de 393,15K e temperatura de saída de 300K. O meio participante é composto por dois gases o CO_2 com composição de 10% e o vapor de água com composição de 20%.

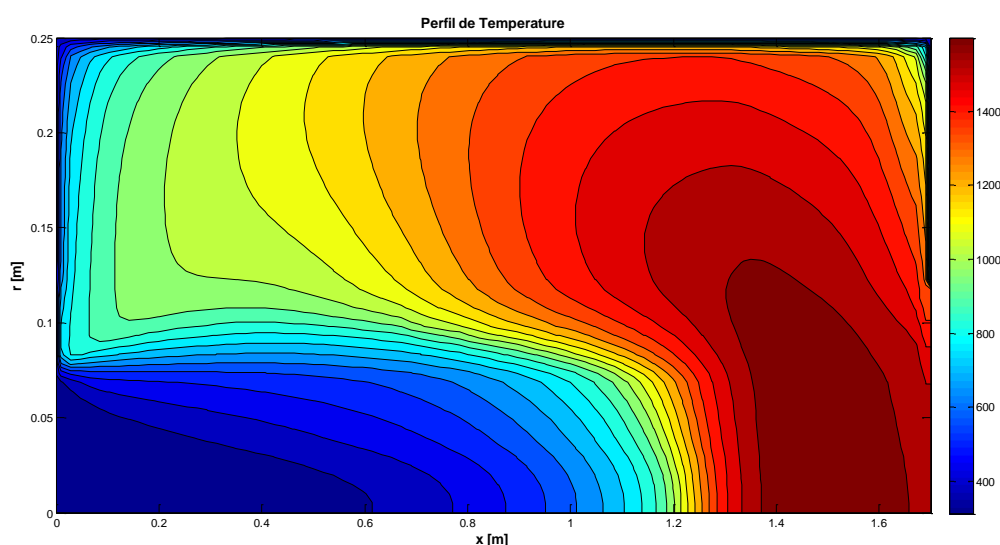


Figura 5.17 - Perfil de Temperatura.

Fonte: Adaptado de Centeno (2008).

Para avaliação das superfícies complexas corrugadas empregou-se a substituição da parte cilíndrica da fornalha teórica e da câmara de combustão pela superfície corrugada construídas a partir da variação positiva e negativa da amplitude de corrugamento em torno do raio das fornalhas, utilizando como variáveis o número de pontos e a amplitude de corrugamento. A figura 5.18 mostra a construção da superfície corrugada para uma condição de 3 pontos de corrugamento e amplitude 0.1m.

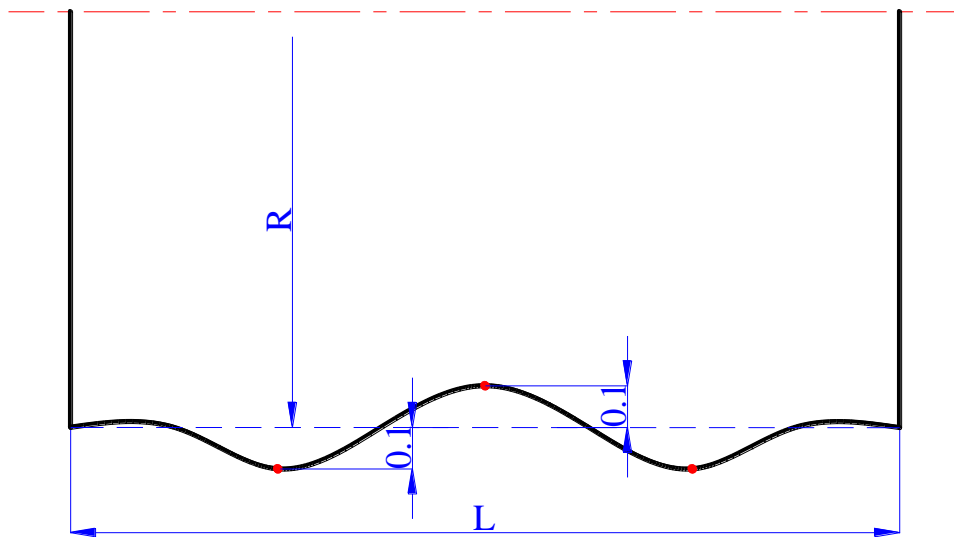


Figura 5.18 – Representação esquemática da superfície corrugada.

5.4. Otimização das Superfícies corrugadas

A otimização geométrica da transferência de calor radiativa das superfícies corrugadas utilizaram as variáveis de projeto número de pontos de corrugamento, N_p , e amplitude de corrugamento, Amp . A função objetivo a ser maximizada foi definida como a média do fluxo de calor radiativo na superfície corrugada e as restrições laterais das variáveis de projeto definidas como o número mínimo e máximo de pontos de corrugamento e os valores máximos e mínimos da amplitude, conforme se segue:

$$\text{Maximizar a função objetivo: } F = \frac{\sum_{i=1}^N q''}{N} \quad (5.59)$$

Sujeito as seguintes restrições :

- $0 \leq N_p \leq 10$ (5.60)
- $0 \leq Amp \leq 0.25 \text{ mm}$

As metodologias numéricas empregadas para otimização foram o método simplex, conforme fluxograma da figura 4.3, e o método de recozimento simulado, conforme fluxograma da figura 4.4. Os métodos clássicos não foram empregados devido à dificuldade que esses métodos apresentam em trabalhar com variáveis discretas. Ambos os métodos estabelecem de acordo com suas metodologias as configurações geométricas da superfície

corrugada que alimentam os códigos de transferência de calor radiativa, seja ele o método da zona ou o método de volumes finitos, que determinam o perfil de fluxo de calor radiativo na fornalha e o valor da função objetivo. Sendo assim, o método de otimização define o valor das variáveis de projeto e os métodos de transferência de calor radiativa alimentam com o valor da função objetivo de forma a permitir a avaliação da condição que maximize o fluxo de calor radiativo.

Capítulo VI

ANÁLISE DE RESULTADOS

6.1. Verificação Numérica da Modelagem

Para verificação numérica dos resultados da transferência de calor radiativa dos códigos desenvolvidos com as referências da literatura foi feita a avaliação inicialmente para a fornalha teórica cilíndrica, considerando a superfície cilíndrica desta fornalha modelada por uma spline com amplitude $1 \times 10^{-5} \text{ m}$. Os resultados do fluxo de calor adimensional obtidos pelas metodologias do método da zona com malha de 40×20 e de volumes finitos com malha de 60×30 foram comparados com os resultados obtidos Kim e Baek (2005) e estão demonstrados na Fig. 6.1.

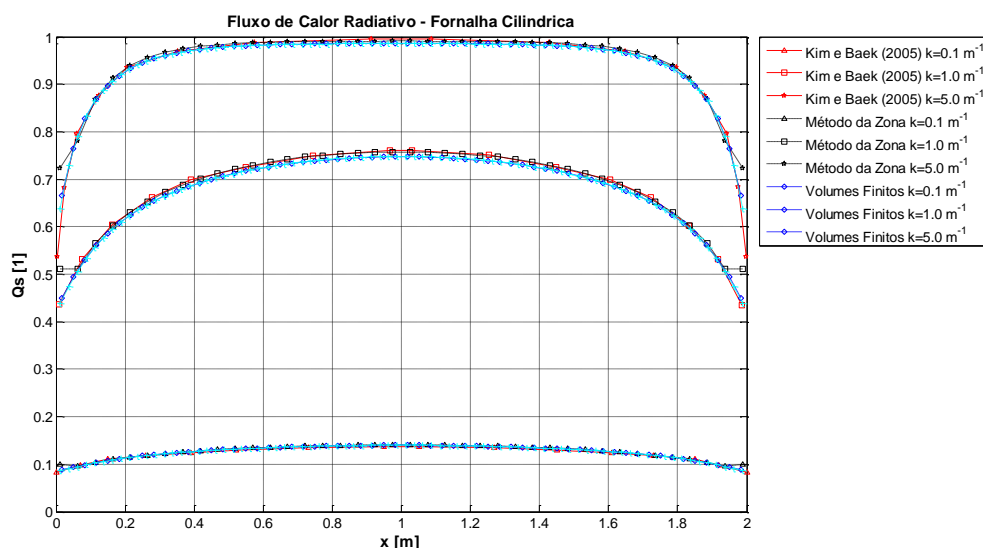


Figura 6.1 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.1 mostra que as metodologias propostas foram capazes de representar a transferência de calor na parede cilíndrica com erros da ordem de 4% para o método da zona e menores que 1% para o método de volumes finitos independente do coeficiente de absorção analisado, exceto junto as extremidades do cilindro para o método da zona, o que pode estar

diretamente relacionado a proposição de cálculo das áreas de troca direta, que neste trabalho empregou o cálculo bidimensional, além do que foi utilizado o método de quadratura de Gauss para realizar a integração na direção angular.

Os fluxos de calor radiativo adimensional nas paredes laterais da fornalha são apresentados somente para o método da zona do centro ao raio externo devido a simetria, sendo que os valores a esquerda do eixo das abscissas representam os dados de entrada e os valores a direita representam dados de saída, conforme mostrado na figura 6.2, apesar da literatura não disponibilizar esses resultados.

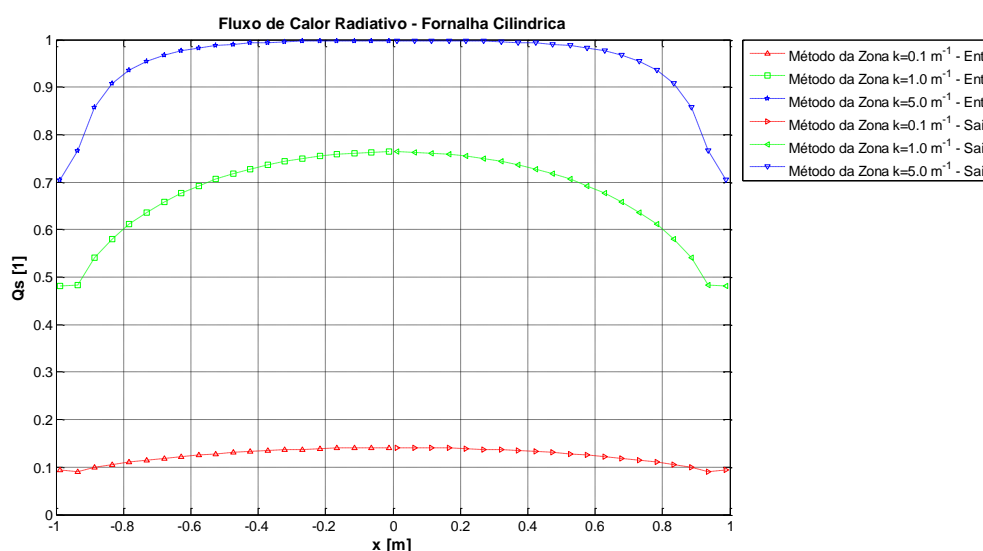


Figura 6.2 - Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

Na figura 6.2 observa-se que ambos os perfis de fluxo de calor adimensional de entrada à esquerda e o de saída à direita são similares devido as temperaturas constantes do meio, conforme esperado pela simetria do problema físico.

Para verificação do comportamento dos métodos da zona e de volumes finitos em geometrias complexas utilizou o bocal sino-senoidal de comprimento de $z_c=4\text{m}$. Para possibilitar a modelagem da superfície do bocal empregou-se a interpolação por spline com os pontos do raio dados pela Eq. (5.58), os resultados obtidos pelas metodologias das zonas com malha de 40x20 e volumes finitos com malha de 60x30 estão comparados com os resultados obtidos Kim e Baek (1998) e estão mostrados na Fig. 6.3.

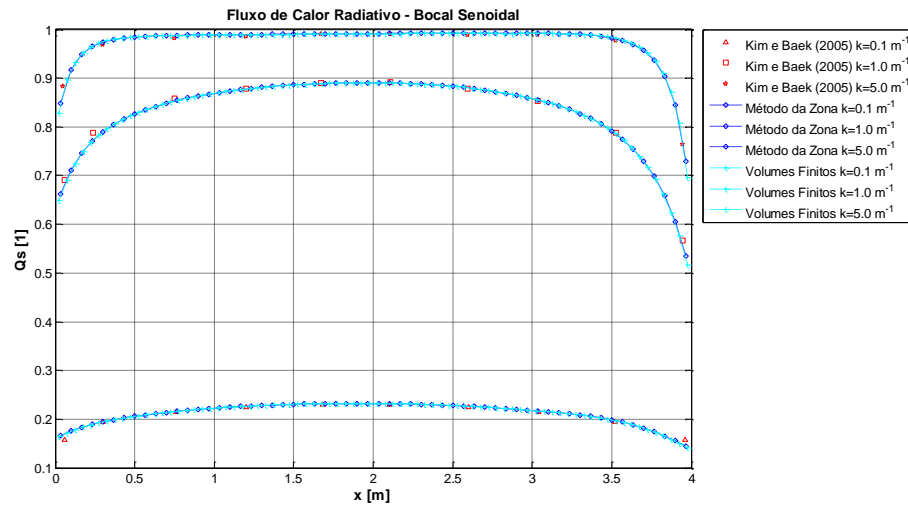


Figura 6.3 - Transferência de calor radiativa na parede do bocal sino-senoidal para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.3 mostra que os métodos da zona e de volumes finitos conseguiram representar a transferência de calor radiativa na superfície complexa do bocal senoidal para os diferentes coeficientes de absorção dos gases com erros menores que 1%. Notadamente observa-se para o método da zona a mesma discrepância anterior nas extremidades, indicando que realmente a modelagem da integração das áreas de troca não são adequadamente representadas pela integração bidimensional.

Da mesma maneira como no primeiro caso analisado para o método da zona, apresentaram-se os fluxos de calor radiativo adimensional nas paredes laterais do bocal, em que os valores à esquerda do eixo das abscissas representam os dados de entrada e os valores à direita representam dados de saída, conforme mostrado na figura 6.4.

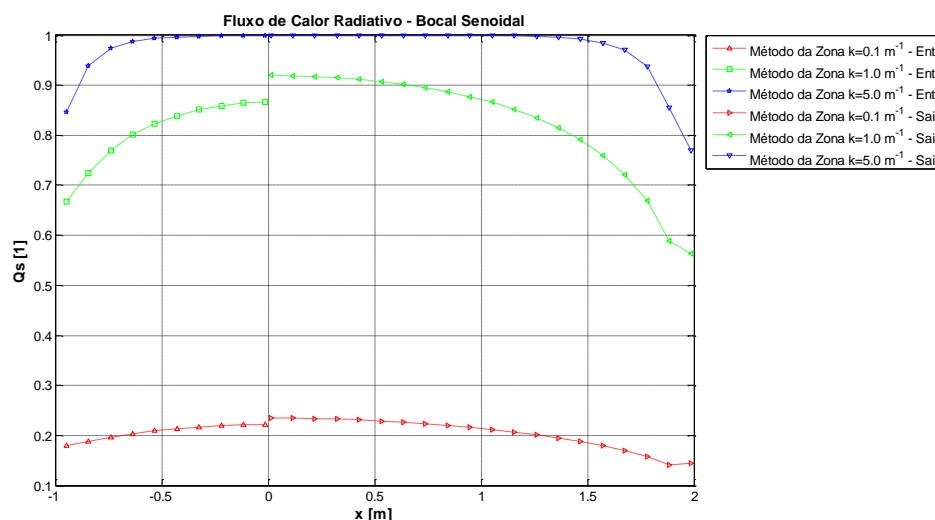


Figura 6.4 - Transferência de calor radiativa nas paredes laterais do bocal senoidal para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

Na figura 6.4 observa-se um menor fluxo de calor adimensional à esquerda da abscissa zero indicando a menor participação dos elementos de volumes de gases devido ao menor comprimento na parede lateral de entrada. À direita da abscissa zero verifica-se que o fluxo de calor radiativo é maior devido a maior participação dos volumes de gases pelo fato do comprimento de saída ser maior. Notadamente, evidencia que para o coeficiente de absorção de 5.0 m^{-1} a diferença é mínima entre o fluxo de calor de entrada e saída, sendo isto relacionado ao fato deste meio cinza ser mais espesso que os outros, restringindo assim a participação de volumes de gases para cada elemento de superfície.

Para verificação numérica dos métodos da zona e volumes finitos em fornalhas reais em combustão foi simulada a câmara de combustão de Silva (2005) empregando para a modelagem das propriedades radiativa do gás participante o modelo de soma ponderada de gases cinza com os parâmetros de Smith et al (1982) para os métodos da zona e de volumes finitos e os parâmetros de Dorigon (2012) somente para o método de volumes finitos. Os resultados do fluxo de calor radiativo nas paredes cilíndricas obtidos pelo método da zona com malha de 40×20 e pelo método de volumes finitos com malha de 60×30 são comparados com os dados obtidos por Silva (2005) e estão mostrados na figura 6.5.

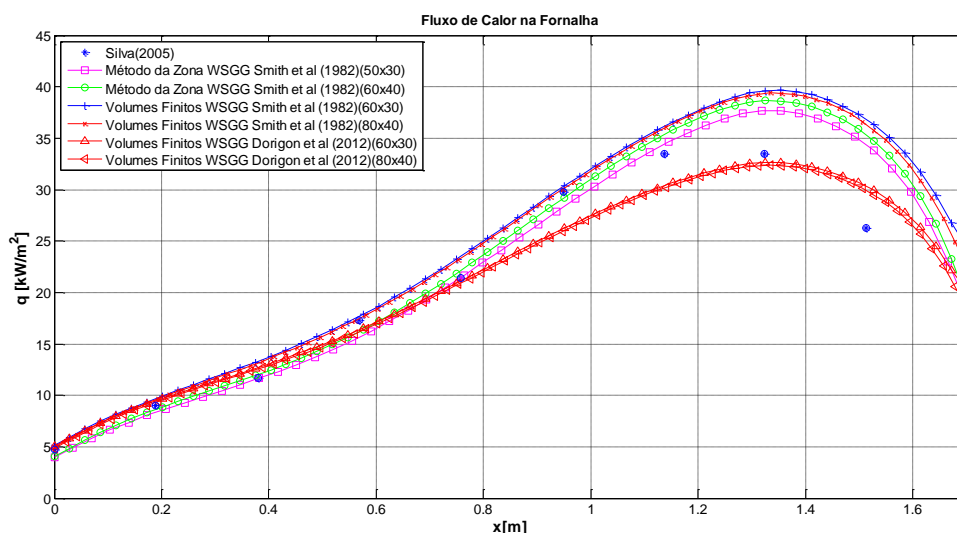


Figura 6.5 - Fluxo de Calor Radiativo nas paredes da fornalha cilíndrica.

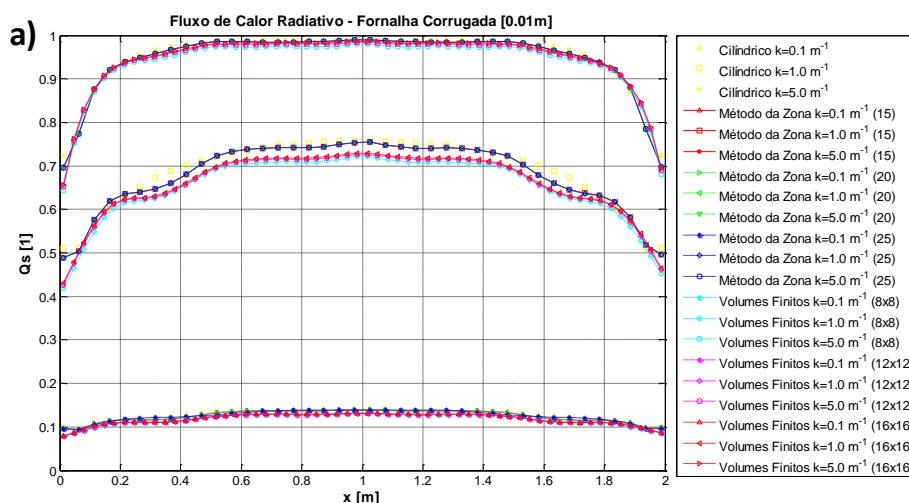
A figura 6.5 evidencia que os métodos conseguiram modelar o fluxo de calor radiativo de maneira satisfatória empregando os coeficientes do modelo de soma ponderada definidos por Smith et al (1982) e Dorigon (2012), principalmente para malhas mais refinadas e para a região de temperaturas mais baixas de entrada e de saída, entretanto na região de altas

temperaturas, o método de volumes finitos sobre-estimou a transferência de calor. Outro ponto a destacar foi a modelagem de volumes finitos que obteve os melhores resultados utilizando os parâmetros de Dorigon (2012). No que tange ao refinamento da malha, o método da zona foi mais sensível ao refinamento da malha principalmente para região de altas temperaturas, o método de volumes finitos, por sua vez, não apresentou significativas alterações no fluxo de calor radiativo para as diferentes malhas.

6.2. Análise das Superfícies Corrugadas

Inicialmente será realizada uma análise da independência de malha para encontrar uma solução de compromisso entre a precisão dos resultados encontrados e o tempo de processamento, uma vez que os algoritmos de otimização exigem várias avaliações das funções objetivo, necessitando assim de uma malha robusta que permita tanto a precisão adequada quanto o tempo de processamento razoável para possibilitar a otimização.

A avaliação do refinamento da malha de integração das áreas de troca direta da sub-rotina de integração no método da zona e da discretização angular do método de volumes finitos foram realizadas considerando 7 pontos de corrugamento para as três condições de amplitude citadas anteriormente. A malha de integração das áreas de troca direta para o método da zona foi considerada com três condições de refinamento 15, 20 e 25 subdivisões e a discretização angular do método de volumes finitos foi considerada com três condições 8x8, 12x12 e 16x16, os resultados são relativamente comparados com as superfícies cilíndricas, conforme mostrado na Fig. 6.6.



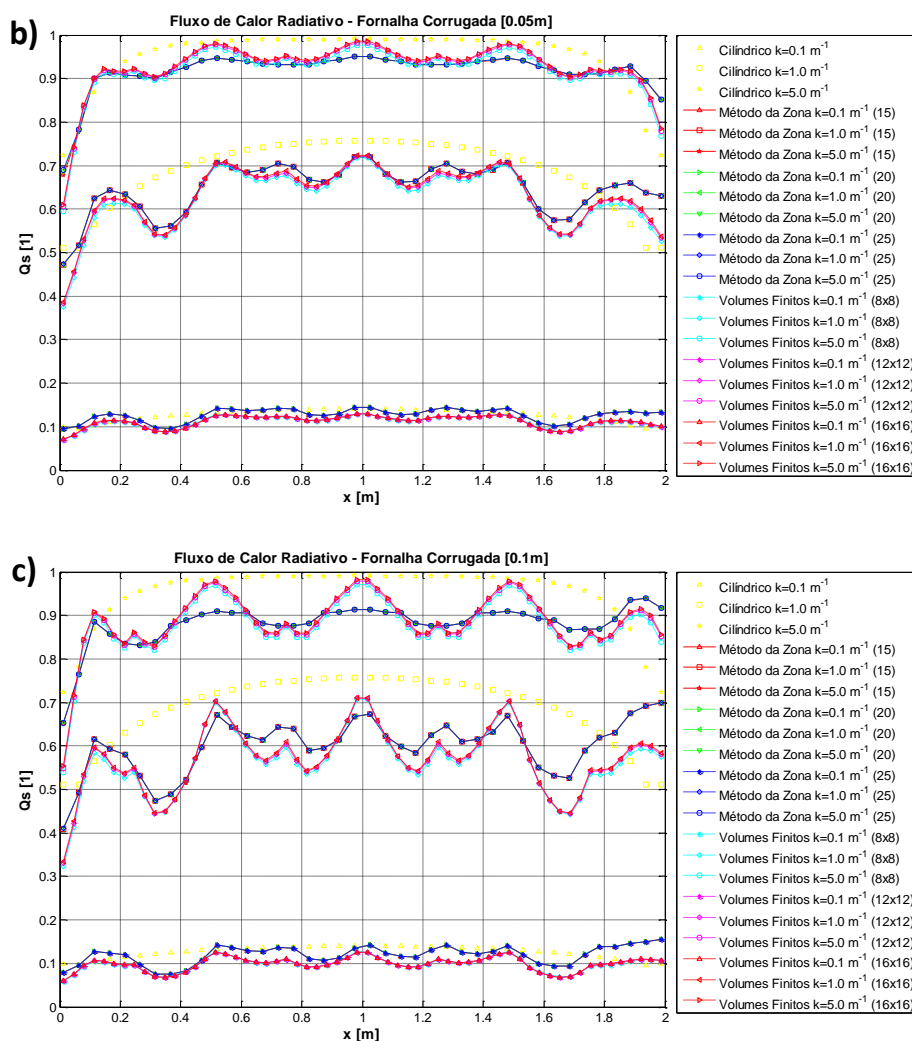


Figura 6.6 - Estudo do refinamento da malha de integração com amplitudes de 0,01m(a); 0,05m(b) e 0,10m(c) para 7 pontos de corrugamento.

A figura 6.6 mostra que o fluxo de calor nas superfícies corrugadas é menor que o fluxo de calor para as superfícies cilíndricas, principalmente para os coeficientes de absorção maiores. A figura 6.6 (c) mostra também uma deterioração da solução para a condição de 0,1m de amplitude, indicando a necessidade de refinamento da malha, além de evidenciar que nas maiores amplitudes os métodos distanciaram-se de maneira significativa principalmente para os maiores coeficientes de absorção. Pode-se ainda observar que não ocorreu sensível diferença entre as malhas de integração e as discretizações angulares, entretanto conforme mostrado na Tabela 6.1 para o método da zona os erros relativos para as condições de malha de integração de 15 são insatisfatórios principalmente para a condição de amplitude de 0,05m.

Tabela 6.1 - Tabela de Erros Relativos da Malha de Integração para 7 pontos

Erro Relativo [%]*			
Malha de Integração	Amplitude [0,01m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
15	0.1884	0.1741	0.2241
20	0.0000	0.0341	0.0502
Malha de Integração	Amplitude [0,05m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
15	1.0989	1.1678	2.1521
20	0.3898	0.4024	0.7002
Malha de Integração	Amplitude [0,1m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
15	0.1022	0.0985	0.1295
20	0.0886	0.0902	0.1508

* A malha de 25 elementos de integração foi empregada como de referência.

Aparentemente a Tabela 6.1 indica uma condição crítica para a modelagem de 0,05m de amplitude, indicando eventualmente uma dificuldade da malha em adequar as condições de modelagem, o que pode estar diretamente relacionado a proposta de modelagem da superfície complexa, bloqueio de corpos, que separa os elementos dos volumes que estão no interior e participam da solução, dos que não participam da solução, os externos a superfície complexa. Obtendo assim uma interface de malha que não consegue envolver toda a superfície complexa.

Em termos dos erros apresentados pela discretização angular para o método de volumes finitos a tabela 6.2 mostra erros mais significativos para a discretização angular de 8x8.

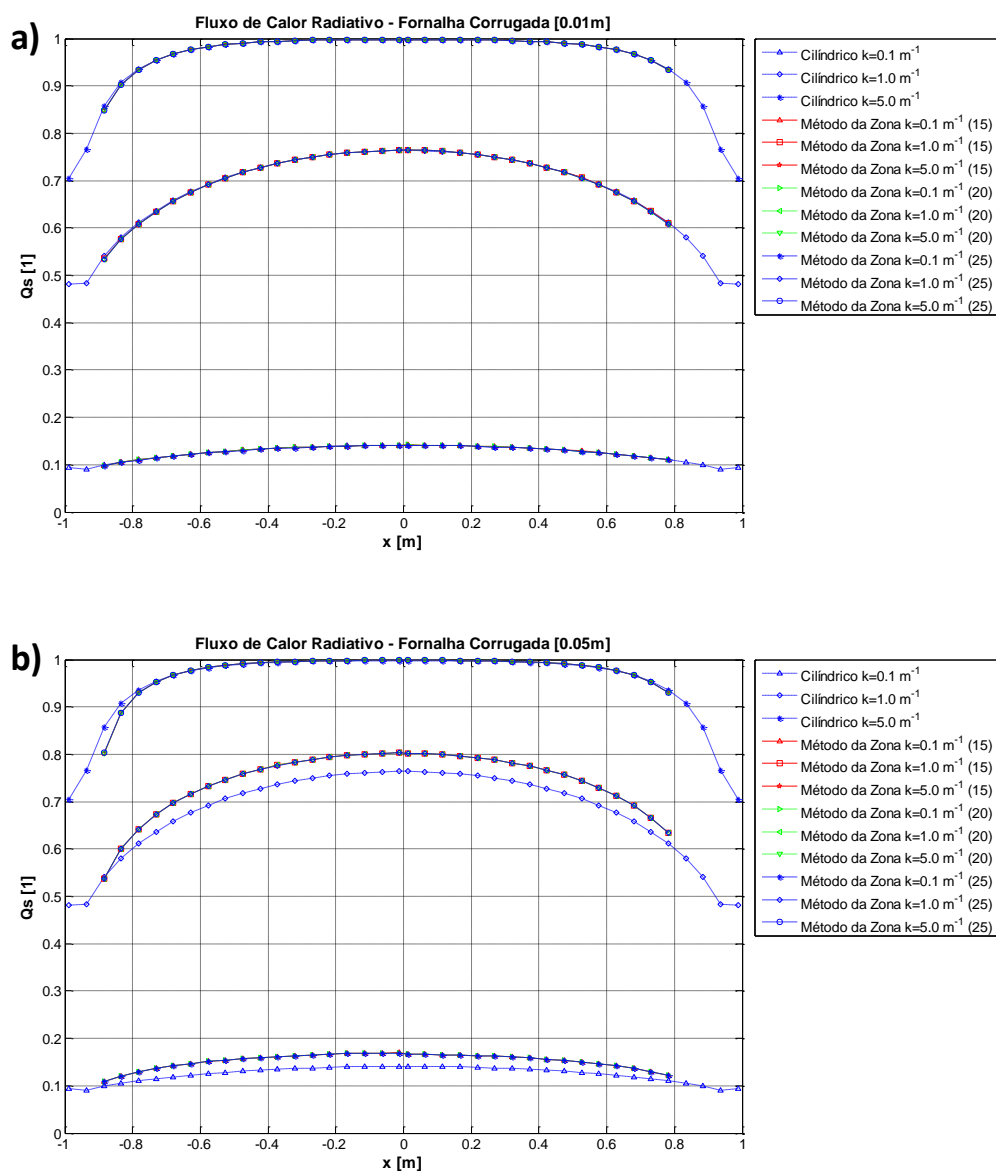
Tabela 6.2 - Tabela de Erros Relativos da Discretização Angular para 7 pontos.

Erro Relativo [%]*			
Discretização Angular	Amplitude [0,01m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
8x8	3.1063	3.2816	2.0619
12x12	0.9970	1.0889	0.6468
Discretização Angular	Amplitude [0,05m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
8x8	3.0893	3.3418	2.4534
12x12	0.8666	1.0959	0.7725
Discretização Angular	Amplitude [0,1m]		
	$\kappa=0,1\text{m}^{-1}$	$\kappa=1,0\text{ m}^{-1}$	$\kappa=5,0\text{ m}^{-1}$
8x8	3.2358	3.5376	2.7768
12x12	1.0696	1.1391	0.8628

* Discretização Angular de 16x16 foi empregada como de referência.

A tabela 6.2 indica que ocorre o incremento dos erros com a variação da discretização angular devido o aumento da amplitude e para a condição de coeficiente de absorção de 1.0 m^{-1} , de maneira geral observa-se que a discretização angular de 12×12 apresentou erros da ordem de 1%.

Na figura 6.7 apresentaram-se os fluxos de calor radiativo adimensional nas paredes laterais da fornalha determinados pelo método da zona, em que os valores à esquerda do eixo das abscissas representam os dados de entrada e os valores à direita representam dados de saída.



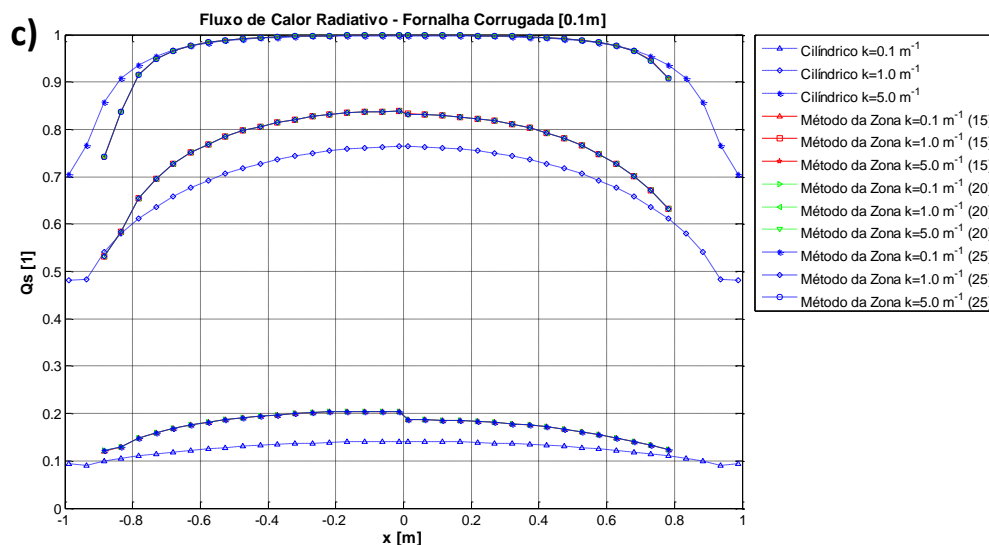


Figura 6.7 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento, três condições de amplitudes e três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.7 demonstra que não se evidencia mudanças significativas entre as condições de malha de integração nos fluxos de calor das paredes laterais, observando todavia a tendência de redução da transferência de calor junto das extremidades laterais principalmente para as maiores amplitudes indicando os efeitos do sombreamento nas superfícies laterais.

De maneira geral evidenciou-se para o método da zona que a condição de 20 elementos de malha representou a condição de malha que satisfaz a precisão necessária juntamente com o menor esforço computacional. Observa-se também que à medida que aumenta a amplitude de corrugamento exige-se um melhor refinamento da malha, além dos resultados apresentarem distanciamento do método de volumes finitos.

Para o método de volumes finitos evidenciou-se um melhor comportamento das soluções, indicando uma boa condição de refinamento da malha, além de verificar menores diferenças entre as soluções apresentadas para as discretizações angulares estudadas, principalmente para o meio mais espesso, sendo assim para manter os níveis de desempenho computacional com menores erros, empregou-se a discretização de 12×12 para as simulações de otimização.

Partindo desta avaliação da malha propõem-se o estudo da transferência de calor radiativa das superfícies corrugadas aplicadas a fornalha teórica de Kim e Baek (2005) utilizando o método da zona e de volumes finitos substituindo a superfície cilíndrica da fornalha teórica de Kim e Baek (2005) pela configurações de superfícies corrugadas com 3

condições de amplitude de corrugamento, 0,01; 0,05 e 0,1m e com 3 condições de pontos de corrugamento, 3,5 e 7, conforme mostrado na figura 6.8.

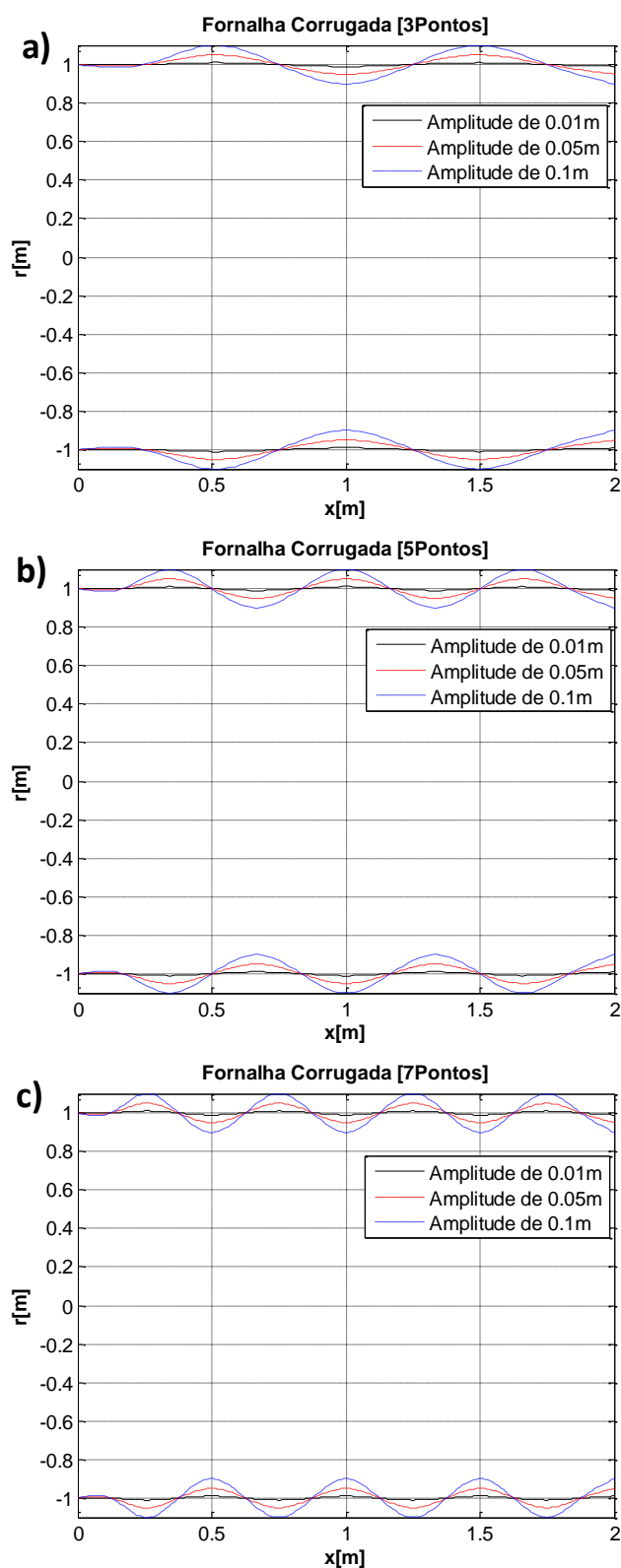
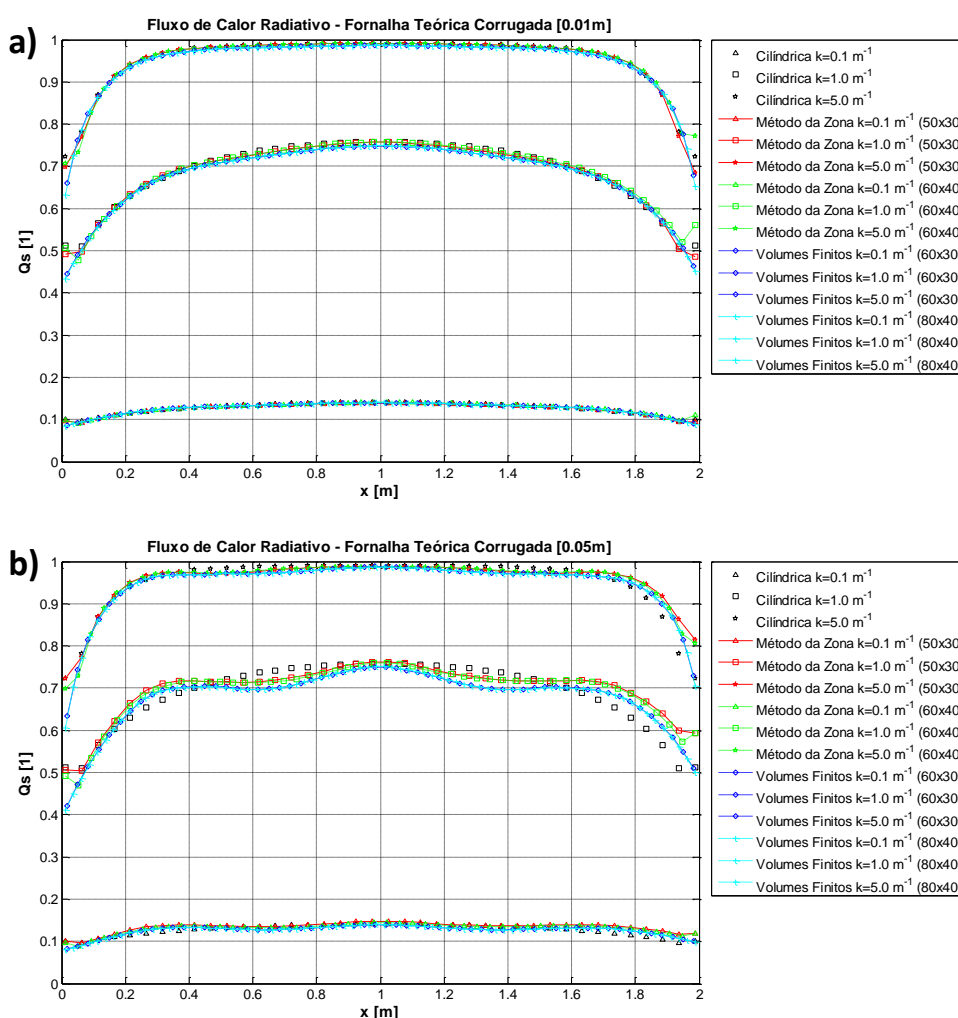


Figura 6.8 - Representação das superfícies corrugadas para diferentes amplitudes e condições de corrugamento considerando três pontos de corrugamento (a), cinco pontos de corrugamento (b) e sete pontos de corrugamento (c).

A figura 6.8 mostra que o perfil da superfície com amplitude de 0,01m está bem próxima da modelagem das superfícies cilíndricas, observa-se ainda que existe uma diferença entre a superfície corrugada a esquerda e a direita da fornalha, indicando uma restrição na saída da fornalha.

As simulações foram realizadas considerando para o método da zona 20 elementos de malha de integração, com duas condições de malha dos elementos das zonas 50x30 e 60x40. Para o método de volumes finitos foi considerada uma discretização angular de 12x12 com duas condições de malha espacial 60x30 e 80x40.

A figura 6.9 apresenta os resultados do fluxo de calor radiativo adimensional obtidos pelos métodos da zona e de volumes finitos para a fornalha teórica modificada com superfícies corrugadas considerando 3 pontos de corrugamento para as três condições de amplitude.



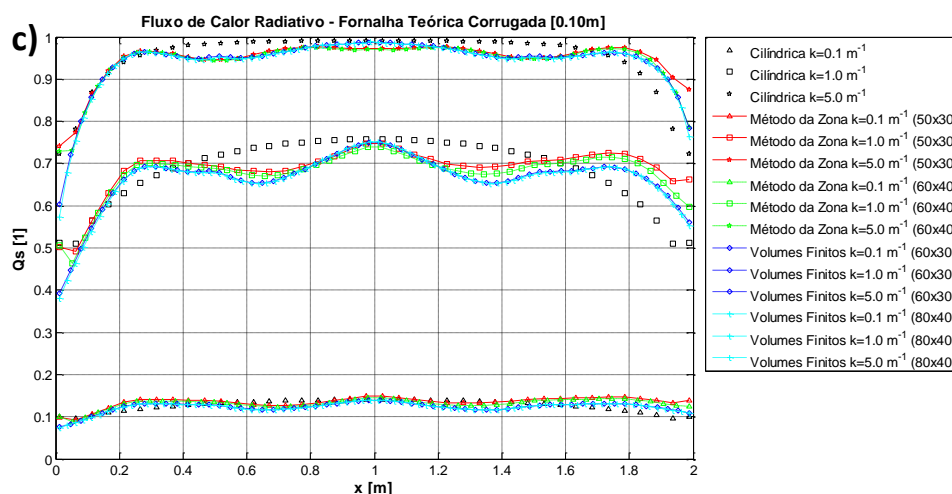
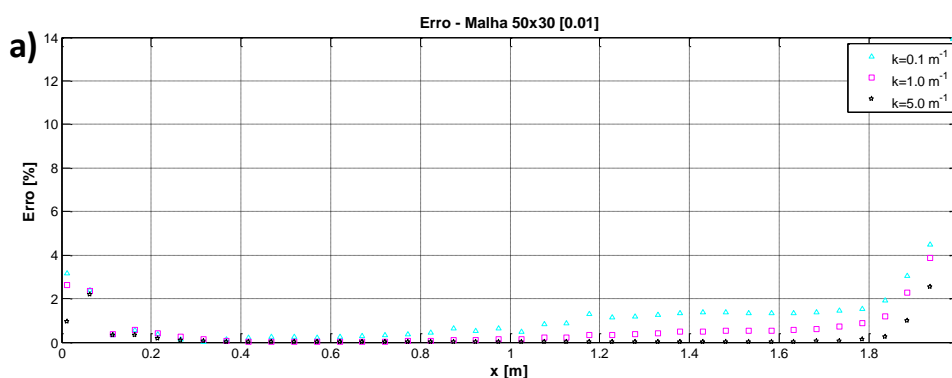


Figura 6.9 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0,1, 1,0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.9 mostra que a medida que se incrementa a amplitude os fluxos de calor radiativos das superfícies corrugadas afastam-se dos resultados obtidos para o fluxo de calor radiativo das paredes cilíndricas, principalmente no que tange as regiões de vales da figura 6.8 a). Outro ponto observável é o incremento do fluxo de calor radiativo na superfície de saída corrugada indicando o efeito do estrangulamento da região de saída da fornalha corrugada. A figura 6.9 mostra também que aparentemente a condição de coeficiente de absorção de 1.0 m^{-1} apresenta uma discrepância entre as malhas dos elementos das zonas, principalmente para as condições de maiores amplitudes de corrugamento. Observa-se também que o método de volumes finitos realiza o mesmo contorno do método da zona com diferenças menores que 10%, além de verificar que não existe diferença entre as duas malhas de 60x30 e 80x40 para o método de volumes finitos.

Os erros relativos entre as malhas para o método da zona estão apresentados na figura 6.10.



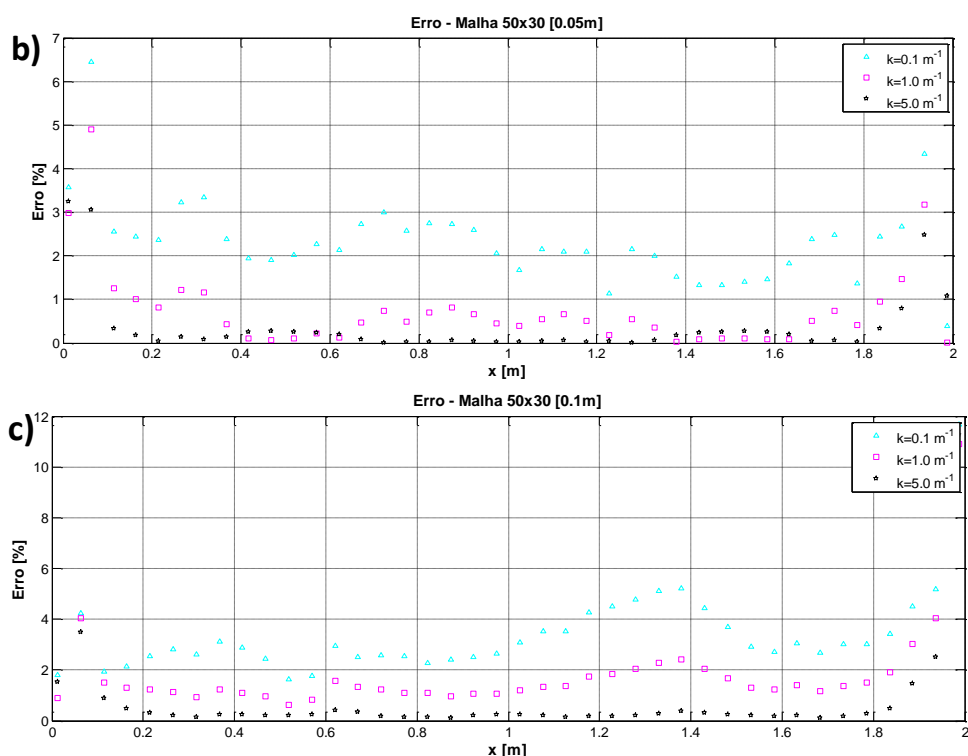
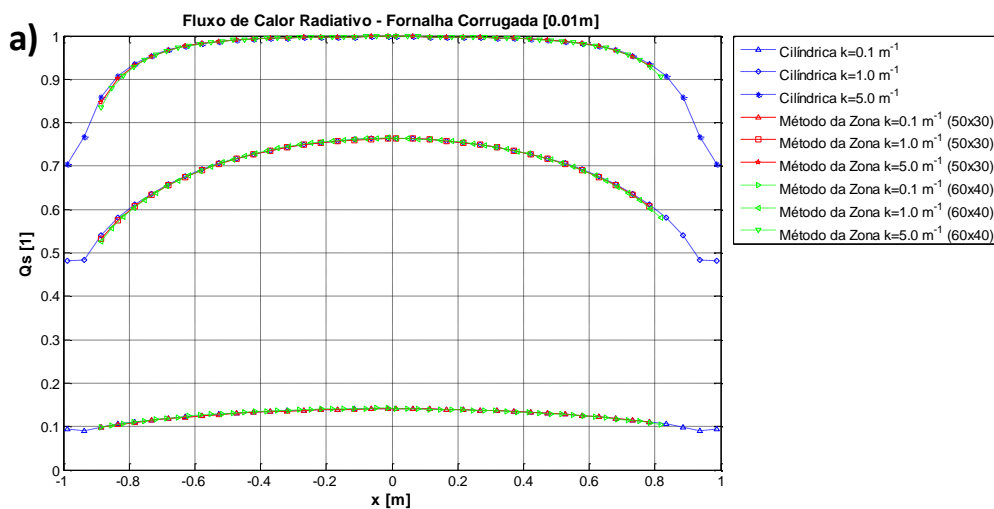


Figura 6.10 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.10 mostra que os coeficientes de absorção menores apresentam erros da ordem de 4% nos pontos centrais da superfície corrugada e erros de até 15% nas extremidades, evidenciando os efeitos do método de integração das áreas de troca direta conforme discutido anteriormente. Entretanto, quando se avalia o fluxo de calor nas paredes laterais da fornalha empregando o método da zona não se evidêcia grandes alterações, ver figura 6.11.



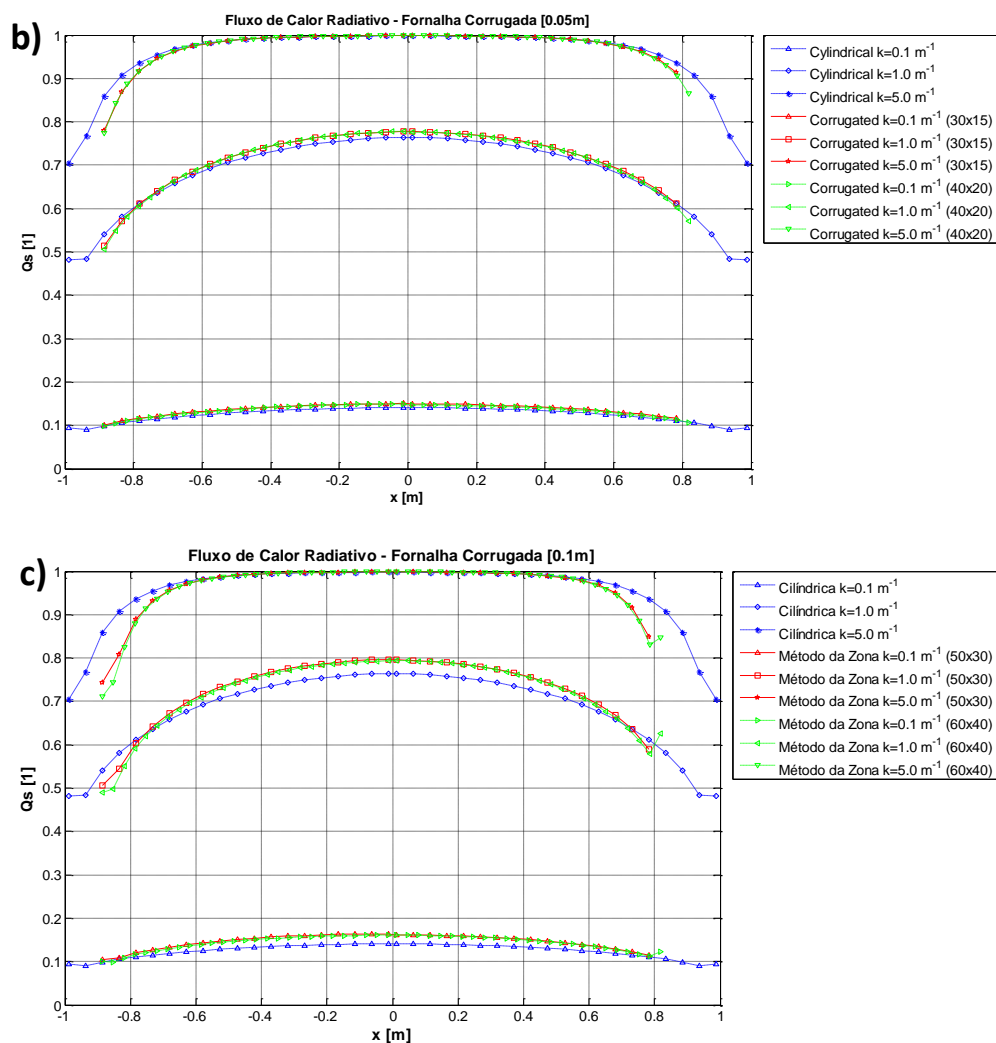


Figura 6.11 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 3 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção $0.1, 1.0$ e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.11 mostra uma redução do fluxo de calor radiativo nas extremidades das paredes laterais nas fornalhas corrugadas, principalmente para os maiores coeficientes de absorção, devido ao efeito do sombreamento. Verificando ainda um incremento do fluxo de calor radiativo na região central das paredes laterais nas fornalhas corrugadas para os menores coeficientes de absorção. Em termos da malha verifica-se que para as paredes laterais a mesma foi suficiente para capturar os efeitos físicos.

Adicionalmente, para evidenciar a influência do número de pontos de corrugamento, foi analisada tanto a condição de 5 pontos de corrugamento quanto a de 7 pontos empregando 20 elementos de malha de integração e duas condições de malha dos elementos das zonas, 50×30 e 60×40 e duas condições de refinamento da malha para o método de volumes finitos 60×30 e

80x40. A figura 6.12 apresenta o fluxo de calor radiativo adimensional na fornalha corrugada considerando 5 pontos de corrugamento para as três amplitudes estudadas.

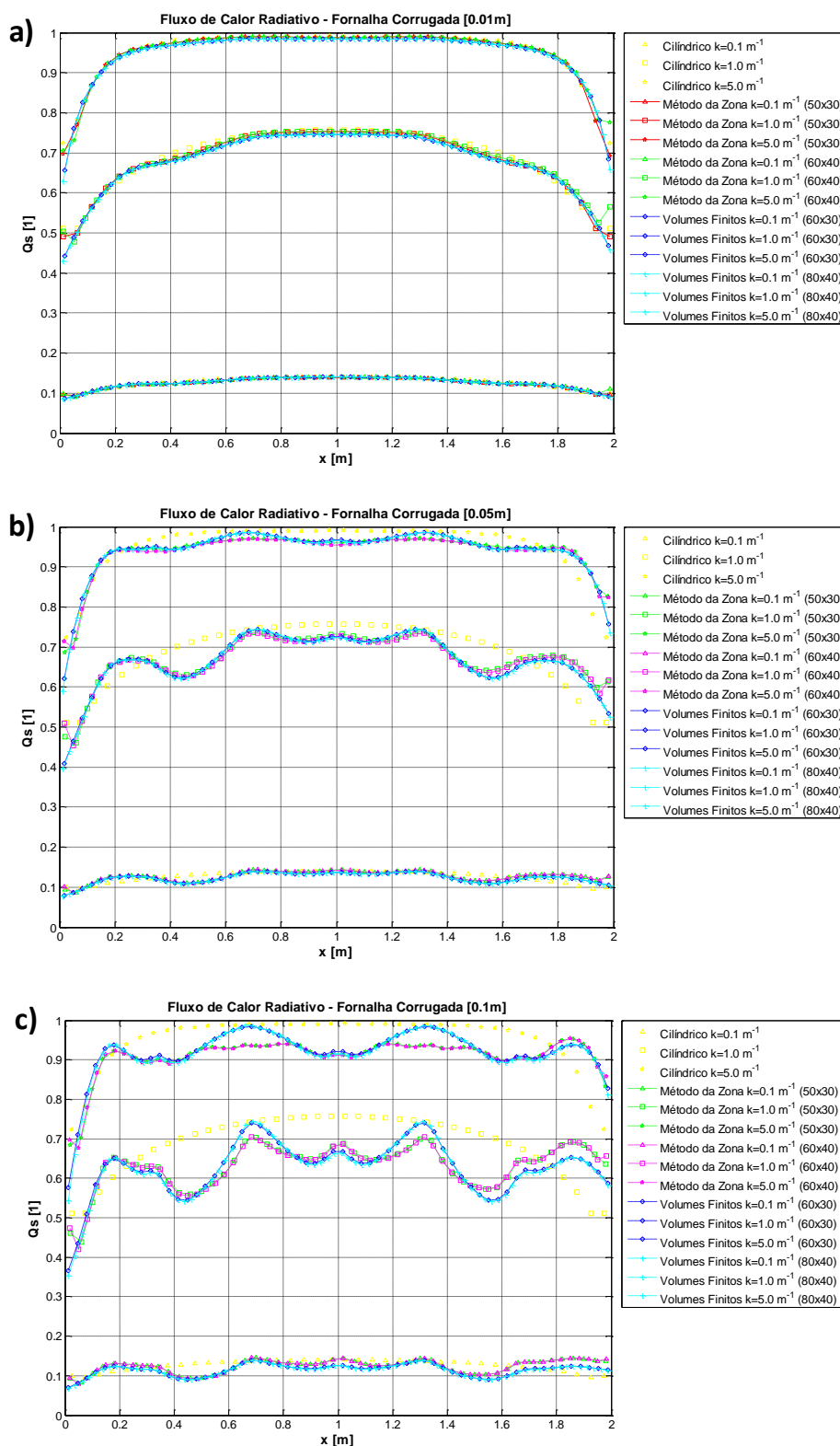
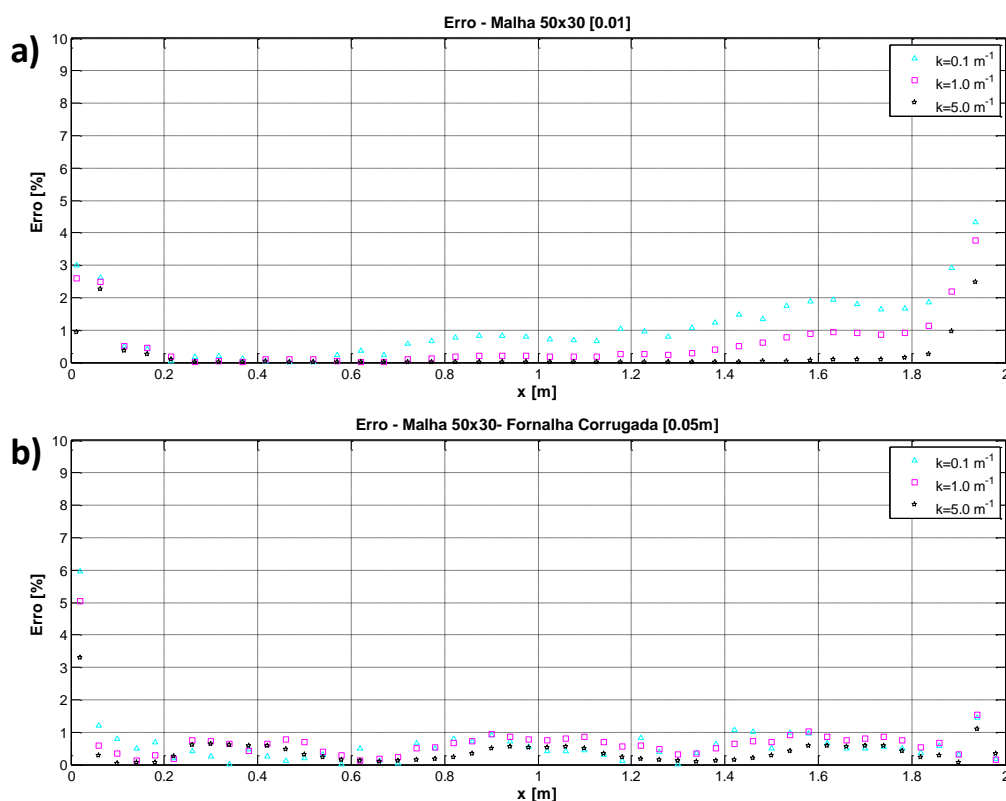


Figura 6.12 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.12 evidencia que ocorre uma diferença entre a transferência de calor radiativa nas superfícies corrugadas para os métodos da zona e volumes finitos, principalmente para as maiores amplitudes e os maiores coeficientes de absorção. Essa diferença está associada ao efeito do sombreamento considerado pelo método zona, principalmente junto dos picos das superfícies corrugadas, uma vez que para maiores amplitudes o sombreamento torna-se mais significativo, além de no caso de maiores coeficiente de absorção os efeitos da vizinhança são mais pronunciados, levando ao método de volumes finitos a sobre-estimar a transferência de calor radiativa devido a maior participação dos elementos da vizinhança na determinação do fluxo de calor.

Outro fato observado é a coerência entre os métodos para a região de vale da superfície de corrugamento, uma vez que ambos os efeitos de participação dos volumes são considerados pelo efeito de sombreamento para os diferentes coeficientes de absorção, além de evidenciar o pronunciamento de um pico no centro do vale com a mudança da derivada devido a maior participação dos elementos de volumes na direção radial. Em termos das malhas os métodos não apresentam diferença significativa entre as condições de refinamento analisadas, conforme mostrado para o método da zona na figura 6.13.



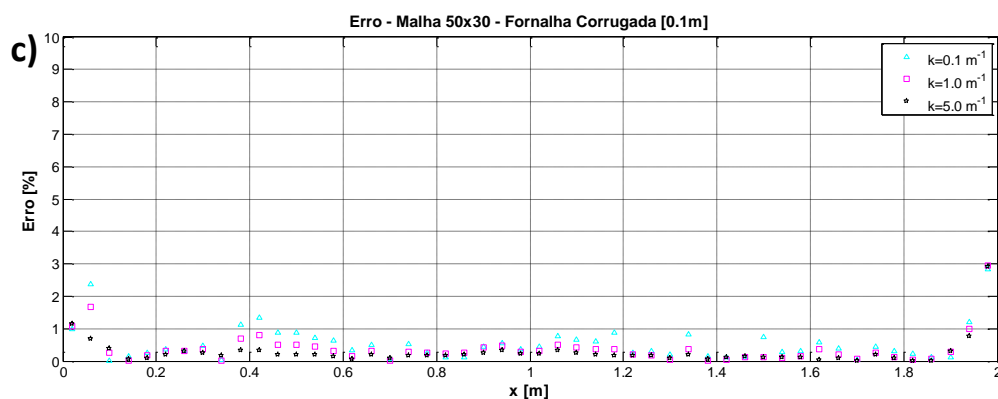
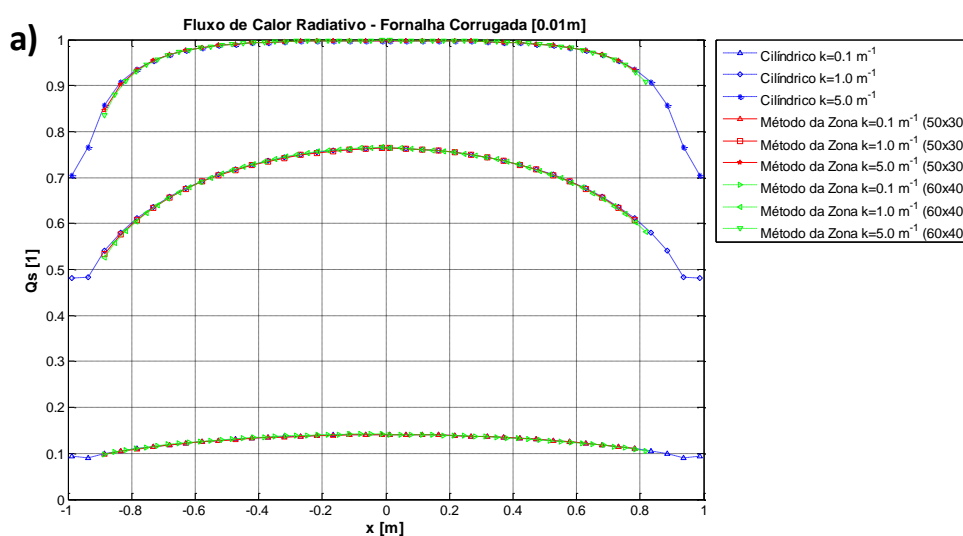


Figura 6.13 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.13 mostra que para o método da zona os erros para o meio opticamente espesso são menores e que para as simulações os erros estão da ordem de 2%, mesmo para maiores amplitudes. Entretanto, as condições extremas ainda continuam críticas com erros da ordem de até 6%.

O fluxo de calor radiativo adimensional nas paredes laterais para o método da zona está apresentado na figura 6.14 para as superfícies corrugadas, considerando a condição de 5 pontos de corrugamento e para diferentes amplitudes.



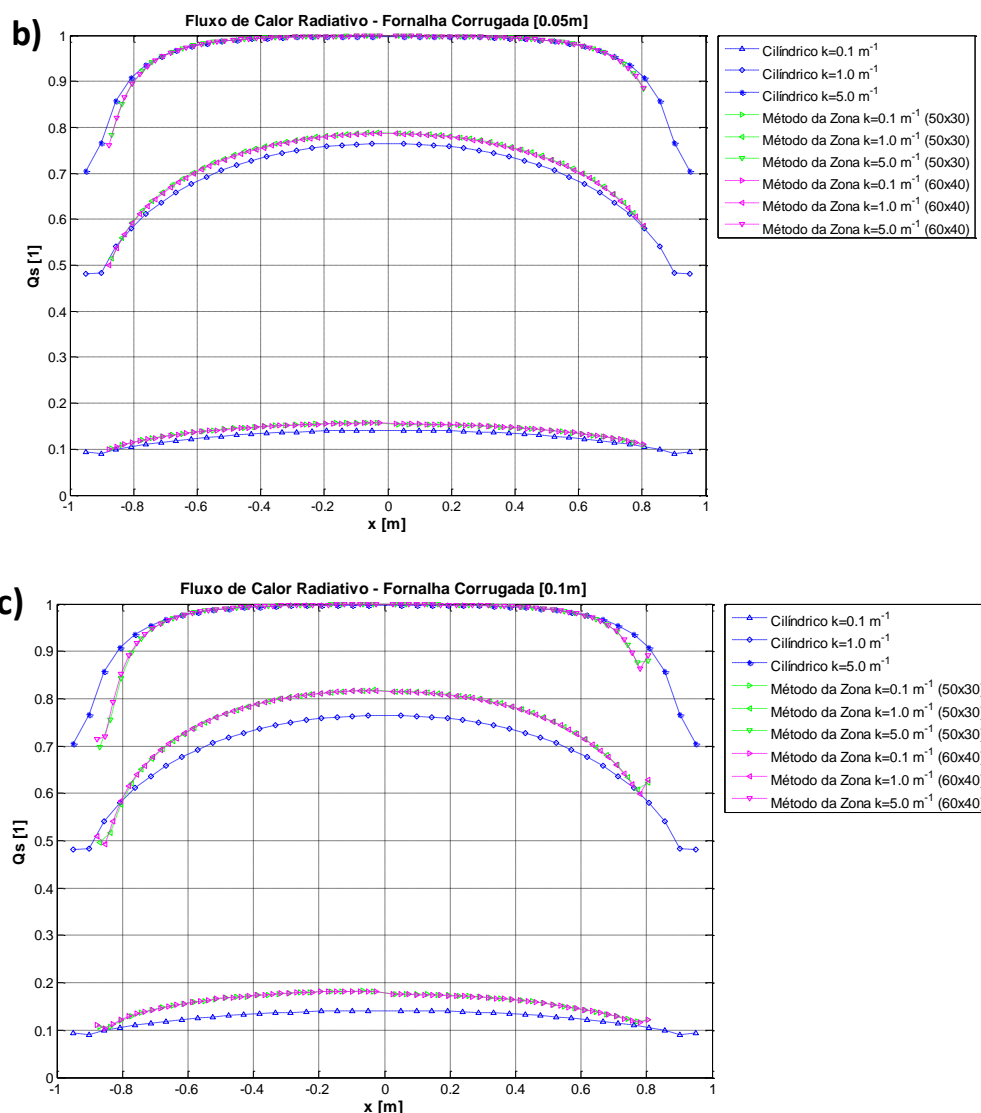


Figura 6.14 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 5 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção $0.1, 1.0$ e 5.0 m^{-1} .

Na figura 6.14 mostra novamente que para as maiores amplitudes ocorre na região central o incremento do fluxo de calor radiativo para as fornalhas corrugadas em relação as fornalhas cilíndricas e uma redução junto as extremidades devido aos efeitos dos sombreamentos. Para as malhas observa-se que as condições de refinamento foram suficientes para modelar a transferência de calor radiativa nas paredes laterais.

Apesar de já se obter a característica da transferência de calor nas fornalhas com superfícies corrugadas, procurou-se explorar na figura 6.15 alguma condição adversa de estabilidade, além de estabelecer o comportamento da malha para condição de 7 pontos de corrugamento.

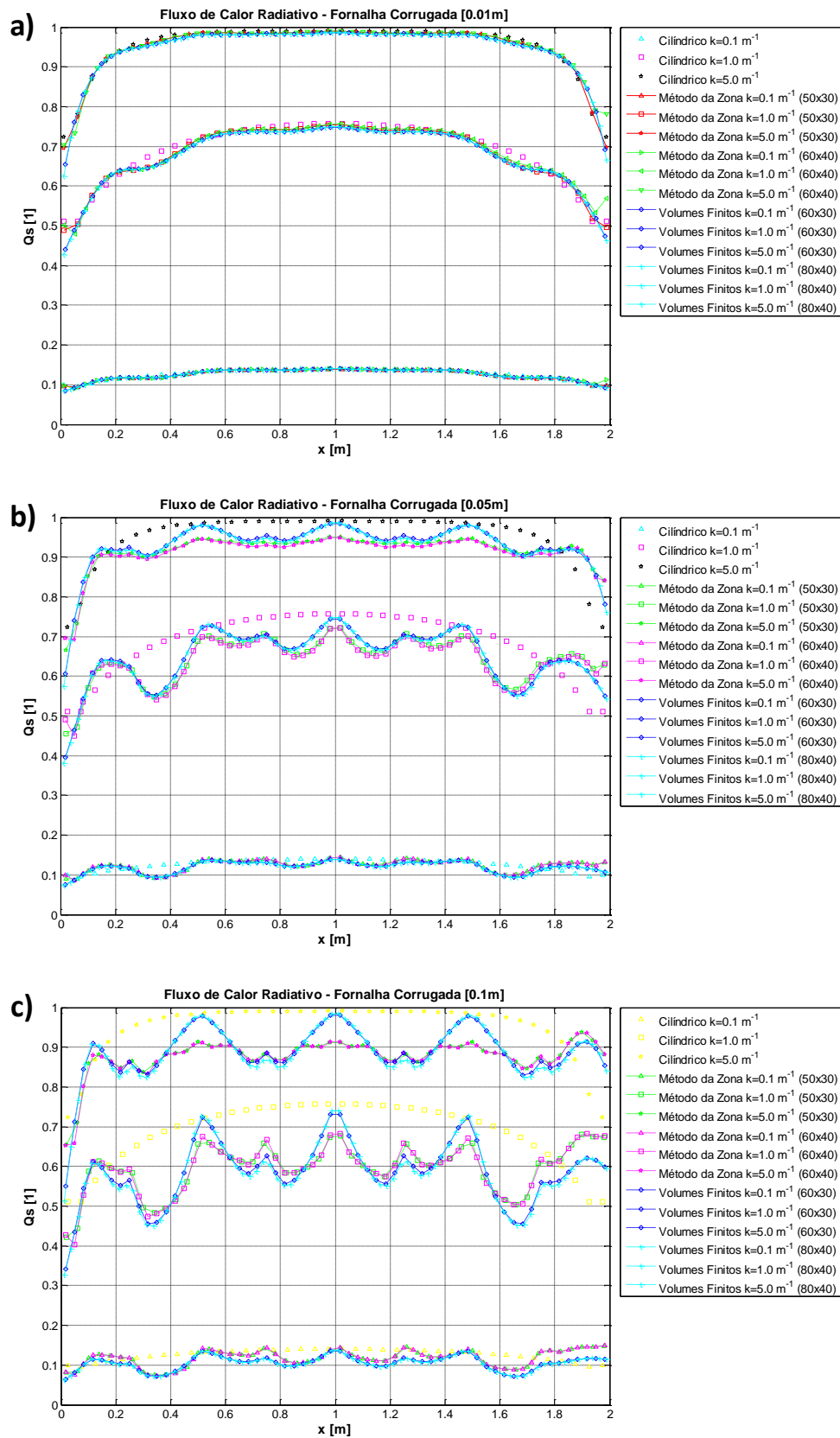
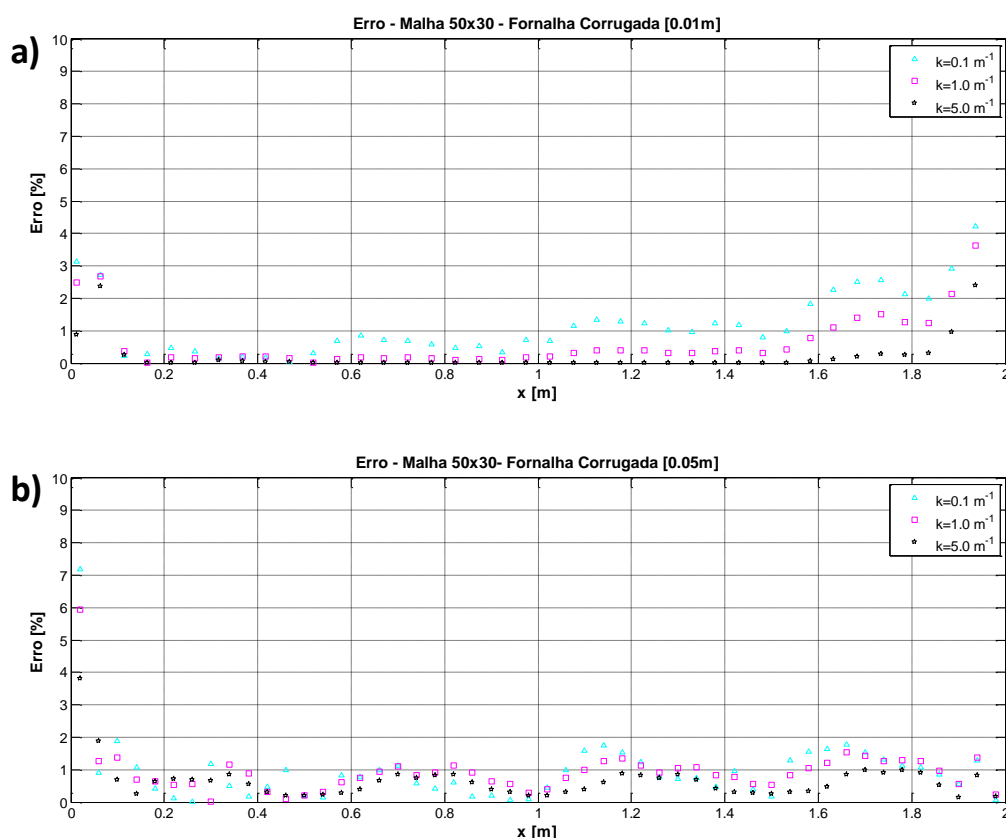


Figura 6.15 - Estudo do refinamento da malha com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0,1, 1,0 e 5.0 m^{-1} .

Na figura 6.15 evidencia-se a mesma diferença entre os métodos de transferência de calor radiativa, indicando o efeito do sombreamento, além de verificar comparativamente com a figura 6.12 uma redução dos fluxos de calor tanto nas regiões de vale quanto nas regiões de pico, isso pode ser associado a limitação do campo de radiação devido ao incremento do número de pontos de corrugamento. Observa-se ainda o pronunciamento de um pequeno ressalto para método da zona no centro do pico da superfície de corrugamento, indicando o efeito da maior participação dos elementos de volumes das vizinhanças. Em termo da malha, novamente verificou conforme mostrado na figura 6.16 para o método da zona que os erros relativos são reduzidos para as malhas empregadas, indicando a acomodação da solução e a representação correta da transferência de calor.



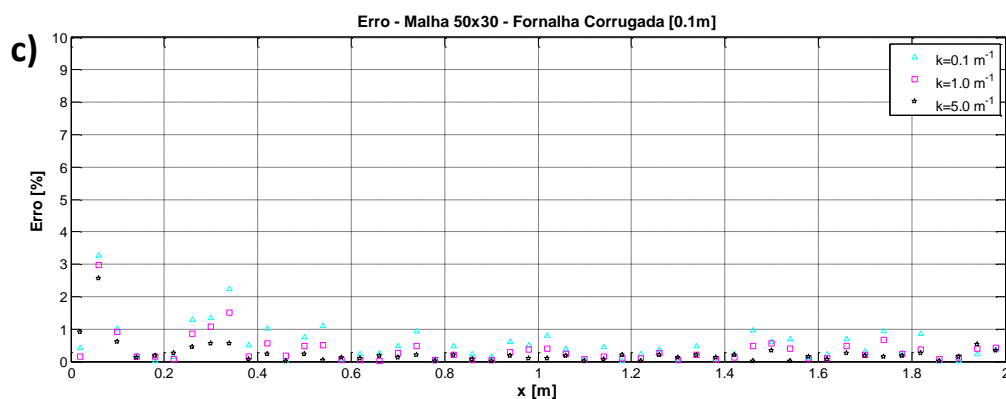
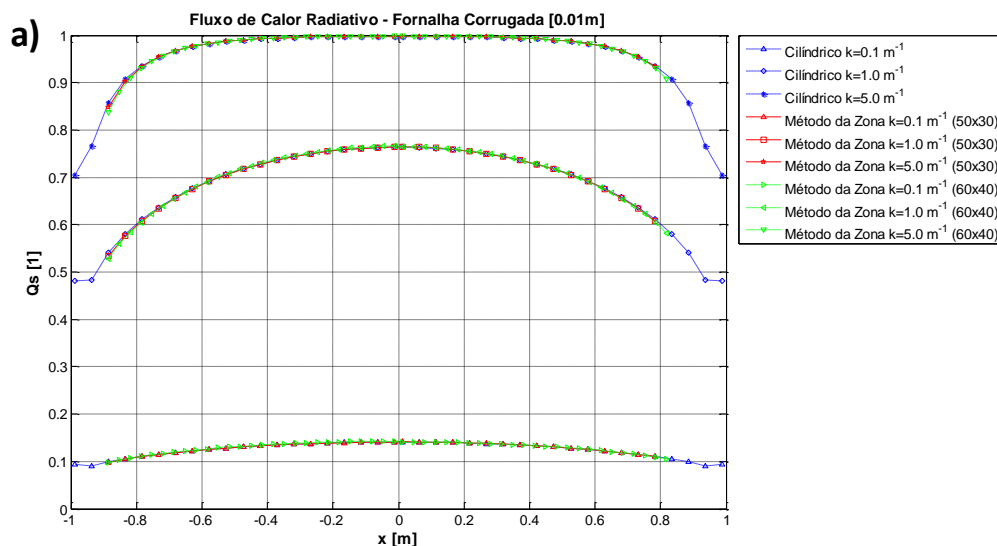


Figura 6.16 - Erro de refinamento da malha dos elementos das zonas com amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c) considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção, 0,1, 1,0 e 5,0 m^{-1} .

A figura 6.16 mostra que os erros das malhas ficaram da mesma ordem dos apresentados pela figura 6.13, além de evidenciar que os maiores erros estão associados as extremidades das superfícies devido a forma de integração realizada.

A figura 6.17, apresenta o fluxo de calor radiativo nas paredes laterais empregando o método da zona, considerando 7 pontos de corrugamento e as diferentes amplitudes.



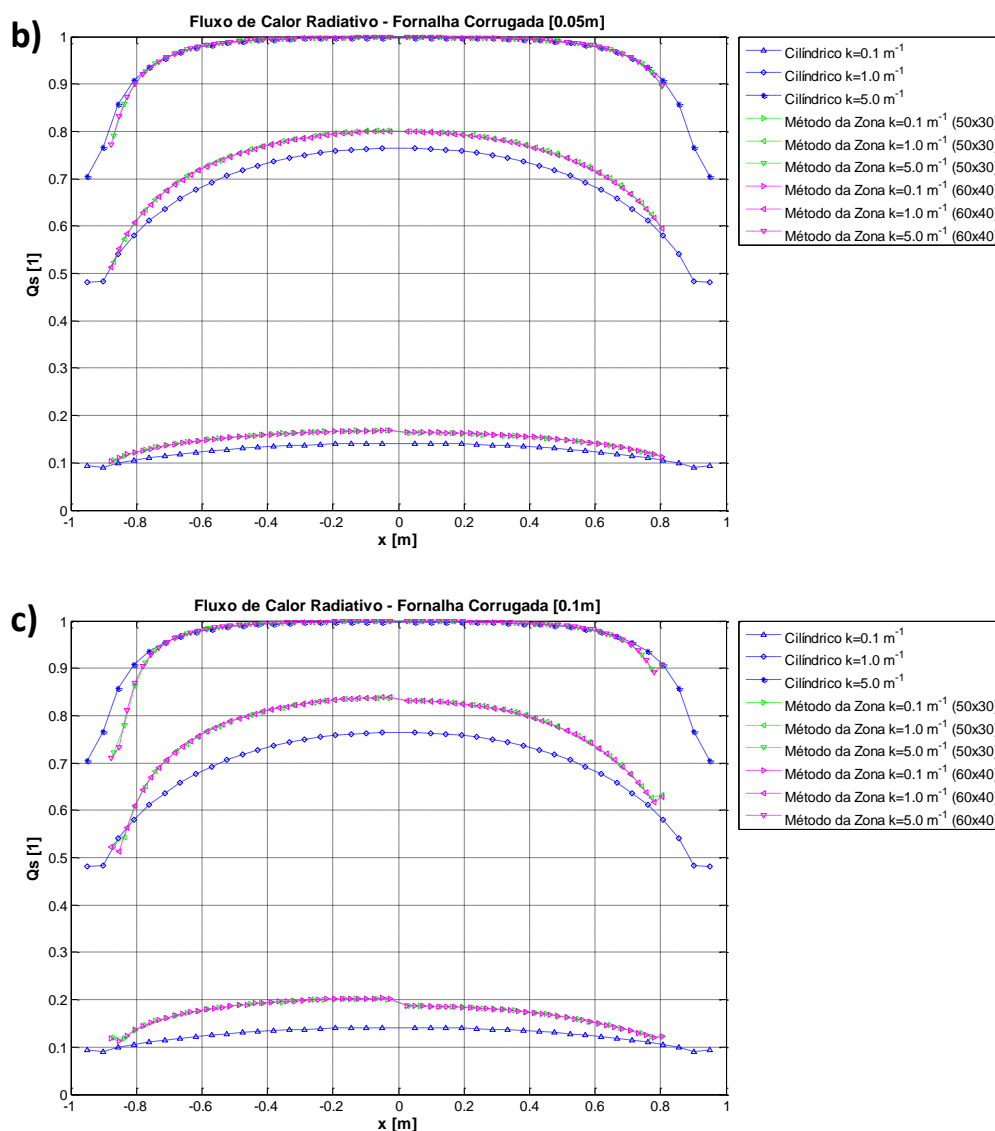


Figura 6.17 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.17 mostra que comparativamente com a figura 6.14 o fluxo de calor nas paredes laterais incrementa-se ligeiramente com o incremento do número de pontos de corrugamento, além de mostrar que o efeito da redução do fluxo de calor nas extremidades laterais ficou da mesma ordem. De maneira geral não se observou a influencia dos coeficientes de absorção no refinamento da malha empregada, entretanto para condições com maior número de pontos de corrugamento e maiores amplitudes, deve melhorar o refinamento da malha para capturar os efeitos físicos da transferência de calor radiativa.

Em relação ao emprego do método de volumes finitos observa-se que em condições de maiores coeficientes de absorção ocorre uma diferença entre os resultados deste método e os

do método da zona, certamente associado a maior contribuição dos elementos azimutais do método de volumes finitos, o que não é observado para o método da zona devido a modelagem do sombreamento que limita o campo de radiação. Entretanto essa diferença indica a necessidade de um tratamento diferenciado das regiões sombreadas nos métodos de volumes finitos para caracterizar a transferência de calor nas superfícies complexas das fornalhas corrugadas.

Sendo assim, conforme destacado por Modest (2013), o método de volumes finitos se destaca pela versatilidade de cálculo em geometrias complexas, mesmo não conseguindo representar completamente as áreas sombreadas nas superfícies corrugadas, conseguiu determinar a transferência de calor nos vales da Figura 6.15, no qual as duas metodologias apresentam as mesmas características. Além do mais, o método de volumes finitos apresentou uma diferença significativa de tempo de processamento, por exemplo, o método da zona para uma malha de 50x30 com 20 elementos de integração apresenta tempos de processamento da ordem de 30 horas, e o método de volumes finitos somente de 10 minutos para uma malha de 80x40, o que torna o método particularmente vantajoso para realizar a otimização da superfície.

Outro aspecto relevante da simulação é o comportamento em relação a fornalha teórica corrugada, indicando que nas regiões de vale ocorre uma acentuada redução da transferência de calor e nas regiões de picos, principalmente na região central da fornalha, ocorre o incremento da transferência de calor e em condições de amplitudes baixas de corrugamento a transferência de calor radiativa aproxima-se da transferência de calor da fornalha cilíndrica. Verificou-se ainda o incremento do fluxo de calor nas regiões próximas das laterais, na saída da fornalha, evidenciando a participação do estrangulamento da superfície. Outra observação interessante nas regiões de vale é uma mudança da derivada do fluxo de calor e o pronunciamento de um pequeno pico nas regiões de vale, indicando que apesar da restrição imposta pelo sombreamento, incrementa-se o número de volumes participantes na solução devido ao incremento radial da camada óptica nos vales.

Para avaliar o comportamento da transferência de calor radiativa em uma câmara de combustão foi substituída a superfície cilíndrica da câmara de combustão de Silva (2005) por uma superfície corrugada considerando as mesmas condições de simulação do problema cilíndrico. Para ajustar o perfil de temperatura nas superfícies corrugadas realizou-se uma interpolação entre os pontos de raio da superfície corrugada e o raio da superfície cilíndrica considerando o perfil de temperatura de Centeno (2014). Devido ao custo computacional de

implementar o método da zona para diferentes geometrias empregou-se a condição crítica da fornalha teórica com 7 pontos de corrugamento e três amplitudes diferentes, conforme mostrado na Figura 6.18.

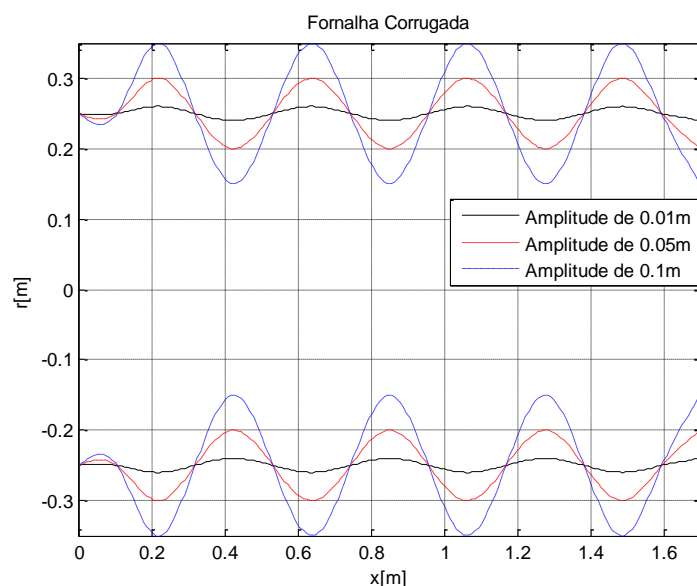
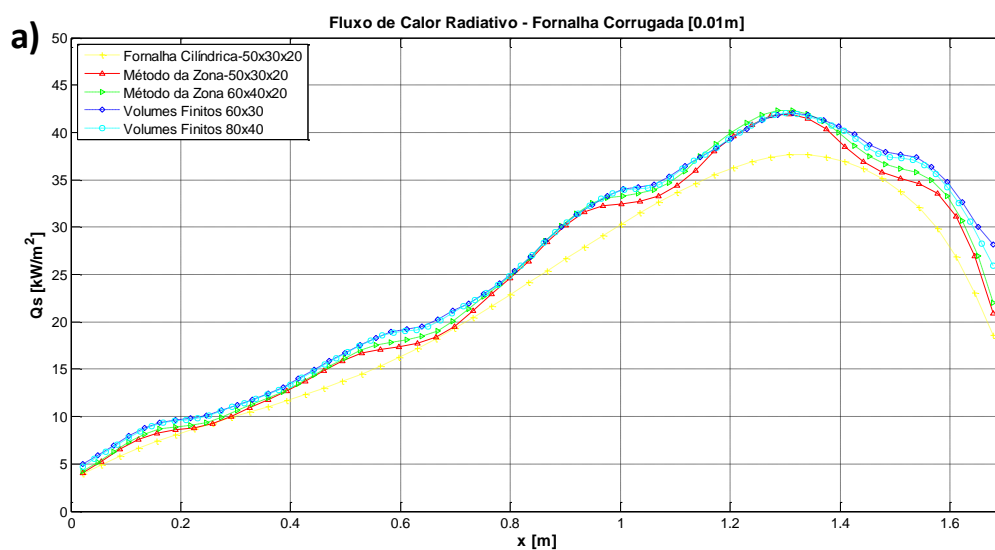


Figura 6.18 - Representação das superfícies corrugadas da câmara de combustão de Silva (2005) para diferentes amplitudes.

Para a análise da transferência de calor radiativa foram consideradas duas condições de malha para cada método de transferência de calor, 50x30 e 60x40 para o método da zona e 60x30 e 80x40 para o método de volumes finitos. O fluxo de calor radiativo para a câmara de combustão com superfícies corrugadas está apresentado na figura 6.19 para diferentes amplitudes de corrugamento.



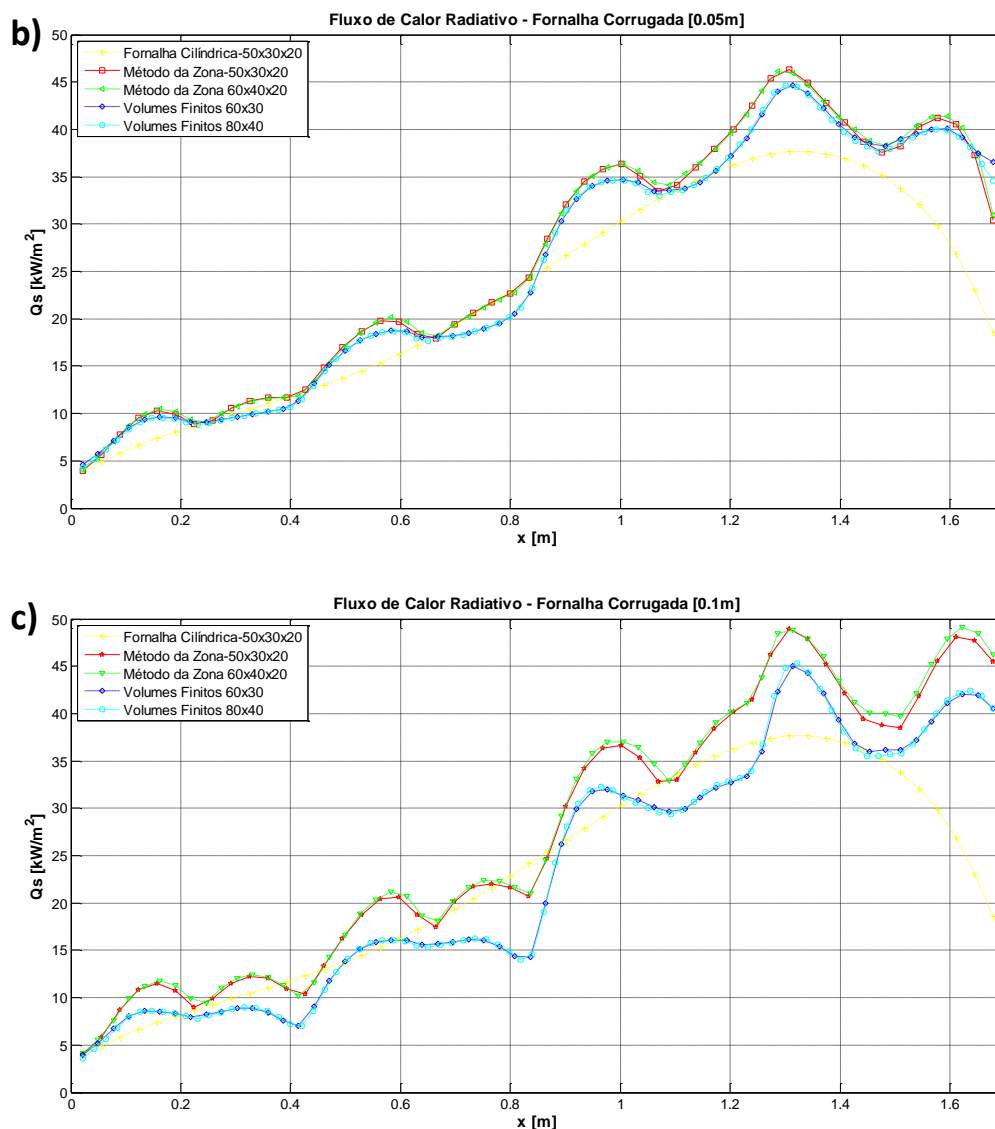


Figura 6.19 – Transferência de calor radiativa na câmara de combustão de Silva (2005) para três condições de amplitudes de 0,01m(a), 0,05m(b) e 0,10m(c), considerando 7 pontos de corrugamento.

Na figura 6.19 evidencia-se uma compatibilidade entre os métodos da zona e de volumes finitos, principalmente para as menores amplitudes, ver Fig. 6.19 a) e b), da mesma maneira como discutido para a fornalha teórica, observou-se que para maiores amplitudes o método da zona distancia do método de volumes finitos devido a diferença associada ao campo de radiação e a interação com o campo de temperatura. Em termos da malha, não observou-se diferenças significativas entre as condições de refinamento com erro da ordem de 4% para o método da zona e erros da ordem de 1% para o método de volumes finitos.

A análise da transferência de calor radiativa nas superfícies corrugadas mostra que as regiões nas quais ocorrem o incremento mais significativo do fluxo de calor radiativo são as

regiões em que a face da superfície corrugada está direcionada para região de alta temperatura, conforme observado nas figuras 6.18 e 6.19 para abscissa de 0,9m e para regiões em que o pico de corrugamento coincide com a região de alta temperatura, ver abscissa 1,3m. Notadamente, observa-se que em relação a região de alta temperatura as áreas das superfícies corrugadas sombreadas apresentam o fluxo de calor menor que o fluxo de calor da fornalha cilíndrica, como mostrado para as abscissa de 0,8 na figura 6.18 e 6.19.

Esse comportamento em relação ao campo de temperatura indica a influência significativa do campo de temperatura na transferência de calor radiativa, sendo superior aos efeitos do corrugamento e do sombreamento, uma vez que não se observou diferenças nos picos das superfícies corrugadas entre os métodos da zona e de volumes finitos, sabendo que os coeficientes de absorção para o método de soma ponderada em sua maioria são maiores que a unidade e como evidenciado no primeiro estudo de caso, para meios mais espessos verifica-se o distanciamento dos métodos de transferência de calor.

Outro aspecto relevante é o incremento da transferência de calor das superfícies corrugadas em relação a fornalha cilíndrica, principalmente na superfície de saída com amplitude de 0,1m, esse fato está associado ao maior estrangulamento da região de saída conforme evidenciado na Figura 6.18.

Os efeitos da transferência de calor da câmara de combustão com superfícies corrugadas nas paredes laterais estão mostrados na figura 6.20 para o método da zona.

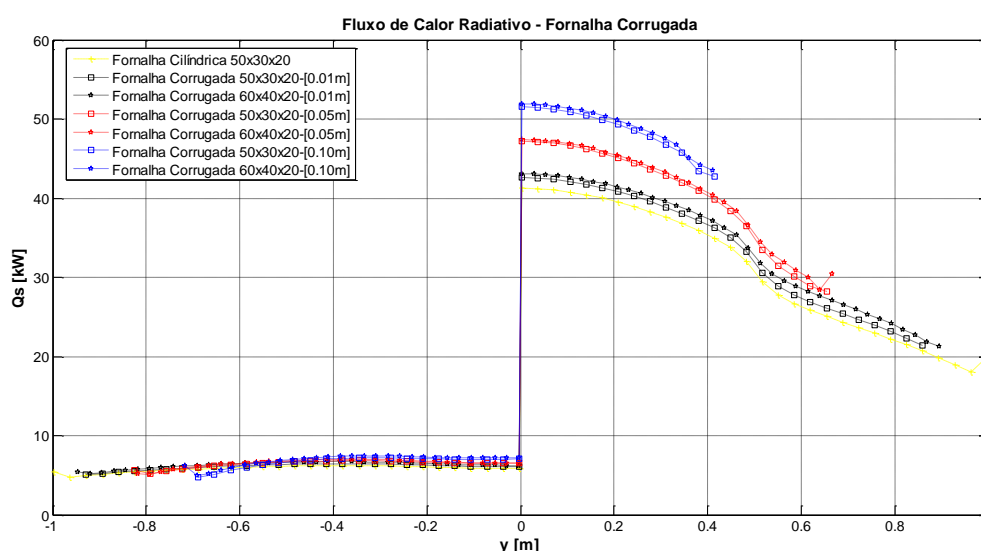


Figura 6.20 – Transferência de calor radiativa nas paredes laterais da fornalha corrugada considerando 7 pontos de corrugamento para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 6.20 mostra um incremento da transferência de calor na parede de saída com o corrugamento, além de uma redução do fluxo de calor na entrada da câmara de combustão. Em termos da malha, não se evidenciou diferenças significativas na transferência de calor para as diferentes malhas.

De maneira geral o corrugamento aprimorou a transferência de calor radiativa na câmara de combustão, até mesmo nas paredes laterais observou-se a melhora da transferência de calor. Todavia pelo comparativo dos métodos de transferência de calor evidenciou-se a necessidade de aprimorar o estudo da transferência de calor para o método de volumes finitos, uma vez que o mesmo não possui uma metodologia de cálculo das áreas sombreadas como desenvolvido para o método da zona, entretanto pelos bons resultados obtidos para os menores números de pontos de corrugamento associados aos tempos de processamento define-se o método de volumes finitos como adequado para determinar a transferência de calor radiativa nas simulações de otimização numérica.

6.3. Resultados da otimização

O estudo da otimização da transferência de calor radiativa nas superfícies corrugadas empregou para o método Simplex os coeficientes escalares de reflexão, expansão e contração, foram adotados respectivamente como 1,0; 2,0 e 0,5. O ponto de partida adotado para a simulação foram os números de pontos de corrugamento iguais 2, 4 e 8 e as amplitudes de corrugamento de 0,01m; 0,025m e 0,05m.

Para o método de recozimento simulado os parâmetros utilizados foram: 10 temperaturas de recozimento, 100 iterações para cada temperatura e um máximo de 1000 iterações, além do parâmetro de tolerância de desvio igual $1 \cdot 10^{-3}$. Este parâmetro controla o centro de busca dos valores dos ótimos, de forma a controlar a função de distribuição de Boltzmann. Como valor inicial para as simulações de otimização foi aplicado um número de ponto de corrugamento igual a 4 e uma amplitude de 0,01m.

Os resultados das simulações de otimização dos métodos de recozimento simulado e de simplex para o primeiro estudo de caso considerando a fornalha teórica com as superfícies cilíndricas modificadas por superfícies corrugadas, estão apresentadas na tabela 6.3 estabelecendo como função objetivo a média do fluxo de calor na parede cilíndrica da fornalha.

Tabela 6.3– Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha teórica.

Método	Coeficiente de Absorção [m ⁻¹]	Variáveis de Projeto		\bar{q}_{Rad} [1]	Número de Avaliação da Função Objetivo
		N _p	Amp [mm]		
Simplex	0,1	1	216,71	0.13128381	152
	1,0	1	177,71	0.69178333	132
	5,0	1	109,32	0.94647330	139
Recozimento Simulado	0,1	1	216,45	0,13128377	522
	1,0	1	178,28	0,69178315	182
	5,0	1	109,13	0,94647328	149

Notadamente ambos os métodos encontraram a mesma solução, identificando que o coeficiente de absorção não influencia no número de pontos de corrugamento na otimização das superfícies. Entretanto para a amplitude de corrugamento observou-se que com o incremento do coeficiente de absorção ocorre a redução da amplitude ótima.

O comparativo entre os métodos de otimização demonstrou que o método simplex conseguiu obter os pontos de ótimos com um reduzido número de iterações e que o método de recozimento simulado não conseguiu refinar os pontos de ótimos da maneira que se esperava, exigindo assim uma maior quantidade de estimativa da função objetivo para cada nível de temperatura. O sistema físico aparentemente não necessitou da característica não determinística do método de recozimento simulado que é a capacidade de escapar dos ótimos locais, além de apresentar uma grande quantidade de avaliações da função objetivo.

A figura 6.21 mostra as superfícies encontradas pelos métodos de otimização empregados neste trabalho.

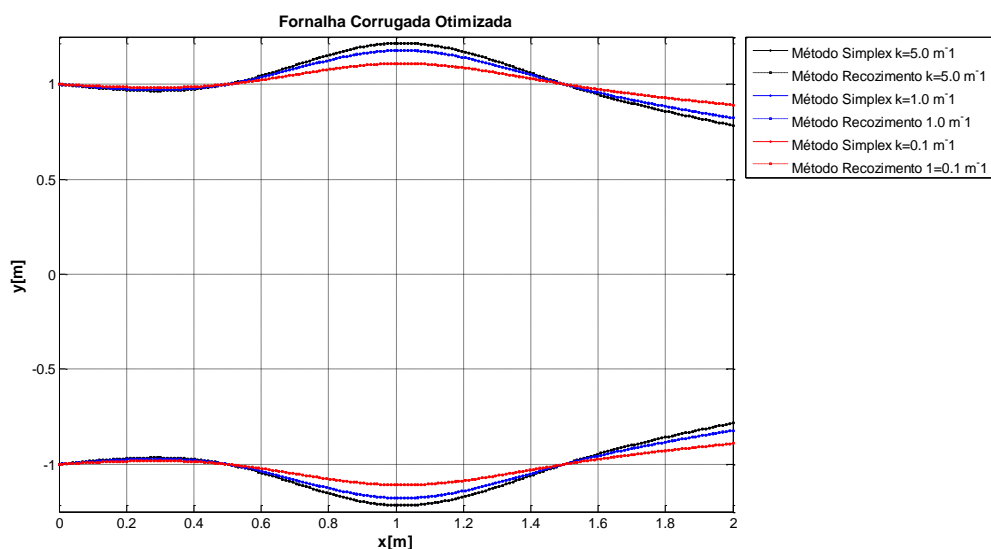


Figura 6.21 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.

A figura 6.21 graficamente demonstra que não existe diferenças nas geometrias obtidas entre os métodos de otimização, além de evidenciar que para menores coeficientes de absorção as amplitudes são menores. Os resultados do fluxo de calor obtidos pela otimização são comparados com a fornalha sem corrugamento, conforme mostrado na figura 6.22.

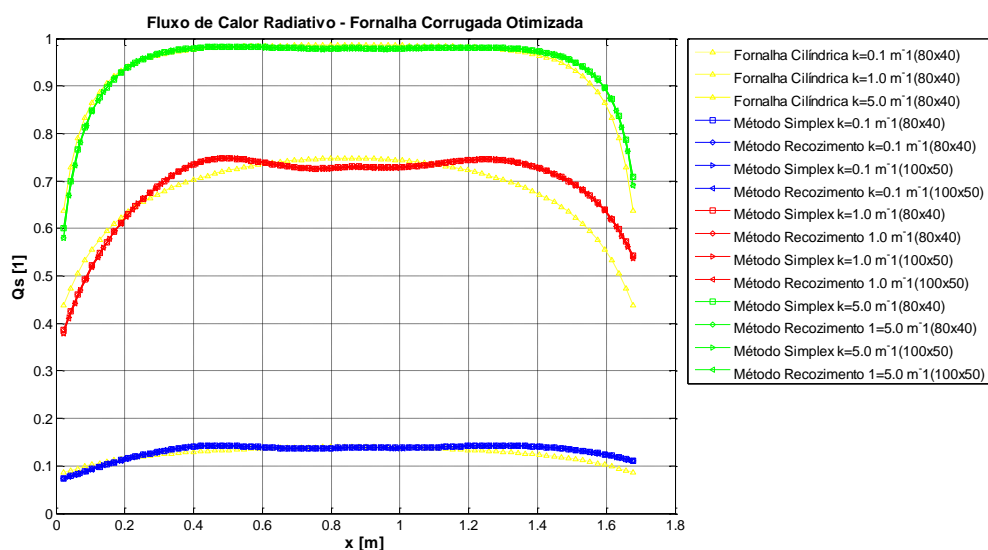


Figura 6.22 – Fluxo de calor radiativo na fornalha teórica otimizada para diferentes coeficientes de absorção.

A figura 6.22 mostra que a região em que ocorreu o maior incremento do fluxo de calor radiativo na fornalha foi a porção final de saída, representada pela região de estrangulamento,

conforme figura 6.21, também se pode verificar que aparentemente o efeito mais significativo ocorreu com o coeficiente de absorção de $1,0 \text{ m}^{-1}$. Em termos da transferência de calor radiativa com relação a superfície corrugada observa-se que na região de vale ocorre uma redução do fluxo de calor radiativo em relação a superfície cilíndrica, resultado da redução da participação dos elementos de volumes na solução da transferência de calor, e nas regiões próximas as regiões das paredes ocorre o incremento do fluxo de calor devido ao pronunciamento de um pico da superfície corrugada. Para verificação do refinamento da malha, a figura 6.22 foi elaborada com duas malhas; uma de 100×50 e a outra de 80×40 na qual foi realizada a otimização, verificando que não há diferenças significativas entre as simulações. As taxas de transferência de calor radiativo na fornalha cilíndrica e na fornalha otimizada estão demonstradas comparativamente na tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha teórica.

Método	Coeficiente de Absorção $[\text{m}^{-1}]$	Variáveis de Projeto		\dot{q}_{Rad} [W]	
		N_p	Amp [mm]	Fornalha Cilíndrica	Fornalha Otimizada
Simplex	0,1	1	216,71	4,47577714	5,224960509
	1,0	1	177,71	24,11036262	26,73959509
	5,0	1	109,32	33,6640848	34,99217622
Recozimento Simulado	0,1	1	216,45	4,47577714	5,223942631
	1,0	1	178,28	24,11036262	26,75027601
	5,0	1	109,13	33,6640848	34,98872443

Na tabela 6.4 observa-se que o ganho na taxa de transferência de calor radiativo na superfície da fornalha devido a otimização da superfície corrugada foi de 16,74% para o coeficiente de absorção de $0,1 \text{ m}^{-1}$, 10,90% para coeficiente de absorção de $1,0 \text{ m}^{-1}$ e 3,95% para coeficiente de absorção de $5,0 \text{ m}^{-1}$ esclarecendo que para menores coeficientes de absorção os ganhos são mais significativos. Evidenciando que a escala da figura 6.22 dificulta a visualização do incremento do fluxo de calor obtido pela otimização.

Os resultados das simulações de otimização dos métodos de recozimento simulado e de simplex para o segundo estudo de caso, considerado a câmara de combustão com superfícies

cilíndricas substituídas pelas superfícies corrugadas, estão apresentados na tabela 6.5 considerando como função objetivo a média do fluxo de calor na parede corrugada da fornalha.

Tabela 6.5 – Resultado dos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha de Silva (2005).

Método	Variáveis de Projeto		\bar{q}_{Rad}'' [kW/m ²]	Número de Avaliação da Função Objetivo
	N _p	Amp [mm]		
Simplex	1	200,00	222,8327	21
Recozimento Simulado	2	212,25	223,5256	365

Diferentemente do primeiro estudo de caso o método simplex não conseguiu escapar do máximo local, condenando o processo de otimização de maneira significativa para o número de pontos de corrugamento, o método de recozimento simulado, por sua vez, conseguiu escapar desse máximo local direcionando para uma nova configuração de superfície de corrugamento, devido a sua característica não determinística, obtendo assim um máximo global apesar da necessidade da avaliação de um maior número de funções objetivo.

Os perfis das superfícies corrugadas obtidos pelos métodos de otimização estão apresentados na figura 6.23.

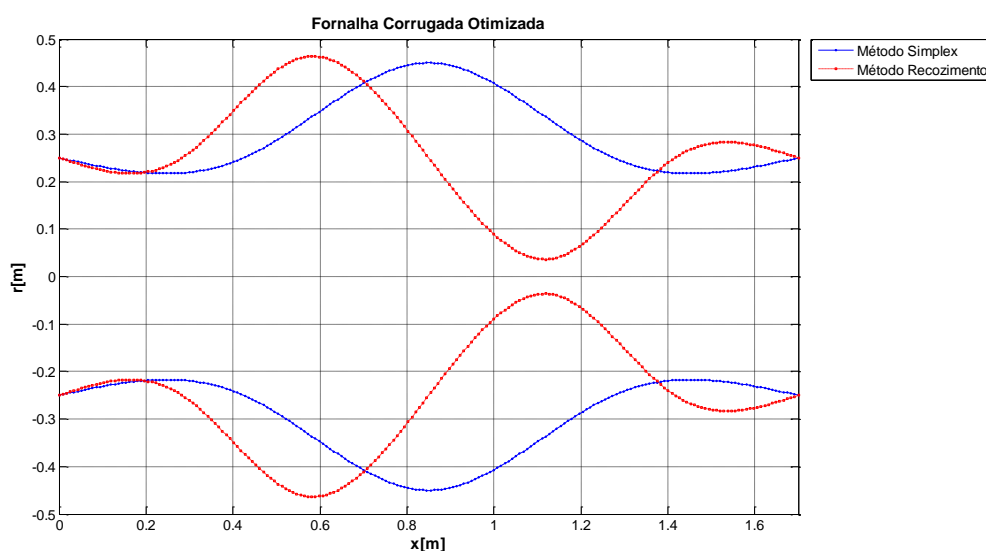


Figura 6.23 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.

A figura 6.23 graficamente demonstra as diferenças nas geometrias obtidas entre os métodos de otimização, evidenciando a característica do problema inverso de transferência de calor radiativa no qual algumas soluções não apresentaram coerência física ou aplicação prática, conforme destacado por Daun e Howell (2005) e Silva Neto e Moura Neto (2005), além disto, estas soluções alcançaram os limites máximos de amplitude estabelecidos para simulação. Sendo assim, foi realizada uma análise adicional restringindo o espaço de projeto de número de pontos de corrugamento mínimo igual a três. Os resultados desta simulação de otimização para os dois métodos analisados estão apresentados na tabela 6.6.

Tabela 6.6– Resultado obtidos pelos dois métodos de otimização das superfícies para fornalha de Silva (2005).

Método	Variáveis de Projeto		\bar{q}_{Rad}'' [kW/m ²]	Número de Avaliação da Função Objetivo
	N _p	Amp [mm]		
Simplex	3	68,23	212,4682	58
Recozimento Simulado	4	71,00	212,4684	365

Os resultados da tabela 6.6 mostram que o método de recozimento simulado, tal como obtido na tabela 6.5, conseguiu alcançar melhores resultados que o método simplex. Entretanto observa-se a diferença do número de pontos de corrugamento entre as soluções, destacando assim a característica do problema ser não linear, mal colocado e com múltiplos pontos de ótimo local, exigindo assim a característica não determinística do método de recozimento simulado para obtenção do ótimo global viável. Os perfis das superfícies obtidos pelos métodos de otimização estão mostrados na figura 6.24.

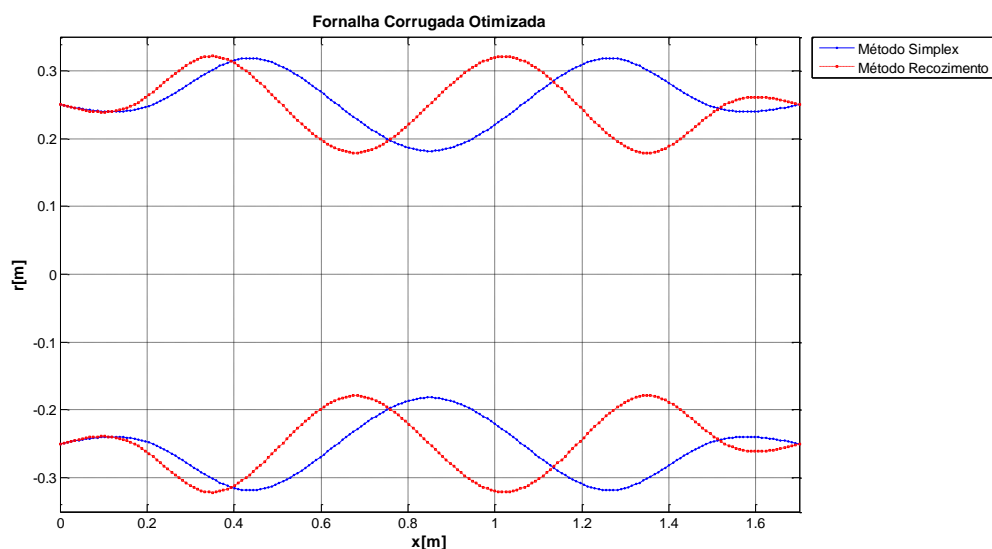


Figura 6.24 – Representação esquemática das superfícies otimizadas pelos métodos empregados.

A figura 6.24 destaca as condições de amplitude de corrugamento muito próximas entre os métodos de otimização com a diferença em relação ao número de pontos de corrugamento. Os resultados do fluxo de calor radiativo obtidos pela otimização são comparados com a fornalha sem corrugamento, conforme mostrado na figura 6.25.

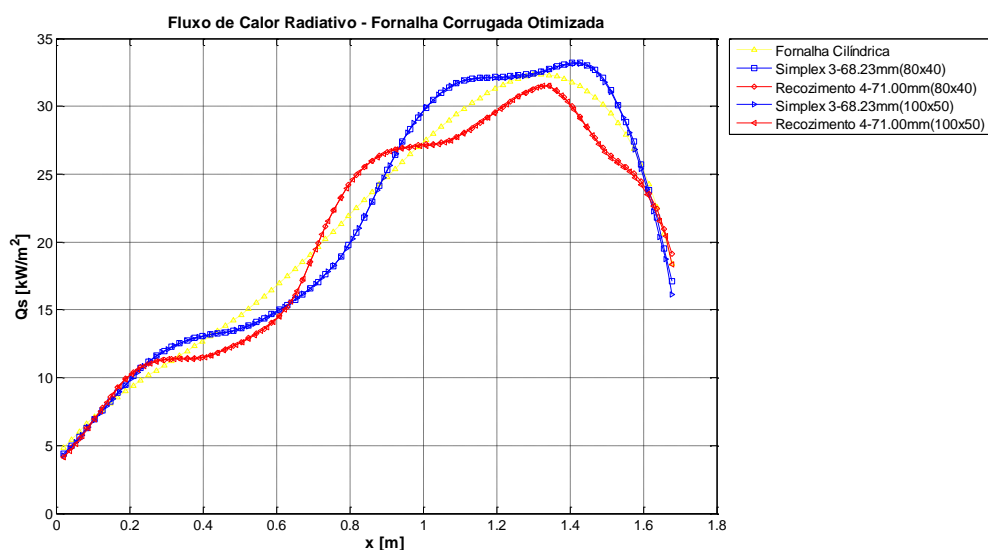


Figura 6.25 – Fluxo de calor radiativo na fornalha otimizada.

Na figura 6.25 evidencia-se o efeito da otimização das superfícies corrugadas principalmente para o método de recozimento simulado, de maneira que a curva de fluxo de calor radiativo para a superfície corrugada ficou acima da curva da fornalha cilíndrica. O

método simplex apesar do incremento do fluxo de calor radiativo nas paredes não conseguiu escapar deste mínimo local devido a sua característica determinística. Novamente, pelo comparativo com uma malha mais refinada de 100x50 verifica-se que a malha utilizada de (80x40) é suficiente para caracterizar o fenômeno físico.

Analisando a transferência de calor radiativo nas superfícies corrugadas, observa-se que as regiões em que ocorrem o incremento mais significativo do fluxo de calor radiativo são as regiões em que a face da superfície corrugada está direcionada para região de alta temperatura, conforme observado nas Figuras 6.24 e 6.25 para abscissa de 1,3m para o método de recozimento simulado e na abscissa 1,0m para o método simplex. Notadamente, observa-se que em relação a região de alta temperatura as áreas sombreadas apresentam o fluxo de calor radiativo menor que o fluxo de calor da fornalha cilíndrica, como mostrado respectivamente para as abscissa de 0,5 e 0,6m na figura 6.24 e 6.25 para os métodos recozimento simulado e de simplex.

Outro aspecto observado é o efeito de campo de temperatura na solução obtida pelos métodos de otimização, verificando que o campo de temperatura tornou a solução mal colocada e com múltiplas soluções de máximo local da função objetivo, inviabilizando assim o uso de métodos determinísticas de otimização. A tabela 6.7 demonstra o ganho de transferência de calor radiativa para as superfícies corrugadas em relação a superfície cilíndrica.

Tabela 6.7– Incremento da taxa de transferência de calor na fornalha otimizada.

Método	Variáveis de Projeto		\dot{q}_{Rad} [kW]	
	N _p	Amp [mm]	Fornalha Cilíndrica	Fornalha Otimizada
Simplex	3	68,23	129,5239	139.4371
Recozimento Simulado	4	71,00	129,5239	139.6139

A tabela 6.7 mostra um ganho real da transferência de calor nas superfícies otimizadas, principalmente pela superfície obtida com o método do recozimento simulado que obteve um incremento de 7,79%, contra 7,65% para o método simplex.

De maneira geral as superfícies ótimas praticamente tendem ao mesmo perfil com o número reduzido de pontos de corrugamento e com uma alta amplitude, porém essa solução

não atende as aplicações práticas da câmara de combustão devido a restrição do fluxo de gases. Para obter soluções aceitáveis restringiu-se o espaço de projeto e obteve-se duas soluções diferentes entre os métodos de otimização, devido a característica do problema mal colocado, o que evidenciou a importância do uso dos métodos não determinísticos de otimização numérica. Entretanto, em termos da dinâmica do escoamento turbulento em combustão é necessário verificar o comportamento do escoamento e da queima, principalmente no que tange a região de estrangulamento observado nas superfícies otimizadas.

O emprego de técnicas de otimização, tais como o método de recozimento simulado possibilitou a avaliação das melhores configurações das superfícies corrugadas considerando uma fornalha com perfil de temperatura conhecido e utilizando o modelo da soma ponderada de gases cinza para determinação da transferência de calor por radiação. O método simplex não conseguiu sair de um mínimo local apesar do número reduzido de avaliações da função objetivo e os resultados da taxa de transferência de calor bem próximos dos obtidos pelo método de recozimento simulado.

A metodologia possui como limitação a necessidade de conhecer o perfil de temperatura que neste trabalho é obtido das pesquisas bibliográficas. Desta forma, evidenciando a necessidade com maior disponibilidade computacional da análise dos fenômenos físicos para determinar o perfil de temperatura a partir da iteração não-linear entre o escoamento do fluido, o balanço de energia e a conservação das espécies químicas da combustão.

Capítulo VII

CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho se desenvolveu a avaliação e a otimização da modelagem da transferência de calor radiativa nas fornalhas corrugadas de geradores de vapor fogotubulares com um perfil de temperatura pré-determinado, utilizando os métodos da zona e de volumes finitos com propriedades radiativas determinadas para gases cinza e por modelos de soma ponderada de gases cinza, associados à metodologia de recozimento simulado e de simplex para realizar a otimização.

O método da zona foi implementado como uma metodologia capaz de modelar a geometria das superfícies complexas, além dos efeitos de sombreamento, tais como apresentados pelas fornalhas corrugadas. De maneira geral, a metodologia conseguiu prever bem a transferência de calor nas superfícies cilíndricas e complexas da literatura com erros da ordem de 1%, além de modelar de maneira satisfatória a transferência de calor para superfícies corrugadas. Entretanto, observou-se que para as maiores amplitudes as simulações necessitam de malhas mais refinadas o que pode comprometer o tempo de processamento inviabilizando o emprego do método da zona associado às metodologias de otimização.

O método de volumes finitos foi implementado considerando as condições de simetria axial, o que permite transformar o problema de discretização de três coordenadas espaciais e duas direções de irradiação, para um problema de varredura de cálculo bidimensional com duas direções de irradiação. De maneira geral o método de volumes finitos permitiu a verificação para as soluções de superfícies complexas de referência da literatura, assim como a simulação da transferência de calor radiativa nas fornalhas corrugadas, além de apresentar esforços computacionais mínimos quando comparados com o método da zona.

Os estudos para superfícies corrugadas foram baseados em dois estudos de caso, um no qual as superfícies cilíndricas de uma fornalha teórica com meio absorvedor e emissor sem espalhamento, com temperatura constante, e paredes frias foi alterada para superfícies corrugadas. E no outro estudo de caso usou-se a modelagem de uma câmara de combustão com as superfícies cilíndricas substituídas por superfícies corrugadas com um perfil de

temperatura determinado por Silva (2005) e Centeno (2014) empregando o meio homogêneo emissor e absorvedor sem espalhamento, considerando uma composição de 10% de CO_2 para cada 20% H_2O .

Observou-se para o primeiro estudo que a medida que se incrementa a amplitude de corrugamento a transferência de calor radiativa distancia das superfícies cilíndricas, apresentando para as regiões de vale das superfícies corrugadas um decréscimo significativo e nas regiões de pico um acréscimo que se aproxima das superfícies cilíndricas. Evidenciou-se uma discrepância entre os métodos da zona e de volumes finitos em simular a transferência de calor radiativa principalmente para meios mais espessos opticamente, esse comportamento foi associado ao fato do método de volumes finitos não considerar os efeitos do sombreamento das superfícies corrugadas.

No segundo estudo de caso por sua vez os resultados da transferência de calor nas superfícies corrugadas mostram que o perfil de temperatura exerce uma influência significativa no fluxo de calor na câmara de combustão corrugada, de maneira que as faces corrugadas voltadas para as regiões de alta temperatura no interior da fornalha apresentam fluxo de calor superior ao fluxo de calor na fornalha cilíndrica e as faces corrugadas sombreadas em relação as regiões de alta temperatura apresentam fluxos de calor menores que a fornalha cilíndrica. Observou-se ainda que os métodos da zona e de volumes finitos apresentaram comportamento similares para as baixas amplitudes de corrugamento.

A otimização também foi aplicada nos dois estudos de caso e verificou-se que para o primeiro caso ambas as metodologias de otimização alcançaram os mesmos valores das superfícies ótimas, com destaque para o método simplex que conseguiu alcançar os ótimos com o menor número de determinação da função objetivo, outro ponto observado foi a independência do número de pontos ótimos com relação ao coeficiente de absorção. Para o segundo estudo de caso por sua vez o método simplex ficou estacionado em ponto de ótimo local não conseguindo alcançar o ótimo global, conforme encontrado pela metodologia de recozimento simulado. De maneira geral, não se verificou nenhuma alteração do número de pontos da superfície corrugada e verificou que a amplitude de corrugamento é diretamente influenciada pelo coeficiente de absorção do gás e/ou dos gases.

Em termos quantitativos as metodologias de otimização possibilitaram para o primeiro estudo de caso o incremento da taxa de transferência de calor em 16,74% para o meio com coeficiente de absorção de $0,1 \text{ m}^{-1}$, 10,90% para coeficiente de absorção de $1,0 \text{ m}^{-1}$ e 3,95% para coeficiente de absorção de $5,0 \text{ m}^{-1}$. Para o segundo estudo de caso observou que o

problema se tornou mal colocado de maneira que o método simplex não conseguiu obter o ponto de ótimo, necessitando assim da característica não determinística do método de recozimento simulado para alcançar o ótimo global, em termos quantitativos obteve-se um incremento de 7,79% utilizando o método de recozimento simulado e 7,65% considerando o método simplex.

Como recomendações de trabalhos futuros tem-se o aprimoramento da metodologia do método das zonas para superfícies complexas com sombreamento, empregando metodologias tais como: o Método de Monte Carlo para determinação das áreas de troca direta, além da verificação de outros modelos globais de propriedades radiativas, tais como: o modelo de soma ponderada de gases cinza nas linhas espectrais. Além da implementação de uma modelagem de dinâmica dos fluidos computacional com escoamento em combustão, para verificar os efeitos das superfícies corrugadas no processo de combustão e na transferência de calor convectiva, podendo até mesmo ser estendida para análise destas superfícies nas emissões atmosféricas e na estabilidade do processo de queima.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AARTS, E. H. L. K., J.H. M.; VAN LAARHOVEN, P.J.M. Simulated Annealing In: AARTS, E. H. L. E. L., J.K., (Ed.). **Local Search in Combinatorial Optimization** John Wiley & Sons, 1997.

AMIRI, H., MANSOURI,S.H., COELHO, P.J. Application of The Modified Discrete Ordinates Method With the Concept of Blocked-Off Region to Irregular Geometries. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 50, p. 10, 2011 2011.

ANNARATONE, D. *Steam Generators: Description and Design*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. 427.

BABCOCK&WILCOX. **Steam: Its Generation and Use**. Babcock&Wilcox Company, 2005.

BABURIC, M. R., A.; DUIC, N. Implementation of Discrete Transfer Radiation Method into Swift Computational Fluid Dynamics Code. **Thermal Science**, v. 8, p. 19-28, 2004.

BAEK, S. W. B., D.Y.; KANG, S.J. The combined Monte-Carlo and Finite-volume method for radiation in a two-dimensional irregular geometry. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 2337-2344, 2000 2000.

BARROS NETO B., S. I., S., BRUNS R., E. **Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria**. 2ª. Campinas-SP: Editora Unicamp, 2003.

BAYAT, N., MEHRABAN,S., SARVARI,S.M.H. . Inverse Boundary Design of a Radiant Furnace With Diffuse-Spectral Design Surface. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 37, p. 8, 2010 2010.

BEN SALAH, M. A., F.; ROUSSE,D.; BEN NASRALLAH,S. . Control volume finite element method for radiation. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 92 (2005), p. 22, 2005 2005.

BEN SALAH , M. A., F.; SLIMI,K.; BEN NASRALLAH. S. Numerical resolution of the radiative transfer equation in a cylindrical enclosure with the finite-volume method. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47(2004), p. 9, 2004 2004.

BOULET, M., MARCOS,B., MORESOLI,C., DOSTIE,M. Sequential Inverse Method Implemented Into CFD Software for the Estimation of a Radiation Boundary. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 51, p. 9, 2012 2012.

BRITTES, R., FRANÇA,F.H.R. A Hybrid Inverse Method for The Thermal Design of Radiative Heating Systems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 57, p. 10, 2013 2013.

BYUN, D. B., S.W.; KIM, M. Y. Investigation of Radiative Heat Transfer in Complex Geometries Using Blocked-Off, Multiblock, And Embedded Boundary Treatments. **Numerical Heat Transfer Journal**, v. 43, p. 807–825, 2003 2003.

CARVALHO, M. G. F., T. L. . Modelling of Heat Transfer in Radiating and Combusting Systems. **Trans IChemE**, v. 76, 1998.

CENTENO, F., R.,. **Modelagem da Radiação Térmica em Chamas Turbulentas da Combustão de Metano em Ar**. SUL, P. D. P.-G. E. E. M. D. U. F. D. R. G. D. Porto Alegre: 204 p. 2014.

CHAI, J. C. Treatment of Irregular Geometries Using a Cartesian Coordinates Finite-Volume Radiation Heat Transfer Procedure. **Numerical Heat Transfer Journal** April 1994 1994.

CHAI, J. C., RATH,P. Discrete-Ordinates and Finite-Volume Methods for Radiation Heat Transfer. **Treatment of Thermal Radiation in Heat Transfer Problems**, p. 15, 2006 2006.

COELHO, P. J. C., M.G. A Conservative Formulation of the Discrete Transfer Method. **Transactions of the ASME**, v. 119, p. 11, 1997.

COELHO, P. J. G., J. M. ; CARVALHO, M. G.; TRIVIC, D. N. . Modelling of radiative heat transfer in enclosures with obstacles **Heat Mass Transfer**, v. 41, p. 745-156, 1998.

CRNOMARKOVIC, N. S., M.; BELOSEVIC,S.; TUCAKOVIC,D.; ZIVANOVIC,T. Numerical investigation of processes in the lignite-fired furnace when simple gray gas and weighted sum of gray gases models are used. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 56(2013), p. 9, 2013 2013.

CUI, M., GAO,X., CHEN,H. A New Inverse Approach for the Equivalent Gray Radiative Property of a Non-Gray Medium Using a Modified Zonal Method and the Complex-Variable-Differentiation Method. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 112, p. 7, 2011 2011.

CUMBER, P. S. Improvements to the discrete transfer method of calculating radiative heat transfer. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 38 (1995), p. 8, 1995 1995.

DAUN, K. J., HOWELL,J.R. . Inverse Design Methods for Radiative Transfer Systems. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 93, p. 18, 2005 2005.

DENILSON, M. K. W., B.W. The Spectral Line Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model. A Review. 1993.

DORIGON, L., J.,. **Determinação dos Coeficientes para o Modelo da Soma-Ponderada-dos-Gases-Cinza a Partir do Banco de Dados HITEMP 2010**. 2012. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FAN, H., LI,B., YANG,L., WANG,R. Solution of the Inverse Radiative Load Problem in a Two-Dimensional System. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 74, p. 11, 2002 2002.

FARAHMAND, A. P., S., SARVARI,S.M.H. Geometric Optimization of Radiative Enclosures Using PSO Algorithm. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 60, p. 9, 2012 2012.

GALARÇA, M. M., MAURENTE A., VIELMO, H. A., FRANÇA, F. H. R. **Correlations for the Weighted-Sum-Of-Gray-Gases Model Using Data Generated from the Absorption-Line Blackbody Distribution Function.** 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences. Belo Horizonte- MG 2008.

GOUTIERE, V. L., F.; CHARETTE, A., . An assessment of real-gas modeling in 2D enclosures. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer** 2000.

GRISSA, H. A., F.; BEN SALAH,M.; BEN NASRALLAH, S. Nonaxisymmetric radiative transfer in inhomogeneous cylindrical media with anisotropic scattering. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 109 (2008), p. 20, 2008 2008.

HAN, S. H., BAEK,S.W., CHO,J.H. Inverse Prediction of Wall Temperature Distribution on a Cylinder Exposed to Radiatively Active Flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 7, 2009 2009.

HOFFMANN, R. S., SEEWALD,A., SCHNEIDER,P.S., FRANÇA,F.H.R. . Inverse Design of Thermal Systems With Spectrally Dependent Emissivities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 53, p. 9, 2010 2010.

HOTTEL, H., SAROFIM, A. **Radiative Transfer**. New York: McGraw-Hill, 1976.

HOWELL, J. R. The Monte Carlo Method in Radiative Heat Transfer. **Journal Heat Transfer ASME** v. 120, 1998 1998.

HOWELL, J. R. S., R.; MENGÜÇ, M.P. **Thermal Radiation Heat Transfer**. 5th. 2011. 957 ISBN 978-1-4398-0533-6.

KERAMIDA, E. P. L., H.H.; FOUNTI,M.A; BOUDOUVIS,A.G; MARKATOS,N.C. Radiative heat transfer in natural gas-fired furnaces. **International Journal of Heat and Mass Transfer** v. 43, 2000.

KIM, K. W., BAEK,S.W. Efficient Inverse Radiation Analysis in a Cylindrical Geometry Using a Combined Method of Hybrid Genetic Algorithm and Finite-Difference Newton Method. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 108, p. 17, 2007 2007.

KIM, M. Y., BAEK,S. W. . Modeling of Radiative Heat Transfer in An Axisymmetric Cylindrical Enclosure With Participating Medium. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 90, p. 12, 2005 2005.

KIM, M. Y., BAEK,S.W. Radiative Heat Transfer in a Body-Fitted Axisymmetric Cylindrical Enclosure. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 12, p. 4, 2005 1998.

KIM, Y. M. Assessment of the axisymmetric radiative heat transfer in a cylindrical enclosure with the finite volume method. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51 (2008), p. 5144–5153, 2008 2008.

KOWSARY, F., POOLADVAND,K., POURSHAGHAGHY,A. . Regularized Variable Metric Method Versus the Conjugate Gradient Method in Solution of Radiative Boundary Design Problem. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 108, p. 18, 2007.

LARI, K., GANDJALIKHAN NASSAB, S. A. Modeling Of The Conjugate Radiation And Conduction Problem In A 3-D Complex Multi-Burner Furnace. **Thermal Science**, v. 16, p. 14, 2012 2012.

LAWSON, D. A. An improved method for smoothing approximate exchange areas. **Heat Mass Transfer**, v. 38, p. 3109-3110, 1995.

LEE, K. H., BAEK,S.W., KIM,K.W. Inverse Radiation Analysis Using Repulsive Particle Swarm Optimization Algorithm. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51, p. 12, 2008 2008.

LI, H. Y., YANG,C.Y. . A Genetic Algorithm for Inverse Radiation Problems. **International Journal of Heat Mass Transfer**, v. 40, p. 5, 1997 1997.

LIU, D., YAN, J.H., WANG,F. , HUANG,Q.X. , CHI,Y., CEN,K.F. Inverse Radiation Analysis of Simultaneous Estimation of Temperature Field and Radiative Properties in a Two-Dimensional Participating Medium. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 57, p. 10, 2010 2010.

LIU, L. H., TAN,H.P. . Inverse Radiation Problem in Three-Dimensional Complicated Geometric Systems With Opaque Boundaries. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 68, p. 15, 2001 2001.

LOBATO, F. S. A., E.G.; STEFFEN JR, V.; SILVA NETO, A. J. Design and Identification Problems of Rotor Bearing Systems Using the Simulated Annealing Algorithm. In: TSUZUKI, M. S. G. (Ed.). **Simulated Annealing - Single and Multiple Objective Problems**: InTech, 2012. cap. 10, ISBN 978-953-51-0767-5.

LOCKWOOD, F. C. S. N. G. A New Radiation Solution Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures. In: INSTITUTE, T. C., Eighteenth Symposium on Combustion, 1981. p.10.

LÓPEZ, H. S. Algoritmo simulated annealing inteligente aplicado a la optimización del imán principal de una máquina de resonancia magnética de imágenes. **Revista Brasileira de Engenharia Biomédica**, v. 17, p. 7, 2001 2001.

LOU, C., LI,W.H., ZHOU,H.C., SALINAS,C.T. . Experimental Investigation on Simultaneous Measurement of Temperature Distributions and Radiative Properties in an Oil-Fired Tunnel Furnace by Radiation Analysis. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, p. 8, 2011 2011.

MARTINS, G. H., OSCAR SAUL MENDOZA;BANDARRA, ENIO PEDONE FILHO. **Zonal Method Implementation to Determine the Thermal Radiation Heat Transfer in Bi-dimensional Furnaces**. 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. Rio de Janeiro-Brazil: ABCM: 7 p. 2012.

MAURENTE A.; VIELMO, H. A. F., F.H.R. . Comparison of the standard weighted-sum-of-gray-gases with the absorption-line blackbody distribution function for the computation of radiative heat transfer in H₂O/CO₂ mixtures. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 109, p. 1758–1770, 2008.

MAURENTE, A. B., P.O.; FRANÇA, F.H.R. Application of the Monte de Carlo Method in the Solution of Radiation Heat Transfer in Participating Media. **Engenharia Térmica (Thermal Engineering)**, v. 6, p. 8, 2007 2007.

MÉCHI, R. F. G., K.; HALOUANI,K.; SAID R. . Extension of the Zonal Method to Inhomogeneous Non-Grey Semi-Transparent Medium. **Energy**, v. 35, p. 1–15, 2010.

MODEST, M., F. **Radiative Heat Transfer**. New York: Elsevier. 2013 2013.

MODEST, M. F. The Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer. **Journal of Heat Transfer** p. 7, 1990.

_____. **Radiative Heat Transfer**. California: Academic Press, 2003. 845 ISBN 0-12-503163-7.

NELDER J., A. M. R. A simplex Method for Function Minimization. 1965.

NOBLE J., J. The Zone Method: Explicit Matrix Relations for Total Exchange Areas. **Heat Mass Transfer**, v. 18, p. 261-269, 1975.

NUNES, E. M. M., V.; NARAGHI, M. H.N. Radiative transfer in arbitrarily-shaped axisymmetric enclosures with anisotropic scattering media. **International Journal of Heat and Mass Transfer** v. 43, p. 3275-3285, 2000 2000.

ORTIZ, F. J. G. Modeling of fire-tube boilers. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, p. 16, 2011 2011.

PARK, C., LIU, S.T. Performance of a Commercial Hot Water Boiler. p. 24, 1998 1998.

PARK, H. M., LEE,W. J. An Inverse Radiation Problem of Estimating Heat-Transfer Coefficient in Participating Media. **Chemical Engineering Science**, v. 57, p. 8, 2002 2002.

PARK, H. M., YOON,T.Y. Solution of Inverse Radiation Problems Using the

Karhunen-Loeve Galerkin Procedure. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 68, p. 18, 2001 2001.

PERA, H. **Geradores de Vapor: Um Compêndio sobre Conservação de Energia com Vistas à Preservação da Ecologia**. São Paulo-SP: FAMA, 1990.

RAO S., S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 3^a. Wiley-Interscience Publication, 1996.

RHINE, J. M., TUCKER, R.J.,. **Modelling of Gas-Fired Furnaces and Boilers**. London: McGraw-Hill, 1991.

SADAT. H.; WANG, C. A. D. V. L. Meshless method for solving coupled radiative and conductive heat transfer in complex multi-dimensional geometries. **Applied Mathematics and Computation** v. 218, p. 10211–10225, 2012 2012.

SAKAMI, M. C., A. . A New Differencing Scheme for que Discrete Ordinates Method in Complex Geometries. **Revue Générale de Thermique** p. 440-449 1998 1998.

SALINAS, C. T. Inverse Radiation Analysis in Two-Dimensional Gray Media Using the Discrete Ordinates Method With a Multidimensional Scheme. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 49, p. 9, 2010 2010.

SARAMAGO, S. F. P. **Métodos de Otimização Randômica: Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing**. Uberlândia: 40 p. 2003.

SARVARI, S. M. H. Inverse Determination of Heat Source Distribution in Conductive–Radiative Media With Irregular Geometry. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 93, p. 13, 2005 2005.

SHENG, Y. T., A. **A Simulated Annealing Based Approach to Integrated Circuit Layout Design**. Simulated Annealing - Single and Multiple Objective Problems. TSUZUKI, M. S. G.: InTech: 22 p. 2012.

SILVA, C. V. **Simulação Numérica da Combustão Turbulenta de Gás Natural em Câmara Cilíndrica**. 2005. 244 (Doutorado). Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SILVA NETO, A. J. M. N., F.D. **Problema Inversos: Conceitos Fundamentais e Aplicações**. 1a. EDUERJ, 2005. 172 ISBN 978-85-751-1066-9.

SMITH, T. F., SHEN, Z.F., FRIEDMAN, J.N. Evaluation of Coefficients for The Weighted Sum of Gray Gases Model. **Heat Transfer**, 1982.

SOLOVJOV, V. P. W., B. W. SLW Modeling of Radiative Transfer in Multicomponent Gas Mixture. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer** p. 655-672, 2000.

SOUFIANI, A. D., E. . A Comparison between Weighted Sum of Gray Gases and Statistical Narrow-Band Radiation Models for Combustion Applications. **Combustion and Flame**, v. 97, p. 11, 1994 1994.

TALUKDAR, P. Discrete transfer method with the concept of blocked-off region for irregular geometries. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer** v. 98, p. 238–248, 2006 2006.

TIAN, W. C., W.,K.,S. A TWO-DIMENSIONAL SCHEME FOR AXISYMMETRIC RADIATIVE HEAT TRANSFER USING THE FINITE-VOLUME METHOD. **Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology**, v. 47, p. 199–211, 2005 2005. ISSN 1040-7790 print=1521-0626 online.

TRUELOVE, J. S. A mixed grey gas model for flame radiation. **United Kingdom Atomic Energy Authority Report** 1976.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**. Fourth. Colorado: Colorado Springs, 2005.

WANG, C. A. S., H.; DEZ, V. L.; LEMONNIER,D. Meshless method for solving radiative transfer problems in complex two-dimensional and three-dimensional geometries. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 49, p. 2282- 2288, 2010 2010.

WANG, F., LIU,D., CEN,K., YAN,J., HUANG,Q., CHI,Y. Efficient Inverse Radiation Analysis of Temperature Distribution in Participating Medium Based on Backward Monte Carlo Method. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 109, p. 11, 2008 2008.

ZHOU, H. C., HOU,Y.B., CHEN,D.L., ZHENG,C.G. An Inverse Radiative Transfer Problem of Simultaneously Estimating Profiles of Temperature and Radiative Parameters From Boundary Intensity and Temperature Measurements. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 2002, p. 16, 2002 2002.