

EDSON HIDEKI KOROISHI

CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS  
ROTATIVAS UTILIZANDO ATUADORES  
ELETROMAGNÉTICOS



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBÊRLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**2013**



EDSON HIDEKI KOROISHI

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS ROTATIVAS  
UTILIZANDO ATUADORES ELETROMAGNÉTICOS**

**Tese** apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Doutor EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr

Co-Orientador: Dr. Jarir Mahfoud

**UBERLÂNDIA-MG**

**2013**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

---

K84c      Koroishi, Edson Hideki, 1984-  
2013      Controle de vibrações em máquinas rotativas utilizando atuadores  
eletromagnéticos / Edson Hideki Koroishi. - 2013.  
225 f. : il.

Orientador: Valder Steffen Jr.  
Coorientador : Jarir Mahfoud.  
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Vibração - Teses. 3. Rotores - Teses. 4. Método dos elementos finitos - Teses. I. Steffen Júnior, Valder. II. Mahfoud, Jarir. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDU: 621

---







## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus pela força e vontade para superar todos os obstáculos para conseguir chegar onde estou.

Aos meus pais Toshiharu Koroishi e Marly Mieco Ishizu Koroishi pelo exemplo e suporte em todas as decisões de minha vida.

À minha irmã Andrea Mayumi Koroishi pelo constante apoio, incentivo e cumplicidade em todos os momentos;

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Valder Steffen Jr, pelas oportunidades, paciência, confiança e conhecimento cedidos a mim. Quero agradecer-lo também pela disposição que sempre teve para me ajudar e pelo encorajamento que nunca deixou de passar aos alunos. Mais que um orientador, um exemplo de pessoa e profissional a ser seguido.

A todos os colegas do Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis (LMEst), pelo companheirismo e momentos de aprendizado sem os quais os nossos trabalhos não seriam possíveis.

À Universidade Federal de Uberlândia e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade e confiança depositada para realização desse trabalho.

Ao Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA-Lyon) e ao Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures pela acolhida durante o período que lá estive.

Ao CNPq pela bolsa de doutorado que possibilitou ao autor a realização desse trabalho.

À Capes/Cofecub pelo financiamento do meu PDEE na França (Projeto 673/10).

À FAPEMIG e ao CNPq, por garantirem os recursos financeiros necessários para a parte experimental desta tese, através do INCT de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE).



KOROISHI, E. H. **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas utilizando Atuadores Eletromagnéticos**. 2013. 225f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo o estudo de controle ativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando atuadores eletromagnéticos. Dentro deste contexto, foi estudado um rotor flexível que foi modelado empregando o Método dos Elementos Finitos. Como o modelo original do rotor possui um elevado número de graus de liberdade, foi necessário reduzir tal modelo, sendo utilizado para isto o Método Pseudo-Modal. O projeto dos controladores foi realizado utilizando duas diferentes abordagens. A primeira abordagem envolve controladores projetados via norma  $H_\infty$  e Controle Ótimo, sendo que ambos os casos foram desenvolvidos utilizando desigualdades matriciais, técnica que facilita a inclusão de incertezas no projeto do controlador. Na segunda abordagem, os controladores foram desenvolvidos utilizando a Lógica Nebulosa (*Fuzzy*). Nestas duas abordagens os controladores foram projetados no domínio modal. A vantagem de se utilizar a metodologia de controle modal é que os controladores são projetados com base apenas em poucos modos de vibração do sistema, aspecto que, dentre suas vantagens, contribui para a redução do custo computacional. Neste tipo de controle, nem sempre os estados modais são acessíveis experimentalmente, exigindo, portanto, sua estimação. Com este propósito foram utilizados estimadores de Kalman (Filtro de Kalman), os quais apresentam como ponto positivo sua capacidade de estimação a partir de um sinal contendo ruído. Com relação aos atuadores eletromagnéticos, que são não lineares, o problema da não linearidade é resolvido a partir do emprego do modelo inverso dos atuadores. A metodologia desenvolvida foi analisada tanto no âmbito numérico como no experimental. O desempenho dos controladores foi testado para diversas condições de funcionamento do rotor. Os resultados obtidos, tanto numéricos como experimentais, mostram o sucesso da metodologia empregada e as potencialidades do uso do tipo de atuador aqui empregado no campo do controle ativo de vibração de rotores, considerando os chamados rotores inteligentes.

---

Palavras-chave: Controle Ativo de Vibrações, Rotor Flexível, Atuador Eletromagnético, Estimador de Kalman, Rotores Inteligentes



KOROISHI, E. H. **Vibration Control of Rotating Machines using Electromagnetic Actuators**. 2013. 225f. PhD Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

## ABSTRACT

The aim of the present work is the study of active vibration control of flexible rotors using electromagnetic actuators. For this purpose, a flexible rotor was considered and modeled by using the Finite Element Method. As the original rotor model presents a high number of degrees of freedom, the Pseudo-Modal Method was used for reducing the size of the model. The design of the controllers used two different approaches. The architecture of the first one is based on the  $H_\infty$  norm and Optimal Control, so that both methods were developed by using Linear Matrix Inequalities. The advantage of the LMIs is that they are able to take into account parameter uncertainties. In the second approach, the architecture of the controllers was developed by using Fuzzy Logic techniques. In these two approaches the controllers were designed in the modal domain. The advantage of the modal control is that the controllers can be designed using small number vibration modes of the system, thus contributing to reduce the computational cost. In the modal control, the modal states are not directly accessible from the experiment. For determining the mode estimates, the Kalman estimation technique (Kalman Filter) was employed. The advantage of this estimator is its ability in determining the modes from noisy signals. Regarding the electromagnetic actuators, they have nonlinear behavior; the corresponding nonlinear problem is solved by using the inverse model of the actuators. The developed methodology was analyzed both numerically and experimentally. The performance of the controllers was tested under several conditions for the operation of the rotor. The obtained results, both numerical and experimental, demonstrate the success of the methodology conveyed and its great potential for the active vibration control of flexible rotors, in the context of the so-called smart rotors.

---

Keywords: Active Vibration Control, Flexible Rotors, Electromagnetic Actuators, Kalman Estimator; Smart Rotors





## Lista de Figuras

Figura 1.1 - a) Apoio viscoelástico montado no rotor; b) Esquema mecânico do apoio.....	2
Figura 1.2 – Mecanismo de atuação da mola inteligente (CAVALINI Jr et al, 2011, adaptado de Nitzsche (2005)).....	3
Figura 1.3 - a) Suporte do disco do rolamento e dos atuadores; b) Esquema da estrutura atuador PZT-mancal. ....	4
Figura 1.4 – Mancal Magnético Radial (Perini, 2009).....	5
Figura 1.5 - Atuadores desenvolvidos e utilizados como fonte de excitação: a) Furtado (2008) e b) Mendes(2011). ....	6
Figura 1.6 - Atuadores desenvolvidos por Mahfoud e Hagopian e utilizados para o AVC da viga (DER HAGOPIAN; MAHFOUD, 2010).....	6
Figura 1.7 - Bancada de testes utilizada por Moraes et al (2013): (a) Bancada do rotor e (b) Atuadores Eletromagnéticos. ....	7
Figura 2.1 - Graus de liberdade de um elemento finito de eixo. ....	13
Figura 3.1. Quatro divisões possíveis de um sistema. ....	21
Figura 3.2. Sistema de controle de malha aberta.....	22
Figura 3.3. Sistema de controle de malha fechada com retroação.....	22
Figura 3.4 - Estrutura do controlador Fuzzy. ....	36
Figura 3.5 - Exemplo de mecanismo de inferência. ....	37
Figura 3.6 - Definição do Observador de Estado. ....	38
Figura 3.7 – Sistema de controle e observação. ....	44
Figura 4.1 - a) Linhas de campo magnético para um solenoide e b) Campo magnético de uma barra imantada (SERWAY, JEWETT, 2008). ....	48
Figura 4.2 - Campo Magnético em um Solenoide (MUNDIM, 2001).....	48
Figura 4.3 - (a) Circuito Magnético, e (b) Circuito Elétrico.....	51
Figura 4.4 - Curva de Magnetização e Ciclo de Histerese (Mundim, 2001).....	52
Figura 4.5 - Diagrama $B-H$ de alguns materiais ferromagnéticos (Soares, 2007).....	53
Figura 4.6 - Eletroímã do atuador eletromagnético (Moraes, 2010).....	53
Figura 4.7 - Fluxos de campo magnético com fugas. ....	54
Figura 4.8 - Atuador eletromagnético utilizado em rotores (MORAIS; STEFFEN JR; MAHFOUD, 2012). ....	56

Figura 4.9 - Corrente elétrica em cada bobina em função da posição angular do rotor (MORAIS; STEFFEN JR; MAHFOUD, 2012). .....	57
Figura 4.10 – Atuador Eletromagnético. ....	58
Figura 4.11 - Modelo do atuador eletromagnético. ....	58
Figura 4.12 - Arranjo experimental para análise estática do AEM. ....	60
Figura 4.13 - Força medida para o AEM 1. ....	60
Figura 4.14 - Força medida para o AEM 2. ....	61
Figura 4.15 - Força medida para o AEM 3. ....	61
Figura 4.16 - Força medida para o AEM 4. ....	61
Figura 4.17 - Distribuição dos valores encontrados para a permeabilidade para cada atuador. ....	62
Figura 4.18 - Comparação das forças eletromagnéticas: Numérica e Experimental.....	63
Figura 4.19 - Estrutura contendo o atuador eletromagnético.....	64
Figura 4.20 - Corrente elétrica do tipo dente de serra aplicada sobre os atuadores.....	65
Figura 4.21 - AEM1 (Entrada tipo Dente de Serra).....	65
Figura 4.22 - AEM2 (Entrada tipo Dente de Serra).....	66
Figura 4.23 - AEM3 (Entrada tipo Dente de Serra).....	66
Figura 4.24 - AEM4 (Entrada tipo Dente de Serra).....	66
Figura 4.25 - Corrente elétrica do tipo senoidal aplicada sobre os atuadores. ....	67
Figura 4.26. AEM1 (Entrada Tipo Senoidal).....	68
Figura 4.27. AEM2 (Entrada Tipo Senoidal).....	68
Figura 4.28. AEM3 (Entrada Tipo Senoidal).....	68
Figura 4.29. AEM4 (Entrada Tipo Senoidal).....	69
Figura 5.1 - Modelo do rotor utilizado.....	71
Tabela 5.1 - Características físicas do sistema rotor-mancais.....	72
Figura 5.2 - Modelo discretizado do rotor.....	72
Figura 5.3 - Modelo utilizado para o rotor estudado. ....	74
Figura 5.4 - Diagrama de Campbell. ....	74
Figura 5.5 - Região do Diagrama de Campbell que mostra as duas primeiras velocidades críticas. ....	75
Figura 5.6 - Sistema de Observação.....	76
Figura 5.7 – Comparação entre a resposta do sistema e a estimada.....	79
Figura 5.8 – Comparação das FRFs das respostas real e estimada. ....	79
Figura 5.9 – Ampliação da Fig. 5.7. ....	80
Figura 5.10 - Sistema de Controle. ....	81
Figura 5.11 – Sistema de controle completo. ....	82

Figura 5.12 – Estrutura dos controladores: (a) Ganhos determinados por LMIs e (b) Controladores <i>fuzzy</i> modais.....	83
Figura 5.13 - Funções de pertinência utilizadas. ....	87
Figura 5.14 – Resposta ao impacto medido no nó 27. ....	89
Figura 5.15 – Resposta ao impacto medido no nó 27. ....	90
Figura 5.16 – Força de controle. ....	90
Figura 5.17 – Corrente elétrica utilizada pelos atuadores eletromagnéticos na resposta impulsiva.....	91
Figura 5.18 – Função de resposta em frequência. ....	91
Figura 5.19 – Desbalanceamento e velocidade de rotação aplicada na determinação da resposta ao desbalanceamento. ....	93
Figura 5.20 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27. ....	93
Figura 5.21 – Ação de controle requerida na resposta ao desbalanceamento. ....	94
Figura 5.22 – Corrente elétrica utilizada pelos atuadores eletromagnéticos na resposta ao desbalanceamento. ....	94
Figura 5.23 – Órbitas do sistema no nó 27. ....	95
Figura 5.24 – Atenuação dos modos da direção $x$ – Variação do modelo do rotor.....	96
Figura 5.25 – Atenuação dos modos da direção $z$ – Variação do modelo do rotor.....	96
Figura 5.26 – Atenuação dos modos da direção $x$ – Variação do modelo do estimador.....	98
Figura 5.27 – Atenuação dos modos da direção $z$ – Variação do modelo do estimador.....	98
Figura 5.28 – Força de controle – Norma $H_{\infty}$ – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	100
Figura 5.29 – Força de controle – Controle Ótimo – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	100
Figura 5.30 – Força de controle – <i>Fuzzy</i> Modal – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	101
Figura 5.31 – Norma do deslocamento (m) <i>versus</i> Energia consumida (J) - Nó 4: (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	101
Figura 5.32 – Força de controle – Norma $H_{\infty}$ – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	102
Figura 5.33 – Força de controle – Controle Ótimo – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	103
Figura 5.34 – Força de controle – <i>Fuzzy</i> Modal – (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	103
Figura 5.35 – Norma do deslocamento (m) <i>versus</i> Energia consumida (J) - Nó 4: (a) direção $x$ e (b) direção $z$ . ....	103
Figura 5.36 – Órbita do sistema no nó 27 – Norma $H_{\infty}$ .....	104
Figura 5.37 – Órbita do sistema no nó 27 – Controle Ótimo.....	105
Figura 5.38 – Órbita do sistema no nó 27 – <i>Fuzzy</i> Modal. ....	105
Figura 6.1 - Sistema rotativo utilizado para a comprovação experimental.....	108
Figura 6.2 – Mancal Híbrido.....	108
Figura 6.3 – Sistema de aquisição. ....	109

Figura 6.4 – Ambiente de trabalho do Simulink®. ....	109
Figura 6.5 – Ambiente de trabalho do programa <i>ControlDesk</i> . ....	110
Figura 6.6 – Servo-amplificador utilizado. ....	112
Figura 6.7 – Terminais do servo-amplificador. ....	112
Figura 6.8 – Opção utilizada para controle de corrente. ....	112
Figura 6.9 – Sensor de proximidade e seu respectivo condicionador. ....	113
Figura 6.10 – Divisor de tensão (esquema). ....	114
Figura 6.11 – Casador de impedâncias. ....	115
Figura 6.12 – Placa utilizada para fazer a conectividade e a comunicação dos equipamentos utilizados com a placa Dspace. ....	115
Figura 6.13 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	117
Figura 6.14 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	117
Figura 6.15 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	118
Figura 6.16 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	118
Figura 6.17 – Força de Controle – Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	119
Figura 6.18 – Força de Controle – Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	119
Figura 6.19 – Corrente Elétrica - Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	120
Figura 6.20 – Corrente Elétrica - Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	120
Figura 6.21 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	121
Figura 6.22 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	121
Figura 6.23 – Força de Controle - Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	122
Figura 6.24 – Força de Controle - Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	122
Figura 6.25 – Corrente Elétrica - Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	122
Figura 6.26 – Corrente Elétrica - Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	123
Figura 6.27 – Órbita do rotor no nó 27 (Norma $H_{\infty}$ ). ....	123
Figura 6.28 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Norma $H_{\infty}$ ). ....	124
Figura 6.29 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> – Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	124
Figura 6.30 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> - Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	125
Figura 6.31 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção x (Norma $H_{\infty}$ ). ....	125
Figura 6.32 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção z (Norma $H_{\infty}$ ). ....	126

Figura 6.33 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $x$ (Norma $H_\infty$ ). .....	126
Figura 6.34 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $z$ (Norma $H_\infty$ ). .....	126
Figura 6.35 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	127
Figura 6.36 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	127
Figura 6.37 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	128
Figura 6.38 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	128
Figura 6.39 – Força de Controle – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	129
Figura 6.40 – Força de Controle – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	129
Figura 6.41 – Corrente Elétrica – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	129
Figura 6.42 – Corrente Elétrica – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	130
Figura 6.43 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	131
Figura 6.44 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	131
Figura 6.45 – Força de Controle - Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	131
Figura 6.46 – Força de Controle - Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	132
Figura 6.47 – Corrente Elétrica - Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	132
Figura 6.48 – Corrente Elétrica - Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	132
Figura 6.49 – Órbita do rotor no nó 27 (Controle Ótimo). .....	133
Figura 6.50 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Controle Ótimo). ..	133
Figura 6.51 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> – Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	134
Figura 6.52 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> – Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	134
Figura 6.53 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	135
Figura 6.54 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	135
Figura 6.55 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $x$ (Controle Ótimo). .....	136
Figura 6.56 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $z$ (Controle Ótimo). .....	136
Figura 6.57 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	137
Figura 6.58 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	137
Figura 6.59 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	138
Figura 6.60 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	138

Figura 6.61 – Força de Controle – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	139
Figura 6.62 – Força de Controle – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	139
Figura 6.63 – Corrente Elétrica – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	139
Figura 6.64 – Corrente Elétrica – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	140
Figura 6.65 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	140
Figura 6.66 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	141
Figura 6.67 – Força de Controle - Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	141
Figura 6.68 – Força de Controle - Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	142
Figura 6.69 – Corrente Elétrica - Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	142
Figura 6.70 – Corrente Elétrica - Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	142
Figura 6.71 – Órbita do rotor no nó 27(Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	143
Figura 6.72 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	143
Figura 6.73 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> – Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	144
Figura 6.74 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – <i>Run-up</i> – Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	144
Figura 6.75 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	145
Figura 6.76 – Força de Controle – <i>Run-up</i> - Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	145
Figura 6.77 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $x$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	146
Figura 6.78 – Corrente Elétrica – <i>Run-up</i> - Direção $z$ (Lógica <i>Fuzzy</i> ). .....	146
Figura B.1 - Gráficos das quatro primeiras auto-funções de covariância para: (a) $L_{cor,y} = 1m$ , $\Omega_y = [0, 1]$ ; (b) $L_{cor,y} = 10m$ , $\Omega_y = [0, 10]$ . .....	174
Figura B.2 – Modelo do Rotor (CAVALINI Jr et al., 2011). .....	176
Figura B.3 – Convergência da diferença RMS com relação ao número de KL. ....	178
Figura B.4 – Convergência da diferença RMS com relação ao número de amostras utilizada na simulação de Monte-Carlo. ....	178
Figura B.5 – Envelope da FRF randômica para a situação (a). .....	179
Figura B.6 – Envelope da FRF randômica para a situação (b). .....	179
Figura B.7 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (a). .....	180
Figura B.8 – Envelope da órbita para o caso (a). .....	180
Figura B.9. Envelope das FRFs randômicas para o caso (c). .....	181
Figura B.10 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (c). .....	181
Figura B.11 – Envelope da órbita para o caso (c). .....	182

Figura B.12. Envelope das FRFs randômicas para o caso (d). .....	182
Figura B.13 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (d). .....	183
Figura B.14 – Envelope da órbita para o caso (d). .....	183
Figura D.1 – Órbita – Regime Permanente (1600rpm) – Norma $H_{\infty}$ . .....	189
Figura D.2 – Força de Controle – Regime Permanente (1600rpm) – Norma $H_{\infty}$ . .....	189
Figura D.3 – Órbita – Regime Transiente – Norma $H_{\infty}$ . .....	190
Figura D.4 – Força de Controle – Regime Transiente – Norma $H_{\infty}$ . .....	190
Figura D.5 – Órbita – Regime Permanente (1600rpm) – Controle Ótimo. ....	190
Figura D.6 – Força de Controle – Regime Permanente (1600rpm) – Controle Ótimo. ....	191
Figura D.7 – Órbita – Regime Transiente – Controle Ótimo. ....	191
Figura D.8 – Força de Controle – Regime Transiente – Controle Ótimo. ....	191
Figura D.9 – Órbita – Regime Permanente (1600rpm) – Lógica <i>Fuzzy</i> . ....	192
Figura D.10 – Força de Controle – Regime Permanente (1600rpm) – Lógica <i>Fuzzy</i> . ....	192
Figura D.11 – Órbita – Regime Transiente – Lógica <i>Fuzzy</i> . ....	192
Figura D.12 – Força de Controle – Regime Transiente – Lógica <i>Fuzzy</i> . ....	193





## Lista de Tabelas

Tabela 4.1 - Parâmetros de um circuito magnético e elétrico (Furtado, 2008).....	51
Tabela 4.2 - Parâmetros do núcleo e da bobina.....	58
Tabela 4.3 - Fio de cobre AWG24.....	59
Tabela 4.4 - Espaço de projeto e função objetivo utilizados.....	62
Tabela 4.5 - Permeabilidade relativa.....	63
Tabela 5.1 - Características físicas do sistema rotor-mancais. ....	72
Tabela 5.2 - Frequências Naturais (Hz). ....	78
Tabela 5.3 - Frequências Naturais (Hz). ....	86
Tabela 5.4 - Regras dos controladores <i>fuzzy</i> . ....	87
Tabela 5.5 - Valores $\alpha_i$ e $\beta_i$ .....	88
Tabela 5.6 - Atenuação de cada modo. ....	92
Tabela 5.7 - Atenuação percentual da resposta do sistema.....	94
Tabela 5.8 - Valores máximos e mínimos de atenuação (Modelo do rotor).....	97
Tabela 5.9 - Valores máximos e mínimos de atenuação (Estimador).....	98
Tabela 5.10 - Energia consumida ( $10^{-3}$ X J) considerando a variação $\Delta$ . ....	102
Tabela 6.1 – Sensibilidade dos sensores de proximidade.....	113
Tabela 6.2 – Redução dos modos em dB -Função Resposta em Frequência.....	147
Tabela 6.3 – Tempo de acomodação - Resposta Impulsiva.....	147
Tabela 6.4 – Redução da Resposta - Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) .....	147
Tabela 6.5 – Redução da Resposta - Resposta ao desbalanceamento ( <i>Run-up</i> ) .....	147
Tabela B.1 – Propriedades físicas e geométricas dos elementos do rotor (CAVALINI Jr et al, 2011). ....	177
Tabela B.2 – Parâmetros utilizados na análise de convergência. ....	177
Tabela B.3 – Definição das situações de incertezas utilizadas nas simulações. ....	178
Tabela C.1 – Atuador Eletromagnético 1. ....	185
Tabela C.2 – Atuador Eletromagnético 2. ....	186
Tabela C.3 – Atuador Eletromagnético3. ....	187
Tabela C.4 – Atuador Eletromagnético 4. ....	187



## Lista de Símbolos

### Símbolos Latinos

$[A]$	matriz dinâmica
$[\tilde{A}]$	matriz dinâmica
$a,, b, c, d, f$	parâmetros geométricos do atuador eletromagnético
$\vec{B}$	Campo Magnético
$[B]$	matriz de entrada
$[\tilde{B}_w]$	matriz de entrada da força de excitação
$[\tilde{B}_u]$	matriz de entrada do controlador
$[B_{wRp}]$	matriz de entrada do ruído de processo
$[C]$	matriz de saída
$[\tilde{C}]$	matriz de saída do sistema
$[C_b]$	matriz de amortecimento do sistema
$[\tilde{c}_b]$	matriz reduzida modal de amortecimento do sistema
$[C_g]$	matriz giroscópica do sistema
$[\tilde{c}_g]$	matriz reduzida modal giroscópica do sistema
$[D]$	matriz de transmissão direta
$D_{m_i}$	matriz diagonal de amortecimento modal
$[\tilde{d}_{m_i}]$	matriz reduzida de amortecimento modal
$E$	Módulo de elasticidade
$E(x)$	valor esperado
$e$	gap ou folga
$\{e(t)\}$	Vetor erro de estimativa na entrada
$\{\dot{e}(t)\}$	Taxa de erro do observador
$\{\varepsilon(t)\}$	Vetor de resíduo
$F_{AEM}(t)$	força devido ao atuador eletromagnético
$\{\tilde{f}_{AEM}(t)\}$	vetor reduzido de força modal devido ao atuador eletromagnético

$F$	Força magneto motriz
$F_{q_i}$	forças generalizadas
$F_w(t)$	força devido ao desbalanceamento
$\{\tilde{f}_w(t)\}$	vetor reduzido de força modal devido ao desbalanceamento
$[G]$	matriz de ganho do controlador
$\ H\ _\infty$	norma $H_\infty$
$H_t, Q_t, P_0$	matriz de covariância
$h$	comprimento do solenoide
$i$	Corrente elétrica
$J$	Índice de desempenho
$K_t$	ganho de Kalman
$[K]$	matriz de rigidez do sistema
$[\tilde{k}]$	matriz reduzida modal de rigidez do sistema
$[K_{st}]$	matriz de rigidez devido ao movimento transiente
$[\tilde{k}_{st}]$	matriz reduzida modal de rigidez devido ao movimento transiente
$L_m$	Indutância
$[L]$	matriz de ganho do estimador
$l$	comprimento médio do circuito magnético
$[M]$	matriz de massa do sistema
$[\tilde{m}]$	matriz reduzida modal de massa
$N$	número de graus de liberdade
$N_e$	número de espiras
$\hat{N}$	número de graus de liberdade reduzido
$n$	número de modos considerados
$ns$	número de saídas
$nu$	número de entradas de força de controle
$nw$	número de entradas de força de excitação
$[P]$	matriz positiva definida
$[P_{lqr}]$	Matriz hermitiana definida positiva ou simétrica real
$P(t)$	força de excitação
$[P_s]$	matriz de posicionamento dos sensores
$[P_u]$	matriz de posicionamento dos atuadores

$[P_w]$	matriz de posicionamento da força de excitação
$[Q_e]$	matriz hermitiana definida positiva (estimador)
$[Q_{lqr}]$	matriz hermitiana definida positiva (ou semi definida positiva definida) ou real simétrica
$q_i$	coordenadas generalizadas independentes
$\{q(t)\}$	vetor de coordenadas modais
$R$	Resistência elétrica
$[R_e]$	matriz hermitiana definida positiva (estimador)
$[R_{lqr}]$	matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica
$S$	área da seção transversal do solenoide
$[T_{lqr}]$	matriz singular
$T$	energia cinética
$t$	tempo
$\text{tr}(\ )$	traço da matriz
$U$	energia de deformação
$u, w$	graus de liberdade de translação
$\{u(t)\}$	vetor da força de controle de ordem $nu \times n$
$V$	Tensão elétrica
$\{v(t)\}$	vetor de ruídos no sensor ou ruído de medida
$\{w(t)\}$	vetor da força de excitação de ordem $nw \times n$
$\{w_{Rp}(t)\}$	ruído de excitação no estado ou ruído de processo
$w_j$	Função mínimo
$\{X(t)\}$	vetor de estado
$\{\bar{X}(t)\}$	vetor de estado do observador de estado
$\{x(t)\}$	vetor de deslocamentos generalizados
$\{y(t)\}$	vetor de saídas
$\{Y(t)\}$	vetor de saída de ordem $ns \times n$
$\{\bar{Y}(t)\}$	vetor de saída do observador de estado

## Símbolos Gregos

$\dot{\phi}$	velocidade angular variante no tempo
$\alpha_i$	fator de amortecimento modal
$\varepsilon_t, \eta_t$	vetor serialmente não correlacionado com média zero
$\mu_0$	permeabilidade magnética do vácuo
$\theta, \psi$	graus de liberdade de rotação
$\psi_i$	vetores dos modos
$[\hat{\Psi}]$	base modal
$[\Phi]$	base modal do sistema não giroscópico
$\alpha$	taxa de decaimento
$\sigma$	valor singular
$\omega_i$	frequência natural angular
$\xi_i$	fator de amortecimento
$\mu_A(x)$	valor <i>fuzzy</i>
$\mu$	Escalar da formulação da norma $H_\infty$ via LMIs
$\lambda$	autovalor
$\psi$	fluxo do campo magnético
$\mu_r$	permeabilidade relativa do material ferromagnético
$\Re$	Relutância do circuito magnético
$\Psi$	Fluxo total
$W_{mag}$	Energia magnética
$\delta$	deslocamento do rotor na posição do AEM
$\rho$	Densidade específica

## Lista de abreviações

AVC	Controle Ativo de Vibrações (do inglês <i>Active Vibration Control</i> )
AEM	atuador eletromagnético
EVP	Problema de Autovalor (do inglês <i>Eigenvalue Problem</i> )
Fem	Força Eletro Motriz
Fmm	Força Magneto Motriz
FRF	função de resposta em frequência

GEVP	Problema de Autovalor Generalizado
gdl	graus de liberdade
LDI	Inclusão Diferencial Linear
LMI	Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês <i>Linear Matrix Inequalities</i> )
LMIP	Problema de Factibilidade de uma LMI
LQR	Regulador Quadrático Linear (do inglês <i>Linear Quadratic Regulator</i> )
LTI	sistema Linear Invariante no Tempo (do inglês <i>Linear Time-Invariant</i> )
MEF	Método dos elementos finitos
PSO	Otimização por Enxame de Partículas (do inglês <i>Particle Swarm Optimization</i> )
rpm	Rotações por minuto





## Sumário

<b>CAPÍTULO I - Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO II – Rotores Flexíveis .....</b>	<b>11</b>
<b>Rotores Flexíveis .....</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo de Rotores Flexíveis .....	12
2.2. Método Pseudo-Modal .....	14
<b>CAPÍTULO II – Teoria de Controle .....</b>	<b>19</b>
3.1. Controlabilidade e Observabilidade .....	19
3.1.1. Controlabilidade .....	20
3.1.2. Observabilidade .....	21
3.2. Sistema de Controle .....	22
3.3. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs) .....	23
3.3.1. Histórico .....	23
3.3.2. Definições e Conceitos Básicos .....	23
3.3.3. Estabilidade Quadrática .....	26
3.3.4. Taxa de decaimento .....	27
3.3.5. Projeto do controlador utilizando LMIs .....	28
3.4. Norma $H_{\infty}$ .....	29
3.5. Regulador Linear Quadrático .....	31
3.5.1. Regulador Linear Quadrático via LMIs .....	32
3.6. Lógica Nebulosa ( <i>fuzzy</i> ) .....	34
3.6.1. Estrutura do Controlador fuzzy .....	35
3.7. Observador de Estado .....	38
3.7.1. Filtro de Kalman .....	40
3.8. Princípio da Separação .....	44
<b>CAPÍTULO IV- Atuador Eletromagnético .....</b>	<b>47</b>
4.1. Noções Básicas de Eletromagnetismo .....	47
4.2. Modelagem do Atuador Eletromagnético .....	53

4.3. Caracterização do Atuador Eletromagnético.....	57
4.3.1. Análise estática.....	59
4.3.2. Análise dinâmica.....	64
<b>CAPÍTULO V – Simulações Numéricas .....</b>	<b>71</b>
5.1. Modelo de Elementos Finitos.....	71
5.2. Projeto do Estimador de Estado .....	75
5.3. Projeto dos controladores (Realimentação de Estados) .....	80
5.4. Projeto dos controladores <i>Fuzzy</i> .....	87
5.5. Resultados Numéricos .....	88
5.5.1. Resposta impulsiva (rotor em repouso).....	89
5.5.2. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação).....	92
5.6. Análise de Robustez.....	95
5.7. Consumo de Energia.....	99
5.7.1. Resposta ao Impacto (rotor em repouso) .....	100
5.7.2. Resposta ao Desbalanceamento (rotor em rotação) .....	102
<b>CAPÍTULO VI – Resultados Experimentais.....</b>	<b>107</b>
6.1. Bancada experimental.....	107
6.1.1. Composição da Bancada Experimental.....	110
6.1.2. Sistema de Aquisição de Dados.....	110
6.2. Adaptações do Aparato Experimental.....	111
6.2.1. Amplificadores .....	111
6.2.2. Sensores de Proximidade .....	113
6.2.3. Adaptação do aparato experimental com a placa Dspace.....	113
6.3. Resultados Experimentais .....	116
6.4. Norma $H_{\infty}$ .....	116
6.4.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) - Norma $H_{\infty}$ .....	116
6.4.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) - Norma $H_{\infty}$ .....	118
6.4.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) - Norma $H_{\infty}$ .....	120
6.4.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Norma $H_{\infty}$ .....	124
6.5. Controle Ótimo .....	127
6.5.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) – Controle Ótimo.....	127

6.5.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) - Controle Ótimo .....	128
6.5.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) – Controle Ótimo.....	130
6.5.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Controle Ótimo	134
6.6. Lógica Fuzzy .....	136
6.6.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) – Lógica Fuzzy .....	136
6.5.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) – Lógica Fuzzy .....	138
6.6.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) – Lógica Fuzzy.....	140
6.6.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Lógica Fuzzy ..	144
6.7. Discussão e comparação dos resultados obtidos com os controladores .....	146
<b>CAPÍTULO VII - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>149</b>
7.1. Conclusões .....	149
7.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	153
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>155</b>
<b>Apêndice A.....</b>	<b>165</b>
A.1. Elemento de disco .....	165
A.2. Elemento do tipo árvore .....	165
A.3. Elemento de mancal .....	167
<b>Apêndice B.....</b>	<b>169</b>
B.1. Modelagem Estocástica de Rotores Flexíveis.....	169
B.2. Parametrização do Modelo Determinístico.....	170
B.3. Decomposição de Karhunen-Loève (KL).....	171
B.4. Simulações Numéricas .....	176
B.5. Conclusões deste anexo .....	183
<b>Apêndice C.....</b>	<b>185</b>
<b>Apêndice D.....</b>	<b>189</b>



# **CAPÍTULO I**

## **Introdução**

Nos últimos anos, uma das maiores preocupações da indústria tem sido o aumento da eficiência de seus equipamentos, tanto para fazer face às inovações tecnológicas, como para posicionar-se melhor frente à concorrência internacional. Em termos de máquinas rotativas, a eficiência está diretamente relacionada com a sua velocidade de operação. Para viabilizar o aumento da velocidade de operação é comum buscar formas de redução do peso, resultando rotores mais flexíveis. Segundo Simões (2006), o aumento da flexibilidade leva ao aumento do nível de vibração da máquina rotativa quando o sistema opera em uma velocidade perto de uma de suas velocidades críticas.

O excesso de vibração em uma máquina rotativa compromete o seu rendimento, desgasta prematuramente os mancais e pode levar até a uma falha catastrófica do equipamento, atualmente um evento raro na engenharia em decorrência de alarmes incorporados ao projeto da máquina. Diante de tal problema, técnicas de controle de vibração vêm sendo desenvolvidas a fim de garantir o funcionamento seguro e eficiente das máquinas rotativas. Tais técnicas de controle podem ser divididas em três categorias principais: Passivo, Semi-Ativo e Ativo.

As Técnicas de Controle Passivo fazem parte de um grupo de técnicas tradicionais de redução de vibrações que consistem em realizar modificações nas características dinâmicas do sistema (massa, rigidez e/ou amortecimento) de maneira a reduzir as vibrações e/ou aumentar a estabilidade do mesmo. Segundo Mead (1999), as Técnicas de Controle Passivo podem ser divididas em 4 categorias: Controle de Vibrações pela Modificação do Projeto Original, Controle de Vibrações Agregando Dispositivos, Controle de Vibrações Aumentando o Amortecimento Externo, e Controle de Vibrações através do Isolamento do Sistema.

Saldarriaga (2007) propôs uma metodologia de controle passivo em rotores flexíveis utilizando absorvedores viscoelásticos, aproveitando o alto potencial que estes materiais apresentam para uso em aplicações industriais como absorvedores de ruídos e vibrações. Neste trabalho, o autor utilizou apoios viscoelásticos translacionais, onde a rigidez do apoio viscoelástico atua em paralelo com a rigidez do mancal. A Fig. 1.1 apresenta a estrutura utilizada pelo autor.

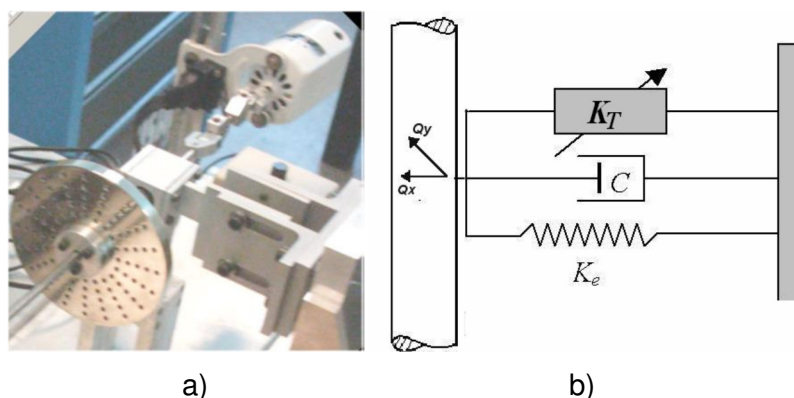


Figura 1.1 - a) Apoio viscoelástico montado no rotor; b) Esquema mecânico do apoio.

Apesar destas técnicas de controle apresentar baixo custo de implementação, seu bom desempenho dependerá do conhecimento adequado do problema enfrentado, assim como das propriedades físicas do sistema (SIMÕES, 2006). No entanto, o controle passivo apresenta como uma de suas principais limitações a falta de versatilidade, assim como o aumento do peso do sistema devido ao material acrescentado para dissipação de energia, podendo, em alguns casos, comprometer as metas de redução de peso, além de não terem boas características de robustez (SILVA, 2005). Um aspecto interessante que justifica a escolha do controle passivo em várias aplicações é que este dispensa a utilização de uma eletrônica muitas vezes complexa para seu funcionamento.

Já as Técnicas de Controle Semi-Ativo procuram controlar os fatores críticos do rotor (velocidades críticas, velocidade limite de estabilidade - VLE, nível de vibrações) modificando as características dinâmicas do sistema. Saldarriaga (2007) cita alguns exemplos de aplicações de Controle Semi-Ativo em máquinas rotativas, a saber: alteração das propriedades dos amortecedores de filme fluido através do controle da pressão do óleo lubrificante (BURROW; SAHINKAYA; TURKAY, 1984), mudança da pressão de óleo em mancais de sapatas deslizantes (HEINRICHSON; SANTOS; FUERST, 2007) ou pelo uso de mancais híbridos (TIAN; BORNES, 1995), (FORTE; PATERNÒ; RUSTIGHI, 2004). Outros exemplos de controle semi-ativo consistem na utilização de amortecedores magneto-reológicos ou eletro-reológicos.

Cavallini Jr et al. (2011) utilizaram para o controle semi-ativo de um rotor flexível o mecanismo de mola inteligente (do inglês *Smart Spring Mechanism (SSM)*). Neste mecanismo, os autores utilizaram a atuação indireta de um atuador PZT tipo pilha para alterar as propriedades de rigidez da máquina rotativa. Segundo Nitzsche (2005), o mecanismo SSM pode atuar numa larga banda de frequência com baixa voltagem e baixo deslocamento do atuador piezoelétrico. A Fig. 1.2 apresenta o mecanismo utilizado pelos autores.

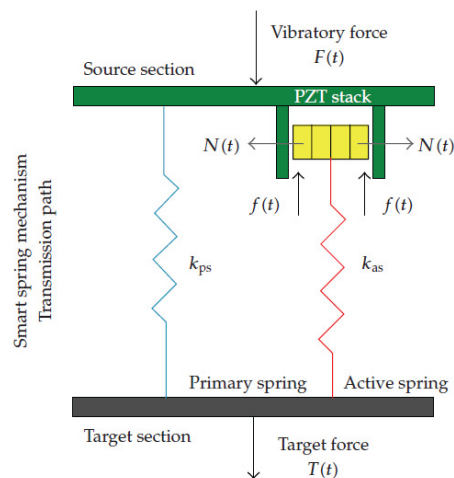


Figura 1.2 – Mecanismo de atuação da mola inteligente (CAVALINI Jr et al., 2011, adaptado de Nitzsche (2005)).

Por fim, têm-se as Técnicas de Controle Ativo de Vibrações. Atualmente, observa-se um aumento nas pesquisas em engenharia no desenvolvimento de novas técnicas de controle ativo de vibrações (AVC – do inglês *Active Vibration Control*). Estas pesquisas são impulsionadas pela necessidade de se dispor de estruturas leves associadas a um alto desempenho de operação, gerando menores custos operacionais e aumentando a competitividade (BUENO, 2007). Nas últimas décadas, as metodologias de AVC têm recebido contribuições significativas, sobretudo devido aos avanços no processamento digital de sinais, ao aparecimento de novos tipos de atuadores e novas metodologias de controle. O assunto é amplamente investigado em Fuller; Elliot; Nelson (1996), Gawronski (1998) e Juang e Phan (2001). Algumas destas pesquisas têm causado profundo impacto nas aplicações aeroespaciais e em robótica (LIU; ZHANG, 2000).

Segundo Silva (2005), o sucesso das técnicas de AVC depende de diversos fatores, tais como, o modelo usado, o posicionamento dos sensores e atuadores na estrutura, a escolha do controlador, o tipo de sensor usado para medir cada parâmetro, etc.

Dentre as técnicas de AVC, o Controle Ativo Modal tem-se destacado, principalmente pelo fato desta reduzir consideravelmente o custo computacional necessário. Isto se deve ao fato desta técnica empregar um modelo numérico reduzido que representa a estrutura, que tem seu comportamento dinâmico satisfatoriamente descrito pela utilização de um número limitado de modos que compõe seu modelo matemático.

Quando se utiliza controle modal, requer-se frequentemente um modelo reduzido e, para tanto, algumas técnicas são apresentadas na literatura: Método Pseudo-Modal (LALLANE; FERRARIS, 1997), Realização Balanceada (FAN et al., 1993), (CONCEIÇÃO et al., 2009), Sistema Reduzido Melhorado (GORDIS, 1994), Redução Equivalente de Sistema e Processo de Expansão (DAS; DUTT, 2012). Deve-se destacar que para a redução de modelos, critérios de observabilidade e controlabilidade devem ser analisados. Outro ponto importante consiste no truncamento do número de modos considerados. O truncamento dos modos pode gerar sobre o controle da estrutura um fenômeno conhecido como *spillover* (derramamento), o qual representa a influência dos modos não considerados no modelo truncado sobre o controle da estrutura.

Simões (2007) desenvolveu uma metodologia de controle ativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha (*piezoelectric stack actuator*). Neste trabalho, Simões aplicou controle ótimo utilizando o Regulador Linear Quadrático para atenuar os 4 primeiros modos de flexão do rotor. É de se destacar que, neste trabalho, o controle foi realizado no domínio modal e foi necessária a utilização de observadores de estado para estimar os estados modais não medidos. A estrutura utilizada por este autor encontra-se apresentado pela Fig. 1.3.

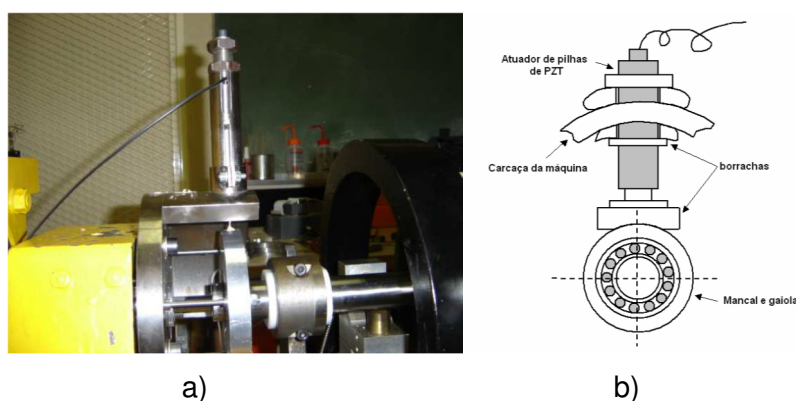


Figura 1.3 - a) Suporte do disco do rolamento e dos atuadores; b) Esquema da estrutura atuador PZT-mancal.

Christensen e Santos (2005) desenvolveram uma metodologia de AVC levando em consideração possíveis alterações no sistema. Isto foi feito através do desenvolvimento



tanto de um controlador modal periódico, como também de um observador modal periódico. Neste projeto, os ganhos (do controlador e do observador) são periódicos, obtidos a partir da transformação de um ganho fixo (determinado para um determinado instante  $t_0$ ). É necessária a análise da observabilidade e da controlabilidade do sistema utilizando este ganho fixo.

Ainda com relação a máquinas rotativas, a metodologia de AVC utilizando Mancais Magnéticos Ativos (MMAs) tem-se destacado. Ao contrário do que ocorre com a força mecânica de reação presente nos mancais de rolamento ou hidrodinâmicos, os mancais magnéticos apresentam forças magnéticas que suportam cargas radiais ou axiais utilizando-se do princípio do campo magnético para se conseguir a levitação do eixo (PERINI, 2009). Os MMAs têm tecnologia testada para uma vasta gama de aplicações industriais (KASARDA, 2000), (JI, LEUNG, 2003), (AUCHET et al, 2004) e (KAHNFIR; BONIS; REVEL, 2005). A Fig. 1.4 ilustra um MMA.



Figura 1.4 – Mancais Magnético Radial (Perini, 2009).

Um sistema similar aos MMAs é o Atuador Eletromagnético (AEM), que assim como os MMAS, tem também como principal característica a capacidade de inserir forças de sustentação sobre o sistema sem a necessidade de contato mecânico.

Furtado (2008) e Mendes (2011) desenvolveram um atuador apenas para ser utilizado como fonte de excitação. Neste trabalho, eles apresentaram a influência de vários parâmetros de projeto, tais como corrente elétrica, tamanho do entreferro, superfície do polo e, também, da frequência de excitação. Neste trabalho a força magnética é estimada baseando-se na medida da densidade de fluxo magnético, medida por sensores tipo *hall*. A Fig. 1.5 ilustra o atuador projetado por Furtado e Mendes.

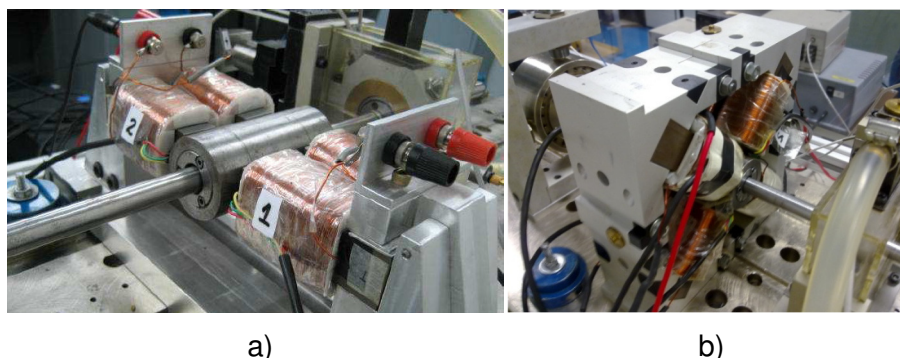


Figura 1.5 - Atuadores desenvolvidos e utilizados como fonte de excitação: a) Furtado (2008) e b) Mendes (2011).

Morais (2012), por sua vez, utilizou um AEM com a finalidade de manter fechada uma trinca em um rotor flexível, buscando assim controlar o processo de fadiga do eixo rotativo. Através de simulações computacionais, foi demonstrado que a utilização do AEM permite modificar várias características da dinâmica do sistema rotativo, tais como velocidades críticas e amplitude dos deslocamentos, dentre outras. Uma das características do rotor que também pode ser alterada é o deslocamento angular. Este comportamento é usado para manter a trinca fechada, visto que o comportamento dinâmico da trinca é influenciado pelos momentos causados em sua superfície, sendo estes momentos determinados pela variação dos deslocamentos angulares nos nós da extremidade do elemento com a trinca.

Em termos de controle ativo de vibrações, Der Hagopian e Mahfoud (2010), utilizaram um AEM para tal fim. Neste trabalho, os autores projetaram o atuador e depois validaram a metodologia proposta tanto numérica como experimentalmente. Primeiramente, foi caracterizado o atuador, e depois, foi estudado o AVC sobre uma viga, tanto no domínio do tempo como no da frequência.

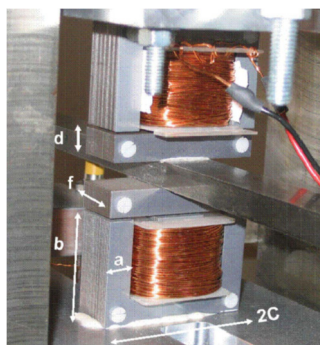


Figura 1.6 - Atuadores desenvolvidos por Mahfoud e Hagopian e utilizados para o AVC da viga (DER HAGOPIAN; MAHFOUD, 2010).

Ainda com relação a estudos envolvendo AEMs em máquinas rotativas, Moraes et al. (2013), fizeram a caracterização dos atuadores para o controle de rotores flexíveis. Neste trabalho, os autores utilizaram técnicas de resolução de problemas inversos para a determinação dos parâmetros dos AEMs. A Fig. 1.7 apresenta o rotor estudado com os respectivos AEMs.

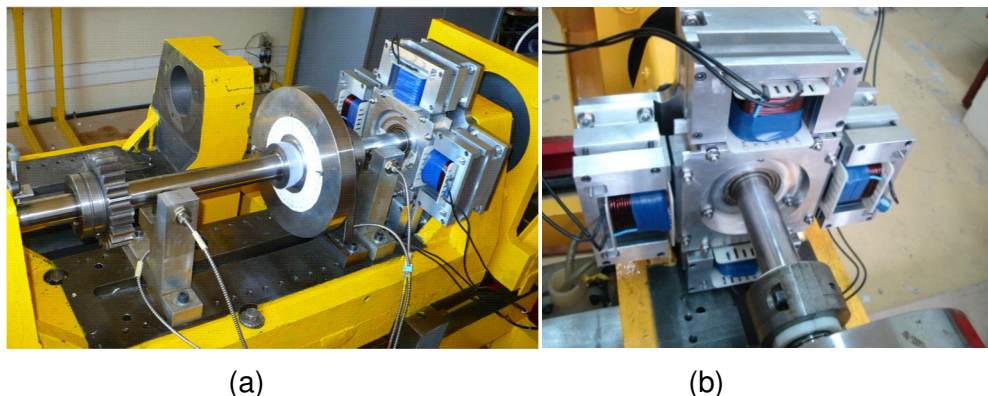


Figura 1.7 - Bancada de testes utilizada por Moraes et al (2013): (a) Bancada do rotor e (b) Atuadores Eletromagnéticos.

Estudos envolvendo máquinas rotativas são temas importantes e atuais. O volume de trabalhos que vêm sendo apresentados demonstra fortemente a importância deste assunto. Restringindo o interesse apenas a teses recentes desenvolvidas na UFU, Simões (2006) estudou o controle ativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando atuadores PZTs do tipo pilha instalados em um dos mancais de uma bancada de teste. Saldarriaga (2007), por sua vez, estudou o controle passivo em máquinas rotativas utilizando materiais viscoelásticos, preocupando-se também com a identificação de parâmetros de modelos de rotores flexíveis e balanceamento sem massas de teste. Moraes (2010), em sua tese de doutorado, utilizou atuadores eletromagnéticos para controle de fechamento de trincas em rotores e, também, a utilização de técnicas de resolução de problemas inversos para identificação do desbalanceamento de rotores com não linearidade localizada.

Neste contexto, a presente tese de doutoramento trata do controle ativo de vibrações em um rotor flexível utilizando atuadores eletromagnéticos. Tais atuadores eletromagnéticos são posicionados em torno de um mancal de rolamento e, assim, o conjunto (mancal de rolamento + atuador eletromagnético) passa a ser chamado mancal híbrido. O modelo matemático do sistema rotor-mancais é construído a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF). Devido ao tamanho do modelo obtido, o Método Pseudo-Modal foi utilizado para obter o modelo reduzido. A técnica de controle utilizada foi o controle modal, que controla apenas um número limitado de modos do sistema. Para determinação destes modos, foi

utilizado o Estimador de Kalman. Como o atuador eletromagnético é um atuador não linear, a solução deste problema foi encontrada utilizando o modelo inverso do atuador. Como este modelo necessita do deslocamento do rotor na posição dos atuadores eletromagnéticos, e devido à dificuldade de posicionamento dos sensores neste local, o Estimador de Kalman também teve a função de estimar o deslocamento do rotor no nó correspondente à posição do mancal híbrido, sendo este deslocamento utilizado no modelo inverso do atuador. Duas técnicas utilizadas para o projeto dos controladores foram estudadas, a saber, as Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês *Linear Matrix Inequalities* – LMIs) e a Lógica Nebulosa (*Fuzzy*). As LMIs consistem em uma técnica de otimização que permite a determinação do ganho do controlador levando em conta possíveis incertezas no sistema. Nesta tese, as LMIs determinam o ganho dos controladores utilizando a norma  $H_\infty$  e o Regulador Linear Quadrático (do inglês LQR – *Linear Quadratic Regulator*). A Lógica Fuzzy permite o projeto de controladores que requerem apenas o conhecimento do comportamento dinâmico do sistema, sendo o esforço de controle determinado a partir de uma base de regras, não necessitando, portanto, do conhecimento do modelo do sistema. O controlador Fuzzy mostra-se bem adaptado quando o sistema apresenta não linearidades fazendo com que as características mudem em relação ao tempo.

Além deste capítulo introdutório, a presente tese encontra-se organizada em sete capítulos:

Capítulo 2 – Rotores Flexíveis: é apresentada a teoria utilizada para a determinação das equações de movimento de rotores flexíveis, modelo este obtido pelo Método dos elementos Finitos. Neste capítulo também são apresentados os resultados obtidos do processo de identificação do modelo do sistema estudado, sendo este modelo utilizado na etapa de simulação numérica.

Capítulo 3 – Controle Ativo de Vibrações: inicialmente é apresentado rapidamente o estado da arte da teoria de controle. A seguir, é apresentada a teoria utilizada para o desenvolvimento do Estimador de Kalman, sendo apresentados tanto a teoria como o projeto e validação do estimador escolhido. Por fim, neste capítulo, é apresentada a teoria de LMIs, assim como o projeto de controladores  $H_\infty$  e LQR, ambos resolvidos a partir de LMIs.

Capítulo 4 – Atuador Eletromagnético: é apresentada a teoria utilizada para a obtenção do modelo do atuador eletromagnético, assim como conceitos básicos de eletromagnetismo necessários para esta finalidade. Este capítulo é finalizado com a identificação e a caracterização dos atuadores eletromagnéticos que serão utilizados na etapa experimental. Tal etapa é fundamental, visto que, antes da etapa experimental, tais modelos serão testados numericamente, para depois serem validados experimentalmente.

Capítulo 5 – Simulações Numéricas: neste capítulo, simulações numéricas são apresentadas para verificar a validade da metodologia de controle proposta, permitindo analisar a viabilidade e a eficiência da metodologia desenvolvida.

Capítulo 6 – Validação Experimental: este capítulo mostra os resultados experimentais obtidos para o controle, sendo estes comparados com os resultados numérico-computacionais obtidos anteriormente.

Capítulo 7 – Conclusões: este capítulo apresenta as conclusões finais obtidas a partir dos resultados do trabalho, além de sugestões para a sua continuação.



## **CAPÍTULO II**

### **Rotores Flexíveis**

Muitos autores trabalharam com a obtenção das equações de movimento de rotores, destacando o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método das Matrizes de Transferência (MMT) (STEFFEN Jr, 1981), (LALLEMENT; LECOANET; STEFFEN Jr, 1982), (BERTHIER; FERRARIS; LALLANE, 1983) como ferramenta de modelagem.

A seguir será brevemente revisitado o MEF aplicado à modelagem matemática de rotores flexíveis (seção 2.1) e o método modal de resolução do sistema de equações diferenciais representativas do sistema (seção 2.2). Neste capítulo, será apresentada a modelagem de rotores flexíveis para o sistema determinístico. Cabe salientar que trabalhos dedicados à modelagem estocástica já se encontram em desenvolvimento com a participação do autor desta tese (ver Apêndice B).

Um ponto importante no processo de obtenção do modelo matemático é que ele seja o mais representativo possível do sistema real; sendo assim, alguns parâmetros (parâmetros dos mancais, por exemplo) precisam ser previamente identificados, permitindo a simulação do comportamento dinâmico do sistema. Assim sendo, técnicas de problemas inversos são utilizadas (VIANA, 2008) para determinação dos parâmetros desconhecidos. Desta forma, na seção 2.3 será apresentada a bancada experimental de rotor flexível, para a qual o modelo matemático correspondente será ajustado.

## 2.1. Modelo de Rotores Flexíveis

No contexto deste trabalho, rotores flexíveis são sistemas dinâmicos cujos modelos são constituídos por elementos tais como discos, eixos flexíveis, mancais e selos. Este modelo teórico é constituído por um conjunto de equações diferenciais que descrevem o movimento do sistema e são obtidas usando as Leis de Newton, relações de tensão - deformação e as equações de Lagrange (CRAIG Jr; ROY, 1981).

Lallane e Ferraris (1997) apresentam os passos gerais a serem seguidos para determinar as equações de movimento de um rotor. Tais passos são apresentados a seguir:

1º) A energia cinética, a energia de deformação e o trabalho virtual das forças externas são calculadas para os componentes do sistema;

2º) Um método numérico é escolhido:

- Método de Rayleigh-Ritz para um sistema com poucos graus de liberdade (gdl).
- Método dos Elementos Finitos para sistemas mais complexos.

3º) As equações de Lagrange são então aplicadas, da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_{q_i} \quad (2.1)$$

onde  $q_i$  são as coordenadas generalizadas independentes,  $F_{q_i}$  são as forças generalizadas e  $T$  e  $U$  são as energias cinética e de deformação dos componentes, respectivamente.

Neste trabalho o elemento de disco é assumido como sendo rígido e, portanto, tem apenas energia cinética. No caso dos mancais, além da rigidez e amortecimento, as inércias dos acoplamentos que constituem o mancal podem ser levadas em consideração no modelo do rotor, sendo inseridas como elemento de disco ou árvore. Um elemento finito de eixo é mostrado na Fig. 2.1, com as seguintes características: o elemento tem 2 nós, sendo que cada nó tem 4 graus de liberdade, ou seja, 2 translações ( $u$ ,  $w$ ), e 2 rotações ( $\theta$ ,  $\psi$ ). Admite-se a secção transversal como linearmente variável. Consideram-se os efeitos da inércia de rotação da secção transversal (Rayleigh) e o efeito de cisalhamento da secção transversal (Timoshenko).



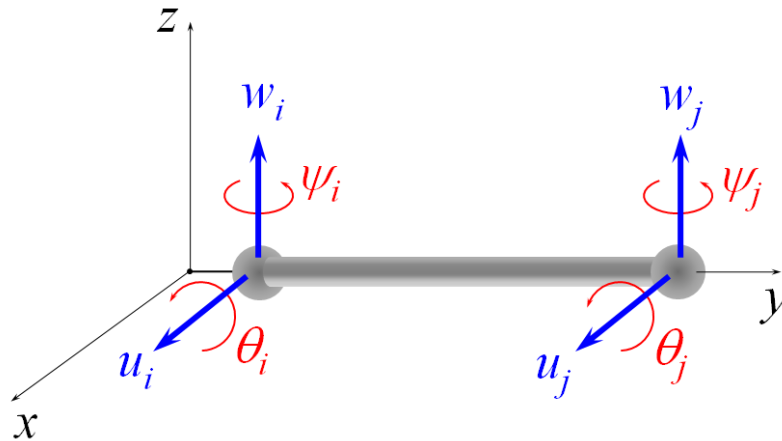


Figura 2.1 - Graus de liberdade de um elemento finito de eixo.

Levando em consideração os passos e características dos elementos do rotor apresentado anteriormente, e utilizando o MEF, a equação do movimento de um rotor flexível é determinada e escrita na forma matricial dada pela Eq. (2.2).

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [[C_b] + \dot{\phi}[C_g]]\{\dot{x}(t)\} + [[K] + \ddot{\phi}[K_{st}]]\{x(t)\} = \{F_w(t)\} + \{F_{AEM}(t)\} \quad (2.2)$$

na qual,

$\{x(t)\}$ : vetor de deslocamentos generalizados;

$[M]$ : matriz de massa do sistema;

$[C_b]$ : matriz de amortecimento do sistema (pode incluir amortecimento proporcional);

$[C_g]$ : matriz giroscópica do sistema (com respeito à velocidade de rotação);

$[K]$ : matriz de rigidez do sistema;

$[K_{st}]$ : matriz de rigidez devido o movimento transiente;

$\dot{\phi}$ : velocidade angular variante no tempo;

$F_w(t)$ : força devido ao desbalanceamento;

$F_{AEM}(t)$ : força devido ao atuador eletromagnético.

As matrizes  $[M]$ ,  $[C_b]$ ,  $[C_g]$ ,  $[K]$  e  $[K_{st}]$  são de ordem  $N \times N$  (sendo que  $N$  é o número de graus de liberdade do sistema). Maiores detalhes das matrizes presentes na Eq. (2.2), assim como dos elementos do rotor são apresentados no Apêndice A.

## 2.2. Método Pseudo-Modal

Os sistemas caracterizados por modelos do tipo apresentado pela Eq. (2.2) normalmente apresentam um número elevado de graus de liberdade. Craig Jr e Roy (1981) apresentam o Método de *Rayleigh-Ritz* utilizado para a redução modal. Tal método tem a ver com um caso especial de aplicação do Método dos Modos Assumidos para reduzir um sistema de  $N$  gdl para um sistema com  $\hat{N}$  gdl ( $\hat{N} < N$ ). Para compreender este método, considere o seguinte sistema com  $N$  gdl.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{P(t)\} \quad (2.3)$$

onde  $P(t)$  representa a força de excitação sobre o sistema.

O Método dos Modos Assumidos considera que a resposta do sistema pode ser aproximada por:

$$\{u(t)\} = \sum_{i=1}^{\hat{N}} \{\psi_i\} \hat{u}_i(t) = [\hat{\Psi}]\{\hat{u}(t)\} \quad (2.4)$$

na qual,

$\{\psi_i\}$  são os vetores dos modos, estes assumidos como sendo linearmente independentes.

$[\hat{\Psi}]$  é a base modal obtida a partir do sistema livre não amortecido com base na Eq. (2.3), dada por:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \quad (2.5)$$

sendo  $[M]$  e  $[K]$  matrizes positivas definidas.

No entanto, para o caso de um rotor flexível dado pela Eq. (2.2), nem sempre a matriz  $[K]$  é positiva definida. Diante disto, um método alternativo deve ser encontrado para solucionar o problema de redução do modelo, para aplicação em um rotor flexível.

O método pseudo-modal, apresentado por Lallane e Ferraris (1997), permite realizar uma redução significativa do tempo computacional de simulação, apresentando resultados muito próximos daqueles obtidos pelo método direto. Permite ainda inserir amortecimento

modal ao sistema, aspecto considerado de interesse quando o amortecimento é pequeno, sendo o mecanismo de amortecimento bem conhecido e os modos desacoplados.

O método pseudo-modal utiliza a base modal obtida para o sistema não giroscópico, simétrico e não amortecido associado ao sistema original (Simões, 2006). Obtém-se esta base resolvendo o problema de auto-valores e auto-vetores dado pela Eq. (2.6).

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K^*]\{x(t)\} = 0 \quad (2.6)$$

A matriz  $[K^*]$  é a própria matriz de rigidez, desprezados, porém, os termos de rigidez cruzada dos elementos de mancal (termos que não pertencem à diagonal principal).

Determinada a base modal do sistema acima, realiza-se a seguinte mudança de coordenadas:

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} \quad (2.7)$$

sendo  $[\Phi]$  a base modal do sistema não giroscópico associado e  $\{q(t)\}$  o vetor de coordenadas modais.

Assim sendo, a matriz  $[\Phi]$ , constituída dos  $n$  primeiros modos do sistema não giroscópico associado, é representada por:

$$[\Phi] = [\{\varphi_1\}, \dots, \{\varphi_n\}] \quad (2.8)$$

Substituindo a Eq. (2.7) na Eq. (2.2) e pré-multiplicando o resultado por  $[\Phi]^T$  resulta:

$$\begin{aligned} & [\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [\Phi]^T \left[ [C_b] + \dot{\phi} [C_g] \right] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + \\ & + [\Phi]^T \left[ [K] + \ddot{\phi} [K_{st}] \right] [\Phi] \{q(t)\} = [\Phi]^T \{F_w(t)\} + [\Phi]^T \{F_{AEM}(t)\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

A Eq. (2.9) pode ser escrita de forma simplificada:

$$[\tilde{m}]\{\ddot{q}(t)\} + [\tilde{c}_b] + \dot{\phi} [\tilde{c}_g] \{\dot{q}(t)\} + [\tilde{k}] + \ddot{\phi} [\tilde{k}_{st}] \{q(t)\} = \{\tilde{f}_w(t)\} + \{\tilde{f}_{AEM}(t)\} \quad (2.10)$$

na qual,

$$[\tilde{m}] = [\Phi]^T [M] [\Phi]$$

$$[\tilde{c}_b] = [\Phi]^T [C_b] [\Phi]$$

$$[\tilde{c}_g] = [\Phi]^T [C_g] [\Phi]$$

$$[\tilde{k}] = [\Phi]^T [K] [\Phi]$$

$$[\tilde{k}_{st}] = [\Phi]^T [K_{st}] [\Phi]$$

$$\{\tilde{f}_w(t)\}$$

$$\{\tilde{f}_{AEM}(t)\}$$

O amortecimento modal será agora introduzido no sistema, fazendo-se uma analogia com um sistema de um grau de liberdade do tipo massa, mola e amortecedor. Os termos da matriz diagonal de amortecimento modal são dados por:

$$D_{m_i} = 2\alpha_i \sqrt{\{\varphi_i\}^T [K] \{\varphi_i\} \cdot \{\varphi_i\}^T [M] \{\varphi_i\}} \quad (2.11)$$

no qual, os valores de  $\alpha_i$ , fator de amortecimento modal, são determinados pela experiência do projetista ou identificados experimentalmente.

A matriz de amortecimento modal também deve ser reduzida e introduzida na matriz  $[\tilde{c}_b]$ , sendo sua forma reduzida escrita como:

$$[\tilde{d}_{m_i}] = \text{diag}\{D_{m_i}\} \quad (2.12)$$

Considerando:

$$[\tilde{c}_d] = [\tilde{c}_b] + [\tilde{d}_{m_i}] \quad (2.13)$$

Tem-se, então, que a equação completa do rotor na forma reduzida é dada por:

$$[\tilde{m}]\{\ddot{q}(t)\} + [\tilde{c}_d]\{\dot{q}(t)\} + [\tilde{k}] \{q(t)\} = \{\tilde{f}_w(t)\} + \{\tilde{f}_{AEM}(t)\} \quad (2.14)$$

No entanto, para incorporar o sistema de controle, é necessário escrever a Eq. (2.14) na forma de espaço de estados, sendo este procedimento apresentado a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{\{X(t)\}} &= [\tilde{A}] \{X(t)\} + [\tilde{B}_u] \{u(t)\} + [\tilde{B}_w] \{w(t)\} \\ \{Y(t)\} &= [\tilde{C}] \{X(t)\}\end{aligned}\quad (2.15)$$

sendo:

$\{X(t)\}$  : vetor de estado de ordem  $2n \times 1$ ;

$\{Y(t)\}$  : vetor de saída de ordem  $ns \times 1$ ;

$\{u(t)\}$  : vetor da força de controle de ordem  $nu \times 1$ ;

$\{w(t)\}$  : vetor da força de excitação de ordem  $nw \times 1$ ;

$[\tilde{A}]$  : matriz dinâmica;

$[\tilde{B}_w]$  : matriz de entrada da força de excitação;

$[\tilde{B}_u]$  : matriz de entrada do controlador;

$[\tilde{C}]$  : matriz de saída do sistema;

$n$ : número de modos considerados;

$ns$ : número de saídas;

$nu$ : número de entradas de força de controle;

$nw$ : número de entradas de força de excitação.

Os vetores e matrizes da Eq. (2.15) são dados abaixo (considerando  $n$  modos):

$$\begin{aligned}\{X(t)\}_{2n \times 1} &= \begin{Bmatrix} \{q(t)\}_{n \times 1} \\ \{\dot{q}(t)\}_{n \times 1} \end{Bmatrix} \\ [\tilde{A}]_{2n \times 2n} &= \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} & [I]_{n \times n} \\ -[\tilde{m}^{-1}]_{n \times n} [\tilde{k}]_{n \times n} + \phi [\ddot{k}_{st}]_{n \times n} & -[\tilde{m}^{-1}]_{n \times n} [\tilde{c}_d]_{n \times n} + \phi [\dot{\tilde{c}}_g]_{n \times n} \end{bmatrix} \\ [\tilde{B}_w]_{2n \times nw} &= \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n}^T [P_w]_{n \times nw} \\ [\tilde{m}^{-1}]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n}^T [P_w]_{n \times nw} \end{bmatrix} \\ [\tilde{B}_u]_{2n \times nu} &= \begin{bmatrix} [0]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n}^T [P_u]_{n \times nu} \\ [\tilde{m}^{-1}]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n}^T [P_u]_{n \times nu} \end{bmatrix} \\ [\tilde{C}]_{ns \times 2n} &= \begin{bmatrix} [P_s]_{ns \times n} [\Phi]_{n \times n} [I]_{n \times n} & [P_s]_{ns \times n} [\Phi]_{n \times n} [0]_{n \times n} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$[P_w]$  : matriz de posicionamento da força de excitação

$[P_u]$  : matriz de posicionamento dos atuadores;

$[P_s]$  : matriz de posicionamento dos sensores;

## **CAPÍTULO III**

### **Teoria de Controle**

À medida que os processos tecnológicos aumentam em complexidade e as especificações exigidas tornam-se mais severas, o engenheiro é forçado a ter um completo conhecimento da natureza do comportamento dinâmico do sistema a ser estudado, incluindo o uso e o desenvolvimento de modelos matemáticos que possibilitem tal análise. Com isto, o controle automático tem desempenhado um papel vital no avanço da engenharia e da ciência, tornando-se uma parte importante e integrante dos processos industriais e de manufatura modernos (OGATA, 2003).

Considerando que os avanços na teoria e na prática do controle automático propiciam meios para se atingir desempenho ótimo de sistemas dinâmicos, melhoria de produtividade, alívio no trabalho repetitivo de muitas operações manuais de rotina, os engenheiros e cientistas devem possuir agora um bom conhecimento desse campo.

O desenvolvimento de sistemas de controle automático permite uma melhor utilização dos sistemas mecânicos, sendo que a análise das respostas no domínio da frequência e no domínio do tempo são ferramentas fundamentais para a compreensão destes sistemas e para seu projeto.

#### **3.1. Controlabilidade e Observabilidade**

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são de fundamental importância para o estudo de sistemas de controle e para as técnicas de estimação de estados. Neste sentido, são indispensáveis para o projeto de sistemas de controle no espaço de estados. De fato, as condições de controlabilidade e observabilidade podem orientar a obtenção de uma solução completa para o projeto do sistema de controle (OGATA, 2003).

Embora a maioria dos sistemas físicos seja controlável e observável, os modelos matemáticos correspondentes podem não exibir a propriedade de controlabilidade e observabilidade. É necessário conhecer as condições para as quais um sistema é controlável e observável (OGATA, 2003).

A fim de compreender os conceitos de controlabilidade e observabilidade, seja o sistema representado pela Eq. (3.1).

$$\begin{aligned}\{\dot{x}(t)\} &= [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C]\{x(t)\}\end{aligned}\tag{3.1}$$

sendo que,

$[A]$  é a matriz dinâmica;

$[B]$  é a matriz de entrada;

$[C]$  é a matriz de saída;

$\{x(t)\}$  é o vetor de estados;

$\{u(t)\}$  é o vetor de entradas;

$\{y(t)\}$  é o vetor de saídas;

### 3.1.1. Controlabilidade

Um sistema é dito completamente controlável se, para qualquer que seja o instante inicial  $t_0$ , seja possível transferir todo estado inicial  $\{x(t_0)\}$  para qualquer estado final  $\{x(t)\}$  num tempo finito  $t_F > t_0$  por intermédio de um vetor de excitação  $\{u(t)\}$  não sujeito a restrições (MEIROVITCH, 1990).

A forma padrão para analisar a controlabilidade de um sistema é dada pela análise do posto (*rank*) da matriz dada pela Eq. (3.2), formada a partir das matrizes  $[A]$  e  $[B]$  dadas acima.

$$[M_c] = \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & \dots & [A]^{2n-1}[B] \end{bmatrix}\tag{3.2}$$

Para o sistema ser controlável é necessário que:

$$\text{rank}([M_c]) = 2n\tag{3.3}$$



Neste caso, o par de matrizes  $([A],[B])$  é dito controlável.

### 3.1.2. Observabilidade

Um sistema é dito completamente observável se todo estado inicial  $\{x(t_0)\}$  pode ser determinado exatamente a partir de medidas da resposta  $\{y(t)\}$  durante um intervalo de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_f$  (MEIROVITCH, 1990). Esta definição indica que todas as variáveis de  $\{x(t)\}$  influenciam a resposta  $\{y(t)\}$ .

Para analisar a observabilidade de um sistema, é necessário calcular sua matriz de observabilidade, a qual é dada por:

$$[M_o] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{2n-1} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Para o sistema ser observável é necessário que:

$$\text{rank}([M_o]) = 2n \quad (3.5)$$

Neste caso, o par de matrizes  $([A],[C])$  é dito observável.

A partir dos conceitos de controlabilidade e observabilidade, um dado sistema dinâmico pode ser classificado como um dos quatro sistemas apresentados pela Fig. (3.1).

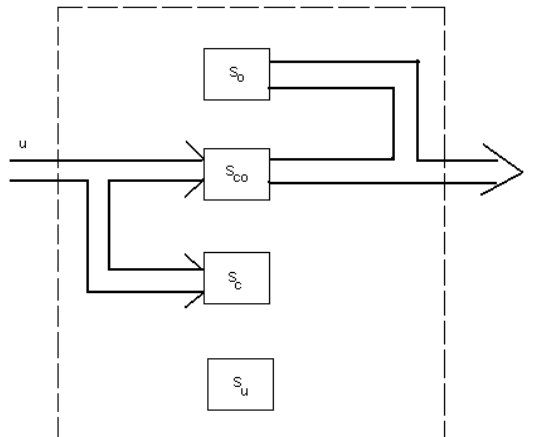


Figura 3.1. Quatro divisões possíveis de um sistema.

onde:

$S_{co}$  = subsistema completamente controlável e completamente observável;

$S_o$  = subsistema completamente observável e não controlável;

$S_c$  = subsistema completamente controlável e não observável;

$S_u$  = subsistema não controlável e não observável.

### 3.2. Sistema de Controle

Os sistemas de controle podem ser classificados em dois tipos fundamentais, a saber, os de malha aberta e os de malha fechada. OGATA (2003) faz bem a distinção entre estes dois tipos de malha de controle:

*Sistemas de controle em malha aberta:* o sinal de saída não exerce nenhuma ação de controle sobre o sistema. Isso quer dizer que em um sistema de controle de malha aberta o sinal de saída não é medido nem realimentado para comparação com a entrada. Este tipo de sistema de controle usa um atuador para obter a resposta desejada, como mostrado na Fig. (3.2).

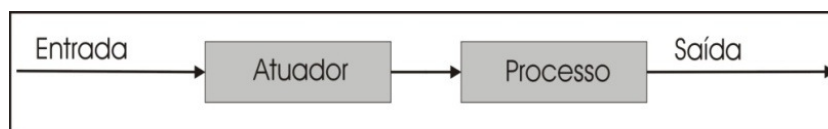


Figura 3.2. Sistema de controle de malha aberta.

*Sistemas de controle em malha fechada:* também conhecidos como sistemas de controle com realimentação (*feedback*). O sinal de erro, dado pela diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação, realimenta o controlador, de modo que minimize este erro e faça com que a saída do sistema corresponda ao valor desejado. Este tipo sistema de controle é ilustrado na Fig. 3.3.

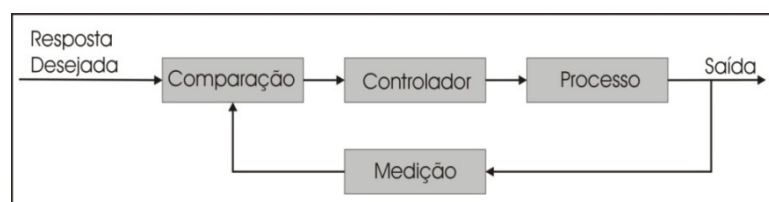


Figura 3.3. Sistema de controle de malha fechada com retroação.

### 3.3. Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)

#### 3.3.1. Histórico

A técnica de controle com LMI foi utilizada pela primeira vez por volta de 1890, quando Aleksandr Mikhailovich Lyapunov apresentou sua tese de doutorado, surgindo daí a Teoria de Lyapunov (BOYD et al., 1994). Ele mostrou que o sistema representado por:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} \quad (3.6)$$

é estável (todas as trajetórias convergem para zero) se e somente se existir uma matriz definida positiva  $[P]$  tal que:

$$[A]^T[P] + [P][A] < 0 \quad (3.7)$$

A inequação dada pela Eq. (3.7) é conhecida como desigualdade de Lyapunov.

As LMIs têm sido, na atualidade, objeto de estudo em vários centros de pesquisa internacionais, nas mais diversas áreas, envolvendo: controle de sistemas contínuos e discretos no tempo (CHAOUI; NICULESCU, 2000), controle ótimo e controle robusto (VANANTWERP; BRAARZ, 2000), (SILVA; LOPES JR; ASSUNÇÃO, 2004), (BUENO, 2007), redução de modelos (ASSUNÇÃO, 2000), controle de sistemas não-lineares, teoria de filtros robustos (PALHARES, 1998), identificação de sistemas, controle com estrutura variável (TEIXEIRA; PIETROBOM; ASSUNÇÃO, 2000), controle usando lógica *fuzzy* (TEIXEIRA; PIETROBOM; ASSUNÇÃO, 2000), detecção, localização e quantificação de falhas (ABDALLA; ZIMMERMAN; GRIGORIADS, 1999), (ABDALLA; ZIMMERMAN; GRIGORIADS, 2000), (WANG; WANG; LAM, 2007).

#### 3.3.2. Definições e Conceitos Básicos

A teoria sobre LMIs encontra-se bem apresentada em Boyd et al. (1994), sendo revisitada brevemente a seguir. Uma LMI é definida como:

$$F(x) \equiv F_0 + \sum_{i=0}^m x_i F_i > 0 \quad (3.8)$$

na qual,  $x \in R^m$  é a variável e as matrizes simétricas  $F_i = F_i^T \in R^{n \times n}$ ,  $i = 0, \dots, m$  são dadas. O conjunto  $\{x \mid F(x) > 0\}$  é convexo e positivo definido. A LMI da Eq. (3.8) é equivalente a um

conjunto de  $n$  inequações polinomiais em  $x$ . Embora a LMI da Eq. (3.8) pareça ter uma forma especializada, ela pode representar uma ampla variedade de restrições convexas em  $x$ .

Um importante resultado sobre LMI é o complemento de Schur, o qual converte uma classe de desigualdades matriciais não-lineares na forma de desigualdades matriciais lineares. Assim, seja a desigualdade matricial não-linear:

$$\begin{aligned} [Q(x)] - [S(x)][R(x)]^{-1}[S(x)]^T &> 0 \\ [R(x)] &> 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

sendo  $[Q(x)] = [Q(x)]^T$ ,  $[R(x)] = [R(x)]^T$  e  $[S(x)]$  dependentes afins de  $x$ . O sistema dado pela Eq. (3.9) é equivalente a:

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (3.10)$$

Uma demonstração do complemento de Schur pode ser encontrada em VANANTWERP e BRAATZ (2000).

### *Problemas Padrões de LMI*

A seguir serão apresentados os problemas convexos e quasi-convexos mais comuns.

### *Problemas LMI (LMIP)*

Dada uma LMI representada pela desigualdade  $F(x) > 0$ , o problema LMI correspondente consiste em encontrar  $x$ , tal que  $F(x) > 0$  seja satisfeita. Neste caso, a LMI é chamada de factível; caso a desigualdade não seja satisfeita, ela passa a ser chamada de infactível.

### *Problema de Autovalor (EVP)*

O problema de autovalor (EVP) consiste em minimizar o máximo autovalor de uma matriz sujeita a uma restrição LMI (ou determinar se a restrição é infactível) (Boyd et al, 1994). A forma geral de um EVP é:

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda \\ \text{sujeito a} \quad & \lambda[I] - [A(x)] > 0, [B(x)] > 0 \end{aligned}$$

no qual,  $[A(x)]$  e  $[B(x)]$  são matrizes simétricas que dependem da  $x$ . Este é um problema de otimização convexa.

#### *Problema de Autovalor Generalizado (GEVP)*

O problema de autovalor generalizado (GEVP) consiste em minimizar o máximo autovalor generalizado de um par de matrizes que dependem de uma variável sujeita a uma restrição LMI. A forma geral de um GEVP é:

$$\begin{array}{ll} \min & \lambda \\ \text{sujeito a} & \lambda[B(x)] - [A(x)] > 0, [B(x)] > 0, [C(x)] > 0 \end{array}$$

no qual,  $[A(x)]$ ,  $[B(x)]$  e  $[C(x)]$  são matrizes simétricas que dependem da variável  $x$ .

A expressão dada acima pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \min & \lambda_{\max}([A(x)], [B(x)]) \\ \text{sujeito a} & [B(x)] > 0, [C(x)] > 0 \end{array}$$

no qual,  $\lambda_{\max}([A(x)], [B(x)])$  denota o maior autovalor generalizado de  $\lambda[B(x)] - [A(x)]$ , com  $[B(x)] > 0$ . O GEVP é um problema de otimização quasi-convexa, desde que a restrição seja convexa e o objetivo,  $\lambda_{\max}([A(x)], [B(x)])$ , seja quasi-convexo.

Quando as matrizes  $[A(x)]$ ,  $[B(x)]$  e  $[C(x)]$  são todas diagonais, este problema se reduz a um problema de programação linear fracional geral. Muitas funções quasi-convexas não-lineares podem ser representadas na forma de um GEVP (BUENO, 2007).

#### *Inclusões Diferenciais Lineares (LDI)*

Uma LDI é dada por (Boyd et al, 1994):

$$\{\dot{x}\} \in \Omega\{x\}, \{x(0)\} = \{x_0\} \quad (3.11)$$

no qual  $\Omega$  é um subconjunto do  $R^{n \times n}$ . A LDI dada pela Eq. (3.11) pode ser interpretada como um conjunto de sistemas lineares variantes no tempo. Toda trajetória da LDI satisfaz:

$$\{\dot{x}\} = [A(t)]\{x\}, \{x(0)\} = \{x_0\} \quad (3.12)$$

no qual,  $A: R_+ \rightarrow \Omega$ , para qualquer  $A: R_+ \rightarrow \Omega$ .

A solução da Eq. (3.12) é uma trajetória da LDI dada pela Eq. (3.11). Na teoria de controle, a LDI, dada pela Eq. (3.11), poderia ser descrita como um “sistema linear variante no tempo incerto”, com o subconjunto  $\Omega$  descrevendo a incerteza a matriz  $[A(t)]$ .

Pode-se encontrar uma generalização de LDI para sistemas lineares com entradas e saídas. Considere o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\{\dot{x}\} &= [A(t)]\{x\} + [B_u(t)]\{u\} + [B_w(t)]\{w\}, \{x(0)\} = \{x_0\} \\ \{z\} &= [C_z(t)]\{x\} + [B_{zu}(t)]\{u\} + [B_{zw}(t)]\{w\}\end{aligned}\quad (3.13)$$

no qual,  $\{x\}: R_+ \rightarrow R^n$ ,  $\{u\}: R_+ \rightarrow R^{n_u}$ ,  $\{w\}: R_+ \rightarrow R^{n_w}$ ,  $\{z\}: R_+ \rightarrow R^{n_z}$ .  $\{x\}$  é o vetor de estado,  $\{u\}$  é a entrada,  $\{w\}$  é a perturbação e  $\{z\}$  é a saída.

As matrizes que compõem o sistema representado pelas Eqs. (3.13) pertencem ao conjunto  $\Omega$ .

$$\begin{bmatrix} A(t) & B_u(t) & B_w(t) \\ C_z(t) & B_{zu}(t) & B_{zw}(t) \end{bmatrix} \in \Omega \quad (3.14)$$

para todo  $t \geq 0$  e  $\Omega \subseteq R^{(n+n_z) \times (n+n_u+n_w)}$ . Em algumas aplicações um ou mais inteiros  $n_u$ ,  $n_w$  e  $n_z$  podem ser iguais a zero, o que significa que a variável correspondente não é usada.

### 3.3.3. Estabilidade Quadrática

Um sistema dinâmico descrito por uma LDI:

$$\{\dot{x}\} = [A(t)]\{x\}, \quad A(t) \in \Omega \quad (3.15)$$

é assintoticamente estável se e somente se todas as trajetórias tenderem a zero para  $t \rightarrow \infty$ . Uma condição suficiente para isto é a existência de uma função quadrática:

$$[V(x)] = \{x\}^T [P] \{x\} \quad (3.16)$$

na qual,  $[P] > 0$ , ou seja,  $[P]$  é uma matriz positiva definida. O sistema é assintoticamente estável se  $[P] > 0$ .

Desta forma, uma condição necessária e suficiente para a LDI dada pela Eq. (3.15) ser estável é:

$$\begin{aligned} [A]^T [P] + [P][A] &< 0 \\ [P] &> 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Definindo agora uma nova variável  $[Q] = [P]^{-1}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} [Q][A]^T + [A][Q] &< 0 \\ [Q] &> 0 \end{aligned} \quad \text{para todo } A \in \Omega \quad (3.18)$$

A Eq. (3.18) representa o dual da Eq. (3.17), sendo uma forma equivalente para a estabilidade quadrática.

#### 3.3.4. Taxa de decaimento

A taxa de decaimento, também conhecida como maior expoente de Lyapunov, referente à LDI dada pela Eq. (3.15), é definida como o maior  $\alpha$ ,  $\alpha > 0$ , tal que (Boyd et al., 1994):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\alpha t} \|x(t)\| = 0 \quad (3.19)$$

para toda trajetória  $x(t)$ .

Para sistemas lineares invariantes no tempo (SLIT), tem-se:

$$[A]^T [P] + [P][A] + 2\alpha [P] \leq 0 \quad (3.20)$$

A solução da Eq. (3.20) consiste em resolver o seguinte GEPV em  $[P]$  e  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ \text{sujeito à} \quad & [A]^T [P] + [P][A] + 2\alpha [P] \leq 0 \\ & [P] > 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

O valor ótimo da GEPV dado pela Eq. (3.21) é a taxa de decaimento do SLIT.

A taxa de decaimento é um parâmetro utilizado na teoria de controle, sendo uma das restrições que aparecem no projeto. Por exemplo, Silva; Lopes Jr; Assunção (2004) utilizaram a taxa de decaimento como uma das restrições de projeto em seus trabalhos, nos quais eles apresentaram uma metodologia para controle ativo de vibrações com requisitos robustos. Outra aplicação que mostra a influência da taxa de decaimento encontra-se no projeto de observadores de estado, onde o aumento da taxa de decaimento representa um aumento na velocidade de estimação dos estados.

### 3.3.5. Projeto do controlador utilizando LMIs

Assunção e Teixeira (2001) apresentaram como obter o ganho do controlador através de LMIs, sendo que tal procedimento é apresentado a seguir.

Considere novamente a representação de um sistema dinâmico na forma de espaço de estados (Eq. 3.1):

$$\begin{aligned}\{\dot{x}(t)\} &= [A] \{x(t)\} + [B_w] \{w(t)\} + [B_u] \{u(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C] \{x(t)\}\end{aligned}\tag{3.22}$$

Considere o esforço de controle como:

$$\{u(t)\} = -[G] \{x(t)\}\tag{3.23}$$

sendo necessário calcular  $[G]$  para o controle. Substituindo a Eq. (3.23) na equação do sistema controlado dada por:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A] \{x(t)\} + [B_w] \{w(t)\} - [B_u] [G] \{x(t)\}\tag{3.24}$$

obtem-se:

$$\{\dot{x}(t)\} = [[A] - [B_u] [G]] \{x(t)\} + [B_w] \{w(t)\}\tag{3.25}$$

De acordo com o conceito de estabilidade de Lyapunov, o estudo do sistema realimentado é conduzido pela consideração da seguinte desigualdade matricial:

$$\begin{aligned}[[A] - [B_u] [G]]^T [P] + [P] [[A] - [B_u] [G]] &< 0 \\ [P] &> 0\end{aligned}\tag{3.26}$$



na qual  $[P] = [P]^T$ . Assim,  $[G]$  precisa ser calculada pela Eq. (3.26). Note que a última equação não é uma LMI por causa do termo  $[P][B_u][G]$ . Consequentemente, a Eq. (3.26) precisa ser reescrita como:

$$[P][A] - [P][B_u][G] + [A]^T[P] - [G]^T[B_u]^T[P] < 0 \quad (3.27)$$

Multiplicando ambos os lados da Eq. (3.27) por  $[P]^{-1}$ ,  $[P] > 0$ , obtém-se:

$$[P]^{-1} \left[ [P][A] - [P][B_u][G] + [A]^T[P] - [G]^T[B_u]^T[P] \right] [P]^{-1} < 0 \quad (3.28)$$

Assim,

$$[A][P]^{-1} - [B_u][G][P]^{-1} + [P]^{-1}[A]^T - [P]^{-1}[G]^T[B_u]^T < 0 \quad (3.29)$$

Considerando que  $[X] = [P]^{-1}$  e  $[Z] = [G][P]^{-1} = [G][X]$  pode-se escrever a seguinte equação:

$$[A][X] - [B_u][Z] + [X][A]^T - [Z]^T[B_u]^T + 2\alpha[X] < 0 \quad (3.30)$$

$$[X] > 0$$

desde que  $[X] = [X]^T$ . Observa-se que  $[X]^{-1}$  existe porque  $[X] > 0$ , isto é, todos os autovalores de  $[P]$  são diferentes de zero ou maiores que zero. O ganho do controlador é dado por:

$$[G] = [Z][X]^{-1} \quad (3.31)$$

### 3.4. Norma $H_\infty$

Normas de sistemas são escalares relacionados a grandezas associadas aos sistemas dinâmicos que podem ser utilizadas para diversas aplicações. Em geral, para aplicações de engenharia, é necessário escolher estrategicamente quais propriedades ou parâmetros estruturais são os mais interessantes para se calcular uma norma (BUENO,

2007). Por exemplo, para estruturas flexíveis, a norma  $H_\infty$  corresponde ao maior pico da função de resposta em frequência (FRF). Diante disto, a norma  $H_\infty$  pode ser utilizada como um parâmetro a ser avaliado no projeto de controladores. Uma breve apresentação sobre esta norma é feita seguir.

A norma  $H_\infty$  é definida como:

$$\|H\|_\infty = \max_{\omega} \sigma_{\max}(H(\omega)) \quad (3.32)$$

sendo  $\sigma_{\max}(H(\omega))$  o maior valor singular de  $H(\omega)$ . A norma do sistema SISO é a magnitude do maior pico da função de transferência  $H(\omega)$  em termos de valores singulares.

A norma  $H_\infty$  do  $i$ -ésimo modo natural  $(A_i, B_i, C_i)$  ou  $(\omega_i, \xi_i, b_i, c_i)$  pode ser estimada através da seguinte equação (GAWRONSKI, 1998):

$$\|H_i\|_\infty \cong \frac{\|B_i\|_2 \|C_i\|_2}{2\omega_i \xi_i} \cong \frac{\|b_i\|_2 \|c_i\|_2}{2\omega_i \xi_i} \quad (3.33)$$

A norma  $H_\infty$  do sistema todo corresponde à maior norma de todos os modos:

$$\|H\|_\infty \cong \max_i \|H_i\|_\infty, \quad i = 1, 2, \dots, n' \quad (3.34)$$

onde  $n$  é o número de modos.

Outra maneira de se calcular a norma  $H_\infty$  é usando LMI, conforme proposto por Boyd et al. (1994). A norma  $H_\infty$  pode ser resolvida a partir do seguinte problema de otimização convexa:

$$\begin{aligned} & \|H\|_\infty = \min \mu \\ \text{sujeito a } & \begin{bmatrix} [A]^T [P] + [P][A] + [C]^T [C] & [P][B] \\ [B]^T [P] & -\mu \end{bmatrix} < 0 \\ & [P] > 0, \quad \mu > 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

no qual  $\mu$  é um escalar. Em Assunção e Teixeira (2001) há uma sub-rotina para computar esta norma com o auxílio do LMI *toolbox* do Matlab®.

A norma  $H_\infty$  do  $i$ -ésimo modo de uma estrutura com um conjunto  $s$  de atuadores é a soma RMS das normas dos modos para cada atuador separadamente, ou seja:

$$\|G_i\|_\infty = \sqrt{\sum_{j=0}^s \|G_{ij}\|_\infty^2}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.36)$$

Da mesma forma, a norma  $H_\infty$  do  $i$ -ésimo modo de uma estrutura com um conjunto  $r$  de sensores é a soma RMS das normas dos modos para cada sensor separadamente, ou seja:

$$\|G_i\|_\infty = \sqrt{\sum_{j=0}^r \|G_{ij}\|_\infty^2}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.37)$$

### 3.5. Regulador Linear Quadrático

A teoria de controle ótimo, em especial a do regulador linear quadrático, consiste em adotar um índice de desempenho a partir do qual é possível otimizar grandezas físicas. Segundo Ogata (2003), o problema do regulador linear quadrático permite determinar a matriz  $[G]$  do vetor de controle ótimo dado pela Eq. (3.38):

$$\{u(t)\} = -[G]\{x(t)\} \quad (3.38)$$

a fim de minimizar o índice de desempenho dado pela Eq. (3.39):

$$J = \int_0^\infty \left\{ \{x(t)\}^T [Q_{lqr}] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R_{lqr}] \{u(t)\} \right\} dt \quad (3.39)$$

no qual  $[Q_{lqr}]$  é uma matriz hermitiana definida positiva (ou semi-definida positiva) ou real simétrica e  $[R_{lqr}]$  é uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica. Ogata (2003) destaca que o segundo termo do lado direito da Eq. (3.39) representa o consumo de energia dos sinais de controle.

Substituindo a Eq. (3.38) na Eq. (3.39) e fazendo as devidas simplificações, obtém-se:

$$J = \int_0^\infty \left\{ \{x(t)\}^T \left( [Q_{lqr}] + [G]^T [R_{lqr}] [G] \right) \{x(t)\} \right\} dt \quad (3.40)$$

Para minimizar o índice de desempenho  $J$  é necessário fazer:

$$\{x(t)\}^T \left( [Q_{lqr}] + [G]^T [R_{lqr}] [G] \right) \{x(t)\} = - \frac{d \left( \{x(t)\}^T [P_{lqr}] \{x(t)\} \right)}{dx} \quad (3.41)$$

no qual a matriz  $[P_{lqr}]$  é uma matriz hermitiana definida positiva ou simétrica real.

Ogata (2003) mostra que a matriz de ganho  $[G]$  é dada pela Eq. (3.42).

$$[G] = [T_{lqr}]^{-1} \left( [T_{lqr}]^T \right)^{-1} [B]^T [P_{lqr}] \quad (3.42)$$

na qual a matriz  $[T_{lqr}]$  é uma matriz singular dada por:

$$[R_{lqr}] = [T_{lqr}]^T [T_{lqr}] \quad (3.43)$$

A matriz  $[P_{lqr}]$  é obtida resolvendo a equação matricial de Riccati, dada pela Eq. (3.44).

$$[A]^T [P_{lqr}] + [P_{lqr}] [A] - [P_{lqr}] [B] [R_{lqr}]^{-1} [B]^T [P_{lqr}] + [Q_{lqr}] = 0 \quad (3.44)$$

Substituindo a matriz  $[P_{lqr}]$  obtida com a Eq. (3.44) na Eq. (3.42), determina-se a matriz de ganho  $[G]$ .

### 3.5.1. Regulador Linear Quadrático via LMIs

Diversos autores têm avaliado várias aplicações do LQR. No entanto, poucos discutem a versão LMI deste tipo de controlador (JOHNSON; ERKUS, 2002), (BUENO, 2007). Talvez seja esta uma das razões a impulsionar o estudo deste tipo de controlador, já considerado como sendo clássico pelos pesquisadores. A seguir é apresentada a formulação do LQR em sua versão LMI.

Para um sistema LTI (do inglês *Linear Time-Invariant*), o problema LQR é assim apresentado: dada uma condição inicial  $\{x_0\}$ , encontrar a entrada de controle  $\{u(t)\}$  que minimize a energia de saída  $\int_0^\infty \{z(t)\}^T \{z(t)\} dt$ . Assume-se que  $([A], [B], [C])$  seja controlável e observável e que  $[D_{zu}]^T [D_{zu}]$  é inversível e  $[D_{zu}]^T [C_z] = 0$ .

$$\begin{aligned}\{\dot{x}(t)\} &= [A] \{x(t)\} + [B_u] \{u(t)\} \\ \{z(t)\} &= [C_z] \{x(t)\} + [D_{zu}] \{u(t)\}\end{aligned}\quad (3.45)$$

Note-se que  $[C_z]$  e  $[D_{zu}]$  são as matrizes de saída e de transmissão direta considerando a entrada de controle  $\{u(t)\}$  e a saída de desempenho  $\{z(t)\}$ . O procedimento é similar se considerada a saída  $\{y(t)\}$ .

Em Boyd et al. (1994) verifica-se que, para sistemas LTI, o limitante superior é igual à energia de saída. Neste caso, a energia de saída mínima é dada por:

$$\begin{aligned}\min \quad & \{x(0)\}^T [Q_{lqr}]^{-1} \{x(0)\} \\ & [Q_{lqr}] > 0 \\ \text{sujeito à} \quad & \begin{bmatrix} [A][Q_{lqr}] + [Q_{lqr}]^T [A]^T - [B_u][Y] + [Y]^T [B_u]^T & ([C_z][Q_{lqr}] + [D_{zu}][Y])^T \\ [C_z][Q_{lqr}] + [D_{zu}][Y] & -I \end{bmatrix} \leq 0\end{aligned}\quad (3.46)$$

Bueno (2007) apresenta os passos para se resolver o problema dado pela Eq. (3.46), sendo tais passos apresentados a seguir.

A equação de Ricatti pode ser interpretada como o campo de soluções analíticas para o EVP (problema de autovalor). A solução analítica do EVP pode ser mostrada usando o argumento que a LMI dada pela Eq. (3.46) é mantida para algum  $[Q_{lqr}] > 0$  e  $[Y]$  se e somente se  $[Y] = ([D_{zu}]^T [D_{zu}])^{-1} [B]^T$  e, neste caso,  $[Q_{lqr}] > 0$  deve ser satisfeito.

$$[A][Q_{lqr}] + [Q_{lqr}]^T [A]^T + [Q_{lqr}]^T [C_z]^T [C_z][Q_{lqr}] - [B_u]([D_{zu}]^T [D_{zu}])^{-1} [B_u]^T \leq 0 \quad (3.47)$$

Considerando  $[Q_{are}] = [P]^{-1}$  (o subíndice “are” é utilizado para representar a matriz  $[Q]$  da Equação Algébrica de Riccati, do inglês *Algebraic Riccati Equation*), logo, pode ser demonstrado através de manipulação algébrica que, se a desigualdade  $[Q_{lqr}] > 0$  for satisfeita na LMI dada pela Eq. (3.47), então  $[Q_{lqr}] \leq [Q_{are}]$ . Entretanto, para a condição inicial  $\{x(0)\}$ , tem-se  $\{x(0)\}^T [Q_{are}]^{-1} \{x(0)\} \leq \{x(0)\}^T [Q_{lqr}]^{-1} \{x(0)\}$ . Daí, o valor ótimo de EVP é dado apenas por  $\{x(0)\}^T [Q_{are}]^{-1} \{x(0)\}$  e o ganho ótimo de realimentação é:

$$[G] = [Y][Q_{lqr}]^{-1} = -([D_{zu}]^T [D_{zu}])^{-1} [B]^T [P] \quad (3.48)$$

A versão LMI do regulador linear quadrático é também apresentada por Erkus e Lee (2004). Os autores propõem ainda um algoritmo, implementado em Matlab®, que calcula o ganho de realimentação. Segundo estes autores, o problema LMI-LQR é descrito por:

$$\begin{aligned}
 \min_{X, P_{lmi}, X_{lmi}} \quad & tr([Q_{lqr}] P_{lmi}) + tr([X_{lmi}]) + tr([Y_{lmi}] N) + tr([N]^T Y_{lmi}^T) \\
 & [A][P] - [B][Y_{lmi}] + [P][A]^T - [Y_{lmi}]^T [B]^T + [B_w][B_w]^T < 0 \\
 \text{subject to} \quad & \begin{bmatrix} [X_{lmi}] & [R_{lqr}]^{1/2} [Y_{lmi}] \\ [Y_{lmi}]^T [R_{lqr}]^{1/2} & [P_{lmi}] \end{bmatrix} > 0
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

no qual  $[N]$  é o vetor de posições dos ruídos,  $[X_{lmi}]$  e  $[Y_{lmi}]$  são as soluções da LMI e  $tr(\cdot)$  é o traço da matriz.

### 3.6. Lógica Nebulosa (*fuzzy*)

A Lógica, ciência fundada por Aristóteles, opera com proposições do tipo verdadeiro ou falso. Se for verdadeiro, opera com um valor verdadeiro igual a um, se não, trabalha com um valor verdadeiro igual a zero. Esta ciência visa o estudo das leis do raciocínio e, assim, tem-se mostrado indispensável como ferramenta para auxiliar a automatização de raciocínio. No entanto, o aumento da complexidade dos problemas torna difícil ou impossível representá-los usando sentenças que admitem apenas os valores verdadeiro ou falso. Diante disto, a Lógica Nebulosa (*fuzzy*), introduzida por Zadeh em 1965, propõe que, no lugar desses únicos valores, sejam usadas quantidades intermediárias na faixa de zero até um, representando uma variação entre o completamente falso e a verdade absoluta (ARTERO, 2009). Assim, a lógica *fuzzy* tem por finalidade o estudo dos princípios formais do raciocínio aproximado (OLIVEIRA JUNIOR et al, 2007).

A lógica *fuzzy* tem encontrado aplicações nas diversas áreas do conhecimento, sendo frequentemente aplicada nos sistemas de controle. Um sistema de controle consiste na realimentação da planta do sistema de maneira a obter uma resposta desejada. Um sistema de controle *fuzzy* faz o mesmo, no entanto requer um processo de “fuzzificação”, a fim de converter os valores absolutos do processo para um conjunto de valores nebulosos, sendo usado um gerador de entradas para um mecanismo de inferência. Ao final, um processo de defuzzificação é necessário para transformar um valor *fuzzy* em um valor real, que é a resposta desejada nos sistemas reais.

Dentro do contexto de sistemas de controle, um ponto de destaque da Lógica *fuzzy* tem sido a sua utilização no controle de sistemas não-lineares. Gaino (2009), em sua tese

de doutorado, realizou o controle não-linear da posição de uma perna mecânica utilizada por paraplégicos, utilizando modelos *fuzzy*. Neste trabalho, Gaino utilizou modelos *fuzzy* Takagi-Sugeno. É de se destacar que a Lógica *fuzzy* também pode ser utilizada no projeto de observadores de estado. SHAOCHENG; CHANGUING; YONGMING (2009) utilizaram lógica *fuzzy* tanto para o projeto do controlador como do observador de estado para efetuar o controle de um sistema MIMO não-linear.

Em rotores flexíveis, o uso da lógica *fuzzy* no projeto do sistema de controle também tem sido explorado. Malhis (2002) utilizou atuadores piezoelétricos para o controle ativo de vibração tanto de uma viga flexível como de um rotor. Em ambos os casos a Lógica *fuzzy* foi utilizada no projeto dos controladores (controladores *fuzzy* do tipo Mamdani).

Em termos de mancais magnéticos ativos, a literatura tem apresentado diversas aplicações de Lógica *fuzzy* em MMAs. Chen et al. (2009) projetaram um controlador *fuzzy* do tipo PID para o controle de vibração devido ao desbalanceamento. Neste trabalho foi utilizado um modelo de observação para avaliar o deslocamento do eixo e as forças de desbalanceamento. No entanto, as incertezas do modelo do rotor assim como as não-linearidades presentes no MMA podem afetar o desempenho dos observadores em certas velocidades de operação e, assim, um ganho *fuzzy* é utilizado para o ajuste dos sinais. Hong E Langari (2000) projetaram um sistema de controle *fuzzy* com performance  $H_\infty$  garantida e restrições de projeto, utilizando para isto desigualdades matriciais lineares (LMIs).

Em termos de atuadores eletromagnéticos, Der Hagopian e Mahfoud (2010) projetaram um atuador eletromagnético para o controle de estruturas leves. A estratégia de controle adotada foi um controlador *fuzzy* com deslocamentos e velocidades como entradas, sendo utilizado o controlador *fuzzy* do tipo Takagi Sugeno. Neste trabalho, as regras do controlador *fuzzy* foram projetadas de modo que a ação do controlador só ocorreria no caso do deslocamento e velocidade serem positivos ou de ambos serem negativos. Já no caso em que o deslocamento é positivo e velocidade é negativa (assim como, o inverso) não ocorreria nenhuma ação. Para a defuzzificação foi utilizado o método do centróide (método do Centro de Gravidade).

### 3.6.1. Estrutura do Controlador *fuzzy*

A estrutura do controlador *fuzzy* é composta de quatro blocos funcionais:

- fuzzificação;
- base de conhecimento;
- mecanismo de inferência;
- defuzzificação.

Segundo Shaw (1999), esta estrutura do controlador representa a transformação que usa números reais (mundo real) para números *fuzzy* (domínio *fuzzy*). Nesta transformação (fuzzificação), um conjunto de inferências *fuzzy* é utilizado para as tomadas de decisões e, no final, uma transformação inversa do domínio *fuzzy* para o domínio real (defuzzificação) é utilizada para que ocorra o acoplamento entre a saída do controlador *fuzzy* e as variáveis de atuação.

A Fig. (3.4) ilustra estes blocos funcionais.

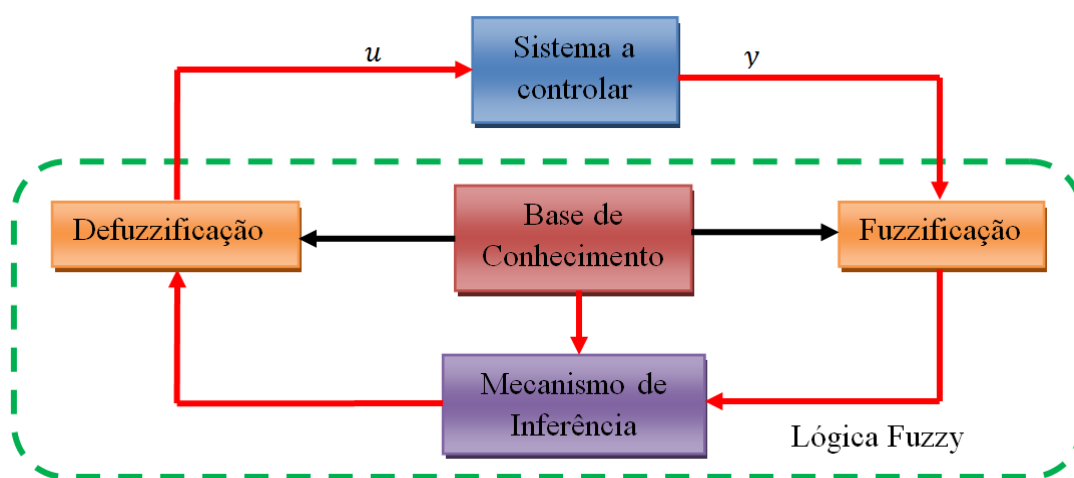


Figura 3.4 - Estrutura do controlador Fuzzy.

#### *Fuzzificação*

Para que um conjunto de valores absolutos (reais) possa ser processado em um sistema usando a lógica *fuzzy*, é necessário que eles sejam convertidos em valores nebulosos. Este procedimento é conhecido como fuzzificação. Desta forma, dado um valor real  $x$ , este é condicionado a partir de uma função de pertinência a um valor *fuzzy*  $\mu_A(x)$  correspondente, no qual:

$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1 \quad (3.50)$$

As funções de pertinência podem ser do tipo: triangular, trapezoidal, gaussiana, senoidal, sigmoide. Maiores detalhes destas funções podem ser vistas em Oliveira Junior et al. (2007).

#### *Base de conhecimento*

Segundo Oliveira Junior et al. (2007), a base de conhecimento representa o modelo do sistema a ser controlado. Consiste de uma base de dados (funções de pertinência linguísticas) e uma base de regras *fuzzy* linguísticas. A base de dados fornece as definições



numéricas necessárias às funções de pertinência usadas no conjunto de regras *fuzzy*. A base de regras caracteriza os objetivos do controle e a estratégia de controle utilizada por especialistas da área, por meio de um conjunto de regras de controle, em geral linguísticas.

Artero (2009) diz que estas regras devem ser construídas com a ajuda de especialistas da área do problema a ser resolvido, e representam o conhecimento necessário à tomada de decisões.

Em geral tem-se que estas regras são do tipo SE – ENTÃO. Assim a regra é da forma:

SE (premissa) ENTÃO (conclusão)

#### *Mecanismo de inferência*

Nesta etapa, implicações *fuzzy* são utilizadas para simular tomadas de decisões humanas. Malhis (2002) ilustra um exemplo de mecanismo de inferência utilizando o modelo de Mamdani, o qual é apresentado a seguir.

A partir da base de regras fornecidas pelo especialista e de seus conjuntos *fuzzy*  $X$  de  $x$  e  $Y$  de  $y$  no domínio  $X \times Y$  resultantes da fuzzificação dos valores reais, o mecanismo de inferência calcula o seu valor correspondente no subconjunto *fuzzy*  $Z$ , relativo ao comando de cada regra. Assim, sejam as duas regras abaixo que são ilustradas na Fig. (3.5):

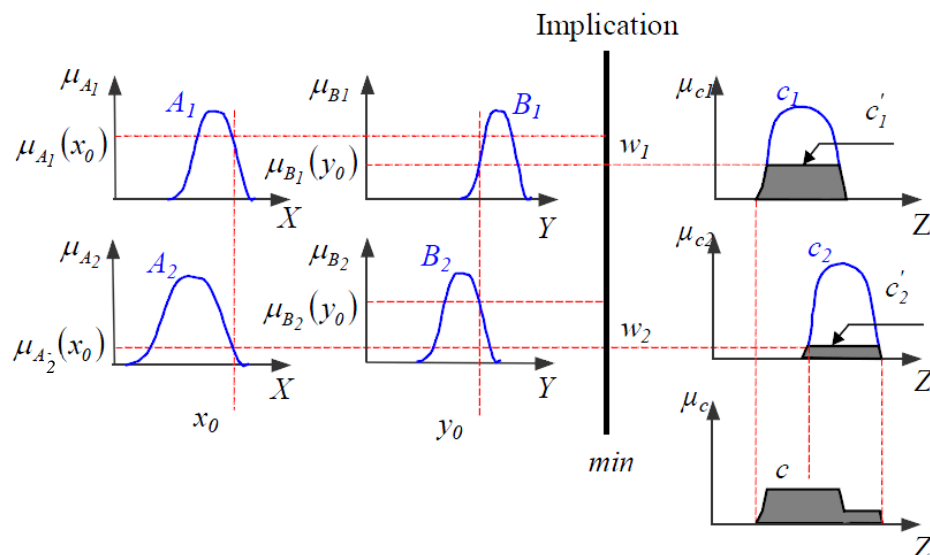


Figura 3.5 - Exemplo de mecanismo de inferência.

Regra 1: SE  $x$  é  $A_1$  e  $y$  é  $B_1$  ENTÃO  $z$  é  $C_1$

Regra 2: SE  $x$  é  $A_2$  e  $y$  é  $B_2$  ENTÃO  $z$  é  $C_2$

No caso do modelo Takagi-Sugeno, tem-se que a regra é do tipo:

SE  $x$  é  $A$  e  $y$  é  $B$  ENTÃO  $z=f(x,y)$

Assim, no modelo Takagi-Sugeno a implicação consiste numa combinação linear dos valores *fuzzy*  $x$  e  $y$ .

### Defuzzificação

Na defuzzificação, o valor da variável linguística de saída inferida pelas regras *fuzzy* será traduzido num valor numérico. Assim, o objetivo é obter-se um único valor numérico que melhor represente os valores *fuzzy* da variável linguística de saída. Para selecionar o método apropriado de defuzzificação, pode-se utilizar um enfoque baseado no centroide ou nos valores máximos da função de pertinência resultante. Os seguintes métodos são muito utilizados: Centro da Área, Centro do Máximo e Média do Máximo. Maiores detalhes destes métodos podem ser encontrados em Shaw et al. (2009).

### 3.7. Observador de Estado

Um observador de estado para um sistema dinâmico com estado  $\{x(t)\}$ , saída  $\{y(t)\}$  e entrada  $\{u(t)\}$  é um sistema dinâmico auxiliar, ou seja, trata-se de uma cópia do sistema original possuindo as mesmas entradas, mas com a capacidade de estimar os estados não medidos.

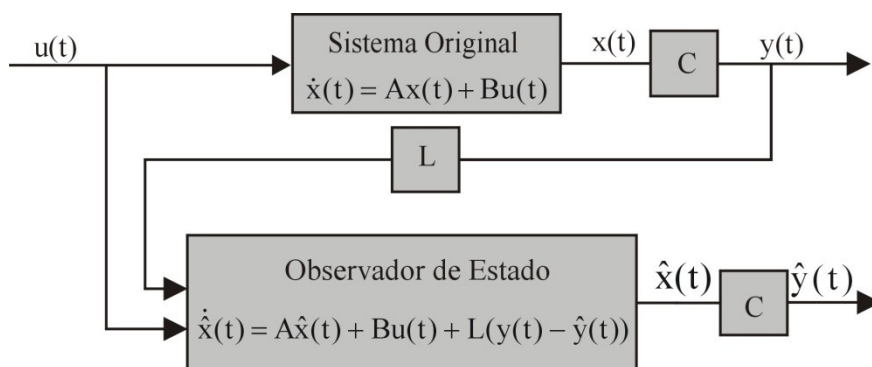


Figura 3.6 - Esquema do Observador de Estado.

Vale ressaltar que a construção do observador de estado só é possível para os casos em que os sistemas são observáveis.

Para a formulação do observador de estado, considera-se o modelo reduzido apresentado no Capítulo II, o qual é reescrito a seguir.

$$\{\dot{x}(t)\} = [\tilde{A}]\{x(t)\} + [\tilde{B}_u]\{u(t)\} \quad (3.51)$$

$$\{y(t)\} = [\tilde{C}]\{x(t)\} \quad (3.52)$$

Um observador para tal sistema é dado por:

$$\{\dot{\hat{x}}(t)\} = [\tilde{A}]\{\hat{x}(t)\} + [\tilde{B}]\{u(t)\} + [L]\{[y(t)] - \hat{y}(t)\} \quad (3.53)$$

$$\{\hat{x}(t)\} = [\tilde{C}]\{\hat{X}(t)\} \quad (3.54)$$

na qual [L] é a matriz do ganho de observador de estado.

O erro de estimação de estado fica:

$$\{e(t)\} = \{\hat{x}(t)\} - \{x(t)\} \quad (3.55)$$

e o erro de estimação na saída (resíduo):

$$\{\varepsilon(t)\} = \{\hat{y}(t)\} - \{y(t)\} \quad (3.56)$$

Agora, substituindo as Eqs. (3.51), (3.52), (3.53) e (3.54) em (3.55) e (3.56), têm-se:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([\tilde{A}] - [L][\tilde{C}])\{e(t)\} \quad (3.57)$$

$$\{\varepsilon(t)\} = [\tilde{C}]\{e(t)\} \quad (3.58)$$

na qual,  $\{\dot{e}(t)\} = d\{e(t)\} / dt$  representa a taxa de erro do observador.

Na Eq. (3.57) verifica-se que o erro do observador não fica dependente da excitação do sistema. É importante ressaltar que os autovalores da matriz do observador de estado  $([\tilde{A}] - [L][\tilde{C}])$  são escolhidos usualmente à esquerda dos autovalores da matriz dinâmica  $[\tilde{A}]$  a fim de garantir estabilidade do sistema e rápida convergência.

### 3.7.1. Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman é um procedimento que se aplica aos modelos descritos na forma de espaço de estados. Sua utilização é aconselhada quando se deseja minimizar os efeitos de ruído nos sinais de entrada e saída do sistema, sendo também utilizado para a estimação de estados e saídas do sistema (WELCH; BISHOP, 1995). Sua origem é datada na década de 1960 dentro da área da engenharia elétrica, sendo aplicado em técnicas de controle de sistemas dinâmicos (ANDERSON; MOORE, 1979), (JAZWINSKI, 1970). Vários artigos são publicados rotineiramente fazendo uso do filtro de Kalman e, dentre eles, destaca-se os trabalhos envolvendo modelos não lineares e não Gaussianos (DURBIN; KOOPMAN, 2002). Este conteúdo está baseado em Harvey (1989).

Para o projeto de um estimador de estados baseado no Filtro de Kalman, considera-se um sistema linear e invariante no tempo, apresentado pela Eq. (3.59).

$$\begin{aligned}\dot{q}(t) &= [A] \{q(t)\} + [B_{wRp}] \{w_{Rp}(t)\} + [B_u] \{u(t)\} \\ z(t) &= [C] \{q(t)\} + [D] \{u(t)\} + \{v(t)\}\end{aligned}\quad (3.59)$$

na qual  $[B_{wRp}]$  é a matriz de entrada do ruído de processo,  $\{w_{Rp}(t)\}$  é chamado de ruído de excitação no estado, ou ruído de processo, e representa um distúrbio no sistema,  $\{v(t)\}$  é o vetor de ruídos no sensor ou ruído de medida. Devido à natureza estocástica do filtro de Kalman, o ruído de processo e o ruído de medida são considerados como sendo ruídos Gaussianos brancos, estacionários, invariantes no tempo e não correlacionados entre si (VALER, 1999). Matematicamente, tem-se:

$$E(w_{Rp}(t)) = 0, \quad E(v(t)) = 0, \quad \nabla t \quad (3.60)$$

$$E(w_{Rp}(t)v^T(t)) = 0, \quad E(v(t)w_{Rp}^T(t)) = 0 \quad (3.61)$$

O valor esperado  $E(x)$  é definido como  $\int_{-\infty}^{\infty} x fdp(x) dx$ , onde  $fdp(x)$  é a função densidade de probabilidade.

Seja  $y_t$  uma série temporal multivariada,  $v_o \times 1$  com  $y_t \in R^{v_o}$ , constituída por variáveis observáveis. Estas variáveis observáveis estão relacionadas às variáveis de estado  $x_t$  através da Eq. (3.62), denominada equação de medição ou observação.

$$y_t = Z_t x_t + d_t + \varepsilon_t \quad (3.62)$$

na qual  $Z_t$  é uma matriz  $v_o \times v_n$ ,  $d_t$  é um vetor  $v_o \times 1$ ,  $\varepsilon_t$  é um vetor serialmente não correlacionado com média zero e matriz de covariância  $H_t$  e  $x_t$  é um vetor  $v_n \times 1$  que contém as variáveis de estado não observáveis, com o tempo  $t = 1, 2, \dots, \infty$  e  $v_n$  sendo o número de variáveis não observáveis. A matriz  $Z_t$  transforma o sistema de coordenadas do vetor de características estimadas no vetor de características medido (ARULAMPALAM et al., 2002).

As variáveis de estado são geradas por um processo Markoviano de primeira ordem, como mostra a Eq. (3.63). Esta equação é denominada equação de transição.

$$x_t = T_t x_{t-1} + c_t + R_t \eta \quad (3.63)$$

na qual  $T_t$  é uma matriz  $v_n \times v_n$ ,  $c_t$  é um vetor  $v_n \times 1$ ,  $R_t$  é uma matriz  $v_n \times g$  e  $\eta_t$  é um vetor  $g \times 1$  serialmente não correlacionado com média zero e matriz de covariância  $Q_t$ . O vetor  $x_t$  para  $t=0$  tem média  $\tilde{x}_0$  e matriz de covariância  $P_0$ . Também, os ruídos  $\varepsilon_t$  e  $\eta_t$  são não correlacionados entre si e, também, não são correlacionados com o estado inicial.

Para conhecer as origens computacionais do Filtro de Kalman define-se  $\tilde{x}_t^- \in \mathbb{R}^{v_n}$  como sendo a estimativa do estado anterior no tempo  $t$ , supondo ser conhecido todo o processo anterior a  $t$ , ou seja, ser conhecida a variável de observação  $y_t$  em  $t$ . Da mesma forma, define-se  $\tilde{x}_t$  como sendo a estimativa do estado posterior em  $t$ , supondo que se conhece a medição ou observação  $y_t$ . Contudo, definem-se os erros de medição anterior,  $e_t^-$ , e posterior,  $e_t$ , pelas Eqs. (3.64) e (3.65), respectivamente.

$$e_t^- = x_t - \tilde{x}_t^- \quad (3.64)$$

$$e_t = x_t - \tilde{x}_t \quad (3.65)$$

As respectivas matrizes de covariância dos erros anterior,  $P_t^-$  com dimensão  $v_n \times v_n$ , e posterior  $P_t$ , com dimensão  $v_n \times v_n$ , são dadas pelas Eqs. (3.66) e (3.67), respectivamente.

$$P_t^- = E(e_t^- e_t^{-T}) \quad (3.66)$$

$$P_t = E(e_t e_t^T) \quad (3.67)$$

É necessário agora determinar uma equação que relacione o estado posterior  $\tilde{x}_t$  como sendo uma combinação linear do estado anterior  $\tilde{x}_t^-$  com a ponderação da diferença entre a observação  $y_t$  e a previsão  $Z_t \tilde{x}_t^- + d_t$ . Esta equação é dada por:

$$\tilde{x}_t = \tilde{x}_t^- + K_t(y_t - Z_t \tilde{x}_t^- - d_t) \quad (3.68)$$

na qual o termo  $y_t - Z_t \tilde{x}_t^- - d_t$  reflete a diferença entre o previsto  $Z_t \tilde{x}_t^- + d_t$  e a observação  $y_t$ . A matriz  $K_t$ ,  $n \times n$ , é denominada ganho de Kalman, ganho  $L$  do observador, e é tal que minimiza a matriz de covariância de erro  $P_t$  dada pela Eq. (3.67).

A minimização da covariância de erro é obtida substituindo os termos da Eq. (3.68) na Eq. (3.65), o que leva a uma expressão para  $e_t$  em termos de  $K_t$ . Substituindo este resultado na Eq. (3.66), calculando os valores esperados, derivando a equação resultante em relação à  $K_t$  e igualando o resultado a zero, tem-se a condição de primeira ordem, Eq. (3.69).

$$K_t = P_t^- Z_t^T (Z_t P_t^- Z_t^T + H_t)^{-1} \quad (3.69)$$

na qual  $H_t$  é o erro da equação de medição e quando este se aproxima de zero, a ponderação da matriz ganho aumenta ou ainda,  $\lim_{H_t \rightarrow 0} K_t = Z_t^{-1}$ .

A derivação do filtro de Kalman se apoia no fato de que tanto os ruídos das equações de medição e transição como o vetor inicial de estado são normalmente distribuídos, ou seja, apenas os dois primeiros momentos são suficientes para descrever todos os estados em qualquer instante de  $t = 1$  à  $t = \infty$ . Assim sendo, escreve-se:

$$\tilde{x}_t = E(x_t) \quad (3.70)$$

$$P_t = E\{(x_t - \tilde{x}_t)(x_t - \tilde{x}_t)^T\} \quad (3.71)$$

Sabendo que a estimativa posterior dada pela Eq. (3.68) é Gaussiana e que a matriz de covariância posterior, Eq. (3.67), reflete a variância da distribuição das variáveis de estado, então:

$$p(x_t | y_t) \sim N(\hat{x}_t, P_t) \quad (3.72)$$

na qual  $N(\tilde{x}_t, P_t)$  é uma função densidade de probabilidade Gaussiana com argumento  $\tilde{x}_t$  e covariância  $P_t$ .

Até o momento foi visto que o Filtro de Kalman é um procedimento recursivo que permite determinar o estimador ótimo do vetor de estado a partir das informações disponíveis até o tempo  $t$ , inclusive as variáveis de observação  $y_t$ , Eq. (3.68). O estimador é dito ótimo devido à matriz de ganho ser calculada de modo que a variância do erro das variáveis de estado seja mínima, Eq. (3.69). Quando esta hipótese não se verifica, o Filtro de Kalman passa a fornecer valores diferentes dos esperados para as variáveis de estado.

A partir deste ponto, serão apresentados os conceitos e equações envolvidos na construção do algoritmo do Filtro de Kalman. Seja então o modelo especificado pelas Eqs. (3.62) e (3.63) e  $\tilde{x}_{t-1}$  o estimador ótimo de  $x_{t-1}$  baseado em informações até  $t-1$ , incluindo  $y_{t-1}$ . Dados  $\tilde{x}_{t-1}$  e  $P_{t-1}$ , o estimador ótimo de  $x_t$  é dado por:

$$\tilde{x}_t^- = T_t \tilde{x}_{t-1} + c_t \quad (3.73)$$

A matriz de covariância de erros das variáveis de estado é dada por:

$$P_t^- = T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T \quad (3.74)$$

As Eqs. (3.73) e (3.74) constituem um grupo denominado de equações de atualização do tempo ou equações de previsão. Estas equações são responsáveis pelo avanço das variáveis de estado e das covariâncias no tempo para se obter, desta forma, as estimativas anteriores para o próximo instante, ou seja, as equações de previsão são responsáveis pelo avanço no tempo de  $t-1$  para  $t$ .

Quando uma nova observação  $y_t$  é feita, o estimador  $\tilde{x}_t^-$  de  $x_t$  pode ser melhorado ou corrigido, o que é realizado pelas equações de atualização das medições ou equações de correção. Tais equações são responsáveis pela retroalimentação, ou seja, incorporam uma nova informação da variável observável nas estimativas anteriores para melhorar a estimativa posterior. As equações de atualização das medições são:

$$K_t = P_t^- Z_t^T (Z_t P_t^- Z_t^T + H_t)^{-1} \quad (3.75)$$

$$\tilde{x}_t = \tilde{x}_t^- + K_t (y_t - Z_t \tilde{x}_t^- - d_t) \quad (3.76)$$

$$P_t = (I - K_t Z_t) P_t^- \quad (3.77)$$

O primeiro passo é determinar o ganho de Kalman  $K_t$  dado pela Eq. (3.75). Posteriormente, a nova informação observada  $y_t$  é incorporada à previsão anterior  $\tilde{x}_t^-$  juntamente com a matriz ganho  $K_t$  através da Eq. (3.76), gerando a estimação posterior  $\tilde{x}_t$ . O último passo é obter a matriz de covariância dos erros através da Eq. (3.77). O ciclo do algoritmo se repete para o instante de tempo  $t+1$  sendo  $\tilde{x}_t$  e  $P_t$  dados de entrada nas Eqs. (3.73) e (3.74), respectivamente.

Vale ressaltar que o Filtro de Kalman apresenta várias aplicações, que vão além da filtragem de sinais e estimação de estados, tais como detecção de falhas (SEIBOLD, 1995), (MORAIS et al., 2005), localização de trincas (SEIBOLD, 1996), entre outras.

### 3.8. Princípio da Separação

Para a compreensão do Princípio da Separação, considere o seguinte modelo reduzido, o qual foi apresentado no Cap. II.

$$\begin{aligned}\dot{\{X(t)\}} &= [\tilde{A}]\{X(t)\} + [\tilde{B}_u]\{u(t)\} \\ \{Y(t)\} &= [\tilde{C}]\{X(t)\}\end{aligned}\quad (3.78)$$

Este modelo é utilizado tanto para o projeto do controlador (norma  $H_\infty$  e LQR) como para o projeto do estimador de Kalman. O sistema de controle completo é apresentado pela Fig. (3.7).

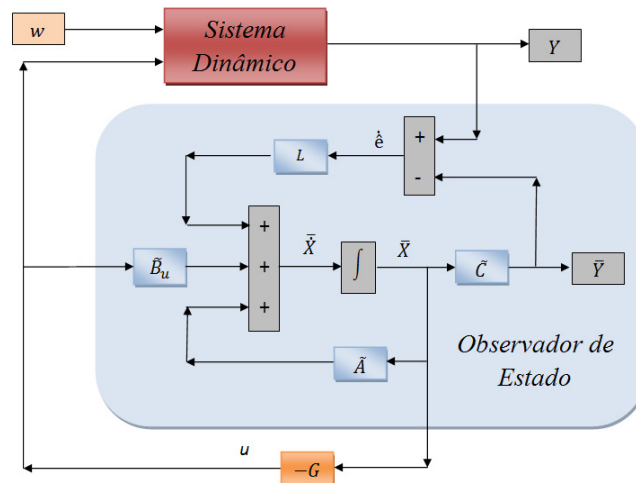


Figura 3.7 – Sistema de controle e observação.



Considere o esforço de controle dado por:

$$\{u(t)\} = -[G]\{\bar{X}(t)\} \quad (3.79)$$

Substituindo na primeira equação da Eq. (3.78):

$$\{\dot{X}(t)\} = [\tilde{A}]\{X(t)\} - [\tilde{B}_u][G]\{\bar{X}(t)\} \quad (3.80)$$

Da Eq. (3.55), tem-se:

$$\{\bar{X}(t)\} = \{X(t)\} + \{e(t)\} \quad (3.81)$$

Substituindo a Eq. (3.81) na Eq. (3.80) e reorganizando

$$\{\dot{X}(t)\} = [\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][G]\{X(t)\} + [\tilde{B}_u][G]\{e(t)\} \quad (3.82)$$

Aplicando a Eq. (3.57) na Eq. (3.82) e escrevendo a nova equação na forma matricial, tem-se a equação do sistema controlável e observável.

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{e}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][G] & [\tilde{B}_u][G] \\ 0 & [\tilde{A}] - [L][\tilde{C}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X(t) \\ e(t) \end{Bmatrix} \quad (3.83)$$

Esta última equação mostra que pequenos erros de estimação exercem uma influência discreta sobre a evolução do sistema controlado. Os autovalores do sistema controlado-observado são dados pelas raízes de:

$$\det[\lambda - [\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][G]] \cdot \det[\lambda - [\tilde{A}] - [L][\tilde{C}]] = 0 \quad (3.84)$$

As raízes do primeiro determinante são os autovalores do sistema controlado e as raízes do segundo determinante são os autovalores do sistema observado. O princípio da separação estabelece então que, para um sistema controlado utilizando um regulador em conjunto com um observador, os modos do regulador e os modos do observador podem ser fixados independentemente, ou seja,  $[G]$  e  $[L]$  são calculados separadamente.



## **CAPÍTULO IV**

### **Atuador Eletromagnético**

Este capítulo se dedica à modelagem e à caracterização do atuador eletromagnético. No entanto, antes de falar sobre o atuador eletromagnético (AEM), alguns conceitos sobre eletromagnetismo são necessários. Assim, a seção 4.1 se dedica a uma breve revisão de noções básicas de eletromagnetismo, a seção 4.2 se dedica a modelagem do AEM, e a caracterização do mesmo é feita na seção 4.3.

#### **4.1. Noções Básicas de Eletromagnetismo**

Como o atuador eletromagnético é composto de um núcleo ferromagnético e uma bobina eletromagnética (solenóide), alguns conceitos sobre o material ferromagnético e também sobre o funcionamento de um solenóide serão apresentados a seguir.

Um solenóide é formado por um fio longo enrolado na forma de hélice com espiras bem próximas umas das outras e percorridas por uma corrente  $i$ , sendo que tal configuração pode produzir um campo magnético razoavelmente uniforme em todo o volume contido pelo solenóide (SERQAY; JEWETT, 2008). A uniformidade do campo magnético no interior de um solenóide aumenta de acordo com o aumento do seu comprimento. Quanto mais próximas estiverem as espiras do solenóide e maior for o seu comprimento comparado com o raio, mais próximo do caso ideal ele estará. Um solenóide ideal é caracterizado por apresentar campo magnético uniforme no seu interior e nulo no seu exterior.

A Fig. 4.1 ilustra as linhas de campo magnético para um solenóide de comprimento finito, onde se apresenta uma semelhança com o campo em torno de uma barra imantada.

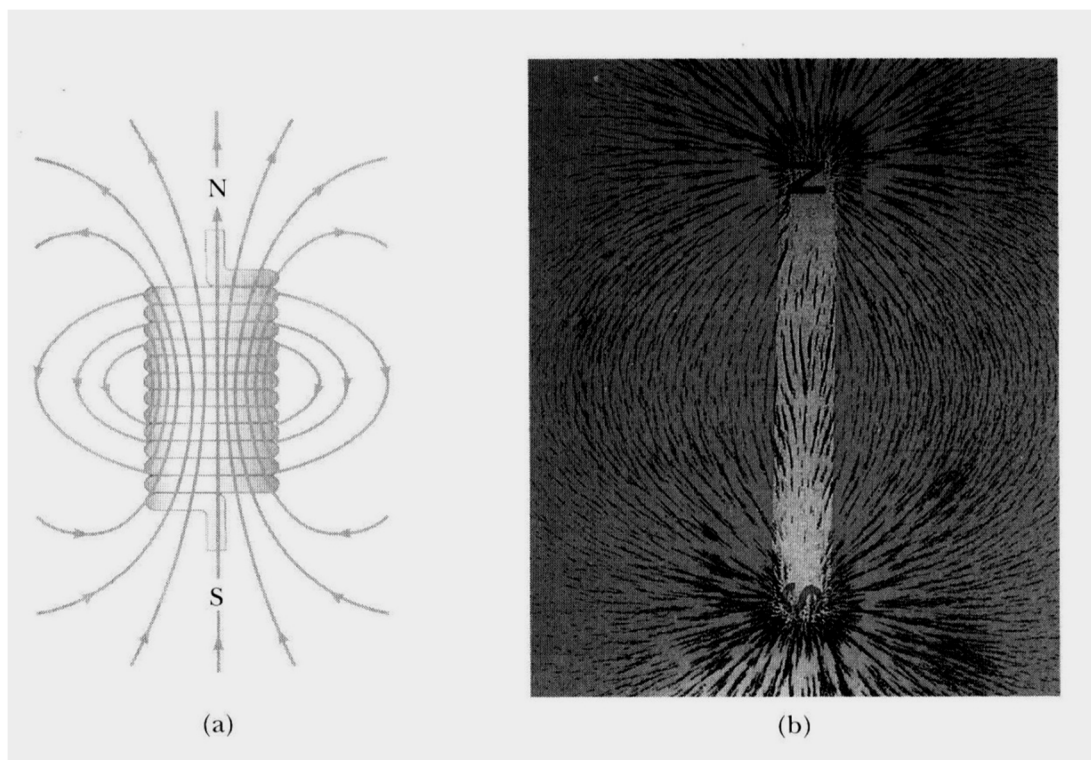


Figura 4.1 - a) Linhas de campo magnético para um solenoide e b) Campo magnético de uma barra imantada (SERWAY, JEWETT, 2008).

O campo magnético  $\vec{B}$  num solenoide é obtido aplicando a Lei de Ampère (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2007), dada pela Eq. (4.1), para o percurso  $abcd$  do solenoide ideal apresentado pela Fig. (4.2).

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 i \quad (4.1)$$

na qual,

$\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

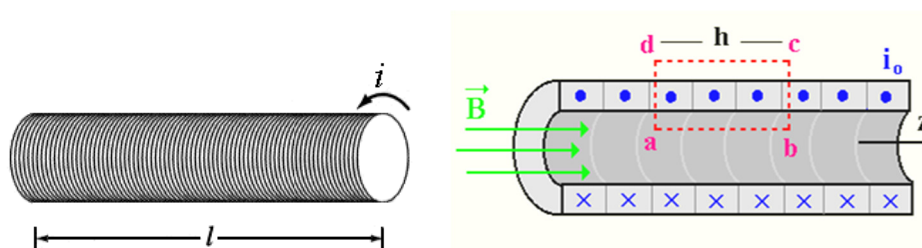


Figura 4.2 - Campo Magnético em um Solenoide (MUNDIM, 2001).

A Eq. (4.1) é resolvida pela soma de quatro integrais correspondentes a cada percurso ( $a \rightarrow b$ ,  $b \rightarrow c$ ,  $c \rightarrow d$ ,  $d \rightarrow a$ ) e, assim:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} d\vec{l} \quad (4.2)$$

Resolvendo cada integral da Eq. (4.2):

$\int_a^b \vec{B} d\vec{l} = Bh \rightarrow B$  é o módulo do campo magnético no interior do solenoide e  $h$  é o comprimento do percurso que vai de  $a$  até  $b$ .

$\int_b^c \vec{B} d\vec{l} = 0 \rightarrow$  esta integral é nula, pois  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  são perpendiculares.

$\int_c^d \vec{B} d\vec{l} = 0 \rightarrow$  esta integral é nula, pois o caminho de integração encontra-se fora do solenoide.

$\int_d^a \vec{B} d\vec{l} = 0 \rightarrow$  esta integral é nula, pois  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  são perpendiculares.

Desta forma, a solução da integral da Eq. (4.1) para o percurso  $abcd$  é:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = Bh = \mu_0 i \quad (4.3)$$

Vale destacar que a corrente total  $i$  que atravessa a área limitada pelo percurso de integração não é igual a corrente  $i_0$  que percorre o solenoide, pois esta área é atravessada por mais de uma espira. Seja  $N_e$  o número de espiras. Tem-se:

$$i = i_0 N_e \quad (4.4)$$

Assim, a Lei de Ampère pode ser escrita como:

$$Bh = \mu_0 i_0 N_e \quad (4.5)$$

Logo, o campo magnético é dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{h} i_0 N_e \quad (4.6)$$

O fluxo do campo magnético  $\psi$  pode ser determinado de forma análoga às Equações de Maxwell para a determinação do fluxo do campo elétrico. Assim, o fluxo do campo magnético com respeito a uma superfície fechada ou aberta é dado pela Eq. (4.7).

$$\psi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} = BS \quad (4.7)$$

na qual  $S$  é a área da seção transversal.

Combinando a Eq. (4.6) com a Eq. (4.7), tem-se:

$$\psi = BS = \left( \frac{\mu_0}{h} i_0 N_e \right) S \quad (4.8)$$

Desta forma, o fluxo do campo magnético  $\psi$  é dado pela Eq. (4.9).

$$\psi = \frac{\mu_0 S}{h} i_0 N_e \quad (4.9)$$

Considerando (apenas por questão de nomenclatura  $i_0 = I$  e  $h = l$ ), chega-se à mesma equação de fluxo de campo magnético obtida por Moraes (2010) para um toróide.

$$\psi = \frac{\mu_0 S}{l} N_e I \quad (4.10)$$

Definindo:

$F_{mm} = N_e I$ , a força magneto motriz.  $F_{mm}$  se exprime em Ampère- rotações.

$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_0 S}$ , a relutância do circuito magnético.

Pode-se escrever a equação sob o nome de Lei de Hopkinson.

$$F_{mm} = \mathfrak{R} \psi = NI \quad (4.11)$$

Diante da formulação apresentada nesta seção é possível fazer uma analogia entre um circuito elétrico e um circuito magnético. Tal analogia foi apresentada em Furtado (2008) e é apresentada a seguir.

A Fig. 4.3 apresenta um circuito magnético (a) e um circuito elétrico (b).

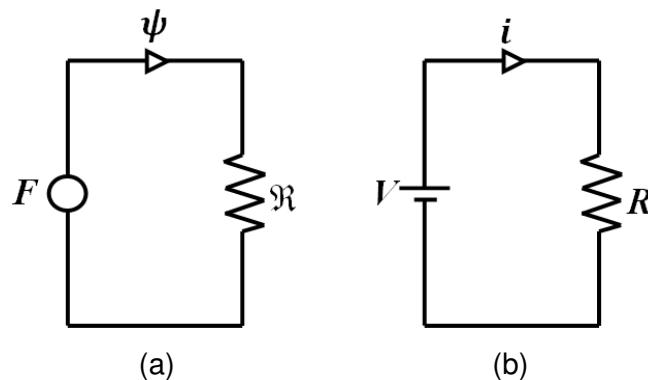


Figura 4.3 - (a) Circuito Magnético, e (b) Circuito Elétrico.

A Tab. (4.1) apresenta os termos utilizados nestes dois circuitos e suas equivalências.

Tabela 4.1 - Parâmetros de um circuito magnético e elétrico (Furtado, 2008).

Ação	Circuito Elétrico	Circuito Magnético
Força Motora	Força Eletro Motriz (Fem)	Força Magneto Motriz (Fmm)
Produz	Corrente Elétrica ( $i = V/R$ )	Fluxo ( $\psi = F/\mathfrak{R}$ )
Limitada por	Resistência ( $R$ )	Relutância ( $\mathfrak{R}$ )

Como se pode observar da Tab. 4.1, a relutância equivale à resistência presente num circuito elétrico. Uma das soluções encontradas para reduzir a relutância num circuito magnético é encontrada através do uso de materiais ferromagnéticos, justificando assim o uso de um núcleo ferromagnético no atuador.

Um material ferromagnético é caracterizado por proporcionar um direcionamento do fluxo do campo magnético, reduzindo as perdas devidas à dispersão e, assim, apresentam um alto poder de atração quando submetido a um campo magnético externo. O direcionamento se dá devido ao fato de nesses materiais existir um tipo especial de interação entre os seus átomos, o qual é caracterizado pelo alinhamento dos momentos dipolares magnéticos dos átomos proporcionando um magnetismo permanente (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2007).

Segundo o mesmo autor, ao mesmo tempo em que estes materiais apresentam uma facilidade de alinhamento dos momentos magnéticos, eles também podem perder tal efeito. Isto ocorre quando a temperatura ultrapassa um valor crítico, chamada de Temperatura de Curie, a partir da qual não há mais interação entre os átomos. Quando isto ocorre, o material ferromagnético passa a ter o comportamento de um material paramagnético (os quais são caracterizados por apresentar baixo poder de atração quando submetidos a um campo magnético externo).

Outra propriedade importante do material ferromagnético é a curva de magnetização, através da qual é possível visualizar o ponto de saturação, ponto a partir do qual o material perde suas propriedades ferromagnéticas.

A curva de magnetização, também conhecida como Diagrama  $B-H$ , apresenta o campo magnético do material em função da indução magnética  $H$ .

Ela é caracterizada por apresentar, tanto no carregamento como no descarregamento, um comportamento não linear, não percorrendo o mesmo caminho durante estas duas fases. Tal comportamento é conhecido pelo nome de “histerese” (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2007). A Fig. 4.4 ilustra um Diagrama  $B-H$ .

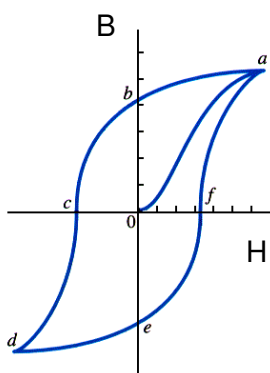


Figura 4.4 - Curva de Magnetização e Ciclo de Histerese (Mundim, 2001).

A Fig. 4.4 apresenta a curva de magnetização de um material ferromagnético, dada pelo percurso  $Oa$  e o laço de histerese associado, dado pelo percurso  $abcdefa$ . A falta de superposição apresentada pelo percurso  $abcdefa$  recebe o nome de histerese, enquanto que o percurso é chamado de laço de histerese. Tanto o ponto  $a$  como o ponto  $d$  correspondem à saturação do material.

A Fig. 4.5 ilustra o Diagrama  $B-H$  de alguns materiais ferromagnéticos.



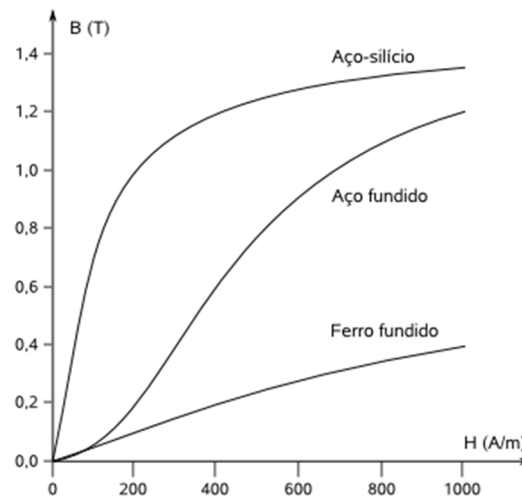


Figura 4.5 - Diagrama  $B$ - $H$  de alguns materiais ferromagnéticos (Soares, 2007).

## 4.2. Modelagem do Atuador Eletromagnético

Morais (2010) apresentou uma metodologia para obtenção do modelo de um atuador eletromagnético, conforme reproduzida a seguir.

O esquema mostrado na Fig. 4.6 representa uma bobina enrolada em um núcleo de material ferromagnético, sendo este esquema um modelo representativo do atuador utilizado nesta tese. O núcleo é composto de várias lâminas, reduzindo outro tipo de perda, esta relacionada com as correntes parasitas (correntes de Foucault).

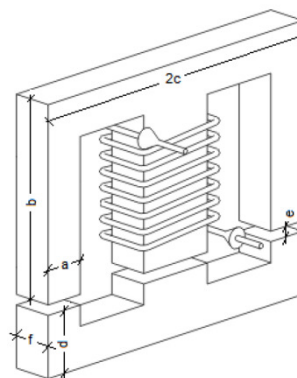


Figura 4.6 - Eletroímã do atuador eletromagnético (Morais, 2010).

Entre dois fluxos eletromagnéticos iguais consecutivos, representados na Fig. 4.7, circula sempre a mesma quantidade de fluxo magnético. Esta hipótese vem, de fato, desprezar os fluxos de fuga (aqueles que não passam pelos entreferros).

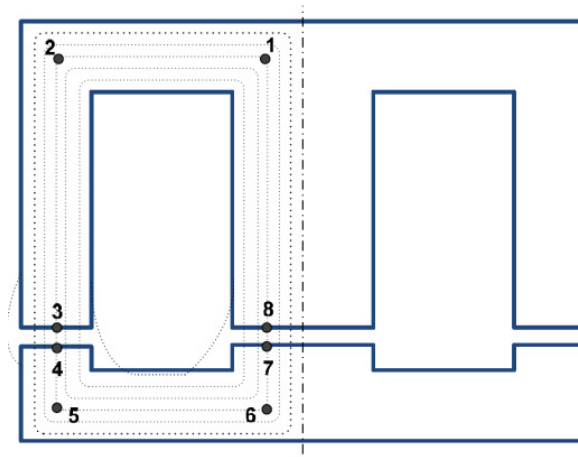


Figura 4.7 - Fluxos de campo magnético com fugas.

Levando em conta a simetria do dispositivo, é possível estudar uma metade do circuito magnético, Fig. 4.7. Os fluxos que circulam em cada um dos ramos laterais são iguais e se igualam à metade do fluxo que circula no ramo central. Conhecendo o comprimento médio  $l$  e a secção transversal  $S$  de diferentes elementos do circuito magnético, assim como a permeabilidade  $\mu_r$  do material, pode-se calcular as novas relutâncias desse circuito, a partir da formula geral:

$$\mathfrak{R}_i = \frac{l}{\mu_r S} \quad (4.12)$$

sendo,  $\mu_r$  a permeabilidade relativa do material ferromagnético do núcleo ( $\mu = \mu_r \mu_0$ ), permeabilidade esta considerada constante.

Qualquer que seja a corrente (ausência de saturação), calcula-se:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{8-1} = \mathfrak{R}_{2-3} &= \frac{b - \frac{a}{2}}{\mu_r \mu_0 a f} \\ \mathfrak{R}_{1-2} = \mathfrak{R}_{5-6} &= \frac{c - a}{\mu_r \mu_0 a f} \\ \mathfrak{R}_{3-4} = \mathfrak{R}_{7-8} &= \frac{e}{\mu_0 a f} \\ \mathfrak{R}_{4-5} = \mathfrak{R}_{6-7} &= \frac{d - \frac{a}{2}}{\mu_r \mu_0 a f} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Para fluxos circulando em cada um dos ramos do circuito, tem-se:

$$\frac{\psi}{2} = \frac{N_e l}{\sum_{i=1}^8 \mathfrak{R}_i} = \frac{N_e i \mu_0 a f}{2e + \frac{2b + 2c + 2d - 4a}{\mu_r}} \quad (4.14)$$

Observa-se que, se o comprimento total do circuito magnético é insignificante diante de  $\mu_r$  vezes o comprimento dos entreferros, não se comete um erro significativo no estabelecimento da relação fluxo-corrente ao se considerar a relutância total do circuito magnético como sendo igual à dos entreferros. Para um valor de  $\mu_r$  superior a 500 e entreferros inferiores a 2 mm, essa aproximação é válida enquanto o comprimento total do circuito for inferior a 1 m.

O fluxo total induzido nas  $N_e$  espirais da bobina é dado por:

$$\Psi = N_e \psi = LI \quad (4.15)$$

Assim, por meio da Eq. (4.14), pode-se determinar a indutância magnética no AEM:

$$L = \frac{N_e^2 i \mu_0 a f}{e + \frac{b + c + d - 2a}{\mu_r}} \quad (4.16)$$

Sabe-se que a força de atração eletromagnética entre dois núcleos ferromagnéticos é dada por:

$$F_{AEM} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m} \quad (4.17)$$

no qual  $W_{cmag}$  é a energia magnética que pode ser determinada por:

$$W_{cmag} = \int_{0,0,\dots,0}^{i_1,i_2,\dots,i_n} \sum_{k=1}^n \psi_k(i_1, i_2, \dots, i_n, i_m) di_k \quad (4.18)$$

A energia magnética dada acima é, então, igual a:

$$W_{cmag} = \int_0^I \Psi di_k = \frac{1}{2} LI^2 \quad (4.19)$$

Por fim, a força de atração entre os dois elementos do núcleo ferromagnético é representada por:

$$F_{AEM} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m} = \frac{N_e^2 I^2 \mu_0 a f}{2 \left( (e \pm \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} \quad (4.20)$$

sendo  $\delta$  a variável que se acrescenta ao entreferro para representar a vibração do rotor na posição do AEM. Vale ressaltar que o AEM aplica apenas força de atração e, desta forma, o sinal “ $\pm$ ” deve ser assim entendido: o valor “+” para  $\delta > 0$ ; e “-” para  $\delta < 0$ .

A Fig. 4.8 apresenta o esquema do atuador utilizado em um rotor.

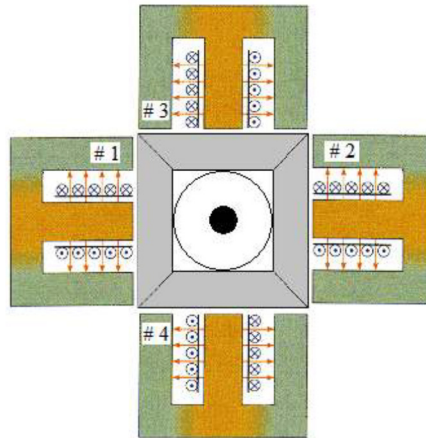


Figura 4.8 - Atuador eletromagnético utilizado em rotores (MORAIS; STEFFEN JR; MAHFOUD, 2012).

O modelo da Fig. 4.8 é composto por quatro atuadores (1, 2, 3 e 4), sendo que os atuadores 1 e 2 atuam na direção  $x$  e os atuadores 3 e 4 na direção  $z$ . Neste tipo de configuração é importante salientar que os atuadores de cada direção agem separadamente e aplicam apenas força de atração.

Morais; Steffen Jr; Mahfoud (2012) utilizaram o atuador apresentado na Fig. 4.8 para o monitoramento de trincas no rotor, e a Fig. 4.9 ilustra a corrente elétrica utilizada pelo atuador para o controle do fechamento da trinca.

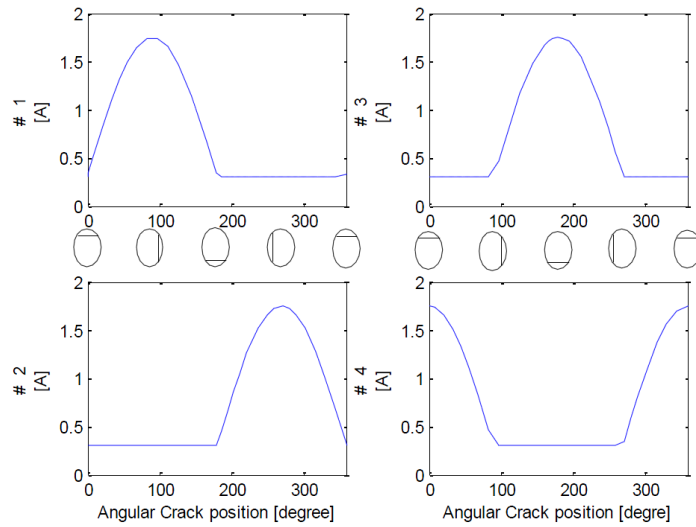


Figura 4.9 - Corrente elétrica em cada bobina em função da posição angular do rotor (MORAIS; STEFFEN JR; MAHFOUD, 2012).

### 4.3. Caracterização do Atuador Eletromagnético

Nas seções 4.1 e 4.2 foram apresentadas teorias relacionadas ao eletromagnetismo, assim como a modelagem de um atuador eletromagnético. Nesta tese, este atuador eletromagnético será utilizado para a aplicação de forças sobre um rotor com a finalidade de efetuar o controle ativo de vibrações. Desta forma, este atuador deve ser bem caracterizado para contribuir adequadamente para o objetivo proposto. Assim sendo, análises estáticas e dinâmicas foram realizadas para validar o modelo do atuador eletromagnético.

A fórmula que define a força eletromagnética foi apresentada seção 4.2 e dada pela Eq. (4.20). Esta é apresentada novamente a seguir:

$$F_{AEM} = \frac{N_e^2 I^2 \mu_0 a f}{2 \left( (e \pm \delta) + \frac{b + c + d - 2a}{\mu_r} \right)^2}$$

Na equação da força eletromagnética, observa-se que esta é composta pelos parâmetros geométricos ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $f$ ), número de espiras ( $N_e$ ), permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_0$ ), deslocamento ( $\delta$ ), corrente elétrica ( $I$ ) e permeabilidade relativa do material ferromagnético ( $\mu_r$ ).

A figura a seguir apresenta o atuador utilizado.

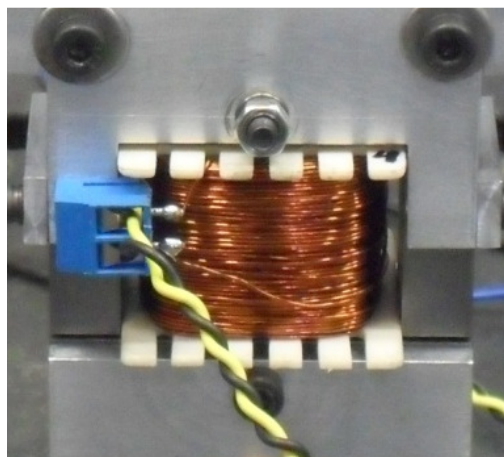


Figura 4.10 – Atuador Eletromagnético.

A Fig. 4.11 mostra um esquema do atuador apresentado na Fig. 4.10.

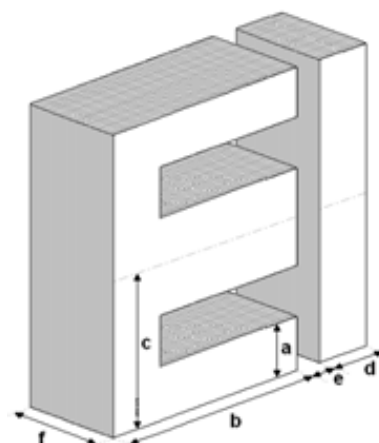


Figura 4.11 - Modelo do atuador eletromagnético.

Os parâmetros do atuador são apresentados na Tab. 4.2.

Tabela 4.2 - Parâmetros do núcleo e da bobina.

$\mu_0$ (H/m)	$4\pi 10^{-7}$
$N$ (espiras)	250
$a$ (mm)	9,5
$b$ (mm)	38
$c$ (mm)	28,5
$d$ (mm)	9,5
$f$ (mm)	22,5

Observando os dados da Tab. 4.2 e a equação da força eletromagnética, observa-se que falta determinar a corrente elétrica ( $I$ ), o gap ( $e$ ) e a permeabilidade relativa ( $\mu_r$ ).

A corrente elétrica é determinada pela planta de controle e, desta forma, ela é determinada de acordo com a solicitação do sistema; o *gap*, por sua vez, é um parâmetro mensurável diretamente na bancada de testes.

A permeabilidade relativa é uma propriedade intrínseca do material ferromagnético utilizado no núcleo do atuador. No entanto, seu valor pode variar devido à sua composição e, diante disto, seu valor deve ser determinado (MORAIS et al, 2013). Para isso, um dos meios adotados é, por exemplo, utilizar técnicas de otimização. Este procedimento foi o adotado na análise estática apresentada na seção 4.3.1. Por fim, para verificar a validade dos valores obtidos na seção 4.3.1., foi realizada uma análise dinâmica, sendo esta apresentada na seção 4.3.2.

A bobina confeccionada para o atuador eletromagnético é composta de 250 espiras (voltas), sendo que no enrolamento foi utilizado um fio de cobre do padrão AWG24. Segundo este padrão, o fio apresenta as características apresentadas na Tab. (4.3).

Tabela 4.3 - Fio de cobre AWG24.

<i>Diâmetro (mm)</i>	0,511
<i>Área (mm<sup>2</sup>)</i>	0,205
<i>Resistência a 20°C (Ohm/m)</i>	0,0842
<i>Corrente Máxima (A)</i>	3,5

#### 4.3.1. Análise estática

Para a análise estática foi realizado um aparato experimental próprio. Nesta etapa foram utilizados:

- Célula de Carga (sensibilidade 40.23mV/N);
- Condicionador da Célula de Carga;
- 2 multímetros;
- Suporte para o AEM;
- Fonte de alimentação.

A Fig. 4.12 apresenta o aparato experimental utilizado.

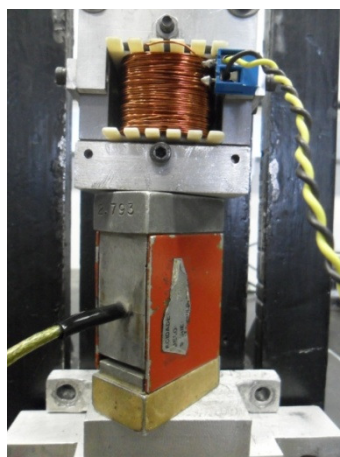


Figura 4.12 - Arranjo experimental para análise estática do AEM.

Neste experimento, a fonte de alimentação foi utilizada para alimentar o atuador. A força gerada pelo atuador foi medida pela célula de carga a qual fornecia o valor na forma de tensão. Desta forma, um multímetro foi usado para medir a corrente elétrica que entrava no atuador, e o outro multímetro era usado para medir a tensão observada pela célula de carga. Daí, conhecendo-se a sensibilidade da célula, foi possível determinar a força gerada.

Os valores medidos encontram-se no Apêndice C. As Figs. 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16 apresentam a relação entre as forças medidas e as correntes elétricas aplicadas sobre os AEMs utilizando diferentes valores para o *gap* (0,5mm, 0,6mm, 0,7mm e 0,8mm).

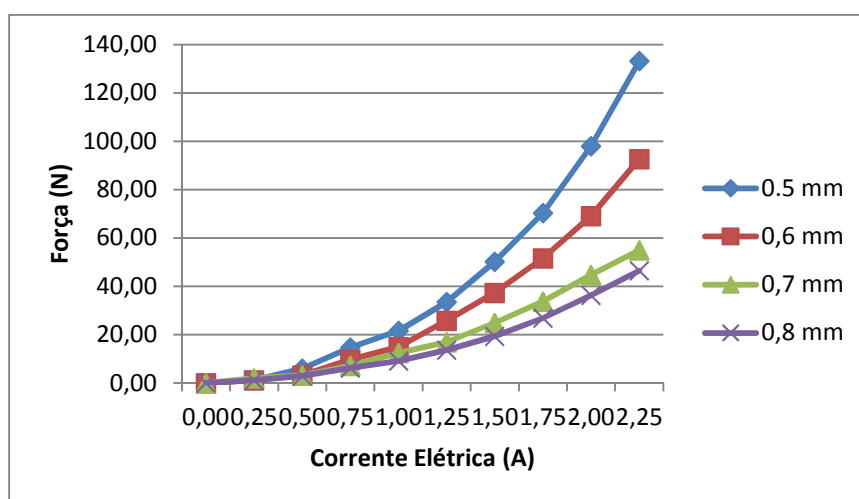


Figura 4.13 - Força medida para o AEM 1.



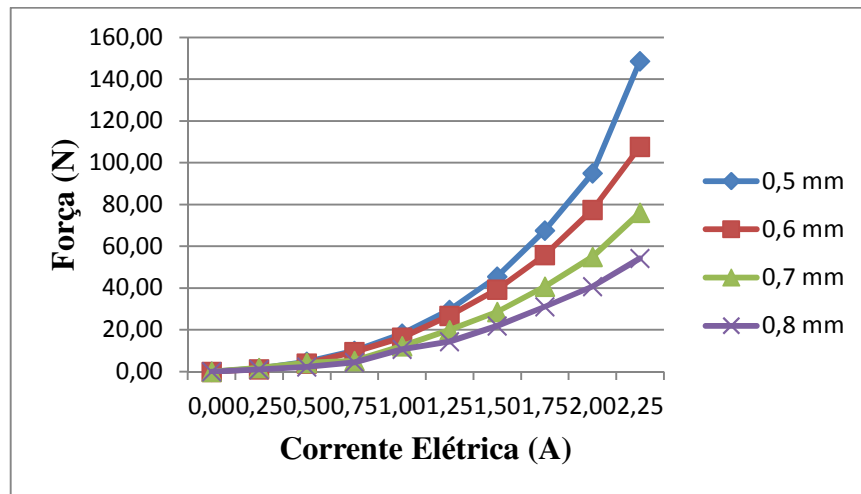


Figura 4.14 - Força medida para o AEM 2.

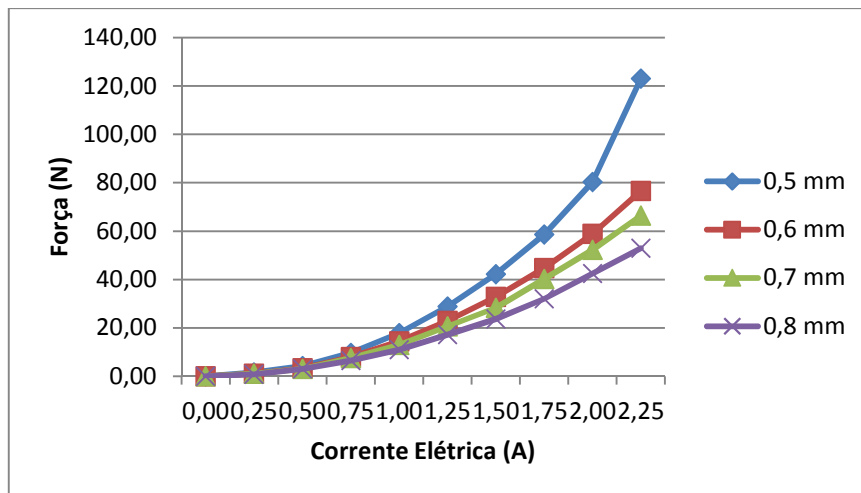


Figura 4.15 - Força medida para o AEM 3.

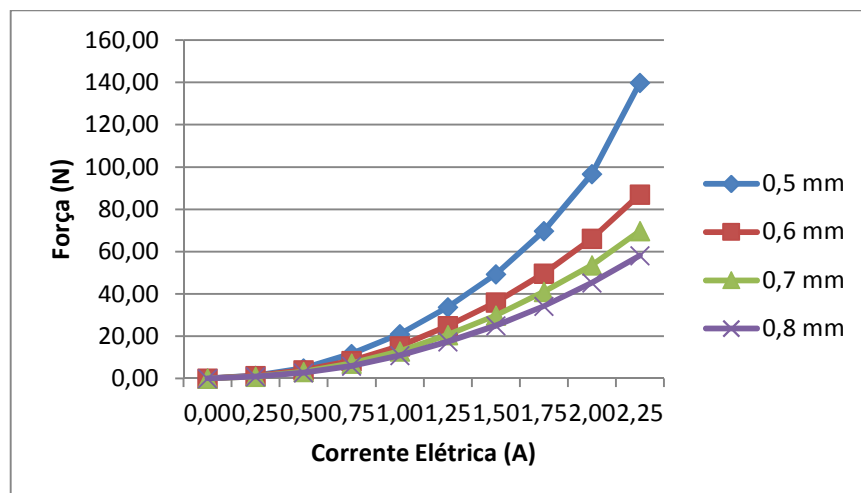


Figura 4.16 - Força medida para o AEM 4.

Na realização do controle ativo de vibrações utilizando AEMs, a ideia é diminuir o nível de vibração do sistema empregando o mínimo de corrente elétrica possível. Sabe-se que o entreferro (*gap*) é um parâmetro fundamental para determinação do valor da força eletromagnética e quanto menor o seu valor, menor é a corrente elétrica necessária.

Desta forma, no processo de determinação da permeabilidade relativa dos atuadores (1, 2, 3 e 4) foram adotadas as forças obtidas para o *gap* igual 0,6mm. Assim, foi resolvido um problema inverso usando um processo de otimização no qual a técnica escolhida foi a Otimização por Enxame de Partículas (PSO), sendo o algoritmo avaliado 100 vezes, para verificar inclusive a sensibilidade do otimizador neste processo.

A Tab. 4.4 apresenta os parâmetros utilizados na otimização.

Tabela 4.4 - Espaço de projeto e função objetivo utilizados.

Atuador	Espaço de Projeto	Função Objetivo
1	$300 \leq \mu_r \leq 1500$	$FO = \ F_{\text{exp}} - F_{\text{num}}\ $
2		
3		
4		

A Fig. 4.17 apresenta o *boxplot* correspondente para os resultados obtidos.

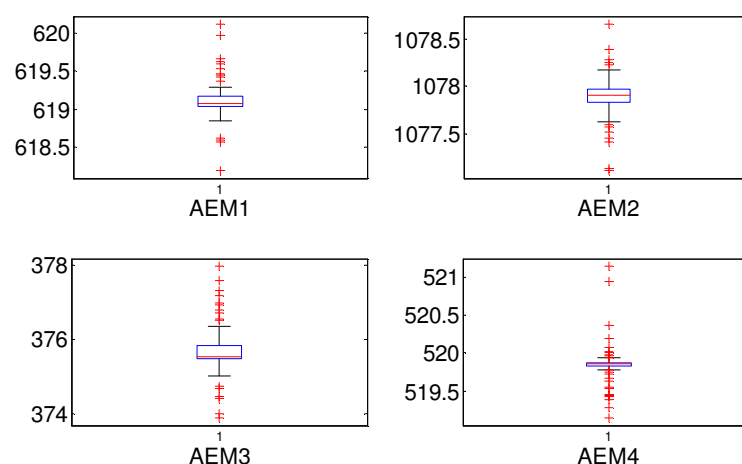


Figura 4.17 - Distribuição dos valores encontrados para a permeabilidade para cada atuador.

Analisando o gráfico apresentado pela Fig. 4.17, observa-se que no processo de otimização realizado para encontrar os valores da permeabilidade relativa, os valores encontrados apresentaram pequena dispersão, considerando que a otimização foi feita 100

vezes para cada atuador. A partir destes resultados, foram adotados os seguintes valores para  $\mu_r$  (Tab. 4.5):

Tabela 4.5 - Permeabilidade relativa.

Atuador	$\mu_r$
1	619,03
2	1078,20
3	375,56
4	519,28

Com os valores das Tabs. 4.2 e 4.6, e utilizando  $gap$  ( $e=0,6mm$ ), compararam-se as forças eletromagnéticas obtidas numérica e experimentalmente.

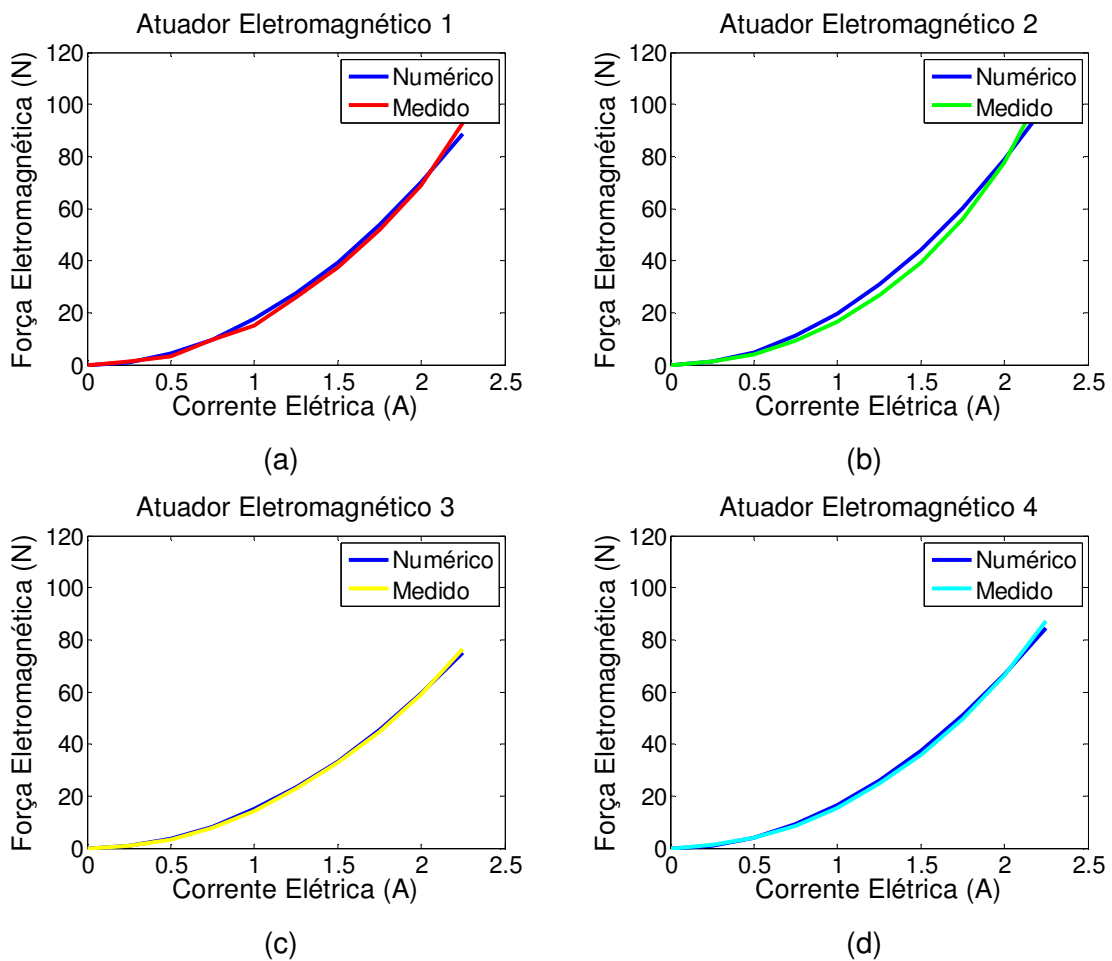


Figura 4.18 - Comparação das forças eletromagnéticas: Numérica e Experimental.

Analisando os gráficos da Fig. (4.17) observa-se a proximidade das forças obtidas numérica e experimentalmente, revelando a validade do modelo utilizado para o atuador eletromagnético.

#### 4.3.2. Análise dinâmica

Nesta seção 4.3.2 foi feita uma análise dinâmica dos atuadores eletromagnéticos, com o objetivo de observar seu comportamento considerando duas situações, a saber, uma corrente de entrada do tipo dente de serra e, depois, outra do tipo senoidal.

Nesta análise dinâmica foi construído um aparato experimental, conforme apresentado na Fig. 4.19.

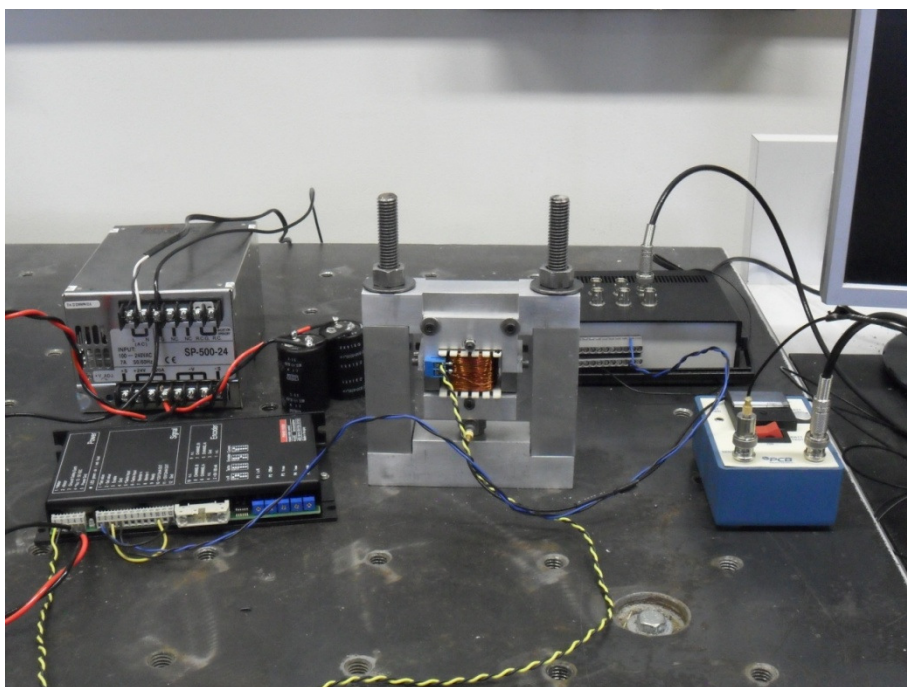


Figura 4.19 - Estrutura contendo o atuador eletromagnético.

Nesta etapa foram utilizados:

- Célula de Carga (PCB Piezotronics®, modelo 208C03);
- Condicionador da Célula de Carga;
- Placa Dspace;
- Suporte para o AEM;
- Fonte de alimentação 480W;
- Servoamplificador modelo 4-Q-DC Servoamplifier ADS 50/10.

Nesta etapa, foram utilizados os valores da permeabilidade relativa mostrados na Tab. 4.4 da seção 4.3.1. Na seção 4.3.1 foi realizada uma análise estática visando obter as permeabilidades relativas dos atuadores eletromagnéticos. Com estes valores encontrados realizou-se uma análise dinâmica dos atuadores considerando dois tipos de carregamento: um do tipo dente de serra e outro, do tipo meia onda.

### ***Entrada tipo Dente de Serra***

A Fig. 4.20 apresenta a Corrente Elétrica aplicada sobre os atuadores.

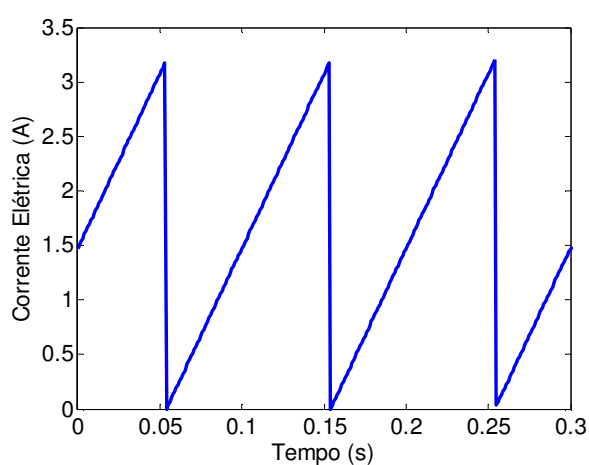


Figura 4.20 - Corrente elétrica do tipo dente de serra aplicada sobre os atuadores.

As Figs. 4.21 A 4.24 apresentam a comparação entre os valores da força estimada e a força medida pela célula de carga para aos atuadores eletromagnéticos.

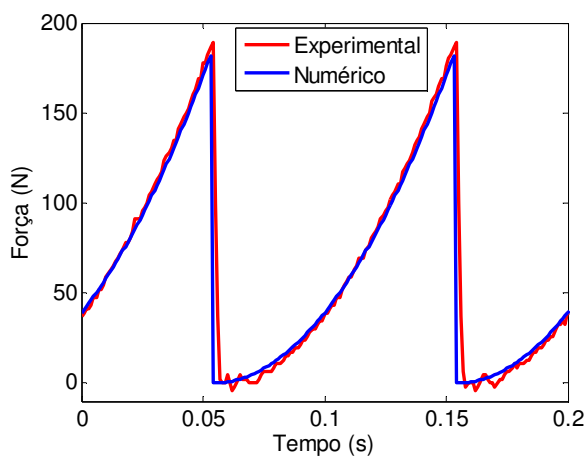


Figura 4.21 - AEM1 (Entrada tipo Dente de Serra).

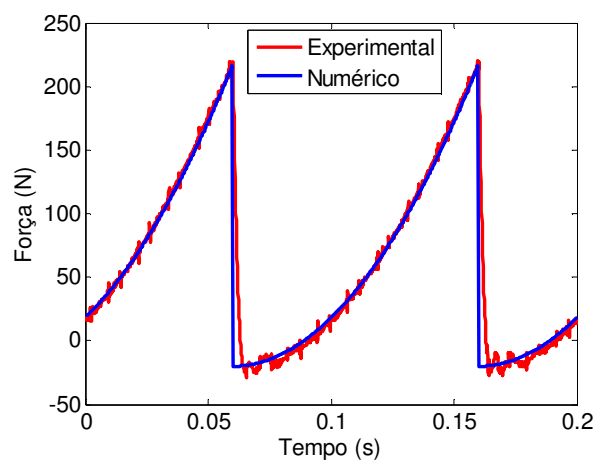


Figura 4.22 - AEM2 (Entrada tipo Dente de Serra).

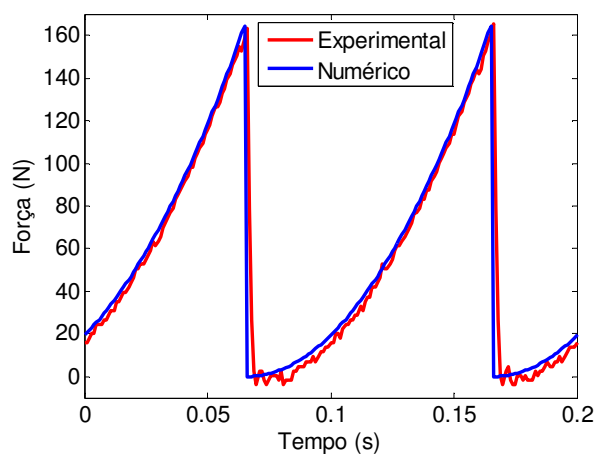


Figura 4.23 - AEM3 (Entrada tipo Dente de Serra)

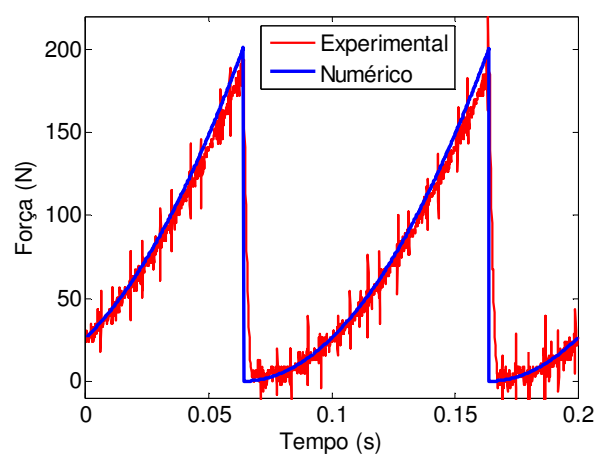


Figura 4.24 - AEM4 (Entrada tipo Dente de Serra)

Analisando os gráficos das Figs. 4.21 A 4.24 é possível observar a boa correspondência entre as forças obtidas numérica e experimentalmente. Devido à

proximidade apresentada pelas curvas, pode-se dizer que o modelo ajustado dos atuadores eletromagnéticos mostra-se bastante representativo. Vale destacar que o resultado apresentado na Fig. 4.24 para a força obtida experimentalmente contem ruído devido à contaminação proveniente da rede elétrica no momento da medição.

### ***Entrada Tipo Meia Onda***

Na análise realizada nesta seção foi considerada uma Corrente Elétrica em meia onda com amplitude de 3,2A e frequência de 20Hz. A Fig. 4.25 apresenta a corrente elétrica utilizada com esta configuração.

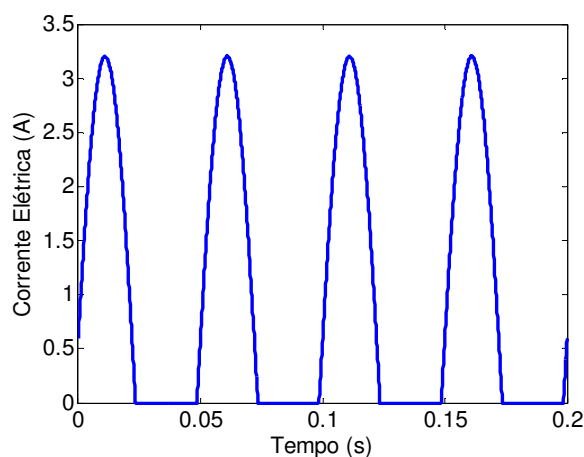


Figura 4.25 - Corrente elétrica do tipo meia onda aplicada sobre os atuadores.

Vale ressaltar que em operação os atuadores eletromagnéticos trabalham separadamente no mesmo plano de atuação; desta forma, ao se considerar uma corrente elétrica na forma de uma senóide completa, significa que a parte positiva vai para um atuador e a parte negativa vai para o outro atuador do mesmo plano de atuação. Por isso mesmo, na aplicação aqui apresentada, considerada apenas meia onda, procurando representar a forma de operação real.

As Figs. 4.26 A 4.29 apresentam a comparação entre os valores da força estimada e a força medida pela célula de carga para os atuadores eletromagnéticos. Assim como ocorreu na análise da seção 4.3.2.1, os resultados numérico e experimental ficaram muito próximos, revelando que o modelo e os parâmetros do atuador foram bem ajustados, demonstrando uma boa representatividade dos atuadores.

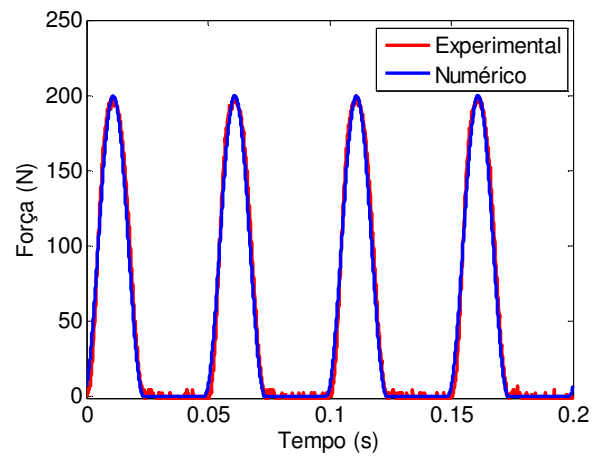


Figura 4.26. AEM1 (Entrada Tipo Meia Onda).

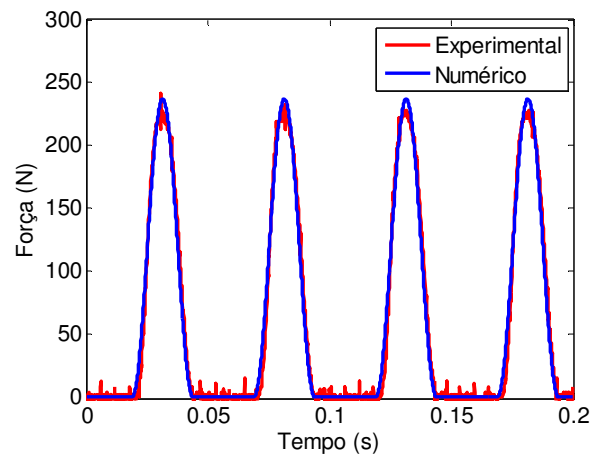


Figura 4.27. AEM2 (Entrada Tipo Meia Onda).

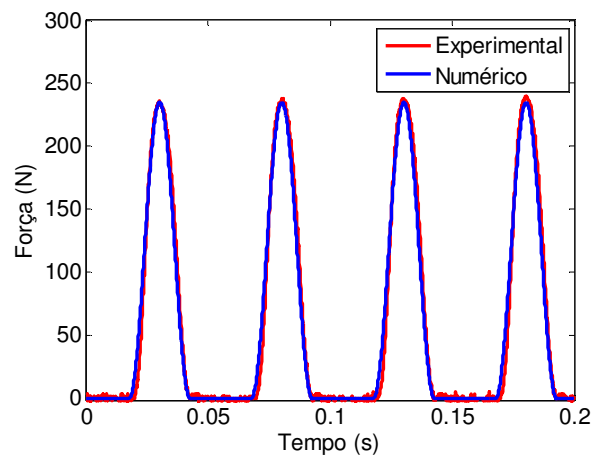


Figura 4.28. AEM3 (Entrada Tipo Senoidal Meia Onda).



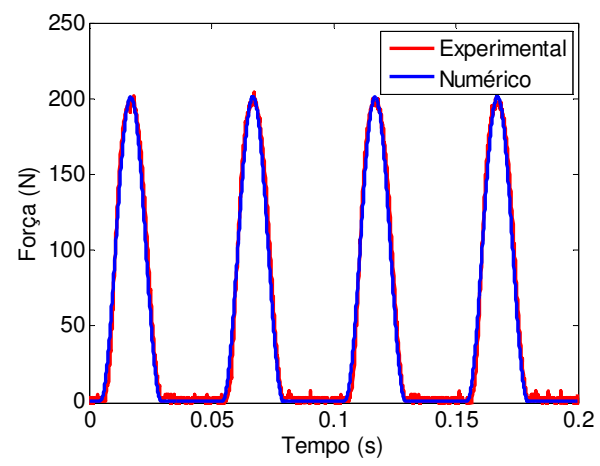


Figura 4.29. AEM4 (Entrada Tipo Senoidal Meia Onda).



## CAPÍTULO V

### Simulações Numéricas

#### 5.1. Modelo de Elementos Finitos

A figura a seguir apresenta o modelo do rotor utilizado.

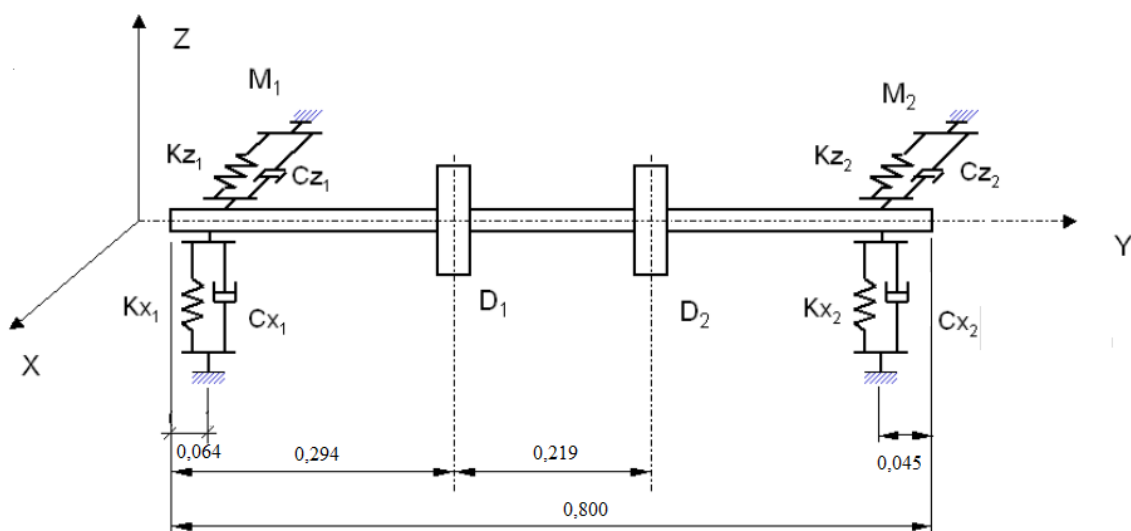


Figura 5.1 - Modelo do rotor utilizado.

O modelo do sistema é composto por dois discos,  $D_1$  e  $D_2$ , e dois mancais de rolamento,  $M_1$  e  $M_2$ . O modelo deste sistema foi obtido utilizando o Método dos Elementos Finitos. A Tab. 5.1 apresenta as propriedades físicas do modelo apresentado pela Fig. 5.1.

Tabela 5.1 - Características físicas do sistema rotor-mancais.

Rotor		Mancais	
Propriedades	Valor	Propriedades	Valor
Massa do eixo (kg)	4,1481	$k_{x1}$ (N/m)	$7,7301 \times 10^5$
Massa do disco $D_1$ (kg)	2,6495	$k_{z1}$ (N/m)	$1,1263 \times 10^6$
Massa do disco $D_2$ (kg)	2,6495	$k_{x2}$ (N/m)	$5,5065 \times 10^8$
Espessura de $D_1$ (m)	0,1000	$k_{z2}$ (N/m)	$7,3382 \times 10^8$
Espessura de $D_2$ (m)	0,1000	$C_{x1}$ (N.s/m)	5,7876
Diâmetro do eixo (m)	0,0290	$C_{z1}$ (N.s/m)	12,6001
$[C_P] = \alpha_p[M] + \beta_p[K]$	$\alpha_p = 4,9788$	$C_{x2}$ (N.s/m)	97,0231
	$\beta_p = 1,4858 \times 10^{-5}$	$C_{z2}$ (N.s/m)	77,8510

As propriedades utilizadas para o material do eixo são as seguintes: módulo de elasticidade  $205GPa$ , densidade do material  $7850kg/m^3$  e coeficiente de *Poisson*  $0,3$ .

O modelo foi discretizado considerando 32 elementos finitos, logo 33 nós. A Fig. 5.2 apresenta o modelo discretizado. A simulação do sistema foi feita utilizando os programas comerciais *Matlab®* e *Simulink®*.

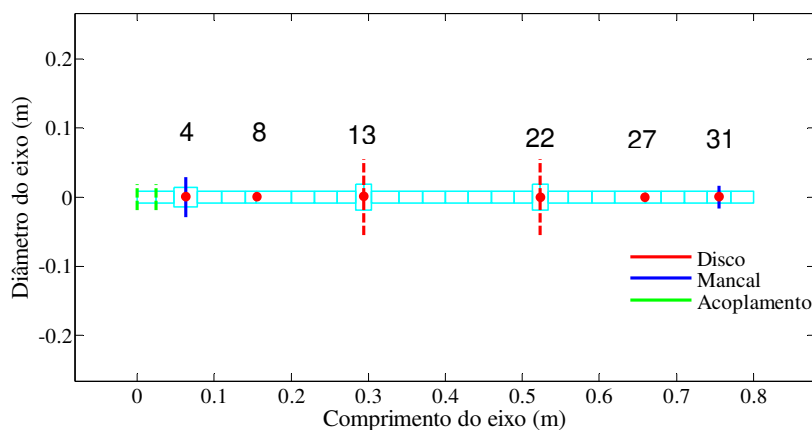


Figura 5.2 - Modelo discretizado do rotor.

Os discos  $D_1$  e  $D_2$  estão localizados nos nós 13 e 22, os mancais  $M_1$  (Mancal Híbrido) e  $M_2$  nos nós 4 e 31 e dois planos de medição (nós 8 e 27). A obtenção das equações do movimento do rotor foi apresentada no Capítulo II, sendo reproduzida aqui, apenas sua representação desconsiderando a força de controle.

Para fins de simulação, considerou-se os 14 primeiros modos do sistema (7 em cada direção ( $x$  e  $z$ )), sendo utilizado o método pseudo-modal para a obtenção do modelo.

$$[m]\{\ddot{q}(t)\} + [c_b] + \dot{\phi}[c_g]\{\dot{q}(t)\} + [k] + \ddot{\phi}[k_g]\{q(t)\} = w(t) \quad (5.1)$$

E o sistema no domínio modal é apresentado na forma de espaço de estados pela Eq. (5.2):

$$\begin{aligned} \{\dot{q}(t)\} &= [A]\{q(t)\} + [B_w]\{w(t)\} \\ \{Y(t)\} &= [C]\{q(t)\} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Na qual,

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[k][m]^{-1} & -[c_b][m]^{-1} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$$

$$[B_w] = \begin{bmatrix} [0] \\ [m]^{-1} \end{bmatrix}_{2n \times n}$$

$$[C] = [I]_{2n \times 2n}$$

$$\{w(t)\} = \left[ \left[ \Phi_e^T \right]_{n \times n_e} \{F_{EXC}(t)\}_{n_e \times 1} \right]_{n \times 1} - [\dot{\phi}_g \dot{q}]_{n \times 1}$$

$n$  é o número de modos considerados;

$n_e$  é o número de entradas.

A saída do sistema, escrita em coordenadas físicas, é dada por:

$$\{\delta(t)\} = [\Phi_s]_{ns \times n} \{X(t)\}_{n \times 1} \quad (5.3)$$

onde  $ns$  é o número de saídas.

O esquema do sistema utilizado no *Simulink®* é apresentado de maneira simplificada pela Fig. (5.3).

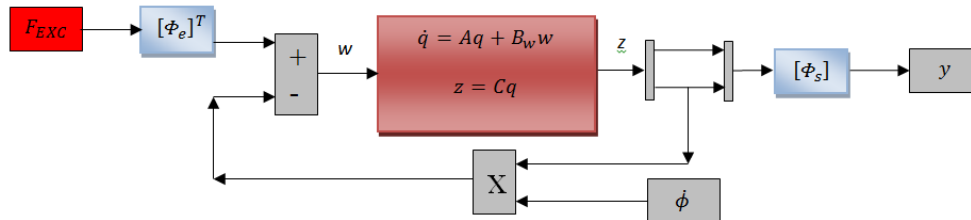


Figura 5.3 - Modelo utilizado para o rotor estudado.

É importante destacar que no esquema apresentado pela Fig. 5.3 todos os modos são excitados, assim como todos os estados modais ( $z(t)$ ) são medidos, sendo as matrizes  $[\Phi]_e$  e  $[\Phi]_s$  responsáveis pela conversão da entrada em coordenadas modais e da saída em coordenadas físicas, respectivamente.

Os pontos de medição foram os nós 8 e 27, enquanto que a entrada de excitação foi considerada no nó 13, que é o nó correspondente à posição do disco 1.

A Fig. 5.4 apresenta o Diagrama de Campbell do rotor da Fig. (5.1). No modelo estudado o sistema foi reduzido levando em conta os 14 primeiros modos do sistema.

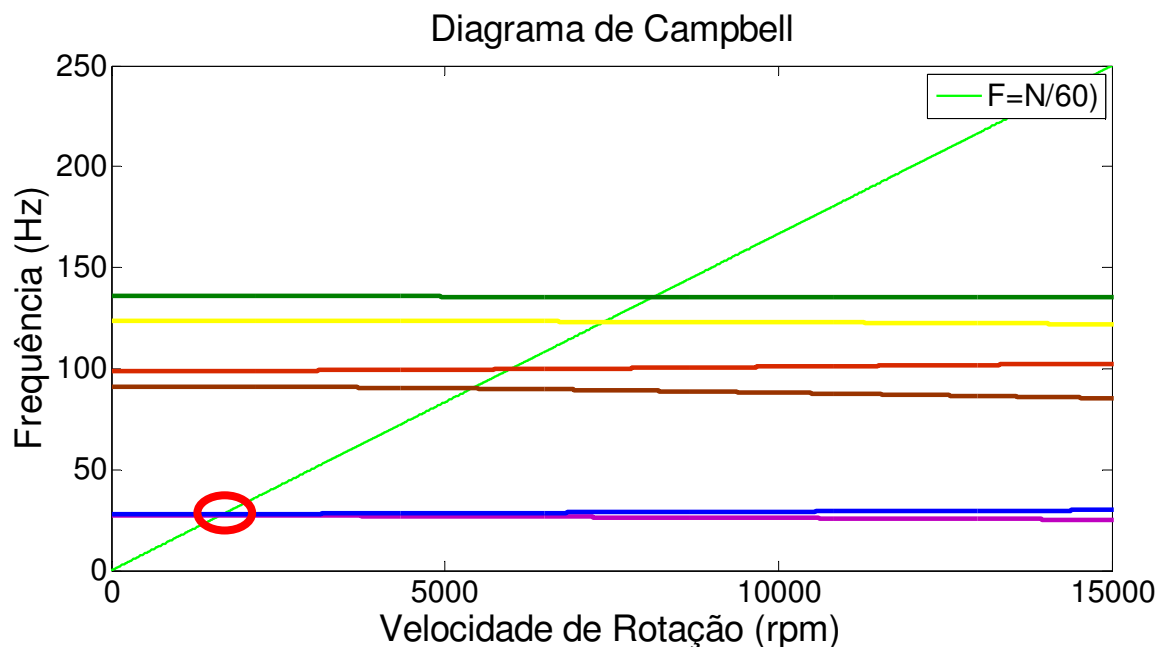


Figura 5.4 - Diagrama de Campbell.

A região destacada no Diagrama de Campbell da Fig. 5.4 se relaciona à primeira velocidade crítica do rotor. Para melhor visualização das duas primeiras velocidades críticas, esta região foi ampliada, sendo agora mostrada na Fig. 5.5.

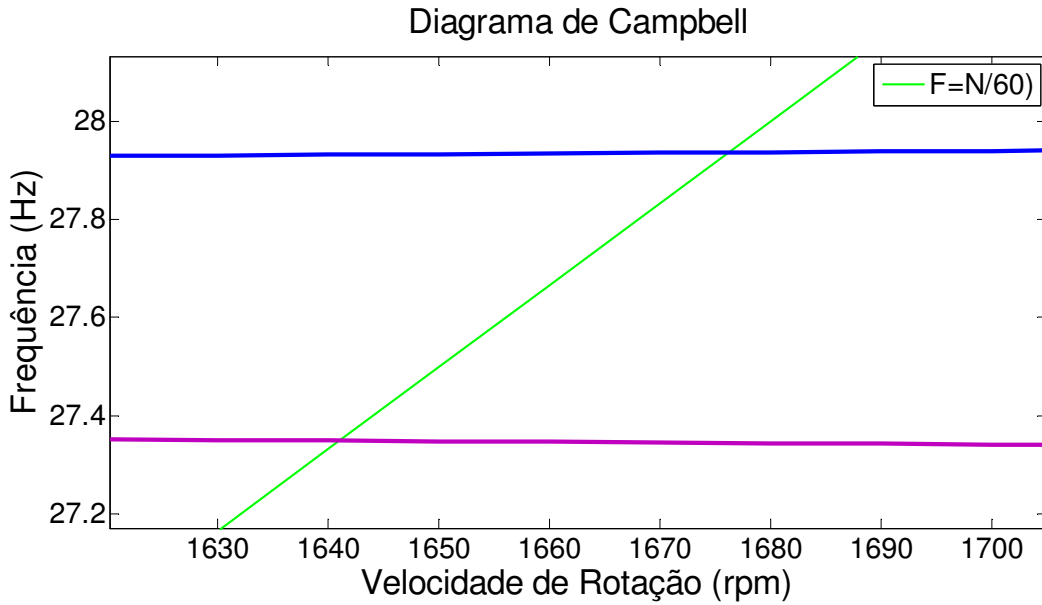


Figura 5.5 - Região do Diagrama de Campbell que mostra as duas primeiras velocidades críticas.

Analisando a Fig. 5.5, observa-se que as duas primeiras velocidades críticas estão próximas de  $1640rpm$  e  $1675rpm$ .

## 5.2. Projeto do Estimador de Estado

O uso de estimadores de estado permite reconstruir os estados modais através da leitura dos sensores e do conhecimento da lei de controle, Gaudiller e Der Hagopian (1996). A teoria do estimador LQE (estimador quadrático linear) foi desenvolvida segundo as mesmas bases da teoria do controlador LQR, ou seja, minimizando uma função custo previamente estabelecida.

O sistema, na forma de espaço de estados, utilizado no projeto do estimador de estado é apresentado pela Eq. (5.4):

$$\begin{aligned} \{\dot{\bar{q}}(t)\}_{2n \times 1} &= [\tilde{A}]_{2n \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1} + [\tilde{B}_u]_{2n \times ne} \{u(t)\}_{ne \times 1} + [L]_{2n \times ns} \{\{y(t)\}_{ns \times 1} - \{\bar{y}(t)\}_{ns \times 1}\} \\ \{\bar{y}(t)\}_{ns \times 1} &= [\Phi_s]_{ns \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1} \end{aligned} \quad (5.4)$$

na qual,

$[L]$  é a matriz de ganho do observador de estado;

$ns$  é o número de saídas estimadas (obs.  $N_s = ns$ );

$ne$  é o número de entradas de controle.

Reorganizando o sistema apresentado pela Eq. (5.4):

$$\{\dot{\bar{q}}(t)\} = [\tilde{A} - [L][\Phi_s][\tilde{C}]]\{\bar{q}(t)\} + [L]\{y(t)\} + [\tilde{B}_u]\{u(t)\} \quad (5.5)$$

Na qual  $[\tilde{A} - [L][\Phi_s][\tilde{C}]]$  é a matriz de observabilidade.

O sistema de observação acha-se representado na Fig. 5.6.

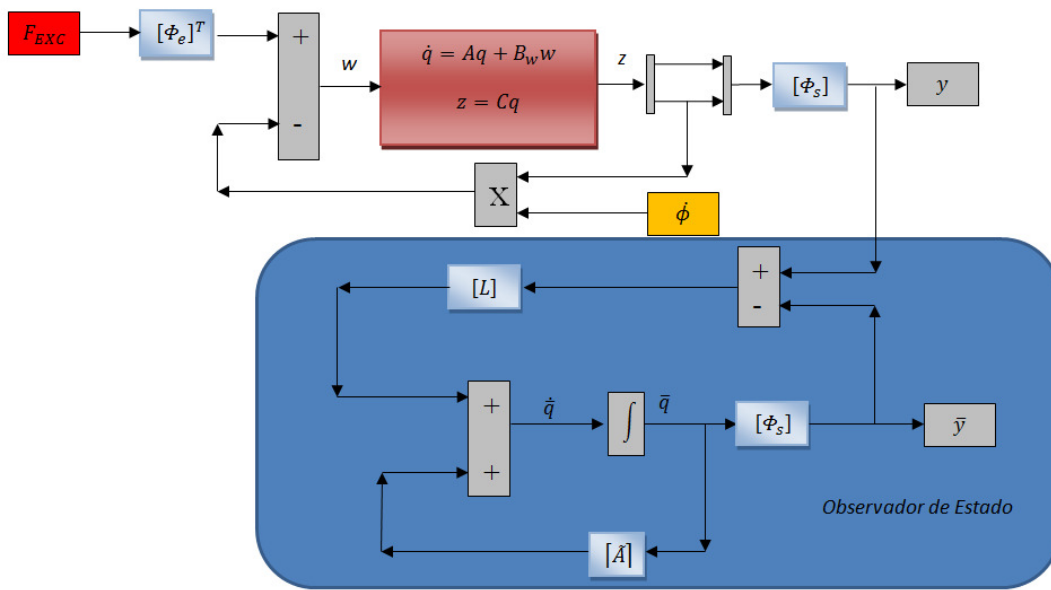


Figura 5.6 - Sistema de Observação.

Um ponto fundamental no projeto de um estimador de estado é a observabilidade do sistema, isto é, se o número de medidas é suficiente para realizar a estimação de estados. A seção 3.1.2 apresentou detalhes referentes à observabilidade de um sistema, que devem ser satisfeitos. Para o presente caso é necessário que a Eq. (3.5) seja satisfeita:

$$\text{rank}([M_o]) = 2n \quad (3.5)$$

sendo:

$$[M_o] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{2n-1} \end{bmatrix}$$



Para o sistema em estudo, a Eq. (3.5) foi satisfeita para  $n = 4$ . Neste caso, o sistema é observado considerando os 4 primeiros modos do sistema, valor que corresponde aos 2 primeiros modos ao longo de cada direção considerada (x e z).

Analizada a observabilidade do sistema, o próximo passo é determinar a matriz de ganho do observador de estado. Existem vários métodos para se calcular a matriz de ganho do observador. O método aqui utilizado foi apresentado na seção 3.7.1.

O observador de estado escolhido é o estimador de Kalman (Filtro de Kalman). Tal se deu principalmente porque, na etapa experimental, ruídos nos sinais são bastante comuns, e este estimador é capaz de realizar a tarefa de estimação de estado mesmo na presença de ruídos. Destaca-se que a saída do sistema real foi medida nos nós 8 e 26. Para a determinação do ganho do *Matlab®*, foi utilizado o comando *lqe.m*, o qual utiliza como entrada as matrizes  $[\tilde{A}], [\tilde{C}_0] = [\Phi_s][\tilde{C}], [Q_e]$  e  $[R_e]$ . As matrizes  $[Q_e]$  e  $[R_e]$  são apresentadas a seguir:

$$[Q_e] = 10^6 \times \begin{bmatrix} 1,0008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0084 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0165 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5987 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0802 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 99,4049 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 55,0308 \end{bmatrix}$$

$$[R_e] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Os valores apresentados pelas matrizes  $[Q_e]$  e  $[R_e]$  foram determinados de maneira a satisfazer tanto a parte de filtragem como a de estimação, sendo ajustado também de forma que as frequências naturais do estimador sejam próximas do modelo do rotor. Com os valores utilizados acima, obteve-se a matriz de ganho do observador de estado:

$$[L] = \begin{bmatrix} +6,4541 \times 10^{+2} & +5,4659 \times 10^{-5} & +7,1393 \times 10^{+2} & +5,7707 \times 10^{-5} \\ -5,4054 \times 10^{-5} & +6,7449 \times 10^{+2} & -5,9716 \times 10^{-5} & +7,1187 \times 10^{+2} \\ -8,3668 \times 10^{+2} & -4,5581 \times 10^{-7} & +4,7116 \times 10^{+2} & +1,8381 \times 10^{-7} \\ -3,7881 \times 10^{-7} & +7,9350 \times 10^{+2} & +2,2760 \times 10^{-7} & -5,5827 \times 10^{+2} \\ -1,6479 \times 10^{+4} & -9,1861 \times 10^{-4} & -2,8845 \times 10^{+3} & -3,1254 \times 10^{-4} \\ +1,1635 \times 10^{-3} & -9,1873 \times 10^{+3} & +3,7165 \times 10^{-5} & -1,5521 \times 10^{+3} \\ -2,9318 \times 10^{+4} & +5,0765 \times 10^{-5} & -5,0111 \times 10^{+4} & +3,8376 \times 10^{-5} \\ -5,5274 \times 10^{-5} & +1,3753 \times 10^{+4} & -6,7301 \times 10^{-5} & +3,8555 \times 10^{+4} \end{bmatrix}$$

Conforme comentado anteriormente, para mostrar a validade do projeto do observador de estado é importante analisar a observabilidade do sistema; para isto, utiliza-se o comando *rank.m* do *Matlab®*. O dado de entrada deste comando é a matriz  $[\tilde{A}]_O = [\tilde{A}] - [L][\tilde{C}_0]$ , resultando:

$$\text{rank}([\tilde{A}] - [L][\Phi_s][\tilde{C}]) = 8$$

Como a ordem do sistema é 8 (ordem da matriz dinâmica  $[\tilde{A}]$ ), temos que o sistema projetado é observável.

A Tab. 5.2 apresenta as frequências naturais dos 4 primeiros modos do sistema em comparação com as do estimador.

Tabela 5.2 - Frequências Naturais (Hz).

	Modelo	Estimador	Diferença (%)
<b>1º Modo</b>	26.6258	26.7144	0,3324
<b>2º Modo</b>	28.0602	28.3507	1,0353
<b>3º Modo</b>	89.7440	89.0520	0,7711
<b>4º Modo</b>	97.9661	97.7738	0,1963

O desempenho do estimador projetado pode ser observado nas Figs. 5.7 e 5.8, as quais apresentam respectivamente as respostas impulsivas e as FRFs. Um ruído branco (média nula e covariância  $1 \times 10^{-12}$ ) foi somado ao deslocamento real do sistema para testar a eficiência do estimador quanto à sua capacidade de rejeitar ruídos. Como se trata de um

estimador do tipo Filtro de Kalman, este deve ser capaz de realizar a estimação a partir de um sinal ruidoso.

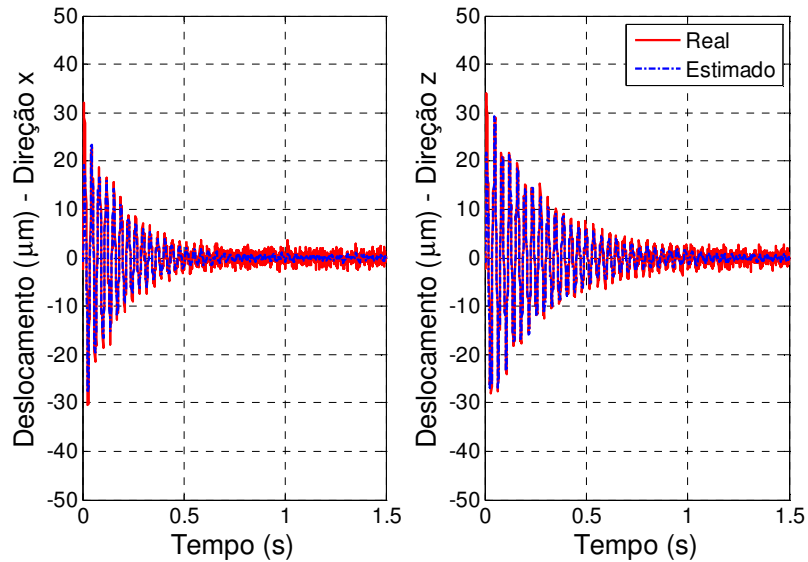


Figura 5.7 – Comparação entre a resposta do sistema e a estimada (nó 27).

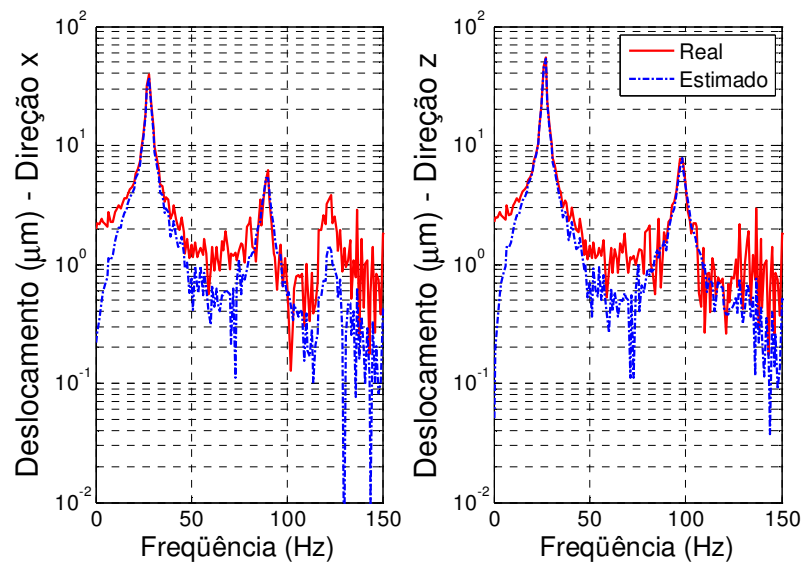


Figura 5.8 – Comparação das FRFs das respostas real e estimada.

Analisando as Figs. 5.7 e 5.8, observa-se que o estimador projetado apresenta bons resultados haja vista a proximidade entre as respostas real e estimada, fato que demonstra a eficiência do processo.

Outro ponto importante é a capacidade do estimador de Kalman de realizar uma estimação de forma a rejeitar a presença de ruído. Para facilitar a visualização, uma ampliação das respostas da Fig. (5.7) foi realizada e é apresentada na Fig. (5.9).

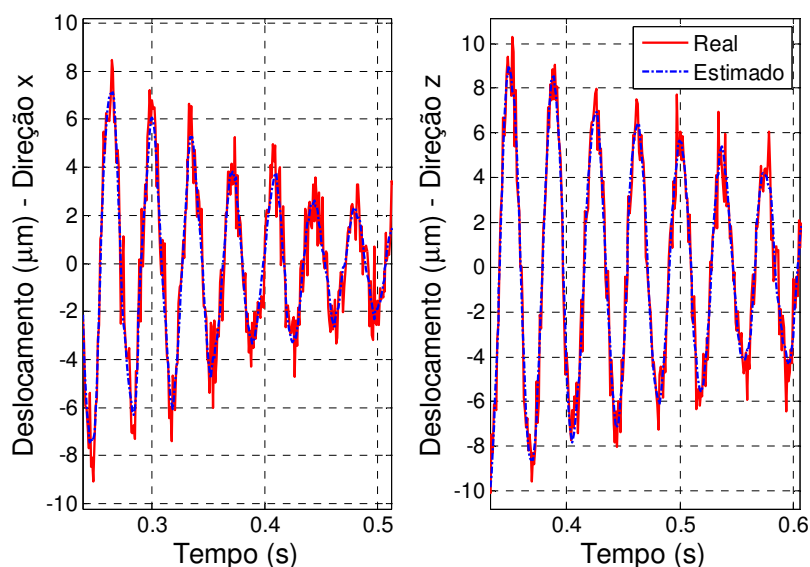


Figura 5.9 – Ampliação da Fig. 5.7.

É importante destacar que a ponderação dos valores utilizados nas matrizes  $[Q_e]$  e  $[R_e]$  deve ser feita de forma a satisfazer tanto a estimação como a filtragem do sinal. Foi observado que o aumento de  $[Q_e]$  permite a passagem de mais informação, o que contribui para melhor estimação do sinal; porém, perde-se eficiência na filtragem. A diminuição dos valores de  $[Q_e]$ , por sua vez, resulta numa melhor filtragem; no entanto, esta resulta em perda de informação, prejudicando a estimação. Desta forma, a matriz  $[Q_e]$  utilizada aqui foi determinada de maneira a fazer uma boa estimação da resposta do sistema, ao mesmo tempo em que a filtragem de sinais indesejáveis (ruído) também foi satisfeita (solução de compromisso).

Os mesmos cuidados apresentados na determinação dos parâmetros da matriz  $[Q_e]$  foram tomados para a matriz  $[R_e]$ . Para a matriz  $[R_e]$  foi observado que o aumento dos valores de seus elementos prejudica a estimação, mas permite uma melhora na filtragem, ao passo que a redução destes mesmos valores melhora a estimação.

### 5.3. Projeto dos controladores (Realimentação de Estados)

Para o projeto dos controladores, considera-se o mesmo sistema utilizado no projeto do estimador:

$$\begin{aligned}\{\dot{\bar{q}}(t)\}_{2n \times 1} &= [\tilde{A}]_{2n \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1} + [\tilde{B}_u]_{2n \times nu} \{u(t)\}_{nu \times 1} \\ \{\bar{y}(t)\}_{ns \times 1} &= [\Phi_s]_{ns \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1}\end{aligned}\quad (5.6)$$

onde,

$n$  é o número de modos considerados.

$nu$  é o número de entradas de controle.

O sistema de controle incluindo tanto os observadores de estados como o controlador é apresentado na Fig. (5.10).

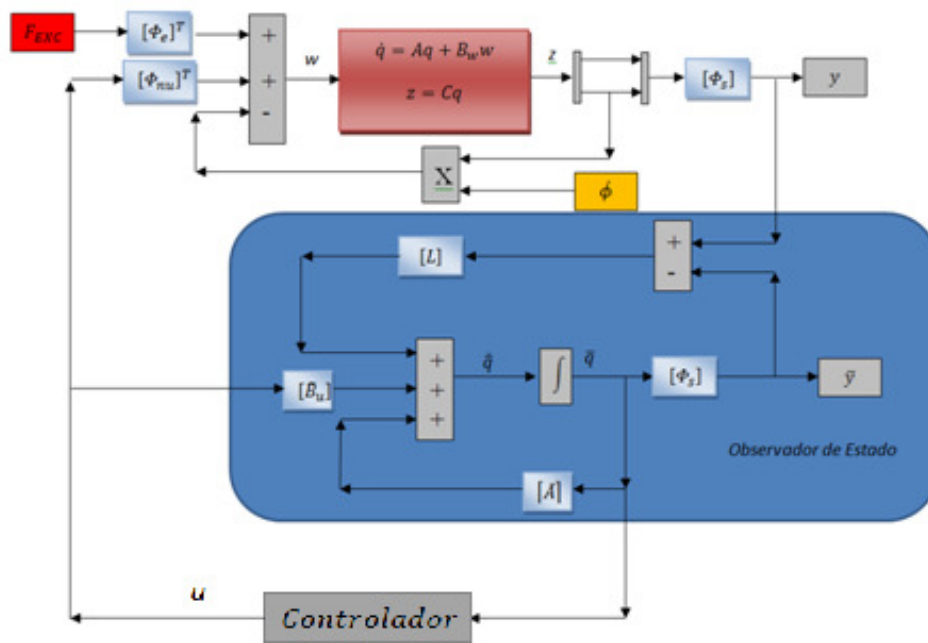


Figura 5.10 - Sistema de Controle.

Na Fig. 5.10 tem-se a planta de controle utilizada neste projeto, porém, a esta altura, ainda não foram incluídos os atuadores eletromagnéticos. Os AEMs são atuadores não lineares e, diante disto, a solução utilizada foi o emprego do modelo inverso do atuador.

O modelo inverso do atuador eletromagnético (DER HAGOPIAN; MAHFOUD, 2010) utilizado para resolver o problema da não-linearidade consiste na utilização da Eq. (5.7) para a determinação da corrente elétrica necessária. Assim sendo, a corrente elétrica é dada por:

$$I = \sqrt{\frac{2F_{AEM} \left( (e \pm \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2}{N_e^2 \mu_0 a f}} \quad (5.7)$$

Nesta abordagem do problema, a  $F_{AEM}$  é exatamente igual ao sinal de controle  $u$  mostrado na planta de controle da Fig. 5.10. A estrutura completa do controle é apresentada na Fig. 5.11.

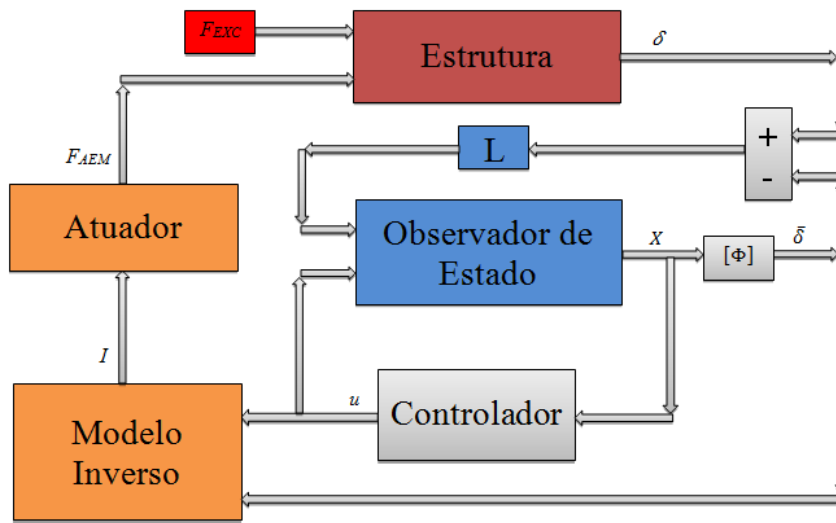


Figura 5.11 – Sistema de controle completo.

Vale ressaltar que foram estudados alguns tipos de controladores, sendo que os métodos propõem utilizar os deslocamentos e as velocidades modais para determinar os esforços de controle. De um modo geral, os controladores estudados podem ser divididos em duas categorias, a saber: a primeira (utilizada para o controle ótimo e para a norma  $H_\infty$ ) utiliza LMIs para o cálculo do ganho dos controladores; a segunda é baseada na Lógica Nebulosa (*fuzzy*).

A escolha destes métodos se deve ao fato deles permitirem levar em conta pequenas não linearidades e incertezas encontradas nos procedimentos experimentais. As duas categorias de controladores são apresentadas na Fig. 5.12.

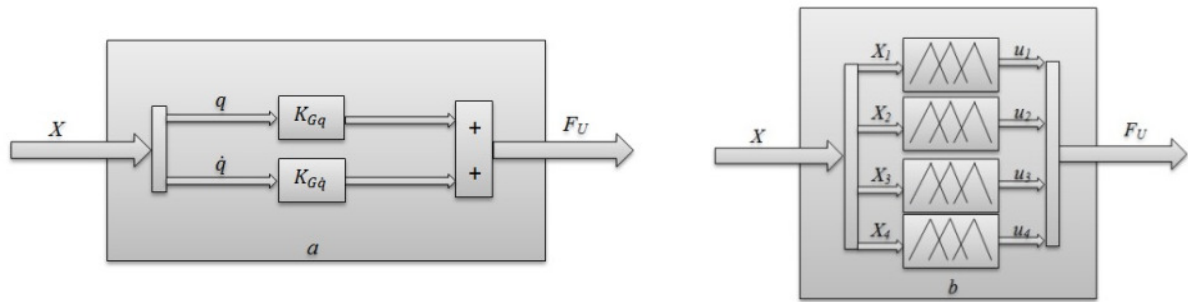


Figura 5.12 – Estrutura dos controladores: (a) Ganhos determinados por LMIs e (b) Controladores *fuzzy* modais.

Nesta análise numérica, os controladores foram ajustados sem levar em conta os atuadores eletromagnéticos. A inserção destes foi feita a seguir utilizando seus modelos inversos.

O primeiro passo no projeto do controlador é analisar a controlabilidade do sistema. Para esta finalidade, foi analisada a controlabilidade do sistema através do posto da matriz de controlabilidade dada pela Eq. 3.3..

$$\text{rank}([M_c]) = 2n \quad (3.3)$$

na qual,

$$[M_c] = [B \quad A[B] \dots [A]^{2n-1}[B]]$$

Assim como ocorreu no projeto do estimador, o sistema foi dado como controlável ao serem considerados os 4 primeiros modos de vibração. Feita esta análise, o próximo passo é determinar a matriz de ganho do controlador.

O projeto dos controladores foi feito utilizando três estratégias distintas, a saber, norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo e Lógica *Fuzzy* (tanto a norma  $H_\infty$  como o Controle Ótimo foram resolvidas por LMIs). É importante salientar que a técnica de controle escolhida é a realimentação de estados (*feedback control*) sendo que as técnicas norma  $H_\infty$  e Controle Ótimo são utilizadas apenas para a determinação do ganho dos controladores. O atuador utilizado foi posicionado no nó 4, sendo que esta posição deve ser considerada no projeto da matriz  $[\tilde{B}_u]$ . Para qualquer técnica utilizada para a determinação do ganho dos controladores as matrizes de entrada são  $[\tilde{A}]$  e  $[\tilde{B}_u]$ .

No caso da norma  $H_\infty$  foi necessário definir os parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$ . Além destes dois parâmetros, destaca-se que mais dois parâmetros foram adicionados a fim de determinar os controladores, a saber  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , tal que:

$$\begin{aligned}\dot{\{\bar{q}(t)\}}_{2n \times 1} &= [\tilde{A}]_{2n \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1} + [\tilde{B}_u]_{2n \times nu} \{u(t)\}_{nu \times 1} \\ \{\bar{y}(t)\}_{ns \times 1} &= [\Phi_s]_{ns \times 2n} \{\bar{q}(t)\}_{2n \times 1}\end{aligned}\quad (5.8)$$

Tais parâmetros foram determinados com base nas frequências naturais da nova matriz dinâmica do sistema controlado  $[\tilde{A}]_C = [\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][K]$ . No processo de otimização que visa minimizar a diferença entre as frequências naturais da matriz de controlabilidade e da matriz dinâmica foi necessário ter cuidado especial com os valores de  $\alpha$  e  $\mu$ , visto que alguns valores obtidos resultaram em valores de frequências naturais próximas das encontradas para a matriz de controlabilidade. Porém, ao mesmo tempo, para fins de controle, os valores encontrados não produziam atenuação nas respostas do sistema. Desta forma, os valores utilizados de  $\alpha$  e  $\mu$  são os valores no qual a nova matriz dinâmica do sistema controlado  $[\tilde{A}]_C$  possuía frequências naturais próximas às da matriz dinâmica do sistema original  $[\tilde{A}]$ , mas ao mesmo tempo são capazes de atenuar o nível de vibração desejado. Em termos da norma  $H_\infty$ :

$$\alpha = 13,9678$$

$$\mu = 2,6353$$

$$\alpha_1 = 0,2001$$

$$\alpha_2 = 0,2011$$

Com estes valores, obteve-se a matriz de ganho do controlador:

$$[K]^T = \begin{bmatrix} 5,6418 \times 10^{+4} & 2,0152 \times 10^{-2} \\ 4,4669 \times 10^{-3} & 1,1603 \times 10^{+5} \\ 1,0067 \times 10^{+5} & -1,3339 \times 10^{-2} \\ 1,8140 \times 10^{-2} & -5,4057 \times 10^{+4} \\ 5,5445 \times 10^{+2} & 9,7382 \times 10^{-5} \\ -3,7947 \times 10^{-5} & 1,3108 \times 10^{+3} \\ -7,3383 \times 10^{+1} & 3,7194 \times 10^{-6} \\ -2,7123 \times 10^{-6} & 9,3399 \times 10^{+1} \end{bmatrix}$$



A partir desta matriz de ganho, é possível analisar a controlabilidade do sistema, utilizando para isto o comando *rank.m* do *Matlab®*:

$$\text{rank}([\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][K]) = 8$$

Como a ordem do sistema é 8 (ordem da matriz dinâmica  $[\tilde{A}]$ ), tem-se que o sistema projetado é controlável.

Já com relação ao controle ótimo (LQR), destaca-se que este método utiliza, além das matrizes  $[\tilde{A}]$  e  $[\tilde{B}_u]$ , as matrizes  $[Q_{lqr}]$  e  $[R_{lqr}]$ , que fazem, respectivamente, a ponderação da influência dos estados e do consumo de energia do controlador. Novamente, o ajuste dos parâmetros das matrizes  $[Q_{lqr}]$  e  $[R_{lqr}]$  é feito observando o fato que o aumento dos parâmetros de  $[Q_{lqr}]$  aumentam a atenuação, o que ocorre também com o aumento dos parâmetros de  $[R_{lqr}]$ . Deve-se atentar ao aumento destes valores, visto que valores grandes de  $[Q_{lqr}]$  podem desestabilizar o sistema, assim como grandes valores de  $[R_{lqr}]$  podem resultar num consumo exagerado de energia.

Como a matriz  $[Q_{lqr}]$  está relacionada com os estados do sistema, tem-se que esta deve ter a mesma ordem que a matriz dinâmica considerada  $[\tilde{A}]$ , que no caso do modelo reduzido é  $2n \times 2n$ . Já a matriz  $[R]$  é uma matriz quadrada cuja ordem está relacionada com o número de entradas do sinal de controle, ou seja, com o número de colunas da matriz  $[\tilde{B}_u]$ .

As matrizes  $[Q_{lqr}]$  e  $[R_{lqr}]$  utilizadas são apresentados a seguir:

$$[Q_{lqr}] = 10^{+5} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R_{lqr}] = \begin{bmatrix} 0,02 & 0 \\ 0 & 0,02 \end{bmatrix}$$

Para o controle ótimo, foi necessário ajustar os parâmetros  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  da relação apresentada na Eq. (5.8):

$$\{\bar{q}(t)\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \cdot q(t) \\ \alpha_2 \cdot \dot{q}(t) \end{Bmatrix}$$

Neste caso, utilizaram-se:

$$\alpha_1 = 0,2000$$

$$\alpha_2 = 0,3462$$

E assim obteve-se a matriz de ganho do controlador:

$$[K]^T = \begin{bmatrix} -5,7198 \times 10^{+5} & -1,3609 \times 10^{-2} \\ 4,6140 \times 10^{-2} & -1,2052 \times 10^{+4} \\ -5,4501 \times 10^{+5} & -3,4987 \times 10^{-3} \\ 2,2651 \times 10^{-3} & 1,5329 \times 10^{+5} \\ 3,2645 \times 10^{+3} & 1,8615 \times 10^{-4} \\ -2,7243 \times 10^{-4} & 2,1138 \times 10^{+3} \\ -5,0131 \times 10^{+3} & -3,3811 \times 10^{-5} \\ 1,7481 \times 10^{-5} & 2,4068 \times 10^{+3} \end{bmatrix}$$

Analisando a controlabilidade com esta matriz de ganho e utilizando o comando *rank.m* do *Matlab®*, resulta:

$$\text{rank}([\tilde{A}] - [\tilde{B}_u][K]) = 8$$

Assim como ocorreu com a norma  $H_\infty$ , o sistema também é controlável utilizando Controle ótimo como estratégia.

A Tab. (5.3) mostra uma comparação entre as frequências naturais do sistema com e sem controle.

Tabela 5.3 - Frequências Naturais (Hz).

	Modelo	Norma $H_\infty$	Diferença (%)	LQR	Diferença (%)
<b>1º Modo</b>	26,6258	26,9633	1,2676	26,5066	0,4477
<b>2º Modo</b>	28,0602	28,3089	0,8863	27,9898	0,0251
<b>3º Modo</b>	89,7440	88,2911	1,6190	89,9701	0,2519
<b>4º Modo</b>	97,9661	97,5063	0,4693	98,4067	0,4497

#### 5.4. Projeto dos controladores *Fuzzy*

O primeiro passo desta abordagem consiste na fuzzificação das entradas dos controladores, que são convertidas para variáveis *fuzzy*. O número de variáveis *fuzzy* depende do número de funções de pertinência utilizado. Neste projeto foram utilizadas duas funções de pertinência do tipo gaussiana (GBELL *Matlab*® functions) “Positiva” e “Negativa”, as quais são apresentadas pela Fig. 5.13.

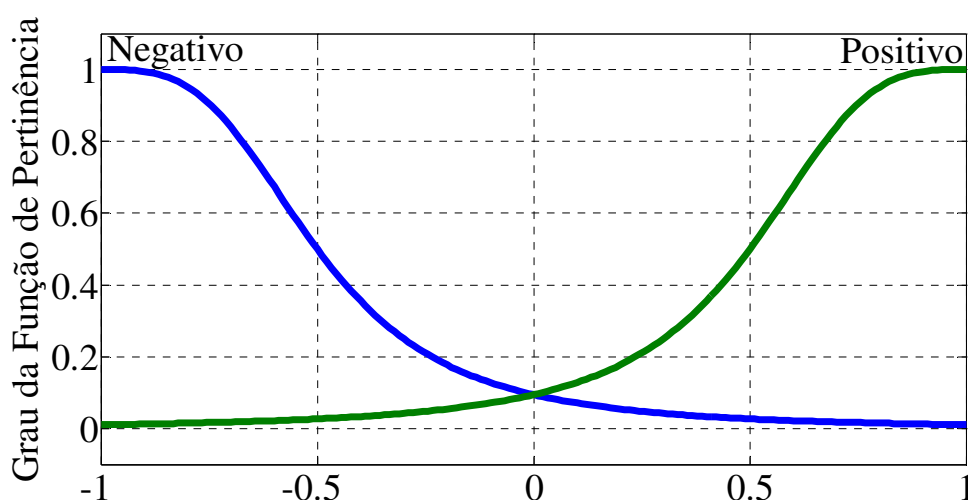


Figura 5.13 - Funções de pertinência utilizadas.

O mecanismo de inferência é a função “mínimo”  $w_j$ . As regras para o controlador são apresentadas na Tab. 5.4.

Tabela 5.4 - Regras dos controladores *fuzzy*.

Regra	Condição	Decisão
1	SE deslocamento é positivo E velocidade é positiva	Ação
2	SE deslocamento é positivo E velocidade é negativa	Sem ação
3	SE deslocamento é negativo E velocidade é positiva	Sem ação
4	SE deslocamento é negativo E velocidade é negativa	Ação

O comando de controle é obtido após a defuzzificação. Para tanto, foi utilizado o método de Takagi-Sugeno para a defuzzificação, com as seguintes funções de pertinência:

$$z_1 = 0 \text{ e } z_2 = \alpha_i \delta + \beta_i \dot{\delta} \quad (5.9)$$

A Tab. 5.5 apresenta os valores  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  utilizados para cada modo do sistema:

Tabela 5.5 - Valores  $\alpha_i$  e  $\beta_i$

	$\alpha_i$	$\beta_i$
<b>1º Modo</b>	-52190	913.9
<b>2º Modo</b>	-16810	1273
<b>3º Modo</b>	-130200	-2479
<b>4º Modo</b>	29940	1446

Por fim, tem-se a força de comando  $F$ , que é determinada com base no método do centroide (SHAW; SIMÕES, 1999):

$$F = \frac{\sum_{j=1}^2 w_j z_j}{\sum_{j=1}^2 w_j} \quad (5.10)$$

## 5.5. Resultados Numéricos

Esta seção apresenta os resultados numéricos obtidos para o controle ativo de vibrações de rotores flexíveis utilizando atuadores eletromagnéticos. Vale ressaltar que os resultados adquiridos foram obtidos com base na planta de controle apresentada pela Fig. 5.11. Tais resultados visam verificar a validade do Estimador de Kalman projetado na seção 5.3 e dos controladores projetados na seção 5.4, assim como a validade do modelo inverso do atuador utilizado.

As análises que seguem englobam estudos relacionados a duas situações de interesse, a saber, resposta impulsiva (para o rotor em repouso) e resposta ao desbalanceamento (sistema em rotação).

Os resultados obtidos são apresentados nas seções 5.5.1 e 5.5.2.

#### 5.5.1. Resposta impulsiva (rotor em repouso)

Com o rotor em repouso, a resposta impulsiva foi caracterizada por uma entrada na forma de um impacto com amplitude de 100N, sendo utilizado o bloco do *Simulink Pulse Generator*, considerando a duração do impacto de 2,5ms. O tempo de aquisição foi de 1,5s, a entrada foi aplicada no disco 2 localizado no nó 22, e os resultados obtidos foram analisados tanto no domínio do tempo, como no domínio da frequência.

A Fig.5.14 apresenta a resposta ao impacto aplicado no disco 2; nestes gráficos são apresentadas as respostas do sistema medidas no nó 27, tanto na direção  $x$  como na direção  $z$ .

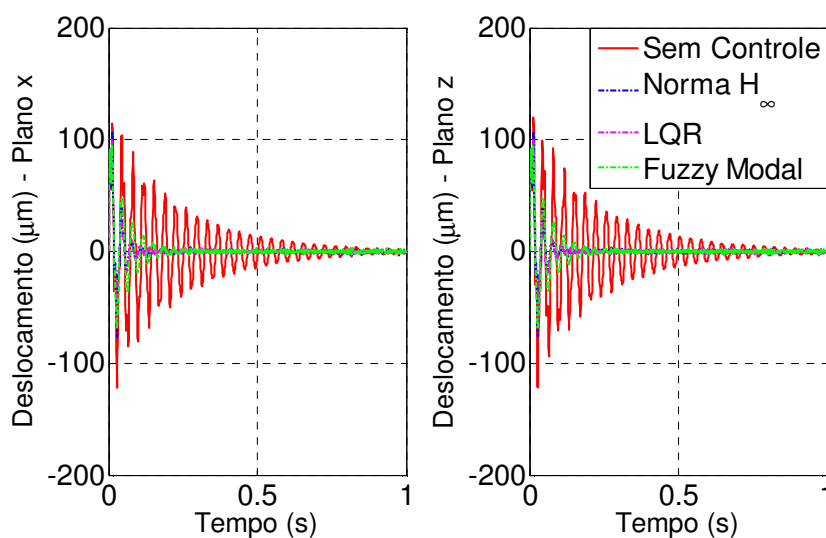


Figura 5.14 – Resposta ao impacto medido no nó 27.

Analisando os gráficos apresentados pela Fig. 5.14, observa-se que a resposta impulsiva do sistema foi atenuada pelos atuadores eletromagnéticos utilizando os controladores projetados (usando norma  $H_\infty$ , LQR e Lógica Fuzzy). Para permitir melhor visualização do sistema controlado, visando uma comparação dos diferentes controladores utilizados, os gráficos da Fig. (5.14) foram expandidos na faixa de 0 a 0,16s.

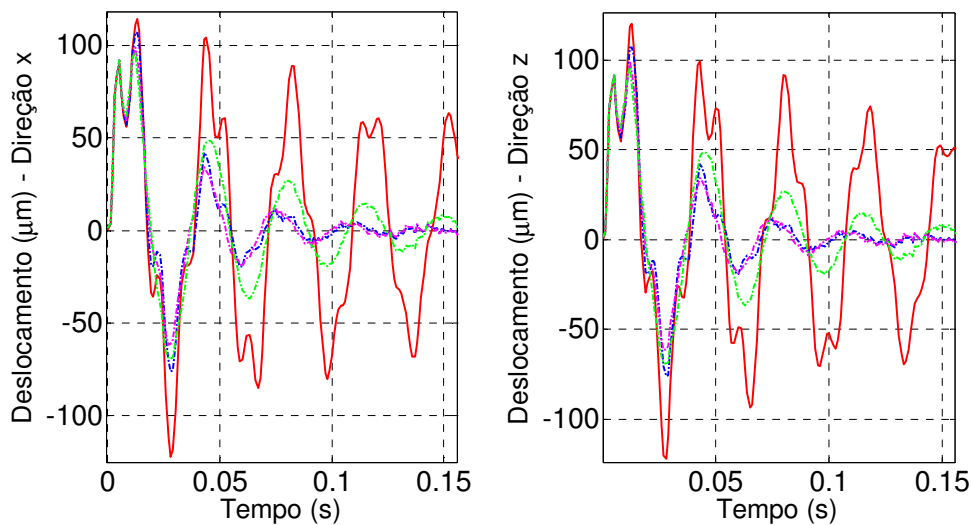


Figura 5.15 – Resposta ao impacto medido no nó 27.

A Fig. 5.15 revela melhores resultados utilizando a norma  $H_{\infty}$  e o Controle Ótimo, sendo que estas duas técnicas apresentaram um comportamento muito próximo. Para estes dois controladores a resposta ao impacto foi praticamente atenuada em 0,15s. A explicação para estes bons resultados tem a ver com a força de controle gerada pelos controladores (veja a Fig. 5.15).

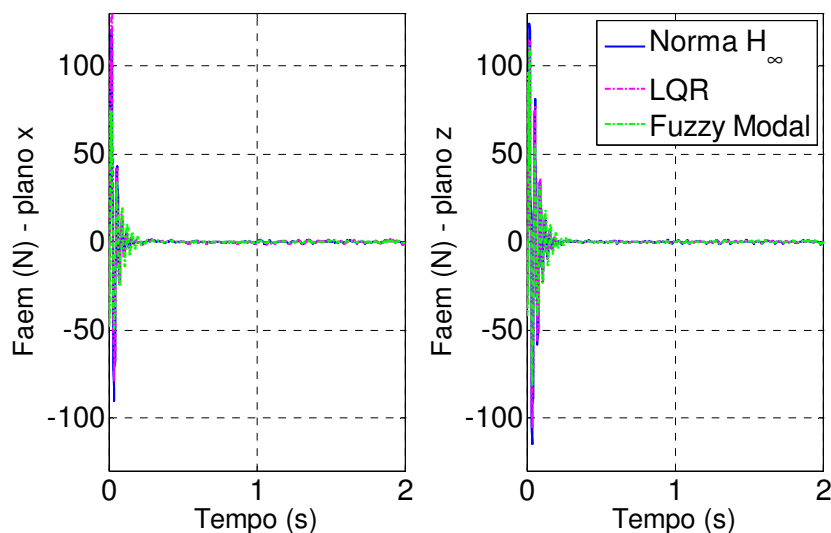


Figura 5.16 – Força de controle.

Observando os gráficos da Fig. 5.16, pode-se observar que a ação de controle (utilizando os controladores  $H_{\infty}$  e ótimo) é maior nos primeiros picos do que aquela gerada utilizando o controlador *Fuzzy Modal*. Desta forma, a atenuação da resposta do sistema se mostra mais rápida. Este fato é refletido na corrente elétrica requerida pelos atuadores eletromagnéticos (apresentada pela Fig. 5.17), onde é possível observar que uma ação de

controle maior nos instantes iniciais resulta em correntes maiores nestes mesmos instantes; porém, uma ação de controle menor no instante inicial, resulta em correntes elétricas maiores em instantes posteriores.

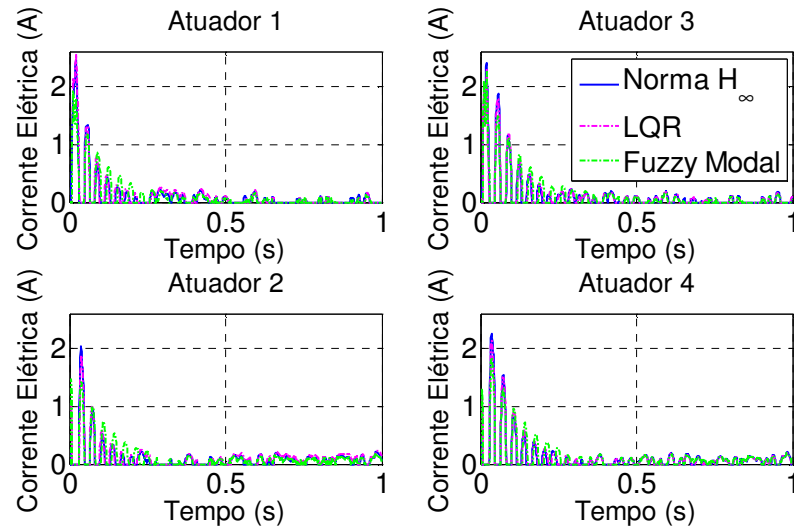


Figura 5.17 – Corrente elétrica utilizada pelos atuadores eletromagnéticos na resposta impulsiva.

Por fim, foi obtida a resposta em frequência (FRF) do sistema controlado, a qual foi comparada com o sistema sem a ação de controle. A Fig. 5.18 apresenta as FRFs obtidas.

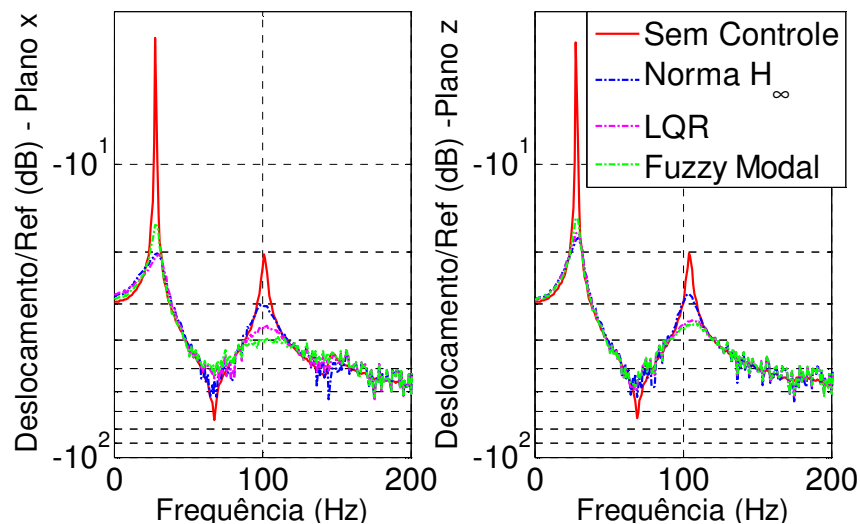


Figura 5.18 – Função de resposta em frequência.

Analisando os gráficos apresentados pela Fig. 5.18, observa-se que melhores resultados foram obtidos utilizando norma  $H_\infty$  e LQR para o primeiro modo, principalmente

na resposta observada na direção  $x$ . Este fato reflete diretamente o comportamento da resposta impulsiva apresentada na Fig. (5.16). Já com relação ao segundo modo, observa-se que melhores resultados foram obtidos utilizando os controladores *Fuzzy Modal*, principalmente ao longo da direção  $x$ .

A Tab. 5.6 apresenta a redução apresentada em cada modo considerado.

Tabela 5.6 - Atenuação de cada modo.

	<i>Norma H<sub>∞</sub></i>	<i>LQR</i>	<i>Fuzzy Modal</i>
<b>1º Modo</b>	81,62%	<b>81,80%</b>	77,05%
<b>2º Modo</b>	<b>78,48%</b>	77,50%	74,80%
<b>3º Modo</b>	32,62%	21,31%	<b>48,41%</b>
<b>4º Modo</b>	26,92%	40,31%	<b>42,27%</b>

Analisando os resultados apresentados pela Tab. 5.6, de um modo geral pode-se concluir que os controladores *Fuzzy Modais* apresentaram melhores resultados, visto que, para os dois primeiros modos o percentual de redução foi relativamente próximo para todos os controladores utilizados, enquanto que, para o terceiro e quarto modos, os controladores *Fuzzy Modais* se destacaram.

#### 5.5.2. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação)

As excitações por desbalanceamento são as principais forças de excitação encontradas em máquinas rotativas. Diante disto, esta seção visa analisar o controle sobre o rotor considerando um desbalanceamento de  $20\text{ g.cm}$  no disco 2 localizado no nó 22. Nesta análise o rotor foi acelerado de  $0$  a  $3000\text{rpm}$  num intervalo de tempo de  $30\text{s}$ . Estas características de desbalanceamento e de velocidade de rotação são apresentadas na Fig. 5.19. Vale lembrar que, pelo Diagrama de Campbell, o rotor apresenta velocidades críticas de  $1640\text{rpm}$  e  $1675\text{rpm}$ . Desta forma, a faixa de rotação considerada nesta análise compreende estas velocidades críticas no teste de *run-up*.



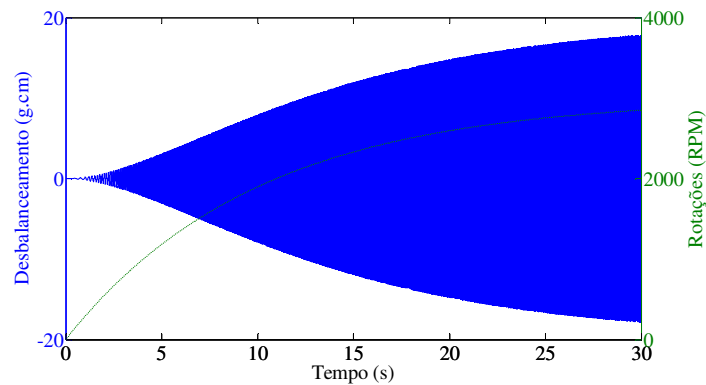


Figura 5.19 – Desbalanceamento e velocidade de rotação aplicada na determinação da resposta ao desbalanceamento.

A Fig. 5.20 apresenta a resposta ao desbalanceamento do sistema com e sem controle.

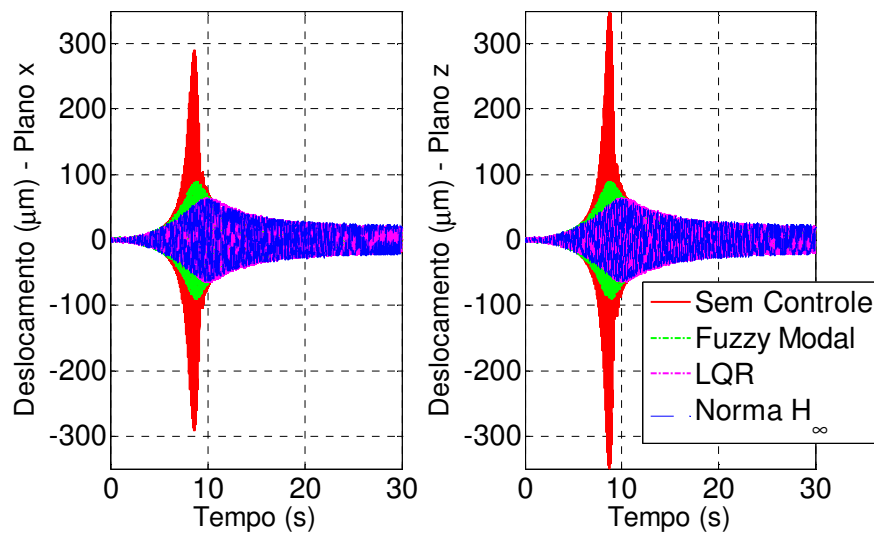


Figura 5.20 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27.

A partir da Fig. 5.20 é possível observar a validade do controle aplicado sobre o rotor flexível estudado. De um modo geral, foram obtidos bons resultados com os controladores projetados, visto que o sistema foi atenuado na passagem pela velocidade crítica.

A Tab. 5.7 apresenta a redução percentual na amplitude da resposta do sistema controlado. Observa-se que neste caso, considerando excitação por desbalanceamento, melhores resultados para a resposta ao desbalanceamento foram obtidos utilizando controladores projetados com a norma  $H_{\infty}$  e Controle Ótimo, porém com destaque para a norma  $H_{\infty}$ . Este fato pode ser explicado pelas diferenças na força de controle calculada, e pela corrente elétrica resultante requerida pelos atuadores eletromagnéticos, conforme se vê, respectivamente, nas Figs. 5.21 e 5.22.

Tabela 5.7 - Atenuação percentual da resposta do sistema.

	<i><b>Norma <math>H_{\infty}</math></b></i>	<i><b>LQR</b></i>	<i><b>Fuzzy Modal</b></i>
<b>Direção x</b>	<b>78,19%</b>	77,73%	69,29%
<b>Direção z</b>	<b>77,77%</b>	76,55%	71,12%

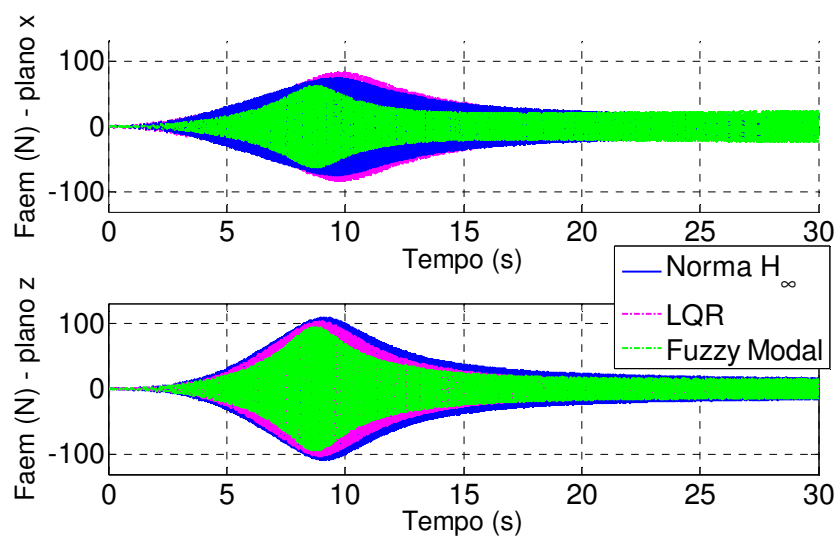


Figura 5.21 – Ação de controle requerida na resposta ao desbalanceamento.

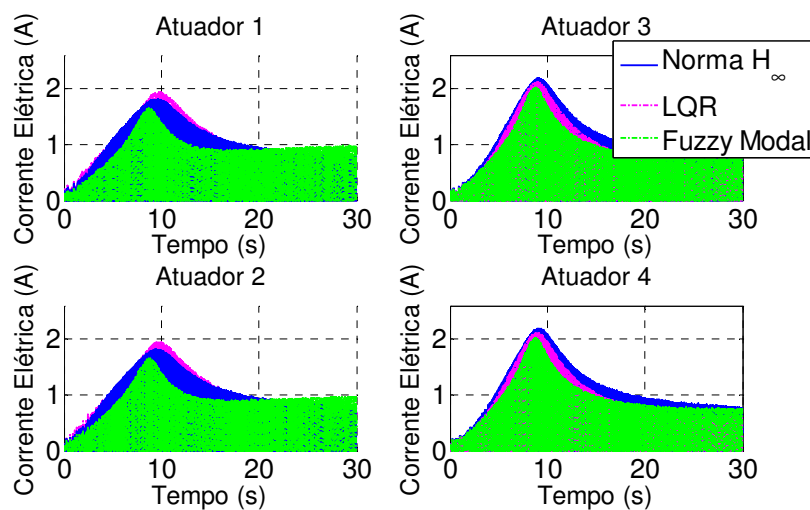


Figura 5.22 – Corrente elétrica utilizada pelos atuadores eletromagnéticos na resposta ao desbalanceamento.

Observando a força de controle apresentada pela Fig. 5.21, pode-se verificar que os picos das forças apresentaram valores próximos para as técnicas estudadas, sendo um pouco maior para a norma  $H_\infty$  e o Controle Ótimo, o que explica uma maior atenuação com estas duas técnicas quando comparadas com a Lógica *Fuzzy*. Estas forças de controle apresentam influência direta nas correntes elétricas calculadas pelo modelo inverso, que serão utilizadas pelos AEMs.

Como o objetivo nesta etapa foi verificar a eficiência do controle ativo sobre o rotor flexível considerando a resposta à excitação por desbalanceamento, a Fig. 5.23 mostra a órbita da resposta do sistema na região da velocidade crítica do sistema para os casos sem e com controle.

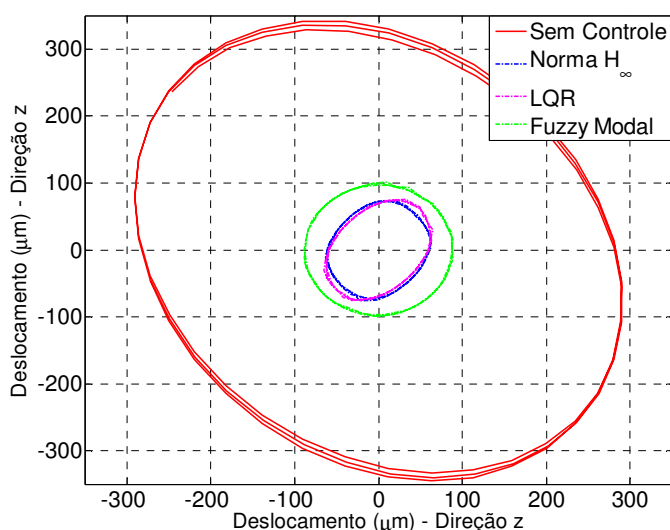


Figura 5.23 – Órbitas do sistema no nó 27.

A Fig. 5.23 permite verificar a diminuição da órbita da resposta do sistema controlado, destacando, mais uma vez, que os melhores resultados foram encontrados para a norma  $H_\infty$  e para o Controle Ótimo.

## 5.6. Análise de Robustez

A análise de robustez consistiu em avaliar o comportamento do controle sobre o rotor flexível no caso de possíveis variações sobre o sistema. Como este capítulo consiste de simulações numéricas, tem-se que o rotor flexível foi representado por um modelo (reduzido ao se considerar os 14 primeiros modos do rotor) enquanto que para o projeto dos

estimadores e dos controladores foi utilizado outro modelo (considerando apenas os 4 primeiros modos).

Desta forma, duas situações foram estudadas: a primeira, considerando variações no modelo representativo rotor (caracterizando possíveis alterações na própria estrutura); e a segunda, variações no modelo do estimador, fato que representa possíveis incertezas em termos da identificação do sistema. Em ambas as situações, a variação foi aplicada diretamente sobre a matriz dinâmica  $[A]$  dos modelos, sendo considerada uma variação de 0 a 20%. Os resultados são apresentados em termos da atenuação dos modos do modelo reduzido utilizado no projeto dos controladores.

As Figs. 5.24 e 5.25 apresentam os resultados obtidos com a variação do modelo do rotor.

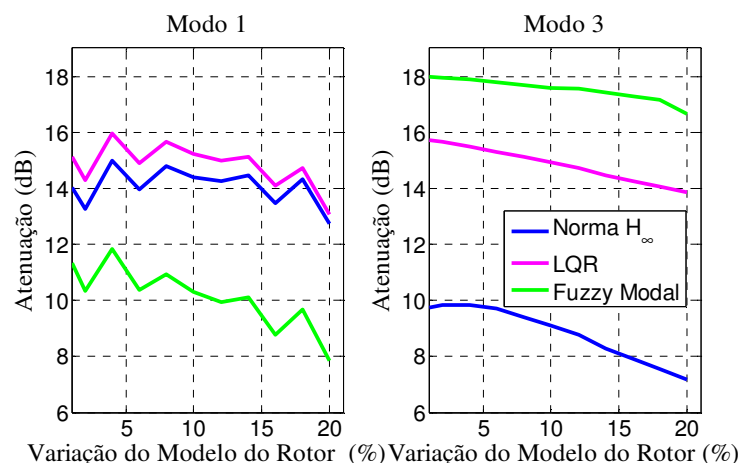


Figura 5.24 – Atenuação dos modos da direção x – Variação do modelo do rotor.

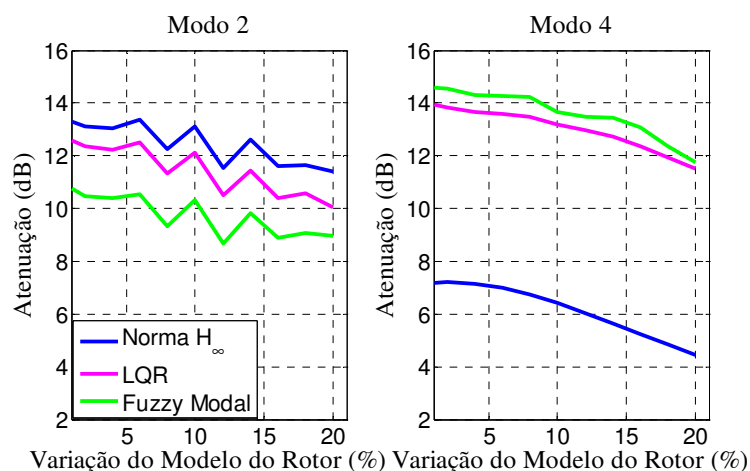


Figura 5.25 – Atenuação dos modos da direção z – Variação do modelo do rotor.

Analisando os gráficos apresentados pelas Figs. 5.24 e 5.25, observa-se que o comportamento dos modos apresentou um formato diferente, visto que, enquanto os modos

1 e 2 apresentaram oscilações no nível de atenuação, os modos 3 e 4 apresentaram apenas uma queda na atenuação com o aumento da variação do modelo.

A Tab. 5.8 apresenta os valores máximos e mínimos das atenuações obtidas para cada tipo de controle, considerando a variação de 0 a 20% do modelo.

Tabela 5.8 - Valores máximos e mínimos de atenuação (Modelo do rotor).

	<i>Norma <math>H_{\infty}</math></i>			<i>Controle Ótimo</i>			<i>Fuzzy Modal</i>		
	<i>Mín</i> (dB)	<i>Máx</i> (dB)	<i>VAR</i> (dB)	<i>Mín</i> (dB)	<i>Máx</i> (dB)	<i>VAR</i> (dB)	<i>Mín</i> (dB)	<i>Máx</i> (dB)	<i>VAR</i> (dB)
<b>1º Modo</b>	12,72	15,00	2,28	13,06	15,96	2,90	7,83	12,35	4,52
<b>2º Modo</b>	11,40	13,45	2,05	10,03	12,77	2,74	8,68	11,06	2,38
<b>3º Modo</b>	7,19	9,84	2,65	13,87	15,80	1,93	13,66	18,00	4,34
<b>4º Modo</b>	4,45	7,22	2,77	11,49	14,02	2,53	11,76	14,63	2,87

Analisando os resultados apresentados pela Tab. 5.8, observa-se que as variações apresentadas entre as atenuações máximas e mínimas apresentaram valores menores principalmente para a norma  $H_{\infty}$  e Controle Ótimo, para os quatro modos analisados. Este comportamento revela certa robustez destes controladores quando variações no modelo do rotor são levadas em conta. Já os controladores *Fuzzy Modais* apresentaram melhores resultados nos modos 1 e 3 que são os modos relacionados à direção x. De um modo geral, pode-se dizer que todos os controladores foram robustos às variações impostas ao modelo do rotor. Esta característica é bastante importante, uma vez que os controladores continuam capazes de controlar o sistema, mesmo quando modificações estruturais são introduzidas.

Continuando, as Figs. 5.26 e 5.27 apresentam os resultados obtidos com a variação do modelo do estimador.

As Figs. 5.26 e 5.27 permitem observar boa robustez dos controladores utilizados quando variações no modelo do estimador são consideradas, visto que os gráficos apresentaram variações extremamente baixas nos valores das atenuações. Estes valores são mostrados na Tab.5.9.

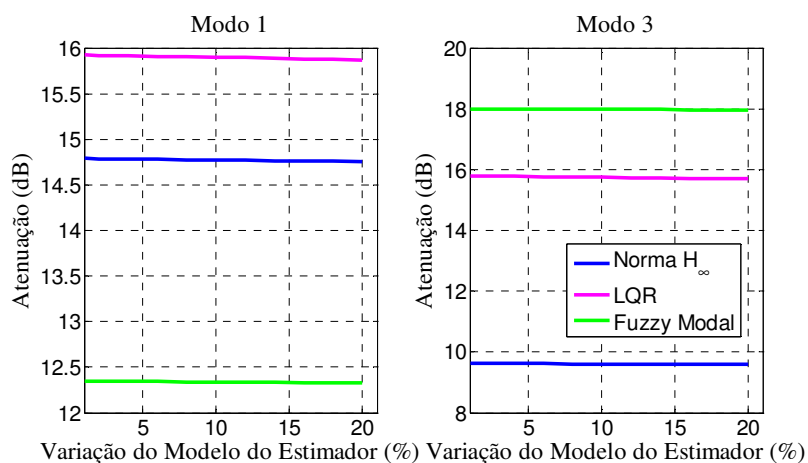


Figura 5.26 – Atenuação dos modos da direção x – Variação do modelo do estimador.

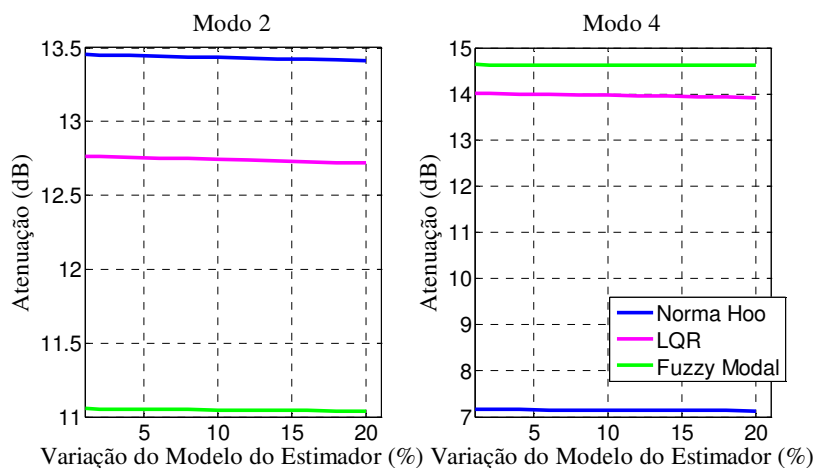


Figura 5.27 – Atenuação dos modos da direção z – Variação do modelo do estimador.

Tabela 5.9 - Valores máximos e mínimos de atenuação (Estimador).

	<i><b>Norma <math>H_{\infty}</math></b></i>			<i><b>Controle Ótimo</b></i>			<i><b>Fuzzy Modal</b></i>		
	<i><b>Mín</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>Máx</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>VAR</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>Mín</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>Máx</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>VAR</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>Mín</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>Máx</b></i> <b>(dB)</b>	<i><b>VAR</b></i> <b>(dB)</b>
<b>1º</b> <b>Modo</b>	14,75	14,79	0,04	15,87	15,93	0,06	12,33	12,35	0,02
<b>2º</b> <b>Modo</b>	13,41	13,45	0,04	12,72	12,77	0,05	11,04	11,06	0,02
<b>3º</b> <b>Modo</b>	9,59	9,62	0,03	15,69	15,80	0,11	17,97	18,00	0,03
<b>4º</b>	7,13	7,16	0,03	13,92	14,02	0,10	14,61	14,63	0,02

---

**Modo**

---

Observando os resultados apresentados pela Tab. 5.9, e comparando com os resultados apresentados pela Tab. 5.8 (na qual foram apresentados os valores máximos e mínimos das atenuações considerando variação no modelo do rotor), pode-se verificar que os controladores são mais robustos quando variações no modelo do estimador são consideradas.

Este é um resultado importante, visto que variações no modelo do estimador estão relacionadas a problemas de identificação do sistema real. Lembrando que o objetivo desta tese é aplicar estas técnicas de controle numa bancada experimental (cujos resultados serão apresentados no Capítulo VI), os resultados acima são expressivos, pois, mesmo que ocorram variações no modelo utilizado no projeto do estimador, os controladores são suficientemente robustos, garantindo resultados satisfatórios no processo de controle de vibração do sistema.

Outro ponto a se destacar é que os estimadores também garantem certa robustez à planta de controle em si, uma vez que o estimador aqui utilizado é o estimador de Kalman, projetado com bases estatísticas que, além de permitir a filtragem do sinal, ainda são capazes de fazer a estimação de estados com base em sinais contendo ruído.

### **5.7. Consumo de Energia**

Com o objetivo de analisar o consumo de energia, adotou-se uma constante  $\Delta$  variando de 0,7 a 1,3. Esta constante foi utilizada como um fator multiplicador na saída do modelo inverso do atuador, ou seja, multiplicava a corrente elétrica por um fator, fazendo o valor da corrente variar de  $\pm 30\%$ .

Este critério foi adotado para simular ao mesmo tempo duas situações: a primeira, representando qualquer alteração no valor da corrente elétrica gerada pelo modelo inverso e a que realmente chega no atuador propriamente dito (pode-se adiantar que na etapa experimental é o modelo inverso que determina a corrente elétrica exigida pelo atuador, para atender os requisitos da força de controle gerada pelos controladores); e, a segunda, consiste em verificar o quanto essa variação pode interferir no consumo de energia total pelos atuadores eletromagnéticos, ao mesmo tempo em que esta variação pode interferir no grau de atenuação da resposta do sistema.

Nesta segunda situação, o grau de atenuação da resposta foi verificado através da norma da resposta do sistema controlado, enquanto que o consumo de energia foi calculado

através da curva da corrente. O consumo de energia foi feito a partir da resposta ao impacto (rotor em repouso) e da resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação).

### 5.7.1. Resposta ao Impacto (rotor em repouso)

As Figs. 5.28 a 5.30 apresentam a força eletromagnética obtida, considerando a variação  $\Delta$  de 0,7 a 1,3 sobre a corrente elétrica, nas direções  $x$  e  $z$ . Desta forma, é possível visualizar o quanto a força dos atuadores eletromagnéticos podem diminuir ou aumentar com a variação da corrente elétrica.

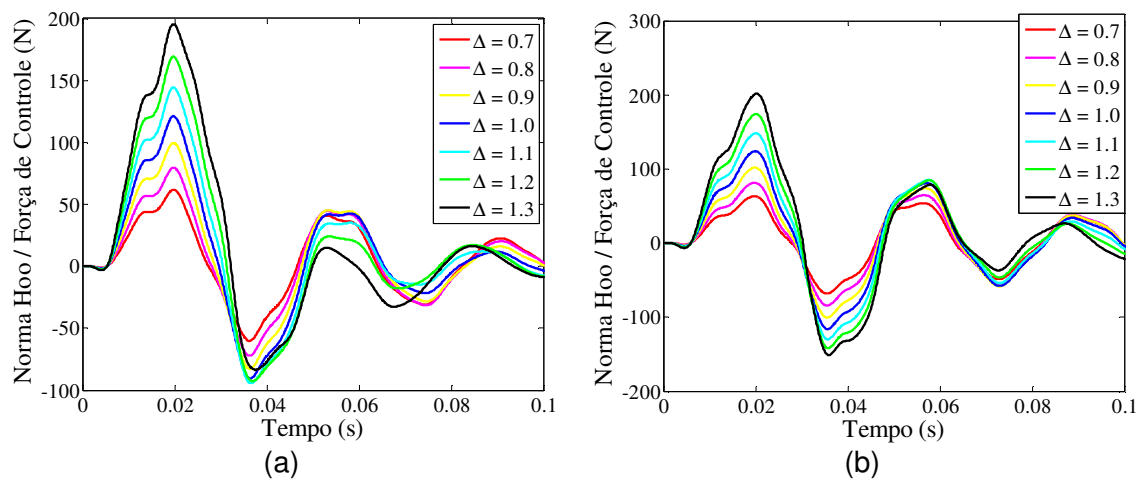


Figura 5.28 – Força de controle – Norma  $H_\infty$  – (a) direção  $x$  e (b) direção  $z$ .

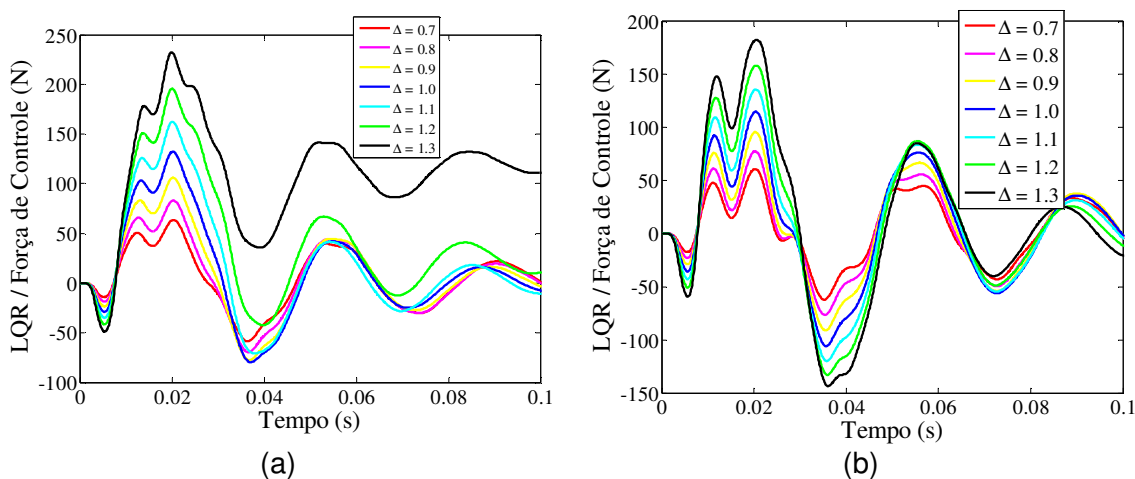


Figura 5.29 – Força de controle – Controle Ótimo – (a) direção  $x$  e (b) direção  $z$ .

Pode-se observar que as forças diminuem com o tempo, revelando que a variação da corrente elétrica não chegou ao ponto de desestabilizar o sistema. Observa-se que as forças tendem a zero, com exceção da força na direção  $x$  para o caso do Controle Ótimo com  $\Delta=1,3$ , onde a força tende a se estabilizar próximo de  $100N$ . Neste caso o sistema tem



sua resposta estabilizada num ponto diferente de zero (provavelmente o sistema tenha se deslocado da configuração inicial com a variação da corrente elétrica).

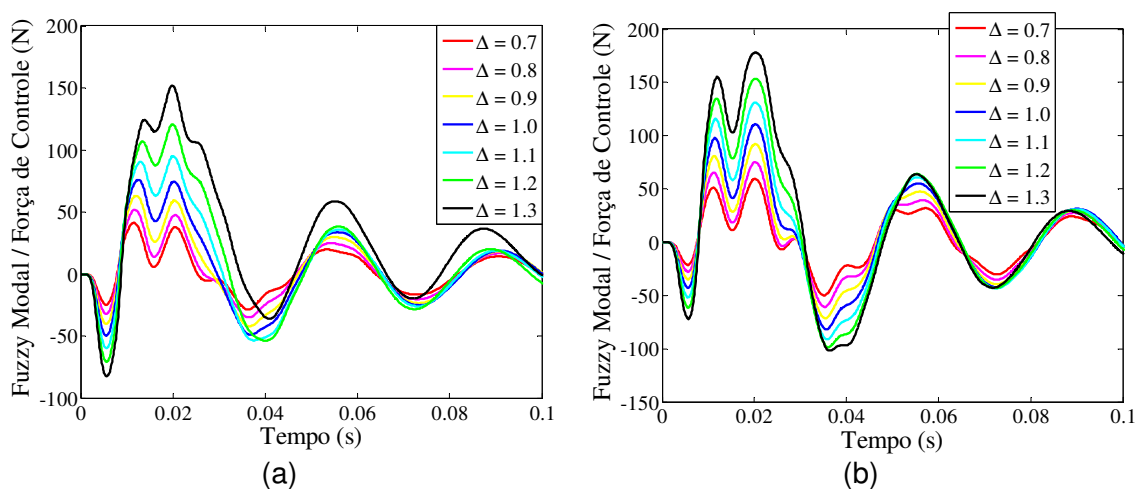


Figura 5.30 – Força de controle – *Fuzzy Modal* – (a) direção x e (b) direção z.

Como o objetivo desta seção é verificar o consumo de energia, os gráficos a seguir apresentam a norma da resposta do sistema em função da energia consumida, considerando a variação  $\Delta$  sobre a corrente elétrica. Nesta análise calculou-se a resposta no nó 4 que corresponde à posição dos atuadores eletromagnéticos.

A Fig. 5.31 apresenta a relação entre a norma da resposta do sistema controlado e a energia consumida, respectivamente para as direções x e z.

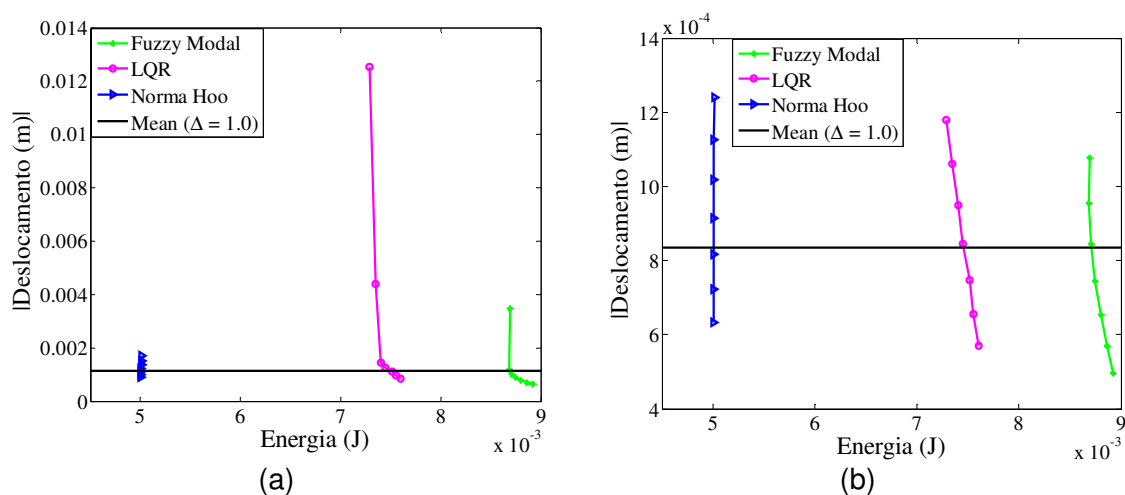


Figura 5.31 – Norma do deslocamento (m) *versus* Energia consumida (J) - Nó 4: (a) direção x e (b) direção z.

Analisando os resultados apresentados na Fig. 5.31, observa-se que a norma  $H_\infty$  teve melhor desempenho, ao se considerar a baixa energia consumida e a atenuação obtida

para a vibração. Uma melhor análise em termos da energia consumida pode ser feita através da Tab. 5.10.

Tabela 5.10 - Energia consumida ( $10^{-3} \times J$ ) considerando a variação  $\Delta$ .

	<b><i>Norma <math>H_{\infty}</math></i></b>		<b><i>LQR</i></b>		<b><i>Fuzzy Modal</i></b>	
	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>
<b>Direção x</b>	5,0044	5,0118	7,2877	7,6026	8,6859	8,9198
<b>Direção z</b>	5,0067	5,0100	7,7897	7,9515	8,3930	8,5874

### 5.7.2. Resposta ao Desbalanceamento (rotor em rotação)

Na análise do consumo de energia considerando a reposta ao desbalanceamento, o mesmo procedimento adotado na seção 5.7.1 foi utilizado.

As Figs. 5.32 a 5.34 apresentam o comportamento da força eletromagnética obtida com a variação de  $\Delta$  para os vários controladores.

Analisando a características da força eletromagnética apresentada pelas Figs. 5.32 a 5.34, observa-se que a utilização da variável  $\Delta=1,3$  resulta numa certa instabilidade na força de controle na direção x, fato que explica o aumento excessivo no consumo de energia para este caso, principalmente para o Controle Ótimo, Fig. 5.35.

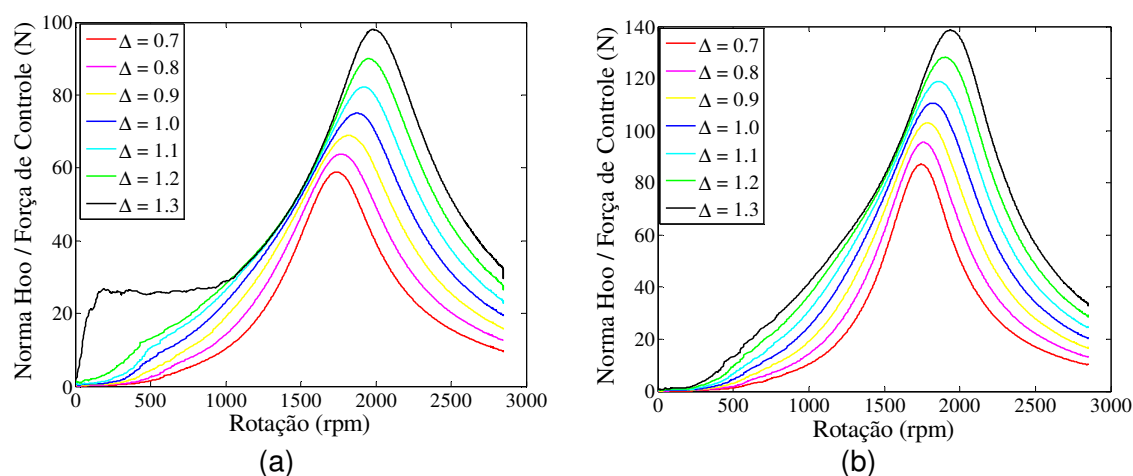


Figura 5.32 – Força de controle – Norma  $H_{\infty}$  – (a) direção x e (b) direção z.

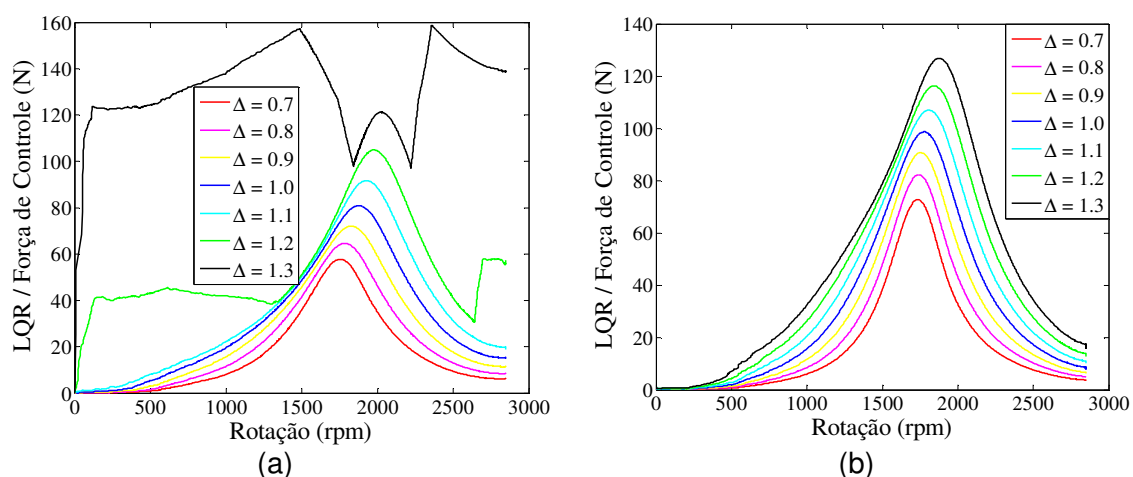


Figura 5.33 – Força de controle – Controle Ótimo – (a) direção  $x$  e (b) direção  $z$ .

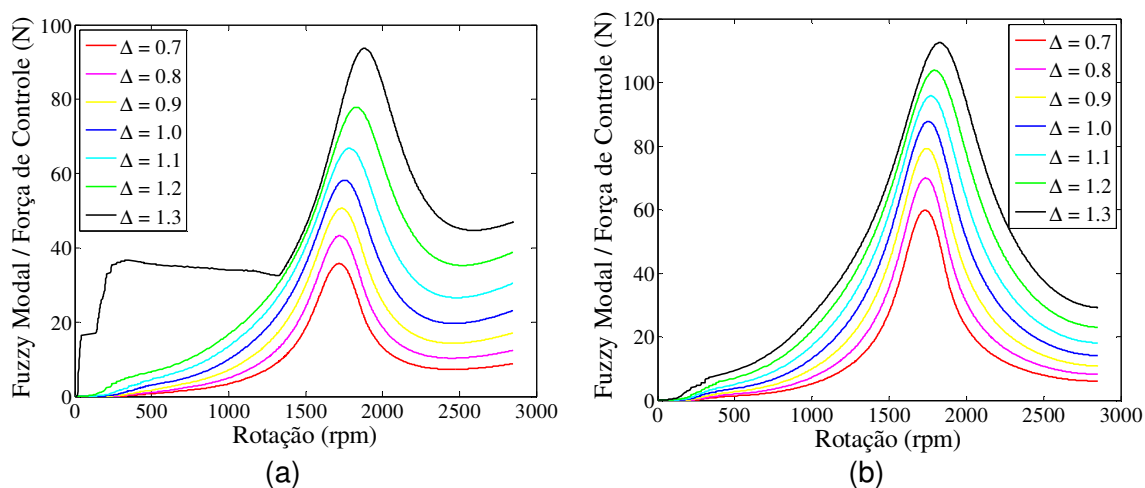


Figura 5.34 – Força de controle – *Fuzzy Modal* – (a) direção  $x$  e (b) direção  $z$ .

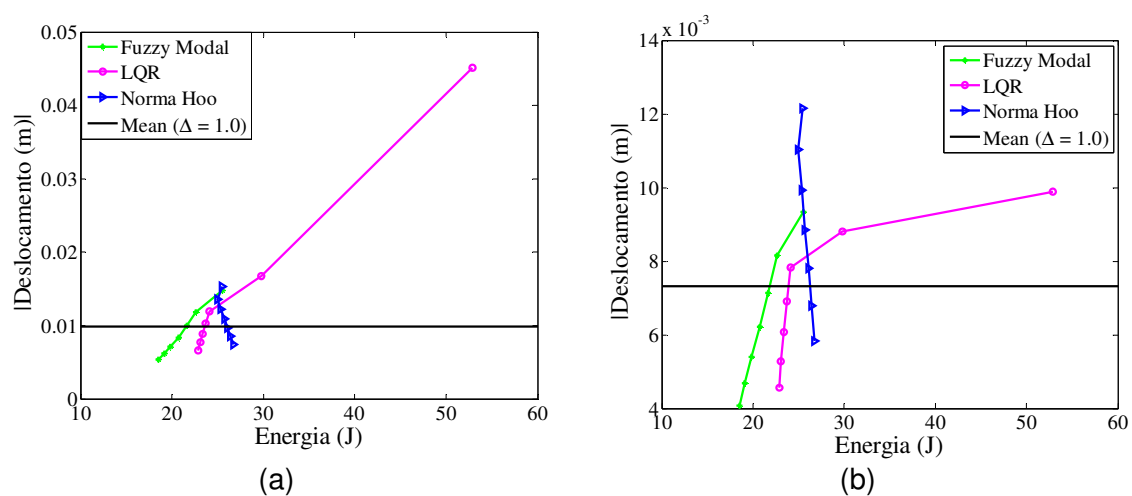


Figura 5.35 – Norma do deslocamento (m) versus Energia consumida (J) - Nó 4: (a) direção  $x$  e (b) direção  $z$ .

Analisando agora os resultados apresentados pelos gráficos da Fig. 5.35, observa-se que os controladores *Fuzzy Modais* tiveram melhor desempenho, visto que se observa maior redução da resposta do sistema associada a um menor consumo de energia. Vale destacar que apesar do controle ótimo ter apresentado um consumo excessivo de energia para  $\Delta=1,3$ , se for levado em conta apenas valores de  $\Delta$  entre 0,7 e 1,1, os resultados mostram-se melhores do que os provenientes da norma  $H_\infty$ .

A Tab. 5.11 apresenta os valores máximos e mínimos da energia consumida considerando a excitação por desbalanceamento.

Tabela 5.11 - Energia consumida (J) considerando a variação  $\Delta$ .

	<b><i>Norma <math>H_\infty</math></i></b>		<b><i>LQR</i></b>		<b><i>Fuzzy Modal</i></b>	
	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>	<b><i>Mín (J)</i></b>	<b><i>Máx (J)</i></b>
<b>Direção x</b>	24,9675	26,7557	22,8720	52,9086	18,5483	25,5270
<b>Direção z</b>	26,7169	28,7739	21,1873	22,0705	20,4584	22,4480

As Figs. 5.36 a 5.38 apresentam o comportamento das órbitas do sistema na passagem pela velocidade crítica, considerando a variação associada aos controladores norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo e *Fuzzy Modal*, respectivamente. Analisando estas órbitas observam-se melhores resultados para a norma  $H_\infty$ . Tal fato pode parecer contraditório com o que foi exposto na Fig. 5.35, no entanto, deve-se lembrar que, na Fig. 5.35, foi considerada a norma do vetor deslocamento da resposta do sistema, enquanto que as órbitas foram obtidas exatamente na passagem pela velocidade crítica.

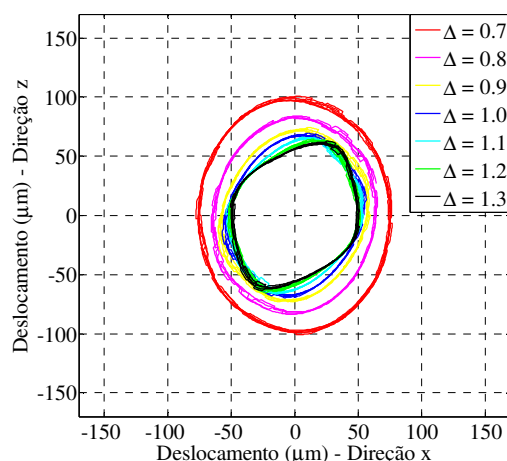


Figura 5.36 – Órbita do sistema no nó 27 – Norma  $H_\infty$ .

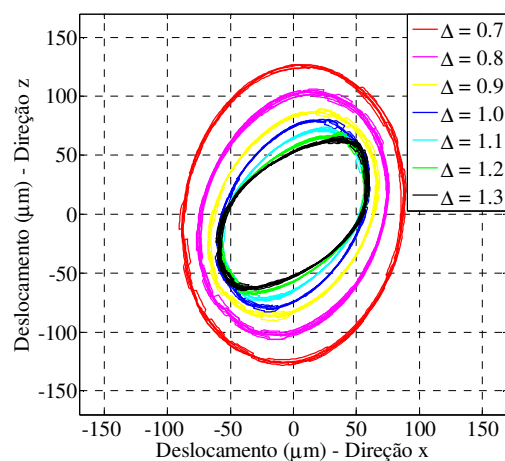


Figura 5.37 – Órbita do sistema no nó 27 – Controle Ótimo.

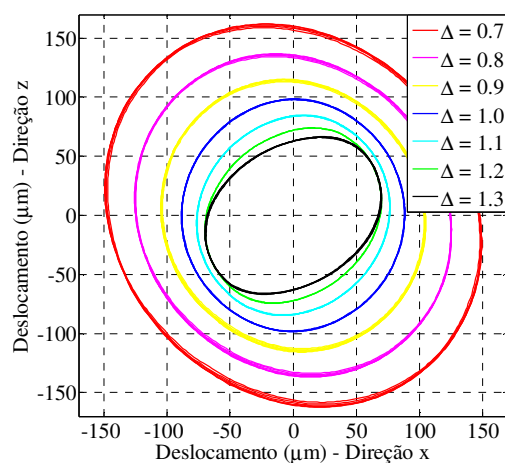


Figura 5.38 – Órbita do sistema no nó 27 – Fuzzy Modal.



## **CAPÍTULO VI**

### **Resultados Experimentais**

Neste capítulo serão apresentados os resultados experimentais obtidos para o controle ativo de vibrações do rotor utilizando atuadores eletromagnéticos. Para a realização dos testes experimentais foram necessários alguns ajustes e adaptações da bancada. Desta forma, a primeira etapa tem a ver com a caracterização e ajuste dos equipamentos utilizados, para em seguida validar experimentalmente os resultados provenientes das simulações numéricas.

A bancada utilizada para os testes experimentais foi construída no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) “Prof. José Eduardo Tannús Reis” da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (FEMEC/UFU), dentro do INCT de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE).

#### **6.1. Bancada experimental**

A Fig. 6.1 apresenta a bancada experimental com o rotor flexível estudado.

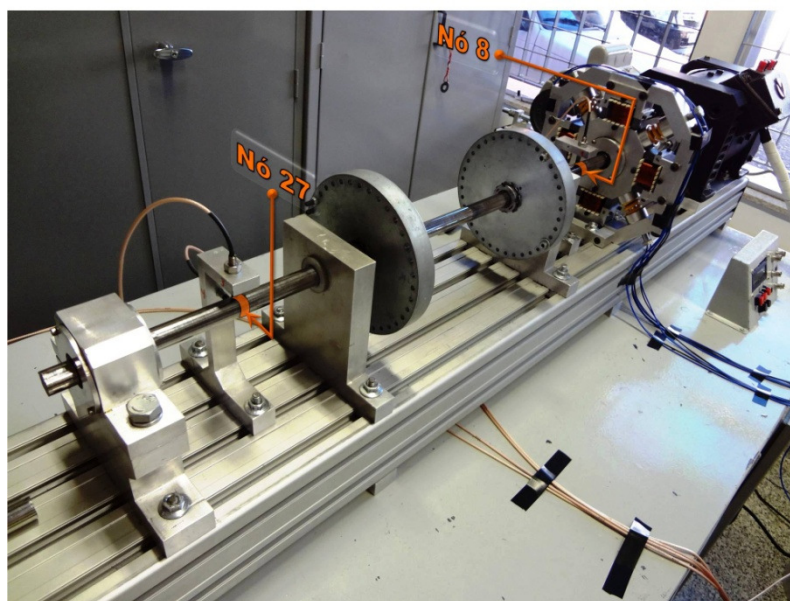


Figura 6.1 - Sistema rotativo utilizado para a comprovação experimental.

O sistema rotativo da Fig. 6.1 é constituído por um eixo flexível ao qual são acoplados dois discos rígidos, sendo o conjunto suportado por dois mancais. O primeiro é o mancal híbrido, que contém os atuadores eletromagnéticos, sendo mostrado na Fig. 6.2. O segundo é caracterizado por um mancal de rolamento auto compensador.

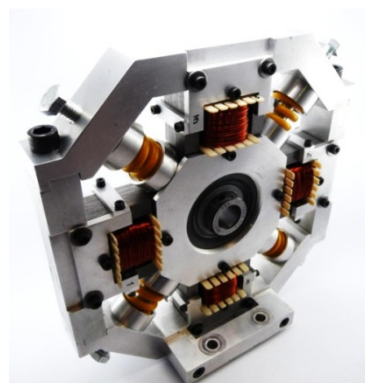


Figura 6.2 – Mancal Híbrido.

Os sinais de aquisição de dados e controle foram tratados em tempo real usando um microcomputador equipado com uma placa Dspace. O sistema de aquisição é apresentado pela Fig. 6.3.



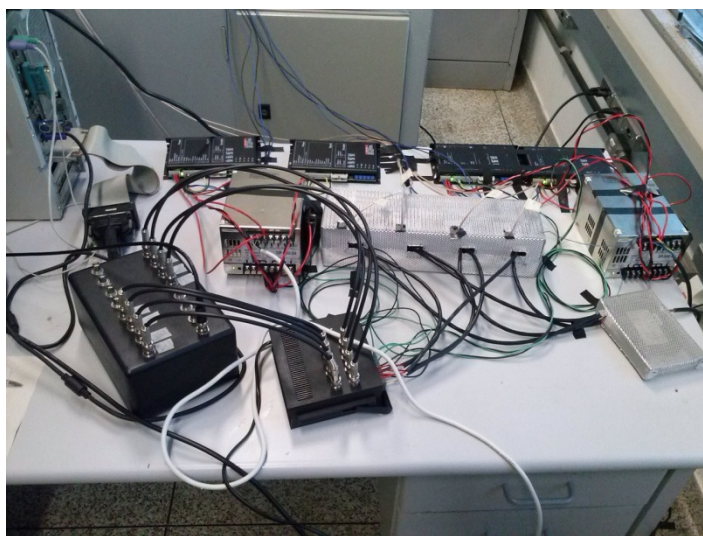


Figura 6.3 – Sistema de aquisição.

O controle foi projetado no ambiente Matlab/Simulink®. O esquema do sistema de controle utilizado experimental é apresentado na Fig. 6.4, a qual permite visualizar a diferença que ocorre entre o sistema de controle utilizado na simulação numérica (ver Fig. 5.11) e a experimental (Fig. 6.4). Após a compilação do programa no ambiente Matlab/Simulink®, o arquivo executável resultante é carregado dentro do programa Controldesk (Fig. 6.5), ambiente em que os parâmetros do experimento e suas variáveis podem ser manipulados. O tempo de amostragem utilizado no experimento foi de  $100\mu s$ .

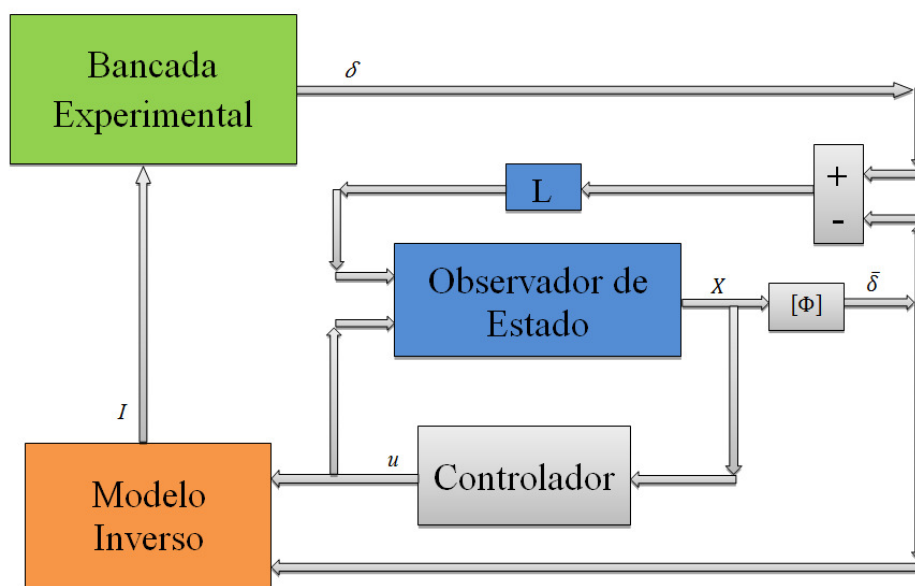


Figura 6.4 – Sistema de controle experimental.

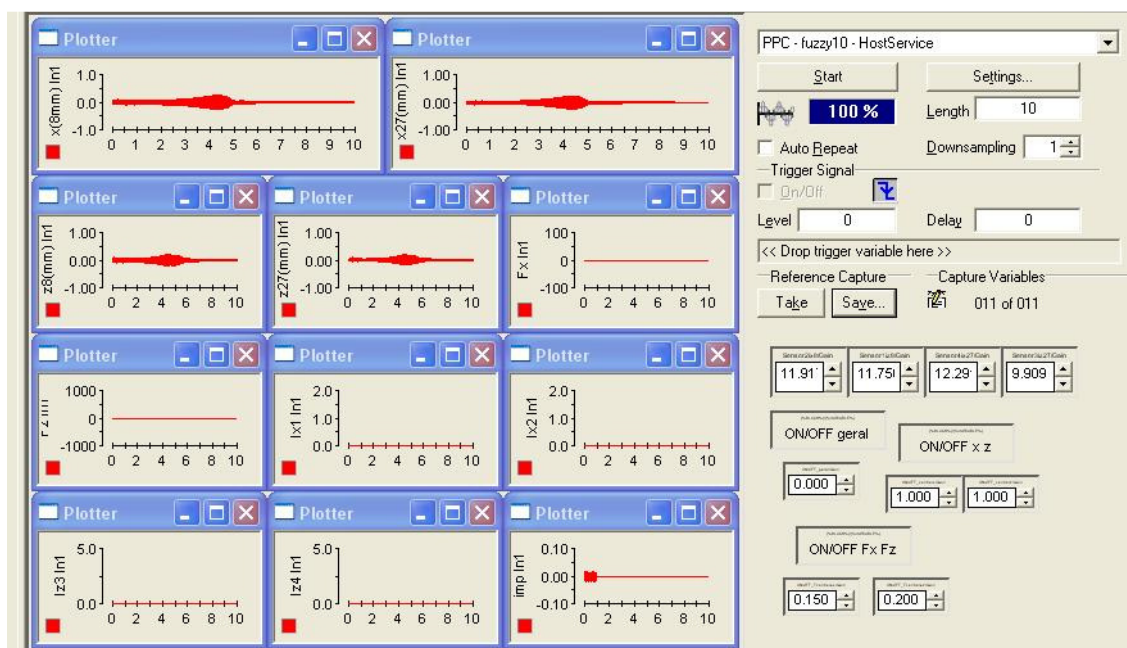


Figura 6.5 – Ambiente de trabalho do programa *ControlDesk*.

Maiores detalhes dos componentes, tanto da bancada experimental como do sistema de aquisição de dados, serão apresentados, respectivamente, nas seções 6.1.1 e 6.1.2.

#### 6.1.1. Composição da Bancada Experimental

A bancada de testes utilizada é formada pelos seguintes componentes:

- 1 Eixo flexível de aço;
- 2 Discos rígidos;
- 2 Rolamentos auto compensadores (FAG® modelo 1204-K-TVH-C3);
- Motor de corrente contínua de 0,5 CV (Varimot® modelo BN90M)
- *Encoder* (Suprasonic® modelo CSS58C-6);
- Acoplamento Lami-Torq (Acoplast® modelo GTG 402 100);
- 4 Servo-amplificadores (MAXON MOTOR® modelo MMC4-Q-DC SERVOAMPLIFIER DS50/10);
- 2 Fontes de Alimentação (TECCONTROL modelo Fonte Industrial -480W-24V/20A).

#### 6.1.2. Sistema de Aquisição de Dados

Para a aquisição de dados do sistema rotativo da Fig. (6.1) foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Microcomputador
- Processador Digital de Sinais (dSPACE® modelo DS1104) com as seguintes características:

- Processador MPC8240 com PPC603e;
- 4 conversores Analógico-Digitais (AD) com tempo de conversão  $800ns$  e tensão de entrada  $\pm 10V$ ;
- 1 conversor Analógico-Digital (AD) multiplexado com tempo de conversão  $2\mu s$  e tensão de entrada  $\pm 10V$ ;
- 8 conversores Digital-Analógicos (DA) com tempo de amostragem  $10\mu s$  e tensão de saída  $\pm 10V$ ;
- 4 sensores de proximidade e drivers (SKF® modelo CMSS 65-002-00-12-10 e SKF® modelo CMSS 665, respectivamente);
- Martelo de impacto (PCB® modelo 086C01);
- Software Matlab/Simulink®;
- Software Controldesk®.

## 6.2. Adaptações do Aparato Experimental

Para a realização dos experimentos foi necessário fazer alguns ajustes nos equipamentos utilizados, conforme discutido a seguir.

### 6.2.1. Amplificadores

Os servo-amplificadores citados na seção 6.1.1 foram utilizados com tarefa de converter um sinal de tensão para corrente elétrica, o que explica o motivo da escolha do modelo da MAXON MOTOR. Vale ressaltar que trabalhos recentes (MENDES, 2011) mostram esta função de controle de corrente para este modelo de servo-amplificador. Este servo-amplificador é mostrado na Fig. 6.6.

Este servo-amplificador possui algumas funções importantes, tais como: controle de velocidade utilizando sinais de pulso, controle de velocidade utilizando sinais de *encoder*, controle de torque, controle de corrente. A Fig. 6.7 apresenta uma imagem de configuração representativa dos terminais do servo-amplificador.



Figura 6.6 – Servo-amplificador utilizado.

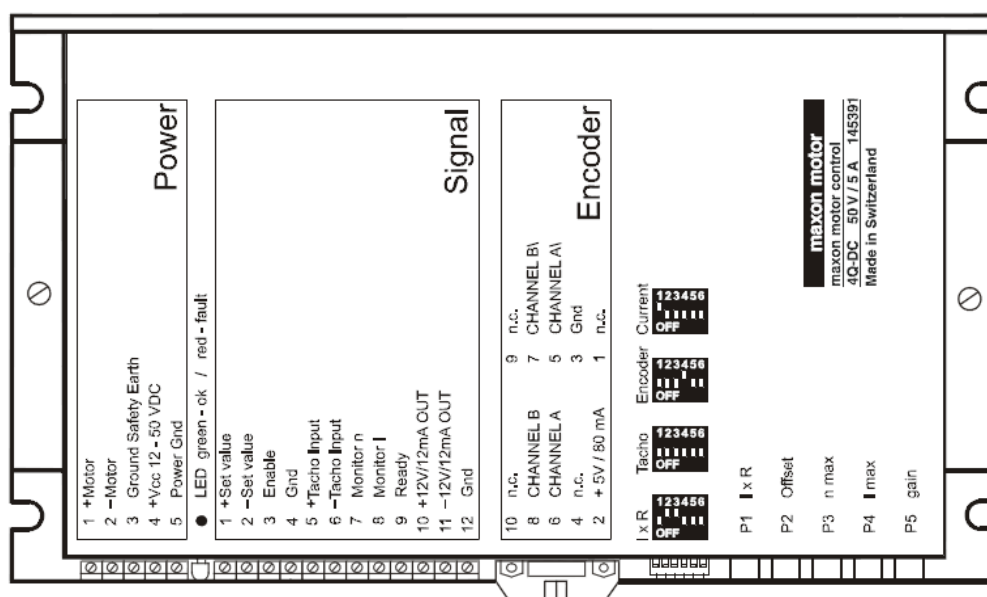


Figura 6.7 – Terminais do servo-amplificador.

Baseado no esquema apresentado pela Fig. 6.7, este servo-amplificador foi utilizado para o controle de corrente. Para tanto, a opção escolhida é a apresentada pelo *Current*, a qual se encontra destacada na Fig. 6.8.



Figura 6.8 – Opção utilizada para controle de corrente.

Outros parâmetros que foram regulados para a utilização deste servo-amplificador para controle de corrente foram os potenciômetros P1, P2, P3, P4 e P5. Nesta aplicação, os potenciômetros P1, P2 e P3 foram mantidos na posição *default*, enquanto que o potenciômetro P5 foi ajustada na opção máxima e o potenciômetro P4 foi ajustado de forma a este apresentar um ganho de 0,4A/V.

### 6.2.2. Sensores de Proximidade

Os sensores de proximidade (ou proxímetros) são utilizados para medir o movimento radial do eixo. Assim, eles medem o movimento relativo do eixo durante sua operação. Na bancada utilizada foram utilizados 4 proxímetros (sendo 2 para medir movimento na direção *x* e outros 2 na direção *z*), localizados nos nós 8 e 27.

A Fig. 6.9 apresenta uma imagem dos sensor e seu condicionador utilizados.



Figura 6.9 – Sensor de proximidade e seu respectivo condicionador.

Foi feita a calibração experimental destes sensores e os valores de sensibilidade obtidos são apresentados na Tab. 6.1.

Tabela 6.1 – Sensibilidade dos sensores de proximidade.

Sensibilidade (V/mm)		
Nó 8	Direção <i>x</i>	8,0565
	Direção <i>z</i>	8,1491
Nó 27	Direção <i>x</i>	8,1970
	Direção <i>z</i>	8,1590

### 6.2.3. Adaptação do aparato experimental com a placa Dspace

A utilização da placa de Dspace exigiu algumas adequações do aparato experimental a fim de obter o correto funcionamento do sistema de medição e controle como um todo.

O primeiro ajuste necessário se refere ao sinal adquirido pelos sensores de proximidade. A placa Dspace possui quatro conversores analógico-digitais com tensão de entrada de  $\pm 10V$ , enquanto que os proxímetros possuem leituras que podem ultrapassar essa faixa (0 a -20V para 0 a 2mm). Desta forma, foi necessária a confecção de divisores de tensão, conforme ilustrado na Fig. 6.10.

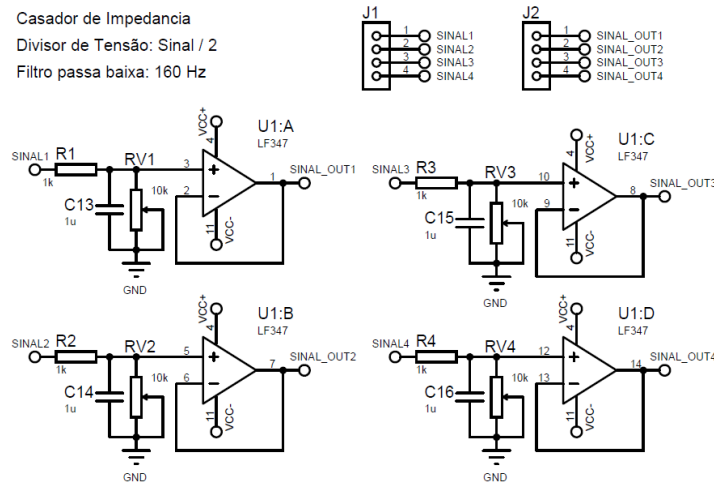


Figura 6.10 – Divisor de tensão (esquema).

No diagrama apresentado pela Fig. 6.10 a tensão de saída “SIGNAL\_OUT” foi obtida a partir da tensão de entrada “SINAL” segundo a seguinte relação:

$$SIGNAL\_OUT_i = \frac{RV_i}{RV_i + R_i} SINAL_i \quad (6.1)$$

Sendo,

$$\frac{RV_i}{RV_i + R_i} = \frac{1}{2}$$

Vale destacar que o esquema apresentado pela Fig. (6.10) utiliza o Circuito Integrado LF347 para permitir a divisão de tensão. Este mesmo circuito apresentado pela Fig. 6.10 também tem a finalidade de fazer o casamento de impedâncias entre a placa Dspace e o condicionador de sinal dos proxímetros, conforme o manual do fabricante (SKF REABILITY SYSTEMS, 2003).

Já com relação à saída da placa Dspace (conversores digital-analógicos) foi necessário realizar o casamento de impedâncias entre a placa Dspace e os amplificadores

apresentados na seção 6.2.1. Para esta finalidade utilizou-se o mesmo Circuito Integrado LF347. O diagrama da Fig. 6.11 apresenta o esquema utilizado.

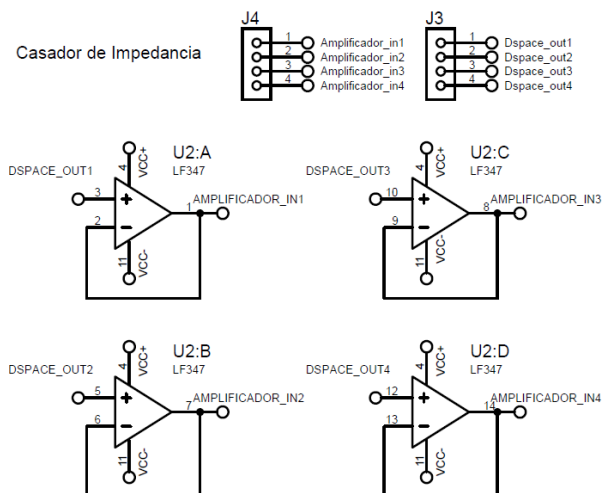


Figura 6.11 – Casador de impedâncias.

É bom lembrar que os dois circuitos foram colocados numa mesma placa, sendo o respectivo projeto desenvolvido usando o software Proteus 7.8®.

O esquema 3D da placa resultante é ilustrado pela Fig. 6.12.

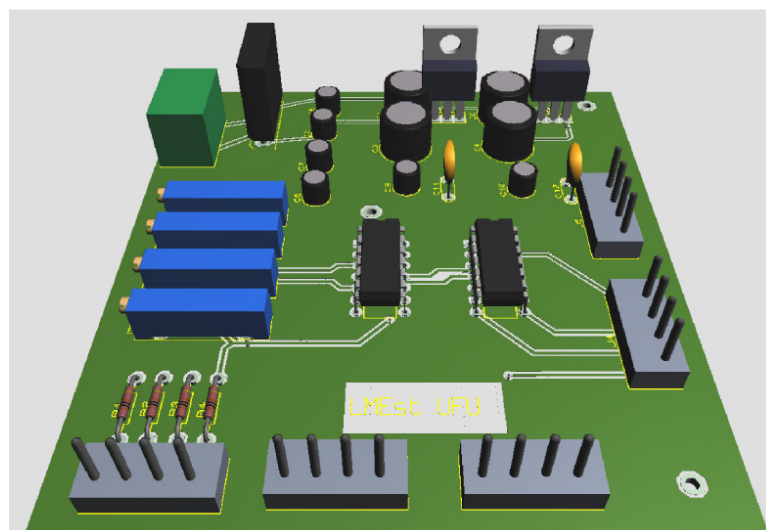


Figura 6.12 – Placa utilizada para fazer a conectividade e a comunicação dos equipamentos utilizados com a placa Dspace.

### 6.3. Resultados Experimentais

Nesta seção serão apresentados os principais resultados experimentais. As análises realizadas nesta etapa foram divididas em quatro categorias:

- **Função de Resposta em Frequência – FRF (rotor em repouso):** A função de resposta em frequência do sistema foi obtida experimentalmente para se observar ação do controle sobre o sistema em toda banda de interesse compreendida entre 0 e 200Hz. Nesta análise, considerou-se o rotor em repouso.
- **Resposta impulsiva (Rotor em repouso):** O objetivo desta etapa é analisar o controle do sistema a partir de uma entrada impulsiva (aplicada com um martelo de impacto) considerando o rotor em repouso. Para isto, aplicou-se uma excitação impulsiva com o rotor parado, no disco 1 localizado no nó 8 (que corresponde ao disco próximo ao mancal híbrido). Nesta análise, foram aplicadas entradas do tipo impacto tanto da direção x como na direção z. O tempo de aquisição utilizado foi de 2s.
- **Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente):** Nesta análise, o objetivo foi analisar o controle rotor operando numa certa velocidade de rotação e verificar a capacidade dos atuadores de atenuarem a vibração nesta velocidade de rotação. Para isto, considerou-se o rotor operando a uma rotação constante (1600rpm), a qual encontra-se próxima às duas primeiras velocidades críticas do rotor. O tempo de aquisição utilizado foi de 4s. Vale destacar que a análise foi feita considerando inicialmente o controle desligado, e num certo momento este controle era ligado.
- **Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – *Run-up*):** O objetivo desta análise foi analisar a resposta transiente do rotor. Nesta etapa, o rotor foi acelerado de 1450rpm a 1850rpm em 4s. Nesta faixa de operação, o rotor passa pelas velocidades críticas acima mencionadas.

As seções a seguir apresentam os resultados obtidos para os controladores projetados via Norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo (LQR), e Lógica Fuzzy.

### 6.4. Norma $H_\infty$

#### 6.4.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) - Norma $H_\infty$



As Figs. 6.13 e 6.14 apresentam a Resposta em Frequência do sistema com o controle ligado e desligado.

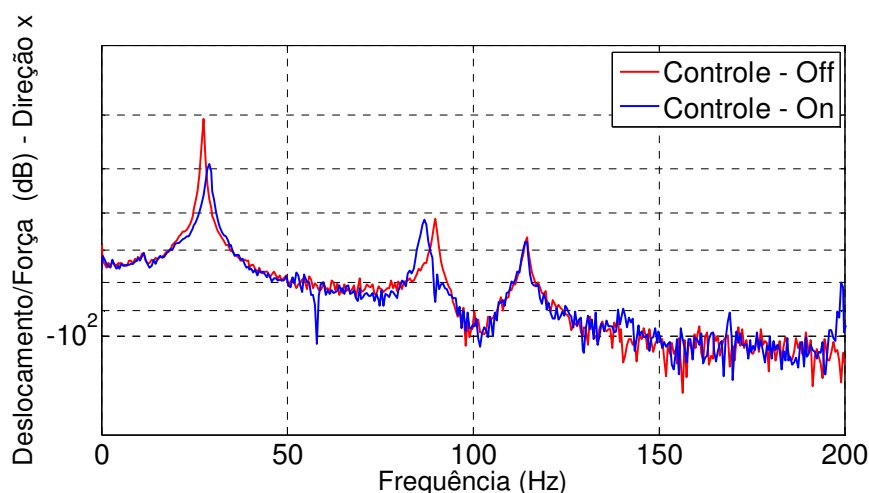


Figura 6.13 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção x (Norma  $H_\infty$ ).

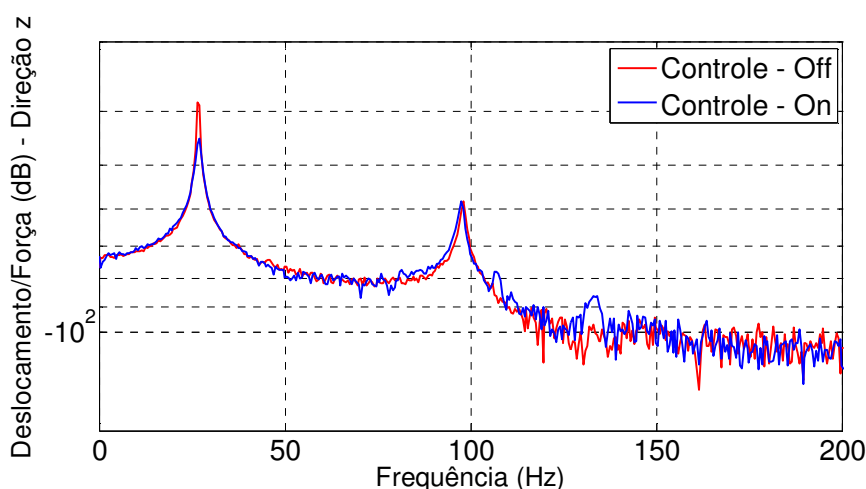


Figura 6.14 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

Analisando os resultados apresentados pelas FRFs dos gráficos das Figs. 6.13 e 6.14, observa-se que o sistema controlou o primeiro modo de vibração ao longo das direções x e z do rotor. A redução obtida na direção x foi de  $8,34dB$ , enquanto que, na direção z, a redução foi de  $6,30dB$ . Diante destes resultados, observa-se uma melhor atenuação ao longo da direção x, conforme esperado. No entanto, o controle resultou num pequeno deslocamento da frequência natural do rotor (direção x –  $27,5Hz$  (sem controle) e  $29,0Hz$  (com controle)).

#### 6.4.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) - Norma $H_\infty$

As Figs. 6.15 e 6.16 apresentam, respectivamente, as respostas do sistema nas direções  $x$  e  $z$  com o controle ligado e desligado. As Figs. 6.17 e 6.18 apresentam a força de controle utilizada em cada direção. Por fim, as Figs. 6.19 e 6.20 apresentam a corrente elétrica utilizada pelos atuadores em cada direção, ou seja, ao longo de  $x$  (AEM1 e AEM2) e ao longo de  $z$  (AEM3 e AEM4). Nestes resultados são também apresentados aqueles obtidos numericamente, considerando as mesmas condições daquelas que foram aplicadas no experimento.

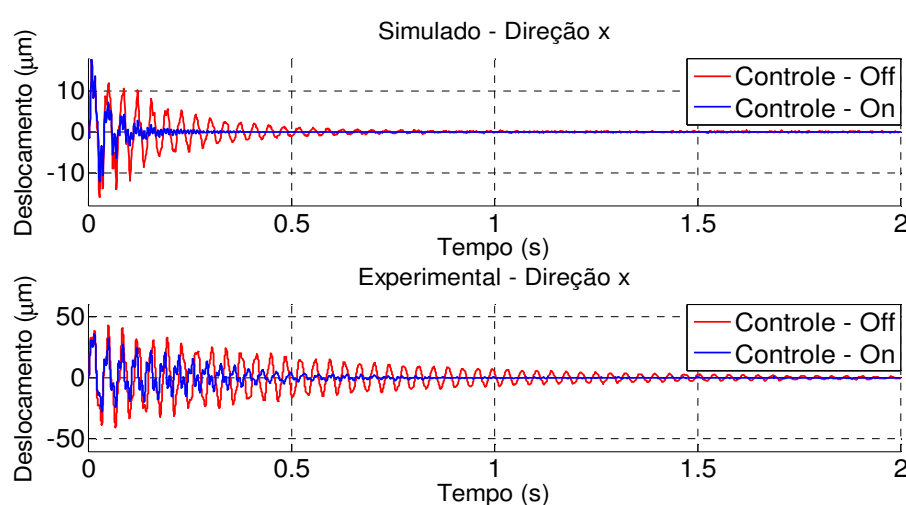


Figura 6.15 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção  $x$  (Norma  $H_\infty$ ).

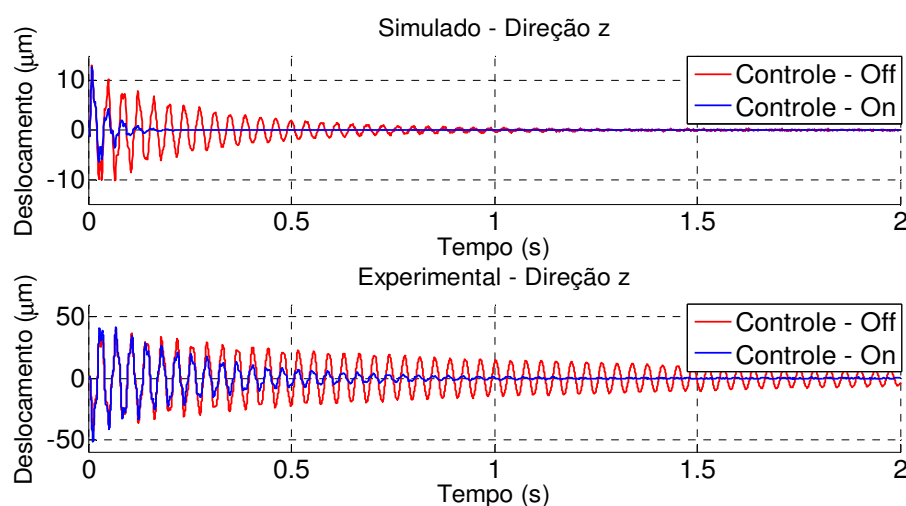


Figura 6.16 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção  $z$  (Norma  $H_\infty$ ).

Analisando os resultados apresentados pelas Figs. 6.15 e 6.16 observa-se que o sistema foi controlado utilizando os controladores projetados utilizando a norma  $H_\infty$ . Na direção  $x$  o tempo de acomodação foi de 0,5s, enquanto que na direção  $z$  o tempo de

acomodação foi próximo de 0,8s, fato que revela um melhor resultado na direção  $x$  ao se considerar a atenuação de vibração.

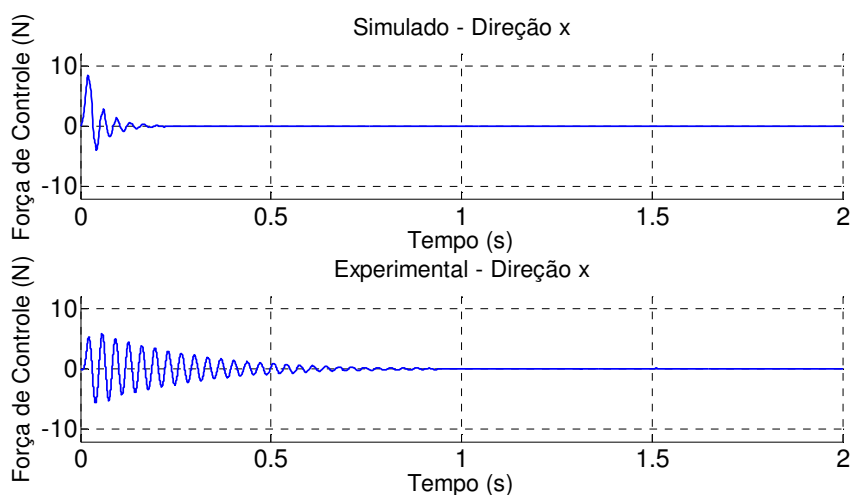


Figura 6.17 – Força de Controle – Direção  $x$  (Norma  $H_\infty$ ).

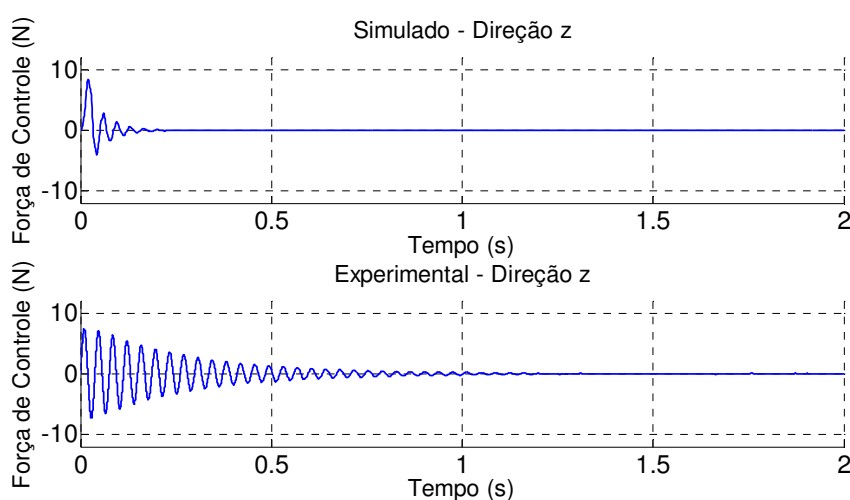


Figura 6.18 – Força de Controle – Direção  $z$  (Norma  $H_\infty$ ).

Os níveis de força de controle e corrente elétrica utilizada pelos atuadores (apresentados pelas Figs. 6.17 e 6.18) mostram que os picos das forças de controle e correntes elétricas obtidos experimentalmente ficaram próximos dos obtidos numericamente. A diferença com relação ao tempo de aplicação está diretamente relacionada com o tempo de acomodação da resposta do sistema (apresentado nas Figs. 6.15 e 6.16), verificando-se um tempo de acomodação menor nos resultados da simulação computacional.

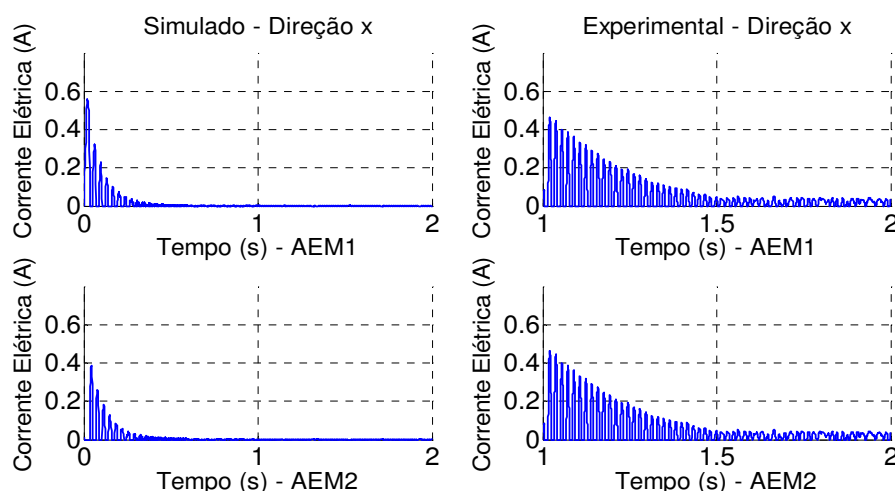


Figura 6.19 – Corrente Elétrica - Direção x (Norma  $H_\infty$ ).

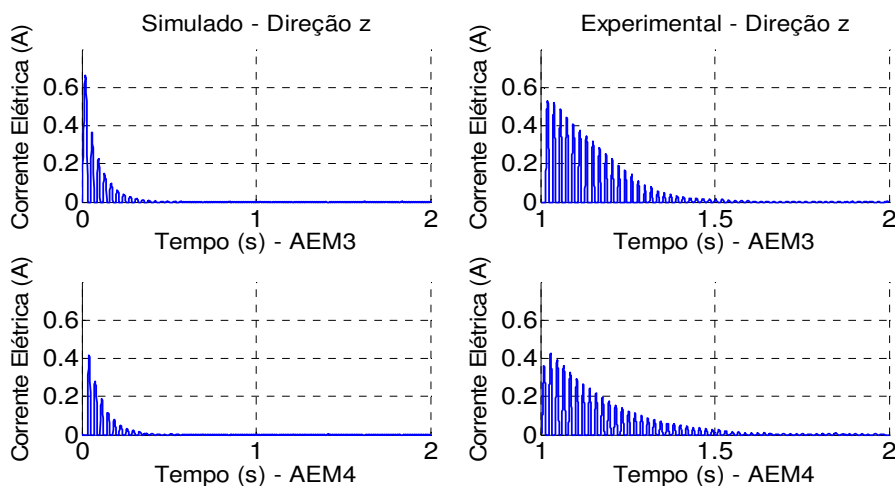


Figura 6.20 – Corrente Elétrica - Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

Os níveis de força de controle e de corrente elétrica utilizados pelos atuadores (apresentados pelas Figs. 6.17 a 6.20) mostram que os picos das forças de controle e das correntes elétricas obtidos experimentalmente ficaram próximos aos obtidos numericamente. A diferença com relação ao tempo de aplicação está diretamente relacionada com o tempo de acomodação da resposta do sistema (apresentado nas Figs. 6.15 e 6.16), onde se observa que o tempo de acomodação foi menor nos resultados de simulação computacional.

#### 6.4.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) - Norma $H_\infty$

As Figs. 6.21 e 6.22 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor para uma rotação de 1600rpm. Inicialmente, o controle encontra-se desligado e, após certo instante, ele é ligado, permitindo visualizar o grau de atenuação da resposta do sistema.

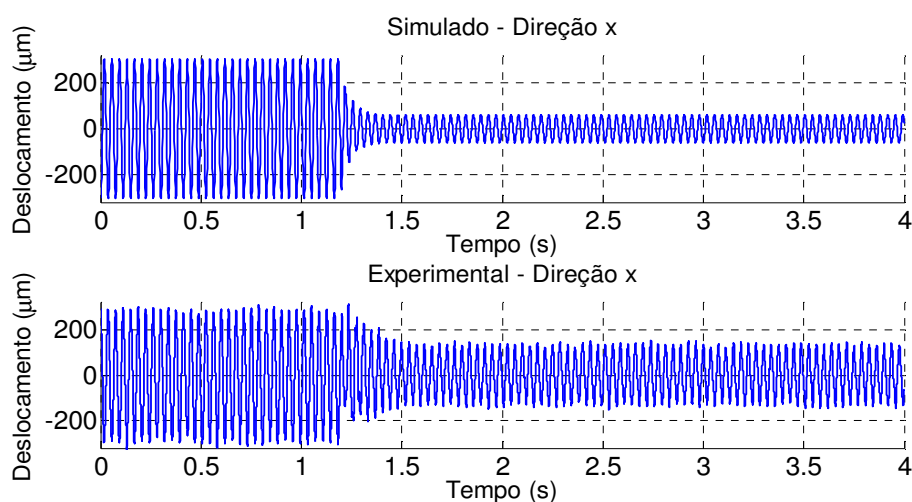


Figura 6.21 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção x (Norma  $H_\infty$ ).

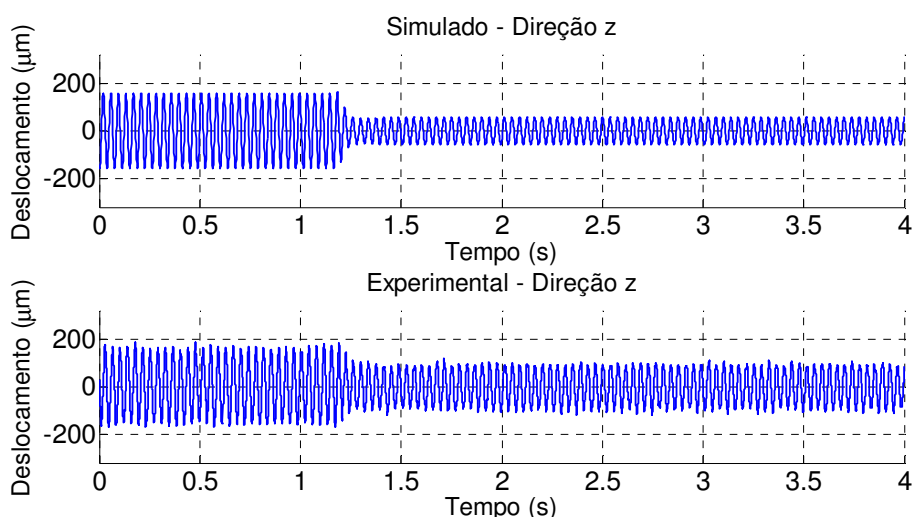


Figura 6.22 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

Analisando os gráficos das Figs. 6.21 e 6.22 observa-se a eficiente atuação do controle sobre o sistema e a redução do nível de vibração que foi proporcionada. Na direção  $x$  a resposta de pico a pico passou de 604,10 $\mu\text{m}$  para 310,20 $\mu\text{m}$ , enquanto que na direção  $z$  a redução obtida foi de 324,00 $\mu\text{m}$  para 189,95 $\mu\text{m}$ . Estas representam, respectivamente, reduções de 48,65% e 41,37%, nas direções  $x$  e  $z$ .

As Figs. 6.23 e 6.24 apresentam as forças de controle utilizadas nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente. Por fim, as Figs. 6.25 e 6.26 mostram os níveis de corrente elétrica utilizados pelos atuadores eletromagnéticos ao longo das duas direções perpendiculares.

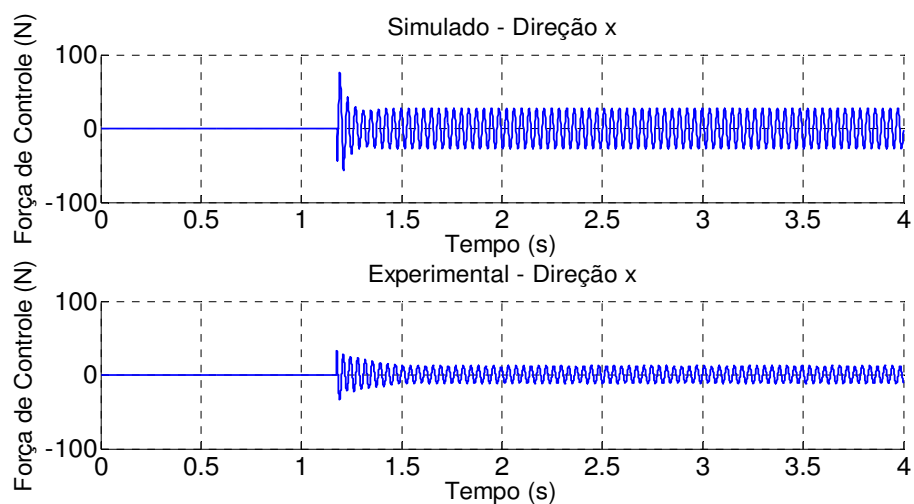


Figura 6.23 – Força de Controle - Direção x (Norma  $H_{\infty}$ ).

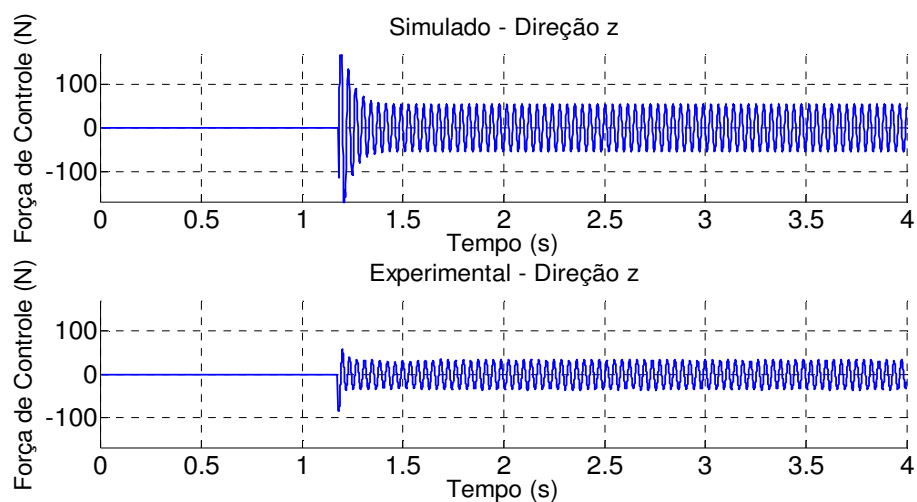


Figura 6.24 – Força de Controle - Direção z (Norma  $H_{\infty}$ ).

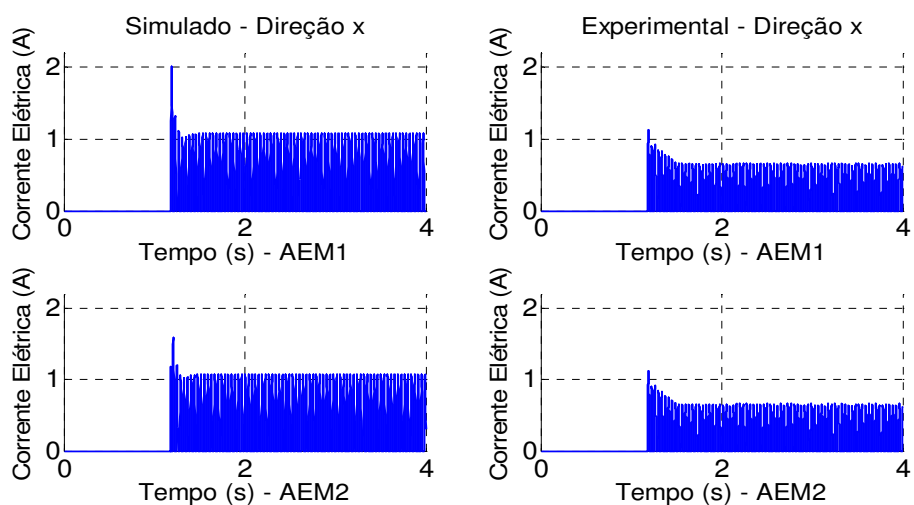


Figura 6.25 – Corrente Elétrica - Direção x (Norma  $H_{\infty}$ ).

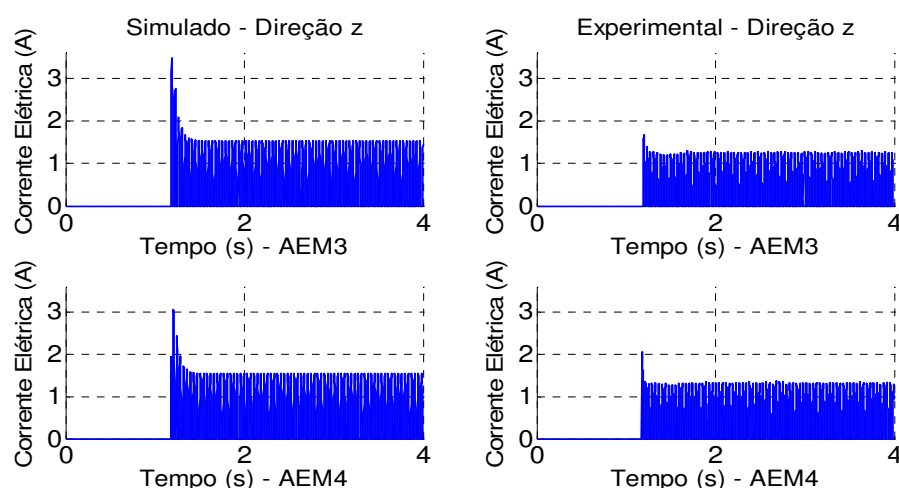


Figura 6.26 – Corrente Elétrica - Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

Observando os níveis de força de controle e de corrente elétrica, observa-se que estas foram maiores na direção z (que corresponde à direção vertical do rotor). Este fato pode parecer um tanto contraditório em relação ao grau de atenuação da resposta do sistema, visto que maiores esforços foram exigidos na direção z, porém resultando em menores níveis de atenuação de vibração da resposta do sistema (41,37% em z e 48,65% em x). No entanto, vale ressaltar que na direção z tem-se a influência da força peso, exigindo uma ação maior de controle.

A seguir, são mostradas as órbitas do rotor, aspecto importante, uma vez que estas não se encontram alinhadas com as direções perpendiculares consideradas. Assim, a Fig. 6.27 apresenta a órbita do sistema com o controle ligado e desligado, permitindo evidenciar melhor a atenuação da resposta do sistema. A Fig. 6.28 ilustra a resposta controlada do sistema, comparando os casos de simulação computacional e experimental.

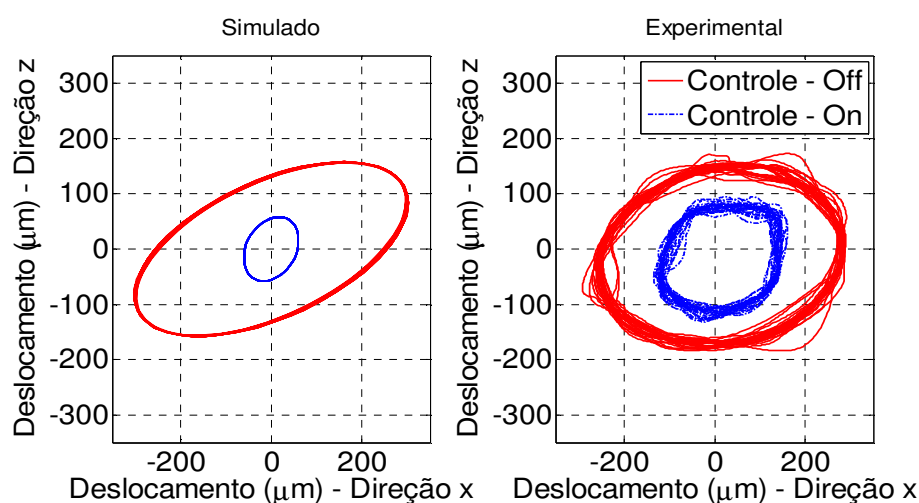


Figura 6.27 – Órbita do rotor no nó 27(Norma  $H_\infty$ ).

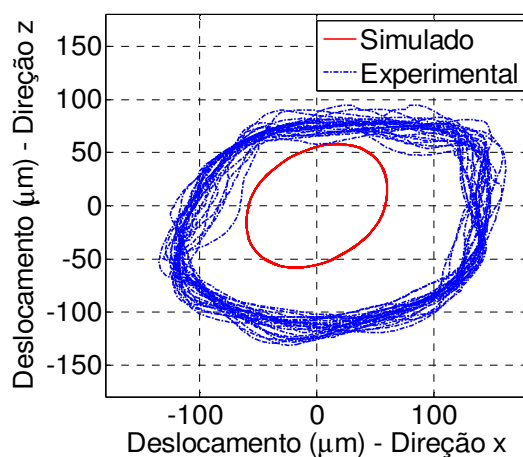


Figura 6.28 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Norma  $H_\infty$ ).

#### 6.4.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Norma $H_\infty$

As Figs. 6.29 a 6.30 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor quando este é acelerado de 1450rpm a 1850rpm.

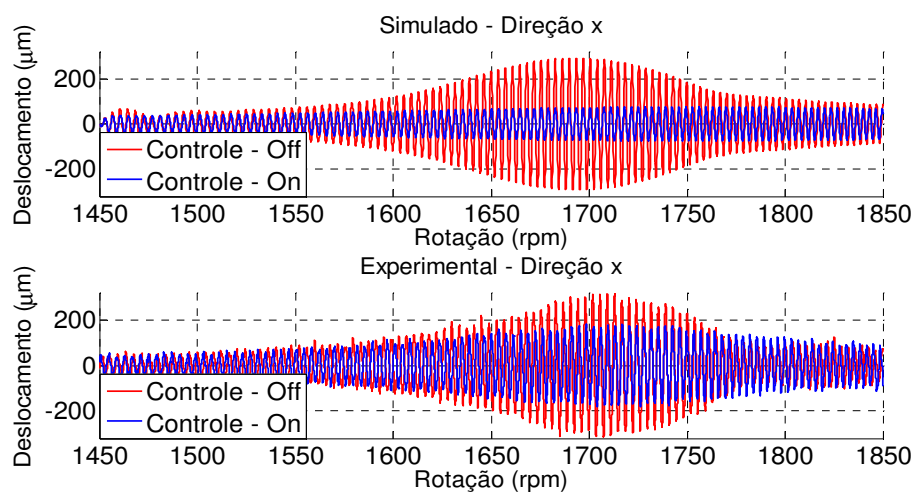


Figura 6.29 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – Run-up – Direção x (Norma  $H_\infty$ ).



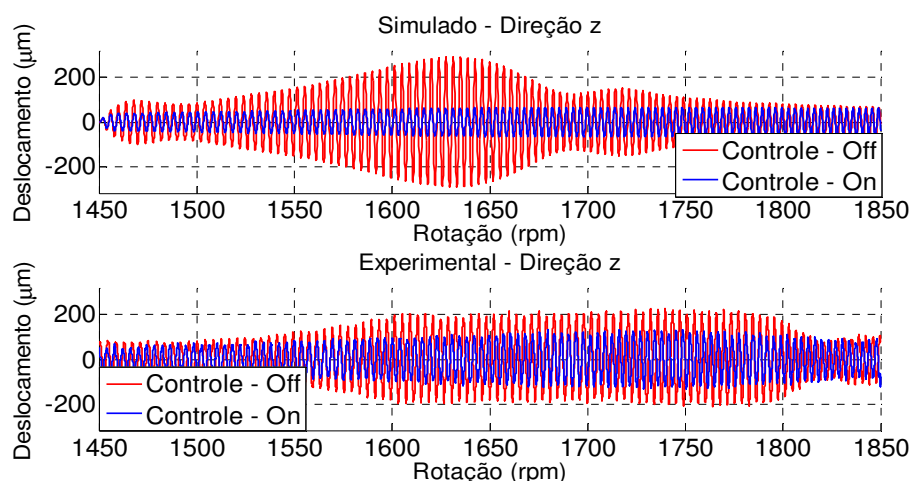


Figura 6.30 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – *Run-up* - Direção  $z$  (Norma  $H_\infty$ ).

Analisando os gráficos das Figs. 6.29 a 6.30 observa-se que o rotor foi controlado nas duas direções consideradas ( $x$  e  $z$ ), apresentando uma redução de pico a pico de  $627,62\mu\text{m}$  para  $363,78\mu\text{m}$  na direção  $x$  e de  $439,35\mu\text{m}$  para  $270,40\mu\text{m}$  na direção  $z$ . Estes resultados representam, respectivamente, reduções percentuais de 42,04% e 38,45%. Tais valores revelam resultados ligeiramente melhores ao longo da direção  $x$ .

As figuras apresentadas a seguir apresentam as forças de controle e as correntes elétricas utilizadas no controle do rotor. Assim como ocorreu nos resultados apresentados na seção *Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente)*, maiores esforços foram exigidos para o controle ao longo da direção  $z$ , mas que resultam em menores níveis de atenuação, fato explicado pela influência da força peso, conforme comentado acima.

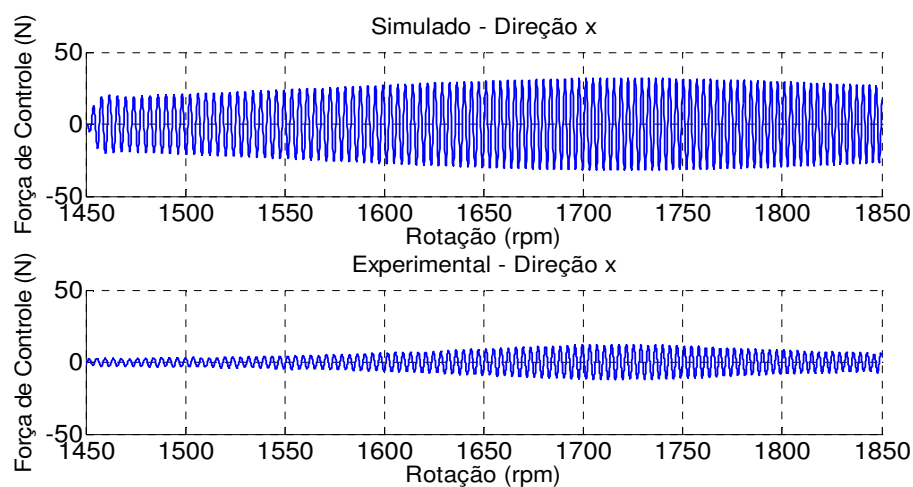


Figura 6.31 – Força de Controle – *Run-up* - Direção  $x$  (Norma  $H_\infty$ ).

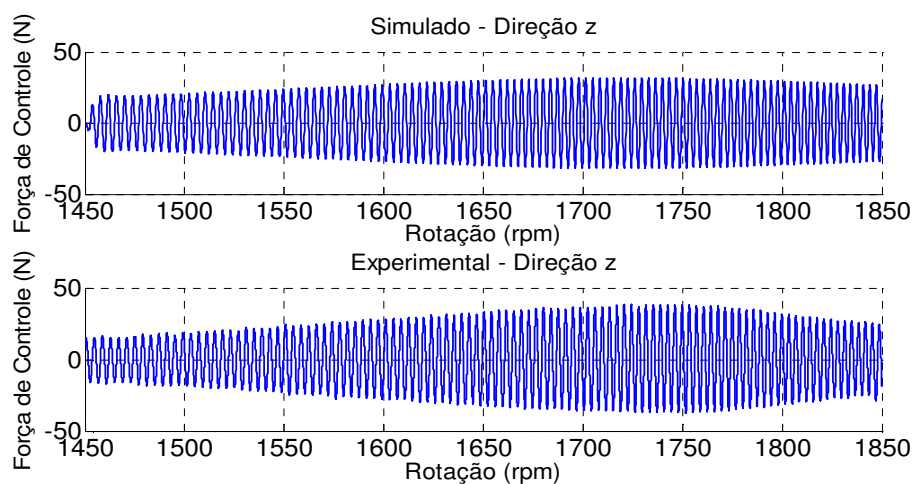


Figura 6.32 – Força de Controle – *Run-up* - Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

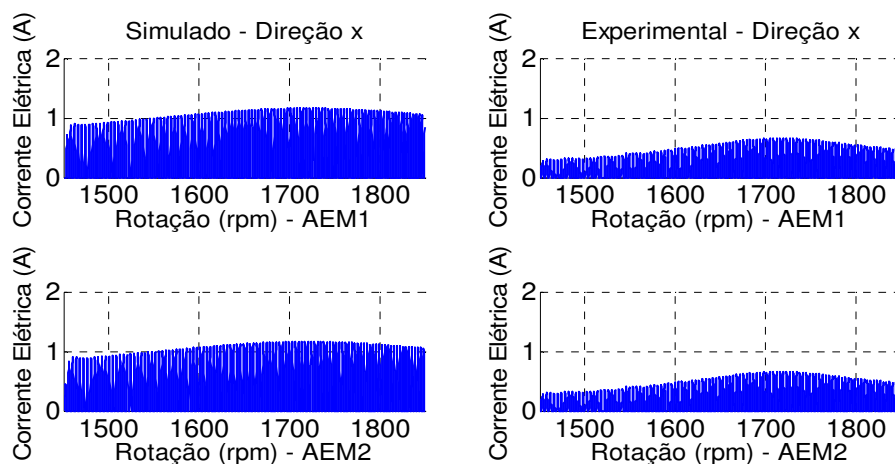


Figura 6.33 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção x (Norma  $H_\infty$ ).

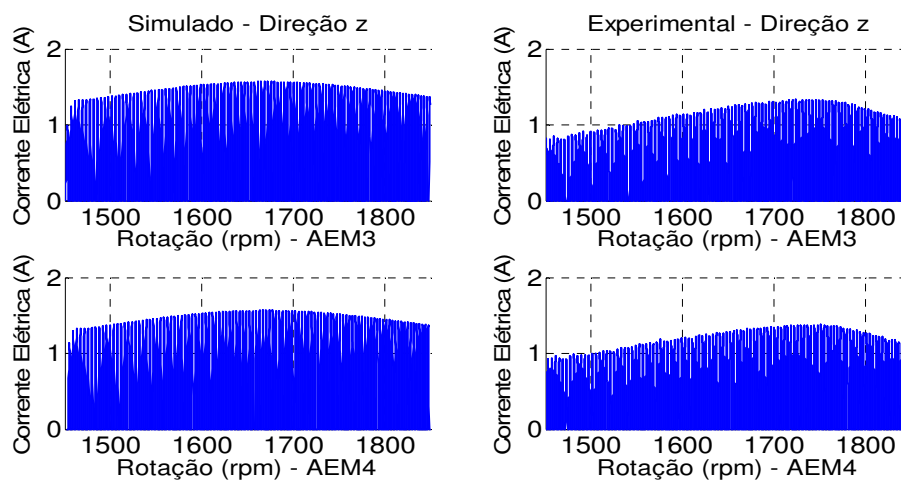


Figura 6.34 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção z (Norma  $H_\infty$ ).

## 6.5. Controle Ótimo

### 6.5.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) – Controle Ótimo

As Figs. 6.35 e 6.36 apresentam a Função de Resposta em Frequência do sistema para os casos em que o controle é ligado e desligado.

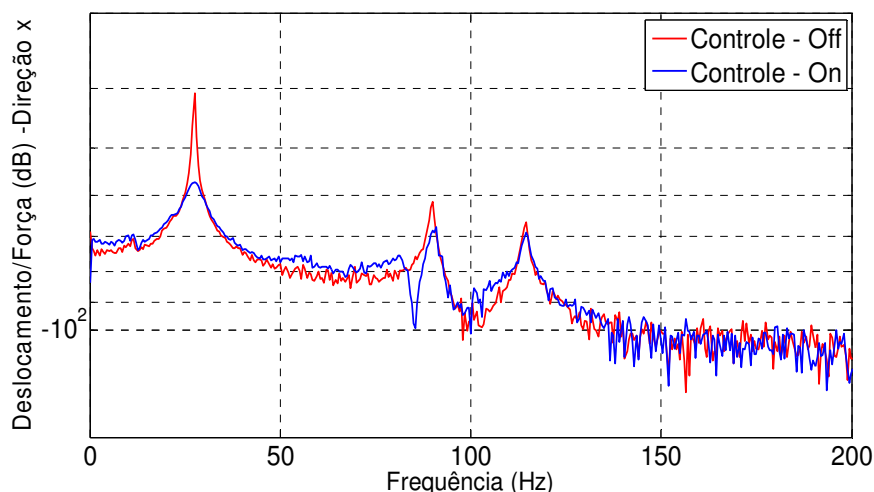


Figura 6.35 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção x (Controle Ótimo).

6.5

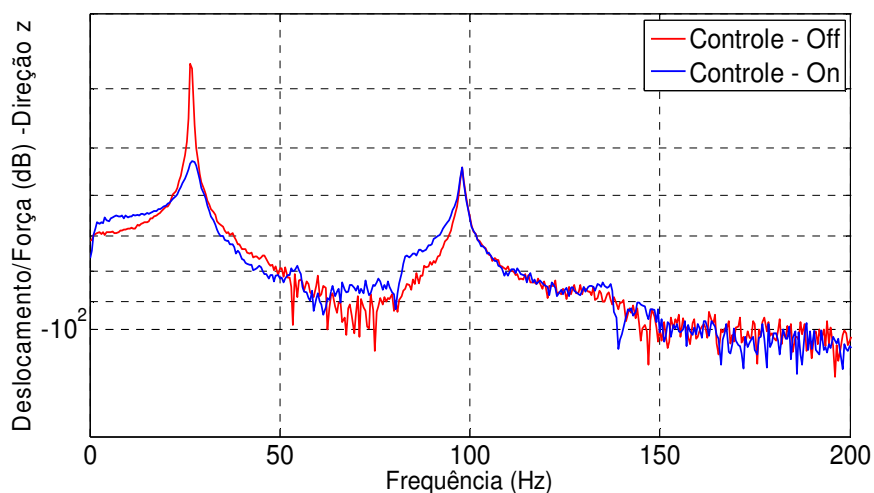


Figura 6.36 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção z (Controle Ótimo).

Das Figs. 6.35 e 6.36 observa-se que a utilização do controle ótimo resultou em melhores resultados quando comparado com os resultados obtidos utilizando a norma  $H_{\infty}$ , apresentando agora uma atenuação de  $16,39dB$  em ambas as direções consideradas (utilizando a norma  $H_{\infty}$  as reduções foram de  $8,34dB$  em  $x$  e de  $6,30dB$  em  $z$ ).

### 6.5.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) - Controle Ótimo

As Figs. 6.37 e 6.38 apresentam a resposta impulsiva do rotor em repouso nas direções x e z, respectivamente.

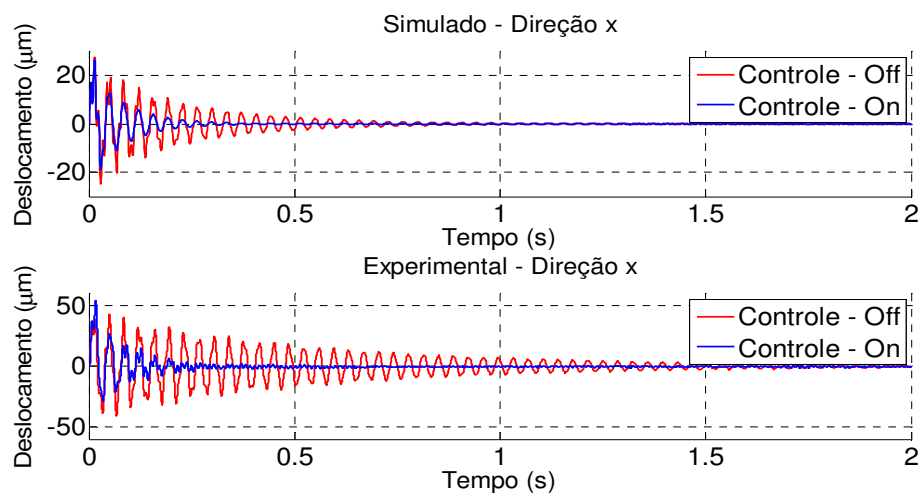


Figura 6.37 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção x (Controle Ótimo).

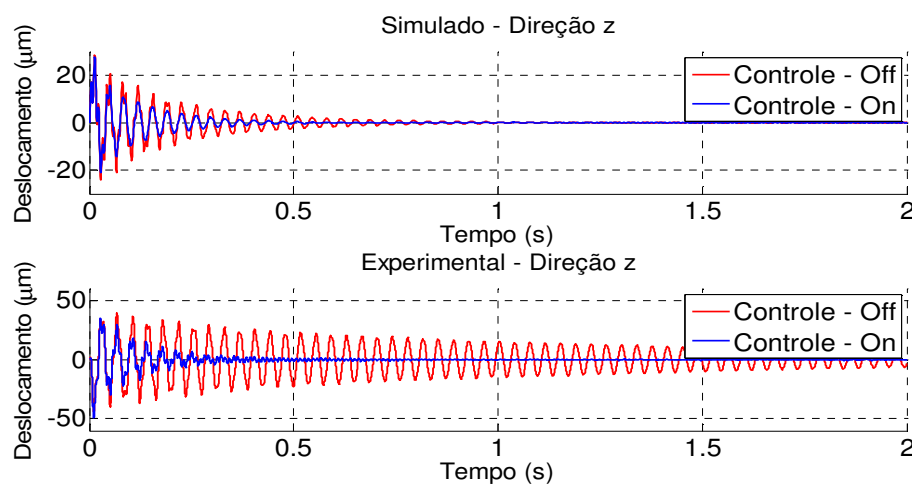


Figura 6.38 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção z (Controle Ótimo).

Observa-se que para ambas as direções a resposta do sistema foi rapidamente atenuada pelos atuadores utilizando controle ótimo, visto o tempo de acomodação do sistema controlado foi de aproximadamente 0,25s e 0,35s nas direções x e z, respectivamente.

As Figs. 6.39 e 6.40 apresentam as forças de controle, enquanto que as Figs. 6.41 e 6.42 apresentam as correntes elétricas utilizadas nos atuadores eletromagnéticos.

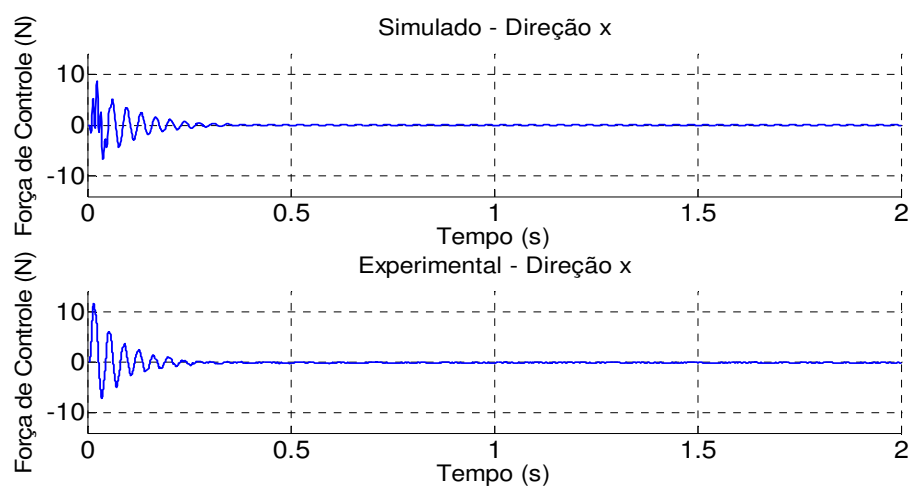


Figura 6.39 – Força de Controle – Direção x (Controle Ótimo).

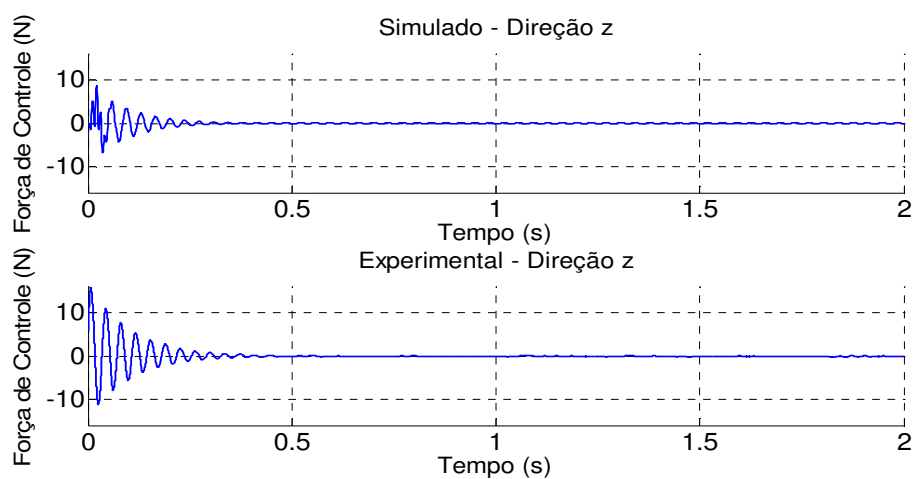


Figura 6.40 – Força de Controle – Direção z (Controle Ótimo).

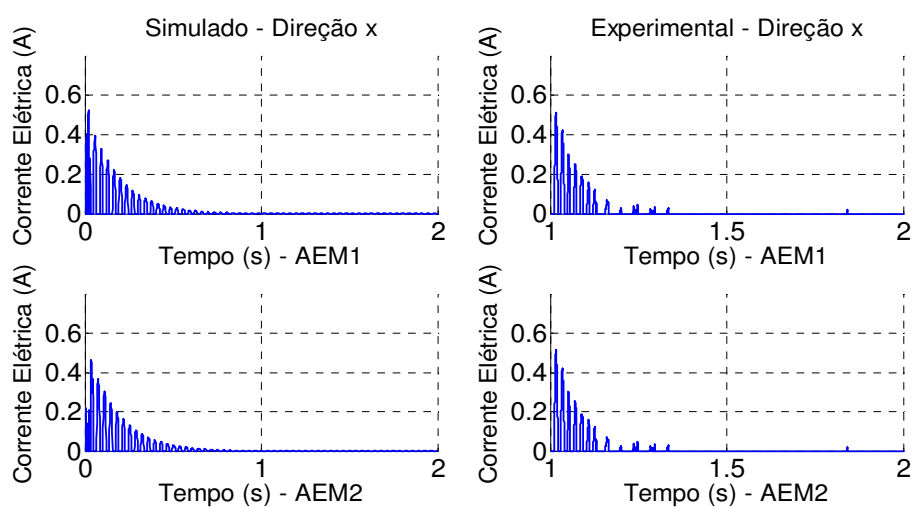


Figura 6.41 – Corrente Elétrica – Direção x (Controle Ótimo).

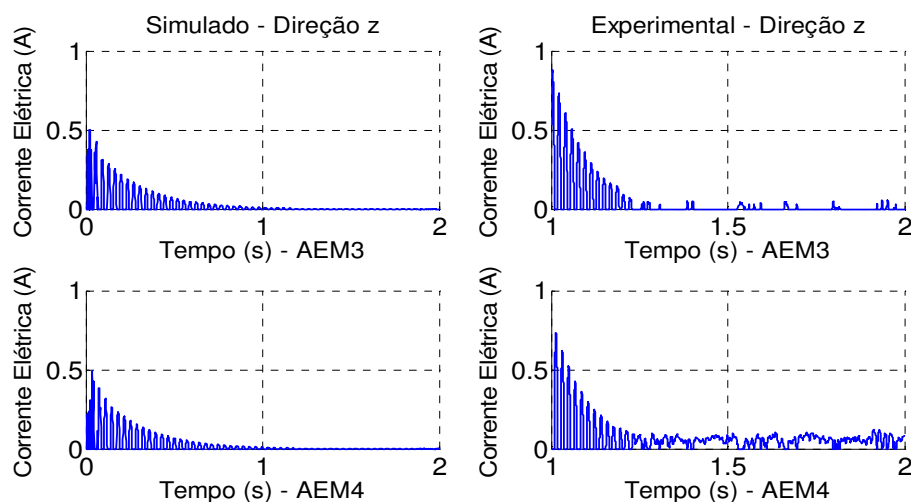


Figura 6.42 – Corrente Elétrica – Direção z (Controle Ótimo).

Analisando os gráficos das forças de controle e das correntes elétricas, observa-se que os níveis foram bem próximos aos encontrados nas duas direções do rotor. Vale destacar a similaridade entre os gráficos dos resultados simulados e aqueles obtidos experimentalmente, o que evidencia que o modelo utilizado no projeto dos controladores e do Filtro de Kalman é bastante representativo da bancada experimental.

### 6.5.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) – Controle Ótimo

As Figs. 6.43 e 6.44 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor numa rotação constante de  $1600\text{rpm}$ . As Figs. 6.45 e 6.46 apresentam a força de controle, e as Figs. 6.47 e 6.48 apresentam a corrente elétrica requerida pelos atuadores eletromagnéticos.

Analisando os gráficos das Figs. 6.43 e 6.44 observa-se claramente a atuação do controle sobre o sistema, ao se considerar a atenuação do nível de vibração resultante. Na direção  $x$  a resposta de pico a pico passou de  $610,20\mu\text{m}$  para  $173,15\mu\text{m}$ , enquanto que na direção  $z$  foi de  $349,20\mu\text{m}$  para  $183,72\mu\text{m}$ . Tais resultados representam, respectivamente, reduções de  $71,62\%$  e  $47,39\%$ , nas direções  $x$  e  $z$ . Constata-se novamente que a atenuação foi muito maior na direção  $x$ , fato explicado pela ausência da influência da força peso nesta direção.

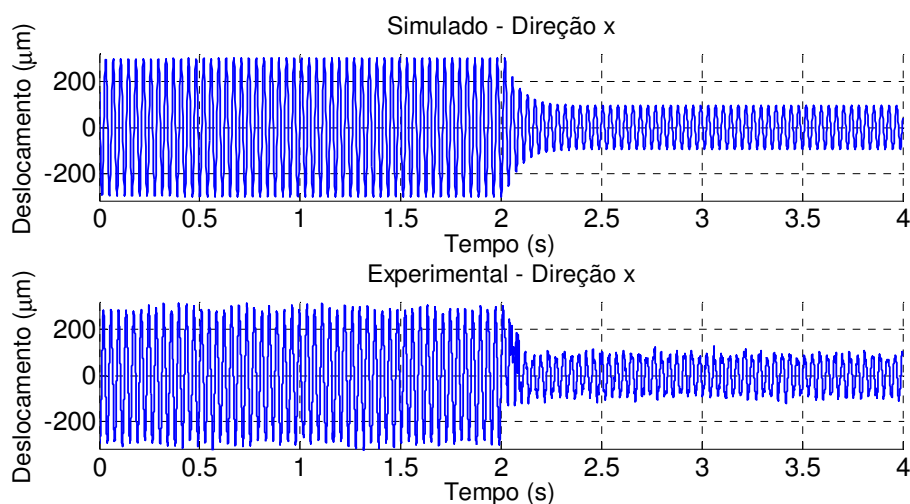


Figura 6.43 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção x (Controle Ótimo).

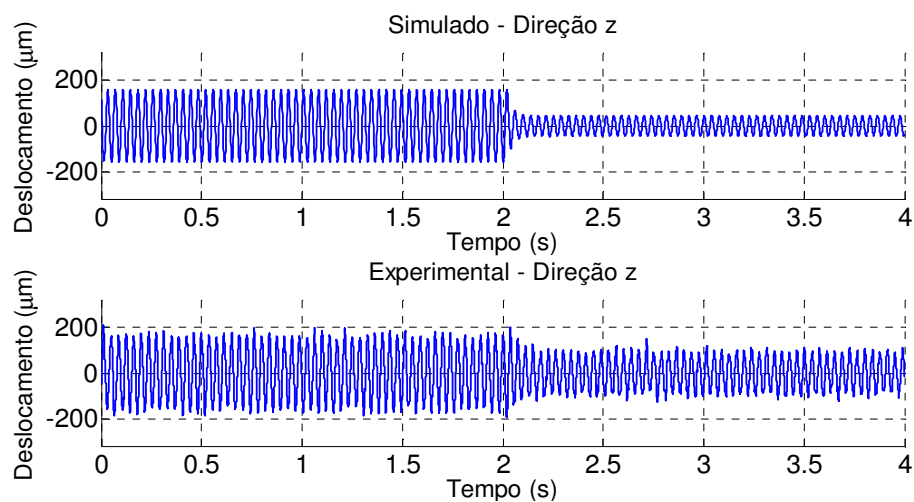


Figura 6.44 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção z (Controle Ótimo).

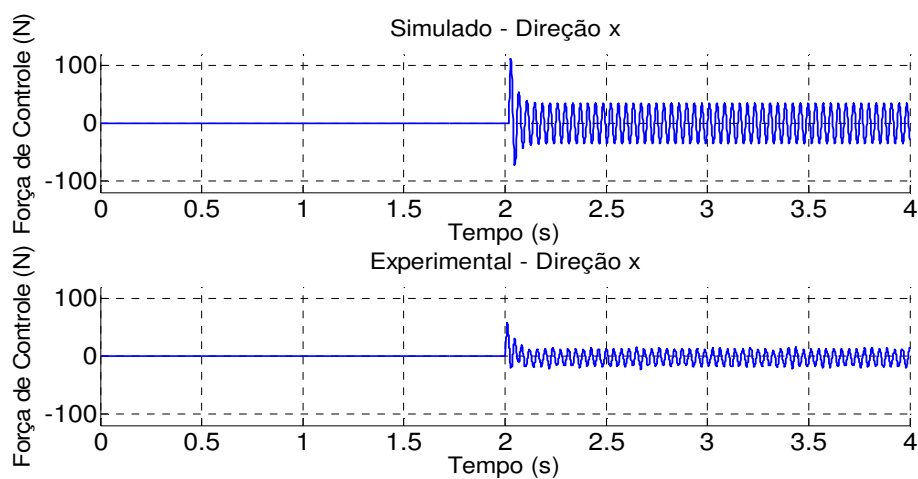


Figura 6.45 – Força de Controle - Direção x (Controle Ótimo).

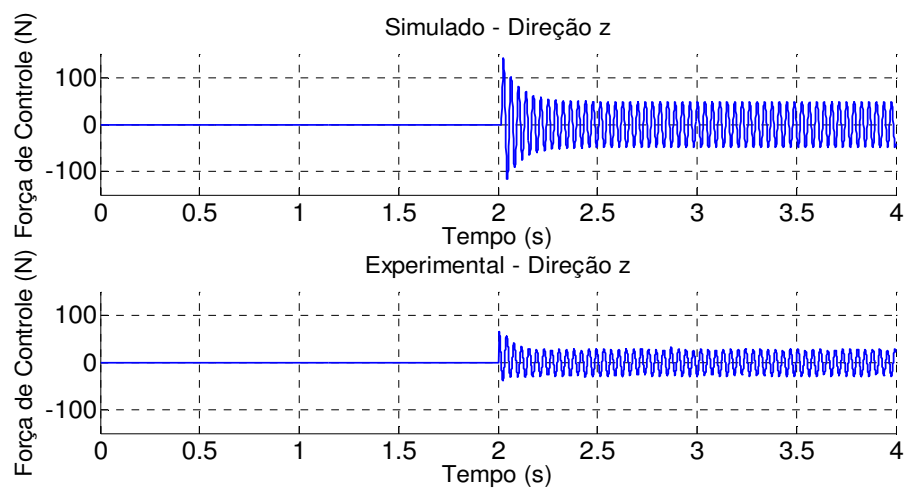


Figura 6.46 – Força de Controle - Direção z (Controle Ótimo).

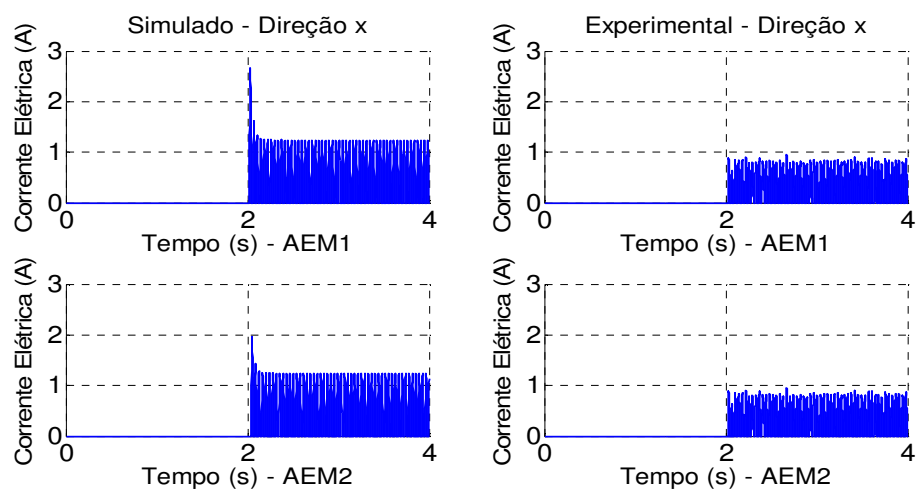


Figura 6.47 – Corrente Elétrica - Direção x (Controle Ótimo).

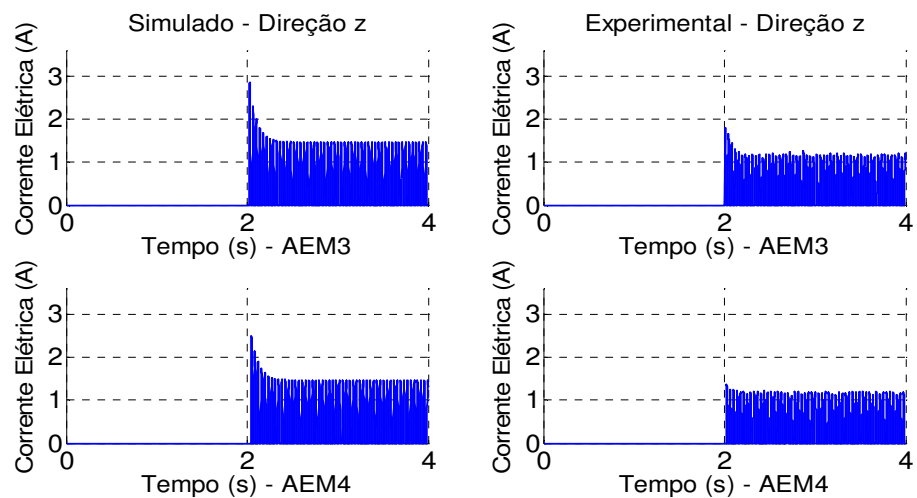


Figura 6.48 – Corrente Elétrica - Direção z (Controle Ótimo).



Assim como se verificou para os resultados obtidos utilizando a norma  $H_\infty$ , esforços maiores foram exigidos ao longo da direção  $z$ , os quais resultaram em atenuações menores quando comparadas com os valores encontrados para a direção  $x$  (71,62% em  $x$  e 47,39% em  $z$ ).

Usando o mesmo procedimento anteriormente adotado, a Fig. 6.49 apresenta a órbita do sistema para o controle ligado e para o controle desligado. Tal gráfico permite visualizar melhor a atenuação da resposta ao desbalanceamento do sistema quando o controle é acionado.

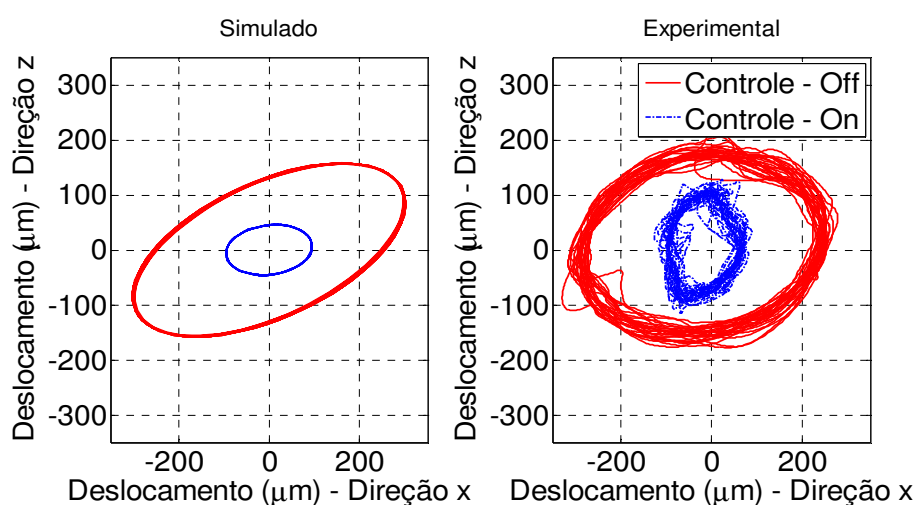


Figura 6.49 – Órbita do rotor no nó 27(Controle Ótimo).

Por fim, a Fig. 6.50 apresenta uma comparação das órbitas do sistema controlado obtidas tanto numérica como experimentalmente, revelando a proximidade das respostas do sistema nestes dois casos.

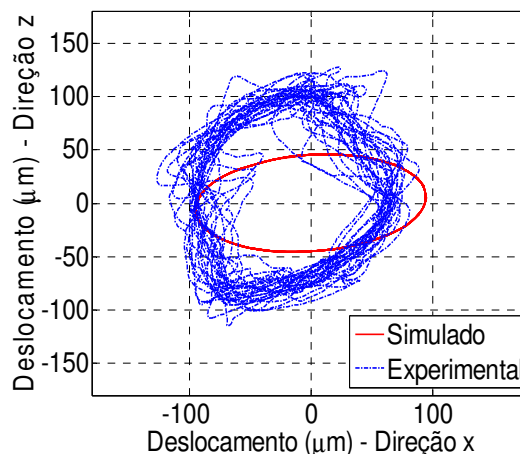


Figura 6.50 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Controle Ótimo).

#### 6.5.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Controle Ótimo

As Figs. 6.51 e 6.52 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor quando este é acelerado de 1450rpm a 1850rpm.

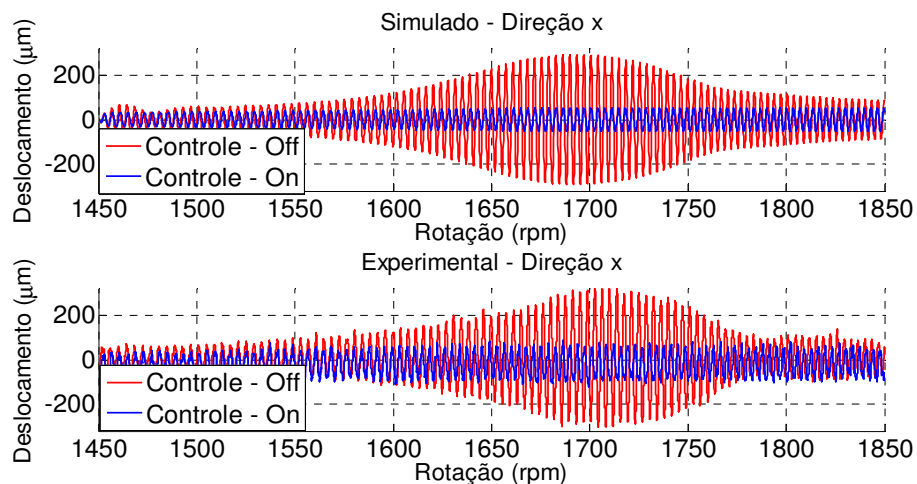


Figura 6.51 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – Run-up – Direção x (Controle Ótimo).

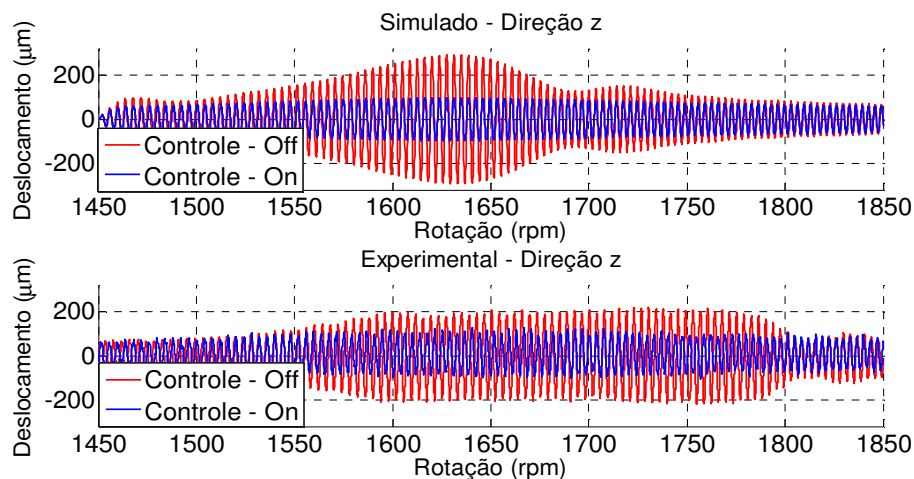


Figura 6.52 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – Run-up – Direção z (Controle Ótimo).

Analisando os gráficos apresentados pelas Figs. 6.51 e 6.52 observa-se que a resposta do sistema foi atenuada na passagem pelas velocidades críticas, conforme se verifica ao longo das direções x e z. Na direção x, a amplitude de pico a pico da resposta do sistema foi reduzida de  $627,62\mu m$  para  $209,30\mu m$ , enquanto que na direção z a redução foi de  $439,35\mu m$  para  $233,35\mu m$ . Desta forma, a redução percentual da resposta do sistema na

passagem da velocidade crítica foi de 66,65% ao longo da direção  $x$  e de 46,89% na direção  $z$ .

As figuras a seguir apresentam as forças de controle e as correntes elétricas requeridas pelos atuadores eletromagnéticos.

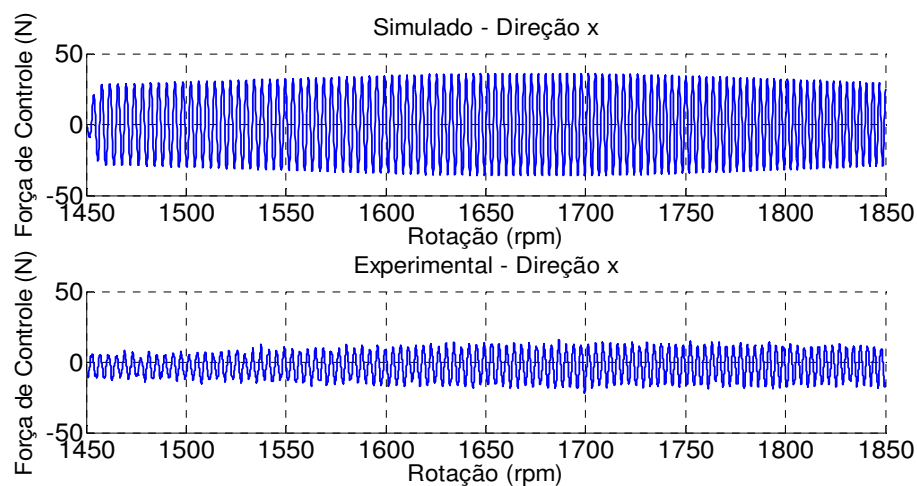


Figura 6.53 – Força de Controle – *Run-up* - Direção  $x$  (Controle Ótimo).

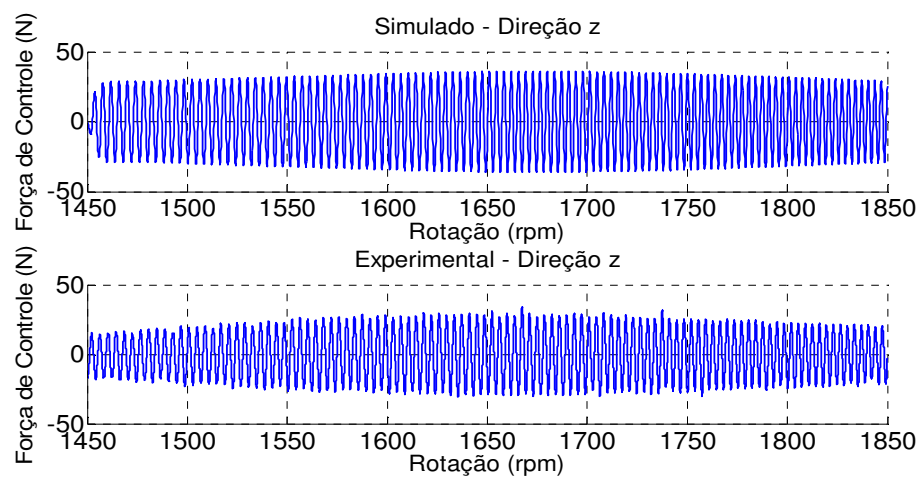


Figura 6.54 – Força de Controle – *Run-up* - Direção  $z$  (Controle Ótimo).

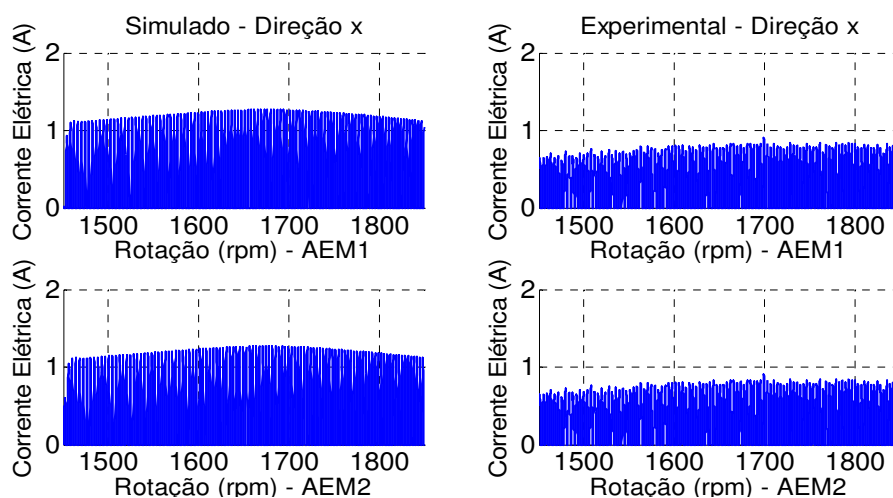


Figura 6.55 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção x (Controle Ótimo).

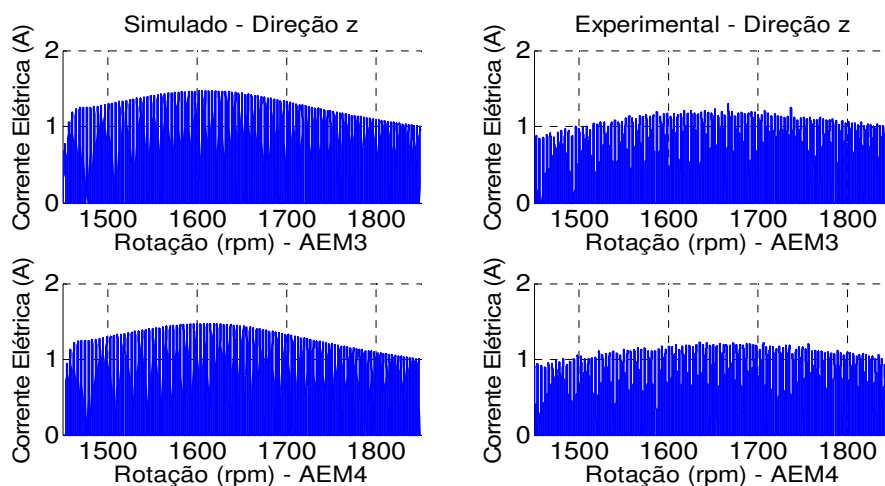


Figura 6.56 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção z (Controle Ótimo).

## 6.6. Lógica Fuzzy

### 6.6.1. Função de Resposta em Frequência (FRF) – Lógica Fuzzy

As Figs. 6.57 e 6.58 apresentam a Função de Resposta em Frequência do sistema para os casos em que o controle é ligado e desligado.

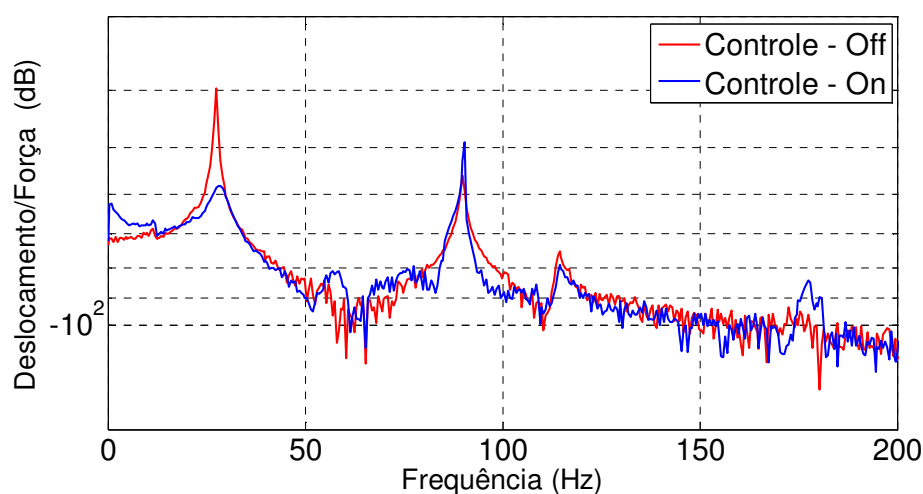


Figura 6.57 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção  $x$  (Lógica *Fuzzy*).

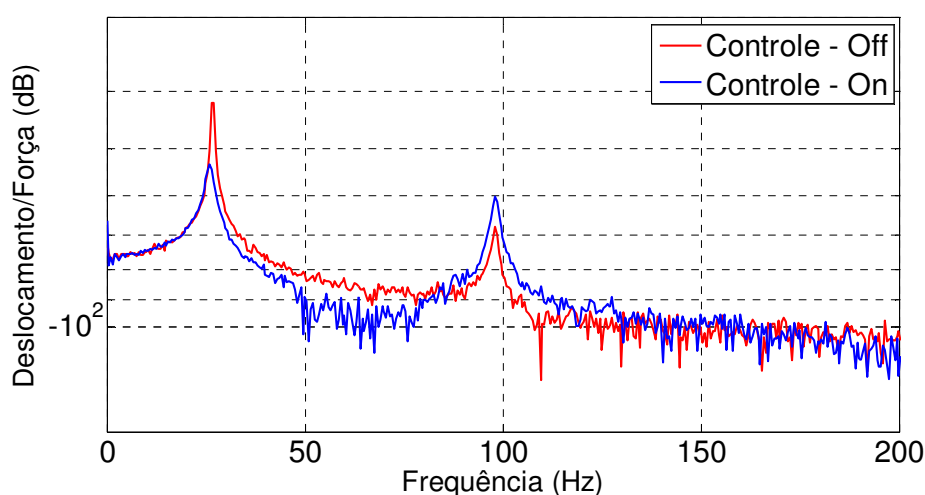


Figura 6.58 – Função Resposta em Frequência para a resposta do sistema medido no nó 27 – Direção  $z$  (Lógica *Fuzzy*).

Das Figs. 6.57 e 6.58, observa-se que o primeiro modo vibração foi atenuado  $18,27dB$  ao longo da direção  $x$  e  $11,31dB$  ao longo da direção  $z$ . Tais valores revelam melhores resultados utilizando os controladores *Fuzzy* modais (CFMs) na direção  $x$  quando comparado com os outros controladores (norma  $H_\infty$  e LQR), enquanto, que na direção  $z$  o resultado foi melhor do que o apresentado pela norma  $H_\infty$  ( $6,30dB$ ) e pior do que decorrente do controle ótimo ( $16,39dB$ ). No entanto, a utilização dos CFMs resultou na alteração do pico do segundo modo, fato não observado anteriormente para os demais controladores, caracterizando pequeno efeito de *spillover*.

### 6.5.2. Resposta impulsiva (rotor em repouso) – Lógica Fuzzy

As Figs. 6.59 e 6.60 apresentam a resposta impulsiva do rotor em repouso, observada ao longo das direções  $x$  e  $z$ , respectivamente.

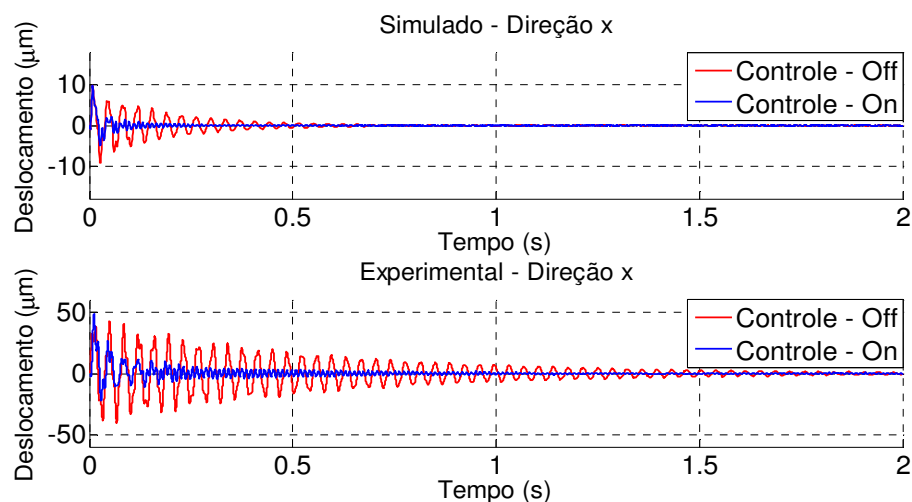


Figura 6.59 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção  $x$  (Lógica Fuzzy).

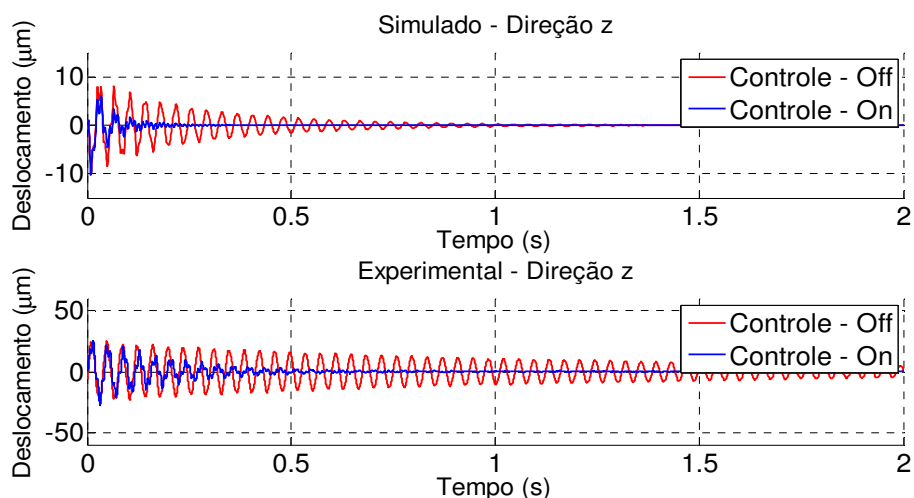


Figura 6.60 – Resposta Impulsiva no nó 27 – Direção  $z$  (Lógica Fuzzy).

Observa-se que para ambas as direções consideradas a resposta do sistema foi rapidamente reduzida pela ação dos atuadores utilizando os CFMs, visto que o tempo de acomodação do sistema controlado foi de aproximadamente 0,8s e 0,5s ao longo das direções  $x$  e  $z$ , respectivamente.

As Figs. 6.61 e 6.62 apresentam as forças de controle, enquanto que as Figs. 6.63 e 6.64 apresentam as correntes elétricas utilizadas nos atuadores eletromagnéticos para o controlador fuzzy modal.

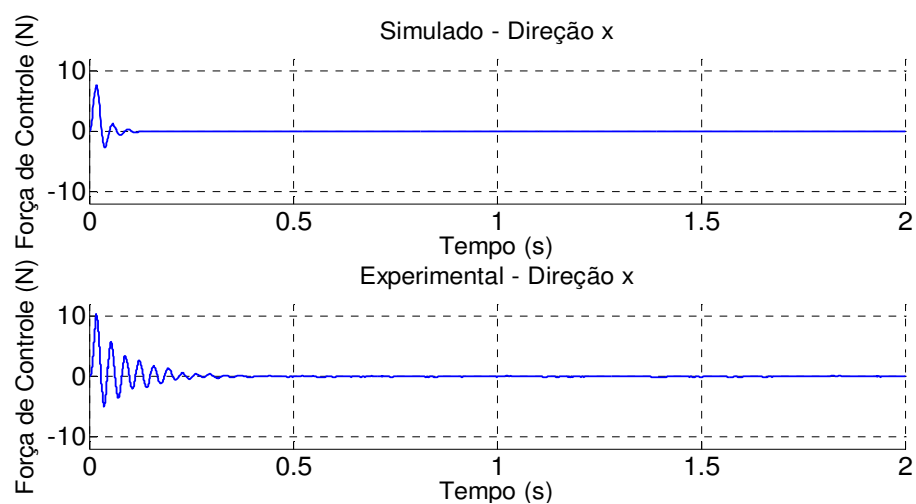


Figura 6.61 – Força de Controle – Direção x (Lógica *Fuzzy*).

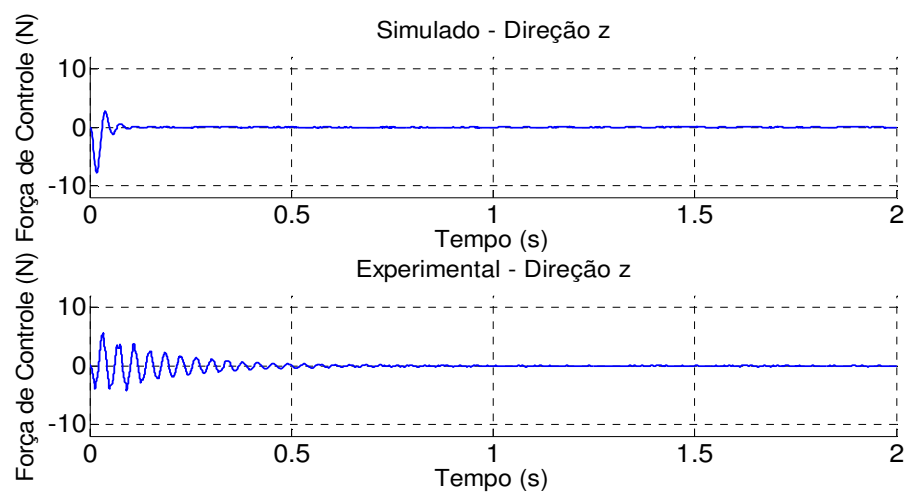


Figura 6.62 – Força de Controle – Direção z (Lógica *Fuzzy*).

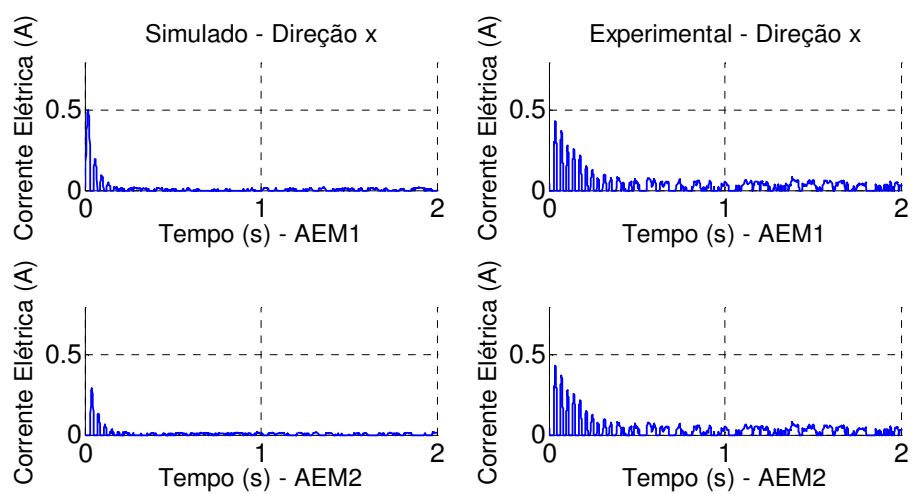


Figura 6.63 – Corrente Elétrica – Direção x (Lógica *Fuzzy*).

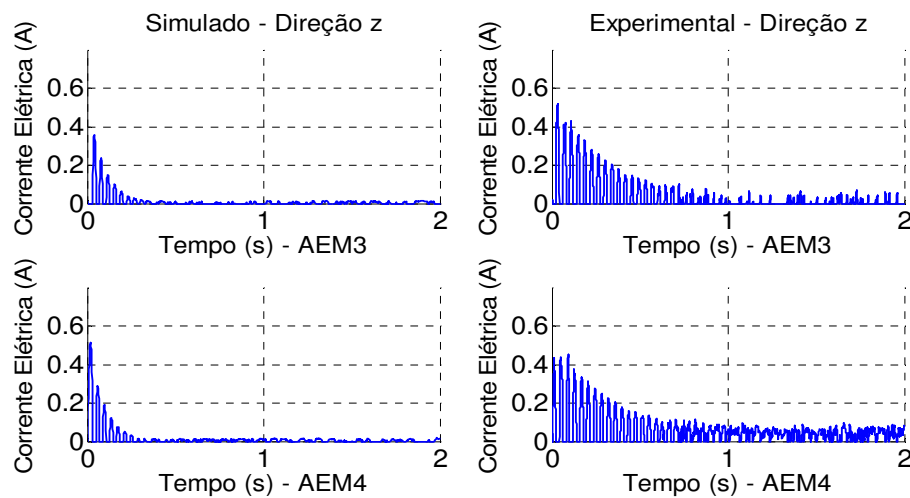


Figura 6.64 – Corrente Elétrica – Direção z (Lógica Fuzzy).

Analisando os gráficos das forças de controle e das correntes elétricas para o CMFs, observa-se que os níveis foram bem próximos aos encontrados para as duas direções consideradas.

### 6.6.3. Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente) – Lógica Fuzzy

As Figs. 6.65 e 6.66 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor numa rotação constante de 1600rpm. As Figs. 6.67 e 6.68 apresentam a força de controle, e as Figs. 6.69 e 6.70 apresentam a corrente elétrica requerida pelos atuadores eletromagnéticos.

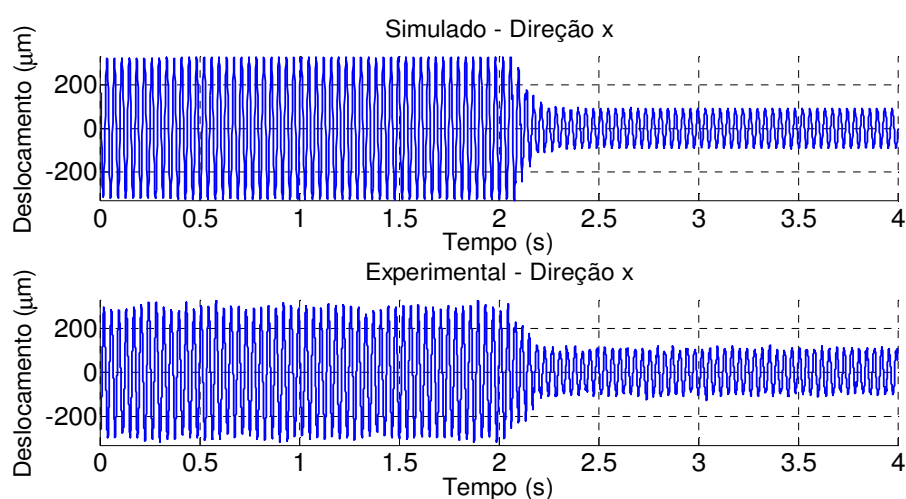


Figura 6.65 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção x (Lógica Fuzzy).



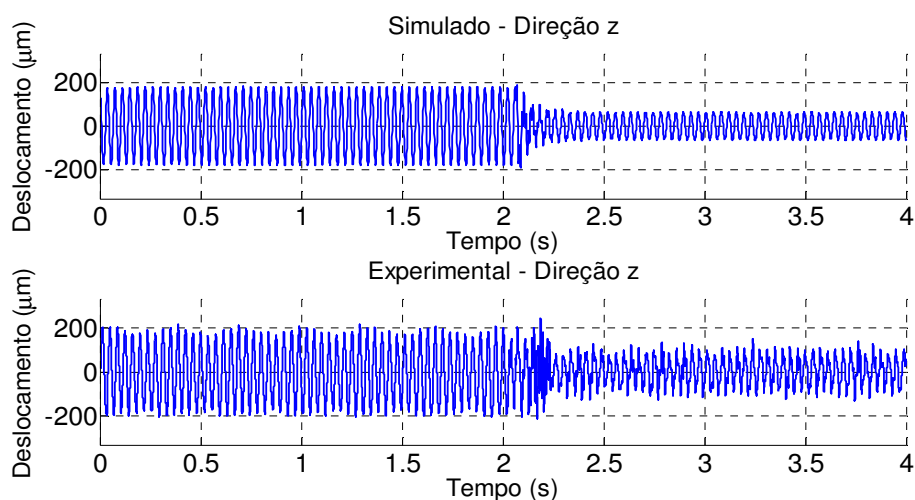


Figura 6.66 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – 1600rpm – Direção z (Lógica Fuzzy).

Analisando os gráficos das Figs. 6.65 e 6.66 observa-se claramente a atuação do controle sobre o sistema, sendo que, na direção x, a resposta de pico a pico passou de  $609,8\mu\text{m}$  para  $219,03\mu\text{m}$ , enquanto que na direção z passou de  $395,9\mu\text{m}$  para  $217,47\mu\text{m}$ . Tais resultados representam, respectivamente, reduções de  $64,08\%$  e  $45,07\%$ , nas direções x e z. Constata-se novamente que a atenuação foi muito maior ao longo da direção x, fato explicado pela ausência da influência da força peso nesta direção.

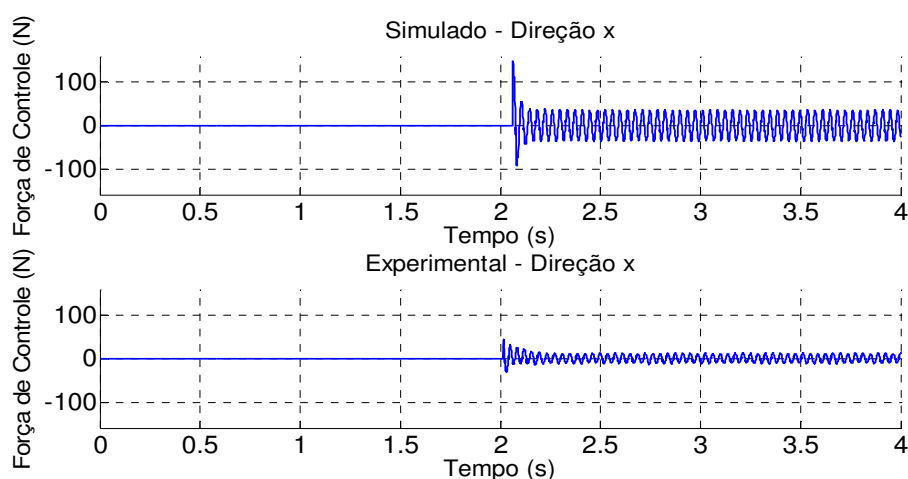


Figura 6.67 – Força de Controle - Direção x (Lógica Fuzzy).

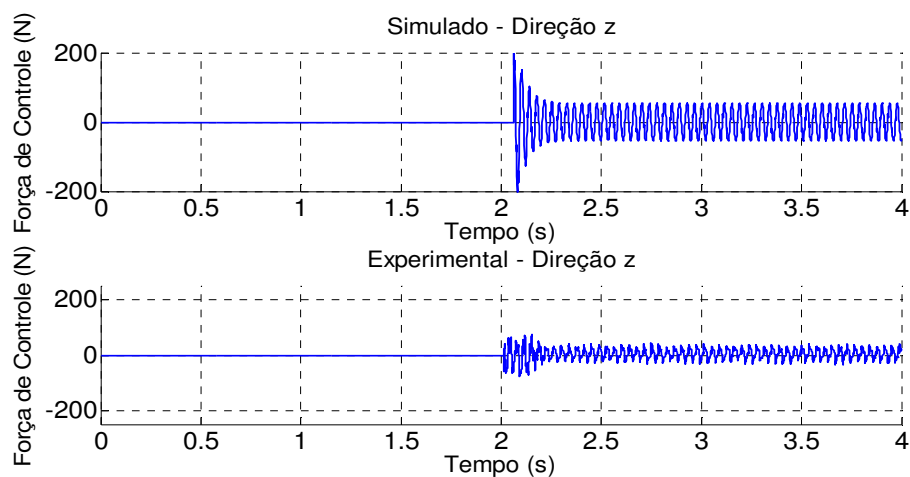


Figura 6.68 – Força de Controle - Direção z (Lógica *Fuzzy*).

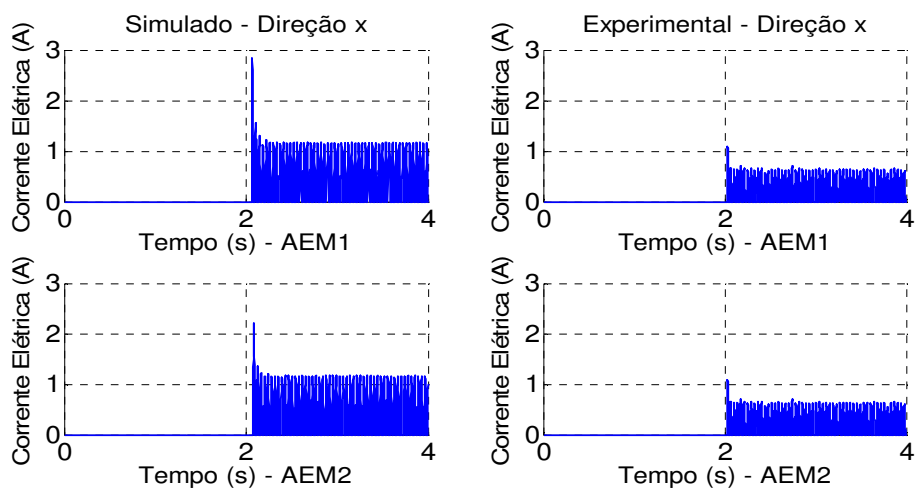


Figura 6.69 – Corrente Elétrica - Direção x (Lógica *Fuzzy*).

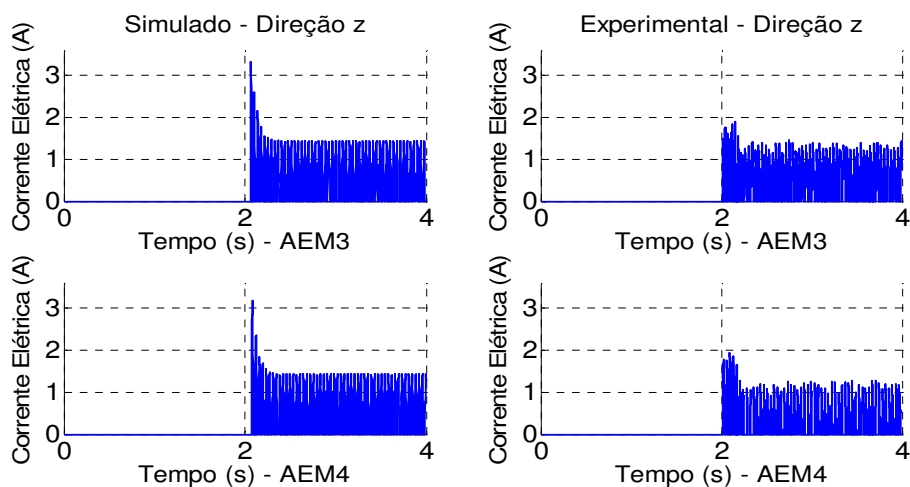


Figura 6.70 – Corrente Elétrica - Direção z (Lógica *Fuzzy*).

Assim como se verificou para os resultados obtidos utilizando a norma  $H_\infty$  e o Controle Ótimo, esforços maiores foram exigidos ao longo da direção  $z$ , os quais resultaram em atenuações menores quando comparadas com os valores encontrados para a direção  $x$  (64,08% em  $x$  e 45,07% em  $z$ ).

A Fig. 6.71 apresenta a órbita do sistema para o controle ligado e para o controle desligado. Tal gráfico permite visualizar melhor a atenuação da resposta ao desbalanceamento do sistema quando o controle é acionado.

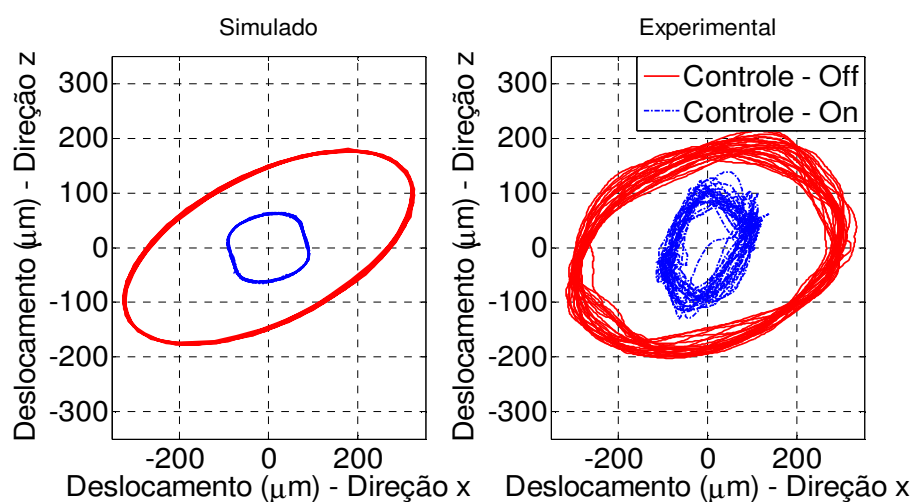


Figura 6.71 – Órbita do rotor no nó 27(Lógica *Fuzzy*).

Por fim, a Fig. 6.72 apresenta uma comparação das órbitas do sistema controlado obtidas tanto numérica como experimentalmente, revelando a proximidade das respostas do sistema nestes dois casos utilizando os controladores *fuzzy* modais.

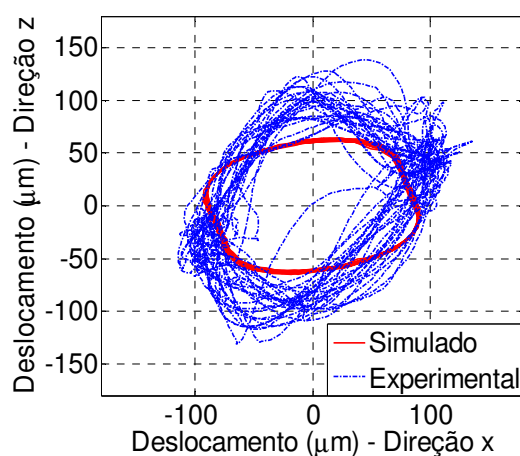


Figura 6.72 – Órbita do sistema controlado: Experimental X Simulado (Lógica *Fuzzy*).

#### 6.6.4. Resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação – Run-up) - Lógica Fuzzy

As Figs. 6.73 e 6.74 apresentam a resposta ao desbalanceamento do rotor quando este é acelerado de 1450rpm a 1850rpm.

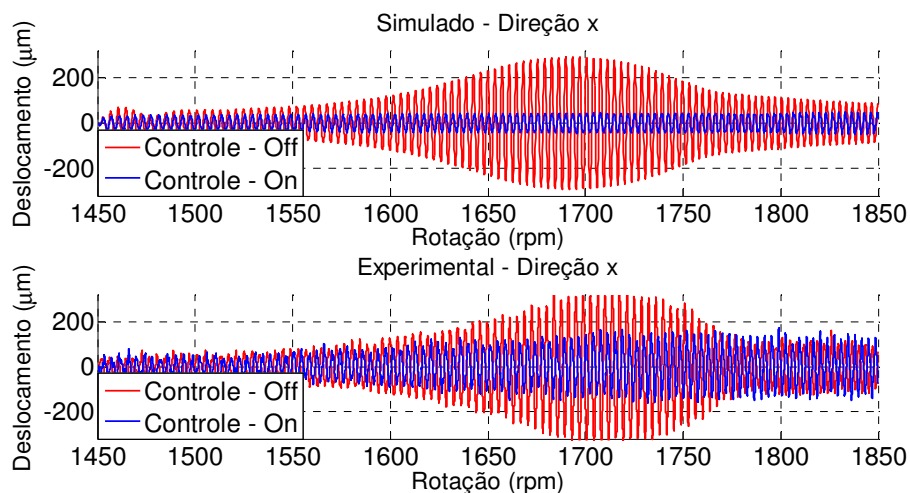


Figura 6.73 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – Run-up – Direção x (Lógica Fuzzy).

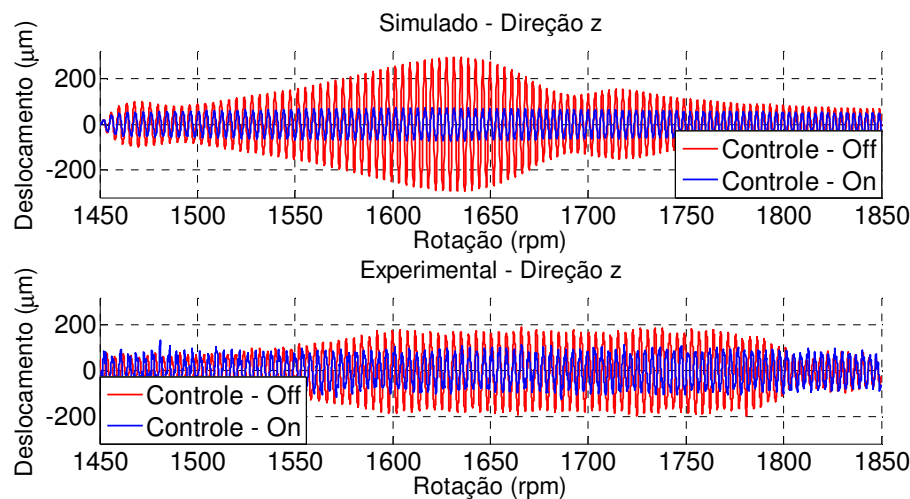


Figura 6.74 – Resposta ao desbalanceamento no nó 27 – Run-up – Direção z (Lógica Fuzzy).

Os gráficos das Figs. 6.73 e 6.74 mostram que a resposta do sistema foi atenuada na passagem pelas velocidades críticas, conforme observado ao longo das direções  $x$  e  $z$ . Na direção  $x$ , a amplitude de pico a pico da resposta do sistema foi reduzida de  $637,62\mu\text{m}$  para  $330,02\mu\text{m}$ , enquanto que na direção  $z$  a redução foi de  $439,35\mu\text{m}$  para  $256,56\mu\text{m}$ . Desta forma, a redução percentual da resposta do sistema na passagem da velocidade crítica foi de 48,24% ao longo da direção  $x$  e de 41,60% na direção  $z$ .

As figuras a seguir apresentam as forças de controle e as correntes elétricas requeridas pelos atuadores eletromagnéticos.

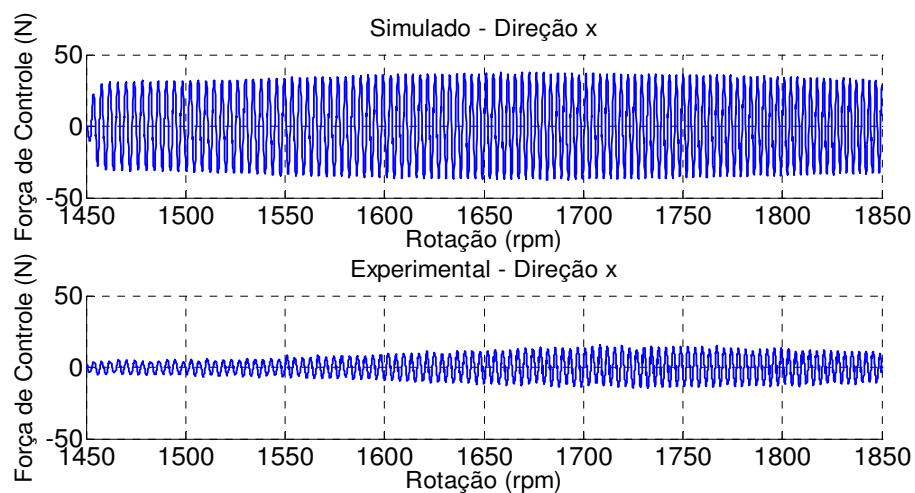


Figura 6.75 – Força de Controle – *Run-up* - Direção x (Lógica Fuzzy).

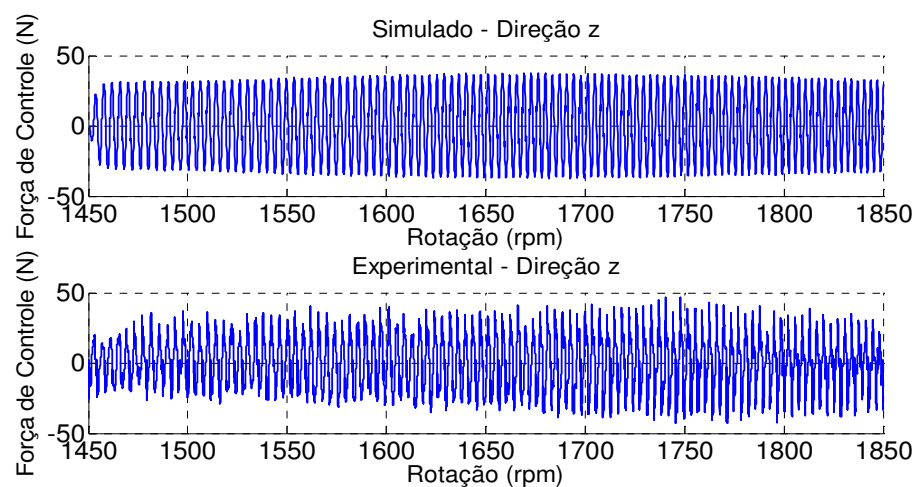


Figura 6.76 – Força de Controle – *Run-up* - Direção z (Lógica Fuzzy).

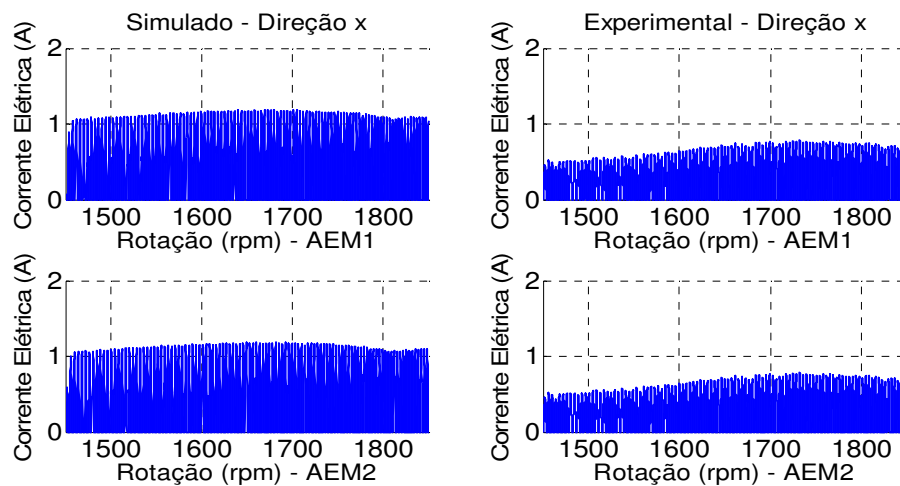


Figura 6.77 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção x (Lógica *Fuzzy*).

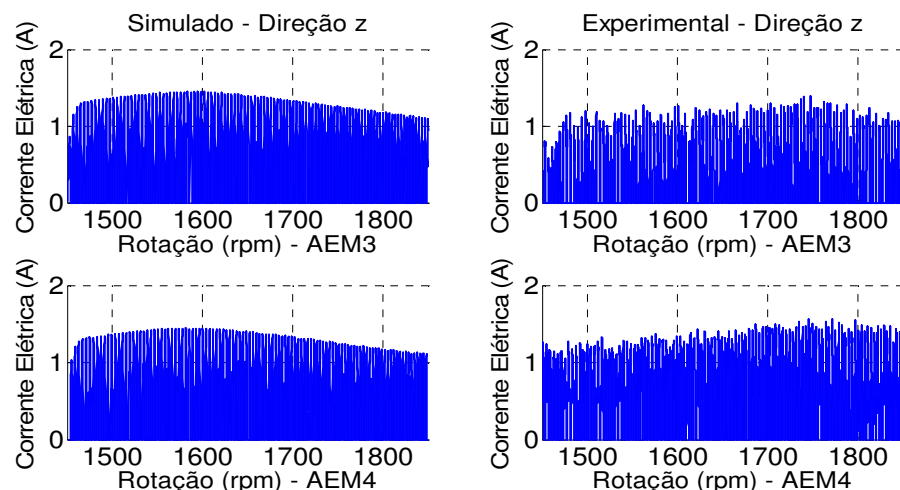


Figura 6.78 – Corrente Elétrica – *Run-up* - Direção z (Lógica *Fuzzy*).

### 6.7. Discussão e comparação dos resultados obtidos com os controladores

De um modo geral, os resultados obtidos experimentalmente foram bastante satisfatórios, visto que, com os controladores projetados utilizando as arquiteturas de norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo, e Lógica *Fuzzy*, o sistema foi controlado satisfatoriamente para os quatro casos considerados. Os resultados correspondentes mostram a validade da metodologia desenvolvida para o controle ativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando atuadores eletromagnéticos.

Com os resultados obtidos, pode-se observar, de um modo geral, que o Controle Ótimo apresentou melhores resultados, visto que o grau de atenuação das respostas do sistema controlado foi maior ao se utilizar controladores projetados através desta arquitetura, como se pode observar nas Tabs. (6.2) a (6.5).

Tabela 6.2 – Redução dos modos em dB – Função de Resposta em Frequência.

	1º Modo (Direção x)	1º Modo (Direção z)
<b>Norma H<sub>∞</sub></b>	8,34	6,30
<b>Controle Ótimo</b>	16,39	<b>16,39</b>
<b>Fuzzy Modal</b>	<b>18,27</b>	11,31

Tabela 6.3 – Tempo de acomodação - Resposta Impulsiva.

	Tempo de Acomodação (s)	
	Direção x	Direção z
<b>Norma H<sub>∞</sub></b>	0,5	0,8
<b>Controle Ótimo</b>	<b>0,25</b>	<b>0,35</b>
<b>Fuzzy Modal</b>	0,8	0,5

Tabela 6.4 – Redução da Resposta - Resposta ao desbalanceamento (Regime Permanente).

	Pico a pico (μm)		Redução na Resposta (%)	
	Direção x	Direção z	Direção x	Direção z
<b>Norma H<sub>∞</sub></b>	310,20	189,95	48,65	41,37
<b>Controle Ótimo</b>	<b>173,15</b>	<b>183,72</b>	<b>71,62</b>	<b>47,39</b>
<b>Fuzzy Modal</b>	219,03	217,47	64,08	45,07

Tabela 6.5 – Redução da Resposta - Resposta ao desbalanceamento (*Run-up*).

	Pico a pico (μm)		Redução na Resposta (%)	
	Direção x	Direção z	Direção x	Direção z
<b>Norma H<sub>∞</sub></b>	363,78	270,40	42,04	38,45
<b>Controle Ótimo</b>	<b>209,30</b>	<b>233,35</b>	<b>66,65</b>	<b>46,89</b>
<b>Fuzzy Modal</b>	330,02	256,56	48,24	41,60

Com relação às FRFs, os melhores resultados ocorreram para os controladores *fuzzy* modais na direção x (18,27dB) e para o Controle Ótimo na direção z (16,39dB), mas vale ressaltar que na direção x o Controle Ótimo resultou numa atenuação de 16,39dB, enquanto que os CFMs resultaram numa atenuação de 11,31dB na direção z, fato que demonstra que se levarmos em conta simultaneamente as duas direções segundo as quais as respostas foram obtidas, o uso do Controle Ótimo resultou, globalmente, em melhores resultados.

Na resposta impulsiva, o Controle Ótimo levou a um tempo de acomodação 2,0 vezes menor do que o fornecido pela norma  $H_\infty$  e 3,2 vezes menor que os CFMs na direção  $x$  e aproximadamente 2,3 vezes menor que o da norma  $H_\infty$  e 1,4 vezes menor que os obtidos pelos CFMs na direção  $z$ .

Por fim, na resposta ao desbalanceamento (regimes permanente e transiente) observa-se, mais uma vez, que melhores resultados em termos percentuais foram obtidos pelo Controle Ótimo (reduções de 71,62% e 47,39%, no regime permanente e 66,65% e 46,89%, no regime transiente).

Outro ponto de destaque nos resultados obtidos é a proximidade entre os resultados experimentais e os de simulação computacional, apesar da complexidade dos sistemas analisados. Quanto ao modelo matemático-computacional adotado, seu melhor ajuste e detalhamento também devem contribuir para resultados ainda melhores de simulação computacional.



## CAPÍTULO VII

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 7.1. Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo estudar o controle ativo de vibrações em máquinas rotativas utilizando atuadores eletromagnéticos. Com este propósito, um rotor flexível horizontal, composto de dois discos e apoiado por um mancal de rolamento de esferas, sendo o outro um mancal híbrido (composto de um rolamento de esferas + atuadores eletromagnéticos), foi estudado tanto numérico como experimentalmente. O modelo deste rotor foi obtido pelo Método dos Elementos Finitos, sendo o modelo truncado para os 4 primeiros modos de vibração do sistema. O controle utilizado foi desenvolvido no domínio modal, com os controladores desenvolvidos através da norma  $H_\infty$ , Regulador Quadrático Linear (LQR) e Lógica Nebulosa (*fuzzy*), sendo que as duas primeiras técnicas foram implementadas usando Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs). O uso do controle modal tornou necessário o emprego de Estimadores de Kalman, os quais permitiram a determinação dos modos do sistema a partir de um sinal contendo ruído. Por fim, foram utilizados atuadores eletromagnéticos para exercer força de controle sobre o rotor, sendo estes AEMs instalados em torno de um mancal flangeado (contendo um rolamento de esferas no seu interior) formando um arranjo aqui denominado como mancal híbrido.

O trabalho foi desenvolvido em duas etapas, envolvendo simulação computacional e validação experimental. A etapa de simulação computacional foi de extrema importância, pois esta permitiu tanto ajustar o modelo do rotor como ajustar o sistema completo de controle incorporando os controladores, estimador de Kalman e os atuadores eletromagnéticos. Já a validação experimental levou à validação da metodologia de controle desenvolvida, demonstrando seu potencial de utilização no contexto industrial.

A simulação do sistema foi feita utilizando os programas comerciais *Matlab®* e *Simulink®*. A primeira etapa da simulação computacional dedicou-se à obtenção de um modelo representativo do rotor flexível estudado. Vale ressaltar que a parte de identificação do sistema não foi apresentada nesta tese, porém os parâmetros medidos e identificados do rotor são apresentados na Tab. 5.1. Com os dados da Tab. 5.1, foi construído o modelo do rotor utilizando o Método dos Elementos Finitos, sendo este modelo truncado considerando apenas os 4 primeiros modos do sistema. Deve-se lembrar que as análises de controlabilidade e observabilidade indicaram que o sistema atendeu a estes requisitos usando os quatro primeiros modos de vibração do rotor. O próximo passo nesta etapa computacional foi o projeto do estimador de Kalman, feito a partir do modelo reduzido, sendo o ganho do estimador determinado usando o comando *lqe.m*. Os resultados apresentados na seção 5.2 mostram a validade do estimador de Kalman projetado, tendo este sido capaz de estimar a resposta do sistema a partir de um sinal contaminado por ruído (característica que motivou a escolha deste tipo de estimador).

Os controladores (norma  $H_\infty$  e LQR) foram projetados utilizando desigualdades matriciais lineares (LMIs). O motivo da escolha das LMIs é que esta técnica apresenta como principal vantagem a facilidade de se considerar incertezas paramétricas e não paramétricas no modelo do sistema, contribuindo desta forma para o desenvolvimento do controle robusto. Nesse trabalho, também foram estudados controladores projetados usando técnicas de Lógica Nebulosa (*fuzzy*), uma vez que esta apresenta como uma das que melhor se adaptam quando não linearidades estão presentes no sistema a ser controlado.

Por fim, foram incorporados ao sistema de controle tanto os atuadores eletromagnéticos como o modelo inverso destes atuadores. Vale destacar que, como estes atuadores são de caráter não linear, o modelo inverso dos AEMs tornaram possível o uso do controle desenvolvido. Desta forma, os controladores devem indicar a força de controle necessária para atuar sobre o sistema, sendo esta força utilizada pelo modelo inverso dos atuadores para determinar a corrente elétrica exigida para alimentar os AEMs (corrente de controle).

Na etapa de simulação computacional, para se avaliar o comportamento dinâmico do sistema completo, foram realizadas diversas análises, destacando-se: resposta impulsiva (rotor em repouso), resposta ao desbalanceamento (rotor em rotação; *run-up*), análise de robustez, e consumo de energia nos atuadores. Tanto para a resposta impulsiva como para a resposta ao desbalanceamento, os controladores projetados mostraram-se eficazes quanto à capacidade de atenuação da vibração do rotor. Nesta etapa, foram observados melhores resultados utilizando norma  $H_\infty$  e Controle Ótimo.

Na análise de robustez foram analisadas duas situações envolvendo variação do modelo: a primeira, considerando variações no modelo representativo do rotor (caracterizando possíveis alterações na própria estrutura do sistema); e, a segunda, levando em conta variações no modelo do estimador, aspecto que representa possíveis incertezas em termos da identificação do sistema. Em ambas as situações a variação foi aplicada diretamente sobre a matriz dinâmica  $[A]$ , sendo introduzida variação na faixa de 0 a 20%. Foram obtidos bons resultados para ambas as situações consideradas, principalmente no que diz respeito à variação do modelo do estimador. Trata-se de um ponto de destaque do estimador escolhido, visto que este também garante certa robustez à planta de controle em si. Deve-se salientar que o estimador aqui utilizado é o estimador de Kalman, projetado com bases estatísticas e que, além de permitir a filtragem do sinal, ainda é capaz de fazer a estimação de estados a partir de sinais contendo ruído.

Em termos de consumo de energia, adotou-se uma constante  $\Delta$  variando de 0,7 a 1,3. Esta constante foi utilizada como um fator multiplicador na saída do modelo inverso do atuador, ou seja, multiplicava a corrente elétrica por este fator, fazendo seu valor variar de  $\pm 30\%$ . Assim, o sistema foi analisado tanto para o rotor em repouso (resposta impulsiva) como para o rotor em rotação (resposta ao desbalanceamento). Para o rotor em repouso, a norma  $H_\infty$  teve melhor desempenho, ao se considerar a baixa energia consumida e a atenuação obtida para a vibração (ver Tab. 5.10), enquanto que, para a resposta ao desbalanceamento, melhores resultados foram obtidos utilizando os controladores *Fuzzy Modais*, os quais apresentaram maior redução da resposta do sistema associada a um menor consumo de energia.

Após as análises numéricas, passou-se para a etapa experimental. Nesta etapa, deve-se destacar as adaptações que foram necessárias na bancada para permitir a realização dos testes, envolvendo a calibração dos sensores, a introdução dos amplificadores, o casamento de impedâncias entre a placa *dSPACE* e os demais equipamentos utilizados.

Na etapa experimental foram feitos quatro tipos de análise com o objetivo de caracterizar o comportamento dinâmico do sistema estudado, a saber, o estudo da função de resposta em frequência e da resposta impulsiva (rotor em repouso), resposta ao desbalanceamento com velocidade constante (regime permanente) e resposta ao desbalanceamento – *run-up* (regime transiente).

Considerando os resultados apresentados, observa-se pelas FRFs obtidas que os controladores *Fuzzy Modais* apresentaram maior atenuação no 1º modo, ao longo da direção x (próximo de 18,27dB), enquanto que, na direção z, o melhor resultado foi com o Controle Ótimo, o qual apresentou uma atenuação da ordem de 16,39 dB.

Com relação ao tempo de acomodação, a atenuação da resposta impulsiva foi mais rápida utilizando o Controle Ótimo (0,25s e 0,35s nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente). Por fim, a comparação da redução da resposta ao desbalanceamento (regimes permanente e transiente) permitiram verificar, mais uma vez, melhores resultados quando o Controle Ótimo foi utilizado. O controle se mostrou estável para o rotor operando em rotação constante (1600rpm). Quando os esforços de controle foram aplicados, o controlador foi capaz de atenuar rapidamente as vibrações transientes oriundas destes esforços.

De um modo geral, os resultados experimentais apresentaram bons resultados com os três controladores analisados (norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo e Controlador *Fuzzy* Modal). Os melhores resultados foram obtidos com o Controle Ótimo para as situações consideradas. Entretanto, deve-se destacar os resultados obtidos com a Lógica *Fuzzy*, visto que o projeto dos CFMs segue um critério diferente do utilizado pelos métodos que se servem das Desigualdades Matriciais Lineares, que são técnicas que servem-se de métodos de otimização para determinar a matriz de ganho dos controladores.

O uso dos atuadores eletromagnéticos permitiu que o rotor passasse por sua primeira velocidade crítica de forma suave, resultado que contém forte apelo tecnológico. Portanto, este ensaio mostra uma das grandes potencialidades deste tipo de atuador, ao se considerar sua utilização em máquinas rotativas de uma forma geral, i.e., atuadores eletromagnéticos podem ser usados para atenuar vibrações causadas por desbalanceamentos quando o rotor opera próximo ou passa por uma de suas velocidades críticas.

Outro ponto de destaque nos resultados obtidos é a proximidade entre os resultados experimentais e os de simulação computacional, apesar da complexidade dos sistemas analisados. Acredita-se que resultados melhores podem ser obtidos, desde que se faça uma melhor montagem mecânica da máquina rotativa, eliminando o mais possível algumas pequenas folgas existentes. Quanto ao modelo matemático-computacional adotado, seu melhor ajuste e detalhamento também devem contribuir para resultados de simulação computacional ainda melhores que os que foram mostrados nesta tese.

De uma forma geral, os resultados obtidos através deste trabalho foram bastante significativos. Considera-se que ficou demonstrado grande potencial para o uso de atuadores eletromagnéticos em máquinas rotativas, particularmente quando se considera os chamados rotores inteligentes, ou seja, aqueles que são capazes de avaliar seu comportamento dinâmico e impor forças de controle para manter seu funcionamento suave e seguro sempre que necessário, e tudo isso de maneira automática. Os AEMs são fáceis de serem integrados ao sistema rotativo (pouco invasivos) e podem aplicar forças de

controle elevadas. Tais características reforçam a possibilidade concreta de aplicação industrial da metodologia aqui desenvolvida.

Pode-se assim concluir dizendo que a contribuição central desta tese foi o estudo completo de um rotor flexível com controle ativo de vibração usando atuadores eletromagnéticos e diversas arquiteturas de controlador, tudo comprovado tanto por simulação computacional, como através de uma bancada experimental dedicada.

## **7.2. Sugestões para trabalhos futuros**

O autor sugere os seguintes tópicos para a continuidade do esforço de pesquisa relacionado ao tema tratado nesta tese de doutorado:

- Aplicação do controle robusto com análise de confiabilidade sobre os resultados;
- Aplicação de outras técnicas de controle, tais como o controle adaptativo e o *neuro-fuzzy*;
- Melhoria do modelo do atuador eletromagnético, ou substituição do modelo inverso por modelos obtidos por meio de processos de identificação;
- Utilização de técnicas específicas de controle não linear;
- Utilização de outros tipos de atuadores, tais como os baseados em ligas de memória de forma, fluidos magnetoreológicos, dentre outras.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLA, M. O., ZIMMERMAN, D. C., GRIGORIADIS, K. M., **Structural Damage Detection using Strain Data via Linear Matrix Inequality Based Methods**. American Control Conference, San Diego, Califórnia, pp. 1114-1118, 1999.

ABDALLA, M. O., ZIMMERMAN, D. C., GRIGORIADIS, K. M., **Reduce Optimal Parameter Update in Structural Systems Using LMIs**. American Control Conference, San Diego, Califórnia, pp. 991-995, 2000.

ANDERSON, B. D. O., MOORE, J. B., **Optimal Filtering**. Prentice-Hall, 357p., 1979.

ARULAMPALAM, M., MAKKELLI, S., GORDON, N., CLAPP, T., **A Tutorial on Particle Filters of Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking**. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 50, n. 2, pp. 174-188, 2002.

ARTERO, A. O., **Inteligência Artificial: teórica e prática**. Ed. Livraria da Física, São Paulo, 230p, 2009.

ASSIS, E.G., STEFFEN Jr., V., 2003, **Inverse Problem Techniques for the Identification of Rotor-Bearing Systems**. Inverse Problems in Engineering, Vol. 11, pp. 39-53.

ASSUNÇÃO, E., **Redução  $H_2$  e  $H_\infty$  de Modelos Através de Desigualdades Matriciais Lineares: Otimização Local e Global**. 2000. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas-SP.

ASSUNÇÃO, E., TEIXEIRA, M. C. M., **Projeto de Sistema de Controle Via LMIs usando o MATLAB**. In: Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle - APLICON. USP – São Carlos – SP, 2001.

AUCHET, S., CHEVRIER, P., LACOUR, M., LIPINSK, P. A., **A new method of cutting force measurement based on command voltages of active electro-magnetic bearings**. International Journal of Machine Tools & Manufacture, v. 44, pp. 1441-1449, 2004.

BERTHIER, P., FERRARIS G., LALLANE, M., **Prediction of Critical Speeds, Unbalance and Nonsynchronous Forced Response of Rotors**. Shock and Vibration, part 4, pp. 103-111, 1983,

BOYD, S., BALAKRISHNAN, V., FERON, E., EL GHAOU, L., **Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory**. Siam Studies in Applied Mathematics, USA, 193p, 1994.

BUENO, D. D., **Controle Ativo de Vibrações e Localização Ótima de Sensores e Atuadores Piezelétricos**. 2007. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP.

BURROW, C., SAHINKAYA, M., TURKAY, O., **An adaptive squeeze-film bearing**. Trans. ASME, Journal of Tribology, (106), pp. 145-151, 1984.

CAVALINI JR, A. A., GALAVOTTI, T. V., MORAIS, T. S., KOROISHI, E. H., STEFFEN JR, V., **Vibration Attenuation in Rotating Machines Using Smart Spring Mechanism**. Mathematical Problems in Engineering, pp. 1-14, 2011.

CHEN, K. Y., TUNG, P. C., TSAI, M. T., FAN, Y. H., **A Self-Tuning Fuzzy PID-Type Controller Design for Unbalance Compensation in an Active Magnetic Bearing**. Expert Systems with Applications, v. 36, pp. 8560–8570, 2009.

CHRISTENSEN, R. H; SANTOS, I. F., **Design of active controlled rotor-blade systems based on time-variant modal analysis**. Journal of Sound and Vibration, v. 280, pp. 863-882, 2005.

CRAIG, JR., ROY, R., **Structural Dynamics: An introduction to computer Methods**. John Wiley & Sons, New York, N. Y., 1981.

CONCEIÇÃO, S. M., BUENO, D. D., CAVALINI JR, A. A., ABREU, G. L., MELO, G. P., LOPES JR, V., **Model Reduction Methods for Smart Truss like Structure**. Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Bauru, SP, Brasil, 2009.

D'AZZO, J. J., HOUPIIS, C. H., **Linear control system analysis and design**. São Paulo: McGraw-Hill, 660p, 1988.



DAS, A. S., DUTT, J. K., **A Reduced Rotor Model Using Modified SEREP Approach for Vibration Control of Rotors**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 26, pp. 167-180, 2012.

DER HAGOPIAN, J., MAHFOUD, J., **Electromagnetic actuator design for the control of light structures**. Smart Structures and Systems, v. 6, n. 1, pp. 29-38, 2010.

DURBIN, J., KOOPMAN, S.J., **Time Series Analysis by State Space Methods**. Oxford University Press, 2002.

ERKUS, B., LEE, Y.J., **Linear Matrix Inequalities and Matlab LMI Toolbox**. University of Southern California Group Meeting Report, Los Angeles, California, 2004.

FAN, G. W., NELSON, H. D., CROUCH, P.E., MIGNOLET, M.P., **LQR-based least-squares output feedback control of rotor vibrations using the complex mode and balanced realization methods**. Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 115, pp. 314–323, 1993.

FORTE, P., PATERNÒ, M., RUSTIGHI, E., **A Magnetorheological Fluid Damper for Rotor Applications**. International Journal of Rotating Machinery, v.10, n. 3, pp. 175–182, 2004.

FULLER, C. R., ELLIOT, S. J., NELSON, P. A., **Active Control of Vibration**. Academic Press, 1996.

FURTADO, R. M., **Desenvolvimento de um Atuador Magnético para Excitação sem Contato de Sistemas Rotativos**. 2008. 113p. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas-SP.

GAINO, R., **Controle de Movimentos de Pacientes Paraplégicos Utilizando Modelos Fuzzy T-S**. 2009. 178p. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP.

GAWRONSKI, W., **Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach**. 1.ed. New York: Springer Verlag, 231p, 1998.

GHAOUI, L; NICULESCU, S., **Advances in Linear Matrix Inequalities Methods in Control**. Advances in Design and Control, SIAM, EUA, 2000.

GHANEM, R. G, SPANOS, P. D., **Stochastic Finite Elements – A Spectral Approach**. Springer Verlag, 1991.

GORDIS, J. H., **An analysis of the improved reduced system (IRS) model reduction procedure, Modal Analysis**. The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, v. 9, n. 4, pp. 269–285, 1994.

HARVEY, A, **Forecasting Structural Time Models and the Kalman Filter**. Cambridge University Press, 554p, ISBN 0-521-32196-4, 1989.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., **Fundamentos de Física 3**. 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 379p, 2007.

HEINRICHSON, N., SANTOS, I., FUERST, A., **The Influence of Injection Pockets on the Performance of Tilting-Pad Thrust Bearings - Part I: Theory**. ASME Journal of Tribology, v. 129, n. 4, pp. 895-903, 2007.

HONG, S. K., LANGARI, R., **An LMI-Based H<sub>∞</sub> Fuzzy Control System Design with TS Framework**. Information Sciences, v. 123, pp. 163-179, 2000.

JAZWINSKI, A.H., **Stochastic Processes and Filtering Theory**. Academic Press, 1970.

JI, J. C., LEUNG, A. Y. T., **Non-linear oscillations of a rotor-magnetic bearing system under superharmonic resonance condition**. International Journal of Non-Linear Mechanics, v. 38, pp. 829-835, 2003.

JOHNSON, E. A., ERKUS, B., **Structural Control with Dissipative Damping Devices**. American Control Conference, ACC, Anchorage, Alaska, 2002.

JUANG, J., PHAN, Q., **Identification and Control of Mechanical System**. Cambridge University Press, ISBN 0521783550, 2001.

KASARDA, M. E., **An overview of active magnetic bearings technology and applications.** The Shock and Vibration Digest, v. 32, n. 2, pp. 91-99, 2000.

KAHNFIR, H., BONIS, M., REVEL, P., **Improving waviness in ultra precision turning by optimizing the dynamic behavior of a spindle with magnetic bearings.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, v. 45, p. 841-848, 2005.

KOROISHI, E. H., CAVALINI JR, A. A., STEFFEN JR, V., MAHFOUD, J., **Optimal Control of Rotor Systems Using Linear Matrix Inequalities.** Proceedings of the 18th International Congress on Sound and Vibration., Rio de Janeiro, 2011.

LALLANE, M, FERRARIS, G., **Rotordynamics Prediction in Engineering.** 2nd edition, Jhon Wiley and Sons, New York, 1997.

LALLEMENT, G., LECOANET, H., STEFFEN JR, V., **Vibration de Rotor sur pallier à Matrice de Raideur non Symétrique.** Mechanism and Machine Theory, v. 17, n. 1, pp. 47-55, 1982.

LEI, S., PALAZZOLO, A., **Control of Flexible Rotor Systems with Active Magnetic Bearings.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 314, pp. 19-38, 2008.

LIMA, A.M.G., RADE, D.A., BOUHADDI, N., **Stochastic Modeling of Surface Viscoelastic Treatments Combined with Model Condensation Procedures.** *Shock and Vibration*, Vol. 17, pp. 429-444, 2010.

LIU, F., ZHANG, L., **Modal-Space Control of Flexible Intelligent Truss Structures via Modal Filters.** Proceeding of IMAC – International Modal Analysis Conference, pp. 187-193, 2000.

MALHIS, M., **Contrôle Actif Modal Flou des Rotors Flexibles par Plan D'Action Piezoelectrique.** 2002. 124p. Tese de Doutorado, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (Insa), Lyon.

MEAD, D., **Passive Vibration Control.** John Wiley & Sons, New York, 554p, 1999.

MEIROVITCH, L., **Dynamics and Control of Structures**. John Wiley & Sons, ISBN 0-471-62858-1, 1990.

MENDES, R. U., **Desenvolvimento de um Sistema de Atuação Magnética para Excitação de Sistemas Rotativos**. 2011. 119p. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) - Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

MORAIS, T. S., KOROISHI, E. H., DANIEL, G. B., MELO, G. P., **Utilização do Filtro de Kalman para Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos Considerando Ruídos e Entradas não Lineares**. Proceedings of XXVI Iberian Latin American Congress Computational Methods Engineering, Guarapari – ES, 2005

MORAIS, T. S., **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**. 2010. Tese de Doutorado (Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

MORAIS, T. S., STEFFEN JR, V., MAHFOUD J., **Control of the Breathing Mechanism of a cracked rotor by using electro-magnetic actuator: numerical study**. Latin American Journal of Solids and Structures (Impresso), v. 9, pp. 581-596, 2012.

MORAIS, T. S., DER HAGOPIAN, J., STEFFEN Jr., V., MAFHOUD, J., **Modeling and identification of electromagnetic actuator for the control of rotating machinery**. Shock and Vibration, v. 20, n. 1, pp. 171-179, 2013 (DOI 10.3233/SAV-2013-0735).

MUNDIM, K. C., **Aplicações da Lei de Ampère**. 2001. Disponível em: <<http://www.ensinoadistancia.pro.br/EaD/Licensa/Fisica-3.swf>>, acesso em: 01 Fevereiro de 2013.

NITZSCHE, F., HAROLD, T., WICKRAMASINGHE, V. K., YONG, C., ZIMCIK, D. G., **Development of a Maximum Energy Extraction Control for the Smart Spring**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 16, n. 11-12, pp. 1057–1066, 2005.

OGATA, K., **Engenharia de Controle Moderno**. 4ª Ed., Prentice Hall, São Paulo, 788p, 2003.

OLIVEIRA JUNIOR, H. A., CALDEIRA, A. M., MACHADO, M. A. S., SOUZA, R. C., TANSCHKEIT, R., **Inteligência Computacional Aplicada à Administração, Economia e Engenharia em Matlab®**. Thomson Learning, São Paulo, 370p, 2007.

PALHARES, R. M., **Filtragem Robusta: Uma Abordagem por Desigualdades Matriciais Lineares**. 1998. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas-SP.

PERINI, E. A., **Redução de Vibrações de Rotores Utilizando Atuadores Magnéticos e Sistema de Controle Feedforward**. 2009. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP.

RÉMOND, D., FAVERJON, B., SINOUE, J.J., **Analyzing the Dynamic Response of a Rotor System under Uncertain Parameters Polynomial Chaos Expansion**. Journal of Vibration and Control, Vol. 18, pp. 712-732, 2011.

RITTO, T.G., LOPEZ, R.H., SAMPAIO, R., CURSI, J.E.S.D., **Robust Optimization of a Flexible Rotor Bearing System using the Campbell Diagram**. Engineering Optimization, Vol. 43, pp. 77-96, 2011.

SALDARRIAGA. M. V., **Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. 2007. 111p. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

SALDARRIAGA, M.V., STEFFEN JR, V., DER HAGOPIAN, J., MAHFOUD, J., **On the Balancing of Flexible Rotating Machines by Using an Inverse Problem Approach**. Journal of Vibration and Control, Vol. 7, Issue 7, pp. 1021-1033, 2011 (DOI 10.1177/1077546310370669)

SEIBOLD, S., **Fault Detection and Isolate Procedures Contribute to Damage Diagnosis of Rotating Machinery**. Proceedings of 15th ASME Conference on Vibration, Boston, 1995.

SEIBOLD, s., WEINERT, K., **A Time Domain Method for Localization of Cracks in Rotors**. Journal of Sound and Vibration, v. 1, n. 1, pp. 57-73, 1996.

SERWAY, R. A., JEWETT Jr, J. W., **Princípios de física: Eletromagnetismo**. v. 3, 941p, 2008.

SHAOCHENG, T., CHANGYING, L., YONGMING, L., **Fuzzy Adaptive Observer Backstepping Control for MIMO Nonlinear Systems**. Fuzzy Sets and Systems, v. 160, pp. 2755–2775, 2009.

SHAW, I. S., SIMÕES, M. G., **Controle e Modelagem Fuzzy**. Edgard Blücher: FAPESP, São Paulo, 165p, 1999.

SILVA, S., LOPES JR, V, ASSUNÇÃO, E., **Robust Control to Parametric Uncertainties in Smart Structures Using Linear Matrix Inequalities**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering, v. XXVI, n. 4, pp. 430-437, 2004.

SILVA, S., **Projeto de Controladores Robustos para Aplicações em Estruturas Inteligentes Utilizando Desigualdades Matriciais Lineares**. 2005. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica), Departamento de Engenharia Mecânica, UNESP - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP, Brasil.

SIMÕES, R. C., **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**. 2006. 133p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

SIMÕES, R. C., DER HAGOPIAN, J., MAHFOUD, J., STEFFEN JR, V., **Modal Active Vibration Control of a Rotor Using Piezoelectric Stack Actuators**. Journal of Vibration and Control, v. 13, pp. 45-64, 2007.

SKF REABILITY SYSTEMS, **CMSS 65/CMSS 665 Series: 5 mm Eddy Current Probe System**. 2003. 4p. Disponível em: <<http://www.skf.com/files/058428.pdf>>. Acesso em 05 de Agosto de 2013.

SOARES, M., **Magnetismo de Materiais**. 2007. Disponível em: <<http://www.mspc.eng.br/elemag/eletrm0260.shtml>>. Acesso em 01 de Fevereiro de 2013.

STEFFEN JR, V., Estudo Analítico e Experimental de Dinâmica de Rotores. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Vol. III, No. 3, pp. 3-8, 1981.

TEIXEIRA, M. C. M., PIETROBOM, H. C., ASSUNÇÃO, E., **Novos Resultados Sobre a Estabilidade e Controle de Sistemas Não-Lineares Utilizando Modelos Fuzzy e LMI.** Controle & Automação, v. 11, n. 1, pp. 37–48, 2000.

TIAN, BORNS, **Analytical Approach for the Determination of the Dynamic Coefficients of Hybrid Bearings.** Wear, 188, pp. 66-76, 1995.

VALER, C. E. I., **Uma Introdução ao Controle Robusto com Aplicações a Estruturas Flexíveis.** 1999. Dissertação de Mestrado, PUC-RJ – Depto. de Engenharia Mecânica.

VANANTWERP, J. G., BRAATZ, R. D., **A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities.** Journal of Process Control, v. 10, pp. 363–385, 2000.

VANCE, J., ZEIDAN, F., MURPHY, B., **Machinery Vibration and Rotordynamics.** John Wiley & Sons and Control, Vol. 13, pp. 45-64, 2010.

VIANA, F.A.C., **Surrogate Modeling Techniques and Heuristic Optimization Methods Applied to Design and Identification.** 2008. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

WANG, H. B., WANG, J. L., LAM, J., **Robust Fault Detection Observer Design: Iterative LMI Approaches.** Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, January 2007, v. 129, Ed. 1, pp. 77-82, 2007.

WELCH, G., BISHOP, G., **An Introduction to Kalman Filter.** Technical Report, University of North Carolina at Chapel Hill, 1995.





## Apêndice A

Neste apêndice são apresentadas as matrizes para os elementos de disco, eixo e mancais utilizados nesta tese para a formulação do modelo de elementos finitos do sistema rotativo considerado. Vale ressaltar que estas matrizes foram calculadas e apresentadas em Lallane et al (1998); desta forma, neste apêndice serão apresentadas apenas as matrizes finais.

### A.1. Elemento de disco

$$[M_D] = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

$$[G_D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

### A.2. Elemento do tipo árvore

$$[M_C] = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ -54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

$$[M_s] = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

$$[G_E] = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.5)$$

$$[K_C] = \frac{EI}{(1+\alpha)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+\alpha)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+\alpha)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+\alpha)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+\alpha)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-\alpha)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-\alpha)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-\alpha)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-\alpha)L^2 \end{bmatrix} \quad (A.6)$$

$$[K_f] = \frac{F_0}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ 3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

no qual,

$$\alpha = \frac{12EI}{GS_r L^3} \quad (A.8)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (A.9)$$

onde,  $\nu$  é o módulo de Poisson,  $S_r$  é a área reduzida da seção transversal do elemento e  $G$  é o módulo transversal de elasticidade do material do eixo.

### A.3. Elemento de mancal

As forças que o mancal exerce sobre o eixo foram determinadas utilizando o princípio do Trabalho Virtual, sendo estas forças apresentadas pela Eq. (A.10).

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (A.10)$$



## Apêndice B

Neste apêndice, é apresentado um primeiro estudo dedicado à Modelagem Estocástica de Rotores Flexíveis. Trata-se de um tema de extrema importância, visto que a sequência dos trabalhos iniciados nesta tese, em termos de Controle Ativo de Rotores Flexíveis, tem como objetivo o Controle Robusto. Vale ressaltar que o trabalho apresentado neste Apêndice B foi apresentado no *1st International Symposium on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling – UNCERTAINTIES 2012* realizado em Maresias-SP. Destaca-se também que na sequência, este artigo foi publicado na edição especial do *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, sendo que este periódico foi publicado no *Special Issue 2, Vol. XXXIV, 2012*.

As próximas seções apresentam uma teoria sobre modelagem estocástica em rotores flexíveis, assim como os resultados obtidos.

### B.1. Modelagem Estocástica de Rotores Flexíveis

As seções 2.1 e 2.2 apresentaram a modelagem determinística de rotores flexíveis. O estudo do comportamento dinâmico de tais sistemas têm sido investigado sob vários aspectos ao longo dos anos. Apenas como ilustração, pode-se mencionar as obras clássicas de Lallane e Ferraris (1997) e Vance; Zeidan; Murphy (2010).

Uma extensão natural dos procedimentos de modelagem determinística é levar em consideração incertezas em parâmetros físicos e/ou geométricos, objetivando avaliar os graus de influência destas variações no comportamento do sistema. Assim sendo, a análise de incerteza torna-se importante para melhorar a confiança do modelo para vários propósitos, tais como, identificação de sistemas (ASSIS; STEFFEN JR, 2003), balanceamento (SALDARRIAGA et al., 2010), detecção de trincas (MORAIS; STEFFEN JR; MAHFOUD, 2012), controle ativo de vibrações (SIMÕES et al., 2007), (LEI; PALAZZOLO, 2008), (KOROISHI et al., 2011).

Como exemplos de trabalhos nesta direção, Ritto et al. (2011) consideraram parâmetros incertos no intuito de propor uma nova metodologia de otimização para rotores flexíveis; Rémond; Faverjon; Sinou (2011) estudaram a dinâmica de rotores flexíveis na presença de parâmetros incertos utilizando a Expansão de Polinômio de Chao (do inglês *Polynomial Chaos Expansion* (PCE) (GHANEM; SPANOS 1991)).

É importante mencionar que a maioria dos trabalhos considerados apresenta como uma das principais limitações no estudo de propagação de incertezas em dinâmica estrutural, o alto custo computacional envolvido. Este resulta da necessidade de se calcular um elevado número de amostras de respostas para obter uma análise estatística significativa. Além do mais, poucos trabalhos, tais como um dos referenciados (RITTO et al., 2011), têm demonstrado a influência de incertezas na resposta de rotores flexíveis.

A presente seção visa apresentar uma modelagem de elementos finitos estocásticos para rotores flexíveis. Inicialmente, será apresentada a parametrização das matrizes elementares do sistema, através da qual é possível a inserção de incertezas nos parâmetros. Mostra-se ainda como esta inserção é realizada e, por fim, serão apresentados alguns resultados numéricos com a finalidade de demonstrar a variação das respostas em termos de envelopes de Funções de Resposta em Frequência (FRFs), Diagrama de Campbell e Órbitas para diferentes cenários de incertezas.

## B.2. Parametrização do Modelo Determinístico

Tanto a parametrização como a modelagem estocástica será realizada para o modelo apresentado pela Eq. (2.16) do Capítulo II.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C + \Omega G]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = F(t) \quad (\text{B.1})$$

na qual,  $[M] = [M]_s + [M]_d$ ,  $[K] = [K]_s + [K]_b$ ,  $[C] = [C]_b + [C]_p$  e  $[G] = [G]_d + [G]_s$  são, respectivamente, as matrizes de massa, rigidez, amortecimento e efeito giroscópico. Os índices  $s$ ,  $d$ ,  $b$  e  $p$  referem-se, respectivamente, ao eixo, disco, mancal e proporcional. O sistema determinístico apresentado pela Eq. (B.1) pode ser analisado através da Função de Resposta em Frequência (FRF), a qual pode ser determinada através da Eq. (B.2).

$$\{\hat{X}(\omega)\} = \left[ -\omega^2 [M] + i\omega [C + \Omega G] + [K] \right]^{-1} \hat{F}(\omega) \quad (\text{B.2})$$

sendo a matriz de receptância dada por:

$$H(\omega, \Omega) = \left[ -\omega^2 [M] + i\omega [C + \Omega G] + [K] \right]^{-1} \quad (\text{B.3})$$

Neste ponto, é importante considerar que, a fim de estudar o comportamento do sistema quando incertezas são consideradas, as respostas randômicas devem ser computadas com respeito a um conjunto de parâmetros físicos e/ou geométricos incertos, associados ao rotor flexível em estudo. Assim, para avaliar a variação das respostas associadas com estas incertezas, torna-se necessário fazer uma parametrização do modelo EF. Este procedimento permite não só introduzir incertezas no modelo, como também analisar a sensibilidade de tais parâmetros. Após manipulações matemáticas, as matrizes do sistema dado pela Eq. (B.1) são parametrizadas da forma:

$$\begin{aligned} [M]_S^{(e)} &= \rho_S A_S [\bar{M}]_S^{(e)} \\ \text{Eixo: } [K]_S^{(e)} &= E_S I_S [\bar{K}]_S^{(e)} \\ [G]_S^{(e)} &= \rho_S I_S [\bar{G}]_S^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \text{Mancais: } [K]_B^{(e)} &= k_{xx} [\bar{K}]_{B1}^{(e)} + k_{zz} [\bar{K}]_{B3}^{(e)} \\ [C]_B^{(e)} &= d_{xx} [\bar{C}]_{B1}^{(e)} + d_{zz} [\bar{C}]_{B3}^{(e)} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

sendo,

$\rho_S$ ,  $A_S$ ,  $E_S$  e  $I_S$ , respectivamente, a densidade de massa, a área da seção transversal, o momento de inércia e o módulo de Young.

$k_{xx}$ ,  $k_{zz}$ ,  $d_{xx}$  e  $d_{zz}$  designam, respectivamente, os coeficientes de rigidez e amortecimento.

### B.3. Decomposição de Karhunen-Loève (KL)

Com objetivo de analisar o comportamento do sistema quando incertezas estão presentes nos elementos do eixo ou dos mancais, os parâmetros de projeto que foram parametrizados nas matrizes elementares (Eqs. (2.19) e (2.20)) são considerados aleatórios. Neste trabalho, a decomposição de Karhunen-Loève (KL), que é uma representação contínua para campos aleatórios expressados como a superposição de variáveis aleatórias ponderadas por funções espaciais determinísticas (Ghanem et al, 1991), foi utilizada.

Segundo esta técnica, um campo aleatório pode ser visto como uma extensão espacial de uma variável aleatória que descreve a correlação espacial de um parâmetro estrutural que varia randomicamente (LIMA; RADE; BOUHADDI, 2010). Um campo unidimensional aleatório  $H(y, \theta)$  é definido por meio do valor médio  $E(y) = \mathcal{E}[H(y, \theta)]$  e

covariância  $C(y_1, y_2) = \varepsilon\{[H(y_1, \theta) - E(y_1)][H(y_2, \theta) - E(y_2)]\}$  onde  $y$  denota a dependência espacial do campo,  $\theta$  representa um processo aleatório e  $\varepsilon(\bullet)$  o operador esperança.

Para um campo aleatório Gaussiano homogêneo uni-dimensional, é possível achar uma simples projeção  $H(y, \theta)$  numa base aleatória ortonormal truncada como (GHANEM; SPANOS, 1991):

$$H(y, \theta) = E(y) + \sum_{r=1}^n \sqrt{\lambda_r} f_r(y) \xi_r(\theta) \quad (\text{B.6})$$

No qual as funções determinísticas  $f_r(y)$  e os escalares  $\lambda_r$  são, respectivamente, as auto-funções e os auto-valores de covariância  $C(y_1, y_2)$ . Também, as funções  $f_r(y)$  e as variáveis aleatórias  $\xi_r(\theta)$  são ortonormais.

A expansão KL é definida com respeito a um domínio geométrico particular  $\Omega_{KL}$ , de modo que, no caso de modelarem de um parâmetro incerto de um modelo estrutural por meio de um campo aleatório, esta geometria inclua pelo menos o domínio da estrutura antes da consideração. Além do mais, para configurações geométricas relativamente simples, tais como o modelo do rotor uni-dimensional apresentado na Fig. 2.1 a solução analítica do problema de auto-valor proposto por Ghanem e Spanos (1991) para a expansão de KL no domínio,  $\Omega_y = (y_1, y_2)$ , é dada por:

$$C(y_1, y_2) = \exp\left(-\frac{|y_1 - y_2|}{L_{cor,y}}\right) \quad (\text{B.7})$$

na qual,  $(y_1, y_2) \in [0, L]$  e  $L_{cor,y}$  indica o comprimento de correlação, que é o comportamento decrescente da covariância com a distância entre os pontos de observação na direção  $y$ . Também, pode ser notado que este modelo contínuo de funções de covariância corresponde a um campo aleatório homogêneo.

Considerando a propriedade da função de covariância (Eq. (B.7)), os auto-valores e as auto-funções são dadas como uma função de raízes  $\omega_r$  ( $r \geq 1$ ) de duas equações transcendentais apresentadas a seguir:

- Para  $r$  ímpar, com  $r \geq 1$ :



$$\lambda_r = \frac{2L_{cor,y}}{L_{cor,y}^2 \omega_r^2 + 1}, \quad f_r(y) = \alpha_r \cos(\omega_r y) \quad (B.8a)$$

onde  $\alpha_r = 1/\sqrt{L/2 + \sin(\omega_r L)/2\omega_r}$  e a raiz  $\omega_r$  é a solução da seguinte função transcendental:

$$1 + L_{cor,y} \omega_r \tan(\omega_r L) = 0 \quad (B.8b)$$

definida no domínio  $\left[ (r-1)\frac{\pi}{a}, \left(r - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{a} \right]$ .

- Para  $r$  par, com  $r \geq 1$ :

$$\lambda_r = \frac{2L_{cor,y}}{L_{cor,y}^2 \omega_r^2 + 1}, \quad f_r(y) = \alpha_r \sin(\omega_r y) \quad (B.9a)$$

onde  $\alpha_r = 1/\sqrt{L/2 + \sin(\omega_r L)/2\omega_r}$  e a raiz  $\omega_r$  é a solução da seguinte função transcendental:

$$L_{cor,y} \omega_r + \tan(\omega_r L) = 0 \quad (B.9b)$$

definida no domínio  $\left[ \left(r - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{a}, r\frac{\pi}{a} \right]$ .

A ilustração proposta na Fig. B.1 representa o gráfico das quatro primeiras auto-funções da covariância, Eq. (B.7), para dois casos, respectivamente: primeiro, assumindo  $L_{cor,y} = 1m$  e  $\Omega_y = [0, 1]$ ; e segundo, considerando  $L_{cor,y} = 10m$  e  $\Omega_y = [0, 10]$ . Os primeiros quatro auto-valores da função de covariância são os seguintes: para o primeiro caso -  $\lambda_1 = 0,7388$ ,  $\lambda_2 = 0,1380$ ,  $\lambda_3 = 0,0451$ ,  $\lambda_4 = 0,0213$ ; para o segundo caso -  $\lambda_1 = 7,3881$ ,  $\lambda_2 = 1,3800$ ,  $\lambda_3 = 0,4509$ ,  $\lambda_4 = 0,2133$ .

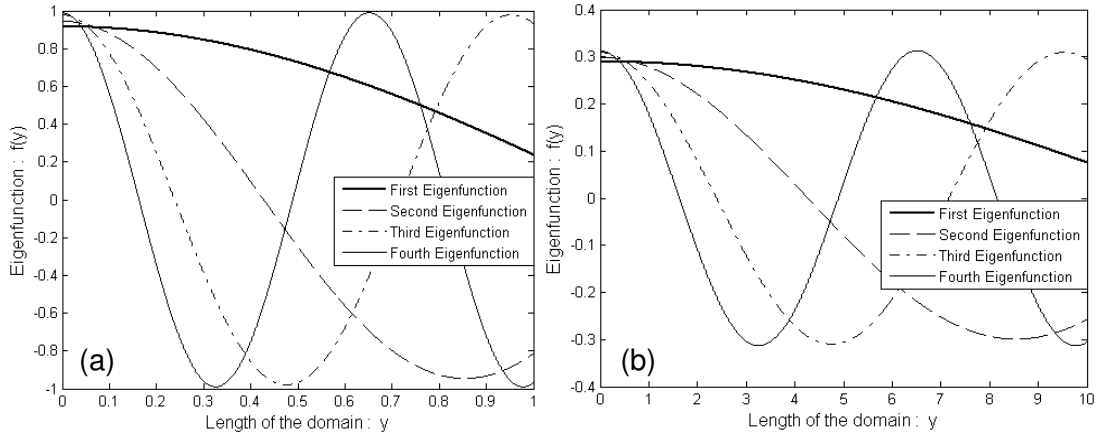


Figura B.1 - Gráficos das quatro primeiras auto-funções de covariância para: (a)  $L_{cor,y} = 1m$ ,  $\Omega_y = [0, 1]$ ; (b)  $L_{cor,y} = 10m$ ,  $\Omega_y = [0, 10]$ .

Pode-se notar que ambos os comprimentos de correlação do campo aleatório e o comprimento do domínio influenciam nos auto-valores e auto-vetores. A expansão detalhada previamente foi escolhida para modelar as matrizes elementares aleatórias do elemento de eixo, como segue:

$$[M]_s^{(e)}(\theta) = [M]_s^{(e)} + \sum_{r=1}^n [\bar{M}]_{s_r}^{(e)} \xi_r(\theta) \quad (B.10a)$$

$$[K]_s^{(e)}(\theta) = [K]_s^{(e)} + \sum_{r=1}^n [\bar{K}]_{s_r}^{(e)} \xi_r(\theta) \quad (B.10b)$$

$$[G]_s^{(e)}(\theta) = [G]_s^{(e)} + \sum_{r=1}^n [\bar{G}]_{s_r}^{(e)} \xi_r(\theta) \quad (B.10c)$$

no qual, as matrizes elementares aleatórias são computadas da seguinte forma:

$$[\bar{M}]_{s_r}^{(e)} = \int_{y=0}^L \sqrt{\lambda_r} f_r(y) \{N_{mi}(y)\}^T \{N_{mi}(y)\} dy \quad (B.11a)$$

$$[\bar{K}]_{s_r}^{(e)} = \int_{y=0}^L \sqrt{\lambda_r} f_r(y) \{N_g(y)\}^T \{N_g(y)\} dy \quad (B.11b)$$

$$[\bar{G}]_{s_r}^{(e)} = \int_{y=0}^L \sqrt{\lambda_r} f_r(y) \{B(y)\}^T [\bar{E}] \{B(y)\} dy \quad (B.11c)$$

onde  $\{N_{mi}(y)\}$  e  $\{N_g(y)\}$  representam, respectivamente, o vetor das funções de forma da matriz de massa e da matriz de rigidez;  $\{B(y)\}$  é formado pelos operadores diferenciais que aparecem nas relações de tensão-deformação;  $[\bar{E}]$  representa a matriz das propriedades elásticas do material em que os parâmetros  $E_s$ ,  $A_s$  e  $I_s$  foram fatorados.

Nas simulações que serão apresentadas na seção B.4, a escolha dos parâmetros incertos associados com o eixo e os mancais foram feitas de acordo com a parametrização apresentada na seção B.2.

É importante destacar que as incertezas nos coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais foram inseridas nas matrizes elementares de forma diferente da utilizada para a inserção de incertezas nas matrizes elementares do eixo, sendo consideradas as seguintes relações:

$$k(\theta) = k_0 + k_0 \delta_k \xi(\theta) \quad (\text{B.12a})$$

$$d(\theta) = d_0 + d_0 \delta_d \xi(\theta) \quad (\text{B.12b})$$

onde  $k_0$  e  $d_0$  designam, respectivamente, os coeficientes médios de rigidez e amortecimento dos mancais com os correspondentes níveis de dispersão  $\delta_k$  e  $\delta_d$ ; e  $\xi(\theta)$  representa a variável aleatória Gaussiana.

Obtidas as matrizes de elementos finitos estocásticos, a resposta do rotor flexível estocástico sujeito a uma excitação harmônica determinística pode ser analisada através da Função de Resposta em Frequência (FRF), que neste caso é dada por:

$$\{\hat{X}(\omega)\} = \left[ -\omega^2 [M(\theta)] + i\omega [C(\theta) + \Omega G(\theta)] + [K(\theta)] \right]^{-1} \hat{F}(\omega) \quad (\text{B.13})$$

onde  $[M(\theta)]$ ,  $[C(\theta)]$ ,  $[G(\theta)]$  e  $[K(\theta)]$  são as matrizes aleatórias globais de massa, de amortecimento, de efeito giroscópio e de rigidez, respectivamente; e  $\{\hat{X}(\omega)\}$  designa a resposta estocástica.

O modelo do rotor flexível estocástico (Eq. (B.13)) é resolvido utilizando um *solver* estocástico. Com este objetivo, o método de amostragem de Monte Carlo em combinação com o Hipercubo Latino (do inglês *Latin Hypercube* (LHC)) foi utilizado. Vale ressaltar que a distribuição probabilística das variáveis incertas foi escolhida *a priori*.

#### B.4. Simulações Numéricas

A metodologia proposta foi aplicada numericamente num rotor flexível composto de um eixo de aço horizontal, modelado com 20 elementos tipo viga de Euler-Bernoulli, dois discos de aço e três mancais assimétricos (Fig. B.2).

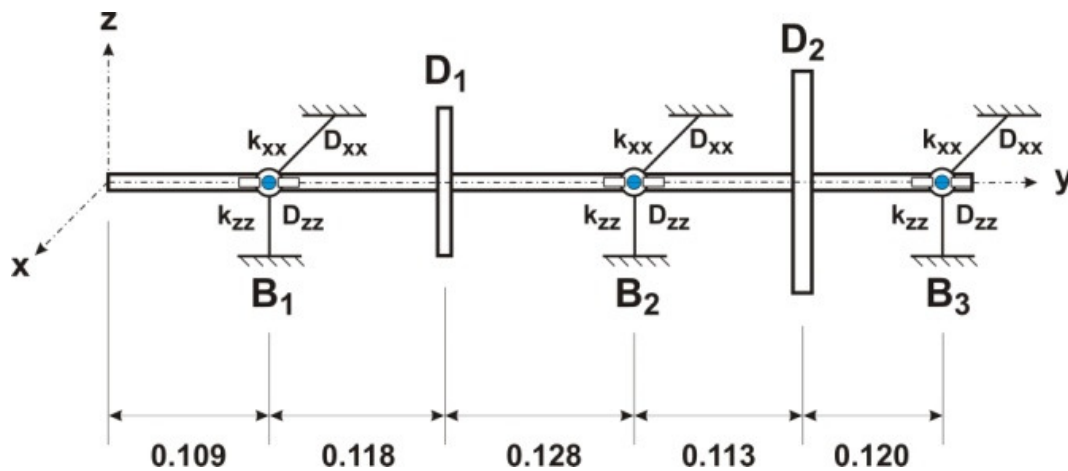


Figura B.2 – Modelo do Rotor (CAVALINI Jr et al, 2011).

As propriedades físicas e geométricas do eixo, discos e mancais são apresentadas na Tab. B.1. A equação de movimento do rotor estudado foi resolvida utilizando um código MATLAB/SIMULINK®. Em todas as análises o modelo considerava apenas os 6 primeiros modos de vibrar do rotor.

O primeiro passo, foi verificar a convergência das respostas do modelo estocástico com relação ao número de KL ( $n_{KL}$ ) e o número de amostras ( $n_s$ ) utilizado na simulação de Monte Carlo. Para esta simulação foi utilizada a Eq. (B.14):

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \left| \left[ \hat{H} \right]_j(\omega, \Omega, \theta) - \left[ \hat{H} \right]_j(\omega, \Omega) \right|^2} \quad (B.14)$$

A Eq. (B.14) realizava o cálculo da diferença *RMS* entre a resposta do modelo estocástico e a resposta do modelo determinístico. A Eq. (B.14) foi analisada nas situações apresentadas pela Tab. (B.2).

Tabela B.1 – Propriedades físicas e geométricas dos elementos do rotor (CAVALINI Jr et al, 2011).

Elementos do Rotor	Propriedades	Valores
<b>Eixo</b>	Comprimento (m)	0,588
	Diâmetro (m)	0,010
	Módulo de Young (Pa)	$2,0 \times 10^{11}$
	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7800
<b>Disco D<sub>1</sub></b>	Espessura (m)	0,005
	Diâmetro (m)	0,100
	Módulo de Young (Pa)	$2,0 \times 10^{11}$
	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7800
<b>Disco D<sub>2</sub></b>	Espessura (m)	0,010
	Diâmetro (m)	0,150
	Módulo de Young (Pa)	$2,0 \times 10^{11}$
	Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7800
<b>Mancais</b>	$k_{xx}$ (N/m)	$49,0 \times 10^3$
	$k_{zz}$ (N/m)	$60,0 \times 10^3$
<b>B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> e B<sub>3</sub></b>	$D_{xx}$ (Ns/m)	5,0
	$D_{zz}$ (Ns/m)	7,0
<b>Amortecimento Proporcional <math>[C]_p = \alpha[M] + \beta[K]</math></b>	$\alpha$	$1,0 \times 10^{-1}$
	$\beta$	$1,0 \times 10^{-5}$

Tabela B.2 – Parâmetros utilizados na análise de convergência.

Teste	$n_{KL}$	$n_s$
<b>(a)</b>	$1 \leq n_{KL} \leq 50$	100
<b>(b)</b>	10	$1 \leq n_s \leq 250$

As Figs. B.3 e B.4 apresentam os resultados obtidos.

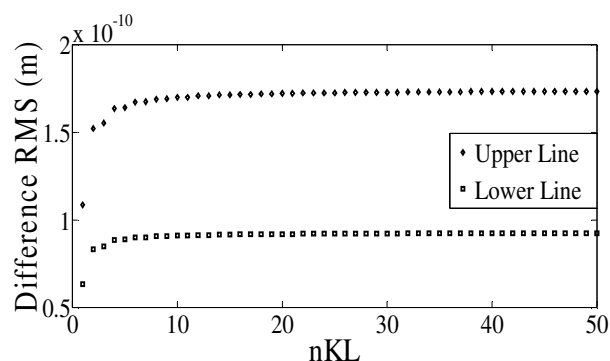


Figura B.3 – Convergência da diferença RMS com relação ao número de KL.

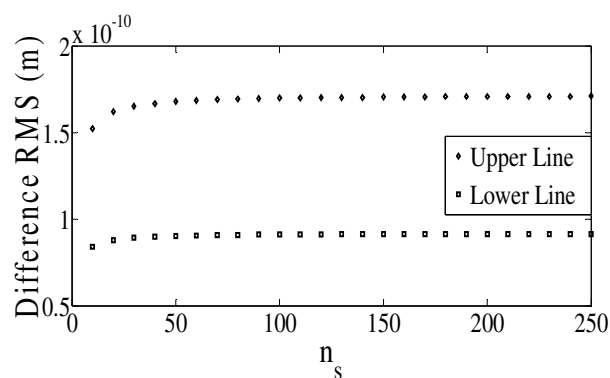


Figura B.4 – Convergência da diferença *RMS* com relação ao número de amostras utilizada na simulação de Monte-Carlo.

As Figs. B.3 e B.4 mostram que a resposta do sistema converge para  $n_{KL} \geq 10$  e  $n_s \geq 70$ . Para verificar o grau de influência das incertezas introduzidas no sistema sobre as amplitudes das *FRFs*, Diagrama de Campbell e órbitas do rotor, algumas situações foram analisadas. A Tab. B.3 apresenta os testes realizados. Em ambas as situações foi utilizado o comprimento de correlação  $L_{cor,y} = 0,02725m$ .

Tabela B.3 – Definição das situações de incertezas utilizadas nas simulações.

Situações	Eixo	Mancais			
	$E_s$	$k_{xx}$	$k_{zz}$	$d_{xx}$	$d_{zz}$
(a)	5%	—	—	—	—
(b)	10%	—	—	—	—
(c)	—	5%	5%	5%	5%
(d)	5%	5%	5%	5%	5%

As Figs. B.5 e B.6 ilustram os envelopes obtidos para as *FRFs* randômicas do rotor flexível para os níveis de dispersão apresentados nos cenários (a) e (b) da Tab. B.3,

respectivamente. É possível observar que, com o aumento dos níveis de dispersão dos parâmetros, a dispersão da resposta torna-se maior à medida que os níveis de frequência aumentam. Com aumento da frequência, a região de confiança torna-se maior, mostrando que a maior influência das incertezas ocorre nas altas frequências.

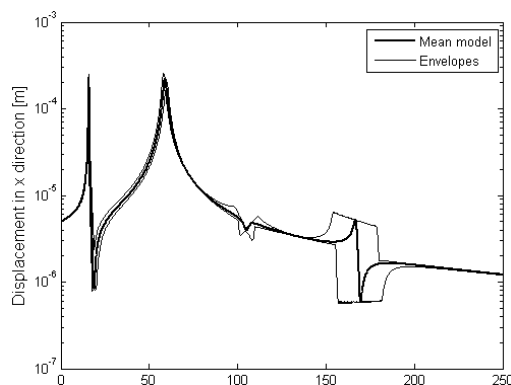


Figura B.5 – Envelope da FRF randômica para a situação (a).

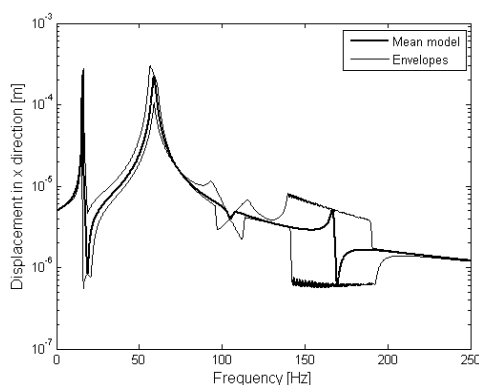


Figura B.6 – Envelope da FRF randômica para a situação (b).

Para verificar o grau de influência do Módulo de Young sobre as velocidades críticas do rotor flexível, o diagrama de Campbell correspondente ao caso (a) foi determinado, como mostrado na Fig. B.7. Conforme esperado, pode-se verificar que, com o aumento das velocidades críticas, a região de confiabilidade também aumenta.

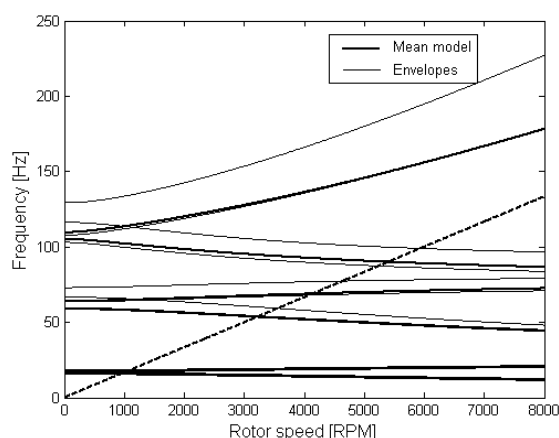


Figura B.7 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (a).

Como complemento da demonstração do grau de influência de incertezas na análise no domínio do tempo, a órbita do rotor estocástico foi computada para o caso (a) considerando uma velocidade de rotação de  $600rpm$ , na qual o rotor opera abaixo das suas primeiras velocidades críticas. Como pode ser visto na Fig. B.8, a influência das incertezas na amplitude do deslocamento não é desprezível. Assim, é possível concluir que esta influência é mais evidente na órbita interna, visto que a órbita externa está muito próxima da resposta obtida para o modelo médio.

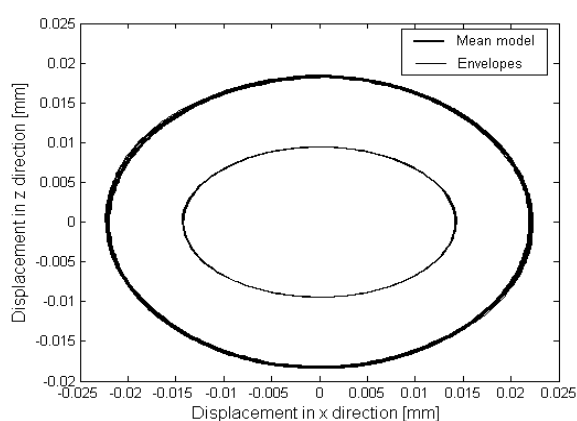


Figura B.8 – Envelope da órbita para o caso (a).

A Fig. B.9 ilustra as FRFs para a situação (c) da Tab. B.3. Comparando as Figs. B.9 e B.5, pode-se notar que, ao contrário do que ocorreu nos casos anteriores, a dispersão da FRF não se tornou maior com o aumento da frequência, quando incertezas nos parâmetros de rigidez e amortecimento foram levadas em conta. Isto pode ser verificado na faixa de frequência próxima a  $165Hz$ ; tal fato pode ser explicado pela comparação dos valores dos parâmetros de rigidez dos mancais em relação à rigidez do próprio eixo.



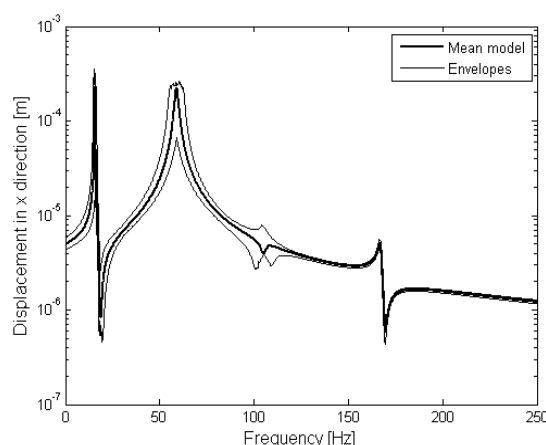


Figure B.9. Envelope das FRFs randômicas para o caso (c).

Em termos do Diagrama de Campbell, a Fig. B.10 apresenta a variação das velocidades críticas associadas ao caso (c) da Tab. B.3, sendo esta variação menor da apresentada para o caso (a) (ver a Fig. B.7). Isto é suficiente para concluir que as incertezas introduzidas no módulo de elasticidade do material do eixo tem maior influência na resposta do sistema do que a inserção de incertezas nos parâmetros associados aos mancais.

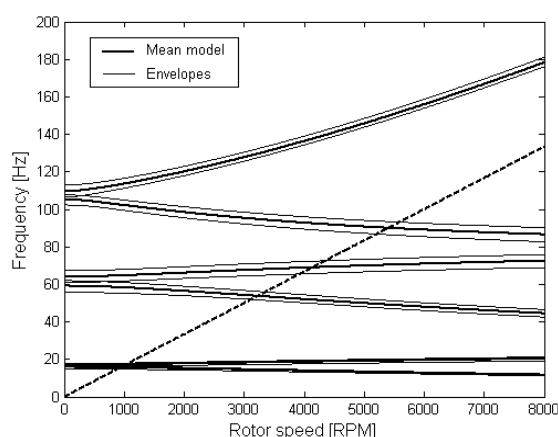


Figura B.10 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (c).

A Fig. B.11 apresenta a resposta randômica em termos da órbita do rotor. Comparando as Figs. B.11 e B.8 pode-se observar que as incertezas introduzidas nos parâmetros dos mancais levaram a uma significativa mudança na rigidez localizada do rotor flexível, resultando numa pequena variação no deslocamento do sistema, como se vê na Fig.B.11.

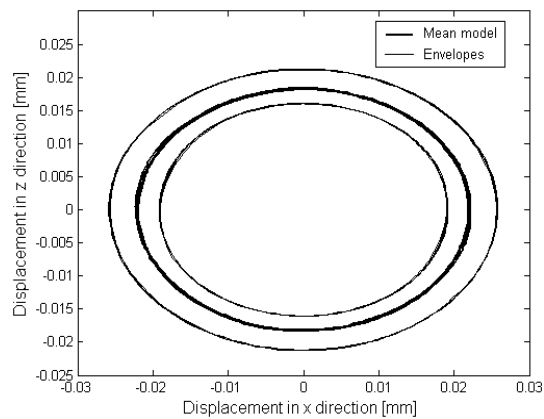


Figura B.11 – Envelope da órbita para o caso (c).

As Figs.B.12 a B.14 apresentam as respostas randômicas do rotor flexível para o caso (d) da Tab. B.3, que corresponde à inserção de incertezas tanto no módulo de Young, como também nos parâmetros dos mancais. A consequência imediata é a grande influência das incertezas introduzidas na resposta dinâmica do rotor flexível. Analisando a FRF apresentada na Fig. B.12 revela-se uma maior influência da incerteza do módulo de Young nas altas frequências, enquanto que as incertezas nos parâmetros dos mancais causam maior influência nas duas primeiras frequências naturais. Este aspecto também é observado no Diagrama de Campbell (ver a Fig. B.13).

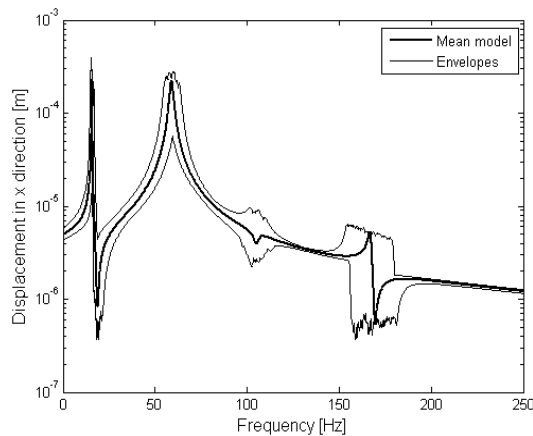


Figura B.12. Envelope das FRFs randômicas para o caso (d).

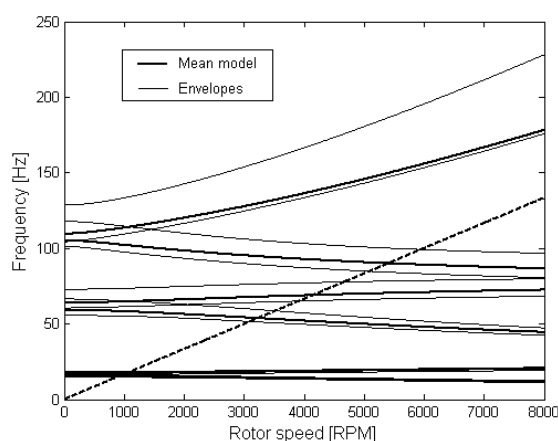


Figura B.13 – Envelope do Diagrama de Campbell para o caso (d).

Quanto às órbitas (ver a Fig. B.14), as incertezas nos parâmetros dos mancais exercem maior influência na órbita externa, enquanto que a incerteza no módulo de Young influenciou a órbita interna.

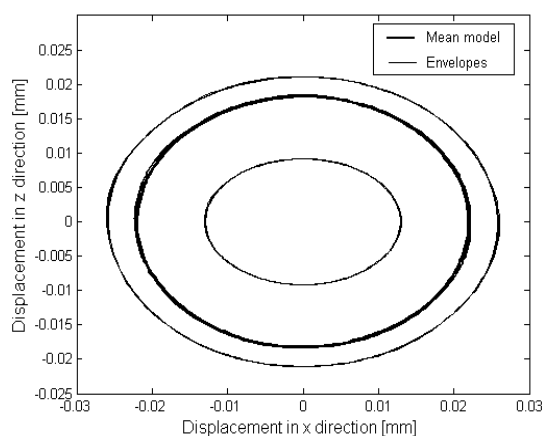


Figura B.14 – Envelope da órbita para o caso (d).

## B.5. Conclusões deste anexo

Neste trabalho, a modelagem estocástica de um rotor flexível foi proposta e implementada. As incertezas nas variáveis de projeto que caracterizam o rotor flexível são inseridas diretamente através de uma aproximação paramétrica, feita através da simulação de Monte Carlo em conjunto com uma amostragem feita com o Hipercubo Latino.

As aplicações numéricas mostram que os envelopes das respostas conduzem a informações valiosas em termos do grau de influência das variáveis aleatórias no comportamento dinâmico do rotor flexível. O procedimento apresentado provou ser uma ferramenta útil para o projeto e análise de sistemas modificados e otimização estrutural. A escolha das variáveis de projeto (rigidez, amortecimento e módulo de Young) como

parâmetros incertos foi feita baseada na análise de suas sensibilidades com respeito à Função Resposta em Frequência (FRF).

Como demonstrado pelos resultados numéricos, as incertezas introduzidas em ambos os parâmetros associados com o eixo e nos valores de rigidez representam um aspecto importante para ser investigado durante o projeto do rotor flexível, devido à sua grande influência nas velocidades críticas.

Finalmente, verificou-se que a estratégia proposta demonstrou a relevância de introduzir incertezas nas variáveis de projeto sobre o projeto final da máquina rotativa. Trabalhos futuros abrangerão estudos não-paramétricos e novas aplicações de análise de incertezas no controle ativo de e no balanceamento de rotores flexíveis.

## Apêndice C

Neste Apêndice C são apresentados os valores da Corrente Elétrica inserida nos atuadores, assim como a Força medida pela célula de carga, sendo estes valores utilizados na construção dos gráficos das Figs. 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 da seção 4.3.1 do Capítulo IV.

As Tabs. C.1, C.2, C.3 e C.4 apresentam os valores da Corrente Elétrica aplicada em cada Atuador Eletromagnético, a força medida pela célula de carga (em mV) e o seu respectivo valor em N (esta conversão foi feita utilizando a sensibilidade da célula de carga, de 40,23mV/N) para diferentes valores de *gap*: 0,5mm, 0,6mm, 0,7mm e 0,8mm.

Tabela C.1 – Atuador Eletromagnético 1.

	GAP=0.5mm		GAP=0.6mm		GAP=0.7mm		GAP=0.8mm	
Corrente (A)	Força (mV)	Força (N)	Força (mV)	Força (N)	Força (mV)	Força (N)	Força (mV)	Força (N)
0.00	0	0.00	-50.00	0.00	-80.00	0.00	-60.00	0.00
0.25	50	1.24	0.00	1.24	0.00	1.99	-10.00	1.24
0.50	240	5.97	80.00	3.23	50.00	3.23	60.00	2.98
0.75	590	14.67	340.00	9.69	210.00	7.21	190.00	6.21
1.00	870	21.63	550.00	14.91	420.00	12.43	310.00	9.20
1.25	1350	33.56	990.00	25.85	600.00	16.90	490.00	13.67
1.50	2020	50.21	1450.00	37.29	920.00	24.86	720.00	19.39
1.75	2830	70.35	2030.00	51.70	1280.00	33.81	1020.00	26.85
2.00	3940	97.94	2730.00	69.10	1720.00	44.74	1400.00	36.29
2.25	5360	133.23	3680.00	92.72	2130.00	54.93	1810.00	46.48

Tabela C.2 – Atuador Eletromagnético 2.

	GAP=0.5mm		GAP=0.6mm		GAP=0.7mm		GAP=0.8mm	
<b>Corrente (A)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>
0.00	-200	0.00	-200.00	0.00	-190.00	0.00	-180.00	0.00
0.25	-140	1.49	-150.00	1.24	-120.00	1.74	-140.00	0.99
0.50	-10	4.72	-40.00	3.98	-20.00	4.23	-90.00	2.24
0.75	200	9.94	180.00	9.45	20.00	5.22	0.00	4.47
1.00	530	18.15	460.00	16.41	300.00	12.18	250.00	10.69
1.25	990	29.58	880.00	26.85	610.00	19.89	400.00	14.42
1.50	1630	45.49	1380.00	39.27	960.00	28.59	700.00	21.87
1.75	2520	67.61	2050.00	55.93	1450.00	40.77	1070.00	31.07
2.00	3620	94.95	2920.00	77.55	2020.00	54.93	1460.00	40.77
2.25	5780	148.65	4130.00	107.63	2870.00	76.06	2000.00	54.19

Tabela C.3 – Atuador Eletromagnético 3.

	GAP=0.5mm		GAP=0.6mm		GAP=0.7mm		GAP=0.8mm	
<b>Corrente (A)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>
0.00	-120	0.00	-130.00	0.00	-160.00	0.00	-190.00	0.00
0.25	-60	1.49	-90.00	0.99	-120.00	0.99	-160.00	0.75
0.50	50	4.23	0.00	3.23	-40.00	2.98	-70.00	2.98
0.75	270	9.69	190.00	7.95	140.00	7.46	70.00	6.46
1.00	600	17.90	450.00	14.42	360.00	12.93	250.00	10.94
1.25	1040	28.83	790.00	22.87	670.00	20.63	500.00	17.15
1.50	1580	42.26	1190.00	32.81	980.00	28.34	760.00	23.61
1.75	2240	58.66	1670.00	44.74	1460.00	40.27	1100.00	32.07
2.00	3110	80.29	2240.00	58.91	1940.00	52.20	1520.00	42.51
2.25	4830	123.04	2950.00	76.56	2510.00	66.37	1940.00	52.95

Tabela C.4 – Atuador Eletromagnético 4.

<b>Corrente (A)</b>	<b>GAP=0.5mm</b>		<b>GAP=0.6mm</b>		<b>GAP=0.7mm</b>		<b>GAP=0.8mm</b>	
	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>	<b>Força (mV)</b>	<b>Força (N)</b>
0.00	-150	0.00	-120.00	0.00	-130.00	0.00	-120.00	0.00
0.25	-90	1.49	-70.00	1.24	-90.00	0.99	-80.00	0.99
0.50	50	4.97	40.00	3.98	0.00	3.23	-10.00	2.73
0.75	320	11.68	220.00	8.45	160.00	7.21	120.00	5.97
1.00	700	21.13	500.00	15.41	390.00	12.93	320.00	10.94
1.25	1210	33.81	880.00	24.86	700.00	20.63	580.00	17.40
1.50	1840	49.47	1330.00	36.04	1070.00	29.83	890.00	25.11
1.75	2660	69.85	1880.00	49.71	1520.00	41.01	1260.00	34.30
2.00	3740	96.69	2540.00	66.12	2030.00	53.69	1700.00	45.24
2.25	5480	139.95	3380.00	87.00	2680.00	69.85	2220.00	58.17





## Apêndice D

Neste Apêndice D é apresentada a evolução da órbita do rotor extraída dos resultados experimentais. A intenção é mostrar a ação de controle tanto no regime permanente como no regime transiente. Estes gráficos foram gerados a partir dos resultados apresentados no Capítulo VI. São mostrados em sequência os resultados obtidos com a norma  $H_\infty$ , Controle Ótimo e Lógica *Fuzzy*. Pode-se visualizar as órbitas para o deslocamento do nó 27 e a Força de controle utilizada.

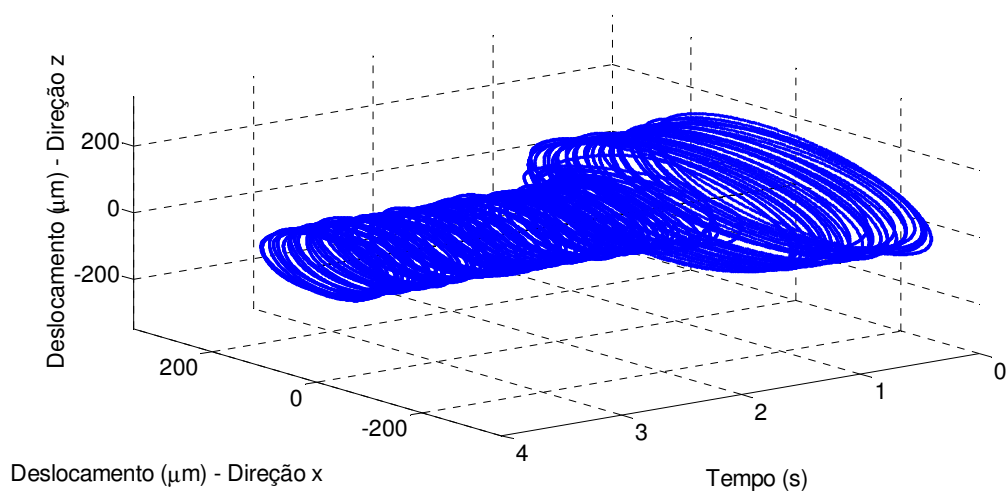


Figura D.1 – Órbita – Regime Permanente (1600rpm) – Norma  $H_\infty$ .

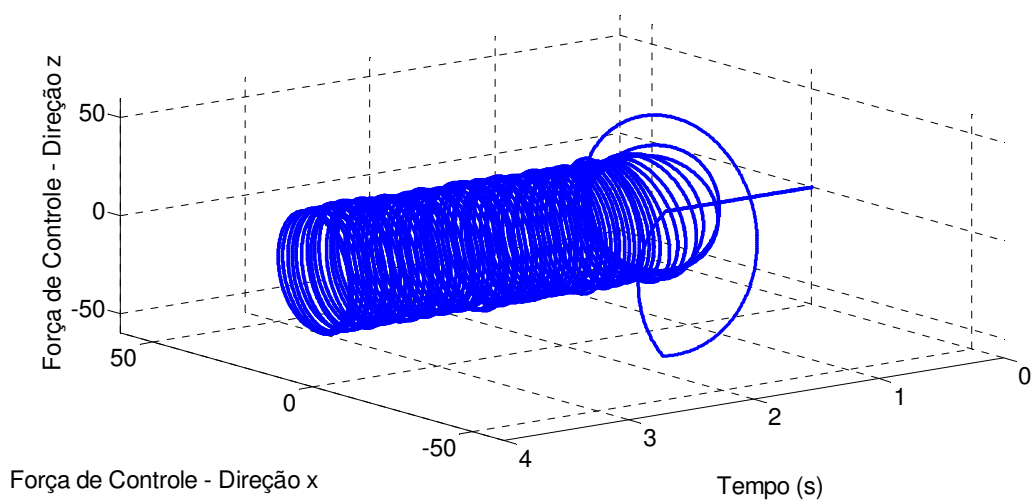


Figura D.2 – Força de Controle – Regime Permanente (1600rpm) – Norma  $H_\infty$ .