

ALDEMIR APARECIDO CAVALINI JUNIOR

**DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE
TRINCAS TRANSVERSAIS INCIENTES
EM EIXOS HORIZONTAIS FLEXÍVEIS DE
MÁQUINAS ROTATIVAS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

2013

Página intencionalmente deixada em branco.

ALDEMIR APARECIDO CAVALINI JUNIOR

**DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE TRINCAS
TRANSVERSAIS INCIENTES EM EIXOS HORIZONTAIS
FLEXÍVEIS DE MÁQUINAS ROTATIVAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Valder Steffen Jr.

Co-orientador: Dr. Jarir Mahfoud.

UBERLÂNDIA – MG

2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil

C376d Cavalini Junior, Aldemir Aparecido, 1983-
2013 Detecção e identificação de trincas transversais incipientes em
eixos horizontais flexíveis de máquinas rotativas / Aldemir Apare-
cido Cavalini Junior. - 2013.
135 f. : il.

Orientador: Valder Steffen Jr.
Coorientador: Jarir Mahfoud.
Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Rotores - Vibração - Teses. 3.
Otimização estrutural - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Mahfoud,
Jarir. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Gradua-
ção em Engenharia Mecânica. IV. Título.

... à Fernanda com todo o meu amor.

Página intencionalmente deixada em branco.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades a mim concedidas.

A minha avó Ilídia, que mesmo sem dominar as letras do alfabeto me incentivou videntemente a optar pelo Doutoramento. Ao meu avô Antônio (*in memoriam*), suas palavras “força rapaz”, repetidas em cada despedida, certamente me ajudaram a chegar até aqui. Aos meus pais, tios e familiares pelo apoio incondicional.

A meu orientador, Prof. Dr. Valder Steffen Jr, por sua orientação e convívio. O Sr é um exemplo Professor. Creio que nada do que eu fizer será o suficiente para agradecer todos os ensinamentos profissionais e pessoais que tive do Sr nestes últimos quatro anos. Realmente nada é fácil e nada é rápido, mas o resultado vale a pena. Muito obrigado do fundo do coração.

A todos os meus amigos, aqueles que convivem comigo diariamente no LMEst e os que vejo eventualmente. Tenho convicção de que todos sabem quem são. De certa forma, vocês participaram da elaboração deste trabalho.

Aos grandes amigos e colegas do *Laboratoire de Mécanique des Structures* (LaMCoS) do *Institut National des Sciences Appliquées* (INSA) de Lyon.

Aos professores e técnicos da Faculdade de Engenharia Mecânica com quem tive o prazer de conviver e trabalhar neste período. Meu muito obrigado a todos.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia pela oportunidade concedida para realização do curso.

Ao auxílio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por meio do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia – Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT – EIE), a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES; Projeto CAPES – COFECUB 673/2010), e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

Página intencionalmente deixada em branco.

CAVALINI Jr, A. A.. **Detecção e Identificação de Trincas Transversais Incipientes em Eixos Horizontais Flexíveis de Máquinas Rotativas**. 2013. 135 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

RESUMO

Esta Tese de Doutorado propõe duas técnicas de Monitoramento da Integridade Estrutural (SHM) voltadas para a detecção e identificação de trincas transversais incipientes em eixos de máquinas rotativas. São apresentadas aplicações numéricas e experimentais realizadas sobre uma bancada de testes especialmente projetada e construída para este trabalho. A primeira delas é baseada no comportamento não linear do sistema; utiliza forças de diagnóstico em conjunto com um método evolutivo de otimização (Evolução Diferencial) para caracterizar as assinaturas de trinca nas respostas espectrais do rotor (denominadas picos de diagnóstico). Neste caso, o trabalho comprehende tanto a detecção como a identificação do dano e contempla simulações computacionais e testes experimentais, ainda que em carácter preliminar. O método das Múltiplas Escalas é usado para determinar as condições requeridas para induzir o equipamento a uma combinação de ressonância. Para sua implementação, a técnica requer modelos matemáticos representativos do rotor e da trinca. Assim sendo, um modelo de Elementos Finitos capaz de representar adequadamente o comportamento dinâmico de uma máquina rotativa é obtido levando em conta os vários subsistemas que a compõe (eixo, acoplamento, discos, mancais e ainda o efeito giroscópico). Uma vez os subsistemas definidos e agrupados, os parâmetros considerados desconhecidos são identificados com base em resultados experimentais. Quanto à trinca, são apresentados três dos principais métodos de modelagem disponíveis na literatura para o *breathing*, fenômeno característico produzido por trincas transversais em eixos rotativos horizontais. São discutidos os fundamentos dos modelos de Gasch, Mayes e *FLEX*. Adicionalmente, são incorporadas as bases da Mecânica da Fratura Linear que determinam a relação entre o aumento da flexibilidade do eixo com a profundidade da trinca. A formulação utilizada para adaptar os modelos de Gasch e de Mayes para o método dos Elementos Finitos também é apresentada. Por fim, o comportamento dinâmico do rotor é analisado comparativamente quando inseridos os três modelos de trinca. A segunda técnica de SHM proposta neste trabalho trata-se de uma contribuição inédita, onde a detecção das trincas transversais é feita através do método da Impedância Eletromecânica, este de características apenas experimentais (não necessita de modelos matemáticos). Esta técnica de SHM é aplicada em um sistema mecânicos solicitado dinamicamente, a saber, o rotor flexível. Sua aplicação pressupõe a utilização

das chamadas métricas de dano que visam quantificar a severidade do dano para fins de comparação. O trabalho contempla ainda a aplicação desta técnica de SHM na bancada de testes sob três condições de falha, tanto para o rotor em repouso como em operação. Apesar da detecção de trincas incipientes através de técnicas de SHM ser um dos problemas desafiadores da atualidade (considerando aqueles encontrados na área de dinâmica de rotação), os resultados satisfatórios obtidos com o método da Impedância Eletromecânica acrescentam um passo significativo no estado da arte.

CAVALINI Jr, A. A. **Detection and Identification of Incipient Transversal Cracks in Flexible and Horizontal Shafts of Rotating Machines.** 2013. 135 f. PhD Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

ABSTRACT

This Thesis proposes two Structural Health Monitoring (SHM) techniques concerning the detection and identification of incipient transverse cracks in rotating horizontal flexible shafts. Numerical and experimental applications are presented, dedicated to a specially designed test rig. The first SHM technique encompasses both numerical and experimental investigations. This technique is based on the nonlinear behavior of the cracked rotor. Diagnostic forces are used in conjunction with an evolutionary optimization method (Differential Evolution) in order to characterize the crack signatures in the spectral responses of the rotor (the so-called diagnostic peaks). The method of Multiple Scales determines the conditions required to induce the system to a combination resonance. This nonlinear SHM technique requires accurately mathematical models for the rotor and the crack. Therefore, a reliable Finite Element model to represent the dynamic behavior of the rotating machine is required. This model is obtained from various subsystems (shaft, couplings, discs, bearings and the gyroscopic effect). Once the defined subsystems are assembled, unknown parameters can be identified as based on experimental results. Concerning the crack model, three methods available in the literature to represent the breathing mechanism (typical characteristic of crack behavior found in horizontal flexible rotors) are analyzed, namely the Gasch, Mayes, and *FLEX* models. Additionally, the Linear Fracture Mechanics concepts used to determine the relationship between the shaft flexibility and the crack depth are described. The formulation used to adapt the models of Gasch and Mayes to the Finite Element method is also presented. Finally, the dynamic behavior of the cracked rotor under the three breathing models is analyzed for comparison purposes. The second SHM technique is a novel contribution, regarding rotordynamic applications. The detection of incipient transverse cracks is performed by the Electromechanical Impedance method, which is an eminent experimental approach (it does not require mathematical models). This type of application is accompanied by additional difficulties as characterizes by the dynamic excitation of the machine. Also, the so-called damage metrics are presented aiming at quantifying the severity of damage. The impedance-based technique is applied to the rotor system for three damage conditions, as follows: rotor at rest, rotor at a given rotating speed, and rotor under different unbalance excitation. Considering that the detection of incipient cracks through SHM techniques is a challeng-

ing problem these days in the context of rotating machinery, the obtained satisfactory results represent an important step to the state-of-the-art.

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	Área trincada da seção transversal do elemento de eixo
A_r	Área remanescente da seção transversal com trinca
AEM	Atuador Eletromagnético
C	Folga radial do mancal
CCD	Desvio do coeficiente de correlação
CM	<i>Condition Monitoring</i>
CR_{DE}	Taxa de mutação do otimizador
\mathbf{C}_{XYcT}	Matriz de flexibilidade para o eixo engastado na presença do efeito de esforço cisalhante (plano XY)
\mathbf{C}_{YZc}	Matriz de flexibilidade do elemento engastado em flexão pura no plano YZ
\mathbf{C}_{YZcT}	Matriz de flexibilidade para o eixo engastado na presença do efeito de esforço cisalhante (plano YZ)
D	Diâmetro do elemento de eixo
\mathbf{D}	Matriz de amortecimento
D_0 e D_1	Derivadas parciais em função das escalas de tempo
\mathbf{D}_D	Matriz do efeito giroscópico do disco
\mathbf{D}_g	Matriz do efeito giroscópico
\mathbf{D}_s	Matriz do efeito giroscópico do eixo
E	Módulo de elasticidade ou módulo de Young
EDF	<i>Electricité de France</i>
F	Amplitude da força de excitação
F_{diag}	Amplitude da força de diagnóstico
F_{DE}	Taxa de perturbação do otimizador
\mathbf{F}_e	Força qualquer aplicada externamente no rotor
F_j	Funções de forma
$\mathbf{FFT}_{\text{exp}}$	Resposta espectral medida experimentalmente
$\mathbf{FFT}_{\text{mod}}$	Resposta espectral determinada pelo modelo matemático
\mathbf{F}_h	Forças hidrodinâmicas de sustentação
FKE	Filtro de Kalman Estendido
\mathbf{F}_m	Vetor das forças produzidas pelos mancais

F_{mX}	Força de sustentação desenvolvida pelo mancal na direção X
F_{mZ}	Força de sustentação desenvolvida pelo mancal na direção Z
FRF	Função de Resposta em Frequência
$\mathbf{FRF}_{\text{exp},i}$	FRFs obtidas experimentalmente
$\mathbf{FRF}_{\text{mod},i}$	FRFs determinadas pelo modelo matemático
\mathbf{F}_u	Forças de desbalanceamento
F_{uX}	Força de desbalanceamento na direção X
F_{uZ}	Força de desbalanceamento na direção Z
F_w	Força que atua sobre o eixo
G	Módulo de cisalhamento do material do eixo
I	Corrente elétrica
I_a	Corrente de saída do atuador PZT
I_{Dx}	Momento de inércia de massa referente ao eixo x
I_{Dy}	Momento polar de inércia do disco
I_{Dz}	Momento de inércia de massa referente ao eixo z
I_{xx}	Momentos de inércia com relação ao centro geométrico e a direção X
I_{xz}	Momentos de inércia com relação ao centro geométrico e as direções X e Z
I_{zz}	Momentos de inércia com relação ao centro geométrico e a direção Z
I_x	Momento de inércia do eixo em relação à coordenada X
I_y	Momento de inércia do eixo em relação à coordenada Y
I_z	Momento de inércia do eixo em relação à coordenada Z
J	Densidade de energia de deformação
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
\mathbf{K}_c	Matriz de rigidez elementar de um corpo em uma condição de engaste
$\mathbf{K}_{\text{CEFLEXs}}$	Matriz de rigidez obtida pelo modelo <i>FLEX</i> com o eixo em uma posição angular qualquer
\mathbf{K}_{CEGM}	Matriz de rigidez do elemento trincado, referente ao modelo de Gasch, ou de Mayes
\mathbf{K}_{Dt}	Matriz de enrijecimento do disco quando em regime transitente
K_{Ii}, K_{IIi} e K_{IIIi}	Fatores intensificadores de tensão
\mathbf{K}_L	Matriz de rigidez elementar de um corpo sem restrições de movimento
\mathbf{K}_{st}	Matriz de enrijecimento do rotor quando em regime transitente
\mathbf{K}_{XY}	Matriz de rigidez de um elemento de eixo livre no plano XY
$\mathbf{K}_{XY\,cT}$	Matriz de rigidez para o eixo engastado na presença do efeito de esforço cisalhante (plano XY)

\mathbf{K}_{YZc}	Matriz de rigidez do mesmo elemento engastado em flexão pura no plano YZ
\mathbf{K}_{YZcT}	Matriz de rigidez para o eixo engastado na presença do efeito de esforço cisalhante (plano YZ)
\mathbf{K}_Y	Matriz de rigidez de um elemento de eixo livre no plano YZ
L_{FLEX}	Comprimento do elemento com trinca no modelo <i>FLEX</i>
L_h	Comprimento do mancal
\mathbf{M}	Matriz de massa
\mathbf{M}_D	Matriz de massa do disco
MMA	Mancais Magnéticos Ativos
\mathbf{M}_s	Matriz clássica de massa do eixo
\mathbf{M}_T	Matriz do efeito secundário da inércia de rotação
M_x	Momento fletor aplicado em relação à direção X
M_{XFLEX}	Momento dinâmico em relação ao eixo X utilizado no modelo <i>FLEX</i>
M_{ZFLEX}	Momento dinâmico em relação ao eixo Z utilizado no modelo <i>FLEX</i>
NDE	<i>Non-Destructive Evaluation</i>
\mathbf{N}_1 e \mathbf{N}_2	Vetores formados por coeficientes de equações polinomiais
O_D	Centro de massa do disco
\mathbf{P}_{DE}	Matriz contendo os indivíduos da população inicial do otimizador
P_i	Forças de momentos fletores aplicados ao elemento de eixo com trinca
P_{noise}	Parâmetro que define a quantidade de ruído adicionada
PZT	Zirconato Titanato de Chumbo
R	Raio do elemento de eixo
Re	Referencial móvel de coordenadas ortogonais (x, y, z)
Re_o	Referencial fixo de coordenadas ortogonais (X, Y, Z)
RMS	Raiz da média quadrada
$RMSD$	Desvio médio da raiz quadrada
\mathbf{R}_{noise}	Vetor constituído de ruído branco
S	Área da seção transversal do eixo
SHM	Monitoramento da Integridade Estrutural (<i>Structural health Monitoring</i>)
SIF	Fatores Intensificadores de Tensão (<i>Stress Intensity Factors</i>)
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
S_r	Área reduzida da seção transversal do eixo
S_{z1i} e S_{z2i}	Representa o desvio padrão (ponto a ponto)
\mathbf{T}	Matriz de transformação das coordenadas rotativas para as fixas
T_D	Energia cinética do disco em relação ao referencial fixo Re

T_s	Energia cinética do eixo
T_u	Energia cinética da massa de desbalanceamento
T_z	Força cortante aplicada na direção Z
U_c	Energia de deformação elástica adicional devido à presença da trinca
U_{M_x}	Energia de deformação do eixo para o plano YZ
U_{T_z}	Energia de deformação do eixo devido ao esforço de cisalhamento
U_u	Energia de deformação elástica do elemento sem trinca
V	Tensão elétrica
V_a	Tensão de entrada no atuador PZT
VC	Velocidades críticas
X_{ag}	Distância medida ao longo da direção X da seção transversal com trinca
Y_a	Admitância do atuador de PZT
\hat{Y}_{xx}^E	Módulo complexo de Young do PZT com campo elétrico nulo
Z_{ag}	Distância medida ao longo da direção Z da seção transversal com trinca
Z_e	Impedância elétrica
Z_m	Impedância mecânica
Z_{ma}	Impedância mecânica do atuador de PZT
Z_{me}	Impedância mecânica da estrutura
\bar{Z}_{1i} e \bar{Z}_{2i}	Médias das assinaturas de impedância
W	Força peso (contempla apenas às partes girantes)
a	Constante geométrica do PZT
$\bar{\mathbf{c}}_c$	Matriz dos termos de flexibilidade adimensionais
\mathbf{c}_{ce}	Matriz de flexibilidade do elemento com trinca
\mathbf{c}_{cr}	Matriz compactada contendo apenas três termos de flexibilidade
c_g	Centro geométrico da seção transversal com trinca
c_{ij}	Flexibilidade adicional introduzida no elemento de eixo
\bar{c}_{ij}	Termos de flexibilidade adimensionais
\mathbf{c}_o	Combinação das matrizes de flexibilidade do elemento de eixo sem dano para cada um dos planos YZ e XY
d	Distância da massa de desbalanceamento ao centro geométrico do eixo
d_{3x}	Constante de acoplamento piezelétrico com deformação nula
d_{ij}	Coeficientes de amortecimento dos mancais
$f(\Omega t)$	<i>Steering function (breathing do modelo de Mayes)</i>

gdl	Graus de liberdade
h_D	Largura do disco
\bar{h}_h	Espessura adimensional do filme de óleo
\mathbf{k}_{FG}	Matriz de rigidez do eixo com trinca em coordenadas fixas para o modelo de Gasch
\mathbf{k}_{FM}	Matriz de rigidez do eixo com trinca em coordenadas fixas para o modelo de Mayes
k_{ij}	Coeficientes de rigidez dos mancais
k_o	Rigidez do eixo com a trinca fechada
\mathbf{k}_R	Matriz de rigidez do eixo com trinca em coordenadas rotativas
\mathbf{k}_{RG}	Matriz de rigidez do eixo com trinca em coordenadas rotativas para o modelo de Gasch
\mathbf{k}_{RM}	Matriz de rigidez do eixo com trinca em coordenadas rotativas para o modelo de Mayes
k_{ROT}	Rigidez de rotação
k_y	Coeficiente de forma da seção ao cisalhamento
k_η	Rigidez ao longo da direção η quando a trinca encontra-se aberta
k_ξ	Rigidez ao longo da direção ξ quando a trinca encontra-se aberta
m	Massa de um sistema de 1 gdl
m_D	Massa do disco
m_u	Massa de desbalanceamento
\mathbf{p}	Vetor de deslocamentos descritos em coordenadas modais
\bar{p}_h	Distribuição de pressão ao longo do mancal
\mathbf{q}	Vetor de deslocamentos nodais do eixo
\mathbf{q}_D	Vetor de coordenadas generalizadas do centro do disco
q_i	Deslocamento do elemento de eixo na direção de P_i
\mathbf{q}_{noise}	Vetor de deslocamentos do rotor com ruído
\mathbf{q}_u	Vetor de deslocamentos nodais na direção X
\mathbf{q}_w	Vetor de deslocamentos nodais na direção Z
u	Deslocamento na direção X
v	Deslocamento na direção Y
\mathbf{x}_{best}	Vetor mais bem adaptado dentre os indivíduos da população
\mathbf{x}_{mi}	Indivíduo da população inicial
\mathbf{x}_{rand}	Vetor escolhido aleatoriamente dentre os indivíduos da população
\mathbf{x}_{trial}	Vetor resultante do processo de mutação

\bar{x}	Coordenada adimensional do centro do eixo ao longo da direção X
\bar{y}	Coordenada adimensional do centro do eixo ao longo da direção Y
\bar{z}	Coordenada adimensional do centro do eixo ao longo da direção Z
w	Deslocamento na direção Z
Φ	Matriz de transformação da condição engastada para a livre
Φ_m	Matriz modal
Ω	Velocidade de rotação do rotor
Ω_{diag}	Frequência da força de diagnóstico
α	Profundidade da trinca transversal
α_h	<i>Attitude angle</i>
β	Constante e escalar
γ_{YZ}	Deformação cisalhante
δ	Fator de perda dielétrica
ε	Parâmetro pequeno
$\bar{\varepsilon}_{33}^T$	Constante dielétrica complexa do PZT
θ	Ângulo de rotação em relação ao eixo X
λ	Constante e escalar
ν	Coeficiente de Poisson
ρ	Densidade do material que constitui o eixo e disco
ζ	Parâmetro escalar e maior que zero
σ_a	A tensão na área da seção transversal para o modelo <i>FLEX</i>
σ_i	Tensões na trinca resultantes dos esforços aplicados pelas forças P_i
φ	Ângulo de rotação em relação ao do eixo Y
ω	Frequência ou velocidade de rotação
ω_{fw}	Precessão direta de uma velocidade de operação
ω_Ω	Primeira velocidade crítica de precessão direta do sistema (<i>forward whirl</i>)
ϕ	Ângulo de rotação em relação ao do eixo Z

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	VII
RESUMO.....	IX
ABSTRACT.....	XI
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
SUMÁRIO.....	XIX
CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO	1
1.1 Contextualização do Estudo	1
1.2 Contribuições do Estudo	7
1.3 Objetivos do Estudo	9
1.4 Organização da Tese	9
CAPÍTULO II: MONITORAMENTO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS.....	13
2.1 A Tecnologia SHM	13
2.2 Técnicas Clássicas	16
2.3 Técnicas Não Convencionais.....	19
2.4 Técnica Não Linear	26
2.5 Nova Técnica Proposta	30
CAPÍTULO III: FUNDAMENTOS DA DINÂMICA DE ROTAÇÃO	33
3.1 Equação do Movimento.....	34
3.2 Matrizes Associadas à Energia Cinética	35

3.3 Matriz Associada à Energia de Deformação	41
3.4 Força de Desbalanceamento.....	47
3.5 Força de Sustentação nos Mancais.....	49
CAPÍTULO IV: BANCADA EXPERIMENTAL DE TESTES	51
4.1 Projeto da Bancada.....	51
4.2 Modelo em Elementos Finitos.....	62
4.2.1 <i>Ajuste do Modelo Matemático do Rotor</i>	63
4.2.2 <i>Validação do Modelo Ajustado no Domínio do Tempo</i>	69
4.3 Conclusões Parciais	74
CAPÍTULO V: COMPORTAMENTO DINÂMICO DE EIXOS ROTATIVOS COM TRINCAS TRANSVERSAIS.....	75
5.1 Modelos com <i>Weight Dominance</i>	76
5.1.1 <i>Flexibilidade Introduzida pela Trinca</i>	77
5.1.2 <i>Modelo de Gasch</i>	85
5.1.3 <i>Modelo de Mayes</i>	90
5.1.4 <i>Matriz Elementar do Elemento de Eixo Trincado</i>	93
5.2 Modelo <i>FLEX</i>	96
5.3 Análise Dinâmica de Eixos Rotativos Trincados.....	100
5.4 Conclusões Parciais	109
CAPÍTULO VI: IDENTIFICAÇÃO DE TRINCAS TRANSVERSAIS COM BASE NA COMBINAÇÃO DE RESSONÂNCIA	111
6.1 Técnica Não Linear	112
6.2 Método das Múltiplas Escalas.....	114
6.3 Aplicações Numéricas	116
6.3.1 <i>Análise do CASO-1: Eixo SEM DANO</i>	121
6.3.2 <i>Análise do CASO-2: Elemento #20 com 20% de Profundidade</i>	122
6.3.3 <i>Análise do CASO-3: Elemento #20 com 10% de Profundidade</i>	127
6.3.4 <i>Análise do CASO-4: Elemento #10 com 20% de Profundidade</i>	127

6.3.5 Análise do CASO-5: Elemento #5 com 20% de Profundidade	129
6.4 Aplicação Experimental.....	132
6.5 Conclusões Parciais.....	142
CAPÍTULO VII: DETECÇÃO DE TRINCAS TRANSVERSAIS COM BASE NO MÉTODO DA IMPEDÂNCIA ELETROMECÂNICA.....	145
7.1 Método da Impedância Eletromecânica	146
7.2 Descrição Geral do Problema	150
7.3 Testes de Detecção	159
7.3.1 <i>Rotor em Repouso</i>	162
7.3.2 <i>Rotor em Operação</i>	172
7.4 Conclusões Parciais.....	188
CAPÍTULO VIII: CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	191
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	197
ANEXO 1: EIXOS ROTATIVOS COM TRINCAS TRANSVERSAIS SUPORTADOS POR MANCAIS HIDRODINÂMICOS CILÍNDRICOS.....	209
A1.1 Modelo Não Linear	209
A1.2 Análise Numérica	212
ANEXO 2: OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA PELO MÉTODO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	219
A2.1 Descrição do Método	219
A2.2 Formulação Matemática.....	221
ANEXO 3: MÉTRICAS DE DANO DETERMINADAS NA APLICAÇÃO DO MÉTODO DA IMPEDÂNCIA ELETROMECÂNICA.....	223

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO I

Introdução

“Obviously, shaft crack detection is a very serious matter, and machines that are suspected of having a crack must be treated with the upmost respect”

Donald E. Bently (*Bently Pressurized Bearing Co.*)

1.1 Contextualização do Estudo

A importância atribuída por Donald E. Bently (BENTLY; HATCH, 2002) ao problema mencionado se deve às graves consequências decorrentes de trincas não identificadas previamente em sistemas rotativos. De acordo com Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), já em 1987, a Allianz, consolidada companhia de seguros, promoveu uma conferência sobre a prevenção de falhas catastróficas em máquinas rotativas. Neste evento, foram relatados 37 casos de detecção de trincas ocorridos somente na Europa depois de 1967. Foram apresentados 16 casos de falhas catastróficas, porém poucos puderam ser creditados à presença e propagação de trincas transversais devido à dificuldade em determinar a causa do acidente após o colapso completo do equipamento. Ainda segundo os autores, acidentes desta magnitude são normalmente mantidos em sigilo pelos fabricantes. No entanto, as informações documentadas na literatura mostram que trincas vêm sendo continuamente detectadas em turbinas a vapor, geradores e bombas presentes nas plantas industriais da Europa, América do Norte, etc. Em seu livro, os autores apresentam alguns dos casos que ocorreram até o ano 2000. Apesar de não haver levantamentos estatísticos que contabilizam a dimensão exata dos danos causados por eixos trincados, o *Electric Power Research Institute* estima que foram gastos, aproximadamente, US \$ 1 bi de forma direta ou indireta (reparos, trocas, perdas de produção, etc) nas indústrias elétricas, nucleares e convencionais, desde a década de 1970 (SABNAVIS et al., 2004). Desta forma, fabricantes têm adotado conceitos de projeto (eixos fabricados com materiais que possuem altos valores de tenacidade à fratura

na temperatura de trabalho), monitoramento e manutenção, bem como procedimentos especiais de *startup* e operação, a fim de minimizar a nucleação e propagação de trincas nos mais variados tipos rotores, por exemplo, turbinas a vapor (LEYZEROVICH, 1997; citado por SABNAVIS et al., 2004), compressores centrífugos e unidades geradoras presentes em usinas hidrelétricas.

A inspeção visual, os exames radiográficos, testes de ultrassom e de líquido penetrante, são técnicas de avaliação não destrutivas utilizadas em máquinas rotativas para a detecção de trincas (além de outros tipos de avarias). Estes métodos são tradicionalmente aplicados durante procedimentos de manutenção ou intervenção. No entanto, mostram ser onerosos, uma vez que resultados satisfatórios dependem de inspeções detalhadas e, consequentemente, longas (SAAVEDRA; CUITIÑO, 2001). Assim, nos últimos anos, especialistas da área têm buscado o desenvolvimento de técnicas de monitoramento estrutural modernas, denominadas técnicas de SHM (*Structural Health Monitoring*), capazes de serem aplicadas com a máquina em operação a fim de reduzir os custos envolvidos e, ao mesmo tempo, aumentar a confiabilidade, segurança e desempenho do equipamento.

As técnicas de SHM baseadas em medições de vibração são reconhecidas como alternativas úteis, pois levam a resultados satisfatórios mesmo quando o local do dano não está acessível ou é até mesmo desconhecido (CARDEN; FANNING, 2004). Isto porque, um dano, por menor que seja (uma trinca incipiente ou desgaste, por exemplo), é capaz de alterar as propriedades de massa, rigidez e/ou amortecimento do sistema. Todos estes fatores comprometem o desempenho e resultam em mudanças na resposta dinâmica, que é refletida de forma mais ou menos evidente (dependendo da severidade do dano) nos sinais de vibração medidos. Assim sendo, técnicas de SHM baseadas em sinais de vibração capazes de detectar a presença e, até mesmo, a localização e profundidade de trincas (a identificação da trinca) em máquinas rotativas vêm sendo desenvolvidas por diversos pesquisadores (DOEBLING; FARRAR; PRIME, 1998; DARPE; GUPTA; CHAWLA, 2004; SAWICKI; STOROZHEV; LEKKI, 2011). Dimarogonas (1996) relatou que mais de 500 trabalhos haviam sido publicados sobre este tema desde o início da década de 1980. Entretanto, nos últimos 15 anos observa-se um crescimento ainda mais impressionante do número de publicações relativas ao tema. Claro que nem todas as metodologias desenvolvidas podem ser aplicadas com a máquina em operação.

Apesar da vastidão de trabalhos, atualmente a maioria dos sistemas rotativos produzidos em larga escala contam somente com o monitoramento simples¹ de sinais de vibração e

¹ Avaliação pura e simples de níveis de risco pré-estabelecidos pelo fabricante.



Figura 1.1 – Turbina aeronáutica GEnx-1B (AIRLINE REPORTER, 2013).

provenientes de outros sensores (temperatura, pressão, velocidade, dentre outros), não sendo incorporadas técnicas modernas e robustas de identificação de danos (caracterização). Este é o caso de turbinas aeronáuticas, equipamento de grande responsabilidade e elevado custo, dentre outros equipamentos, Fig. 1.1.

Grande parte das técnicas de SHM baseadas em sinais de vibração voltadas para detecção de trincas monitoram as respostas síncronas da máquina durante condições normal ou transiente de trabalho (SAWICKI et al., 2008). No entanto, apesar de serem amplamente utilizadas na indústria², quando aplicadas em condições não ideais tais técnicas acabam por detectar trincas que já se propagaram significativamente pela seção transversal do eixo, geralmente acima de 40% do seu diâmetro. Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) afirmam que em muitos casos, inspeções minuciosas revelaram que trincas já tinham se propagado por 50% do diâmetro do eixo, o que é claramente uma situação bastante crítica. Os autores comentam a grande dificuldade encontrada para detectar uma trinca com 25% de profundidade presente no eixo de uma turbina a vapor que vinha operando nesta condição por 1 mês, em velocidade constante. Além disso, os mancais hidrodinâmicos não contribuíram para a detecção da trinca no seu estágio inicial por suprimir completamente a componente 3X. Vários casos reais nos quais trincas foram detectadas em máquinas rotativas e que confirmam este problema são apresentados por Eisenmann e Eisenmann (1998), Bently e Hatch (2002) e Muszynska (2005). É importante ressaltar que a influência da trinca no comportamento dinâmico do rotor depende ainda da sua localização. Ela é máxima para trincas presentes em regiões de máxima curvatura e é extinta em regiões de curvatura zero.

² Técnicas clássicas que monitoram a amplitude dos sinais em 1X, 2X e, em alguns casos, 3X.

Portanto, atualmente, a atenção dos pesquisadores está se voltando para métodos mais sofisticados, capazes de identificar trincas incipientes (trincas que se propagaram por até 25% do diâmetro do eixo) dano este, na maioria das vezes, dificilmente observável nos sinais de vibração medidos. Um bom exemplo desta nova classe de métodos é apresentado no trabalho de Kuleska; Sawicki; Storozhev (2010). Baseando-se nas simulações realizadas por Mani; Quinn; Kasarda (2006), os autores comprovaram experimentalmente que excitando um rotor com forças harmônicas, aplicadas através de mancais magnéticos ativos, é possível evidenciar a presença de trincas incipientes nos sinais de vibração. O destaque interessante é que a presença da trinca é evidenciada na banda de baixa energia da resposta espectral do rotor. Neste caso, as frequências das forças harmônicas foram determinadas através da combinação das frequências de ressonância e de rotação do rotor (combinação de ressonância). Os autores sugerem que mais pesquisas são necessárias para produzir uma técnica de SHM robusta, ou seja, capaz de determinar a presença, localização e profundidade da trinca a partir das respostas do rotor operando sobre condições que o induza à combinação de ressonâncias. O trabalho de Kuleska, Sawicki e Storozhev apresenta uma inovação na solução do problema de detecção de trincas em rotores e é neste contexto que se enquadra esta Tese de Doutorado.

O presente trabalho propõe duas técnicas de SHM para a detecção ou identificação de trincas transversais incipientes presentes em eixos rotativos, trincas que ocorrem com maior incidência (Fig. 1.2). A primeira delas trata-se de uma metodologia de identificação baseada na não linearidade introduzida no eixo pela trinca. Nesta proposta, a trinca é identificada utilizando os efeitos produzidos pela combinação de ressonância aliados a um método evolutivo de otimização, proposta parcialmente inédita por ser uma continuidade da técnica de detecção desenvolvida pelos pesquisadores antes citados.



Figura 1.2 – Trinca presente na seção transversal de um eixo (BACHSCHMID; PENNACCHI; TANZI, 2010).

A estimativa da posição e profundidade da trinca depende ainda do modelo matemático do rotor e da caracterização do comportamento dinâmico da trinca, fenômeno conhecido como *breathing*. A representação do *breathing* é analisada a partir três modelos distintos: modelo de Gasch (conhecido como *hinge model*), o de Mayes e o modelo *FLEX* (modelo sofisticado). Contudo, por motivos que serão esclarecidos no decorrer do texto, o modelo de Mayes será utilizado nesta primeira proposta. A relação entre a profundidade da trinca com a redução da rigidez local do eixo é regida pelos conceitos da Mecânica da Fratura Linear.

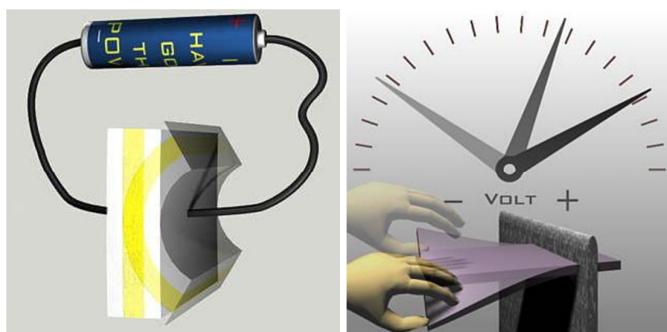
A pesquisa realizada por Kuleska, Sawicki e Storozhev, e por outros especialistas, mostra uma proximidade interessante entre resultados experimentais e simulações numéricas. Assim, espera-se que a metodologia proposta por este trabalho torne-se uma ferramenta confiável para detectar, localizar e estimar a profundidade de trincas transversais em eixos de máquinas rotativas. O bom desempenho das técnicas de otimização para a solução de problemas inversos de alta complexidade já foi comprovado na literatura, inclusive para caracterização de trincas (HE; GUO; CHU, 2001; BACHSCHMID et al., 2001; SEKHAR, 2003; PENNACCHI; BACHSCHMID; VANIA, 2006).

A segunda proposta deste trabalho trata-se do método de detecção de trincas baseado na Impedância Eletromecânica. Este método é extensivamente aplicado nos mais diversos tipos de estruturas para a detecção de danos, particularmente nas estruturas aeronáuticas, mas também nas estruturas de construções civis, na indústria petroleira, dentre outras (Fig. 1.3). Park et al. (2003) apresenta um extenso trabalho de revisão sobre aplicações da técnica da Impedância Eletromecânica para o monitoramento estrutural. No entanto, nenhum relato foi encontrado nas bases de dados disponíveis sobre a aplicação desta técnica em sistemas rotativos, o que torna esta proposta de caráter inédito na área da dinâmica de rotação.



Figura 1.3 – Exemplos de estruturas onde a técnica SHM baseada na Impedância Eletromecânica pode ser aplicada.

O monitoramento da integridade estrutural de sistemas mecânicos baseado no método da Impedância Eletromecânica foi inicialmente proposto por Liang; Sun; Rogers (1994). Este método utiliza sensores de impedância, pastilhas piezelétricas (PZT - Zirconato Titanato de Chumbo) acopladas na estrutura, para monitorar mudanças nas propriedades de massa, rigidez e/ou amortecimento. Neste método, mede-se a impedância elétrica do PZT acoplado ao sistema mecânico. Supondo que as propriedades do PZT não variam ao longo do tempo, mudanças na impedância elétrica estarão relacionadas com alterações na impedância mecânica, que por sua vez é afetada pela presença de danos. Para a obtenção do sinal de impedância, os efeitos inverso e direto dos PZTs são utilizados. Estes exibem deformação quando uma corrente elétrica é aplicada, efeito inverso ou efeito atuador (Fig. 1.4a), e produzem corrente elétrica quando são deformados elasticamente, efeito direto ou efeito sensor (Fig. 1.4b).



a) Efeito inverso

b) Efeito direto

Figura 1.4 – Ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso (BUENO, 2007).

A impedância é uma função complexa da frequência. Sua aquisição é feita com o auxílio de um analisador de impedância, conhecido como Impedancímetro. Este equipamento gera o sinal de excitação, adquire o sinal de resposta e processa ambos os sinais para determinar a função de impedância na faixa de frequência de interesse (INMAN et al., 2005). Normalmente, são utilizadas altas frequências (30 kHz a 250 kHz) e baixas tensões (~ 1 v). A avaliação da integridade da estrutura é feita com base na comparação entre funções de impedância medidas antes e após a ocorrência do dano. A comparação visual não é suficiente, sendo necessário o emprego de critérios quantitativos. Neste sentido, definem-se as chamadas métricas de dano que são parâmetros escalares capazes de representar numericamente a diferença entre duas medições. Vários índices métricos são comumente utilizados, cada um gerando resultados melhores ou piores dependendo da aplicação.

O método de Impedância Eletromecânica apresenta vantagens em relação a outras técnicas de SHM (PARK; INMAN, 2005) por não ser baseada em modelos matemáticos,

podendo assim ser aplicada em estruturas com grau de complexidade mais elevado, por utilizar pequenos atuadores que são adequados para locais de difícil acesso (são pouco invasivos), pela pastilha de PZT possuir ampla faixa de linearidade, ser leve e durável, pelos resultados obtidos serem facilmente interpretados, por ser adaptável ao monitoramento contínuo e, como opera em altas frequências, por ser sensível a danos incipientes.

Contudo, existem particularidades que são específicas para a aplicação do método da Impedância Eletromecânica em eixos rotativos. Um exemplo é o dispositivo que possibilita a coleta do sinal de impedância quando o rotor encontra-se em operação. Claramente, neste tipo de aplicação, os sinais elétricos têm de ser transmitidos da parte fixa para a rotativa, e vice-versa, com baixa interferência de ruído, mesmo com o rotor operando em altas velocidades. Esta e todas as outras particularidades da aplicação do método em máquinas rotativas serão discutidas oportunamente.

Apesar da detecção de trincas incipientes através de técnicas de SHM, aplicadas com o sistema rotativo em operação, ser um dos problemas mais desafiadores da atualidade (considerando aqueles encontrados na área de dinâmica de rotação), os resultados satisfatórios obtidos com método da Impedância Eletromecânica e que serão apresentados neste trabalho garantem que um passo importante foi dado para a solução.

1.2 Contribuições do Estudo

O comportamento dinâmico e monitoramento de rotores flexíveis na presença de trincas transversais são temas que vem sendo estudados no decorrer dos últimos anos pelos pesquisadores da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). As pesquisas realizadas neste tema foram publicadas em periódicos (MORAIS; STEFFEN Jr; MAHFOUD, 2012; SALDARRIAGA et al., 2011; SALDARRIAGA et al., 2009; MORAIS; STEFFEN Jr; BACHSCHMID, 2008; ASSIS; STEFFEN Jr, 2003; RIUL; STEFFEN Jr, 1992; STEFFEN Jr, 1981), fazem parte de capítulos de livros (SANTOS; STEFFEN Jr; SARAMAGO, 2012; KOROISHI et al., 2012; STEFFEN Jr; ASSIS; LEPORE NETO, 1999) e geraram alguns trabalhos de mestrado e doutorado (MORAIS, 2010; SALDARRIAGA, 2007; SIMÕES, 2006; BURBANO, 2005; SANTOS, 2005; ASSIS, 1999). Contudo, novas pesquisas sobre técnicas modernas de identificação de trincas em rotores flexíveis estão sendo realizadas pelo LMEst³, sendo duas delas desenvolvidas nesta Tese de Doutorado.

³ Laboratório de Mecânica e Estruturas “José Eduardo Tannús Reis” vinculado ao Instituto de Ciência e Tecnologia “Estruturas Inteligentes em Engenharia” (INCT-EIE).

As técnicas de SHM voltadas para a detecção ou identificação de trincas em rotores até então desenvolvidas na UFU, bem como as encontradas na literatura, possuem limitações que motivam o interesse no desenvolvimento de novas abordagens para minimizar as deficiências existentes, principalmente no que diz respeito a trincas incipientes. Deste modo, este trabalho contribui em cinco tópicos principais:

- a) *Novas técnicas SHM*: a primeira e mais importante contribuição deste trabalho está, sem dúvida nenhuma, em propor novas técnicas de SHM voltadas para máquinas rotativas. Nenhuma das técnicas desenvolvidas até a atualidade, inclusive as propostas por este trabalho, são capazes de detectar ou identificar todo tipo de trinca, para qualquer sistema rotativo e em todas as situações de operação. Deste modo, novas técnicas de monitoramento são sempre bem vindas à tecnologia de SHM;
- b) *Técnicas para uso com o equipamento em operação*: ambas as técnicas podem ser aplicadas com o equipamento em operação. O desenvolvimento destas metodologias teve como princípio básico a possibilidade de aplicação durante o funcionamento da máquina. A partir de comprovada sua confiabilidade, necessária para sua aplicação em equipamentos externos ao laboratório, a inserção das técnicas de SHM como parte do projeto dos rotores se torna menos inviável do ponto de vista financeiro, caso não seja necessário a paralização da operação normal para realizar o monitoramento de sua condição estrutural;
- c) *Modelo matemático*: sabendo da dificuldade em construir modelos matemáticos capazes de representar de maneira fiel o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos complexos, principalmente os que operam em ambientes hostis (ambiente industrial), este trabalho adere a uma tendência mundial no desenvolvimento de técnicas de SHM em uma das propostas. Na técnica baseada na Impedância Eletromecânica, os modelos matemáticos do rotor e da trinca não são necessários. No entanto, alguns problemas associados à falta do mesmo são observados. Estes problemas serão abordados mais adiante;
- d) *Não linearidade*: a investigação do comportamento não linear de sistemas rotativos passa a ser mais uma das frentes de pesquisa do LMEst. Apesar de fazer parte dos projetos de muitas instituições de ensino e pesquisa, o estudo de efeitos não lineares observados em máquinas rotativas é novo para o LMEst. É importante ressaltar que mesmo a utilização da combinação de ressonâncias para a detecção de trincas em rotores é algo ainda novo no contexto deste trabalho;
- e) *Estruturas inteligentes*: o desenvolvimento das metodologias tem como fundamento o conceito de sistemas inteligentes. Inteligentes, pois serão capazes de interpretar mudanças adversas no seu comportamento dinâmico e atuar na prevenção de falhas pro-

venientes do mau funcionamento. Para isto, novos materiais são incorporados ao rotor, como é o caso das pastilhas de PZT, fazendo com que o sistema resultante se enquadre dentro do que denominamos como rotor inteligente.

Claramente, a construção e ajuste de modelos matemático-computacionais de rotores (método dos Elementos Finitos), modelagem dos fenômenos produzidos por trincas (modelos de *breathing* e conceitos da Mecânica da Fratura Linear), métodos de otimização heurísticos (Evolução Diferencial), análise de sinais e métricas de dano para a detecção de falhas, são alguns dos sub tópicos utilizados no desenvolvimento deste trabalho e que, desta forma, fazem parte desta contribuição científica.

1.3 Objetivos do Estudo

Com base na argumentação precedente, torna-se claro que o objetivo desta Tese de Doutorado é propor duas técnicas SHM, baseadas em sinais de vibração, para o monitoramento da condição estrutural de rotores, mais especificamente a detecção ou identificação de trincas incipientes. Assim, este estudo tem como objetivo apresentar:

- a) *Método baseado na não linearidade*: a identificação da trinca é realizada através da análise de efeitos não lineares introduzidos no sistema rotativo pela trinca, ou seja, na caracterização das assinaturas observadas no espectro dos sinais medidos que surgem devido à combinação de ressonância na qual o rotor com trinca é induzido. Esta técnica tem como base o modelo matemático representativo do rotor e da trinca. Além disso, conta com uma técnica de otimização evolutiva para a solução do problema inverso associado;
- b) *Método baseado na Impedância Eletromecânica*: a trinca é detectada sem a necessidade da construção de modelos matemáticos. Apesar de ser possível apenas detectar sua presença (a identificação não é possível devido a fatores que serão abordados posteriormente) esta técnica se mostra vantajosa devido à sua capacidade em revelar trincas incipientes.

1.4 Organização da Tese

Além deste Capítulo I, que apresenta as motivações imprescindíveis para a realização do trabalho e introduz as contribuições que se pretende caracterizar e ao seu objetivo, esta

Tese de Doutorado conta ainda com outros 7 Capítulos e 3 Anexos, além das referências bibliográficas. Todos são organizados como descrito a seguir.

O Capítulo II comprehende uma revisão bibliográfica acerca das principais técnicas de SHM baseadas em sinais de vibração e voltadas para a detecção e identificação de trincas em rotores flexíveis. São apresentados trabalhos científicos que envolvem a aplicação de técnicas tradicionalmente conhecidas (monitoramento puro das respostas síncronas do rotor e métodos baseados em modelos matemáticos) que se aplicam nos domínios da frequência, modal e do tempo; além de um grupo de técnicas não tradicionais, no qual se enquadram as desenvolvidas nesta Tese de Doutorado.

O Capítulo III apresenta a formulação das matrizes elementares que constituem o modelo matemático do sistema rotativo construído usando o método dos Elementos Finitos (formulação das matrizes de massa, rigidez, amortecimento, do efeito giroscópico, do desbalanceamento, e outros). Os procedimentos de construção mostrados neste Capítulo são utilizados para determinar a matriz de rigidez elementar do eixo com trinca, que é o foco do Capítulo V.

O Capítulo IV mostra a bancada de testes projetada e construída para a aplicação das técnicas de SHM desenvolvidas neste trabalho. Neste Capítulo, além de apresentar detalhes das partes constituintes do equipamento (peças, sensores, sistema de controle de velocidade, entre outras), são mostradas as etapas de construção do modelo matemático, seu ajuste com os sinais experimentais medidos e, por fim, as curvas obtidas no domínio do tempo (reposta ao desbalanceamento e órbitas) e frequência (FRF).

No Capítulo V são demonstrados os conceitos matemáticos envolvidos nos principais métodos de modelagem do fenômeno *breathing*. São apresentados os modelos de Gasch (modelo pioneiro), o de Mayes e o conhecido como *FLEX*. A formulação utilizada para adaptar os modelos de Gash e Mayes para o método dos Elementos Finitos também é mostrada. Estes métodos foram desenvolvidos visando modelos de um grau de liberdade (o rotor de Laval ou *Jeffcott*), que não é o caso do modelo em Elementos Finitos da bancada construída. Este Capítulo ainda aborda as bases da Mecânica da Fratura Linear utilizada para determinar a relação entre o aumento da flexibilidade introduzida no eixo devido à trinca com a sua profundidade. Os três modelos de *breathing*, bem como todos os conceitos abordados neste Capítulo, são comparados utilizando um modelo matemático ajustado da bancada construída (Capítulo IV).

O Capítulo VI comprehende o desenvolvimento e aplicações numérica e experimental da técnica de identificação de trincas baseada na combinação de ressonância e em um método de otimização evolutivo. Na aplicação numérica, ruídos são adicionados aos sinais a fim de simular o ambiente experimental. A validação experimental, de carácter preliminar,

envolve a adaptação da bancada de testes; os detalhes deste procedimento são igualmente apresentados. Além disso, os conceitos matemáticos não lineares envolvidos no desenvolvimento da metodologia são descritos com o detalhamento necessário.

O Capítulo VII descreve a técnica de SHM baseada no método da Impedância Eletromecânica que, como comentado, é de caráter inédito. São apresentadas as características da técnica e o dispositivo utilizado para transferir os sinais adquiridos no referencial rotativo para o referencial fixo. Além disso, são mostrados os procedimentos de usinagem e colagem necessários para a fixação de algumas das pastilhas de PZT. O mesmo ocorre para outras particularidades encontradas nesta aplicação. Também, o problema da detecção de danos estruturais via método da Impedância Eletromecânica é contextualizado de uma forma mais abrangente neste Capítulo. São igualmente apresentadas as métricas de dano utilizadas (a potencialidade de cada uma delas é estudada).

O Capítulo VIII discorre sobre as conclusões e apresenta algumas sugestões para o desenvolvimento futuro das novas abordagens.

As referências citadas ao longo do texto são apresentadas na sequência.

No Anexo I é estudado o comportamento dinâmico de rotores suportados por mancais hidrodinâmicos quando na presença de trincas. Os mancais são modelados matematicamente adotando uma metodologia não linear, modelo proposto por Capone (1986). A importância de estudar o comportamento de eixos trincados, quando suportados por mancais hidrodinâmicos, se dá pela grande quantidade de rotores na indústria sustentados por dispositivos deste tipo. Aliado a isto, em níveis de amortecimento elevados a influência da trinca no comportamento dinâmico do sistema é geralmente minimizada, como afirma Bachschmid; Pennacchi; Tanzi, 2010. O modelo matemático analisado foi construído tomando como base uma bancada de testes presente no Laboratório de Sistemas Mecânicos, também associado à Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU.

O Anexo 2 descreve brevemente a técnica de otimização evolutiva utilizada para o ajuste do modelo matemático presente no Capítulo IV e no procedimento de identificação de trincas abordado no Capítulo VI. Trata-se da técnica conhecida como Evolução Diferencial, escolhida devido a propriedades importantes discutidas no próprio Anexo.

No Anexo 3 são apresentadas os resultados obtidos pelas métricas de dano para alguns dos casos analisados (casos não mostradas no Capítulo VII, por concisão).

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO II

Monitoramento da Integridade Estrutural de Máquinas Rotativas

Como mencionado, este Capítulo apresenta uma revisão bibliográfica envolvendo as principais técnicas de SHM baseadas em sinais de vibração e voltadas para a detecção e identificação de trincas em rotores flexíveis. Assim sendo, as generalidades acerca da tecnologia SHM serão inicialmente discutidas. Será enfatizado o campo de atuação (áreas que são contempladas pela metodologia SHM), os níveis de abrangência no monitoramento nos quais SHM pode se desdobrar, e algumas particularidades sobre sua implementação, que se dá nos domínios do tempo, da frequência ou modal.

Considerando apenas as técnicas de SHM para máquinas rotativas, serão mostrados alguns dos trabalhos científicos que envolvem a aplicação de técnicas clássicas (monitoramento puro das respostas síncronas e harmônicas do rotor) e de técnicas ditas não convencionais. Este termo, “não convencionais”, faz referência às técnicas de SHM que não são comumente aplicadas apesar de possuírem eficácia comprovada mesmo em máquinas instaladas na indústria (técnicas baseadas em modelos matemáticos, análise modal, redes neurais, *wavelet*, e outras). Este Capítulo conta ainda com os trabalhos de pesquisa que levaram ao desenvolvimento das duas técnicas de SHM propostas por esta Tese de Doutorado. Buscando concisão, somente serão citados os trabalhos que foram considerados chave para o desenvolvimento das técnicas aqui evocadas.

2.1 A Tecnologia SHM

O monitoramento estrutural é uma tecnologia emergente que tem como base o desenvolvimento de técnicas capazes de detectar danos estruturais com mínima intervenção humana (KESLLER; SPEARING; ATALLA, 2002). São várias as áreas da engenharia voltadas para o monitoramento de sistemas. De acordo com Worden e Dulieu-Bardon (2004), existem

quatro áreas principais, assim denominadas na literatura internacional: *Condition Monitoring* (CM), *Non-Destructive Evaluation* (NDE), *Statistical Process Control* (SPC), e *Structural Health Monitoring* (SHM). As técnicas de CM (algumas baseadas em sinais de vibração) são normalmente aplicadas em máquinas rotativas e alternativas (INMAN et al., 2005). A análise de óleo, partículas magnéticas, ultrassom, líquidos penetrantes, bem como a análise de sinais de vibração, são alguns exemplos de técnicas que fazem parte do grupo NDE. Worden e Dulieu-Barton (2004) relatam que as técnicas SPC são processos que monitoram mudanças estruturais através da aplicação de uma grande variedade de conceitos estatísticos sobre sinais de vibração medidos. Já as técnicas de SHM, segundo os mesmos autores, implementam na manipulação dos sinais medidos por uma rede de sensores para monitorar o comportamento da estrutura em tempo real. Fica claro que todas as áreas apresentadas tem um objetivo em comum, o acompanhamento e avaliação da integridade estrutural de um sistema de engenharia. Deste modo, na literatura, todas as quatro áreas são convenientemente agrupadas em apenas uma, a das técnicas de SHM.

Inman et al. (2005) definem as técnicas de SHM como o processo de detecção de danos para estruturas aeroespaciais, de construções civis e de engenharia mecânica em geral. Para os autores, SHM envolve a observação de um sistema por um determinado período, utilizando sinais de resposta dinâmica medidos por um conjunto de sensores¹, a extração das características que indicam a presença de dano a partir destes sinais e a análise estatística destas características para determinar a condição atual da estrutura. A condição estrutural deve ser periodicamente atualizada pelas técnicas de SHM a fim de manter o sistema em perfeitas condições para desempenhar o papel para o qual foi projetada.

Como resultado dos desafios oferecidos pela variedade de equipamentos e diferentes danos existentes, Rytter (1993) classificou as técnicas de SHM levando em conta sua capacidade na identificação de falhas estruturais.

- a) *Nível 1*: detecta a presença do dano na estrutura;
- b) *Nível 2*: detecta e localiza o dano;
- c) *Nível 3*: detecta, localiza e quantifica o dano;
- d) *Nível 4*: detecta, localiza, quantifica e prevê a vida útil restante do equipamento.

Inman (2001) propôs mais três níveis de classificação, todos incorporando a utilização de materiais inteligentes (pastilhas de PZT, ligas com memória de forma, fluido magnetorreológico, atuadores e mancais eletromagnéticos, etc), técnicas de autorreparo e controle, como segue:

¹ Outros autores aderem alguns testes não dinâmicos à tecnologia SHM.

- e) *Nível 5*: adiciona ao nível 4 as estruturas inteligentes para o autodiagnóstico de danos;
- f) *Nível 6*: adiciona ao nível 4 as estruturas inteligentes e sistemas de controle para formar um conjunto capaz de realizar o autorreparo;
- g) *Nível 7*: adiciona ao nível 1 um sistema de controle ativo e estruturas inteligentes para formar um conjunto simultâneo de controle e monitoramento.

Silva (2008) afirma que em um problema de SHM é fundamental detectar com confiabilidade a presença do dano na estrutura (nível 1), tendo em vista a complexidade de sistemas reais, a presença de incertezas e o desconhecimento de todas as fontes de excitação. Além disso, a contaminação dos sinais de vibração por ruídos nas aplicações realizadas em ambientes hostis (aplicações que são o objetivo das técnicas de SHM) também é um grande inconveniente.

As técnicas de SHM baseadas nos sinais de vibração podem ser separadas em relação ao domínio de trabalho: domínio do tempo, da frequência ou o domínio modal. As medições dos sinais de vibração são sempre realizadas no domínio do tempo e então, a partir deste, os dados são convertidos para o domínio da frequência ou modal dependendo da conveniência. Os dados no domínio do tempo podem ser convertidos para o domínio da frequência através da transformada de Fourier e uma análise mais aprofundada dos dados neste domínio é geralmente realizada para extrair os parâmetros modais e produzir o que é denominado como domínio modal (MARQUI, 2007). Pesquisadores afirmam que existem erros na detecção que podem ser associados ao domínio de trabalho da técnica de SHM. Assim, existem pontos de discordia na utilização dos três domínios para o monitoramento estrutural como, por exemplo, as informações que são perdidas já na conversão entre os domínios. Isto, logicamente, também se aplica às técnicas de SHM específicas para máquinas rotativas.

Friswell e Penny (1997) argumentam que, para sistemas lineares, poucas informações são perdidas na conversão entre os domínios do tempo e da frequência e que o domínio da frequência e o modal são essencialmente equivalentes para o monitoramento estrutural. Alguns pesquisadores discordam, como é o caso de Lee e Shin (2002). Segundo eles, os dados no domínio modal podem ser contaminados pelo erro de extração, pois são obtidos a partir de uma faixa de frequência muito limitada próxima à ressonância. Mesmo que o pensamento de Friswell e Penny (1997) esteja correto, tal efeito se torna um problema, tendo em vista o desenvolvimento de técnicas de SHM baseadas no comportamento não linear de sistemas. No entanto, pesquisas envolvendo os três domínios (sendo específicas ou não para máquinas rotativas) são realizadas continuamente, já que até a atualidade não foi desenvolvida nenhuma técnica em qualquer um dos domínios capaz de identificar todo tipo de

dano em qualquer tipo de sistema. Aliás, isso parece ser impossível à luz do atual estado da arte.

Neste contexto, nas próximas seções serão abordadas algumas das técnicas de SHM desenvolvidas nos últimos anos para a detecção ou identificação de trincas específicas para sistemas rotativos (todas baseadas nos sinais de vibração). Serão apresentadas diversas técnicas que se enquadram nos domínios do tempo (filtro de Kalman), frequência (monitoramento das componentes, 1X, 2X, etc) e modal (alteração das frequências naturais e modos de vibrar). No entanto, como poderá ser observado, os resultados sem sucesso (do ponto de vista da detecção ou identificação de trincas incipientes) não devem ser prontamente associados à perda de informações na conversão entre os domínios. O problema, na maioria das vezes, está na facilidade com que a presença de trincas incipientes é mascarada nos sinais de vibração medidos devido a efeitos diversos.

É importante ressaltar que parte dos trabalhos científicos que serão citados foram encontrados na excelente revisão bibliográfica realizada por Sabinavis et al. (2004).

2.2 Técnicas Clássicas

No que diz respeito às técnicas clássicas, há duas regras amplamente aceitas para detecção de trincas transversais em eixos rotativos. A primeira é baseada no monitoramento da amplitude da vibração síncrona 1X e fase associada. De acordo com Bently e Hatch (2002), mudanças na amplitude e fase em 1X são os melhores indicadores da presença de trincas. Isto porque, quando uma trinca se propaga através do diâmetro de um eixo a área remanescente da seção transversal torna-se menor, afetando a rigidez à flexão (a rigidez diminui). Para uma dada força radial atuante no rotor, a diminuição da rigidez leva a um aumento na deflexão. Isto faz com que o eixo se deforme mais em resposta a uma mesma carga estática ou dinâmica, tal como um aumento no desbalanceamento. Dependendo da orientação da trinca, a localização do chamado *heavy spot* do eixo (considerando sua posição ao longo do eixo e ângulo de fase em relação a uma dada referência) pode fazê-lo se curvar virtualmente em qualquer direção. Assim, é provável que a propagação da trinca vá produzir uma alteração na amplitude e fase em 1X. Isto ocorre lentamente nas fases iniciais do crescimento da trinca e tende a aumentar mais rapidamente conforme a propagação avança (devido ao caráter exponencial da flexibilidade introduzida pela trinca em função da profundidade). Os autores afirmam que a fase em 1X também pode mudar dramaticamente nos últimos estágios de crescimento da trinca.

A segunda regra depende das amplitudes de vibração em 2X. Bently e Hatch (2002) dizem que se um eixo rotativo na presença de uma trinca transversal tem uma carga radial unidirecional constante, então uma forte resposta 2X pode surgir quando ele está girando na metade de qualquer velocidade crítica. A força radial mencionada pode ser devido à gravidade em uma máquina horizontal, às forças de reação de fluido em uma máquina horizontal ou vertical, ou ainda devido ao arco de vapor de admissão parcial em uma turbina de vapor, ou até mesmo do desalinhamento, etc. Um eixo trincado possui rigidez anisotrópica, que muda duas vezes por revolução. Bently e Hatch (2002) apresentam de forma clara este fenômeno utilizando como exemplo uma viga de seção transversal assimétrica.

Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) compactuam destas regras clássicas adotadas por Bently e Hatch (2002) para a detecção de trincas em rotores, mas com algumas ressalvas. Em seu livro, os autores mostram casos reais onde a presença de trincas causou mudanças significativas nos níveis normais de vibração de algumas máquinas rotativas. Segundo os autores, este fato pode parecer óbvio e a ideia sobre o aumento dos níveis de vibração como consequência da trinca é formada. No entanto, como Bently e Hatch (2002), dizem ser mais correto analisar não simplesmente os níveis de vibração, mas as componentes harmônicas para o diagnóstico de máquinas rotativas (velocidade síncrona 1X e super-harmônicas 2X, 3X, etc).

Um fato interessante é que o aumento da amplitude das componentes harmônicas, como consequência da presença de trincas, não é sempre confirmado pela experiência dos especialistas. Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) dizem que uma definição mais precisa dos sintomas, com a máquina sobre velocidade constante, está na mudança da amplitude e fase (fato observado também por Donald E. Bently). A partir de algumas análises de casos reais, chegaram à conclusão de que, por exemplo, a redução da amplitude do sinal de vibração sobre a velocidade síncrona 1X pode não ser um sintoma de máquina saudável, mas indica que algum problema ocorreu. Vibrações em 1X são geradas pelo desbalanceamento, empenamento, entre outras causas. Neste caso em particular, a componente 1X foi gerada por uma trinca que se propagou em fase oposta com respeito a componente de vibração devido ao desbalanceamento e ao empenamento, produzindo uma redução nos níveis de vibração. Também, os autores observaram que a componente 2X aumenta continuamente em caso de trinca. Outro fator é que a fase de ambas as componentes 1X e 2X mudam constantemente. Assim, de acordo com estes especialistas, o monitoramento do nível global de vibração não é suficiente para detectar trincas em máquinas rotativas, uma vez que as componentes harmônicas do sinal de vibração e as fases associadas devem ser monitoradas. Diferentemente de Bently e Hatch (2002), eles afirmam que a componente 2X é a melhor ferramenta para detectar uma trinca. Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), como ou-

etros pesquisadores, afirmam que amplitudes significativas na componente 2X são observadas em eixos trincados quando a máquina é ajustada para operar com uma velocidade igual à metade da velocidade crítica (técnica classicamente utilizada). Green e Casey (2005) analisam numérica e experimentalmente o comportamento dinâmico de um rotor com um disco em balanço. Eles observaram que a componente 2X dos sinais de vibração medidos é a característica primária da introdução de uma trinca no sistema

Apesar do comportamento dinâmico de máquinas rotativas ser teoricamente transparente, na prática, a detecção prematura de trincas ainda é uma tarefa difícil. Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) relatam que, por exemplo, o amortecimento inserido no sistema pelos mancais hidrodinâmicos não contribuem para a detecção prematura da trinca. Neste caso, a componente 3X é normalmente extinta dos sinais. É importante ressaltar que grande parte das máquinas rotativas localizadas nas plantas industriais são suportadas por mancais hidrodinâmicos. Os autores ainda lembram que a excitação da componente 1X pode ser relacionada a várias causas (principalmente desbalanceamento e empenamento), além de indicar trincas. No entanto, as componentes 2X e 3X são excitadas devido à assimetria da rigidez, geralmente associada à trinca caso outras fontes de assimetria não estejam presentes na máquina (geradores com 1 par de polos possuem assimetria original que gera uma componente 2X que se superpõe aos efeitos da trinca). Assim, os autores também recomendam a utilização da componente 3X, quando possível de ser medida, para a detecção de trincas transversais em eixos rotativos.

Bently e Hatch (2002) reconhecem que outros efeitos alheios a trincas podem afetar as componentes 1X e 2X. Eles confirmam que o suporte de mancais solto da base (afrouxamento da fixação) pode causar uma mudança na componente 1X. Também, o aumento da temperatura e alterações subsequentes de alinhamento podem afetar a rigidez dos mancais e produzir mudanças em 1X, assim como um empenamento térmico (uma região mais quente que outra no eixo). O contato entre partes pode causar alterações em 1X e 2X. O desprendimento de partes girantes leva a mudanças na resposta 1X (por exemplo, o desprendimento de cinzas que ficam presas nas pás de exaustores de caldeiras). Deslocamento de detritos ou líquido no interior de um rotor pode produzir alterações significativas em 1X. Não linearidades na rigidez do sistema podem causar harmônicos da velocidade de operação nos espectros. Desalinhamento, carga radial elevada, e problemas no acoplamento podem produzir vibração em 2X. Segundo os autores, a chave para a identificação está em observar o constante e acelerado aumento da amplitude de vibração da componente 1X ao longo do tempo conforme a trinca se propaga pelo diâmetro do eixo.

Como pôde ser observado, esta seção foi quase que inteiramente baseada nas constatações de Bently e Hatch (2002) e Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010). Isto se deve ao

fato destes pesquisadores fazerem parte do grupo seletivo que conta com os maiores especialistas em diagnóstico de danos (inclusive trincas) em máquinas rotativas de grande porte, presentes nas mais variadas instalações industriais. Informações adicionais sobre o comportamento de trincas e em técnicas clássicas de SHM para rotores (também voltadas para outras avarias) podem ser encontrados em Ehrich (1992), Eisenmann e Eisenmann (1998) e Muszynska (2005).

2.3 Técnicas Não Convencionais

Esta seção apresenta em ordem cronológica os trabalhos científicos sobre técnicas de SHM para detecção ou identificação de trincas, técnicas aqui denominadas não convencionais. Como foi esclarecido, este termo faz referência aos métodos que apesar de se mostrarem eficazes, não são comumente aplicados. Algumas das técnicas mostradas são baseadas em modelos matemáticos do rotor e da trinca, enquanto que outras analisam de forma sofisticada os sinais de vibração medidos. Contudo, quase que a totalidade é formada por técnicas que foram aplicadas somente em bancadas de testes (ambiente controlado de laboratório).

Zhao e Luo (1992) apresentam uma técnica de autoaprendizagem baseada em lógica fuzzy para identificação de trincas. Esta lógica possui um conjunto de regras que decidem se uma determinada condição de alta amplitude de vibração é devido à presença de trincas ou de outros problemas, como desbalanceamento e desalinhamento. O sistema desenvolvido recebe informações do ciclo de autoaprendizagem cada vez que suas decisões são desconsideradas por um especialista em diagnóstico (evitando diagnósticos equivocados, preservando os corretos). Assim, ao longo do tempo, o sistema é completamente adaptado ao comportamento de uma determinada máquina.

Como mencionado, grande parte das turbomáquinas contém mancais hidrodinâmicos. Isto se deve, dentre outras razões, a sua alta capacidade de carga e suas características associadas à dissipação de energia que é vantajosa na estabilidade dinâmica (MEGGIOLARO, 1996). Prabhu e Sekhar (1995) apresentam um critério para a estimativa da severidade e o monitoramento da propagação de trincas em eixos suportados por mancais hidrodinâmicos. O pico de pressão dinâmica sobre a película de óleo é utilizado como critério de decisão. A pressão dinâmica aumenta com a profundidade da trinca. Vários mancais foram testados e verificou-se que os do tipo *tilting pad* são menos sensíveis ao aumento da pressão dinâmica (devido à presença de trincas), enquanto que os mancais do tipo *three lobe* foram os mais sensíveis. Os autores reconhecem que as medições do pico de pressão

não são os melhores indicadores devido à dificuldade envolvida na sua medição e de sua relativa insensibilidade ao problema em tela.

Ratan; Baruh; Rodriguez (1996) definem uma grandeza vetorial para a identificação de trincas. O chamado "resíduo" é calculado a partir da resposta de vibração medida de um rotor e as matrizes de seu modelo matemático. Um valor diferente de zero para a quantidade em qualquer secção indica a presença de uma trinca. Este método mostrou ser capaz de detectar e localizar trincas com 4% de profundidade em relação ao diâmetro do eixo.

Seibold e Weinert (1996) também tratam da localização de trincas em máquinas rotativas com base em medições de vibração. O método utilizado é um algoritmo de identificação no domínio do tempo: o Filtro de Kalman Estendido (FKE). A localização é executada através da construção de um banco de FKEs, em que cada filtro é sintonizado para a hipótese de um dano diferente, neste caso, a localização específica da trinca². Ao calcular as probabilidades para diferentes hipóteses, a trinca pode ser identificada e a sua profundidade máxima é determinada. O procedimento é aplicado em um rotor simulado computacionalmente e em uma bancada de testes. O trabalho demonstra que a profundidade da trinca é identificada corretamente. Neste exemplo, a localização da trinca foi assumida como sendo conhecida.

Vários pesquisadores desenvolveram trabalhos de pesquisa em métodos baseados nos modelos matemáticos. Bachschmid et al. (2001) apresentam um método robusto para detectar a posição e a profundidade das trincas em rotores. Este método conta com um modelo matemático e um procedimento de identificação que utiliza o método dos mínimos quadrados. A profundidade da trinca foi determinada pela comparação do momento de flexão estática do eixo com um momento de flexão periódico identificado, que simula a trinca.

De acordo com Friswell e Penny (2002), a maioria das técnicas de SHM baseadas em sinais de vibração, aplicadas em vigas, utilizam alterações de propriedades modais, tais como frequências naturais, modos de vibrar e flexibilidade dinâmica, para detectar trincas. Ensaios periódicos são realizados a fim de identificar desvios a partir dos dados do sistema saudável, conhecido como *Baseline*. Os resultados obtidos, geralmente associados a um modelo matemático representativo, são então utilizados para estimar a localização e profundidade da trinca. Sinha; Friswell; Edwards (2002), por exemplo, estimou a localização e tamanho de trincas em diferentes vigas minimizando a diferença entre as frequências naturais medidas e estimadas através de métodos de ajuste de modelos. Em Salawu (1997) é encontrada uma análise extensa de trabalhos de pesquisa com base na detecção de trincas

² Melo (1998) detectou danos em um sistema de pavimentos utilizando uma técnica de SHM similar a esta. Lemos (2004), orientado pelo Prof. Gilberto P. de Melo, aplicou a mesma técnica em um rotor para detectar perda de rigidez em mancais.

utilizando a mudança de frequências naturais. É importante ressaltar que muitos dos trabalhos que apresentam técnicas de SHM para detecção ou identificação de trincas em rotores são provenientes de métodos inicialmente desenvolvidos e aplicados em vigas.

Sekhar (2003) propôs um método *on-line* para a identificação de trincas em rotores, no qual a influência do dano foi representada por cargas equivalentes. Forças e momentos foram aplicados no modelo matemático do rotor saudável por meio do método dos mínimos quadrados a fim de gerar um comportamento dinâmico idêntico ao medido.

Zou et al. (2003) utilizam a transformação Wigner-Ville para identificar trincas em rotores, ferramenta utilizada para analisar sinais não estacionários de sistemas não lineares. Os autores utilizaram o modelo de *Jeffcott* do rotor trincado para determinar as respostas numéricas. As características nos domínios do tempo e frequência do rotor trincado e saudável são comparadas, e um novo algoritmo é proposto. Após as devidas transformações, subharmônicos associados à presença da trinca se tornam claramente visíveis. Nas simulações apresentadas, a sensibilidade da distribuição de Wigner-Ville à variação da rigidez é investigada.

Sekhar (2004) usa a transformada *wavelet* contínua (TWC) para detectar trincas em uma máquina rotativa a partir de sinais de vibração obtidos durante o procedimento de *run-down*. Esta máquina é suportada por mancais hidrodinâmicos. *Wavelet* é uma técnica de transformação desenvolvida para análise de sinais não estacionários no domínio do tempo. O pesquisador mostra que picos em frequências subharmônicas, que são atribuídos à presença de trinca, podem ser detectados via TWC. Tais picos não podem ser detectados através da transformada rápida de Fourier devido à natureza não estacionária do sinal de vibração medido.

Sinha (2007) mostra que os espectros de ordem superior (*Bispectrum* e *Trispectrum*) são ferramentas de processamento de sinais que, segundo resultados experimentais, são capazes de distinguir dois diferentes danos comumente presentes em máquinas rotativas, quais sejam, trinca e desalinhamento. O autor afirma que a identificação da presença de harmônicos mais elevados em um sinal é um caso típico do comportamento dinâmico não linear de sistemas mecânicos. O fenômeno *breathing* da trinca, durante a rotação do eixo exibe um comportamento não linear. A trinca é conhecida por gerar componentes 2X (e harmônicas superiores), além da componente 1X na resposta do eixo. Um eixo desalinhado também apresenta tais características. No entanto, apesar de similares, os efeitos são separados quando os espectros de ordem superior são utilizados. Contudo, a aplicação em uma pequena máquina rotativa mostra o potencial da utilização desta técnica no monitoramento de rotores.

Burbano e Steffen Jr (2007) abordaram o problema de detecção de trincas em um rotor flexível constituído de um eixo disposto horizontalmente (16 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento) e um disco (140 mm de diâmetro e 15 mm de espessura; fixado na parte central do comprimento do eixo), suportados por mancais de rolamentos. Uma trinca foi introduzida nas proximidades do disco utilizando um processo eletro-erosão (50% de profundidade em relação ao diâmetro do eixo). As frequências naturais e as respostas temporais do rotor operando em velocidade constante e em uma condição de *run-up* foram comparadas com resultados determinados por um modelo em Elementos Finitos construído para este equipamento. O efeito do *breathing* foi modelado segundo o modelo de Mayes. Assim sendo, foi verificado que o eixo trincado apresenta mudanças importantes no seu comportamento dinâmico quando atravessa as ressonâncias subcríticas (1/4, 1/3, e 1/2 da velocidade crítica). Além disso, com base na comparação dos resultados, os autores afirmam que o modelo de Mayes (fenômeno *breathing*) mostra-se representativo e pode ser utilizado na análise do comportamento dinâmico de rotores trincados.

Sinou (2008) investigou a utilização das componentes harmônicas 2X e 3X para detectar a presença de uma única trinca transversal em um eixo. O comportamento não linear do rotor com a trinca governada pelo fenômeno *breathing* (regida pelo peso do rotor e conforme o modelo de Mayes) é analisado numericamente. Foram consideradas, separadamente, trincas com diferentes profundidades e localização. É demonstrado que antirressonâncias surgem devido à presença da trinca no rotor. O surgimento e localização das novas antirressonâncias nos espectros dependem da profundidade e localização da trinca. Além disso, diferentes níveis de desbalanceamento foram analisados. O autor mostra que as amplitudes de vibração nas ressonâncias subcríticas (1/2, 1/3, 1/4, etc, da velocidade crítica) dependem inclusive da combinação do desbalanceamento (magnitude e ângulo de fase) com as características da trinca (localização, profundidade, defasagem em relação ao vetor de desbalanceamento). Aquele autor mostra que, para a máquina estudada, a ressonância subcrítica igual à 1/2 da velocidade crítica desaparece quando a defasagem da posição de abertura da trinca em relação ao vetor de desbalanceamento é de 180° . Além disso, fica evidente que as amplitudes em 2X, 3X e 4X dependem da profundidade da trinca, ou seja, a amplitude das componentes aumenta com a profundidade da trinca. Contudo, de acordo com Sinou (2008), a variação de respostas não lineares e o surgimento de novos picos de ressonância e antirressonâncias podem fornecer informação útil sobre a presença de uma trinca e podem ser utilizados no monitoramento *on-line* da sua propagação no eixo de rotores. É importante ressaltar que Bachschmid; Pennachi; Tanzi (2010) afirmam que, mediante as análises realizadas em rotores presentes na indústria, trincas vêm sendo detectadas antes da falha completa do sistema devido à resposta síncrona e suas componentes superharmônicas alcançarem

níveis de alarme. No entanto, não foi observado um comportamento anormal da máquina. Além disso, nenhuma componente subharmônica e comportamento instável foram observados.

Segundo Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), os testes dinâmicos, baseados na medição de sinais de vibração, também são sugeridos para a identificação de trincas em estruturas complexas onde a mudança no comportamento dinâmico de toda a estrutura pode ser causado pela redução local da rigidez devido à presença de uma ou mais trincas. Os autores dizem que o teste dinâmico mais simples é o *bump test*. Este teste consiste em medir as frequências naturais do eixo em diferentes posições angulares quando o mesmo é suportado por mancais de rolamento. Em certos casos é aconselhável suspender o eixo utilizando tirantes elásticos a fim de simular a condição livre-livre. Para um eixo sem trinca, as frequências naturais devem ser iguais, independentemente da posição angular. Claro que isto é válido somente para eixos longitudinalmente simétricos. Se as frequências mudarem com a posição angular, a existência de uma trinca é evidenciada (as menores frequências ocorrem nas posições angulares onde a trinca está fechada e as maiores onde ela está aberta). Para provar este efeito, Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) utilizaram uma bancada de testes presente no Departamento de Engenharia Mecânica do *Politecnico di Milano* (bancada provida de mancais hidrodinâmicos). Uma trinca transversal com profundidade entre 25% e 30% foi introduzida no eixo. A trinca foi nucleada na posição correspondente ao ponto de maior amplitude do primeiro modo de vibrar em flexão do eixo (nucleação realizada a partir de um pequeno corte). O eixo foi então apoiado e acelerômetros foram instalados em pontos correspondentes às maiores amplitudes associadas aos dois primeiros modos de vibrar. As frequências naturais foram obtidas através de impactos realizados para o sistema em duas condições: trinca completamente aberta (trinca voltada para baixo, aberta devido ao peso do próprio eixo) e completamente fechada (trinca voltada para cima). Os resultados, medidos com uma resolução de $\pm 0,025$ Hz, mostram que a variação da primeira frequência natural foi de 2,3% entre as configurações mencionadas. Como esperado, nenhuma variação foi encontrada na frequência associada ao segundo modo de vibrar (a trinca foi nucleada sobre o nó deste modo). As frequências naturais também foram calculadas utilizando o modelo matemático do eixo (Elementos Finitos) e o modelo da trinca (modelo *FLEX*). Foram obtidas variações de 1,30% para uma trinca com profundidade de 25% e 1,93% para uma profundidade de 30%. Bently e Hatch (2002) também sugerem este procedimento para a detecção de trincas em rotores. Eles comentam ainda que dependendo do modo de vibração do rotor e a localização da trinca, algumas ressonâncias podem ser mais afetadas do que outras. Se determinada trinca está localizada em uma região de grande curvatura para determinado modo de vibrar, é provável que a frequência associada a este modo sofra a

maior alteração. Assim, os modos de vibração do rotor podem mudar com a presença da trinca.

Bachsenschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) apresentam outra técnica de SHM, validada experimentalmente na bancada de testes já apresentada e sobre as mesmas condições de dano. Neste caso, foram realizadas medições da deflexão estática do eixo durante movimento rotativo em baixa velocidade (procedimento conhecido como *slow roll*). Segundo os autores, a medição da deflexão estática é uma alternativa interessante, pois se a rigidez global do eixo variar 1% entre as condições de trinca aberta e fechada, a frequência natural irá variar aproximadamente em 0,5%. Para facilitar o procedimento, o eixo foi fixado em um equipamento similar a um torno de usinagem. Além disso, as medições foram realizadas com o auxílio de 4 sensores de proximidade dispostos ortogonalmente a fim de evitar erros. Movendo o plano de medição ao longo do eixo, foi possível detectar a localização da trinca observando o ponto de maior deflexão, dado pela componente 2X do sinal de vibração (região de maior deflexão do primeiro modo de vibrar). A componente 1X foi mascarada por um empenamento existente no eixo, enquanto que a componente 3X foi pequena o suficiente para ser mascarada por imperfeições na superfície do eixo. Ainda, os autores compararam estes resultados com os calculados teoricamente para uma trinca com 25% de profundidade utilizando mais uma vez o modelo *FLEX*. As curvas ficaram muito próximas.

Bachsenschmid; Pennacchi; Tanzi (2010) afirmam que alguns cuidados devem ser tomados quando resultados numéricos e experimentais são comparados. Isto porque as diferentes componentes harmônicas possuem diferentes graus de representatividade. A componente 1X pode ser mascarada pelo empenamento do eixo, por exemplo, gerado pela propagação da trinca ou por algum efeito térmico (efeito já citado). A componente 3X é pequena (principalmente na região dos mancais, local onde estão instalados os sensores na maioria das máquinas industriais) e pode ser mascarada por irregularidades na superfície do eixo. Contudo, novamente, os autores aconselham a utilização da componente 2X para realizar comparações entre resultados experimentais e numéricos. Os autores ilustram esta característica em uma bancada de testes conhecida como EURoPE, localizada nos laboratórios da EDF (*Électricité de France*). Neste caso, uma trinca transversal com 41% de profundidade foi introduzida no eixo e as medições dos sinais de vibração foram realizadas durante o *run-down* do sistema (de 1500 rev/min até 100 rev/min). Utilizando o modelo *FLEX*, os autores conseguiram resultados próximos para a componente 2X. Por ter sido realizado em um laboratório, resultados satisfatórios foram obtidos também na comparação das componentes 3X. Como previsto, a componente 1X não pôde ser comparada devido a um empenamento e desbalanceamento, criados durante a propagação da trinca com o auxílio de uma máquina de fadiga.

Kulesza e Sawicki (2010) propõe um método de SHM no domínio do tempo baseado em modelos matemáticos para a detecção e localização de trincas. O modelo do rotor é aumentado com um sistema auxiliar de um único grau de liberdade, chamado pelos autores de oscilador. Como em Seibold e Weinert (1996), observadores de estados são projetados e as estimativas das duas variáveis de estado do dispositivo auxiliar são consideradas indicadores de trinca. A localização da trinca ao longo do eixo é determinada através da concepção de um banco de observadores de estado que calculam a variação destes indicadores para possíveis locais de trinca ao longo do eixo. Os observadores trabalham de forma a estimar valores nulos para os indicadores quando o sistema não possui trinca e valores não nulos quando ela está presente. O método proposto é validado numericamente e os resultados comprovam a sua capacidade de detectar e localizar trincas. Não apenas as estimativas obtidas no domínio do tempo, mas também as suas transformadas de Fourier podem ser usados como bons indicadores.

Morais (2010), tese de doutorado produzida no LMEst (FEMEC/UFU), propôs uma metodologia baseada em funções ortogonais para a identificação de trincas em rotores. Os sinalis de resposta, excitação, bem como os parâmetros desconhecidos do sistema, foram expandidos em séries de funções ortogonais (séries de Fourier, Polinômios de Legendre, Polinômios de Chebyshev) a fim de se identificar os termos de rigidez variantes no tempo, introduzidos pela trinca na matriz de rigidez global do rotor. Pacheco e Steffen Jr (2002) e Pacheco e Steffen Jr (2003) apresentam em detalhes a metodologia das funções ortogonais para a identificação de parâmetros físicos desconhecidos. A partir da identificação, Morais (2010) foi além e propôs uma técnica de autorreparo na qual, com o rotor em operação, a trinca identificada é mantida fechada através da atuação de forças externamente aplicadas. As forças foram inseridas através de quatro bobinas eletromagnéticas dispostas ortogonalmente sobre um dos mancais da máquina. A corrente necessária para gerar tais forças foram determinadas através de um processo de otimização heurística que contou com o modelo em Elementos Finitos do rotor e o modelo *FLEX* para representar o fenômeno *breathing* da trinca.

Pelo o que foi mostrado, existem regras práticas (técnicas de SHM clássicas) e outras até lógicas (algumas das técnicas ditas não convencionais) descritas na literatura para a detecção ou identificação das trincas em máquinas rotativas. Contudo, como é possível perceber nos relatos envolvendo detecções realizadas em campo ou analisando os procedimentos necessários para a aplicação de algumas das técnicas citadas, o sucesso depende vastamente da experiência de especialistas (que são poucos na atualidade). Em linhas gerais, o tempo gasto no diagnóstico ou análise dos resultados é demasiadamente grande (no ponto de vista da indústria) e, normalmente, as técnicas apresentadas são capazes de de-

tectar (ou identificar) as trincas após significativa propagação. Em muitos casos a trinca só é descoberta após a parada e desmontagem do conjunto rotativo, ou seja, a máquina apresenta uma anormalidade durante a operação que não é atribuída a uma causa definida; ela é desmontada, e após uma análise minuciosa a trinca é identificada. Desta forma, as próximas seções mostram os trabalhos chave utilizados no desenvolvimento das técnicas propostas por esta Tese de Doutorado. É importante reforçar que ambas as técnicas foram formuladas com o objetivo de detectar ou identificar trincas incipientes com o sistema trabalhando em condições normais de operação.

2.4 Técnica Não Linear

Como mencionado, Mani; Quinn; Kasarda (2006) foram um dos precursores no desenvolvimento da técnica de SHM inovadora para a detecção trincas baseada no efeito não linear induzido pela combinação de ressonância no rotor. Em seu trabalho, os pesquisadores utilizaram um rotor *Jeffcott* suportado por mancais de rolamentos para avaliar a potencialidade desta técnica. A trinca, que contou com o fenômeno *breathing* em seu modelo (modelo de Gasch), foi detectada através da inserção de uma força específica de diagnóstico no sistema por um atuador eletromagnético (AEM). De acordo com eles, se a força de diagnóstico é escolhida adequadamente, a presença da trinca gera respostas espectrais com picos em frequências que são combinações da velocidade do rotor, da sua velocidade crítica, e da frequência da força de diagnóstico. Neste caso, uma análise com o método das Escalas Múltiplas (NAYFEH, 1995) foi usada para determinar as condições necessárias para criar esta combinação de ressonância.

O trabalho destes pesquisadores relata que Iwatsubo; Arii; Oks (1992) já tinha considerado as respostas de vibrações de um eixo rotativo sujeito a excitações periódicas e com impulsos para detectar a presença de trincas. Iwatsubo; Arii; Oks (1992) identificaram harmônicos específicos nas respostas espectrais do rotor, localizados sobre frequências que eram combinações da velocidade de rotação e da frequência de excitação. Além disso, eles observaram que a sensibilidade da resposta à presença da trinca depende da frequência de excitação escolhida (ponto importante para a técnica de SHM proposta que será apresentada no Capítulo VI).

Além disso, de acordo com Mani; Quinn; Kasarda (2006), Ishida; Inoue; Nishimura (2001) usaram uma abordagem semelhante em um rotor horizontal utilizando momentos harmônicos aplicados externamente. Utilizando o método do Balanceamento Harmônico, identificaram frequências para as quais as respostas do rotor eram sensíveis à presença da

trinca. No entanto, foi o método de Mani; Quinn; Kasarda (2006) que orientou os recentes trabalhos de Penny e Friswell (2007), Pesch (2008), Sawicki et al. (2008), Kulesza; Sawicki; Storozhev (2010), Sawicki; Storozhev; Lekki (2011) e Sawicki et al. (2011).

Penny e Friswell (2007) aplicaram a abordagem de Mani, Quinn e Kasarda em um rotor constituído por um eixo horizontal suportado por dois rolamentos e com dois discos rígidos. O eixo foi modelado pelo método dos Elementos Finitos e o fenômeno *breathing* da trinca foi descrito de acordo com o modelo proposto por Mayes e Davies (1984). Forças de diagnóstico foram aplicadas por um AEM localizado na porção central do comprimento do eixo do rotor, sendo suas frequências determinadas também a partir do método das Múltiplas Escalas. A amplitude das forças de diagnóstico foi similar ao da força de desbalanceamento. Embora satisfatórios, os resultados foram bastante diferentes dependendo da frequência de diagnóstico aplicada. Os autores mencionam que um cuidado especial deve ser tomado, pois a adição de uma força extra no rotor pode incentivar um crescimento mais rápido da trinca (outro ponto importante na concepção da técnica de SHM proposta).

Pesch (2008), em sua dissertação de mestrado, aplica esta mesma técnica de SHM não linear para a detecção de uma trinca em uma bancada de testes com eixo horizontal suportado por mancais de rolamento e, em uma segunda análise, por mancais magnéticos. A bancada é composta por um único disco (eixo com aproximadamente 16 mm de diâmetro e 660 mm de comprimento e disco com 127 mm de diâmetro e 13 mm de espessura). No entanto, para a detecção da trinca (cortes com 25% e 40% de profundidade realizados, separadamente, na metade do comprimento do eixo com o auxílio de uma máquina de descarga elétrica de arame), Pesch mostra a diferença entre os espectros dos sinais para o rotor saudável e com trinca. Contudo, nenhuma diferença significativa é observada no que diz respeito à capacidade de detecção. Um ponto importante observado nos resultados experimentais se refere a alguns picos que surgiram sobre as frequências de combinação de ressonâncias nos espectros do rotor sem trinca. Este fenômeno é mostrado nos resultados experimentais contidos no Capítulo VI desta Tese de Doutorado.

Sawicki et al. (2008) também mostra a aplicação experimental da técnica de SHM para a detecção de trincas baseada na combinação de ressonâncias. Neste caso, diferentemente das análises anteriores ao trabalho de Pesch (2008), um modelo mais representativo para o rotor é utilizado (modelo em Elementos Finitos incluindo o efeito giroscópico, modos de vibrar associados a frequências mais altas, etc) e para a trinca (o *breathing* é representado como proposto por Mayes e Davies em 1984). A técnica é aplicada em um rotor suportado por dois mancais de rolamento (rolamentos de esferas com uma única carreira) localizados nas extremidades de um eixo disposto horizontalmente. Trata-se do mesmo rotor utilizado por Pesch (2008). A bancada de testes ainda conta com um AEM, localizado próximo à por-

ção central do comprimento do eixo. São utilizados 30 elementos para discretizar o eixo. O efeito da trinca também foi aproximado por um corte realizado no eixo entre o disco e o AEM (corte com largura de 0,94 mm e 40% de profundidade em relação ao diâmetro do eixo). A medição dos sinais de vibração foi realizada por um sensor localizado próximo a trinca. A velocidade de rotação da máquina foi fixada em 2200 rev/min (36,67 Hz; frequências naturais em aproximadamente 47, 225, 435 e 636 Hz). As frequências das forças que induzem o sistema à combinação de ressonâncias (serão chamadas aqui de frequências e forças de diagnóstico, respectivamente) também foram determinadas através do método das Múltiplas Escalas. Utilizando a frequência de diagnóstico de 63 Hz, aplicada pelo AEM (amplitude de 200 N), para as condições de máquina saudável e com avaria, observa-se o aparecimento de algumas das frequências de combinação, como previsto nos resultados numéricos apresentados neste mesmo trabalho. No entanto, com a máquina saudável, também são observados picos sobre algumas das frequências de combinação (mesma constatação de Pesch). Isto, provavelmente, se deve a outras fontes de não linearidades existentes no sistema (por exemplo, os rolamentos). Além disso, as amplitudes dos picos associados às frequências de combinação são diferentes quando comparados os resultados experimentais com os numéricos. Os autores mencionam da capacidade da técnica de SHM em detectar trincas. A combinação de frequências apresenta uma assinatura única para o dano, que pode ser usada eficientemente na detecção. Eles ainda dizem que esta técnica tem algum mérito, no entanto são necessários novos trabalhos de pesquisa para produzir uma técnica de SHM robusta.

As contribuições de Kulesza; Sawicki; Storozhev (2010) e Sawicki et al. (2011) também apresentam avaliações experimentais da abordagem de Mani, Quinn e Kasarda. O rotor utilizado nos seus testes é constituído por um eixo suportado por dois mancais magnéticos ativos (MMA) e um disco, localizado na parte central do comprimento do eixo. As forças de diagnóstico pré-determinadas foram aplicadas no eixo por meio de um dos MMA, sendo as respostas de vibração medidas a partir de um sensor localizado próximo a este mesmo mancal. Um pequeno corte foi feito no eixo utilizando uma máquina de descarga elétrica de arame (diâmetro do fio de 0,1016 milímetros), próximo ao disco, a fim de se aproximar do comportamento observado em trincas reais (*breathing*). Duas condições estruturais foram testadas separadamente, trincas com profundidade de 25% e 40% do diâmetro do eixo. A presença da trinca foi detectada (é importante destacar que a trinca foi apenas detectada) por meio de diferentes forças de diagnóstico, todas elas obtidas a partir do método das Múltiplas Escalas e com 5 N de amplitude (aplicadas por um dos MMAs). No documento de Kulesza, Sawicki e Storozhev, os autores também evocam a necessidade de mais investiga-

ções analíticas e experimentais do processo de diagnóstico mostrado a fim de desenvolver uma técnica de SHM para obter assinaturas de trinca confiáveis nas respostas espectrais.

Sawicki et al. (2011) seguem a mesma linha dos demais pesquisadores. No entanto, para a determinação das frequências de combinação, bem como da solução espectral das equações do movimento, eles utilizaram o método do Balanceamento Harmônico. Eles compararam as respostas espectrais obtidas com as determinadas pela transformada rápida de Fourier, aplicada nos sinais temporais (equação do movimento integrada da forma tradicional). Os resultados foram muito próximos. Contudo, mais uma vez os resultados experimentais ficaram distantes dos numéricos, no que diz respeito às amplitudes dos picos sobre as frequências de combinação de ressonância. É possível observar uma considerável discrepância mesmo na amplitude em 1X. Isto evidencia que, possivelmente, o modelo matemático do rotor não foi previamente ajustado com medições experimentais (ou algum outro efeito não foi levado em conta na construção do modelo matemático). O fenômeno *breathing* foi descrito neste trabalho pelo modelo de Mayes e as análises foram realizadas a partir de uma trinca com 40% de profundidade em relação ao diâmetro do eixo (novamente com o efeito aproximado por um corte). Como conclusão, os autores dizem que o método do Balanceamento Harmônico apresenta resultados satisfatórios na previsão da resposta do sistema. É importante ressaltar que o método do Balanceamento Harmônico não é aconselhado por Nayfeh (1995), pois, para levar a uma solução precisa, ou é necessário conhecê-la *a priori* ou adicionar termos suficientes na solução e verificar a ordem de todos os coeficientes harmônicos desprezados. Como nos outros trabalhos citados, os espectros obtidos a partir dos sinais experimentais apresentam mais picos de combinação de ressonâncias do que os determinados nas simulações. Neste ponto, a teoria da presença de outras fontes de não linearidades diferentes da trinca pode ser reforçada (rolamentos).

Contudo, é neste contexto que a nova técnica de SHM baseada na não linearidade, no modelo matemático e um método de otimização heurístico é proposta por esta Tese de Doutorado.

A identificação de trincas através de métodos de otimização (técnicas de engenharia inversa) já foi avaliada na literatura. He; Guo; Chu (2001) demonstraram uma aplicação numérica com algoritmos genéticos para determinar a localização da trinca, incluindo sua profundidade, e o comprimento de arco produzido no eixo de um sistema rotativo. Foram obtidos resultados satisfatórios minimizando a diferença entre as órbitas de vibração do rotor trincado e as obtidas a partir do rotor saudável. Forças de diagnóstico não foram utilizadas nesta aplicação. Rosales; Filipich; Buezas (2009) propuseram a solução deste problema inverso em uma aplicação experimental. A identificação da trinca em uma viga foi feita utilizando redes neurais artificiais. No entanto, na literatura não foram encontrados trabalhos de

pesquisa combinando os resultados satisfatórios fornecidos pela utilização de forças de diagnóstico para a detecção de trincas com o desempenho de técnicas de optimização para a solução de problemas inversos envolvendo trincas em máquinas rotativas.

Logicamente, os artigos científicos apresentados não são os primeiros a investigar o comportamento não linear de rotores na presença de trincas transversais. O livro de Ishida e Yamamoto (2012) contempla várias análises de fenômenos não lineares que podem ser encontrados em máquinas rotativas. Destacam-se os efeitos inseridos por mancais de rolamentos, mancais hidrodinâmicos e trincas. Eles sugerem que além de 1X, 2X e 3X, indicadores alternativos para detectar trincas em rotores são 1/2X, 3/2X e a combinação de ressonâncias. Também, Brandon (2000) apresenta uma revisão da literatura sobre as vibrações não lineares de estruturas trincadas. Segundo o autor, a suposição assumida de linearidade do sistema em análise resulta em conclusões imprecisas. Para ele, estruturas com falhas exibem um comportamento exclusivo devido a não linearidade, o que deve tornar a detecção de falhas mais fácil. Assim, este comportamento deve ser explorado.

2.5 Nova Técnica Proposta

Como mencionado, não foram encontrados trabalhos nas bases de dados disponíveis que relatam a detecção de trincas em máquinas rotativas utilizando o método da Impedância Eletromecânica. Desta forma, à técnica de SHM proposta por este trabalho pode ser atribuído o caráter inédito. Estão sim disponíveis nas bases de dados muitos trabalhos que envolvem a aplicação do método da Impedância Eletromecânica para a detecção de trincas em vigas e placas (ZAGRAI; GIURGIUTIU, 2001; MOURA Jr, 2008; LIM et al., 2011). Contudo, alguns trabalhos envolvendo a medição da impedância mecânica para a detecção de trincas em rotores foram encontrados, como é o caso do trabalho de Prabhakar; Mohanty; Sekhar (2001). Os autores apresentam um estudo com base no método dos Elementos Finitos sobre a influência de trincas abertas e considerando o fenômeno *breathing* na impedância mecânica de um sistema rotativo. A impedância mecânica é definida como a razão da magnitude de uma força atuante pela velocidade de resposta. Um impulso foi aplicado em vários locais do eixo em rotação e a impedância foi medida. Foi observado que a impedância mecânica em determinadas frequências chave reduz significativamente com o aumento da profundidade de trinca, que são as frequências de operação e naturais do rotor. Foi ainda constatado que a trinca com o fenômeno *breathing* é mais sensível às mudanças de impedância do que a trinca aberta. Assim, Prabhakar; Mohanty; Sekhar (2001) afirmam que a medição sistemática da impedância mecânica é um método eficaz para a detecção de trincas.

É importante ressaltar que existem diferenças fundamentais entre a técnica de SHM proposta por esta Tese de Doutorado e as técnicas apresentadas no artigo mencionado. Aqui é medida a impedância elétrica da pastilha de PZT acoplada à estrutura monitorada, que pode ser diretamente relacionada com a impedância mecânica da mesma estrutura (LIANG; SUN; ROGERS, 1994). Supondo que a impedância elétrica do PZT não mude (a pastilha de PZT permanece íntegra durante o processo de monitoramento), qualquer alteração na impedância medida é relacionada com um dano na estrutura. Já no trabalho de Prabhakar; Mohanty; Sekhar (2001) é medida a impedância mecânica diretamente. Também, a técnica de SHM baseada no método da Impedância Eletromecânica trabalha em alta frequência, enquanto que a mencionada trabalha na região dos primeiros modos de vibrar do rotor, ou seja, dentro do contexto de análise modal clássica (mostra as primeiras frequências naturais através de gráficos que relacionam a força aplicada pela velocidade medida). Assim, são técnicas completamente distintas.

Palomino (2012) mostra uma aplicação próxima à que será abordada no Capítulo VII desta Tese de Doutorado. Em seu trabalho, o método da Impedância Eletromecânica foi aplicado em uma viga excitada dinamicamente através de um excitador eletromecânico, característica que se aproxima da encontrada em rotores em operação. Em grande parte dos trabalhos acerca da detecção de trincas utilizando o método da Impedância Eletromecânica, a aquisição das assinaturas de impedância é feita com a estrutura em repouso. Palomino (2012) realizou tal análise a fim de observar o comportamento de uma métrica de dano, associada à assinatura de impedância, com a propagação de uma trinca na viga. As assinaturas de impedância foram adquiridas periodicamente, e de forma alternada, para a viga excitada e em repouso. As medições foram realizadas até que a trinca se propagasse por toda a seção transversal da viga. Os resultados em ambas as condições (sistema excitado ou em repouso) foram similares e satisfatórios.

Contudo, é importante ressaltar que são raros os trabalhos científicos envolvendo a aplicação do método da Impedância Eletromecânica para detecção de danos em estruturas solicitadas dinamicamente. Isto porque, na maioria das aplicações realizadas até o momento, não houve a necessidade de realizar tais medições com o sistema mecânico solicitado por outra fonte qualquer. Novamente, ambas as técnicas de SHM propostas nesta Tese de Doutorado foram formuladas com o objetivo de detectar ou identificar trincas incipientes com o sistema trabalhando em condições normais de operação.

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO III

Fundamentos da Dinâmica de Rotação

Segundo relatos de Ishida e Yamamoto (2012), as pesquisas em dinâmica de rotação têm mais de 140 anos de história. Seu início foi marcado com o trabalho de W. J. Macquorn Hankine (HANKINE, 1869), onde, erroneamente, foi concluído ser impossível das máquinas rotativas operarem acima de uma determinada velocidade. Esta velocidade foi posteriormente denominada *velocidade crítica* por Dunkerley (1984). Fundamentos simplificados acerca da dinâmica de rotação foram abordados por Jeffcott (1919). Logo após o trabalho de H. H. Jeffcott vieram outras pesquisas imprescindíveis para o desenvolvimento da teoria de rotores, como é o caso de Wilfred Campbell na *General Electric* (criação do diagrama de Campbell). Métodos mais eficazes de balanceamento foram propostos e o comportamento de rotores suportados por mancais hidrodinâmicos foi investigado mais a fundo, levando ao projeto de máquinas mais leves operando em velocidades mais altas. Conjuntamente, maior foi a necessidade de representar matematicamente os fenômenos físicos específicos de eixos rotativos. Disto provém a adequação do método dos Elementos Finitos para a dinâmica de rotação, método originalmente desenvolvido para a análise estática de estruturas (RADE, 2008). Ishida e Yamamoto (2012) comentam que foram Nelson e MacVaugh (1976) os responsáveis por incluir os efeitos de inércia de rotação, momento giroscópico e força axial, no método dos Elementos Finitos. Antes da popularização do método dos Elementos Finitos, utilizava-se geralmente o chamado método das Matrizes de Transferência, considerando o sistema como sendo contínuo (LALLEMENT; LECOANET; STEFFEN Jr, 1982).

Neste contexto, este Capítulo apresenta, em um primeiro momento, a equação diferencial que representa o comportamento dinâmico de grande parte dos sistemas rotativos. Posteriormente é descrita a formulação das matrizes elementares que constituem o modelo matemático do sistema construído usando o método dos Elementos Finitos (formulação das matrizes de massa, rigidez, amortecimento, do efeito giroscópico e outros). Este Capítulo é finalizado com duas seções, estas dedicadas às forças de desbalanceamento e as forças que surgem nos mancais (destacando a diferenciação entre mancais de rolamento e hidrodinâmicos). Os desenvolvimentos que serão mostrados têm como base os livros de Imbert

(1995) e Lalanne e Ferraris (1998). Apontamentos importantes foram também retirados de Burbano (2005).

3.1 Equação do Movimento

Um modelo matemático capaz de representar fidedignamente o comportamento dinâmico de uma máquina rotativa é obtido levando em conta vários subsistemas: primeiramente os subsistemas que podem ser definidos pela sua geometria (caso do eixo, acoplamento e dos discos), então os subsistemas que são dependentes da velocidade de rotação e/ou estados (deslocamentos, velocidades e acelerações radiais; caso de mancais hidrodinâmicos) e, finalmente, o efeito giroscópico. Uma vez os subsistemas definidos e agrupados, os parâmetros considerados incertos devem então ser identificados com base em resultados experimentais.

A Eq. (3.1) apresenta a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico de um rotor flexível suportado por mancais hidrodinâmicos ou por rolamentos.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{D} + \Omega \mathbf{D}_g] \dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st}] \mathbf{q} = \mathbf{W} + \mathbf{F}_u + \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_e \quad (3.1)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento (amortecimento proporcional devidamente somado ao amortecimento associado aos mancais¹), \mathbf{D}_g é a matriz do efeito giroscópico, \mathbf{K} é a matriz de rigidez e \mathbf{K}_{st} representa o enrijecimento do sistema quando em regime transiente. Todas estas matrizes são associadas às partes girantes da máquina, tais como os discos, o acoplamento e o eixo. O vetor de deslocamentos é representado por \mathbf{q} e a velocidade de rotação é dada por Ω . A força peso, \mathbf{W} , contempla apenas às partes girantes, \mathbf{F}_u representa as forças de desbalanceamento e \mathbf{F}_m é o vetor das forças produzidas pelos mancais a fim de suportar o eixo. \mathbf{F}_e representa uma força qualquer, aplicada externamente no rotor (fixa no espaço e de fundamental importância para a aplicação da técnica de SHM mostrada no Capítulo VI).

Nas próximas duas seções serão apresentadas as formulações matemáticas utilizadas para determinar as matrizes associadas à energia cinética (\mathbf{M} , \mathbf{D}_g e \mathbf{K}_{st}) e energia de deformação (\mathbf{K}), respectivamente. Como será observado, \mathbf{M} , \mathbf{D}_g e \mathbf{K}_{st} são obtidas através de polinômios de interpolação (LALANNE; FERRARIS, 1998). A matriz \mathbf{K} é obtida segundo a for-

¹ Amortecimento proporcional dado por $\mathbf{D}_p = \lambda \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$, com λ e β constantes.

mulação apresentada por Imbert (1995), que passa pelas equações de equilíbrio de forças e momentos. Este método é apresentado por ser o mesmo utilizado na determinação da matriz de rigidez do elemento trincado (detalhes no Capítulo V).

3.2 Matrizes Associadas à Energia Cinética

A Fig. 3.1 apresenta um elemento de disco de massa m_D (centro de massa em O_D) e seus respectivos sistemas de eixos coordenados, onde Re_o (X, Y, Z) representa o referencial fixo e Re (x, y, z) o móvel (no centro de massa do disco). O sistema de coordenadas R é relacionado com Re_o através dos ângulos de rotação θ , φ e ϕ (determinam a orientação do disco em Re).

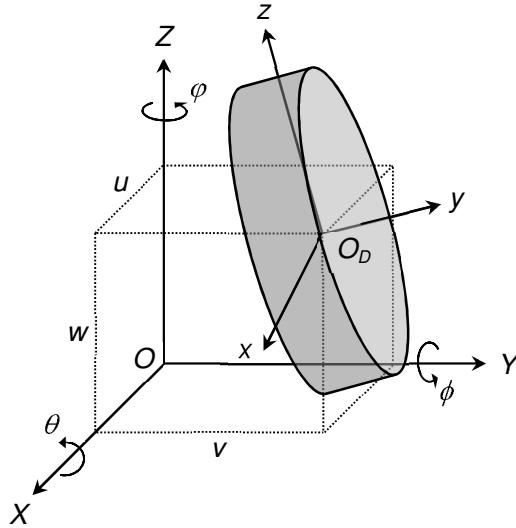


Figura 3.1 – Representação do elemento de disco.

O disco é assumido como sendo rígido e caracterizado somente por sua energia cinética (LALANNE; FERRARIS, 1998), a qual é calculada em relação ao referencial fixo Re como mostra a Eq. (3.2).

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2) \quad (3.2)$$

onde u e w são as coordenadas de O_D ao longo dos eixos X e Z (a coordenada v ao longo do eixo Y é invariável); I_{Dx} , I_{Dz} e I_{Dy} são os momentos de inércia de massa (referentes aos

eixos x e z) e o momento polar de inércia do disco, respectivamente. O vetor de velocidades angulares é dado por:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} \sin \theta \\ \dot{\varphi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A Eq. (3.2) pode ser simplificada, considerando o disco simétrico ($I_{Dx} = I_{Dz} = I_D$) e os ângulos θ e φ muito pequenos. Assim,

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_D (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2) + \frac{1}{2} I_{Dy} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\varphi}\theta) \quad (3.4)$$

onde $I_{Dy}\Omega^2$ não tem influência nas equações e $I_{Dy}\Omega\dot{\varphi}\theta$ representa o chamado efeito giroscópico.

O elemento de disco considerado possui quatro graus de liberdade (gdl), sendo dois deslocamentos (u e w) e duas rotações (θ e φ). Assim, define-se o vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D do centro do disco, como:

$$\mathbf{q}_D = [u \ w \ \theta \ \varphi]^T \quad (3.5)$$

Aplicando a equação de Lagrange na Eq. (3.2), a qual define a energia cinética do disco, com respeito ao vetor de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_D , chega-se a:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_D} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \mathbf{q}_D} = \mathbf{M}_D \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \Omega \mathbf{D}_D \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{Dt} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde \mathbf{M}_D , \mathbf{D}_D e \mathbf{K}_{Dt} são as matrizes de massa, do efeito giroscópico e do enrijecimento do disco devido ao regime transitório, respectivamente (\mathbf{M}_D , \mathbf{D}_D e \mathbf{K}_{Dt} são incorporadas convenientemente nas matrizes \mathbf{M} , \mathbf{D}_g e \mathbf{K}_{st} , respectivamente). Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{M}_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{D}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{K}_{Dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Lalanne e Ferraris (1998) mostram três formas distintas para acoplar os discos ao eixo. Segundo os autores, isto pode ser realizado pela simples soma das matrizes \mathbf{M}_D , \mathbf{D}_D e \mathbf{K}_{Dt} nos *gdls* correspondentes, sem alterar a rigidez do eixo (modelo 1), ou assumindo que os discos aumentam esta propriedade (modelo 2). Estes mesmos autores compararam ambos os modelos em um rotor simulado, sendo observadas diferenças significativas nos valores de algumas frequências naturais do sistema (convergência de 11% no modelo 2 em relação ao modelo 1). Assim, como esquematizado na Fig. 3.2, o modelo 2 será utilizado nesta Tese de Doutorado para fazer o agrupamento das partes (h_D é a largura do disco; 1, 2 e 3 representam os nós de dois elementos de eixo consecutivos; \mathbf{M}_D , \mathbf{D}_D e \mathbf{K}_{Dt} são incluídas no nó 2).

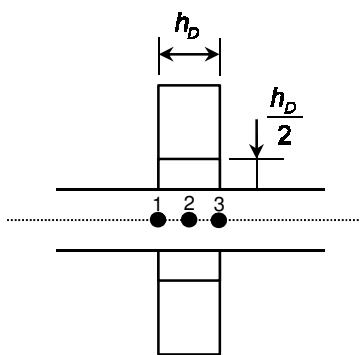


Figura 3.2 – Modelo adotado para o acoplamento dos discos ao eixo (LALANNE; FERRARIS, 1998).

Em relação ao eixo, este é modelado como uma viga de seção transversal circular e com diâmetro constante. Este elemento finito (comprimento L) possui dois nós (1 e 2), incluindo quatro deslocamentos (u_1 , u_2 , w_1 e w_2) e quatro rotações (θ_1 , θ_2 , φ_1 e φ_2), como mostra a Fig. 3.3.

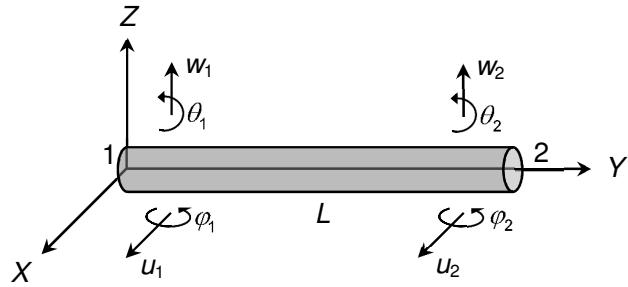


Figura 3.3 – Gdl associados ao elemento finito construído para representar o eixo.

Com relação aos gdl do elemento de disco, o vetor de deslocamentos nodais do eixo é dado por:

$$\mathbf{q} = [u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \varphi_2]^T \quad (3.10)$$

o qual inclui os deslocamentos \mathbf{q}_u e \mathbf{q}_w , correspondendo aos movimentos nas direções X e Z , respectivamente.

$$\mathbf{q}_u = [u_1 \quad \varphi_1 \quad u_2 \quad \varphi_2]^T \quad (3.11)$$

$$\mathbf{q}_w = [w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2]^T \quad (3.12)$$

O elemento finito é construído a partir das seguintes relações:

$$u = \mathbf{N}_1 \mathbf{q}_u \quad (3.13)$$

$$w = \mathbf{N}_2 \mathbf{q}_w \quad (3.14)$$

onde $\mathbf{N}_1 = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4]$ e $\mathbf{N}_2 = [c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8]$ são vetores formados por coeficientes de equações polinomiais de terceira ordem (hipótese considerada), conhecidos como polinô-

mios de Hermite (IMBERT, 1995). Tais polinômios descrevem os deslocamentos nodais nos planos XY e ZY , respectivamente, onde c_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) são os coeficientes correspondentes. Estas funções de interpolação são obtidas resolvendo o sistema linear formado quando aplicadas sobre as Eqs. (3.13) e (3.14) as condições de contorno do problema. Os coeficientes das funções de interpolação são então determinados, resultando nas equações de deslocamento e rotação ao longo do comprimento da árvore.

$$\mathbf{N}_1(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{N}_2(y) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} & y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} & \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} & -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A formulação da energia cinética do eixo vem como uma extensão da formulação realizada para o disco, Eq. (3.4). Assim, para o elemento de eixo com comprimento L , utilizando as Eqs. (3.15) e (3.16), a expressão da energia cinética é dada por:

$$\begin{aligned} T_s = & \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left[\dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{N}_1^T \mathbf{N}_1 \dot{\mathbf{q}}_u + \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{N}_2^T \mathbf{N}_2 \dot{\mathbf{q}}_w \right] dy \\ & + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\dot{\mathbf{q}}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_1}{dy} \dot{\mathbf{q}}_u + \dot{\mathbf{q}}_w^T \frac{d\mathbf{N}_2^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \dot{\mathbf{q}}_w \right] dy \\ & - 2\rho I_Y \Omega \int_0^L \dot{\mathbf{q}}_u^T \frac{d\mathbf{N}_1^T}{dy} \frac{d\mathbf{N}_2}{dy} \mathbf{q}_w dy + \rho I_Y L \Omega^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde ρ é a massa por unidade de volume, S é a área da seção transversal do eixo, I é o momento de inércia em relação às coordenadas X ou Z ($I = I_X = I_Z$) e I_Y é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo em relação à coordenada Y . Na Eq. (3.16), a primeira integral representa a energia do eixo em flexão, a segunda integral retrata o efeito secundário da inércia de rotação (*Rayleigh*) e a última integral representa o efeito giroscópico. O último termo é constante e não tem influência nas equações.

Substituindo as Eqs. (3.15) e (3.16) na Eq. (3.17), chega-se em:

$$T_s = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_u + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_2 \dot{\mathbf{q}}_w + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_3 \dot{\mathbf{q}}_u + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_w^T \mathbf{M}_4 \dot{\mathbf{q}}_w + \Omega \dot{\mathbf{q}}_u^T \mathbf{M}_5 \mathbf{q}_w + \rho I_Y L \Omega^2 \quad (3.18)$$

onde as matrizes \mathbf{M}_1 e \mathbf{M}_2 são as matrizes clássicas de massa, \mathbf{M}_3 e \mathbf{M}_4 dão a influência do efeito secundário da inércia de rotação e \mathbf{M}_5 é o efeito giroscópico. A aplicação da equação de Lagrange na Eq. (3.18) leva à:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_S}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T_S}{\partial \mathbf{q}} = (\mathbf{M}_S + \mathbf{M}_T) \ddot{\mathbf{q}} + \Omega \mathbf{D}_S \dot{\mathbf{q}} + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st} \mathbf{q} \quad (3.19)$$

onde a soma das matrizes \mathbf{M}_S e \mathbf{M}_T resultam na matriz de massa \mathbf{M} , mostrada na Eq. (3.1) (\mathbf{D}_g é resultado da soma das matrizes \mathbf{D}_S e \mathbf{D}_D ; *gdl* correspondentes). Contudo, as matrizes elementares formuladas a partir da energia cinética do eixo são apresentadas a seguir (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$\mathbf{M}_S = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 & \\ 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 & \\ & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 & \\ & & 156 & 0 & 0 & 22L & \\ & & & 156 & -22L & 0 & \\ & & & & 4L^2 & 0 & \\ & & & & & 4L^2 & \\ SIM. & & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 & \\ 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 & \\ & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 & \\ & & 36 & 0 & 0 & 3L & \\ & & & 36 & -3L & 0 & \\ & & & & 4L^2 & 0 & \\ & & & & & 4L^2 & \\ SIM. & & & & & & \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{D}_S = \frac{\rho I_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L & \\ 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & 0 & L^2 & \\ & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 & & \\ & 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & & \\ & & 0 & 0 & 3L & 0 & & \\ & & & 0 & -4L^2 & 0 & \\ -SIM. & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{K}_{st} = \frac{\rho I_Y}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.3 Matriz Associada à Energia de Deformação

Seja o elemento de eixo com comprimento L ($0 \leq \zeta \leq L$) mostrado na Fig. 3.4. Considere este sistema em flexão pura no plano YZ e engastado no nó 1. Ao nó 2 é aplicada uma força Z_2 e um momento fletor M_{x2} . Os gdl de deslocamento e rotação referentes ao nó 2 continuam sendo w_2 e θ_2 , respectivamente.

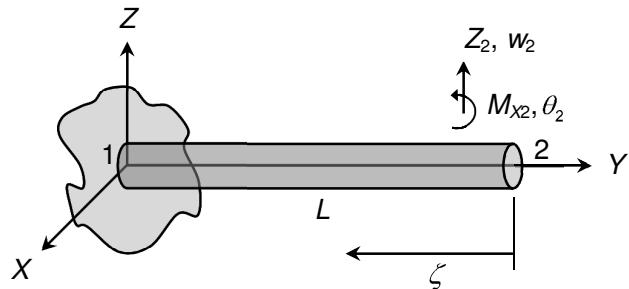


Figura 3.4 – Eixo engastado em flexão pura no plano YZ .

Negligenciando a deformação devido ao esforço cortante (Timoshenko), a força cortante T_Z e o momento fletor M_X podem ser representados da seguinte forma:

$$T_Z(\zeta) = Z_2 \quad (3.24)$$

$$M_X(\zeta) = M_{x2} + Z_2 \zeta \quad (3.25)$$

A energia de deformação do eixo U_{M_X} em função do momento aplicado é dada por:

$$U_{M_x} = \int_0^L \frac{M_x^2}{2EI} d\zeta = \int_0^L \frac{(M_{x2} + Z_2 \zeta)^2}{2EI} d\zeta \quad (3.26)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young.

Aplicando o segundo teorema de Castigliano, obtém-se as expressões para os *gdl* referentes ao deslocamento transversal e a rotação na extremidade do eixo (nó 2), Eqs. (3.27) e (3.28), respectivamente.

$$w_2 = \frac{\partial U_{M_x}}{\partial Z_2} = \int_0^L \frac{(M_{x2} + Z_2 \zeta)}{EI} \zeta d\zeta = \frac{L^3}{3EI} Z_2 + \frac{L^2}{2EI} M_{x2} \quad (3.27)$$

$$\theta_2 = \frac{\partial U_{M_x}}{\partial M_{x2}} = \int_0^L \frac{(M_{x2} + Z_2 \zeta)}{EI} d\zeta = \frac{L^2}{2EI} Z_2 + \frac{L}{EI} M_{x2} \quad (3.28)$$

Assim, a relação de flexibilidade pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{YZc} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{x2} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{x2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

onde \mathbf{C}_{YZc} é a matriz de flexibilidade do elemento engastado em flexão pura (plano YZ).

Consequentemente, \mathbf{K}_{YZc} representa a matriz de rigidez do mesmo elemento como mostra a Eq. (3.30).

$$\mathbf{K}_{YZc} = \mathbf{C}_{YZc}^{-1} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

A deformação devido ao esforço cortante (*Timoshenko*) é agora adicionada à Eq. (3.30), considerando a expressão para a deformação cisalhante γ_{YZ} no eixo.

$$\gamma_{YZ} = \frac{\tau_{YZ}}{G} = \frac{Z_2}{k_Y GS_r} \quad (3.31)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal (cisalhamento) do material do eixo, S_r é a área reduzida da seção transversal (considerado igual a área da seção transversal S por Lalanne e Ferraris, 1998) e k_Y é o coeficiente de forma da seção ao cisalhamento, que é a seção transversal ao longo da coordenada Y (HUTCHINSON, 2001).

$$k_Y = \frac{6(1+\nu)^2}{7+12\nu+4\nu^2} \quad (3.32)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson.

Desta forma, a energia de deformação do eixo devido ao esforço de cisalhamento é dada pela seguinte equação:

$$U_{T_z} = \int_0^L \frac{k_Y GS}{2} \gamma_{yz}^2 d\zeta = \int_0^L \frac{1}{2k_Y GS} T_z^2 d\zeta = \int_0^L \frac{1}{2k_Y GS} Z_2^2 d\zeta = \frac{Z_2^2 L}{2k_Y GS} \quad (3.33)$$

Aplicando o segundo teorema de Castigliano na Eq. (3.33), chega-se a flecha suplementar Δw_2 devido ao esforço cisalhante.

$$\Delta w_2 = \frac{\partial U_{T_z}}{\partial Z_2} = \frac{Z_2 L}{k_Y GS} \quad (3.34)$$

Portanto, a Eq. (3.27) torna-se:

$$w_2 = \frac{L^3}{3EI} Z_2 + \frac{L^2}{2EI} M_{x2} + \Delta w_2 = \frac{L^3}{3EI} \left(1 + \frac{\vartheta_Y}{4}\right) Z_2 + \frac{L^2}{2EI} M_{x2} \quad (3.35)$$

$$\text{onde } \vartheta_Y = \frac{12EI}{k_Y GSL^2}.$$

Assim sendo, a matriz de flexibilidade na presença do efeito de esforço cisalhante torna-se:

$$\mathbf{C}_{yzcT} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\vartheta_Y}{4}\right) & \frac{L^2}{2} \\ \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Consequentemente, a nova matriz de rigidez para o eixo engastado é dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{K}_{YZcT} = \mathbf{C}_{YZcT}^{-1} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_Y)}{12}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Seja agora o elemento de eixo de comprimento L , agora em flexão pura no plano YZ como o eixo da Fig. 3.5. Neste caso, o engaste foi retirado, deixando o eixo livre. Aos nós 1 e 2 são aplicadas as forças e momentos fletores Z_1 e M_{x1} e Z_2 e M_{x2} , respectivamente. Os gdl de deslocamento e rotação referentes aos nós 1 e 2 continuam sendo w_1 , θ_1 e w_2 e θ_2 , respectivamente.

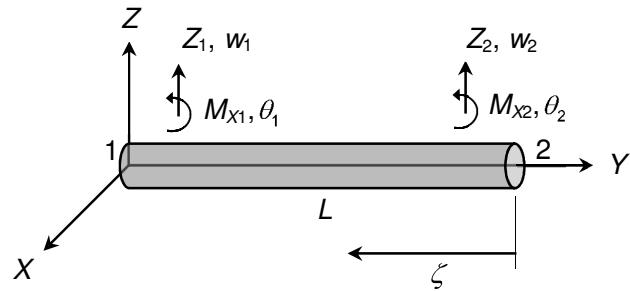


Figura 3.5 – Eixo livre em flexão pura no plano YZ .

As equações de equilíbrio das forças e momentos do eixo livre podem ser escritas da seguinte forma:

$$Z_1 + Z_2 = 0 \quad (3.38)$$

$$M_{x1} + Z_2 L + M_{x2} = 0 \quad (3.39)$$

As Eqs. (3.38) e (3.39) podem ser agrupadas matricialmente, chegando-se a:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{x1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{x1} \end{bmatrix} + \Phi \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{x2} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.40)$$

Imbert (1995) demonstra que a matriz de rigidez elementar de um corpo livre de restrições de movimento \mathbf{K}_L pode ser calculada imediatamente a partir da matriz de rigidez \mathbf{K}_c do mesmo corpo em uma condição de engaste (Fig. 3.4). Para isto, a Eq. (3.41) pode ser utilizada.

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} -\Phi \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{K}_c \begin{bmatrix} -\Phi^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

onde Φ é definida na Eq. (3.40) e \mathbf{I} trata-se de uma matriz identidade de ordem 2.

É importante ressaltar que Φ muda conforme o plano em análise. Assim, para o plano YZ em questão é conveniente denominar esta matriz por Φ_{YZ} e a Eq. (3.40) torna-se:

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ M_{X_1} \end{bmatrix} + \Phi_{YZ} \begin{bmatrix} Z_2 \\ M_{X_2} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

A matriz de rigidez elementar do eixo no plano de flexão YZ é obtida a partir da Eq. (3.41) com $\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_{YZcT}$ e $\Phi = \Phi_{YZ}$, como mostrado a seguir.

$$\mathbf{K}_{YZ} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{L}{2} \\ -\frac{L}{2} & \frac{(4+\vartheta_Y)}{12}L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

onde o resultado final é dado por (linhas e colunas referentes ao vetor de *gdl* \mathbf{q}_w , Eq. (3.12)):

$$\mathbf{K}_{YZ} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & (4+\vartheta_Y)L^2 & -6L & (2-\vartheta_Y)L^2 \\ S/M. & & 12 & -6L \\ & & & (4+\vartheta_Y)L^2 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Será agora considerado o plano XY , também com o eixo em flexão pura, seus *gdl* (u_1 , φ_1 , u_2 e φ_2) e forças e momentos fletores aplicados (X_1 , M_{Z1} , X_2 e M_{Z2}), como mostra a Fig. 3.6. As matrizes de flexibilidade e rigidez do eixo engastado em flexão pura no plano XY são deduzidas adotando um procedimento similar ao realizado para o plano YZ ; Eqs. (3.45) e (3.46), respectivamente (na presença do efeito de esforço cisalhante).

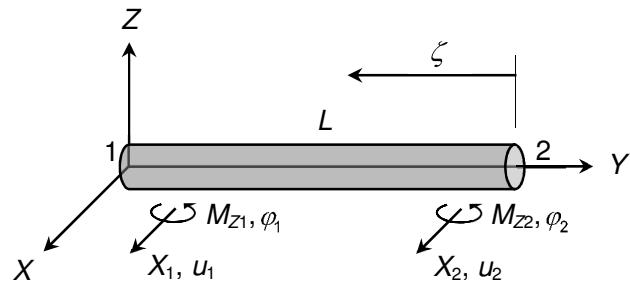


Figura 3.6 – Eixo livre em flexão pura no plano XY.

$$\mathbf{C}_{XYcT} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3} \left(1 + \frac{\vartheta_Y}{4}\right) & -\frac{L^2}{2} \\ -\frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{K}_{XYcT} = \mathbf{C}_{XYcT}^{-1} = \frac{12EI}{L^3(1 + \vartheta_Y)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} & \frac{(4 + \vartheta_Y)}{12} L^2 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

As equações de equilíbrio das forças e momentos do eixo livre para o plano XY são descritas da seguinte forma:

$$X_1 + X_2 = 0 \quad (3.47)$$

$$M_{z1} - X_2 L + M_{z2} = 0 \quad (3.48)$$

As Eqs. (3.47) e (3.48) podem ser agrupadas matricialmente, chegando-se a:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ M_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ M_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ M_{z1} \end{bmatrix} + \Phi_{XY} \begin{bmatrix} X_2 \\ M_{z2} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.49)$$

A matriz de rigidez elementar do eixo no plano de flexão XY é obtida a partir da Eq. (3.41) com $\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_{XYcT}$, porém alterando a relação $\Phi = \Phi_{YZ}$ para $\Phi = \Phi_{XY}$, conforme abaixo:

$$\mathbf{K}_{XY} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ L & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & & \frac{L}{2} & \\ & \frac{L}{2} & & \\ & & (4+\vartheta_Y)L^2 & \\ & & & \frac{12}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

onde o resultado final é dado por (linhas e colunas referentes ao vetor de *gd/ q_u*, Eq. (3.11)):

$$\mathbf{K}_{XY} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ & (4+\vartheta_Y)L^2 & 6L & (2-\vartheta_Y)L^2 \\ & & 12 & 6L \\ & & & (4+\vartheta_Y)L^2 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Ordenando os *gd/* conforme o vetor **q** da Eq. (3.10), de forma a adequá-los a ordem utilizada por Lalanne e Ferraris (1998), chega-se à matriz de rigidez do elemento completo (Fig. 3.3), **K**, conforme apresentada na Eq. (3.1):

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 12 & 6L & 0 & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ & (4+\vartheta_Y)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-\vartheta_Y)L^2 & 0 & \\ & & (4+\vartheta_Y)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-\vartheta_Y)L^2 & \\ & & & 12 & 0 & 0 & 6L & \\ & & & & 12 & -6L & 0 & \\ & & & & & (4+\vartheta_Y)L^2 & 0 & \\ & & & & & & (4+\vartheta_Y)L^2 & \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{K} = \frac{12EI}{L^3(1+\vartheta_Y)} \mathbf{K}_s \quad (3.53)$$

3.4 Força de Desbalanceamento

A força de desbalanceamento é definida por uma massa m_u situada a uma distância d do centro geométrico do eixo, que por sua vez têm coordenadas (u, w) em relação ao ponto O_E . Considera-se que a massa se mantém em um plano perpendicular ao eixo Y , como mostra a Fig. 3.7 (este plano permanece imóvel). A massa m_u é assumida como sendo muito menor que a massa do rotor.

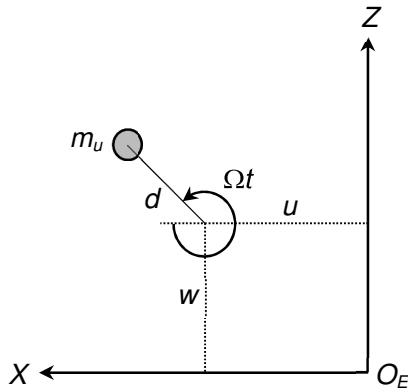


Figura 3.7 – Massa de desbalanceamento (LALANNE; FERRARIS, 1998).

A energia cinética T_u da massa m_u pode ser calculada, sendo dada por:

$$T_u = \frac{m_u}{2} [\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 d^2 + 2\Omega d \dot{u} \sin(\Omega t) - 2\Omega d \dot{w} \cos(\Omega t)] \quad (3.54)$$

onde o termo $\Omega^2 d^2$ é constante e não tem influência nas equações. Assim, a expressão da energia cinética é escrita como:

$$T_u \approx m_u \Omega d [\dot{u} \sin(\Omega t) - \dot{w} \cos(\Omega t)] \quad (3.55)$$

Aplicando a equação de Lagrange na Eq. (3.55), chega-se a:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial u} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.56)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_u}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_u}{\partial w} = -m_u d \dot{\Omega} \cos(\Omega t) + m_u d \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.57)$$

Portanto, as forças de desbalanceamento \mathbf{F}_u (Eq. (3.1)) a serem aplicadas nas direções X e Z em um nó do modelo matemático constituído de elementos de eixo são, respectivamente, F_{ux} e F_{uz} como mostradas a seguir.

$$F_{ux} = -m_u d \dot{\Omega} \sin(\Omega t) - m_u d \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (3.58)$$

$$F_{uz} = -m_u d\dot{\Omega} \cos(\Omega t) + m_u d\Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (3.59)$$

3.5 Força de Sustentação nos Mancais

A Eq. (3.60) mostra as forças de sustentação \mathbf{F}_m (Eq. (3.1)) exercidas pelos mancais quando solicitados em contrapartida aos deslocamentos e velocidades nodais das partes rotativas do sistema nas direções X e Z , F_{mX} e F_{mZ} , respectivamente.

$$\begin{bmatrix} F_{mX} \\ F_{mZ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_{xx} & d_{xz} \\ d_{zx} & d_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

onde a disposição dos coeficientes de rigidez (k_{xx} , k_{xz} , k_{zx} e k_{zz}) e amortecimento (d_{xx} , d_{xz} , d_{zx} e d_{zz}) entre o mancal B e o centro do eixo O_E é apresentada pela Fig. 3.8. Dois tipos de mancais serão utilizados nesta Tese de Doutorado, os mancais de rolamentos e os mancais hidrodinâmicos cilíndricos. A diferença entre os modelos se dá desconsiderando os termos chamados de termos cruzados (k_{xz} , k_{zx} , d_{xz} e d_{zx}), quando eixos sobre mancais de rolamentos são analisados.

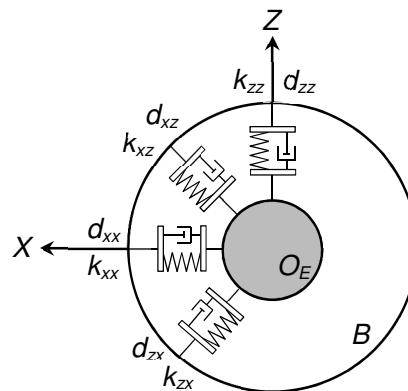


Figura 3.8 – Coeficientes de rigidez e amortecimentos dos mancais (LALANNE; FERRARIS, 1998).

O efeito dinâmico do acoplamento mecânico entre o motor elétrico e o rotor será abordado oportunamente ao longo desta Tese de Doutorado. Desta mesma forma, no decorrer do texto, serão apresentados os tópicos envolvendo o tipo de solução adotada para a equação do movimento do rotor (Eq. (3.1)). Serão mostrados os conceitos matemáticos envolvidos na solução no domínio modal (método Pseudo-Modal) e no domínio do tempo (método Direto).

Página intencionalmente deixada em branco.

CAPÍTULO IV

Bancada Experimental de Testes

Este Capítulo contempla os detalhes da bancada de testes projetada e construída para a aplicação das técnicas de SHM desenvolvidas nesta Tese de Doutorado. Inicialmente são mostradas as partes que compõem o equipamento (sistemas de acionamento e controle de velocidade, dimensões e características principais das peças, sensores de deslocamento e de posição angular, atuadores eletromagnéticos, etc). Em seguida são descritas as etapas de construção do modelo em Elementos Finitos, seu ajuste com os sinais de vibração medidos (solução do problema inverso associado por meio de um método heurístico de otimização). Por fim, faz-se a validação do modelo comparando as respostas obtidas por simulação computacional com as medidas experimentalmente. São apresentadas as respostas no domínio da frequência e do tempo (FRF e respostas temporais obtidas a partir de diferentes forças de desbalanceamento, respectivamente).

Todas as peças que compõe a bancada de testes e que não são incorporadas de forma direta do modelo em Elementos Finitos foram projetadas de modo a manter suas frequências naturais fora da faixa de operação do equipamento (componentes considerados fundamentais para o adequado comportamento dinâmico do rotor¹). Neste sentido, apesar de não apresentadas, a fase de desenvolvimento contou com avaliações pertinentes realizadas no *software ANSYS Workbench*[®]. Em algumas das peças, após a construção, foram realizados testes experimentais para confirmar os resultados obtidos via *software*.

4.1 Projeto da Bancada

A Fig. 4.1 apresenta a bancada de testes mencionada, montada em uma de suas configurações. Trata-se de um sistema rotativo com eixo horizontal de 17 mm de diâmetro e que, devido à versatilidade do equipamento, pode chegar até a 1000 mm de comprimen-

¹ As dimensões dos mancais, por exemplo, não são consideradas. Somente as suas rigidezes.

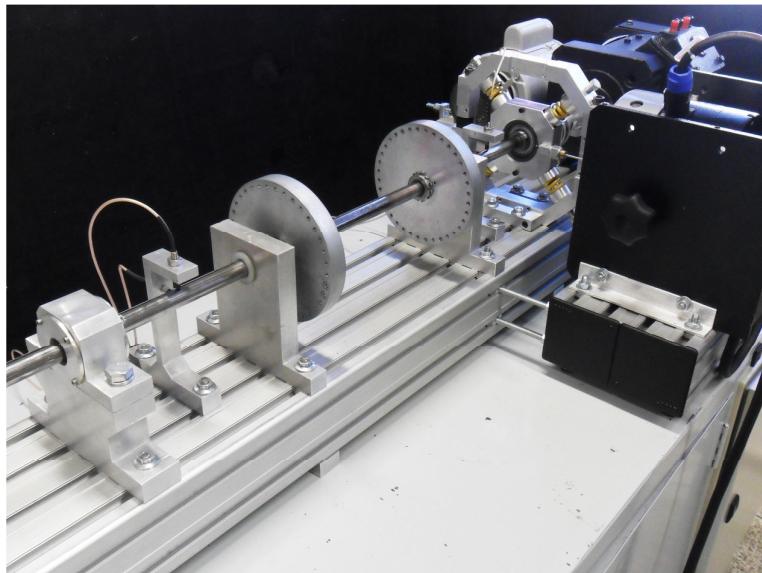


Figura 4.1 – Bancada de testes projetada e construída no LMEst (FEMEC/UFU).

to (eixo em aço 1045; retificado h7). O eixo é suportado por dois mancais de rolamentos, sendo um deles híbrido (mancal com atuadores eletromagnéticos). O sistema é acionado por um motor elétrico de corrente contínua.

Este projeto foi desenvolvido visando à versatilidade de equipamento, ou seja, buscando soluções para que alterações na sua configuração pudessem ser realizadas com facilidade. Desta forma, o rotor é montado sobre um perfil de alumínio dotado de guias longitudinais (modelo 90x180 L) adquirido da empresa *Bosch Rexroth Corp*[®]. Este perfil faz parte da linha *Linear Motion and Assembly Technologies* e conta com parafusos, porcas, encaixes e outros componentes especialmente desenvolvidos para facilitar o acoplamento e deslocamento de peças. Nesta bancada, com o apoio das guias, o eixo se mantém alinhado quando a configuração é alterada (por exemplo, no reposicionamento de mancais). As mesmas guias são utilizadas também como referência na mudança da posição dos sensores.

O perfil de alumínio é fixado sobre uma bancada base com, aproximadamente, 1500 mm de comprimento, 900 mm de altura e 700 mm de largura, como mostra a Fig. 4.2. Esta bancada possui absorvedores de vibração (*Vibra-Stop*[®] modelo MAC) fixados em seus apoios para atenuar excitações provenientes do solo. É importante ressaltar que o perfil 90x180 L foi escolhido por ser altamente resistente a cargas de flexão e torção (além de cargas axiais). Isto, de certa maneira, auxilia o isolamento do rotor contra eventuais movimentos sofridos pela bancada base.

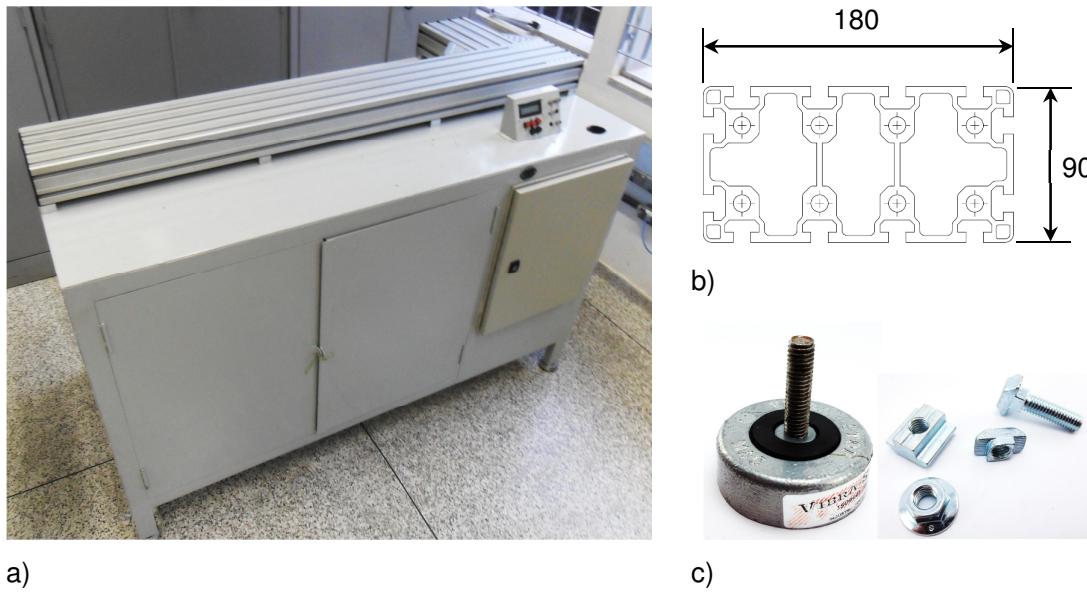


Figura 4.2 – Imagem em perspectiva da bancada base: a) perfil de alumínio, painel elétrico e de comandos dispostos na bancada base; b) seção transversal do perfil de alumínio selecionado (dimensões em mm); c) Vibra-Stop® e alguns componentes do perfil.

A bancada base comporta ainda o sistema de acionamento do motor elétrico (painel elétrico na parte inferior direita da Fig. 4.2), o painel de comandos de velocidade (logo acima do painel elétrico) e um compartimento onde ficam guardadas as peças sobressalentes e estão instalados os sistemas auxiliares dos sensores e atuadores eletromagnéticos (*drivers*, amplificadores de corrente, etc).

Como mencionado, o rotor é acionado por um motor elétrico. Trata-se de um motor de corrente contínua de 0,5 CV (*Varimot*® modelo BN90M), no qual o controle de velocidade é realizado através de um controlador PID com precisão de ± 1 rev/min. Este sistema foi desenvolvido (no LMEst) para o rotor operar segundo duas condições distintas: velocidade constante qualquer entre 100 e 4200 rev/min² ou por meio de uma entrada rampa para qualquer valor inicial e final de velocidade (*run-up* ou *run-down* dentro da faixa de operação pré-definida) e tempo de execução (limitado pela capacidade do motor elétrico). A posição angular e velocidade de rotação são monitoradas através de um *encoder* (*Suprasonic*® modelo CSS58C-6), acoplado no motor (extremidade livre do eixo), capaz de fornecer 1 ou 720 pulsos por revolução do eixo. A Fig. 4.3 mostra o motor elétrico e o *encoder* utilizados na bancada de testes.

² Limites inferior e superior definidos por motivos de segurança.

O motor não é fixado diretamente no perfil de alumínio. Para isto, dois suportes guia-dos são utilizados (Fig. 4.4). As guias dos suportes se encaixam perfeitamente no perfil, mantendo o alinhamento do motor mesmo quando sua movimentação é necessária.



Figura 4.3 – Motor elétrico e *encoder* da bancada de testes.

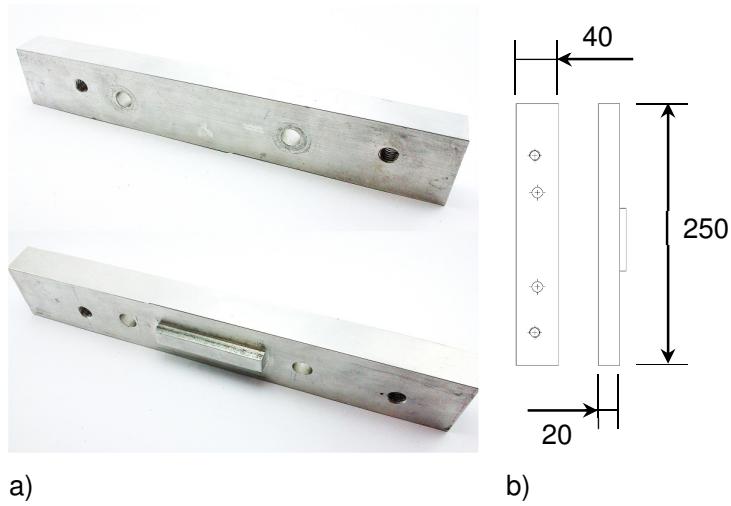


Figura 4.4 – Suportes do motor de corrente contínua: a) perspectivas de um dos suportes confeccionados (guia em detalhe); b) principais dimensões (mm).

O movimento de rotação é transmitido do motor elétrico para o eixo através de um acoplamento *Lami-Tord*® (*Acoplast*® modelo GTG 402 100), dispositivo que minimiza a interação entre as partes conectadas (projeto em alumínio pela empresa, especialmente para esta aplicação). Sinais de aceleração foram medidos nas extremidades do acoplamento após sua montagem, ficando comprovado que o dispositivo realmente minimiza (mas não elimina) a interação entre o motor e o rotor (redução de 500%, aproximadamente,

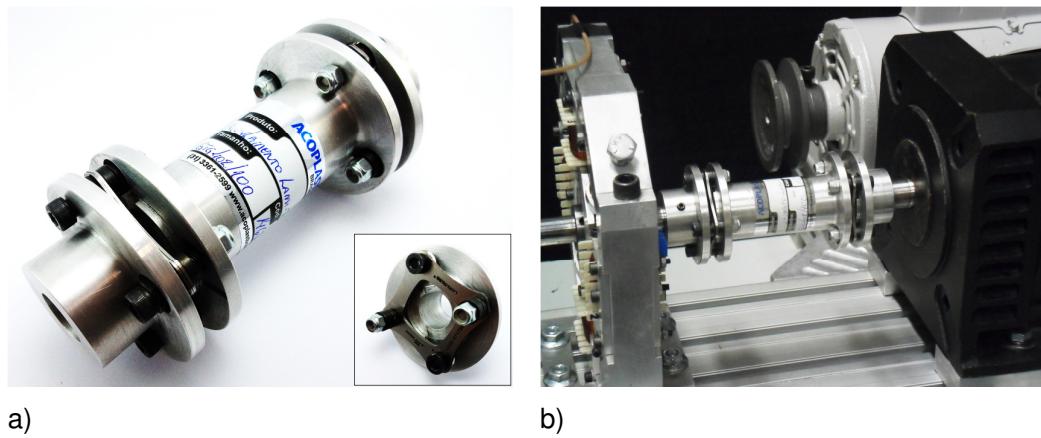


Figura 4.5 – Detalhes do acoplamento *Lami-Torq*[®]: a) acoplamento e parte fixa ao eixo (lâminas); b) disposição após a montagem.

na amplitude dos sinais medidos). A Fig. 4.5 mostra o acoplamento antes e após sua montagem. As partes do acoplamento fixas aos eixos do motor e rotor possuem massa de 0,149 kg cada (uma delas incorporada no modelo em Elementos Finitos do rotor).

A bancada possui um motor adicional de indução monofásico com 0,5 CV (*Eberle*[®] modelo C48-E865) que, juntamente com o motor de acionamento principal (Fig. 4.3), é utilizado para trabalhos envolvendo geração de energia (realizados por outros pesquisadores do LMEst). Este motor é fixado em uma base com esticador (devido à correia flexível), também dotada de guias, que desliza sobre uma extensão do perfil de alumínio. O motor adicional, fixado à sua base, é mostrado na Fig. 4.6.



Figura 4.6 – Detalhes do motor sobressalente utilizado em outras aplicações.

O sistema foi projetado para operar com até quatro discos rígidos distribuídos ao longo do eixo. Discos de aço 1020 foram usinados (posteriormente galvanizados) com 150 mm

de diâmetro e 20 mm de espessura (aproximadamente 2,650 kg cada). Estas peças contam com furos roscados (rosca M3) a cada 10° , destinados ao posicionamento de massas para balanceamento e desbalanceamento da máquina (furos localizados a 680 mm do centro do disco). A fixação de cada disco no eixo é feita através de buchas cônicas (BLG® modelo BH 304), geralmente utilizadas em rolamentos. Desta forma, o furo central de cada disco também é cônico para o perfeito encaixe da bucha. Os discos e a bucha são mostrados na Fig. 4.7 (os dois furos adicionais próximos ao central são essenciais para a aplicação que será apresentada no Capítulo VII).



Figura 4.7 – Detalhe de um dos discos e bucha utilizados na fixação.

A Fig. 4.8 apresenta um dos mancais do rotor (mancal usinado em alumínio). Neste mancal, um rolamento autocompensador de esferas com duas carreiras é utilizado (FAG® modelo 1204-K-TVH-C3). O anel interno deste rolamento é cônico. Sendo assim, a mesma bucha utilizada com os discos foi empregada para sua fixação no eixo. Nesta mesma figura, a tampa com anel de vedação (o rolamento permanece envolto por graxa) e um anel que auxilia o alojamento do rolamento dentro da cavidade do mancal são mostrados. Note que uma barreira de contenção interna foi usinada para manter o rolamento na porção central do mancal. Contudo, este mancal não é fixado diretamente no perfil de alumínio. Para isto, é utilizada uma base, também de alumínio, como mostra a Fig. 4.9. Para efeitos de alinhamento, a base também conta com guias.

O principal ponto deste projeto foi a idealização de um mancal capaz de manter o eixo suspenso e, ao mesmo tempo, aplicar sobre ele forças externas através de atuadores eletrromagnéticos. Esta solução é interessante por permitir a introdução de forças sem que ocorra o contato, característica fundamental para comprovar fenômenos que ocorrem exclusivamente em máquinas rotativas, além da aplicação de técnicas de controle ativo de vibrações, por exemplo.

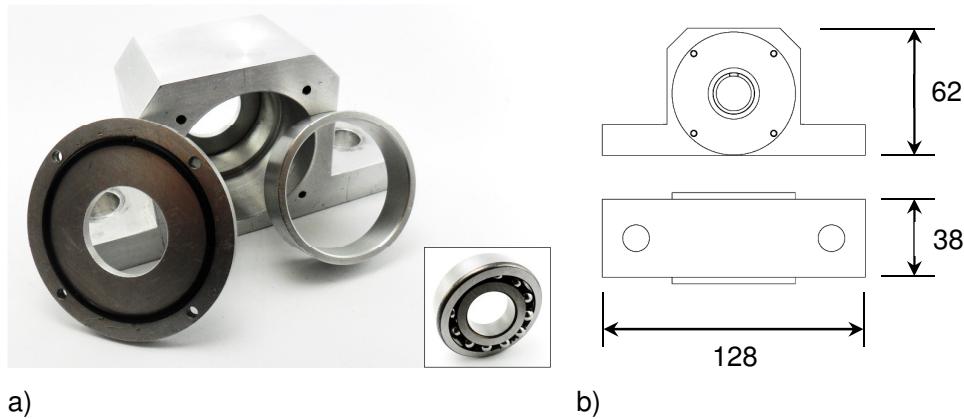


Figura 4.8 – Mancal com rolamento autocompensador: a) detalhes das peças constituintes; b) principais dimensões da carcaça do mancal (mm).

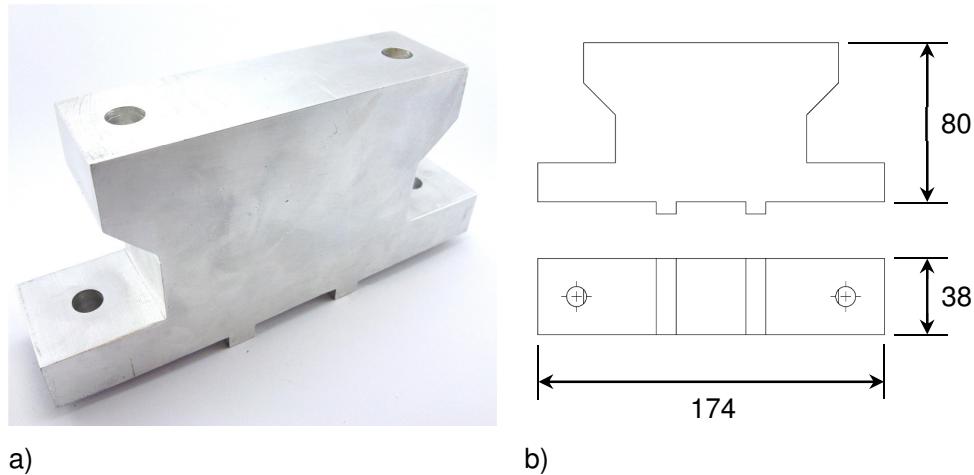


Figura 4.9 – Base guiada do mancal: a) perspectiva da base; b) principais dimensões (mm).

Existem projetos similares a este desenvolvidos por outros laboratórios, como é o caso do LaMCoS (*Laboratoire de Mécanique des Structures*) do INSA-Lyon e do Laboratório de Máquinas Rotativas da UNICAMP (apenas quanto ao atuador). No entanto, as especificidades da pesquisa desta tese motivou o desenvolvimento do sistema aqui apresentado. A Fig. 4.10 apresenta o mancal híbrido juntamente com todos seus componentes (mancal em sua montagem completa).

O mancal híbrido é formado por uma carcaça externa, composta de 4 subcomponentes e dois suportes de fixação (fixados ao perfil de alumínio), uma carcaça interna que comporta um rolamento Y (FRM® modelo Y 203 V22), 4 molas que interligam as carcaças (molas que permitem a suspensão do eixo comprimidas em 1,5 mm), oito copos de contenção para as molas e 4 conjuntos de bobinas eletromagnéticas (“*Es* e *Is*” ferromagnéticos) com seus

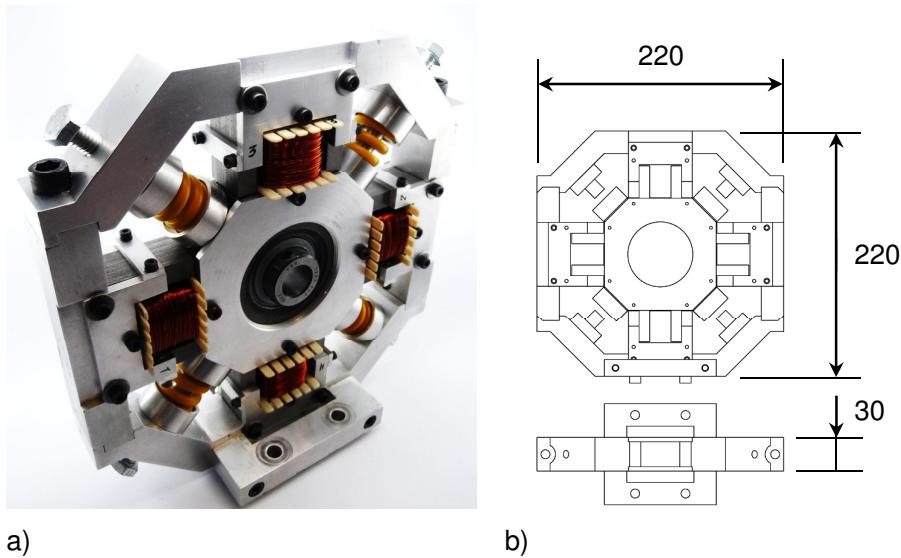


Figura 4.10 – Mancal híbrido projetado e construído.

respectivos suportes. A massa de toda a parte suspensa (a ser considerada no modelo de Elementos Finitos do rotor), compreendendo a carcaça interna, os “ls” ferromagnéticos, 4 copos de contenção, o rolamento Y e seu encaixe (roscado na carcaça interna), é de aproximadamente 1,125 kg.

A seleção das molas de sustentação foi feita tendo como objetivo utilizar as mais rígidas disponíveis no mercado, compatíveis com o espaço disponível no mancal híbrido. Neste sentido, foram selecionadas molas com rigidez de $3,74 \times 10^5$ N/m (32 mm de comprimento indeformado e 12,5 mm de diâmetro externo). A rigidez nominal de cada mola foi aferida antes da montagem do mancal utilizando o aparelho mostrado na Fig. 4.11 (Probat-Werk[®] modelo SF 25; capacidade máxima de aproximadamente 1000 N).



Figura 4.11 – Aparelho utilizado na aferição das molas do mancal híbrido.

A importância em conhecer os valores reais das rigidezes se dá pelo fato de que, de acordo com Rao (2008), um conjunto de molas idênticas dispostas da forma como é observado no mancal híbrido resulta em rigidezes com valores dobrados nas direções horizontal e vertical (rigidezes que são introduzidas no modelo do rotor). Felizmente os resultados obtidos ficaram próximos ao valor de rigidez informado pelo fabricante (resultados similares em todas as molas). A Fig. 4.12 apresenta os coeficientes de rigidez obtidos no carregamento e descarregamento de uma das molas (rigidez de $3,81 \times 10^5$ N/m determinada no carregamento e $3,76 \times 10^5$ N/m no descarregamento; ajuste considerando uma linha de tendência linear).

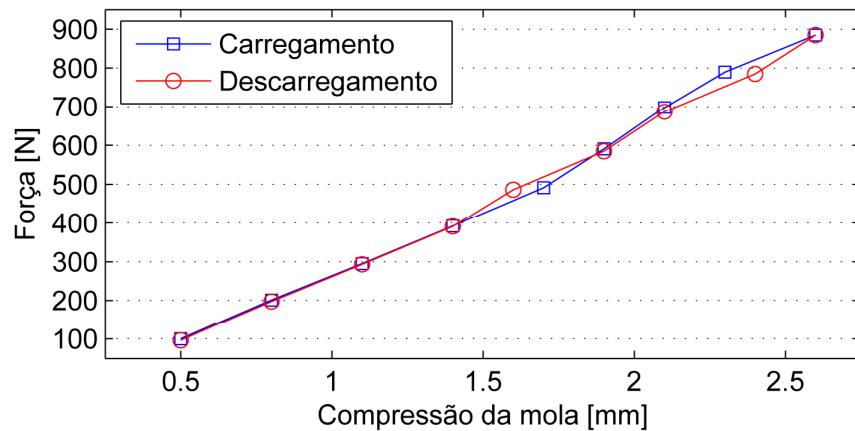


Figura 4.12 – Curvas de carregamento e descarregamento determinadas no ensaio de uma das molas de sustentação.

A Fig. 4.13 apresenta o conjunto que forma um dos quatro atuadores eletromagnéticos acoplados ao mancal híbrido (“E”, já com seu suporte, e “I” ferromagnéticos). Estes atuadores possuem 250 espiras feitas com fio de cobre. Desta forma, segundo o projeto, uma força

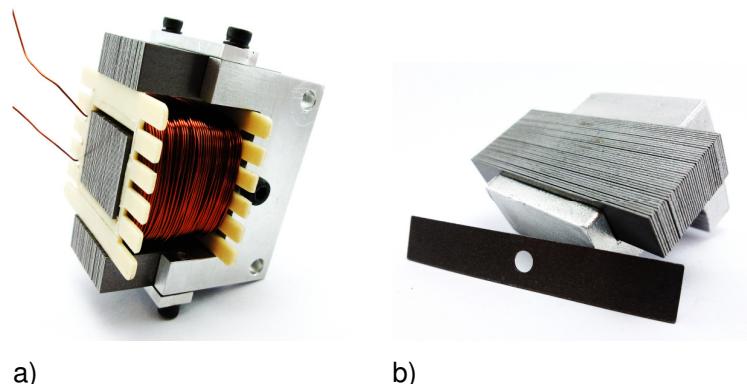


Figura 4.13 – Conjunto do atuador eletromagnético utilizado.

máxima de 200 N pode ser realizada por cada atuador aplicando uma corrente de 2,5 A (valores aproximados). As principais dimensões do conjunto são mostradas na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 – Principais dimensões dos atuadores eletromagnéticos.

Atuador Eletromagnético	Propriedades
	$a = 9,5 \text{ mm}$ $b = 38 \text{ mm}$ $c = 28,5 \text{ mm}$ $d = 9,5 \text{ mm}$ $f = 22,5 \text{ mm}$
	Força máxima para: <i>Effective air gap = 0,5 mm</i>

Para inserir tal corrente, foram adquiridos quatro amplificadores de corrente (*Maxon*[®] modelo ADS 50/10 201583), capazes de fornecer 10A para cada atuador eletromagnético (alimentação com tensão de 50V). Um dos amplificadores é mostrado na Fig. 4.14. Apesar do sistema de atuadores ter sido mostrado (por integrar um dos mancais do equipamento e apenas para fins de ilustração), sua caracterização experimental não faz parte do escopo desta tese. Isto porque o sistema mencionado tem por finalidade fornecer condições experimentais para outros trabalhos em andamento no laboratório. A validação e aplicação experimental dos atuadores eletromagnéticos estão em fase de conclusão, sendo realizadas por outro pesquisador do LMEst.



Figura 4.14 – Amplificador utilizado para abastecer os atuadores do mancal híbrido.

Para a medição dos sinais de vibração, o rotor conta com quatro conjuntos de sensores de proximidade e *drivers* (*SKF*[®] modelo CMSS 65-002-00-12-10 e *SKF*[®] modelo CMSS

665, respectivamente). Estes sensores, mostrados na Fig. 4.15, possuem uma faixa de trabalho linear entre 0 e 2 mm. Todos foram devidamente calibrados antes da utilização.

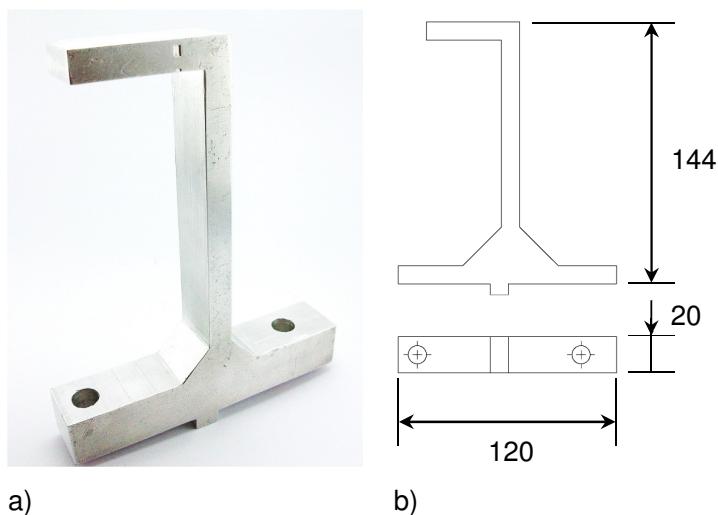


a)

b)

Figura 4.15 – Conjunto para medição dos sinais de vibração: a) sensor de proximidade; b) driver associado.

Na bancada de testes, os sensores são dispostos ortogonalmente (direções vertical e horizontal) em dois planos distintos posicionados ao longo do eixo. Para isto, dois suportes de alumínio foram construídos como mostra a Fig. 4.16. Observe que os suportes também possuem guias que, como mencionado, são de grande valia quanto à necessidade de alterar qualquer um dos planos de medição.



a)

b)

Figura 4.16 – Suporte utilizado para os sensores de proximidade: a) imagem em perspectiva; b) principais dimensões (mm).

A bancada de testes ainda conta com dois sistemas de segurança contra possíveis falhas repentinas, principalmente a ruptura do eixo com o sistema em operação (opera até

4200 rev/min, podendo conter trincas em determinados testes). Para tanto, foram incorporadas duas barras de alumínio (espessura de 20 mm) que restringem o movimento do eixo em caso de quebra ou desbalanceamento excessivo (localizadas nas proximidades dos discos na Fig. 4.1). Além disso, o sistema de controle do motor elétrico possui um dispositivo que o desliga automaticamente em caso de falha (causa variações excessivas na corrente do motor). Assim sendo, a próxima seção descreve a construção e validação do modelo matemático em Elementos Finitos da bancada apresentada.

4.2 Modelo em Elementos Finitos

A Fig. 4.17 apresenta o modelo matemático construído para representar o comportamento dinâmico do rotor da Fig. 4.1. Neste modelo são utilizados 33 elementos de eixo (*Timoshenko*), quantidade determinada com base na convergência dos 12 primeiros modos de vibrar do sistema. Nesta configuração, o eixo flexível de aço possui 860 mm de comprimento ($E = 205 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 0,29$). Em conformidade com o que foi mostrado na seção anterior, são incorporados ao modelo dois discos rígidos D_1 (nó #13) e D_2 (nó #23) com massas de 2,637 kg e 2,649 kg, respectivamente. Além disso, são utilizados dois mancais de rolamento B_1 e B_2 , localizados sobre os nós #4 (mancal híbrido) e #31, respectivamente. Os nós #1 e #2 contam com a massa da parte do acoplamento que fica conectada no eixo (0,149 kg). Os sensores, como no experimento, foram posicionados ao longo das direções ortogonais dos nós #8 e #28, denominados S_{8X} , S_{8Z} , S_{28X} , e S_{28Z} (planos de medição S_8 e S_{28}).

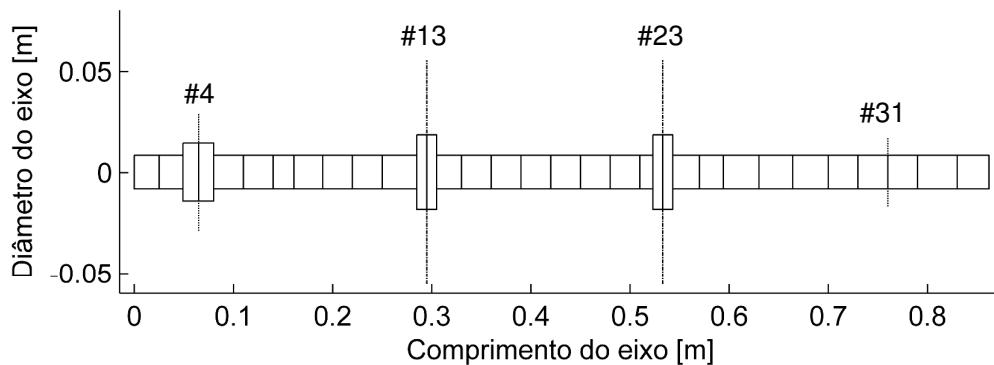


Figura 4.17 – Modelo em Elementos Finitos do rotor da bancada experimental.

Na sequência são mostradas as etapas de ajuste, que seguem os procedimentos adotados por Morais (2010), e posterior validação do modelo matemático em Elementos Finitos.

4.2.1 Ajuste do Modelo Matemático do Rotor

O ajuste do modelo matemático com os sinais experimentais foi realizado no domínio da frequência (determinação dos parâmetros considerados desconhecidos). Para isto, com o sistema inicialmente em repouso, foram obtidas FRFs diretamente na bancada de testes aplicando impactos (martelo de impacto *PCB*® modelo 086C01) ao longo das direções horizontal e vertical (*X* e *Z*) de ambos os discos D_1 e D_2 , separadamente. Os sinais de resposta foram medidos utilizando os dois sensores posicionados na mesma direção do impacto, levando a um total de 8 FRFs obtidas (medidas realizadas através do analisador de sinais *Agilent*® modelo 35670A em uma faixa de aquisição de 0 a 200 Hz em passos de 0,25 Hz; 20 FRF medidas para o cálculo de médias).

Neste processo, foram considerados desconhecidos os coeficientes λ e β do amortecimento proporcional \mathbf{D}_p e a rigidez de rotação, decorrente do efeito dinâmico introduzido pelo dispositivo utilizado no acoplamento do motor elétrico com o eixo (Fig. 4.5). Essa rigidez é aplicada ao nó #1 do modelo em Elementos Finitos e é considerada idêntica em ambas as direções (*gdl* θ e φ). Além destes, são desconhecidos os coeficientes de rigidez e amortecimento de cada um dos mancais (coeficientes ao longo das direções horizontal e vertical). Neste caso, os coeficientes cruzados são nulos neste caso (veja a Eq. (3.60)). Assim, no processo de ajuste existem 11 parâmetros desconhecidos que são apresentados na Tab. 4.2 juntamente com os prováveis limites entre os quais se encontram os mesmos (espaços de busca adotados no procedimento de minimização mostrado na sequência).

Tabela 4.2 – Variáveis e espaço de projeto (k_{ii} [N/m]; k_{ROT} [Nm/rad]; d_{ii} [Ns/m]).

Variáveis	Espaço de projeto	
	Limite inferior	Limite superior
Mancal B_1	k_{xx}	5×10^5
	k_{zz}	5×10^5
	d_{xx}	0
	d_{zz}	2×10^2
Mancal B_2	k_{xx}	5×10^7
	k_{zz}	5×10^7
	d_{xx}	0
	d_{zz}	2×10^2
Amortecimento	λ	0
proporcional \mathbf{D}_p	β	1×10^{-5}
Rigidez de rotação	k_{ROT}	0
		1×10^3

Para determinar tais parâmetros, o método heurístico conhecido como Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1995) foi utilizado nesta Tese de Doutorado. Sua escolha é resultado da capacidade demonstrada por esta técnica em solucionar problemas inversos complexos (os mais variados problemas), de forma rápida e evitando soluções de mínimos locais (este método de otimização é abordado em detalhes no Anexo 2). É importante ressaltar que as FRFs numéricas foram determinadas a partir da solução das equações do movimento diretamente no domínio da frequência (não sendo utilizada a resposta ao impacto no domínio do tempo), conforme mostrado em Rade e Steffen Jr (2011).

O referido processo de minimização contou com 100 indivíduos na população inicial do otimizador. Além disso, foram utilizados parâmetros $F_{DE} = 0,8$ (que controla a amplificação da diferença entre os indivíduos) e $CR_{DE} = 0,5$ (relacionado com a taxa de mutação), conforme recomendado pela literatura específica (VIANA et al., 2007). A Eq. (4.1) apresenta a função objetivo utilizada no ajuste do modelo. Apesar da aquisição das FRFs terem sido realizadas na faixa de 0 até 200 Hz (uma das possibilidades do analisador *Agilent*®), a faixa de atuação da Eq. (4.1), e, consequentemente, do processo de ajuste, foi fixada nas regiões onde estão localizadas as frequências naturais de interesse (faixa de ± 3 Hz).

$$DE_{OF} = \sum_{i=1}^n \frac{\|\mathbf{FRF}_{\text{exp},i} - \mathbf{FRF}_{\text{mod},i}\|}{\|\mathbf{FRF}_{\text{exp},i}\|} \quad (4.1)$$

onde n é o número de FRFs utilizadas (8 neste caso), $\mathbf{FRF}_{\text{exp},i}$ são as FRFs obtidas experimentalmente e $\mathbf{FRF}_{\text{mod},i}$ são as FRFs determinadas pelo modelo matemático com parâmetros determinados pelo otimizador (entradas e saídas nas mesmas posições das experimentais).

O ajuste foi realizado 10 vezes de modo a garantir que a solução encontrada não fosse um mínimo local (a população inicial é randomicamente determinada, iniciando cada processo em pontos diferentes). Os 10 resultados, bem como os respectivos valores da função objetivo (*Fitness*), são apresentados na Tab. 4.3. Por apresentar o menor *Fitness* (em teoria são estes os parâmetros que estão o mais próximo dos valores reais), os 11 parâmetros determinados no processo 8 são considerados como corretos e utilizados na sequência (frequências naturais do rotor em 28,25 Hz, 28,67 Hz, 91,46 Hz e 97,66 Hz).

É importante ressaltar que, apesar de ser possível realizar o ajuste do modelo para cada uma das direções (horizontal e vertical) separadamente, neste caso, as duas direções ortogonais foram ajustadas simultaneamente. Isto porque, os coeficientes do amortecimento proporcional e os valores da rigidez de rotação devem ser iguais independentemente da direção analisada. Contudo, como pode ser visto na Tab. 4.3, o ajuste simultâneo não foi um

Tabela 4.3 – Resultados encontrados nos 10 processos de otimização.

Processo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Fitness</i>	1,5971	1,6102	1,6001	1,6024	1,6002	1,6147	1,6186	1,5953	1,5959	1,6017
k_{xx} / B_1	$8,551 \times 10^5$	$8,544 \times 10^5$	$8,548 \times 10^5$	$8,554 \times 10^5$	$8,551 \times 10^5$	$8,537 \times 10^5$	$8,536 \times 10^5$	$8,551 \times 10^5$	$8,552 \times 10^5$	$8,547 \times 10^5$
k_{zz} / B_1	$1,198 \times 10^6$	$1,197 \times 10^6$	$1,199 \times 10^6$	$1,197 \times 10^6$	$1,197 \times 10^6$	$1,199 \times 10^6$	$1,198 \times 10^6$	$1,198 \times 10^6$	$1,198 \times 10^6$	$1,199 \times 10^6$
d_{xx} / B_1	8,526	9,769	7,150	9,625	13,567	3,213	12,021	7,452	8,589	6,825
d_{zz} / B_1	37,172	43,185	34,149	39,151	50,278	25,674	45,889	33,679	37,668	33,123
k_{xx} / B_2	$5,559 \times 10^7$	$8,006 \times 10^7$	$6,459 \times 10^7$	$5,896 \times 10^7$	$5,226 \times 10^7$	$4,322 \times 10^7$	$5,392 \times 10^7$	$5,202 \times 10^7$	$5,201 \times 10^7$	$6,271 \times 10^7$
k_{zz} / B_2	$7,697 \times 10^8$	$7,411 \times 10^8$	$4,429 \times 10^8$	$8,521 \times 10^8$	$5,915 \times 10^8$	$6,594 \times 10^8$	$7,451 \times 10^8$	$7,023 \times 10^8$	$7,933 \times 10^8$	$4,715 \times 10^8$
d_{xx} / B_2	165,576	146,345	135,281	173,269	88,056	31,701	33,779	25,587	151,826	134,491
d_{zz} / B_2	30,799	184,251	148,917	163,823	90,251	48,304	24,257	91,033	67,948	77,669
λ	2,797	2,806	2,755	2,745	2,895	2,683	2,839	2,730	2,756	2,701
β	$3,92 \times 10^{-6}$	$2,71 \times 10^{-6}$	$4,85 \times 10^{-6}$	$3,53 \times 10^{-6}$	$7,54 \times 10^{-5}$	$7,08 \times 10^{-6}$	$1,78 \times 10^{-6}$	$4,85 \times 10^{-6}$	$4,06 \times 10^{-6}$	$5,12 \times 10^{-6}$
k_{ROT}	769,091	770,011	770,105	770,243	768,411	769,023	767,408	770,442	769,003	769,796

problema para o otimizador escolhido. Mesmo com as 11 variáveis de projeto, os resultados encontrados nos 10 processos realizados se mostram pouco dispersos, demonstrando robustez da metodologia.

Analisando o resultado considerado como correto (processo 8), é possível observar que as rigidezes determinadas para o mancal híbrido nas direções horizontal e vertical são de $8,551 \times 10^5$ N/m e $1,198 \times 10^6$ N/m, respectivamente. Estes valores indicam que os parâmetros encontrados possuem sentido físico, já que são aproximadamente iguais a 2 vezes os valores das rigidezes das molas que suportam a carcaça interna do mancal (rigidez de $3,81 \times 10^5$ N/m obtida no carregamento e $3,75 \times 10^5$ N/m no descarregamento). Além disso, note que as rigidezes obtidas para o mancal B_2 evidenciam a assimetria do rotor (base do mancal B_2 leva a uma rigidez maior na direção Z em relação à observada na direção X).

As Figs. 4.18 e 4.19 mostram as FRFs, e fases associadas, determinadas a partir de entradas nos discos D_1 e D_2 , respectivamente, do modelo ajustado (contendo os parâmetros encontrados no processo 8). Para efeito de comparação, são também mostradas as FRFs e fases obtidas experimentalmente. Note que as curvas geradas a partir do modelo matemático ajustado estão satisfatoriamente próximas às curvas obtidas diretamente na bancada.

A Fig. 4.20 mostra o diagrama de Campbell do rotor ajustado. Nesta figura, pode-se observar a previsão das quatro primeiras velocidades críticas da bancada construída (precessões diretas e inversas), sendo elas, aproximadamente: 1685 rev/min (28,1 Hz), 1725 rev/min (28,75 Hz), 5490 rev/min (91,5 Hz) e 5910 rev/min (98,5 Hz).

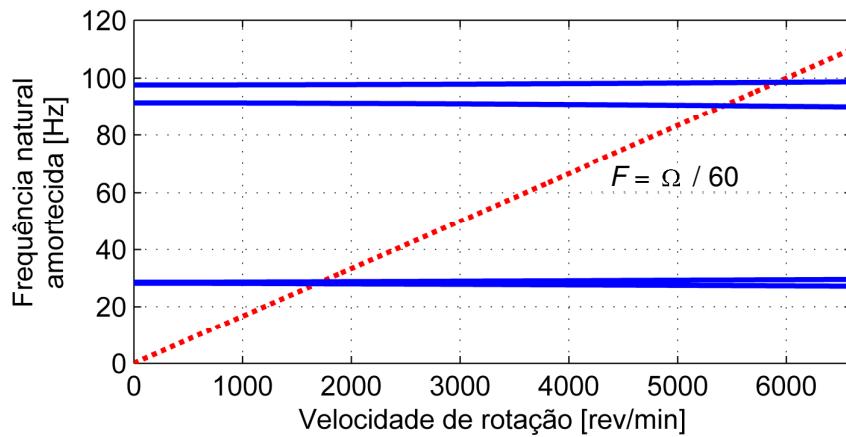


Figura 4.20 – Diagrama de Campbell obtido a partir do modelo ajustado.

A Fig. 4.21 mostra os modos de vibrar operacionais (precessões diretas e inversas para os 4 primeiros modos) associados à velocidade de rotação de 1200 rev/min. Apesar de ainda não contar com os efeitos do desbalanceamento (solução utilizando os autovetores), estes resultados já levam em consideração o efeito giroscópico (não ajustado).

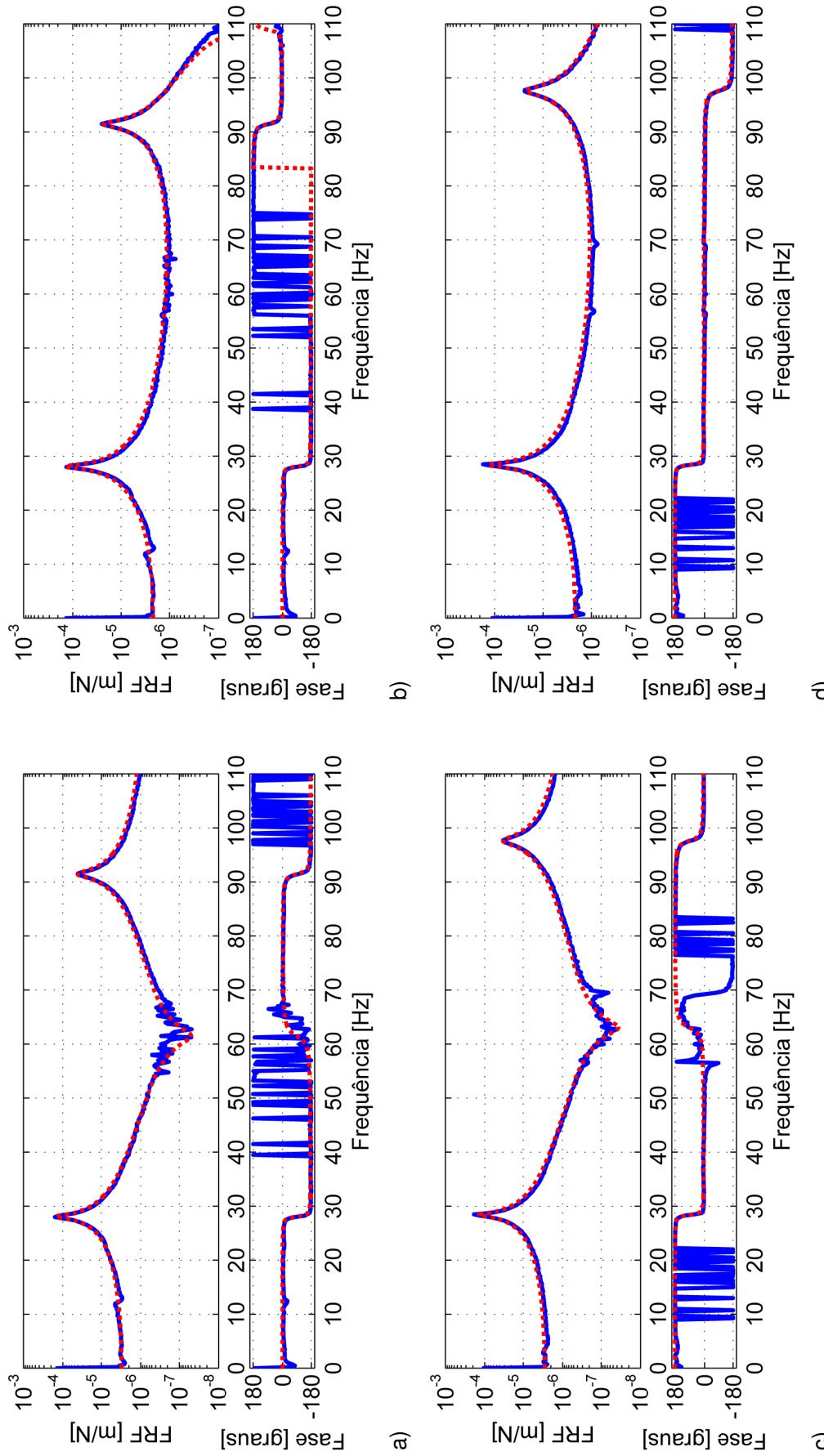
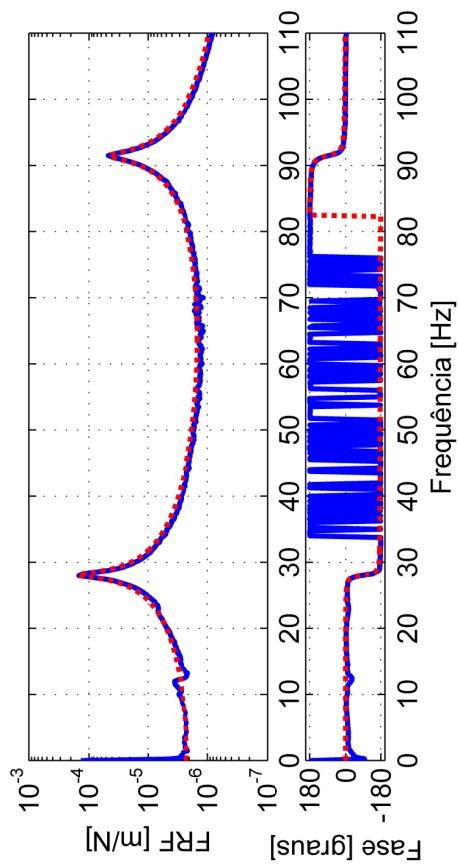
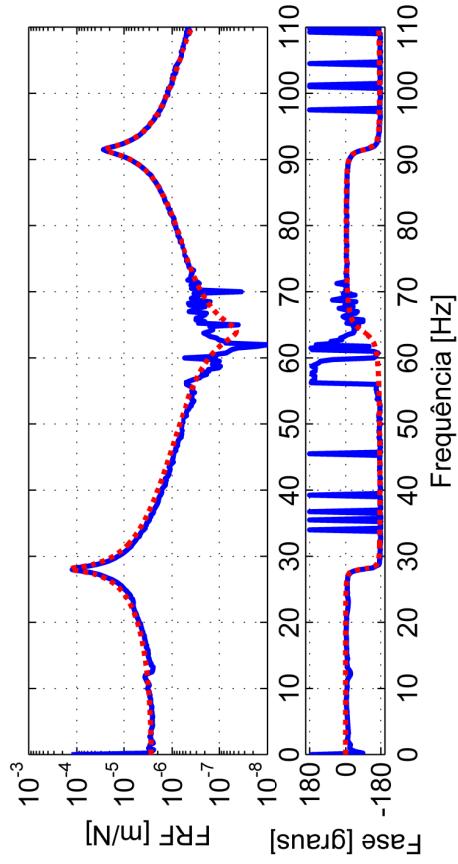


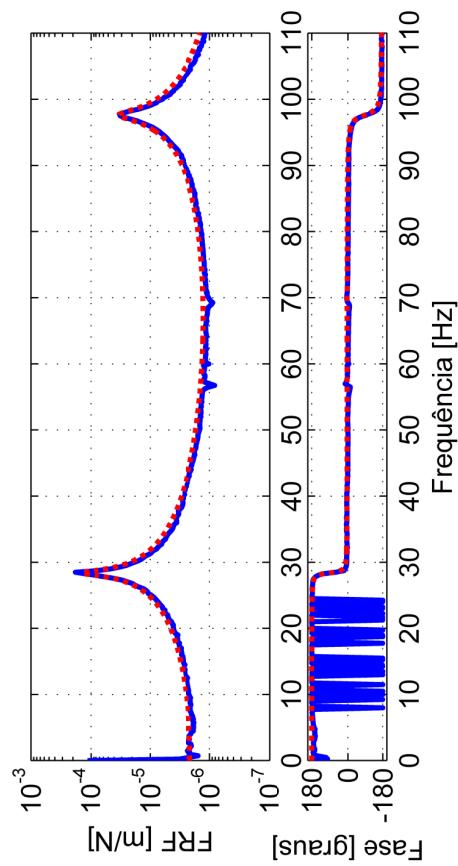
Figura 4.18 – FRFs e fases experimentais (—) e obtidas a partir do modelo do rotor (—) com excitação no disco D_1 : a) impacto horizontal com sensor S_{28x} ; b) impacto horizontal com sensor S_{28z} ; c) impacto vertical com sensor S_{28x} ; d) impacto vertical com sensor S_{28z} .



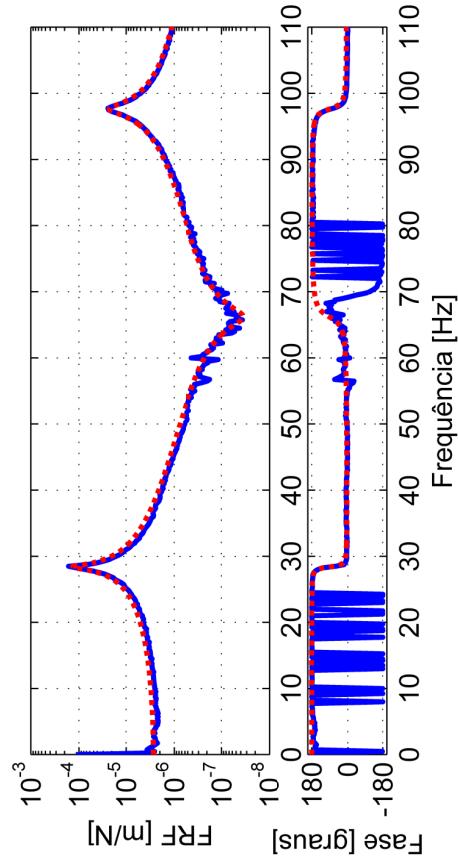
a)



b)



c)



d)

Figura 4.19 – FRFs e fases experimentais (—) e obtidas a partir do modelo do rotor (—) com excitação no disco D_2 : a) impacto horizontal com sensor S_{8x} ; b) impacto horizontal com sensor S_{28x} ; c) impacto vertical com sensor S_{8z} ; d) impacto vertical com sensor S_{28z} .

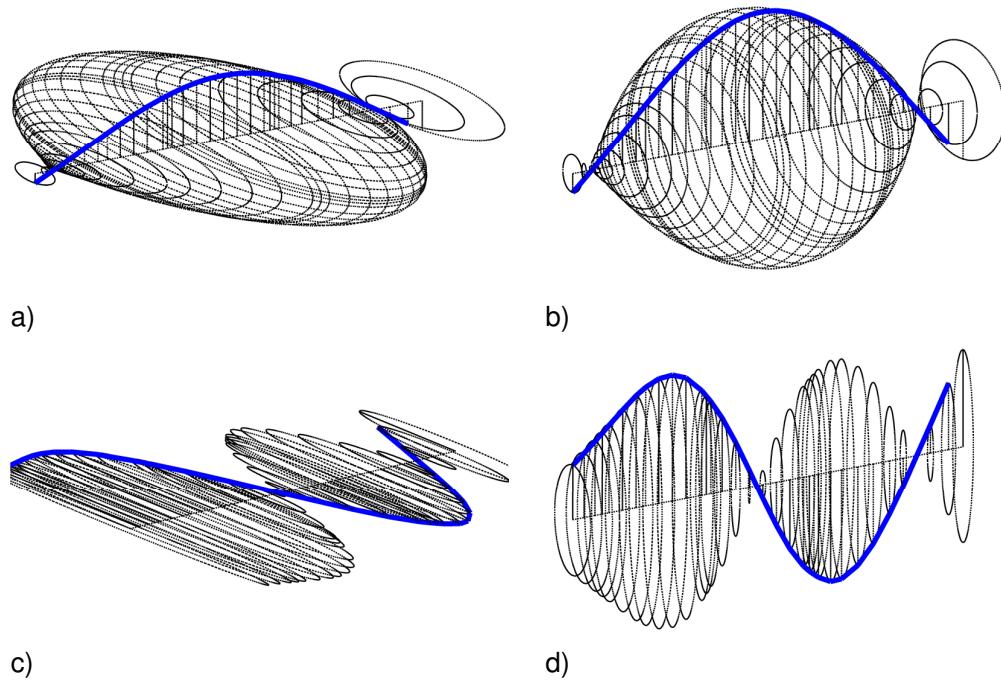


Figura 4.21 – Modos de vibrar operacionais associados à velocidade de 1200 rev/min: a) precessão inversa em 28,14 Hz; b) precessão direta em 28,67 Hz; c) precessão inversa em 91,41 Hz; d) precessão direta em 97,7 Hz.

4.2.2 Validação do Modelo Ajustado no Domínio do Tempo

Como pode ser observado nas Figs. 4.18 e 4.19, com o rotor em repouso as respostas medidas e determinadas via modelo matemático se aproximam satisfatoriamente. Resta agora saber se o modelo analítico ajustado tem comportamento dinâmico similar ao do sistema real, quando este se encontra em rotação (efeito giroscópico atuante). O efeito giroscópico não foi levado em consideração durante o processo de ajuste dos parâmetros. Assim, será introduzido diretamente no modelo analítico (sem qualquer ajuste) por meio das matrizes previamente definidas (Eq. (3.8) para o disco; Eq. (3.22) para o eixo).

Para a solução no domínio do tempo do sistema rotativo (análise do efeito do desbalanceamento), o método Pseudo-Modal é utilizado. Este método é empregado para reduzir a ordem de grandeza das matrizes envolvidas na equação do movimento do rotor, Eq. (3.1), utilizando para isto apenas alguns dos primeiros modos de vibrar do sistema não amortecido e não giroscópico associado (LALANNE; FERRARIS, 1998). As respostas do rotor às excitações síncronas ou assíncronas são calculadas com o modelo reduzido (completo, porém convertido para o domínio modal), sem substancial prejuízo da precisão numérica e diminuindo consideravelmente o esforço computacional necessário (ENGELS, 1991). Assim, a Eq. (4.2) apresenta a equação do movimento onde as excitações (de qualquer natureza) são

desconsideradas ($\mathbf{W} = \mathbf{0}$; $\mathbf{F}_u = \mathbf{0}$; $\mathbf{F}_e = \mathbf{0}$; os coeficientes de rigidez dos mancais são inseridos na matriz de rigidez; termos cruzados nulos), não giroscópico e não amortecido.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

Os N primeiros modos de vibrar, agrupados na matriz modal Φ_m (determinada a partir da Eq. (4.2)), são utilizados para determinar um novo conjunto de equações através da transformação $\mathbf{q} = \Phi_m \mathbf{p}$ (\mathbf{p} é o vetor de deslocamentos descritos em coordenadas modais).

Pré-multiplicando a Eq. (3.1) por Φ_m^T e realizando as devidas substituições, chega-se a equação do movimento do rotor no domínio modal:

$$\mathbf{M}^m \ddot{\mathbf{p}} + [\mathbf{D}^m + \Omega \mathbf{D}_g^m] \dot{\mathbf{p}} + [\mathbf{K}^m + \dot{\Omega} \mathbf{K}_{st}^m] \mathbf{p} = \mathbf{W}^m + \mathbf{F}_u^m + \mathbf{F}_m^m + \mathbf{F}_e^m \quad (4.3)$$

onde as notações $[\cdot]^m = \Phi_m^T [\cdot] \Phi_m$ ou $[\cdot]^m = \Phi_m^T [\cdot]$ indicam que a grandeza $[\cdot]$ é avaliada no domínio modal. É possível converter as respostas para o domínio físico realizando novamente a transformação modal ($\mathbf{q} = \Phi_m \mathbf{p}$).

Para validar as respostas determinadas pelo modelo ajustado com o sistema em operação (implementação e integração das equações em ambiente *Simulink* no *MatLab*®), inicialmente o rotor foi balanceado² utilizando o método dos Coeficientes de Influência e, ocasionalmente, um método conhecido como 4 Rodadas sem Fase (WOWK, 1994). Com o sistema operando em 1200 rev/min, os métodos foram aplicados consecutivamente até que o balanceamento residual foi considerado satisfatório. Após este procedimento, para a mesma velocidade de rotação, três desbalanceamentos distintos foram inseridos no rotor a fim de comparar as respostas medidas com as determinadas pelo modelo matemático, descritos na Tab. 4.4. Estes foram os mesmos valores introduzidos no modelo analítico.

As Figs. 4.22, 4.23 e 4.24 apresentam as comparações entre as respostas medidas

Tabela 4.4 – Desbalanceamentos utilizados na validação do modelo ajustado.

Caso	Localização	Desbal. (g.mm)	Ângulo (graus)
1	D1	487,5	0
2	D2	1425,0	0
3	D1	877,5	-90

² Balanceamento em dois planos (D_1 e D_2), utilizando outros dois planos para medição (S_8 e S_{28}).

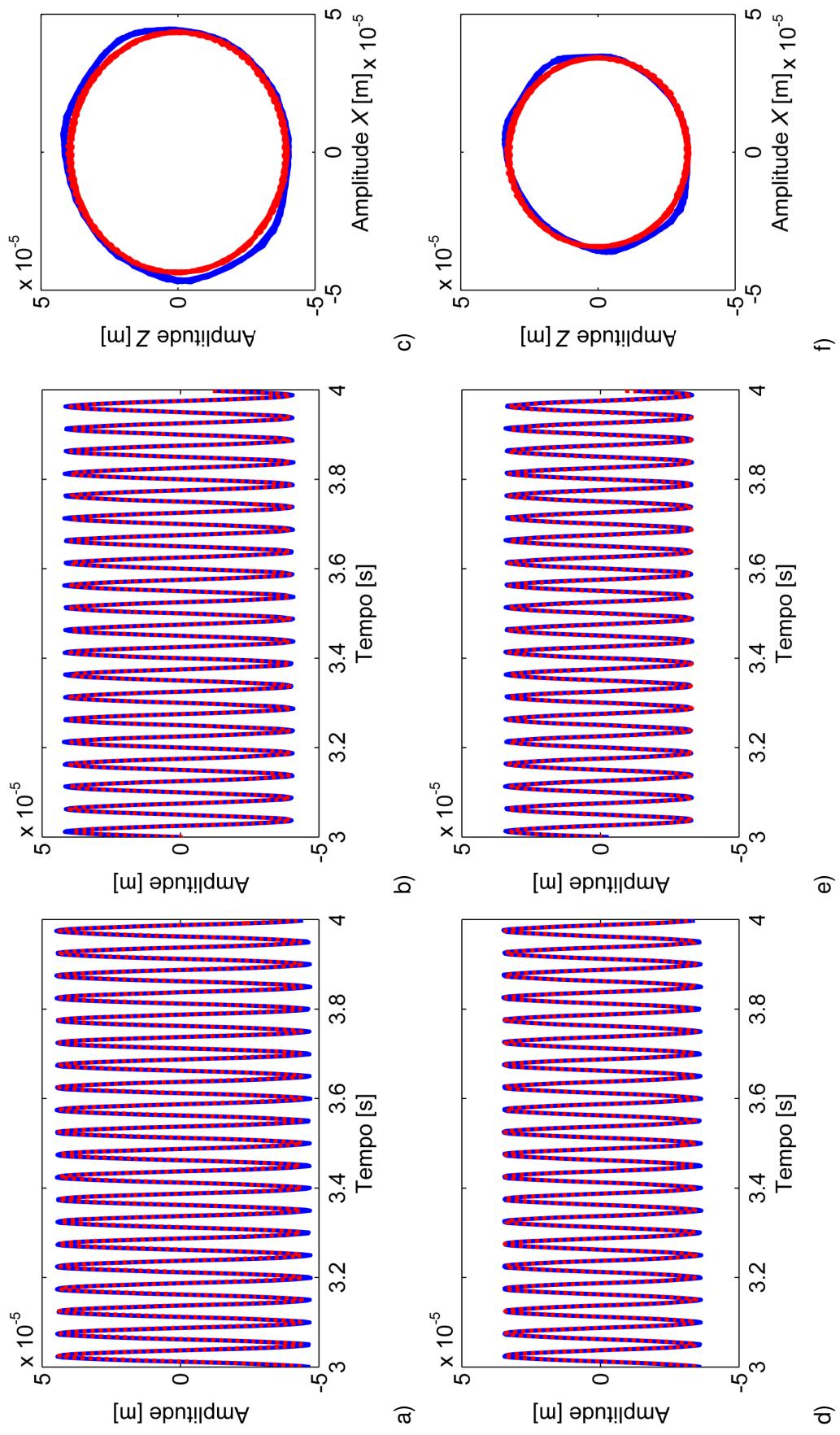


Figura 4.22 – Respostas temporais experimentais (—) e obtidas a partir do modelo do rotor (—) para o desbalanceamento de 487,5 g.mm / 0° em D_1 : a) sensor S_{8x} ; b) sensor S_{8z} ; c) órbita no plano S_8 ; d) sensor S_{28x} ; e) sensor S_{28z} ; f) órbita no plano S_{28z} .

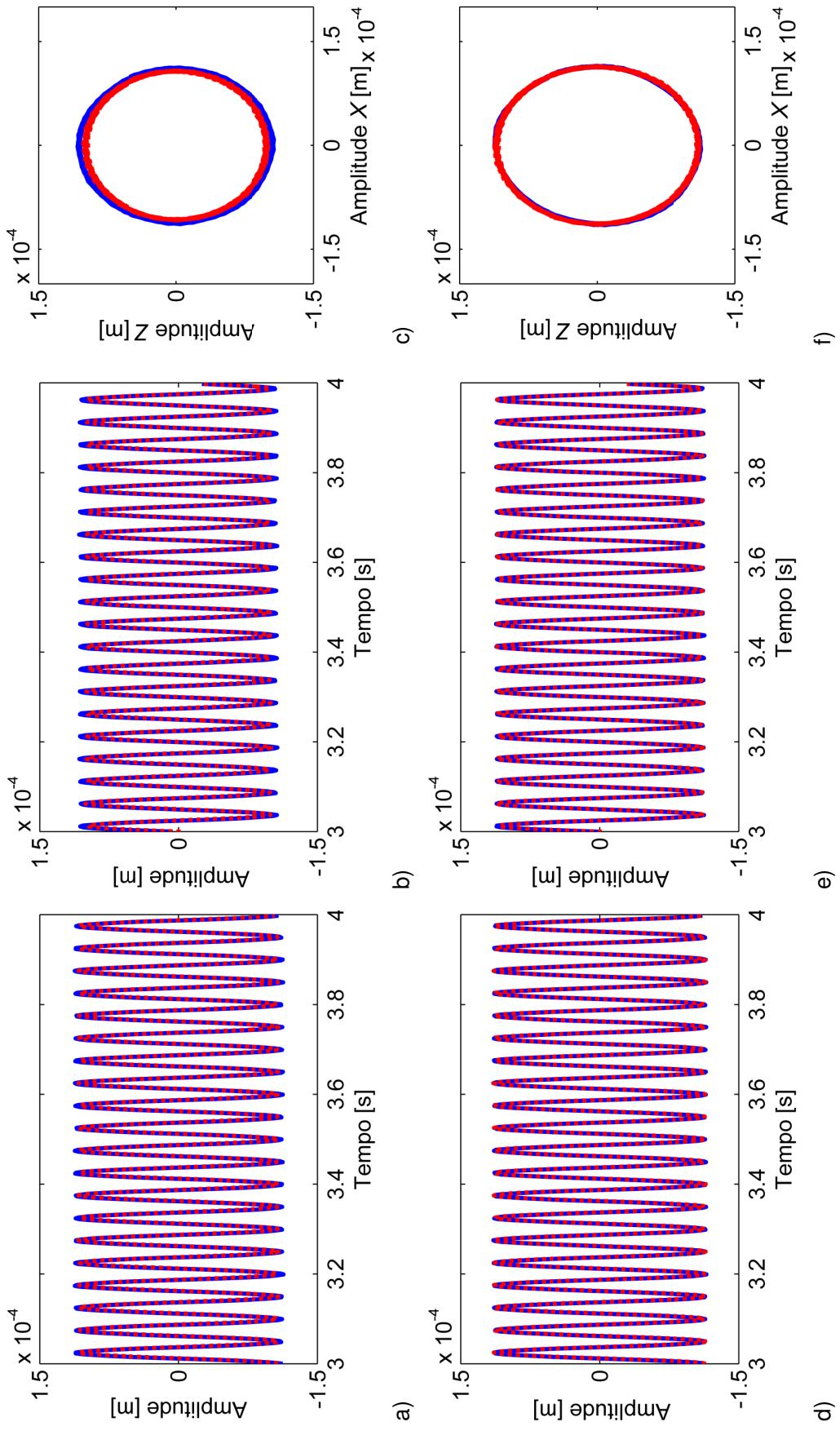


Figura 4.23 – Respostas temporais experimentais (—) e obtidas a partir do modelo do rotor (—) para o desbalanceamento de 1425,0 g.mm / 0° em D_2 : a) sensor S_{8x} ; b) sensor S_{8z} ; c) órbita no plano S_8 ; d) sensor S_{28x} ; e) sensor S_{28z} ; f) órbita no plano S_{28} .

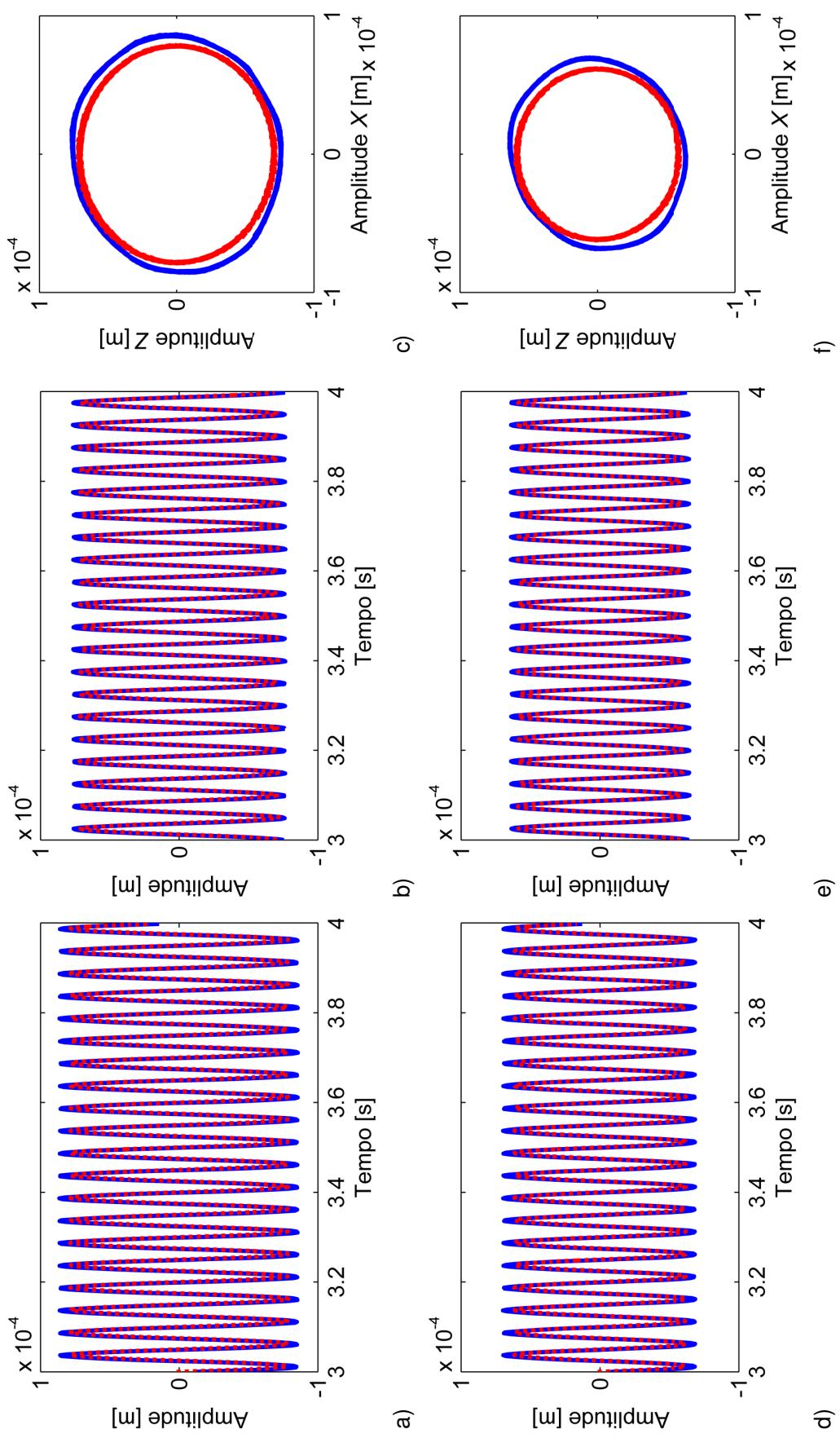


Figura 4.24 – Respostas temporais experimentais (—) e obtidas a partir do modelo do rotor (—) para o desbalanceamento de 877,5 g.mm / -90° em D_1 : a) sensor S_{8x} ; b) sensor S_{8z} ; c) órbita no plano S_8 ; d) sensor S_{28x} ; e) sensor S_{28z} ; f) órbita no plano S_{28} .

experimentalmente (tempo de aquisição de 4 s em passos de 0,002 s, aproximadamente) com as determinadas pelo modelo matemático. Observe que as curvas são próximas em todos os casos, validando, desta maneira, o procedimento de ajuste realizado.

4.3 Conclusões Parciais

Neste Capítulo foi apresentado o procedimento de ajuste e validação do modelo matemático em Elementos Finitos da bancada de testes que será utilizada juntamente com as técnicas de SHM propostas (Capítulos VI e VII). O ajuste do modelo foi realizado com o rotor em repouso, utilizando para isto as FRFs obtidas a partir 8 combinações de excitação e resposta (posições das entradas e saídas). Este procedimento foi considerado satisfatório, tendo em vista as curvas numéricas e experimentais apresentadas pelas Figs. 4.18 e 4.19. A validação do modelo por completo foi considerada igualmente satisfatória. Esta etapa foi realizada com a aplicação de três condições de desbalanceamento distintas no rotor (Tab. 4.4), operando a 1200 rev/min. Quando analisadas as Figs. 4.22, 4.23 e 4.24, pequenas diferenças são visíveis entre as respostas medidas e determinadas pelo modelo ajustado. Estas diferenças se devem a um pequeno empenamento residual encontrado no eixo, avaria que o processo de balanceamento não foi capaz de eliminar (fato pelo qual apenas uma velocidade de rotação foi avaliada). Considera-se que o efeito giroscópico do sistema não é grande o suficiente para comprometer a identificação dos parâmetros dos mancais.

Assim sendo, o modelo em Elementos Finitos construído é considerado suficientemente representativo (para a velocidade de rotação de 1200 rev/min) e será utilizado nas aplicações experimentais do Capítulo VI. Também, as análises numéricas realizadas ao longo do Capítulo V contarão com este mesmo modelo já ajustado (condições próximas às reais para a avaliação dos fenômenos envolvendo eixos trincados).

CAPÍTULO V

Comportamento Dinâmico de Eixos Rotativos com Trincas Transversais

Neste Capítulo são apresentados três dos principais métodos de modelagem disponíveis na literatura para o *breathing*, fenômeno característico produzido por trincas transversais em eixos rotativos. A modelagem rigorosa deste fenômeno permite a análise fiel do comportamento dinâmico de rotores com trincas, viabilizando a aplicação das técnicas de SHM baseadas em modelos matemáticos (como a que será apresentada no Capítulo VI). Segundo Bachschmid; Pennacchi; Tanzi (2010), o aspecto acima justifica a necessidade de modelos confiáveis e precisos para a representação de trincas em eixos rotativos. Assim sendo, serão aqui mostrados os conceitos matemáticos envolvidos nos modelos de Gasch, Mayes e no *FLEX*, divididos em duas seções, assim denominadas: modelos com *Weight Dominance* (modelos regidos pelo peso do rotor: Gasch e Mayes) e modelo *FLEX*. Juntamente com a primeira seção, são incorporadas as bases da Mecânica da Fratura Linear utilizada para determinar a relação entre o aumento da flexibilidade do eixo com a profundidade da trinca e a formulação utilizada para adaptar os modelos de Gasch e de Mayes para o método dos Elementos Finitos. Por fim, uma seção é inteiramente dedicada à análise do comportamento dinâmico do rotor apresentado no Capítulo IV quando inseridos os modelos de trinca mencionados.

Além dos modelos de Gasch, Mayes e o *FLEX*², vários outros modelos foram propostos. É o caso de modelos simples como o descrito por Nelson e Nataraj (1986), passando por conceitos mais realísticos como o do *Crack Closure Line* (DARPE; GUPTA; CHAWLA, 2004) e o baseado na mudança no centroide da área da seção transversal do elemento com trinca (AL-SHUIDEFAT; BUTCHER, 2011); chegando aos modelos *FLEX* e *3D*, este último

² O modelo de Gasch é pioneiro. Já o de Mayes, por ser considerado mais adequado, é amplamente utilizado. O modelo *FLEX* leva a resultados comparáveis ao *3D* e com custo computacional menor.

desenvolvido por pesquisadores associados à companhia *Electricité de France* - EDF (BACHSCHMID; PENNACCHI; TANZI, 2010). Contudo, a notoriedade científica dos modelos aqui abordados justifica sua escolha, em que pese a especificidade de cada um.

5.1 Modelos com *Weight Dominance*

Em condições reais, o fenômeno *breathing* é resultado da distribuição de tensão e de formações sobre a área da seção transversal da trinca. Este mecanismo torna-se uma função dos carregamentos estáticos, como o peso do rotor (agindo opostamente às forças de reação nos mancais), combinados aos carregamentos dinâmicos, estes resultantes das forças de desbalanceamento e de inércia. Quando os carregamentos estáticos prevalecem sobre os dinâmicos (eixos horizontais relativamente pesados com pequeno nível de desbalanceamento), a trinca abre e fecha gradualmente a cada revolução do sistema. Desta forma, o *breathing* assume uma condição de *Weight Dominance*.

Dois dos três modelos mencionados representam o *breathing* com *Weight Dominance*, são os modelos de Gasch (GASCH, 1976) e o de Mayes (MAYES; DAVIES, 1984). O mecanismo de abertura e fechamento da trinca é descrito através de simples funções matemáticas (notadamente com base no peso do rotor). Por exemplo, o modelo de Gasch considera uma abertura e fechamento abruptos, enquanto que o de Mayes utiliza uma função cosseno, permitindo uma transição suave entre a trinca totalmente aberta e totalmente fechada. Ambos os modelos não fazem uso de distribuições de tensão e deformação, ou seja, eles não são capazes de correlacionar o aumento da flexibilidade de um determinado elemento de eixo com a profundidade da trinca. Assim, a flexibilidade adicional deve ser calculada utilizando uma metodologia auxiliar como, por exemplo, a teoria da Mecânica da Fratura Linear. Esta formulação é interessante por levar à matriz de rigidez do elemento contendo a trinca (matriz de rigidez 8×8 , semelhante à da Eq. (3.53)) explicitamente em termos da sua profundidade. Outras formulações que correlacionam a rigidez do elemento com a profundidade da trinca são encontradas na literatura. Dentre elas, estão uma simples expressão matemática apresentada em Mayes e Davies (1976) e o modelo de Zona Coesiva (chamado *Cohesive Zone Model*), que descreve a falha do material sem considerar os parâmetros geométricos. Segundo Liong (2011), esta é a vantagem do chamado *Cohesive Zone Model* quando comparado com a Mecânica da Fratura Linear.

Neste contexto, nas próximas subseções são apresentadas as bases da Mecânica da Fratura Linear utilizada para determinar a relação entre o aumento da flexibilidade do eixo com a profundidade da trinca, bem como os modelos de Gasch e de Mayes. A formulação

utilizada para adaptá-los para o método dos Elementos Finitos também é mostrada. É importante ressaltar que algumas situações, ou condições, não podem ser tratadas pela abordagem da Mecânica da Fratura Linear, destacando-se: trincas muito profundas (propagadas muito além da metade do diâmetro do eixo), múltiplas trincas em uma mesma seção transversal, seção transversal trincada não plana (seção distorcida) e atrito na área trincada (fenômeno que é observado em situações reais). No entanto, ainda assim os resultados obtidos com a Mecânica da Fratura Linear são suficientemente precisos para a análise de trincas em máquinas rotativas (MORAIS, 2010).

5.1.1 Flexibilidade Introduzida pela Trinca

A Fig. 5.1a apresenta um elemento de eixo de comprimento L contendo, em sua porção central, uma trinca transversal de profundidade α . O elemento com seis gdl por nó é carregado com forças axiais P_1 e P_7 , forças cortantes P_2 , P_3 , P_8 e P_9 , momentos de torção P_4 e P_{10} , e momentos fletores P_5 , P_6 , P_{11} e P_{12} . A Fig. 5.1b mostra o detalhamento da seção transversal de elemento de eixo com diâmetro D ($D = 2R$; R sendo o raio) na posição da trinca. A área tracejada representa a parte da seção por onde a trinca não evoluiu.

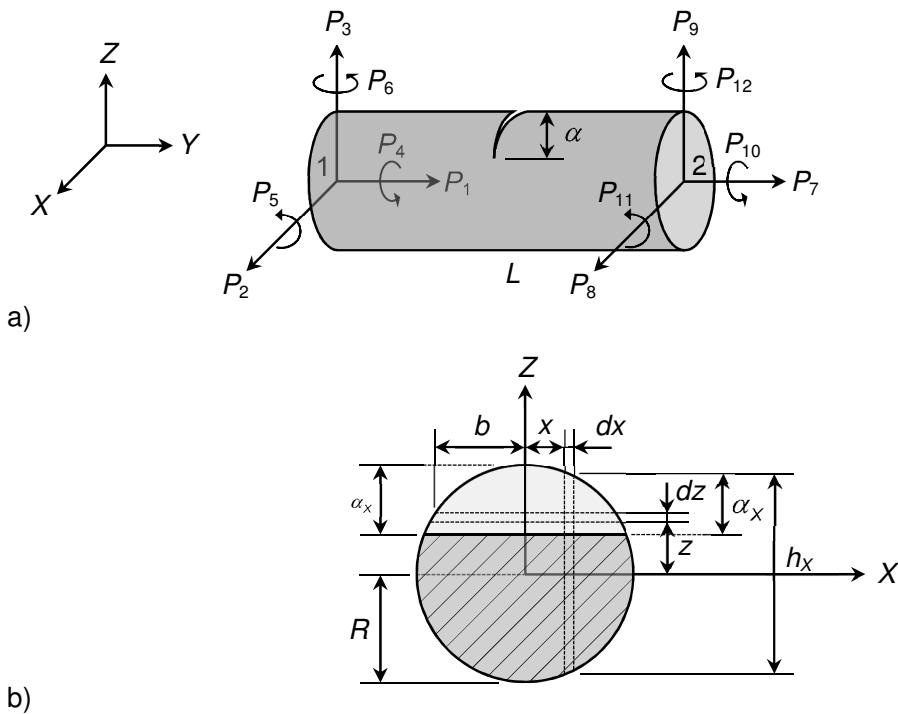


Figura 5.1 – Elemento de eixo com trinca transversal: a) forças e momentos aplicados; b) detalhes da seção transversal.

A partir do segundo teorema de Castigiano, o deslocamento do elemento de eixo trincado q_i na direção do carregamento P_i pode ser determinado (DARPE et al., 2004).

$$q_i = q_{Ui} + q_{Ci} = \frac{\partial U_U}{\partial P_i} + \frac{\partial U_C}{\partial P_i} \quad (5.1)$$

onde U_U é a energia de deformação elástica do elemento sem trinca e U_C é a energia de deformação elástica adicional devido à presença da trinca; q_{Ui} e q_{Ci} são os respectivos deslocamentos.

Os conceitos da Mecânica da Fratura Linear mostram que a energia de deformação adicional U_C é dada pela integração da densidade de energia de deformação J (Eq. (5.3)) sobre a área trincada da seção transversal do elemento³ (área A_c não tracejada da Fig. 5.1b), como mostra a Eq. (5.2).

$$U_C = \frac{1-\nu}{E} \int_{A_c} \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_{ii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_{III} \right)^2 + (1+\nu) \left(\sum_{i=1}^6 K_{IIIi} \right)^2 \right] dA_c \quad (5.2)$$

$$J = \frac{1-\nu}{E} \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_{ii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_{III} \right)^2 + (1+\nu) \left(\sum_{i=1}^6 K_{IIIi} \right)^2 \right] \quad (5.3)$$

onde K_{ii} , K_{III} e K_{IIIi} são os fatores intensificadores de tensão (SIF, *Stress Intensity Factors*) correspondentes ao modos de tração, cortante e de torção da trinca, respectivamente.

A Fig. 5.2 apresenta os esquemas referentes aos três modos de carregamento da trinca, que descrevem movimentos cinematicamente independentes. Esta sistematização, relacionada com os modos de carregamento, foi introduzida por Irwin (1957). No modo I (modo de tração; estado de tensão na direção axial) as faces da trinca se separam quase que paralelamente. Supõe-se que, neste modo, somente atuam tensões de tração. No modo II (modo cortante) as faces da trinca deslizam uma sobre a outra. Neste caso, somente estão presentes tensões tangenciais. No modo III (modo de torção) as faces da trinca deslizam lateralmente uma em relação à outra. Supõe-se que, neste modo, somente estão presentes tensões tangenciais. Na prática, o modo I é o mais importante (BACHSCHMID; PENNACCHI; TANZI, 2010), sendo a influência dos modos II e III muito menor no aumento da flexibilidade.

³ $q_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_{A_c} J dA_c$ é conhecida como equação de Paris.

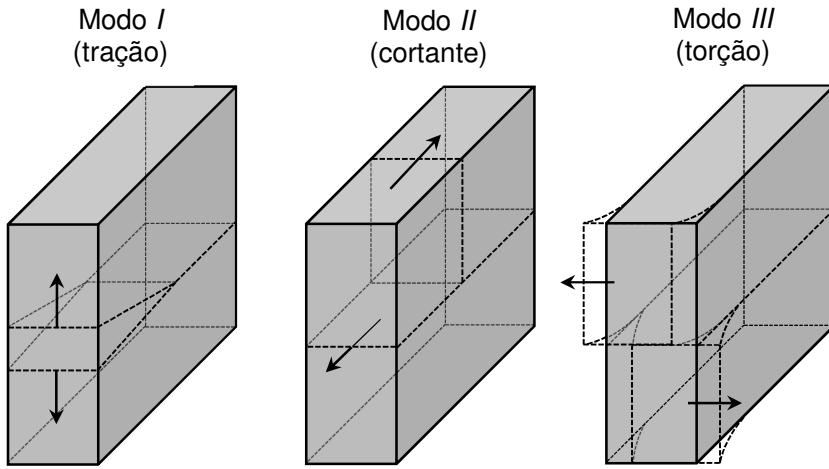


Figura 5.2 – Modos de carregamento da trinca (ANDERSON, 2005)

Os SIF (K_{Ib} , K_{IIb} e K_{IIIb}) são parâmetros que caracterizam as condições da ponta da trinca em materiais elásticos lineares, proporcionais à descontinuidade gerada no deslocamento da estrutura quando na presença de uma trinca (MORAIS; 2010). Se conhecidos, a distribuição da tensão nas faces da trinca pode ser calculada (ANDERSON, 2005). De uma forma geral, os SIF são dados pelas tensões atuantes multiplicadas por funções de forma, as quais dependem das dimensões e forma do corpo em consideração (neste caso, o eixo) e do dano (BURBANO, 2005). A Eq. (5.4) mostra os SIF para uma porção de eixo contendo uma trinca com profundidade α .

$$K_{mi} = \sigma_i \sqrt{\pi\alpha} F_n \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \quad (5.4)$$

onde K_{mi} são claramente os SIF (com $m = I$, II ou III), σ_i representa as tensões na trinca resultantes dos esforços aplicados pelas forças P_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) e F_i são as funções de forma (h_x é indicado na Fig. 5.1b).

Segundo Papadopoulos e Dimarogonas (1987), os SIF conhecidos na literatura são determinados para uma tira de espessura unitária com uma trinca transversal. Uma vez que a densidade da energia de deformação é um escalar, é admissível calcular a integral associada ao longo da ponta da trinca, assumindo que a profundidade da trinca é variável e os SIF são obtidos a partir da tira elementar. Sabe-se que esta aproximação produz resultados aceitáveis, com precisão satisfatória para uso em engenharia. Os SIF para um elemento de eixo (SIF nulos e não nulos para uma seção transversal circular) são apresentados pela Eq. (5.5) (PAPADPOULOS; DIMAROGONAS, 1987).

$$\begin{aligned}
K_{I1} &= \sigma_1 \sqrt{\pi\alpha} F_1 \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{I5} &= \sigma_5 \sqrt{\pi\alpha} F_2 \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{I6} &= \sigma_6 \sqrt{\pi\alpha} F_1 \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{I2} &= K_{I3} = K_{I4} = 0 \\
K_{II3} &= \sigma_3 \sqrt{\pi\alpha} F_{II} \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{II4} &= \sigma_{II4} \sqrt{\pi\alpha} F_{II} \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{II1} &= K_{II2} = K_{II5} = K_{II6} = 0 \\
K_{III2} &= \sigma_2 \sqrt{\pi\alpha} F_{III} \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{III4} &= \sigma_{III4} \sqrt{\pi\alpha} F_{III} \left(\frac{\alpha}{h_x} \right) \\
K_{III1} &= K_{III3} = K_{III5} = K_{III6} = 0
\end{aligned} \tag{5.5}$$

As tensões atuantes na face da trinca e as funções de forma, todos referentes aos SIF da Eq. (5.5), são dadas pelas Eqs. (5.6) e (5.7), respectivamente.

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{P_1}{\pi R^2} \\
\sigma_5 &= 4 \left(\frac{P_6}{\pi R^4} \right) (R^2 - x^2)^{1/2} \\
\sigma_6 &= 4x \frac{P_6}{\pi R^4} \\
\sigma_3 &= k \frac{P_3}{\pi R^2} \\
\sigma_{II4} &= 2x \frac{P_4}{\pi R^4} \\
\sigma_2 &= k \frac{P_2}{\pi R^2} \\
\sigma_{III4} &= 2 \frac{P_4 (R^2 - x^2)^{1/2}}{\pi R^4}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}
F_1\left(\frac{\alpha}{h_x}\right) &= \left(\frac{\tan \lambda}{\lambda}\right)^{1/2} \left[\frac{0.752 + 2.02(\alpha/h_x) + 0.37(1-\sin \lambda)^3}{\cos \lambda} \right] \\
F_2\left(\frac{\alpha}{h_x}\right) &= \left(\frac{\tan \lambda}{\lambda}\right)^{1/2} \left[\frac{0.923 + 0.199(1-\sin \lambda)^4}{\cos \lambda} \right] \\
F_{II}\left(\frac{\alpha}{h_x}\right) &= \frac{1.122 - 0.561(\alpha/h_x) + 0.085(\alpha/h_x)^2 + 0.18(\alpha/h_x)^3}{[1-(\alpha/h_x)]^{1/2}} \\
F_{III}\left(\frac{\alpha}{h_x}\right) &= \left(\frac{\tan \lambda}{\lambda}\right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

onde $\lambda = \frac{\pi \alpha}{2h_x}$ e $k = 6 \frac{(1+\nu)}{(7+6\nu)}$ é um coeficiente para a seção transversal circular.

Assim sendo, a flexibilidade adicional c_{ij} introduzida no elemento de eixo devido à presença da trinca é obtida combinando as Eqs. (5.2), (5.4), (5.5), (5.6) e (5.7), juntamente com a definição de flexibilidade dada pela Eq. (5.8).

$$c_{ij} = \frac{\partial^2 U_c}{\partial P_i \partial P_j} \tag{5.8}$$

A matriz $\bar{\mathbf{c}}_c$ contendo os termos de flexibilidade adimensionais \bar{c}_{ij} (a matriz dimensional será somada a matriz de flexibilidade do elemento sem trinca) é dada por:

$$\bar{\mathbf{c}}_c = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{15} & \bar{c}_{16} \\ & \bar{c}_{22} & 0 & \bar{c}_{24} & 0 & 0 \\ & & \bar{c}_{33} & \bar{c}_{34} & 0 & 0 \\ & & & \bar{c}_{44} & 0 & 0 \\ & & & & \bar{c}_{55} & \bar{c}_{56} \\ SIM. & & & & & \bar{c}_{66} \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

onde os termos localizados fora da diagonal principal indicam o acoplamento entre as direções ortogonais (DIMAROGONAS, 1996). Papadopoulos e Dimarogonas (1987) afirmam que valores aceitáveis para os coeficientes de flexibilidade da Eq. (5.9) são obtidos com uma trinca de profundidade máxima $\alpha/D = 0,8$ (devido à precisão das funções de forma). Isto não é uma limitação grave, já que as análises que serão realizadas nesta Tese de Dou-

torado terão trincas propagadas até a metade do diâmetro do eixo ($\alpha / D \leq 0,5$). Desta forma, os termos adimensionais da matriz de flexibilidade, já contando com parâmetros adimensionais utilizados para a integração numérica, são dados por:

$$\begin{aligned}
 \bar{c}_{11} &= \frac{ER}{1-\nu^2} c_{11} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{x} F_1^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{15} &= \frac{ER^2}{1-\nu^2} c_{15} = \frac{8}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{z} (1 - \bar{x}^2)^{1/2} F_1(\bar{z} / \bar{h}_x) F_2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{16} &= \frac{ER^2}{1-\nu^2} c_{16} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{x} \bar{z} F_1^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{22} &= \frac{ER}{1-\nu^2} c_{22} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{z} F_{II}^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{24} &= \frac{ER^2}{1-\nu^2} c_{24} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} (1 - \bar{x}^2)^{1/2} \bar{z} F_{II}^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{33} &= \frac{ER}{1-\nu^2} c_{33} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{z} F_{II}^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{34} &= \frac{ER^2}{1-\nu^2} c_{34} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{x} \bar{z} F_{II}^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{44} &= \frac{ER^3}{1-\nu^2} c_{44} = \frac{8}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} [\bar{x}^2 \bar{z} F_{II}^2(\bar{z} / \bar{h}_x) + (1 + \nu)(1 - \bar{x}^2) \bar{z} F_{III}^2(\bar{z} / \bar{h}_x)] d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{55} &= \frac{ER^3}{1-\nu^2} c_{55} = \frac{32}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{z} (1 - \bar{x}^2) F_2^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{56} &= \frac{ER^3}{1-\nu^2} c_{56} = \frac{32}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{x} \bar{z} (1 - \bar{x}^2)^{1/2} F_1(\bar{z} / \bar{h}_x) F_2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z} \\
 \bar{c}_{66} &= \frac{ER^3}{1-\nu^2} c_{66} = \frac{16}{\pi} \int_0^{\bar{\alpha}_x} \int_{-\bar{b}}^{\bar{b}} \bar{x}^2 \bar{z} F_1^2(\bar{z} / \bar{h}_x) d\bar{x} d\bar{z}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

onde $\bar{x} = x / R$, $\bar{z} = z / R$, $\bar{h}_x = h_x / R$, $\bar{b} = b / R$ e $\bar{\alpha}_x = \alpha_x / R$.

Os limites das integrais apresentadas na Eq. (5.10) são descritos no trabalho de Papadopoulos (2004). A trinca pode ser delimitada na direção X por $-b$ e b . Na direção Z , os limites são 0 e α_x , como mostra a Fig. 5.1b. Assim, o valor de b é definido geometricamente por:

$$b = \left[R^2 - (R - \alpha)^2 \right]^{1/2} \quad (5.11)$$

e na forma adimensional por,

$$\bar{b} = \left[1 - (1 - \bar{\alpha})^2 \right]^{1/2} \quad (5.12)$$

A altura h_x é calculada a partir da seguinte relação:

$$h_x = 2(R^2 - x^2)^{1/2} \quad (5.13)$$

ou na sua forma adimensional, utilizando os parâmetros adimensionais já definidos, a altura é escrita como:

$$\bar{h}_x = 2(1 - \bar{x}^2)^{1/2} \quad (5.14)$$

O limite superior da trinca na direção Z , para cada valor de x , pode ser calculado através da Eq. (5.15).

$$\alpha_x = \frac{h_x}{2} - (R - \alpha) = (R^2 - x^2)^{1/2} - (R - \alpha) \quad (5.15)$$

ou novamente na forma adimensional, definindo $\bar{\alpha} = \alpha / R$ e substituindo a Eq. (5.14), é determinada pela relação:

$$\bar{\alpha}_x = \frac{\bar{h}_x}{2R} - \left(1 - \frac{\alpha}{R} \right) = (1 - \bar{x}^2)^{1/2} - (1 - \bar{\alpha}) \quad (5.16)$$

Para a solução das integrais duplas envolvidas no cálculo das flexibilidades mencionadas, recomenda-se a consulta do valioso trabalho de Papadopoulos (2004). Este artigo conta com um código computacional implementado em ambiente *Mathematica*®, desenvolvido pelo autor para a solução das referidas integrais. Além disso, os resultados obtidos para o coeficiente \bar{c}_{55} estão disponíveis em forma de tabela para facilitar a comparação.

A Fig. 5.3 mostra o comportamento dos coeficientes de flexibilidade em relação à profundidade da trinca (valores adimensionais). Claramente, estes resultados foram comparados com os disponíveis em Papadopoulos e Dimarogonas (1987) e Papadopoulos (2004), mostrando ser muito próximos.

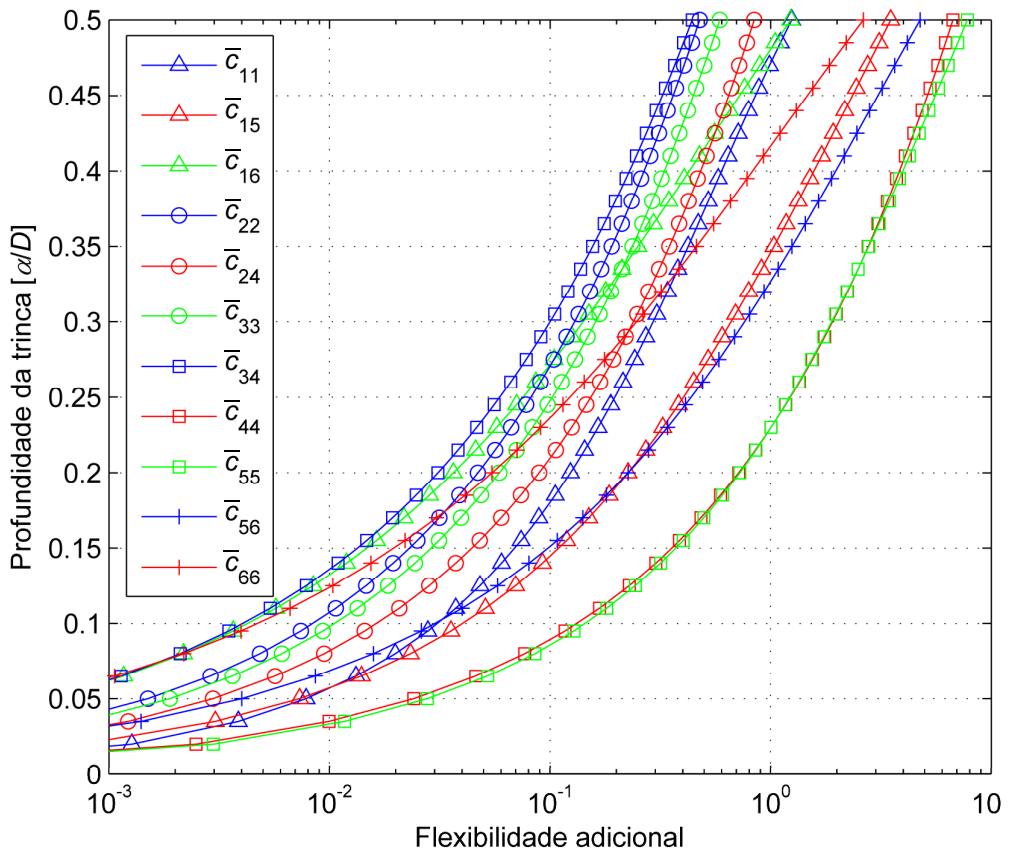


Figura 5.3 – Flexibilidades adicionais introduzidas pela trinca em um elemento de eixo.

Apesar de calculados os coeficientes de flexibilidade devido à trinca, a matriz de rigidez do elemento de eixo danificado (matriz de rigidez 8×8 , semelhante à da Eq. (3.53)) não pode ser determinada diretamente a partir da Eq. (5.9). Mesmo evitando o problema numérico associado (que será ainda discutido) e efetuando a transformação do sistema de coordenadas rotativas para coordenadas fixas (η e ξ ; X e Z ; respectivamente, ambos apresenta-

dos na Fig. 5.4), caso a matriz de rigidez seja diretamente determinada ela representará um elemento com a trinca totalmente aberta, independentemente da posição angular do eixo. Para representar adequadamente o comportamento dinâmico de uma trinca transversal em um eixo rotativo (instalado horizontalmente), os modelos de *breathing* (neste caso, os de Gasch e de Mayes; *Weight Dominance*) devem ser incorporados. Estes modelos são apresentados com o devido detalhamento nas próximas duas seções (PENNY; FRISWELL, 2002).

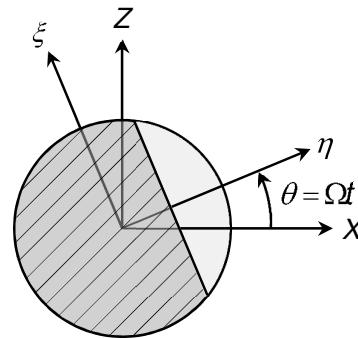


Figura 5.4 – Referenciais rotativos e fixos para o eixo rotativo com trinca (θ representa a posição angular da trinca; a área tracejada representa a parte da seção por onde a trinca não evoluiu).

5.1.2 Modelo de Gasch

No modelo proposto em Gasch (1976), um dos modelos de *breathing* mais simples para rotores (modelo de “dobradiça”), a abertura e fechamento da trinca ocorrem de maneira abrupta conforme o movimento de rotação do eixo. Regida pelo mecanismo do *breathing* com *Weight Dominance*, a “dobradiça” encontra-se aberta quando a direção η coincide com a direção negativa do eixo Z (trinca voltada para baixo) e está fechada quando η coincide com a direção positiva de Z . Desta forma, o mecanismo é reconhecidamente não linear.

A matriz de rigidez \mathbf{k}_R do eixo com trinca (mostrado na Fig. 5.4) em coordenadas rotativas é dada por:

$$\mathbf{k}_R = \begin{bmatrix} k_\xi(\theta) & 0 \\ 0 & k_\eta(\theta) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

No modelo de Gasch, os termos da diagonal principal da Eq. (5.17) assumem as rigidezes definidas pela Eq. (5.18). Desta forma, \mathbf{k}_R assume a denominação \mathbf{k}_{RG} .

$$k_{\xi}(\theta) = k_{\xi G}(\theta) = \begin{cases} k_o & -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ k_{\xi} & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (5.18)$$

$$k_{\eta}(\theta) = k_{\eta G}(\theta) = \begin{cases} k_o & -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ k_{\eta} & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

onde k_o é a rigidez do eixo com a trinca fechada (equivalente ao eixo sem trinca); k_{ξ} e k_{η} são as rigidezes ao longo das direções ξ e η quando a trinca encontra-se aberta (determinados a partir dos coeficientes de flexibilidade).

Buscando uma solução numérica mais representativa para este modelo (em termos das componentes 2X, 3X, etc), as rigidezes definidas na Eq. (5.18) foram expandidas em uma série de Fourier como mostram as seguintes relações:

$$k_{\xi G}(\theta) = \left(\frac{k_o + k_{\xi}}{2} \right) + \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_o - k_{\xi}}{2} \right) \left(C_1 - \frac{1}{3} C_3 + \frac{1}{5} C_5 - \frac{1}{7} C_7 + \dots \right) \quad (5.19)$$

$$k_{\eta G}(\theta) = \left(\frac{k_o + k_{\eta}}{2} \right) + \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_o - k_{\eta}}{2} \right) \left(C_1 - \frac{1}{3} C_3 + \frac{1}{5} C_5 - \frac{1}{7} C_7 + \dots \right)$$

onde $C_i = \cos i\theta$ ($i = 1, 2, 3, \dots$).

Agrupando parte dos termos, como indicado na Eq. (5.20), chega-se nas equações que definem a variação da rigidez em coordenadas rotativas conforme o modelo de Gasch, Eq. (5.21).

$$k_{M\xi} = \left(\frac{k_o + k_{\xi}}{2} \right)$$

$$k_{M\eta} = \left(\frac{k_o + k_{\eta}}{2} \right) \quad (5.20)$$

$$k_{D\xi} = \left(\frac{k_o - k_{\xi}}{2} \right)$$

$$k_{D\eta} = \left(\frac{k_o - k_{\eta}}{2} \right)$$