

**RICARDO DE VASCONCELOS SALVO**

**APLICAÇÃO DA METODOLOGIA EULERIANA-  
LAGRANGIANA À ANÁLISE DO PROCESSO DE  
SEPARAÇÃO EM CICLONES**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2013**

**RICARDO DE VASCONCELOS SALVO**

**APLICAÇÃO DA METODOLOGIA EULERIANA-LAGRANGIANA À  
ANÁLISE DO PROCESSO DE SEPARAÇÃO EM CICLONES**

**TESE** apresentada ao programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de concentração : Termofluidos

Orientador: Prof. Dr. Francisco José de Souza

Co-orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

**UBERLÂNDIA - MG**

**2013**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

---

- S186a Salvo, Ricardo de Vasconcelos, 1982-  
Aplicação da metodologia Euleriana-Lagrangiana à análise do  
processo de separação em ciclones / Ricardo de Vasconcelos Salvo.  
- 2012.  
125 p. : il.
- Orientador: Francisco José de Souza.  
Coorientador: Aristeu da Silveira Neto.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
Inclui bibliografia.
1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Dinâmica dos fluidos - Teses.  
3. Ciclones - Teses. 4. Escoamento bifásico - Teses. I. Souza, Francisco  
José de, 1973- II. Silveira Neto, Aristeu da, 1955- III. Universidade Fe-  
deral de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecâ-  
nica. IV. Título.

---

CDU: 532.51

**Ao meu pai, Sr. Valdir Antônio Salvo e a minha mãe Sra. Rosa Maria de Vasconcelos Salvo, à minha esposa Caroline e ao meu irmão Rodrigo pelo apoio incondicional.**

---

**\*\* Dara e Astor \*\*** grandes amigos que me ajudaram muito e fazem muita falta...



## **AGRADECIMENTOS**

A Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este curso.

A FAPEMIG pelo suporte financeiro.

Aos grandes amigos do Laboratório de Mecânica dos Fluidos pelas valiosas discussões e por todo o apoio.

Ao Professor Dr. Elie Luis Martínez Padilla, pelo apoio.

Ao pelo Professor Dr. Aristeu da Silveira Neto pela oportunidade e pela valiosa orientação.

E em especial ao Professor Dr. Francisco José de Souza, pela orientação, a qual possibilitou a realização deste trabalho.

## Resumo

Neste trabalho, inicialmente apresenta-se uma introdução à simulação de escoamentos bifásicos, seguida de um pequeno texto motivacional, onde a importância de separadores ciclônicos em unidades petroquímicas, mais especificamente em unidades de craqueamento catalítico, é brevemente abordada. Na sequência, o estado da arte na simulação do escoamento gás-sólido no interior de ciclones é evidenciado por meio de uma revisão bibliográfica, a qual também aborda a utilização de métodos Euleriano-Euleriano e Euleriano-Lagrangiano, que são as principais abordagens para a simulação de escoamentos multi-fásicos. Apresentam-se os esquemas numéricos utilizados para a discretização das equações para a fase contínua e, de forma bastante detalhada, os esquemas numéricos utilizados para a fase dispersa. O estudo do escoamento monofásico em dois ciclones, um ciclone cilíndrico sem duto de *underflow* e outro com caixa coletora, é discutido e algumas das qualidades da metodologia adotada são apresentadas, destacando que neste estudo inicial os escoamentos simulados cobrem uma faixa de operação, em função do número de Reynolds baseado na velocidade na entrada do ciclone, de 15.000 à 522.000. Em seguida um estudo da influência do esquema de integração temporal para fase dispersa e do uso de subpassos de tempo para tal integração é apresentado considerando o escoamento em um pequeno ciclone laboratorial, a influência do modelo de turbulência, da malha computacional e da distribuição dos elementos na malha computacional na eficiência de coleta por diâmetro para tal ciclone também é abordada. Continuando, um estudo sobre os efeitos da forma do duto de saída (*overflow*) do ciclone em sua eficiência é apresentado. Por último um ciclone de diâmetro 0,4 m operando com número de Reynolds aproximado de 336.000 é simulado, e os perfis de velocidade axial e tangencial média e RMS, assim com a eficiência de coleta por diâmetro são comparados com dados experimentais disponíveis na literatura, demonstrando de forma clara a aplicabilidade da metodologia escolhida para o desenvolvimento do trabalho.

## **Abstract**

In this work, first is presented an introduction to the simulation of two-phase flows, followed by a small motivational text, where the importance of cyclone separators in petrochemical units, more specifically in catalytic cracking units, is shortly addressed. In sequence the state of the art in the simulation of gas-solid flow within cyclones is evidenced by a bibliographic review, which also address the use of Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian methods, which are the main approaches in the simulation of multi-phase flows. Next, the numerical schemes used for the discretization of the continuous phase equations and, in a detailed manner, the numerical schemes used for the discretization of the dispersed phase equations are shown. The study of the mono-phase flow in two different cyclones, a cylindrical one without the underflow duct and another one with a dust bin attached, is discussed and some qualities of the used methodology are presented, highlighting that in this initial study the simulated flows cover an operating range, as a function of the Reynolds number based on the cyclone inlet velocity, from 15,000 to 522,000. Then a study concerning the influence of the temporal discretization schemes and sub-time steps for such integration, in the grade efficiency of a small laboratory cyclone is presented, the turbulence modeling and the computational mesh (regarding number and distribution of the elements), effects are also addressed. Further, a study on the effects of the overflow duct shape on the cyclone grade efficiency presented. Finally a 0.4 m diameter cyclone operating at Reynolds number of approximately is simulated, the average and RMS axial and tangential velocity profiles, as well as the grade efficiency are compared to experimental data available in the literature, showing in a clear manner the applicability of the chosen methodology.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Primeira patente de um ciclone, 1885. Fonte Hoffmann e Stein (2008), p. 2.	4
Figura 1.2: (a) Ciclone utilizado em moinhos de farinha no início da década de 20. Fonte Hoffmann e Stein (2008), p. 3; (b) Ciclone utilizado em unidades de processamento de grãos (fabricado atualmente). Fonte < <a href="http://www.indiamart.com/">http://www.indiamart.com/</a> >.	5
Figura 1.3: Esquematização do escoamento em um hidrociclone. Adaptado de: Cullivan et al., 2004, p. 652.	6
Figura 1.4: Esquema básico de funcionamento de uma unidade de craqueamento catalítico. Fonte Sadeghbeigi, 2000, p. 3.	8
Figura 1.5: Esquema geral do ciclo de partículas de catalisador em uma unidade de FCC.	10
Figura 1.6: a) Montagem de um reator (Fonte: < <a href="http://www.hason-steel.com/">http://www.hason-steel.com/</a> >). b) montagem de um reator (Fonte: < <a href="http://www.catcracking.com/">http://www.catcracking.com/</a> >).	11
Figura 1.7: (a) Processo de solda da malha hexagonal metálica na estrutura do ciclone; (b) Aplicação da camada de material refratário. (Fonte: < <a href="http://www.fccu.com/">http://www.fccu.com/</a> >)	12
Figura 2.1: Efeito do aumento da vazão na eficiência de grade. Fonte: R. Xiang et al. (2001), pg. 553.	20
Figura 2.2: Comparação entre os dados experimentais e o modelo revisado de Leith-Licht para os três ciclones estudados pelo autor. Fonte: R. Xiang et al. (2001), pg 557.	21
Figura 2.3: Figura esquemática indicando a posição do dispositivo utilizado por Derksen (2003) para evitar a condição de escoamento sub-crítico na saída do ciclone. Adaptado de Derksen (2003), pg. 1362.	22
Figura 2.4: Fração das partículas que deixam o ciclone em função do tempo. Fonte: Derksen (2003), pg. 1366.	23
Figura 2.5: Variação do número de partículas dentro do ciclone com o tempo de simulação. Fonte: Derksen et al. (2006), pg. 62.	26
Figura 2.6: Perfis radiais da concentração média das partículas nas posições axiais $x/D = 3.25$ (em cima) e $x/D = 2.0$ (em baixo), para três números de Stokes diferentes: $5E-04$ , $2.3E-03$ e $1.1E-02$ . Fonte: Derksen et al. (2006), pg. 65.	27
Figura 2.7: Evolução temporal do número de partículas dentro do ciclone. Fonte: Wan et al. (2008), pg 97.	32
Figura 3.1: Representação esquemática de dois elementos separados por uma face. Qualquer face no domínio terá sempre um elemento à esquerda "L" e um elemento à direita "R". Fonte: Souza (2011), pg. 3.	50
Figura 3.2: Fluxograma do algoritmo SIMPLE, como implementado no UNSCYFL3D. $n$ é o índice de avanço no tempo. Fonte: Souza (2011), pg. 13.	59
Figura 3.3: Método da força pontual (a) e da superfície resolvida (b). Adaptado de Crowe (2006).	63
Figura 3.4: Esquema de interpolação de ordem zero.	83
Figura 3.5: Esquema de interpolação de Shepard.	84

Figura 3.6: Processo de interpolação Baricêntrico. (a) interpolação para os nós. (b) interpolação dos nós para a posição da partícula.	85
Figura 3.7: Ilustração do problema de localização da partícula. Haselbacher et al. (2007), pg. 2200.	89
Figura 3.8: Pontos de interseção entre a trajetória de uma partícula e as faces da célula. Haselbacher et al. (2007), pg. 2201.	89
Figura 3.9: Representação da colisão de uma partícula com uma parede. Haselbacher et al. (2007), pg. 2202.	91
Figura 3.10: Algoritmo de rastreamento. Haselbacher et al. (2007), pg. 2205.	92
Figura 3.11: Algoritmo para localização do ponto de interseção. Haselbacher et al. (2007), pg. 2206.	95
Figura 3.12: Diagrama exibindo os regimes de escoamento. Elghobashi (1991), pg. 302.	100
Figura 4.1: Geometria do ciclone de fundo chato utilizado. Adaptado de Derksen e Van den Akker (2000), pg. 1319.	105
Figura 4.2: Malha computacional com aproximadamente 1.800.000 elementos.	106
Figura 4.3: Posição dos planos utilizados para comparação dos resultados.	107
Figura 4.4: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,239$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	108
Figura 4.5: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,189$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	108
Figura 4.6: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,139$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	108
Figura 4.7: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	109
Figura 4.8: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,239$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	109
Figura 4.9: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,189$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	110
Figura 4.10: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,139$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	110
Figura 4.11: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - - - modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	110

- Figura 4.12: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 111
- Figura 4.13: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 111
- Figura 4.14: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 112
- Figura 4.15: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 112
- Figura 4.16: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 113
- Figura 4.17: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 113
- Figura 4.18: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 113
- Figura 4.19: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 114
- Figura 4.20: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 114
- Figura 4.21: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 114
- Figura 4.22: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 115
- Figura 4.23: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 115
- Figura 4.24: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 116
- Figura 4.25: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 116
- Figura 4.26: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998). 116

Figura 4.27: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	116
Figura 4.28: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,239$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	117
Figura 4.29: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,189$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	118
Figura 4.30: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,139$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	118
Figura 4.31: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	118
Figura 4.32: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,239$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	119
Figura 4.33: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,189$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	119
Figura 4.34: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,139$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	119
Figura 4.35: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.-.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	119
Figura 4.36: Velocidade radial em função do tempo para a posição $x=0$ , $y=0$ e $z=0,189$ .	121
Figura 4.37: PSD da série temporal apresentada na Fig. 36.	121
Figura 4.38: Malha computacional com aproximadamente 1.200.000 elementos. Destaca-se o nível de refinamento utilizado nas paredes do ciclone.	122
Figura 4.39: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	122
Figura 4.40: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	123
Figura 4.41: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	123

Figura 4.42: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	123
Figura 4.43: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	124
Figura 4.44: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	124
Figura 4.45: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	124
Figura 4.46: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).	125
Figura 4.47: Diferença nas dimensões dos elementos utilizados nas malhas de 1.200.000 elementos (a) e 900.000 elementos (b).	126
Figura 4.48. Principais dimensões do ciclone experimentalmente estudado por Hoekstra (2000).	127
Figura 4.49. Malhas computacionais utilizadas. (a) aproximadamente 800.000 elementos; (b) aproximadamente 1.800.000 elementos.	128
Figura 4.50. Posição dos planos utilizados para comparação de resultados numéricos com dados experimentais.	129
Figura 4.51: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,52$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	130
Figura 4.52: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,16$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	130
Figura 4.53: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,015$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	130
Figura 4.54: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,52$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	131
Figura 4.55: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,16$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	131
Figura 4.56: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,015$ m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).	131
Figura 4.57. Campo vetorial de velocidade no plano $Y = 0$ , para: (a) - Reynolds 173.000; (b) - Reynolds 348.000; (c) - Reynolds 522.000.	133
Figura 4.58. Velocidade tangencial média no plano $Y=0$ , para o ciclone operando a: (a) Re 173.00; (b) Re 348.000; (c) Re 522.000.	133



Figura 4.59. Velocidade axial média no plano $Y=0$ , para o ciclone operando a: (a) $Re\ 173.00$ ; (b) $Re\ 348.000$ ; (c) $Re\ 522.000$ .	134
Figura 4.60. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial $x=1,015\ m$ . Linha sólida $Re=173.000$ ; Linha tracejada $Re = 348.000$ ; Pontos $Re=522.000$ ; Símbolos (quadrados) dados experimentais obtidos por Hoekstra (2000) para o ciclone operando com $Re=280.000$ .	135
Figura 4.61. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial $x=1,16\ m$ . Para legenda, Fig. 4.60.	135
Figura 4.62. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial $x=1,52\ m$ . Para legenda, Fig. 4.60.	136
Figura 4.63. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial $x=1,015\ m$ . Para legenda, Fig. 4.60.	136
Figura 4.64. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial $x=1,16\ m$ . Para legenda, Fig. 4.60.	137
Figura 4.65. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial $x=1,52\ m$ . Para legenda, Fig. 4.60.	137
Figura 4.66. Posição do obstáculo no duto de saída do ciclone.	138
Figura 4.67. Malha computacional contendo aproximadamente 800.000 elementos. Em perspectiva (a). Em corte, plano $Y=0$ , com o obstáculo no duto de overflow (b), sem obstáculo (c).	139
Figura 4.68. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,52\ m$ . Linha continua: simulação com o disco no duto de saída; Traço-ponto: simulação sem o disco; Pontos: dados experimentais de Hoekstra (2000).	140
Figura 4.69. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,16\ m$ . Ver Fig. 4.68 para legenda.	140
Figura 4.70. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição $x=1,015\ m$ . Ver Fig. 4.68 para legenda.	140
Figura 4.71. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,52\ m$ . Ver Fig. 4.68 para legenda.	141
Figura 4.72. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,16\ m$ . Ver Fig. 4.68 para legenda.	141
Figura 4.73. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição $x=1,015\ m$ . Ver Fig. 4.68 para legenda.	142
Fig. 4.74: Diagrama esquemático do ciclone simulado. Adaptado de R. Xiang et al. (2001)	143
Figura 4.75: Malha computacional contendo aproximadamente 450.000 elementos (a) e 1.800.000 elementos (b) com distribuição "uniforme".	146
Figura 4.76: Comparação do perfil médio de velocidade tangencial (a) e axial (b) obtidos com as malhas computacionais de 1.800.000 elementos com refinamento na região parietal —; malha de 1.800.000 com elementos "uniformes" —; e malha de 450.000 elementos ..... .	147
Figura 4.77: Comparação do perfil de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b). Para legenda ver a Fig. 4.76.	147

<i>Figura 4.78: Evolução da eficiência de coleta com o tempo de simulação. Critério onde as partículas só deixam o ciclone pelo overflow.</i>	149
<i>Figura 4.79: Efeito da dispersão turbulenta na eficiência de coleta.</i>	150
<i>Figura 4.80: Comparação da eficiência de coleta obtida para o ciclone 1, nas simulações com campo congelado e concomitante.</i>	151
<i>Figura 4.81: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração de Euler. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de <math>1,0E-05</math> s.</i>	152
<i>Figura 4.82: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração Trapezoidal. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de <math>1,0E-05</math> s.</i>	152
<i>Figura 4.83: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração Analítico. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de <math>1,0E-05</math> s.</i>	153
<i>Figura 4.84: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua e da fase dispersa iguais a <math>1,0E-05</math> s.</i>	153
<i>Figura 4.85: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua de <math>1,0E-05</math> s e da fase dispersa de <math>5,0E-06</math> s.</i>	154
<i>Figura 4.86: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua de <math>1,0E-05</math> s e da fase dispersa de <math>2,5E-06</math> s.</i>	154
<i>Figura 4.87: Eficiência de coleta em função da malha utilizada.</i>	155
<i>Figura 4.88: Efeito do modelo de turbulência na eficiência de coleta. Obtidos com a malha de 380.000 elementos e passo de tempo de <math>1 \times 10^{-5}</math> s, sem a utilização de sub-passos para a fase dispersa.</i>	156
<i>Figura 4.89: Imagens instantâneas das posições das partículas. Simulação realizada com o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986) em uma malha numérica com aproximadamente 380.000 elementos. Nesta simulação as partículas somente deixaram o ciclone pelo duto de overflow. O tempo físico de cada imagem é: a - 0,01 s; b - 0,1 s; c - 0,2 s; d - 0,3 s; e - 0,4 s; f - 0,5 s; g - 0,6 s; h - 0,7 s; i - 1,0 s; j - 1,07 s; l - 1,5 s; m - 2,5 s; n - 3,0 s; o - 5,0 s; p - 7,5 s.</i>	157
<i>Figura 4.90. (a) Definição do comprimento do duto de overflow. (b) definição do ponto de início da curva do duto de saída.</i>	158
<i>Figura 4.91. Posição dos planos onde os perfis de velocidade e pressão foram analisados.</i>	160
<i>Figura 4.92. Malhas utilizadas nas simulações 24 (a), 25 (b), 26 (c) e 27 (d) da Tab. 4.6.</i>	161
<i>Figura 4.93. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 24-27 da Tab. 4.6 com dados experimentais para eficiência de coleta do ciclone1.</i>	162
<i>Figura 4.94. Malhas utilizadas nas simulações 20 (a), 21 (b), 22 (c) e 23 (d) da Tab. 4.6.</i>	162
<i>Figura 4.95. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 20-23 da Tab. 4.6 com dados experimentais.</i>	163
<i>Figura 4.96. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano <math>X=0</math> m e <math>Y=0,03</math> m. Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); linha tracejada, ciclone com duto</i>	

intermediário "IntDuct" (Fig. 4.94 b); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).	163
Figura 4.97. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	164
Figura 4.98. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	164
Figura 4.99. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	165
Figura 4.100. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,05$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	165
Figura 4.101. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,05$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	165
Figura 4.102. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,05$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	166
Figura 4.103. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,05$ m. Para legenda, ver Fig. 4.96.	166
Figura 4.104. Modulo da velocidade tangencial em função do comprimento do duto de overflow. Variação do perfil com o comprimento do duto de saída (a). Perfil constante em relação ao comprimento do duto de saída (b). Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).	167
Figura 4.105. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano $Z=0$ m e $Y=0,03$ m. Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.94 b); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).	169
Figura 4.106. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano $Z=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.105.	169
Figura 4.107. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano $Z=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.105.	170
Figura 4.108. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano $Z=0$ m e $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.105.	170
Figura 4.109. Malhas utilizadas nas simulações 1 (a) e 9 (b) da Tab. 4.6.	171
Figura 4.110. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 1 e 9 da Tab. 4.6 com dados experimentais.	171
Figura 4.111. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano $X=0$ m e $Y=0,03$ m. Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.109 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.109 b).	172

Figura 4.112. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano $Z=0$ m e $Y=0,03$ . Para legenda, ver Fig. 4.111. _____	172
Figura 4.113. Malhas utilizadas nas simulações 2 (a) e 10 (b) da Tab. 4.6. _____	173
Figura 4.114. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 2 e 10 da Tab. 4.6 com dados experimentais. _____	173
Figura 4.115. Perfis RMS de pressão no plano $X=0$ e $Y=0,03$ (a) e $Y=0,05$ (b). Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.113 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.113 b). _____	174
Figura 4.116. Perfis RMS de pressão no plano $Z=0$ e $Y=0,03$ (a) e $Y=0,05$ (b). Para legenda ver Fig. 4.115. _____	174
Figura 4.117. Malhas utilizadas nas simulações 3 (a) e 11 (b) da Tab. 4.6. _____	175
Figura 4.118. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 3 e 11 da Tab. 4.6. com dados experimentais. _____	175
Figura 4.119. Malhas utilizadas nas simulações 4 (a) e 12 (b) da Tab. 4.6. _____	176
Figura 4.120. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 4 e 12 da Tab. 4 com dados experimentais. _____	176
Figura 4.121. Malhas utilizadas nas simulações 5 (a) e 13 (b) da Tab. 4.6. _____	177
Figura 4.122. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 5 e 13 da Tab. 4.6 com dados experimentais. _____	177
Figura 4.123. Perfis RMS de velocidade axial retirados no plano $X=0$ m, nas posições $Y=0,03$ m (a) e $Y=0,05$ m (b) . Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.121 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.121 b). _____	178
Figura 4.124. Perfis RMS de velocidade tangencial retirados no plano $X=0$ m, nas posições $Y=0,03$ m (a) e $Y=0,05$ m (b) . Para legenda ver a Fig. 4.123. _____	178
Figura 4.125. Perfis RMS de velocidade radial retirados no plano $X=0$ m, nas posições $Y=0,03$ m (a) e $Y=0,05$ m (b) . Para legenda ver a Fig. 4.123. _____	179
Figura 4.126. Perfis RMS de pressão retirados no plano $X=0$ m, nas posições $Y=0,03$ m (a) e $Y=0,05$ m (b) . Para legenda ver a Fig. 4.123. _____	179
Figura 4.127. Malhas utilizadas nas simulações 6 (a) e 14 (b) da Tab. 4.6. _____	180
Figura 4.128. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 6 e 14 da Tab. 4 com dados experimentais. _____	180
Figura 4.129. Malhas utilizadas nas simulações 7 (a) e 15 (b) da Tab. 4.6. _____	181
Figura 4.130. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 7 e 15 da Tab. 4.6. com dados experimentais. _____	181
Figura 4.131. Malhas utilizadas nas simulações 7 (a) e 15 (b) da Tab. 4.6. _____	182

Figura 4.132. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 8 e 16 da Tab. 4.6 com dados experimentais.	182
Figura 4.133. RMS da velocidade axial (a) e da pressão (b) retirados no plano $X=0$ m, na posição $Y=0,03$ m. Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.131 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.131 b).	183
Figura 4.134. RMS da velocidade axial (a) e da pressão (b) retirados no plano $X=0$ m, na posição $Y=0,03$ m. Para legenda, ver Fig. 4.133.	183
Figura 4.135. Efeito da forma e comprimento do duto de saída nas linhas de corrente.	184
Figura 4.136. Queda de pressão em função do comprimento do duto de saída (considerando apenas dutos retos).	186
Figura 4.137. Queda de pressão em função do raio de curvatura do duto de saída. Casos 3-8 da Tab. 4.7.	187
Figura 4.138. Queda de pressão em função do raio de curvatura do duto de saída. Casos 11-19 da Tab. 4.7.	187
Figura 4.139. Diâmetro de corte em função do comprimento do duto de saída (para o caso do duto reto).	188
Figura 4.140. Diâmetro de corte em função do raio de curvatura.	189
Figura 4.141. Esquema do dispositivo simulado para recuperação de finos.	190
Figura 4.142. Malhas computacionais utilizadas no presente estudo. (a) sem escoamento secundário; (b) com escoamento secundário.	191
Figura 4.143. Comparação dos campos de velocidade tangencial média, no plano $X=0$ , obtidos nas simulações com e sem o PoC. (a) Simulação com PoC sem escoamento secundário; (b) simulação com PoC e escoamento secundário; simulação sem o PoC.	193
Figura 4.144. Comparação dos campos de pressão média, no plano $X=0$ , obtidos nas simulações com e sem o PoC. (a) Simulação com PoC sem escoamento secundário; (b) simulação com PoC e escoamento secundário; simulação sem o PoC.	194
Figura 4.145. Comparação da eficiência de coleta obtida para o ciclone 2 operando a 40 l/min com PoC sem escoamento secundário (PoC_1), com PoC e escoamento secundário (PoC_2) e sem PoC (LongDuct).	195
Figura 4.155: Principais dimensões do ciclone experimentalmente estudado por Obermair et al. (2003).	197
Figura 4.156: Malha computacional contendo aproximadamente 1.850.000 elementos.	199
Figura 4.157: Posição dos planos utilizados para comparação de resultados numéricos com dados experimentais e definição da origem do sistema de coordenadas utilizado.	200
Figura 4.158. Posição do plano de medição dos perfis de velocidade.	200
Figura 4.159. Impressão geral dos campos de velocidade tangencial média absoluta (a) e axial média (b) no plano de medição.	201
Figura 4.160: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição $y=0,3$ m. — simulação; -- ■ -- Obermair et al. (2003).	202

Figura 4.161: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição $y=0,1032$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	202
Figura 4.162: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição $y=-0,488$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	203
Figura 4.163: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição $y=-0,65$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	203
Figura 4.164: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição $y=0,3$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	204
Figura 4.165: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição $y=0,1,032$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	204
Figura 4.166: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição $y=-0,488$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	205
Figura 4.167: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição $y=-0,65$ m. simulação; --■-- Obermair et al. (2003).	205
Figura 4.168. Comparação da eficiência de coleta obtida numericamente com os dados experimentais de Obermair et al. 2001.	207
Figura 4.169: Desenvolvimento do escoamento.	208
Figura 4.170: Iso-valores de pressão evidenciando o centro de rotação do vórtice. (a)=0,45 s; (b)=0,55 s; (c)=0,65 s.; (d)=0,75 s; (e)=0,85 s; (f)=0,95 s.	209

## LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 4.1. Definições geométricas do ciclone simulado.</i>	127
<i>Tabela 4.2. Posicionamento do disco no duto de overflow.</i>	138
<i>Tabela 4.3: Definições geométricas do ciclone simulado.</i>	144
<i>Tabela 4.4: Descrição dos cinco casos utilizados no estudo dos efeitos da dispersão turbulenta.</i>	150
<i>Tabela 4.5: Número de Stokes e tempo de relaxação das partículas como função do diâmetro.</i>	156
<i>Tabela 4.6. Descrição dos casos simulados.</i>	159
<i>Tabela 4.7. Comparação da queda de pressão e diâmetro de corte obtidos numericamente com os valores experimentais de referencia*</i>	185
<i>Tabela 4.8. Principais dimensões do dispositivo simulado para recuperação de finos.</i>	190
<i>Tabela 4.9. Queda de pressão e diâmetro de corte obtidos nas simulações com e sem PoC.</i>	195
<i>Tabela 4.10. Definições geométricas do ciclone simulado.</i>	197
<i>Tabela 4.11. Número de Stokes e tempo de relaxação das partículas em função do diâmetro.</i>	206

## LISTA DE SIMBOLOS

$a$	Altura do duto de entrada; variável auxiliar
$A$	Força de massa somada; variável auxiliar
$\vec{A}_f$	Vetor normal a face
$B$	Largura do duto de entrada
$B$	Diâmetro do duto de <i>underflow</i> ; variável auxiliar
$B_1$	Diâmetro do duto de <i>underflow</i> do ciclone 1
$B_2$	Diâmetro do duto de <i>underflow</i> do ciclone 2
$C_D$	Coeficiente de arrasto
$C_S$	Constante de Smagorinsky
$d$	Diâmetro da partícula; distância a ser percorrida pela partícula
$d_p$	Diâmetro da partícula
$\vec{d}_{rL}$	Vetor direcionado do centro do elemento L até o centro da face f
$\vec{d}_{rR}$	Vetor direcionado do centro do elemento R até o centro da face R
$D$	Diâmetro do ciclone; distância do centro da célula euleriana até a posição da partícula
$D_c$	Diâmetro do ciclone
$D_d$	Diâmetro do disco
$D_e$	Diâmetro interno do <i>vortex finder</i>
$D_p$	Diâmetro da caixa coletora
$\vec{e}_s$	Vetor unitário que une os centroides dos elementos
$F$	Função auxiliar
$f_{Re}$	Fator de correção
$F_D$	Força de arrasto
$F_{int}$	Força de acoplamento entre as fases
$F_{peak}$	Frequência de pico
$F_{surf}$	Forças superficiais
$g$	Aceleração gravitacional
$G$	Distância entre o escudo e o duto de <i>overflow</i>
$h$	Altura do cilindro
$H$	Força de história, altura do ciclone
$H_d$	Comprimento do duto
$H_p$	Altura da caixa coletora



$I$	Tensor identidade
$I_i$	Ponto de interseção da trajetória da partícula com a linha que define a face intersectada
$J_f$	Vazão mássica na face
$L$	Força de sustentação; Comprimento do duto de saída; célula a esquerda
$L_d$	Posição do disco
$L_{do}$	Comprimento do duto de <i>overflow</i>
$L_1$	Distância do início do PoC em relação ao topo do ciclone
$L_2$	Altura do PoC
$m_p$	Massa da partícula
$n$	Vetor normal a face
$n_f$	Vetor normal a face
$N_p$	Número de partículas
$N_{pi}$	Número de partículas injetadas
$N_{pe}$	Número de partículas que escaparam pelo duto de <i>overflow</i>
$p$	Pressão estática
$P$	Posição inicial da partícula
$PT$	Plano que contém o topo do ciclone
$Q$	Posição final da partícula
$Q'$	Posição final modificada da partícula
$r_c$	Centroide da face da célula
$r_q$	Posição final da partícula
$r_{q'}$	Posição final modificada da partícula
$r_p$	Posição inicial da partícula
$R$	Célula a direita
$Re$	Número de Reynolds
$Re_p$	Número de Reynolds da partícula
$S$	Força devido ao gradiente de tensão; Comprimento do <i>vortex finder</i>
$St$	Número de Strouhal
$Sw$	Número de <i>swirl</i> geométrico
$S_\emptyset$	Termo fonte
$T$	Tempo
$t_p$	Vetor trajetória da partícula
$t_{px}$	Componente x do vetor trajetória da partícula
$t_{py}$	Componente y do vetor trajetória da partícula

$t_{pz}$	Componente z do vetor trajetória da partícula
$t'_p$	Vetor trajetória modificada da partícula
$u_i$	Componentes do vetor velocidade
$u_j$	Componentes do vetor velocidade
$U$	Velocidade do fluido
$U_{in}$	Velocidade na entrada do ciclone
$v_p$	Velocidade da partícula
$Vol_p$	Volume da partícula
$V_p$	Volume da partícula, Volume ocupado pelas partículas
$X_p$	Componente x do vetor posição da partícula
$X_{cf}$	Componente x da posição do centroide da face
$X_{nf}$	Componente x do vetor normal a face
$Y_p$	Componente y do vetor posição da partícula
$Y_{cf}$	Componente y da posição do centroide da face
$Y_{nf}$	Componente y do vetor normal a face
$Z_p$	Componente z do vetor posição da partícula
$Z_{cf}$	Componente z da posição do centroide da face
$Z_{nf}$	Componente z do vetor normal a face

### Letras Gregas

$\alpha_{min}$	Distância mínima para que ocorra a intersecção
$\Gamma$	Coeficiente de difusão
$\Delta_t$	Passo de tempo
$\Delta_x$	Comprimento característico da malha
$\varepsilon$	Dissipação turbulenta
$\kappa$	Energia cinética turbulenta
$\mu$	Viscosidade do fluido
$\mu_f$	Viscosidade do fluido
$\rho_f$	Massa específica do fluido
$\rho_p$	Massa específica da partícula
$\rho_p^*$	Razão de densidades
$\tau_e$	Tempo de giro das grandes escalas

$\tau_k$	Escala de tempo de Kolmogorov
$\tau_p$	Tempo de resposta da partícula
$\phi$	Variável de interesse
$\phi_L$	Valor da variável de interesse na célula a esquerda da face
$\phi_R$	Valor da variável de interesse na célula a direita da face
$\phi_p$	Fração volumétrica da fase particulada
$\bar{\phi}_f$	Valor médio da variável de interesse na face

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 SEPARADORES CICLÔNICOS	4
1.2 MOTIVAÇÃO - UNIDADE DE CRAQUEAMENTO CATALÍTICO - FCC	7
1.2.1 <i>Resumo do funcionamento de uma unidade de FCC</i>	8
1.2.2 <i>Ciclones em uma unidade de FCC</i>	10
1.3 DEFINIÇÕES PRELIMINARES	13
1.4 OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO	14
1.5 TEMÁTICA DA TESE	15
<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1 ESCOAMENTO EM CICLONES	17
2.2 UTILIZAÇÃO DAS METODOLOGIAS EULERIANA-EULERIANA E EULERIANA-LAGRANGIANA	34
2.3 FECHAMENTO DO CAPÍTULO 2 E APRESENTAÇÃO DO CAPÍTULO 3	42
<b>MÉTODOS NUMÉRICOS</b>	<b>44</b>
3.1 COMPONENTES DE UM MÉTODO DE SOLUÇÃO	44
3.1.1 <i>Modelo Matemático</i>	44
3.1.2 <i>Método de Discretização</i>	45
3.1.3 <i>Malha Numérica</i>	45
3.1.4 <i>Método de Solução</i>	46
3.2 ABORDAGENS DE DISCRETIZAÇÃO PARA A FASE CONTÍNUA – O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS APLICADO A GEOMETRIAS COMPLEXAS	46
3.2.1 <i>Aplicação do método de volumes finitos</i>	47
3.2.2 <i>Aproximação do termo de acúmulo</i>	50
3.2.3 <i>Aproximação do termo advectivo</i>	52
3.2.4 <i>Aproximação do termo difusivo</i>	55
3.2.5 <i>Aproximação dos termos fonte</i>	56
3.2.6 <i>Método Implícito para Correção da Pressão – SIMPLE</i>	58
3.2.7 <i>Aplicação das condições de contorno</i>	59
3.3 ABORDAGENS DE DISCRETIZAÇÃO PARA FASE DISPERSA	60
3.3.1 <i>Abordagem Lagrangiana vs. Abordagem Euleriana</i>	61
3.3.2 <i>Equação do movimento de uma partícula: Abordagem Euleriana-Lagrangiana com o método da Força-pontual</i>	66
3.3.3 <i>Esquemas de interpolação para fase particulada</i>	82
3.3.4 <i>Rastreamento da fase dispersa</i>	85
3.3.5 <i>Modelos de arrasto para fase dispersa</i>	99
3.3.6 <i>Acoplamento entre as fases</i>	99

3.4	FECHAMENTO DO CAPÍTULO 3	102
<b>RESULTADOS</b>		<b>103</b>
4.1	CICLONE CILÍNDRICO ESTUDADO POR HOEKSTRA ET AL. (1998)	103
4.1.1	<i>Geometria do ciclone e domínio computacional</i>	104
4.1.2	<i>Resultados médios e estatísticos</i>	106
4.1.3	<i>Análise dos resultados médios e estatísticos</i>	120
4.2	CICLONE ESTUDADO POR HOEKSTRA (2000)	126
4.2.1	<i>Geometria do ciclone e domínio computacional</i>	126
4.2.2	<i>Condições de contorno utilizadas</i>	128
4.2.3	<i>Malha numérica</i>	128
4.2.4	<i>Ciclone operando com número de Reynolds de 280.000</i>	129
4.2.5	<i>Ciclone operando com diferentes números de Reynolds</i>	132
4.2.6	<i>Influência do escoamento na saída do ciclone</i>	138
4.3	CICLONE ESTUDADO POR R. XIANG ET AL. (2001)	142
4.3.1	<i>Geometria do ciclone e domínio computacional</i>	142
4.3.2	<i>Condições de contorno utilizadas</i>	144
4.3.3	<i>Malha numérica</i>	145
4.3.4	<i>Escoamento monofásico</i>	146
4.3.5	<i>Escoamento bifásico</i>	148
4.3.6	<i>Efeito do duto de saída no escoamento e na eficiência do ciclone</i>	158
4.4	CICLONE ESTUDADO POR OBERMAIR E STAUDINGER (2001) E OBERMAIR ET AL. (2003)	195
4.4.1	<i>Geometria do ciclone e domínio computacional</i>	196
4.4.2	<i>Condições de contorno utilizadas</i>	198
4.4.3	<i>Malha numérica</i>	198
4.4.4	<i>Comparação com dados experimentais</i>	199
4.4.5	<i>Desenvolvimento do escoamento</i>	207
4.5	FECHAMENTO DO ITEM 4 E APRESENTAÇÃO DO ITEM 5	209
<b>CONCLUSÕES</b>		<b>211</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>214</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A dinâmica de partículas dispersas em um meio fluido é um problema muito comum em vários sistemas de engenharia de tal forma que a necessidade de se modelar e prever informações detalhadas sobre tais escoamentos e sobre possíveis fenômenos provocados pelos mesmos se tornou um tema persistente dentro do estudo de escoamentos multifásicos. Estes estudos possibilitam um aumento no conhecimento de como esses sistemas funcionam, este por sua vez pode levar a melhorias de desempenho, reduções de custo, e a um aumento na segurança durante o processo de operação destes sistemas.

No passado, as únicas formas de se obter este conhecimento eram a experimentação, por meio de modelos em escala laboratorial e com instrumentação apropriada, e/ou teoricamente, utilizando equações matemáticas para se modelar o escoamento ([Brennen, 2005](#); [Loth, 2009](#)). Considerando a experimentação, a construção de plantas laboratoriais em escala é uma boa forma de se estudar certos tipos de escoamento, mas normalmente é um processo muito dispendioso e seu custo pode se tornar tão alto a ponto de ser proibitivo. Modelar teoricamente um escoamento complexo envolve a aplicação de um grande número de simplificações, as quais podem afetar os resultados, e consequentemente restringir o uso de tais modelos a escoamentos mais simples.

Por volta da década de 60 uma nova abordagem teórica passou a ser desenvolvida, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics* – CFD). A Dinâmica dos Fluidos Computacional tem como objetivo simular escoamentos através de metodologias numéricas de tal forma que represente um fenômeno físico ([Mariano, 2009](#)). Embora seu

desenvolvimento tenha se iniciado há mais de 50 anos, somente na década de 90 a mesma passou a ter uma maior aceitação na indústria, sobretudo em projetos aeronáuticos. Nos últimos anos, a Dinâmica dos Fluidos Computacional tem se tornado uma ferramenta importante no estudo de problemas onde o escoamento é fundamental, auxiliando projetistas no projeto de sistemas mono ou multifásicos. Nesta abordagem, as equações de Navier-Stokes, as quais são um conjunto de equações diferenciais parciais (EDP) não-lineares, são numericamente resolvidas provendo informações sobre o escoamento, e permitindo a análise de variáveis de processo.

A aplicação de técnicas de CFD na simulação de escoamentos multifásicos requer atenção especial na escolha das metodologias a serem aplicadas na solução de cada fase. Esta escolha resulta do compromisso entre a qualidade dos resultados e o custo computacional da simulação. A fase contínua normalmente é calculada em um referencial Euleriano, e admitindo um escoamento como sendo turbulento, existem basicamente três abordagens principais a serem consideradas e estas resultam em três níveis de detalhamento e custo computacional:

- metodologia RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes equations* – equações médias de Reynolds) - nesta metodologia nenhuma escala da turbulência é calculada, sendo todas modeladas, evitando-se assim a solução de todas as escalas envolvidas no escoamento. Dessa forma obtêm-se somente os campos médios das variáveis de interesse, com a vantagem de possibilitar a utilização de malhas mais grosseiras e a desvantagem de se perder o campo instantâneo e as informações contidas nele;
- metodologia LES (*Large Eddy Simulation* – Simulação de Grandes Escalas (SGE)) - onde as menores escalas do escoamento são modeladas, enquanto que as maiores escalas são calculadas, obtendo-se como solução um campo instantâneo das variáveis de interesse, uma vez que as grandes escalas são diretamente resolvidas e a parte modelada é menor. Infelizmente isto gera a necessidade de se utilizar uma malha computacional mais fina;
- e DNS (*Direct Numerical Simulation* – Simulação Numérica Direta), onde todas as escalas do escoamento são resolvidas e a solução obtida, ao menos de um ponto de vista teórico, deve apresentar exatamente as mesmas características do escoamento real que foi simulado. Infelizmente, devido ao

seu custo extremo, atualmente a utilização da DNS ainda não é possível para a maior parte das aplicações com interesse prático. Isto basicamente deixa a escolha entre modelos RANS e LES.

Considerando a solução das equações da fase discreta, pode-se utilizar um referencial Euleriano ou Lagrangiano, que quando combinados com a solução da fase contínua, constituem os referenciais denominados de Euleriano-Euleriano e Euleriano-Lagrangiano. A abordagem Euleriana-Euleriana pode ser subdividida nas metodologias do fluido de mistura e da força pontual, em qualquer uma das duas, ambas a fase contínua e a fase dispersa são tratadas como um meio contínuo, o que torna esta abordagem mais apropriada para simulação de escoamentos densos. Escoamentos densos neste contexto são escoamentos onde o comportamento geral da fase particulada é ditado por interações partícula-partícula.

O referencial Euleriano-Lagrangiano também pode ser dividido em duas abordagens: a abordagem da força pontual e a abordagem da superfície resolvida. Em ambas, cada partícula computacional é rastreada no domínio computacional. Estas abordagens são mais indicadas para escoamentos dispersos, onde, no contexto atual, escoamentos dispersos são aqueles nos quais o movimento da partícula é dominado por interações fluido-partícula. Embora as duas abordagens sejam Lagrangianas, o método da superfície resolvida requer uma quantidade muito maior de recursos, quando comparado ao método da força pontual. Desta forma, esta última pode ser utilizada para a simulação de escoamentos com um número muito maior de partículas imersas ([Crowe, 2006](#)).

Além do tipo de abordagem a ser utilizada na solução de escoamentos multifásicos por técnicas de CFD, outra questão interessante e fundamental é qual o tipo de acoplamento entre as fases deve ser utilizado, que poderá ser de uma via, duas vias, ou de quatro vias, e dependerá basicamente do carregamento volumétrico. Ao aumentar-se o número de partículas em um determinado escoamento, aumenta-se também a influência que as partículas exercem sobre o fluido e sobre outras partículas. Esta influência é de certa forma quantificada por meio do acoplamento entre as fases, o qual, resumidamente, pode ser: de uma via (*one-way*), utilizado em escoamentos dispersos, onde é seguro admitir que os efeitos da fase dispersa no comportamento da fase contínua podem ser desprezados; de duas vias (*two-way*), onde devido ao aumento na concentração de partículas os efeitos destas no comportamento do fluido não podem mais serem desprezados; e de quatro vias (*four-way*) quando a concentração volumétrica da fase dispersa for tal que interações partícula-partícula passem a ser importantes.



No próximo subitem, faz-se uma introdução ao tema separadores ciclônicos, uma vez que o objetivo principal do presente trabalho é a simulação numérica destes equipamentos.

## 1.1 Separadores Ciclônicos

A primeira patente de um ciclone foi feita por John M. Finch nos Estados Unidos no ano de 1885, onde chamou o equipamento criado de “*Dust Collector*”, Fig. 1.1, ou seja, estes equipamentos já possuem mais cento e vinte anos de utilização, sendo que por volta de 1920 já eram bastante similares aos encontrados hoje - Fig. 1.2. Com o passar dos anos, embora os princípios básicos que governam o comportamento dos ciclones não tenham mudado desde sua invenção, a intensa pesquisa e utilização em aplicações industriais resultaram em grandes melhorias no projeto destes equipamentos ([Hoffmann e Stein, 2008](#)).

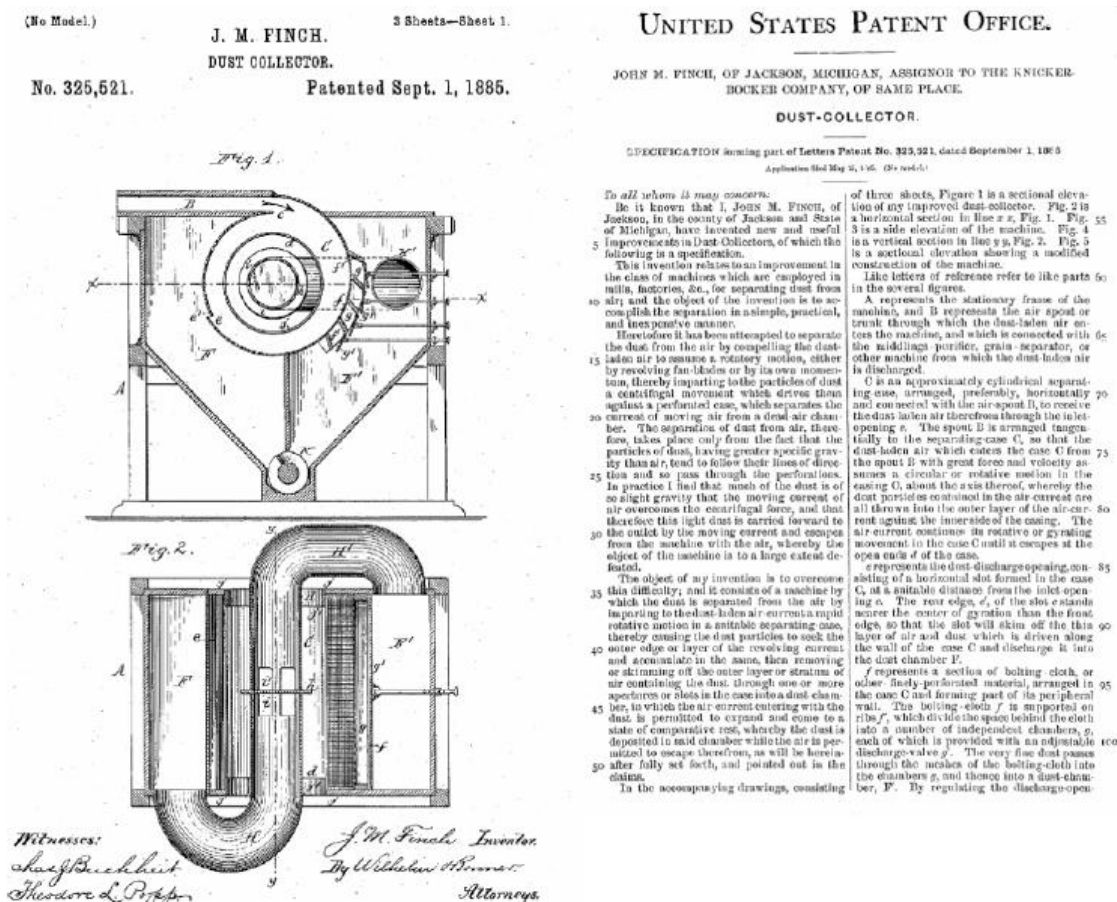


Figura 1.1: Primeira patente de um ciclone, 1885. Fonte [Hoffmann e Stein \(2008\)](#), p. 2.

Atualmente, ciclones são equipamentos largamente utilizados em diversos processos industriais onde se requer a separação de uma fase mais densa em escoamentos bifásicos. A aplicação destes equipamentos abrange desde processos dentro da indústria alimentícia até aplicações em processos de mineração, sendo que dependendo do material utilizado em sua fabricação os mesmos podem ser utilizados em ambientes corrosivos e a altas temperaturas. Estes separadores têm boa aceitação por possuírem alta eficiência aliada a um tamanho reduzido, por serem geometricamente simples, sem a presença de partes móveis, além de uma baixa necessidade de manutenção e um consumo de energia relativamente baixo.

Embora ciclones sejam equipamentos geometricamente simples, o escoamento em seu interior é extremamente complexo. Esta complexidade fez com que projetistas utilizassem relações empíricas para previsão da performance do equipamento. Estas relações empíricas são derivadas da análise de dados experimentais e incluem o efeito de variáveis geométricas e operacionais. Desta forma, embora os modelos empíricos relacionem parâmetros de classificação com as dimensões do aparelho e propriedades do fluido, estes modelos sofrem de uma deficiência inerente a qualquer modelo empírico: o modelo só pode ser utilizado dentro dos limites extremos dos dados experimentais sobre os quais foi desenvolvido ([Narasimha, et al. 2006](#)).

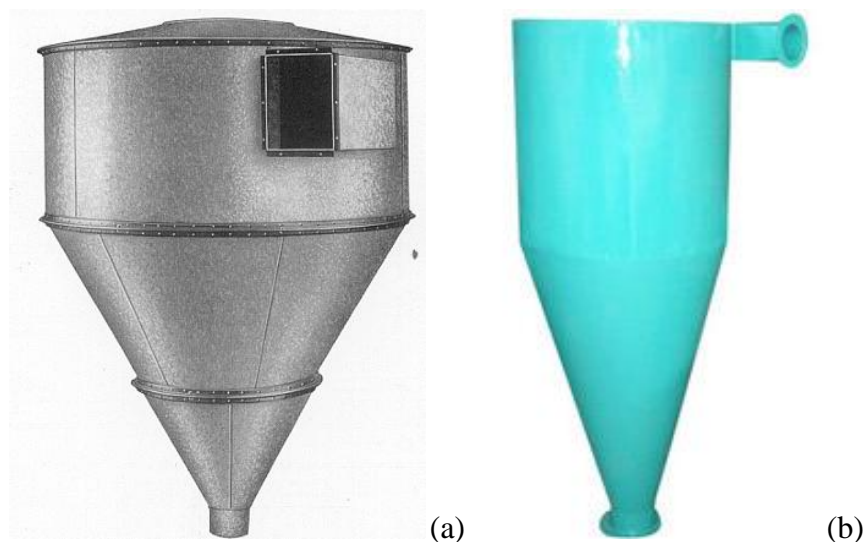


Figura 1.2: (a) Ciclone utilizado em moinhos de farinha no início da década de 20. Fonte [Hoffmann e Stein \(2008\)](#), p. 3; (b) Ciclone utilizado em unidades de processamento de grãos (fabricado atualmente). Fonte <http://www.indiamart.com/>.

O escoamento no interior de um ciclone está ilustrado na Fig. 1.3. O fluido, composto de uma mistura (gás-sólido, gás-líquido ou mesmo, em ciclones com algumas modificações, líquido-líquido) entra tangencialmente na parte cilíndrica do ciclone causando um movimento fortemente rotativo, que resulta em um regime de baixa pressão. Durante a operação, o fluido, normalmente pressurizado, alimenta constantemente o ciclone e a força centrífuga gerada faz com que partículas com mais inércia se movam em direção à parede enquanto que a velocidade radial força o fluido e as partículas mais leves a se moverem na direção do centro.

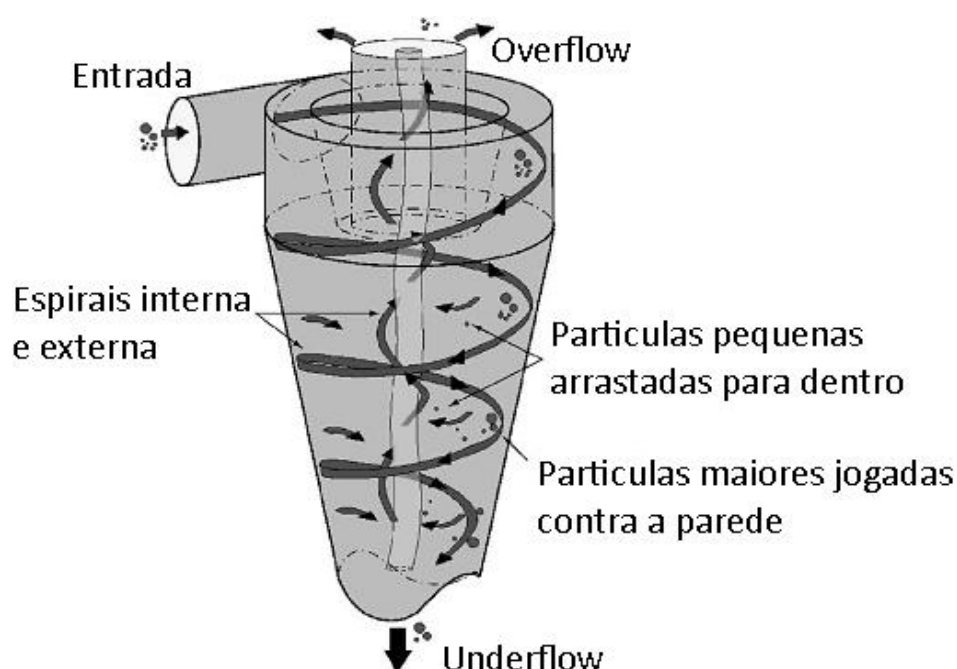


Figura 1.3: Esquemática do escoamento em um hidrociclone. Adaptado de: [Cullivan et al., 2004, p. 652.](#)

Este escoamento gera uma espiral dentro de outra espiral onde o fluido que entra tangencialmente no ciclone inicia um movimento espiral descendente junto à parede do ciclone em direção à saída inferior, e então retorna em direção à saída superior por meio de uma espiral interna ascendente. Embora estas espirais estejam se movimentando em sentidos opostos, em relação à direção axial, as mesmas giram no mesmo sentido, e são comumente denominadas de vórtice externo e vórtice interno. [Bernardo \(2005\)](#) cita ainda uma região anular entre os dois vórtices, onde o movimento é bastante giratório.

Como em todos os separadores que envolvem a dinâmica das partículas no sistema, a dinâmica do escoamento é extremamente importante para se entender o mecanismo de

funcionamento do mesmo. Conforme dito anteriormente ciclones são utilizados nos mais diversos ramos industriais sob condições de operação muito diferentes. Como motivação neste trabalho é considerado como ramo de interesse o petroquímico, mais especificamente unidades de craqueamento catalítico presentes em refinarias de petróleo. Desta forma, na próxima sub-seção é apresentada uma pequena introdução relativa ao funcionamento de uma unidade de craqueamento catalítico em leito fluidizado e ao tema específico de ciclones em unidades de FCC (*Fluid Catalytic Cracking*).

## 1.2 Motivação - Unidade de craqueamento catalítico - FCC

A unidade de craqueamento catalítico (FCC) processa frações intermediárias e pesadas de petróleo, gerando produtos mais leves (gasolina e intermediários mais leves), de maior valor agregado, por reações químicas de quebra de moléculas, por meio da utilização de partículas micrométricas de catalisadores. Ou seja, estas unidades utilizam sub-produtos com baixo valor agregado em sua alimentação e são capazes de produzir produtos com valor maior, como por exemplo gasolina de alta octagem. Estima-se que cerca de 45% de toda gasolina no mundo venha de unidades de FCC e de unidades auxiliares como a unidade de alquilação.

A primeira unidade comercial de FCC iniciou sua operação no ano de 1942, ou seja, mais de 60 anos atrás. Da época em que a primeira unidade foi implantada aos dias de hoje, várias melhorias, tanto do ponto de vista de operação quanto de projeto, foram realizadas. Estas melhorias aumentaram a confiabilidade mecânica das unidades e sua habilidade de craquear óleo mais pesado. A Fig. 1.4 mostra de forma esquemática uma unidade de craqueamento fabricada pela companhia UOP (*Universal Oil Products*).

Segundo [Sadeghbeigh \(2000\)](#) o processo de craqueamento catalítico em leito fluidizado pode ser dividido em seis processos básicos:

- Pré-aquecimento da alimentação (*Feed Preheat*);
- *Riser* – Reator – retificador (*Stripper*);
- Regenerador – recuperação de catalisadores;
- Fracionamento principal (*Main Fractionator*);
- Usina de gás;

- Instalações de tratamento.

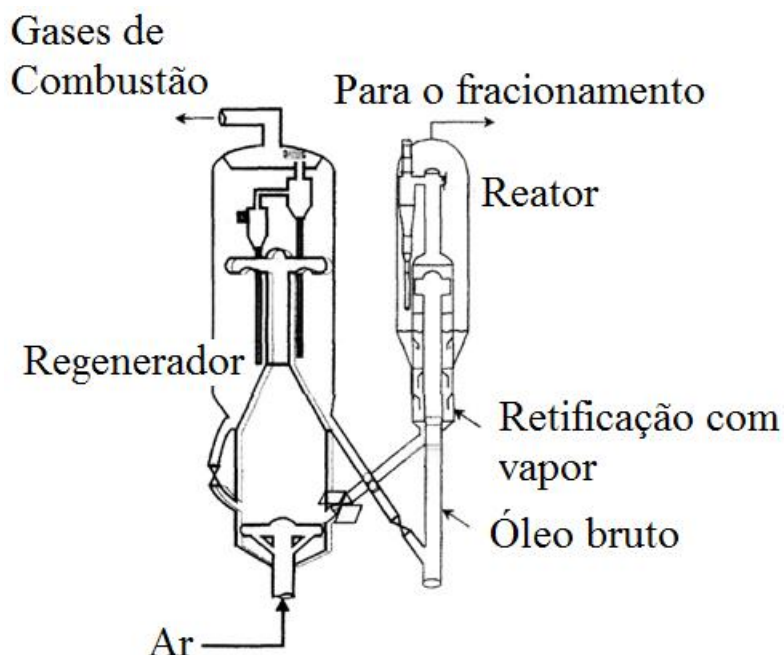


Figura 1.4: Esquema básico de funcionamento de uma unidade de craqueamento catalítico. Adaptado de [Sadeghbeigi, 2000](#), p. 3.

### 1.2.1 Resumo do funcionamento de uma unidade de FCC

Neste ponto ressalta-se que o que será apresentado abaixo é um resumo do funcionamento de uma unidade de FCC, baseado no texto de [Sadeghbeigh \(2000\)](#), sendo que este tem como objetivo apenas familiarizar o leitor que desconhece esta unidade de processo para que o mesmo possa melhor compreender o contexto no qual os equipamentos que motivaram o desenvolvimento deste trabalho operam e a sua importância econômica. Ou seja, o autor deste texto não tem a pretensão de descrever detalhes do funcionamento destas unidades, uma vez que os processos que ocorrem nas mesmas são extremamente complexos e fogem ao escopo deste trabalho.

Todas as refinarias de petróleo utilizam o processo de destilação. Neste processo o petróleo é aquecido até vaporizar e condensado, promovendo um desmembramento do mesmo em várias frações. Uma destas frações é denominada de gasóleo (no caso em questão gasóleo

de vácuo). Este sub-produto de valor agregado relativamente baixo é o material de alimentação de unidades FCC.

1. O gasóleo é aquecido, normalmente, a uma temperatura que varia entre 260°C a 370°C na alimentação, processo denominado de pré-aquecimento. Este passo é fundamental, uma vez que este processo oferece controle sobre a razão Óleo-catalisador.
2. A partir do pré-aquecimento o gasóleo é injetado no *riser*. O *riser* é um tubo vertical que pode ter de 25 a 30 m de comprimento com diâmetro variando de 60 a 180 cm. Normalmente, ainda possui uma camada espessa de material refratário (de 10 a 13 cm).
3. Logo após o gasóleo entrar no *riser* o mesmo entra em contato com catalisadores regenerados. Estes catalisadores estão tipicamente a uma temperatura que varia de 677 a 732 °C, e devido à diferença de temperatura catalisador/gasóleo o gasóleo é aquecido pelas partículas de catalisador, chegando a temperatura ideal no reator. Nesta seção a razão em massa catalisador/óleo normalmente varia de 4:1 à 9:1. O tempo de contato entre o catalisador e o gasóleo no *riser* é relativamente pequeno, de 1,5 a 3,0 s.
4. O *riser* termina dentro do reator, sendo que na saída do *riser* normalmente é instalado algum dispositivo para separação primária do catalisador, por exemplo, um defletor de fluxo, de tal forma que a maior parte das partículas de catalisador é defletida para a parte inferior do reator.
5. Na parte superior do reator são instaladas baterias de ciclones. Após passar por estes ciclones os produtos vão para a unidade de fracionamento principal.
6. Simultaneamente, as partículas de catalisador se dirigem para a parte inferior do reator, entrando nos retificadores (*strippers*). Nesta seção vapor d'água é injetado promovendo a remoção de parte do coque que se encontra sobre a superfície das partículas.
7. Após passar pelo retificador o catalisador entra no regenerador. Neste equipamento o coque restante é queimado promovendo um aumento na temperatura do catalisador. Dentro do regenerador existe outra bateria de ciclones, onde os catalisadores são separados dos gases de combustão e enviados novamente ao *riser*, sendo reutilizados por várias vezes.

A Fig. 1.5 mostra um fluxograma do ciclo de partículas de catalisador dentro de uma unidade convencional de FCC, com uma bateria de ciclones de 3º estágio.

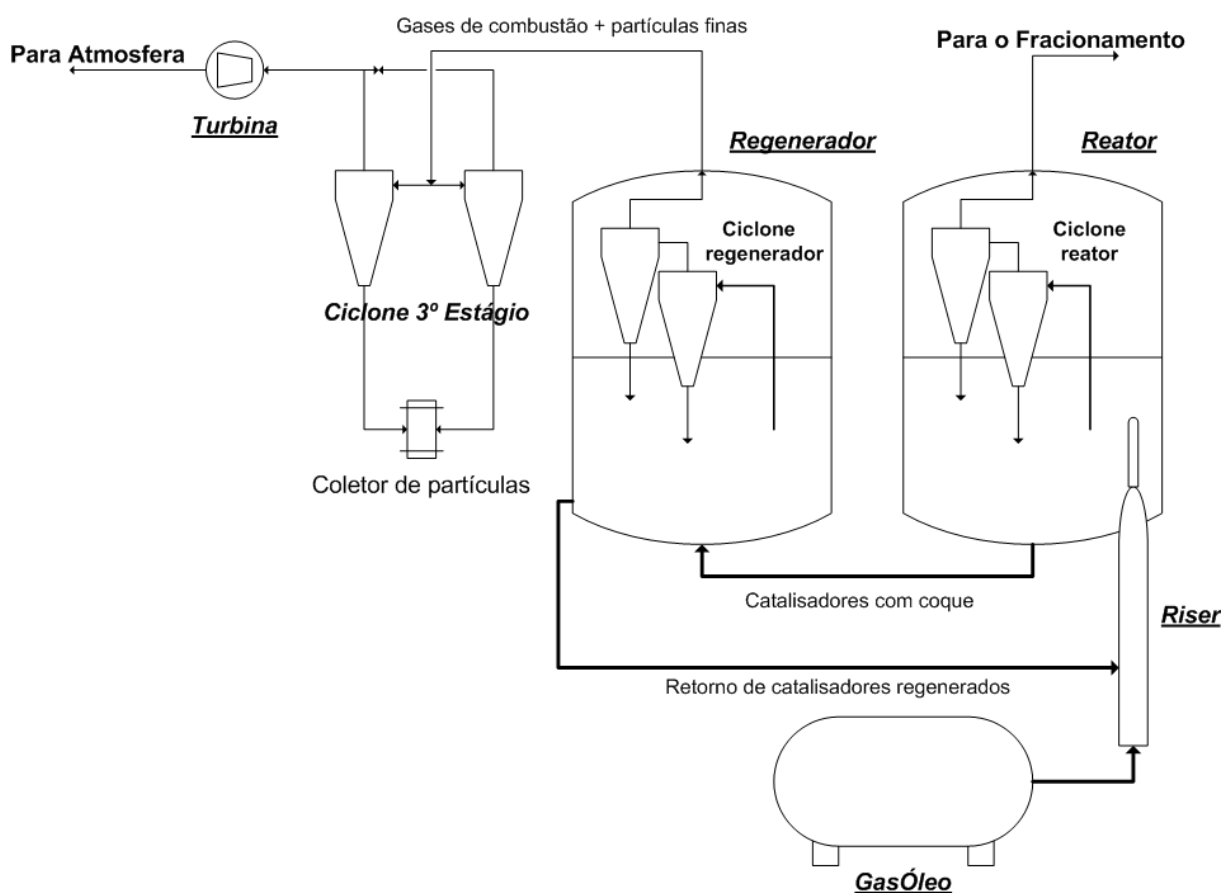


Figura 1.5: Esquema geral do ciclo de partículas de catalisador em uma unidade de FCC.

### 1.2.2 Ciclones em uma unidade de FCC

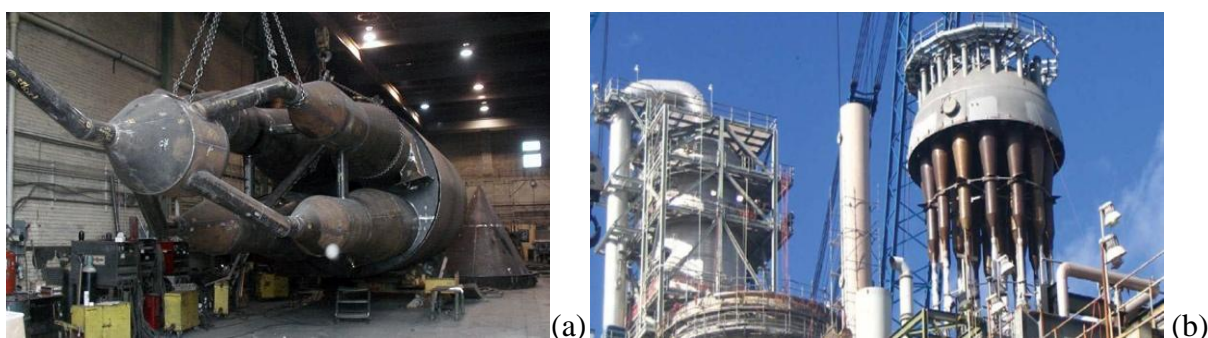
O catalisador empregado normalmente é constituído por partículas finas de zeólita, possuindo diâmetro médio de 75  $\mu\text{m}$ . Este material possui grande área superficial por ser um material poroso constituído principalmente por sílica ( $\text{SiO}_2$ ) e alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). As principais funções do catalisador são:

- diminuir a temperatura e pressão na qual as reações de interesse ocorrem;
- servir como agente de transporte de coque;
- auxiliar na qualidade do produto obtido (por exemplo: octanagem da gasolina);
- servir como agente de transferência de calor.



Estes catalisadores contam com alto valor agregado (considerando o volume de material processado), o que por si só é uma razão forte para se procurar minimizar qualquer perda deste material. No entanto, além disto, a emissão de particulados na atmosfera deve ser evitada por questões ambientais, sendo que em alguns países, pela legislação vigente, essa emissão não pode passar de 50 mg/Nm<sup>3</sup> ([Buell - refinery cyclones, 2008](#)), o que torna separadores gás-sólido indispensáveis.

Normalmente regeneradores de unidades FCC utilizam de 4 a 16 conjuntos de ciclones operando em paralelo. Estes ciclones removem partículas com diâmetro superior a 20 µm, [Sadeghbeigh \(2000\)](#), de tal forma que outros separadores são necessários após o regenerador, tanto para evitar danos às pás da turbina, ver Fig. 1.5, quanto para evitar emissões excessivas de particulados na atmosfera. Ultimamente, tem se optado por ciclones de 3º e 4º estágios, que são capazes de remover partículas muito mais finas com boa relação custo benefício. A Fig. 1.6-a e 1.6-b mostra, respectivamente, exemplos da montagem de um reator e de um regenerador em unidades de FCC diferentes.



**Figura 1.6:** a) Montagem de um reator (Fonte: <<http://www.hason-steel.com/>>). b) montagem de um regenerador (Fonte: <<http://www.catcracking.com/>>).

O projeto de ciclones é complexo, tal que, ainda hoje, muitos fabricantes utilizam relações teóricas e/ou empíricas. Ao considerar-se a aplicação destes equipamentos em unidades de FCC, isto se torna ainda mais complicado, uma vez que as condições de operação podem variar consideravelmente de acordo com o regime de operação da unidade ([Tenney, 2004](#)).

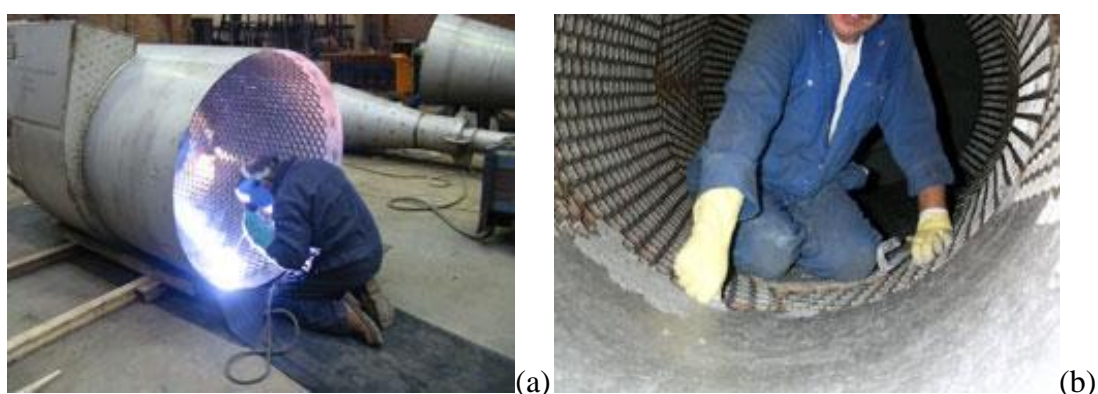
A eficiência na separação em unidades de FCC pode alcançar níveis maiores do que 99,999% ([Noriler et al., 2004](#)), deixando uma margem pequena para melhorias na eficiência de separação, desde que os mesmos operem em condições ao menos próximas às de projeto.



No entanto, além da eficiência de separação, outro ponto fundamental na utilização de ciclones, sobretudo quando as condições de operação são muito severas, como em unidades de FCC, é a durabilidade do equipamento, e neste quesito ainda existe um campo muito grande para melhorias.

O ideal seria que estes equipamentos operassem sem problemas durante todo o período previsto para operação da unidade, o que varia de unidade para unidade, podendo ser um período de 3, 5 ou mais anos. No entanto, falhas em ciclones de unidade de FCC ocorrem e algumas vezes levam a uma parada não programada da produção. A perda de catalisadores é monitorada de forma rigorosa nestas unidades, de tal forma que quando um ciclone falha isto normalmente pode ser identificado e a parada ou não da unidade se dá em função de uma análise econômica que relaciona os custos de manter a unidade de FCC funcionando com problemas em seus separadores com aqueles de uma parada não programada.

Para aumentar-se o tempo de vida destes equipamentos, aplica-se uma camada de revestimento refratário nos mesmos, e este revestimento tem como principal característica uma alta resistência ao desgaste. Para aplicação do revestimento normalmente solda-se uma malha hexagonal metálica a estrutura do ciclone. Isto garante a correta fixação do refratário na estrutura, mas ainda assim, erosão ainda é um dos maiores problemas associados a ciclones em unidades de FCC. Exemplos de malha hexagonal e da aplicação do material refratário podem ser vistos na Fig. 1.7.



**Figura 1.7:** (a) Processo de solda da malha hexagonal metálica na estrutura do ciclone; (b) Aplicação da camada de material refratário. (Fonte: <<http://www.fccu.com/>>)

Segundo [Tenney \(2004\)](#), embora ciclones tenham sido utilizados em unidades de FCC por mais de 60 anos, as condições de operação destas unidades estão se tornando cada vez

mais severas, e ainda existe um esforço constante das refinarias de aumentar cada vez mais o tempo de corrida. Isto faz com que os ciclones presentes nestas unidades sejam cada vez mais exigidos, e consequentemente necessitem de constantes aprimoramentos em seu projeto.

Ao mesmo tempo em que o catalisador está erodindo o refratário, o catalisador também está sendo erodido pelo refratário. Isto gera partículas finas de catalisador, podendo ter menos de 10  $\mu\text{m}$ . Estas partículas finas irão constituir uma porção das perdas da unidade, uma vez que de forma geral não serão capturadas pelos ciclones do regenerador e desta forma não são reinseridas no reator.

Uma das causas principais da erosão em ciclones e em outros locais de unidades de FCC é a velocidade do gás. A literatura reporta que as taxas de erosão são funções da velocidade do gás a potências de 3 a 5. Desta forma, uma pequena variação na velocidade do gás corresponde a uma grande variação na taxa de erosão. Observações das taxas de erosão durante longos períodos de tempo em ciclones de unidades de FCC com diâmetro interno variando de 1,2 m à 1,5 m sugerem que as velocidades neste ciclones devem ser inferiores a:

- entrada no ciclone de primeiro estágio: 22 m/s;
- entrada no ciclone de segundo estágio: 25 m/s;
- saída do gás no ciclone de primeiro estágio: 30 m/s.

Entretanto, existe uma busca constante de meios economicamente viáveis de se aumentar estes limites, possibilitando um aumento na produção destas unidades. Neste ponto ressalta-se a importância da utilização de técnicas de CFD para a predição do comportamento de separadores ciclônicos. Neste trabalho não é feita a simulação de ciclones utilizados em unidades de FCC, principalmente pela falta de dados disponíveis na literatura aberta e pelo alto custo computacional relacionado a uma simulação deste porte. São simulados equipamentos com características semelhantes, demonstrando a aplicabilidade da metodologia utilizada na simulação de tais separadores. No próximo item são apresentadas algumas definições essenciais para o bom entendimento do texto a ser apresentado no restante do trabalho.

### **1.3 Definições Preliminares**

Após a breve introdução apresentada acima, faz-se aqui uma pequena pausa para apresentação de algumas definições importantes, ou seja, este tópico tem como objetivo

apresentar ao leitor a definição de alguns termos utilizados ao longo deste trabalho. Procura-se aqui apresentar estas definições de forma bastante clara, evitando assim qualquer possível confusão ou mau entendimento. Isto se faz necessário devido à vasta literatura utilizada e ao fato de que muitos termos utilizados nesta tese são comuns a varias áreas de atuação da Engenharia, e podem apresentar definições ligeiramente diferentes em cada área.

Neste texto, o termo partícula refere-se a um corpo relativamente pequeno imerso em um escoamento. Do ponto de vista da formulação empregada, partículas podem ser sólidas, como no caso de partículas de poeira, ou compostas por um fluido, como gotas ou bolhas. Do ponto de vista das simulações computacionais realizadas neste trabalho, partículas se referem a um corpo sólido, com densidade constante, imerso em um escoamento, onde o volume da menor célula computacional utilizada ainda é muito maior do que o volume da maior partícula simulada, uma vez que se assume que cada partícula seja rodeada por fluido o qual preenche o domínio. As partículas são referidas como a fase dispersa e o fluido, ao redor das partículas, é referido como a fase contínua.

No caso de partículas esféricas, é considerado que o centro de massa da partícula se encontra sobre seu centro geométrico. A massa da partícula,  $m_p$ , pode ser utilizada em conjunto com seu volume,  $V_p$ , para se definir a massa específica da partícula:

$$\rho_p \equiv \frac{m_p}{V_p} \quad (1.1)$$

A razão de massas específicas entre a fase discreta e a fase contínua, é definida como:

$$\rho_p^* \equiv \frac{\rho_p}{\rho_f} \quad (1.2)$$

Quando for utilizado o termo “partículas muito pesadas” o mesmo estará se referindo a partículas onde  $\rho_p^* \gg 1$  e quando for utilizado o termo “partículas muito leves” o mesmo estará se referindo a  $\rho_p^* \ll 1$ .

#### 1.4 Objetivos do Presente Trabalho

Os objetivos desta tese podem ser resumidos da seguinte forma:

1. Contribuir para o desenvolvimento de uma plataforma tridimensional para solução das equações de Navier-Stokes na formulação incompressível, por meio da implementação da metodologia Euleriana-Lagrangiana.
2. Estudar os efeitos da modelagem sub-malha sob tal metodologia.
3. Desenvolver estudos de escoamentos em ciclones, com ênfase na eficiência de coleta por diâmetro. Avaliar a eficácia de diferentes métodos para a integração das equações de movimento e posição da fase dispersa. Estudar os efeitos da aplicação de diferentes critérios de coleta na eficiência de coleta por diâmetro. Objetiva-se verificar a aplicabilidade de uma metodologia que seja independente da calibração de constantes *ad-hoc*, ou qualquer outro parâmetro.
4. Estudar os efeitos da forma e comprimento do duto de saída do ciclone na eficiência de coleta por diâmetro e queda de pressão.
5. Estudar o efeito da utilização de um pós-ciclone na eficiência de coleta e queda de pressão de um miniciclone laboratorial.

## **1.5 Temática da Tese**

No primeiro capítulo do presente trabalho, contextualiza-se o tema de estudo abordado, evidenciando a importância do mesmo. No final deste item também são apresentados os objetivos do presente trabalho.

No capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre os temas: escoamentos em ciclones e hidrociclones; e utilização das metodologias Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangiana aplicadas a escoamentos rotativos. Esta revisão é apresentada na forma de resenha do material consultado procurando evidenciar-se também o “estado da arte” deste ramo de pesquisa.

O capítulo 3 traz um pequeno resumo acerca de métodos numéricos, destacando o método dos Volumes Finitos e os métodos numéricos para cálculo da fase dispersa em malhas não estruturadas. Uma discussão envolvendo as metodologias Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangiana para a modelagem da fase dispersa também é apresentada. O capítulo 4 traz os resultados obtidos e uma discussão sobre os mesmos. No capítulo 5 apresentam-se as

conclusões obtidas no presente trabalho. O capítulo 6 apresenta a bibliografia consultada durante o desenvolvimento do trabalho.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica referente aos temas: escoamento em ciclones e Utilização das metodologias Euleriana-Euleriana, Euleriana-Lagrangiana na simulação de escoamentos com mais de uma fase. Por opção do autor, os dois temas são apresentados na forma de resenhas de alguns dos trabalhos consultados pelo mesmo.

A revisão referente a utilização das diferentes metodologias, apresentada no subitem 2.2 faz-se necessária por ter auxiliado na escolha da metodologia a ser utilizada para simulação da fase dispersa.

#### 2.1 Escoamento em ciclones

[Meier e Mori \(1999\)](#) realizaram simulações bidimensionais de um ciclone considerando tanto o escoamento monofásico (somente a fase gasosa) quanto bifásico (escoamento gás-sólido). Os autores apresentaram uma comparação entre dois modelos de turbulência: o modelo k- $\epsilon$  isotrópico e um modelo anisotrópico composto de uma combinação do modelo k- $\epsilon$  isotrópico com o modelo do comprimento de mistura de Prandtl. Para as simulações numéricas Meier e Mori utilizaram um código computacional em linguagem FORTRAN90 (totalmente desenvolvido pelos mesmos), onde optaram pelo método dos volumes finitos com

o esquema WUDS (*Weight Upstream Differencing Scheme*) para interpolação de todas as variáveis e o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade. Para o escoamento gás-sólido utilizaram o modelo Euleriano-Euleriano, onde a fase sólida foi caracterizada por um diâmetro médio com comportamento invíscido, e a interação entre as fases foi considerada por meio de um modelo empírico para a força de arrasto. As condições de contorno para a fase gasosa foram de perfil uniforme na entrada, não deslizamento nas paredes, simetria axial no eixo de simetria e funções de parede, em regiões próximas às mesmas, para as variáveis  $k$ ,  $\varepsilon$  e para a velocidade tangencial. As condições de contorno aplicadas à fase sólida foram as mesmas que para fase gasosa com exceção da velocidade axial na parede, onde para os sólidos a condição de deslizamento foi adotada. Os cálculos foram realizados em um computador pessoal IBM com 32 MB de memória RAM. Os autores apresentam quatro casos para escoamento monofásico, com velocidades de entrada variando de 5 a 18 m/s. Em todos os casos, o modelo de turbulência  $k$ - $\varepsilon$  isotrópico falha completamente na predição do escoamento, enquanto que os resultados obtidos com o modelo  $k$ - $\varepsilon$  modificado são consideravelmente melhores (mostrando consistência com os dados experimentais). Com relação ao escoamento gás-sólido os autores concluem que o modelo utilizado foi capaz de representar bem o escoamento em ciclones, mostrando boa concordância para a eficiência de coleta e para a fração volumétrica da fase sólida.

[Wang et al. \(1999\)](#), realizaram o estudo do mecanismo de separação em um ciclone quadrado com alta concentração de sólidos na entrada. Os autores afirmam que a utilização de ciclones quadrados em conjunto com “caldeiras de circulação de leito fluidizado” (*circulating fluidized bed boilers*) possui algumas vantagens em relação à utilização de ciclones convencionais, como: alta eficiência e baixa queda de pressão, maior facilidade na construção e manutenção, menor volume (menor tempo de parada/inicialização) e integração mais fácil à caldeira. Mesmo diante destas vantagens, a pesquisa na utilização de ciclones quadrados (especialmente com alta concentração de sólidos na entrada) não é adequada, e, de forma geral, modelos clássicos de separação são aplicados no projeto destes equipamentos levando a projetos insatisfatórios, pois o mecanismo de separação nestes equipamentos (operando neste regime) não é muito bem compreendido. Desta forma, [Wang et al. \(1999\)](#), em seu estudo, desenvolveram um novo modelo para predição da eficiência de separação em ciclones quadrados com alta concentração de sólidos na entrada, o qual foi denominado de

*Instantaneous Separation Model.* Os experimentos foram realizados em um ciclone quadrado com altura total de 700 mm com seção “cilíndrica” de 350 mm de comprimento, onde o topo do ciclone e a parede externa da seção “cilíndrica” foram construídos a partir de placas de vidro transparente. Partículas de quartzo com diâmetro médio de 0,205 mm e densidade de 2.550 kg/m<sup>3</sup> foram escolhidas pelos autores como principal material utilizado nos testes. Para medição da concentração dos sólidos dentro do ciclone, os autores utilizaram medidor de concentração de sólidos automático e um equipamento para amostragem de sólidos com orifícios múltiplos, composto de três polos paralelos com 13 orifícios em cada (os quais podem ser abertos e fechados de forma simultânea), de tal forma que o perfil de concentração relativa de sólidos pôde ser determinado com o auxílio de uma balança analítica foto-elétrica. De acordo com os autores, quando a concentração de sólidos é menor do que um determinado limite, os modelos clássicos de separação ainda podem ser aplicados. No entanto, quando a concentração de sólidos na entrada se torna mais alta ocorre um fenômeno similar ao que ocorre no transporte pneumático em tubos horizontais, onde a concentração de sólidos em determinados locais excede a capacidade do gás, tal que o excesso de sólidos simplesmente deixa de ser transportado. Este fenômeno é denominado de separação instantânea. No caso de ciclones, o restante dos sólidos (dentro do limite máximo) continua sendo transportado, sofrendo o processo de separação normal. [Wang et al. \(1999\)](#) ainda apontam que o processo de separação instantânea é dividido em uma separação instantânea espiral primária e secundária e desta forma denominam o fenômeno como sendo: *two-instantaneous separation*. Apontam em sua revisão bibliográfica que este fenômeno pode ser responsável pela separação de mais de 70% dos sólidos, demonstrando assim a importância da sua correta predição.

[R. Xiang et al. \(2001\)](#) estudaram experimentalmente os efeitos da variação da dimensão do cone na performance de ciclones. Para isto utilizaram três ciclones pequenos, construídos de vidro, e partículas monodispersas de PSL (partículas de látex) com diâmetros variando de 0,505 a 8,1 µm, em vazões de 30, 40, 50 e 60 l/min. Para cada caso estudado (ciclone, vazão, e diâmetro de partícula), pelo menos três réplicas foram realizadas para determinar a incerteza dos resultados. Os autores mostram que a eficiência de coleta aumenta com o aumento da vazão, o que já era esperado, no entanto, este aumento se torna menos importante ao se comparar vazões mais altas, Fig. 2.1.



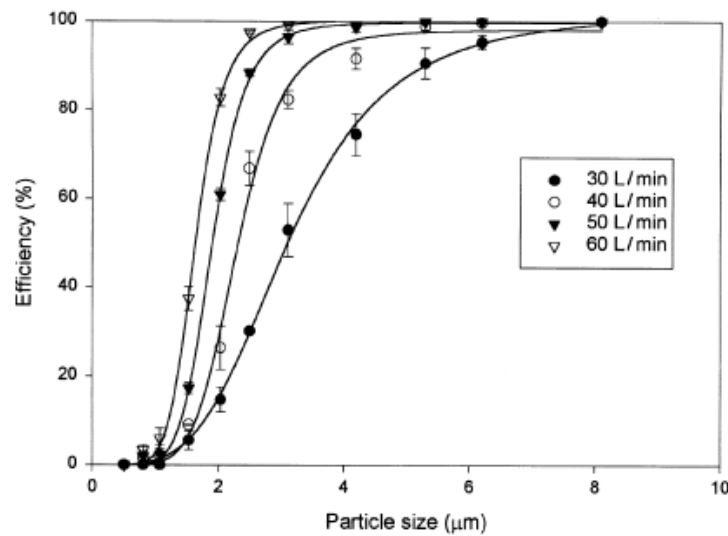


Figura 2.1: Efeito do aumento da vazão na eficiência de grade. Fonte: [R. Xiang et al. \(2001\)](#), pg. 553.

Para justificarem este fato, afirmam que ao se operar ciclones a altas vazões a eficiência de coleta já se torna alta, de tal forma que ao se aumentar ainda mais a vazão as mudanças obtidas na eficiência de coleta podem ser insignificantes. Também comparam a inclinação das curvas de um ciclone com relação ao outro, mostrando que as mesmas tendem a permanecer constantes, mas, como esperado, apresentando um pequeno deslocamento, de tal forma que, mantendo-se os demais parâmetros constantes, quanto menor o diâmetro do ápice do cone (*underflow*) maior é a eficiência de coleta do ciclone. Em seu estudo, os autores também fazem constatações importantes com relação à queda de pressão, afirmando que por meio da redução do diâmetro do cone é possível aumentar a eficiência de coleta sem um aumento considerável na queda de pressão, desde que o diâmetro do ápice do cone não seja menor do que o diâmetro do *vortex finder*. [R. Xinag et al. \(2001\)](#) comparam os dados experimentais obtidos com teorias existentes, e segundo os mesmos, os modelos de Barth e de Iozia e Leith apresentam resultados muito melhores do que os obtidos com o modelo revisado de Leith-Licht. No entanto, nenhum modelo utilizado foi capaz de reproduzir de forma satisfatória o efeito da redução do ápice do cone na eficiência de coleta, Fig 2.2.

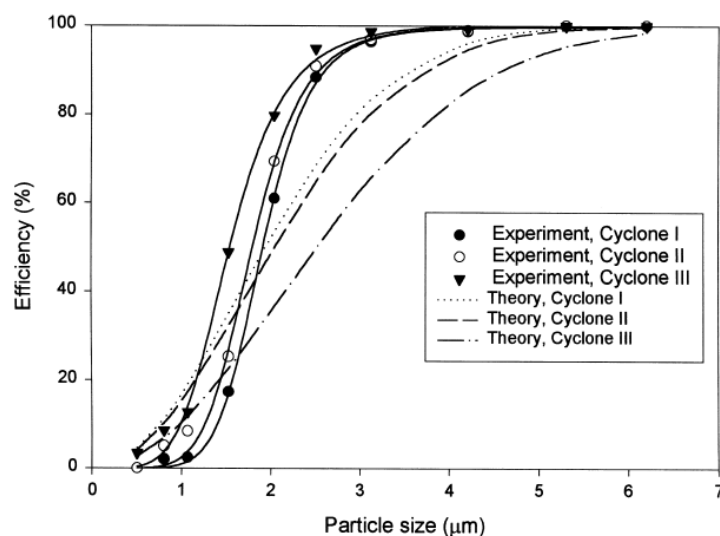


Figura 2.2: Comparação entre os dados experimentais e o modelo revisado de Leith-Licht para os três ciclones estudados pelo autor. Fonte: [R. Xiang et al. \(2001\)](#), pg 557.

[Derksen \(2003\)](#) realizou a simulação do escoamento gás-sólido em um ciclone Stairmand de alta eficiência com diâmetro de 0,29 m, operando com ar à temperatura ambiente e uma velocidade na entrada de 16,1 m/s o que corresponde a um número de Reynolds de 280.000. O autor utiliza um método lattice-Boltzmann para simulação da fase gasosa com células cúbicas. O autor considera que a principal vantagem de se aplicar um esquema lattice-Boltzmann reside em sua eficiência computacional, sobretudo em códigos paralelos, uma vez que as interações em um esquema lattice-Boltzmann são totalmente localizadas. Assim, um código computacional com memória distribuída baseado na decomposição de domínio somente requer a comunicação de variáveis do escoamento nos contornos do subdomínio e, desta forma, utiliza os recursos paralelos de forma eficiente. Para a modelagem da turbulência, optou pela metodologia LES com o modelo de Smagorinsky sendo utilizado em conjunto com a função de amortecimento de Van Driest. A malha numérica utilizada contém um total de  $7,70 \times 10^6$  células, sendo que cerca de 45% destas se encontram fora da geometria do ciclone e o passo de tempo adotado foi de aproximadamente  $1,0 \times 10^{-5}$  s. [Derksen \(2003\)](#) define a escala de tempo integral do escoamento como sendo  $D/U_{in}$ , onde  $D$  é o diâmetro do ciclone e  $U_{in}$  é a velocidade na entrada. Após esta definição o autor relata que a convergência das estatísticas do escoamento normalmente ocorre após 25 vezes a escala de tempo integral. Com relação às condições de contorno, utilizou um perfil de velocidade parabólico (laminar) na entrada. O autor destaca a insensibilidade do escoamento em relação ao perfil utilizado na entrada, sendo esta atribuída à complexidade do escoamento

dentro do equipamento na região da junção do duto de entrada com o corpo do ciclone. [Derksen \(2003\)](#) afirma que o escoamento na saída do ciclone pode apresentar caráter subcrítico, e quando isto ocorre, o movimento de *swirl* se torna tão intenso que instabilidades se propagam tanto a jusante quanto a montante, influenciando (de forma não física) o escoamento no interior do equipamento. Para evitar este efeito, o autor posicionou uma obstrução no duto de saída. Esta obstrução é um disco circular com diâmetro um pouco menor do que o diâmetro do duto de saída, Fig. 2.3, tendo sido posicionada próxima a metade do comprimento do duto, evitando desta forma que o escoamento (em regime subcrítico) chegasse até o plano de saída, o que possibilitou ao autor utilizar a condição de escoamento desenvolvido no plano de saída. O autor também relata que a simulação do coletor de pó (*dust collection bin*) é fundamental, uma vez que a substituição deste componente por uma parede na saída de underflow leva a uma sobrepredição tanto da velocidade tangencial quanto, principalmente, da velocidade axial.

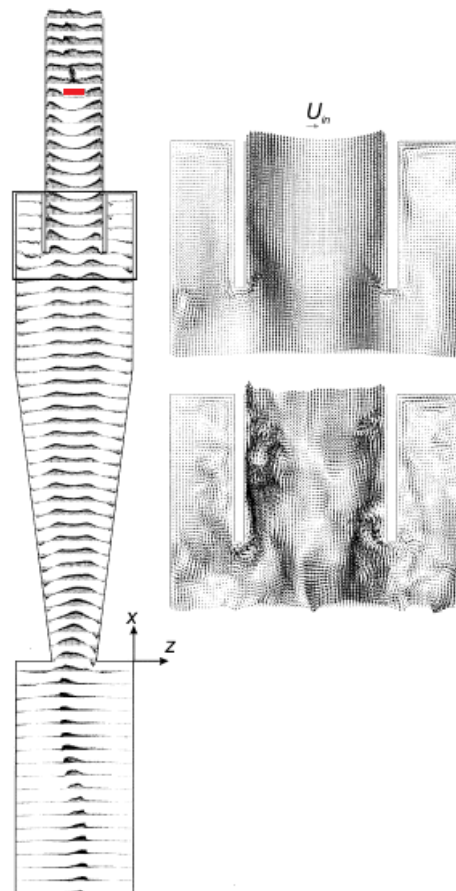


Figura 2.3: Figura esquemática indicando a posição do dispositivo utilizado por [Derksen \(2003\)](#) para evitar a condição de escoamento sub-crítico na saída do ciclone. Adaptado de Derksen (2003), pg. 1362.

O autor compara os resultados médios e RMS para as componentes tangenciais e axiais da velocidade com dados experimentais obtidos por [Hoekstra \(2000\)](#), e obtém ótima concordância com os mesmos. Com relação à fase sólida, as partículas foram tratadas como sendo esferas submetidas ao arrasto de Stokes e a gravidade. Colisões entre partículas e o efeito das partículas na fase gasosa não foram considerados. Um total de 23 conjuntos, cada um consistindo de 12.000 partículas idênticas foram rastreadas, com base em uma abordagem Lagrangiana. A injeção de partículas iniciou-se em  $t=0$  (em um escoamento completamente desenvolvido) e foi suspensa em  $t=18D/U_{in}$ . [Derksen \(2003\)](#) destaca o alto custo computacional da simulação gás-sólido, uma vez que o tempo de simulação necessário para a obtenção de resultados estatisticamente convergidos é consideravelmente mais alto que para o escoamento monofásico, sendo de aproximadamente 200  $D/U_{in}$ , Fig. 2.4, após a injeção das partículas.

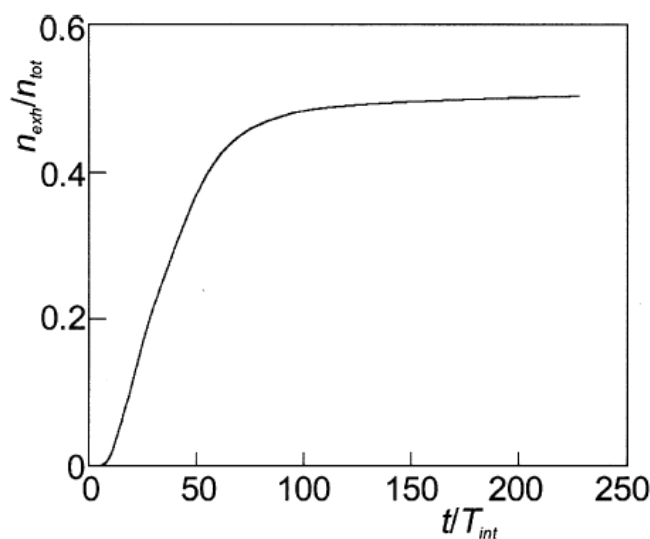


Figura 2.4: Fração das partículas que deixam o ciclone em função do tempo. Fonte: [Derksen \(2003\)](#), pg. 1366.

Todas as colisões entre partículas e paredes foram consideradas como sendo perfeitamente elásticas. Com relação aos resultados obtidos para fase particulada, os mesmos apresentam grandes semelhanças tanto qualitativas quanto quantitativas com os dados experimentais obtidos por [Hoekstra \(2000\)](#), destacando-se a eficiência de coleta. Devido ao alto custo computacional da simulação concomitante das fases sólida e gasosa, o autor também investiga outras três formas de simular o escoamento gás-sólido em tal equipamento.

Em uma primeira alternativa, considera o campo médio, obtido por meio de uma média temporal correspondente a  $40 D/U_{in}$ , a este campo médio é somada uma componente isotrópica de velocidade do gás, com média zero e RMS igual a  $\sqrt{(2/3)k}$ , onde  $k$  é a soma da energia cinética turbulenta em escala de malha e sub-malha para lidar com a coerência na turbulência o autor também o utilizou o conceito de tempo de vida do vórtice (*eddy-lifetime*) nesta simulação. A segunda alternativa utilizada pelo autor baseia-se em campos congelados do escoamento instantâneo previamente simulado. Nesta alternativa, denominada pelo mesmo de “Campo Congelado”, [Derksen \(2003\)](#) utilizou 16 campos obtidos de simulações anteriores, cada defasado de  $2D/U_{in}$  no tempo. Em cada um dos campos, conjuntos de partículas foram liberados e rastreados. Os resultados médios para a eficiência de coleta das partículas foi obtido como sendo a média dos resultados dos 16 campos. O autor ressalta que estas duas abordagens são muito baratas quando comparadas a simulação concomitante, uma vez que o tempo de execução destas é de cerca de 1% do tempo gasto na simulação concomitante. Em uma terceira alternativa testada pelo autor, denominada de “abordagem do escoamento periódico”, uma sequência de 120 campos instantâneos previamente calculados foi utilizada de forma repetitiva para simular o escoamento da fase gasosa, sendo que durante a simulação os campos são utilizados na sequência de 1 a 120 e então de 120 a 1, simulando assim um escoamento periódico. O autor ressalta que esta abordagem não é fisicamente consistente, uma vez que na sequência de retorno (120 – 1) o termo referente à derivada temporal nas equações de Navier-Stokes muda de sinal, enquanto os outros termos da equação não mudam. [Derksen \(2003\)](#) conclui que as abordagens baseadas no campo médio e nos campos congelados, embora computacionalmente baratas, apresentam desvios claros em relação aos resultados obtidos com a simulação concomitante, enquanto que a simulação denominada de “abordagem do escoamento periódico”, apesar de computacionalmente mais cara, fornece resultados mais próximos aos da simulação simultânea das duas fases.

[Zhao et al. \(2006\)](#) simularam o escoamento gás-sólido em dois tipos de ciclones, um com entrada convencional (tangencial) e outro com dois dutos de entrada em espiral (duas entradas em voluta defasadas de  $180^\circ$ ). Para realização das simulações os autores optaram pelo software comercial FLUENT versão 6.1. A fase gasosa foi tratada como um meio contínuo, em um referencial Euleriano, onde utilizaram o algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade, o esquema de interpolação QUICK e o modelo das tensões

de Reynolds (RSM) para modelagem da turbulência. A fase sólida foi tratada em um referencial lagrangiano, onde cada partícula é rastreada desde o momento da injeção até ser separada ou escapar através do duto de *overflow*. Com relação à coleta, definiram que quando uma partícula toca a parede lateral ou do fundo do ciclone a mesma é coletada. As malhas utilizadas consistem de elementos hexaédricos e tetraédricos com 75.700 elementos para o ciclone com entrada tangencial simples e 79.620 elementos para o ciclone com entrada dupla em voluta. Como condições de contorno, assumem um perfil de velocidade uniforme na entrada (normal ao plano de entrada) para o fluido e a injeção de 4.000 partículas. Na saída, assumem condição contorno o escoamento completamente desenvolvido, nas paredes assumem condição de não deslizamento e utilizam lei de parede. Utilizam passo de tempo de 0,02 s e um critério de convergência de  $10^{-3}$ . Os autores concluem que a utilização de uma entrada dupla aumenta a simetria do escoamento e possibilita uma maior eficiência de separação, embora promova uma diminuição na velocidade tangencial, também ressaltam que embora a utilização de técnicas de CFD seja complexa e computacionalmente cara, as simulações numéricas são capazes de fornecer bons resultados.

[Derksen et al. \(2006\)](#) utilizaram a dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para estudar o efeito da concentração de sólidos no escoamento em ciclones. Optaram por simulações tridimensionais, transientes onde a metodologia LES, com o modelo turbulência de Smagorinsky, foi adotada para a modelagem da turbulência e a abordagem de duas vias (*two-way*) foi utilizada para se estimar os efeitos das interações partículas-gás. As colisões partícula-partícula são desprezadas. Os autores justificam esta simplificação com base na fração volumétrica relativamente baixa, menor do que  $1,0 \times 10^{-4}$ , mas alertam que em regiões próximas a parede do ciclone esta fração volumétrica pode aumentar em mais de 200 vezes, e isto pode tornar colisões partícula-partícula relevantes. As colisões partícula-parede são tratadas como colisões elásticas, sem atrito, e as paredes são consideradas como paredes lisas. O número de Reynolds do escoamento é de 280.000 e o número de Froude é igual a 90. Os autores consideraram nove diâmetros diferentes para as partículas, sendo todos próximos ao diâmetro de corte, cujo número de Stokes é de  $1,5 \times 10^{-3}$ . Como estas simulações visavam o estudo da modificação da turbulência pela presença da fase sólida, [Derksen et al. \(2006\)](#) inicialmente resolveram o escoamento monofásico. Uma vez tendo o escoamento completamente desenvolvido, em um regime estatisticamente estabelecido, os autores

iniciaram a injeção de partículas, com acoplamento de uma via, a uma taxa de  $1,24 \times 10^5$  partículas por escala de tempo integral do escoamento, sendo que tais partículas foram uniformemente distribuídas na área de entrada. Nas simulações as partículas injetadas podiam deixar o ciclone quando se encontrassem próximas à saída ou à parede inferior da caixa coletora (*dust bin*). Os autores destacam que é necessário simular o escoamento por bastante tempo antes que o número de partículas dentro do ciclone se estabilize, cerca de 300 vezes a escala de tempo integral do escoamento, Fig. 2.5.

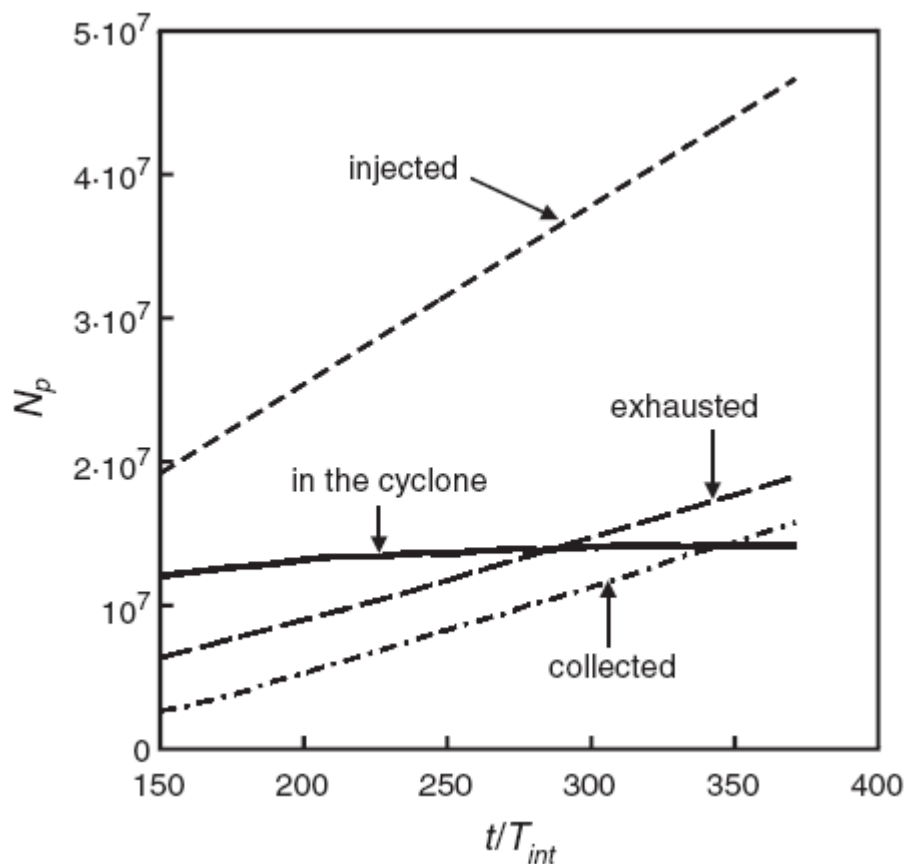
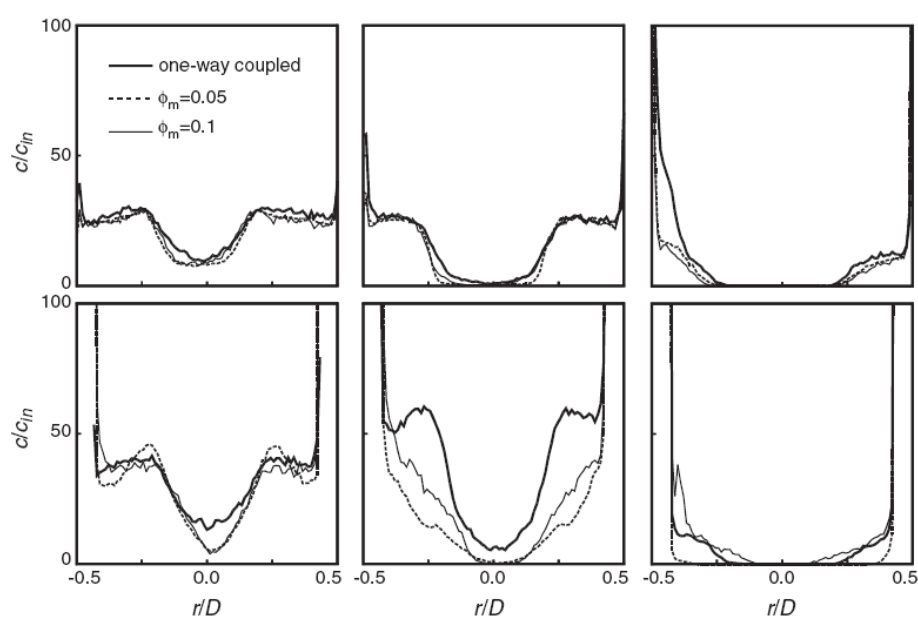


Figura 2.5: Variação do número de partículas dentro do ciclone com o tempo de simulação. Fonte: [Derksen et al. \(2006\)](#), pg. 62.

Para a simulação com a abordagem de duas vias os autores consideraram o campo obtido na abordagem de uma via no instante de tempo  $t = 234 D/U_{in}$  como sendo o instante inicial, e a partir deste campo deixaram o escoamento se desenvolver novamente com a presença das partículas. Devido ao alto custo computacional da simulação, os autores assumiram que cada partícula computacional representa uma parcela contendo  $3,95 \times 10^5$  e  $7,90 \times 10^5$  partículas reais, obtendo desta forma frações mássicas de 0,05 e 0,1,

respectivamente. Os autores reconhecem que os fatores de multiplicação são muito grandes, mas afirmam que mesmo assim o número de partículas dentro do ciclone passa de  $1,0 \times 10^7$ , chegando próximo ao limite de memória computacional, não sendo possível aumentar o número de partículas rastreadas a ponto de se reduzir de forma considerável os fatores de multiplicação adotados pelos mesmos. Os autores relatam que, ao se acionar o termo responsável pelo acoplamento de duas vias, o número de partículas dentro do ciclone muda drasticamente, sobretudo o número de partículas na caixa coletora e na seção cônica do ciclone, indicando que para se obter um novo campo convergido a simulação terá de se desenvolver por um longo tempo. Como resultados, [Derksen et al. \(2006\)](#) mostram que a concentração de partículas longe da parede geralmente é maior nas simulações com acoplamento de uma via, Fig 2.6, indicando que para as frações mássicas utilizadas o efeito da redução da turbulência prevalece sobre a perda de *swirl*. As diferenças encontradas no escoamento para as duas frações mássicas testadas foram maiores na seção inferior do ciclone, onde os autores observaram uma forte redução na turbulência.



**Figura 2.6:** Perfis radiais da concentração média das partículas nas posições axiais  $x/D = 3.25$  (em cima) e  $x/D = 2.0$  (em baixo), para três números de Stokes diferentes:  $5E-04$ ,  $2.3E-03$  e  $1.1E-02$ . Fonte: [Derksen et al. \(2006\)](#), pg. 65.

[Martignoni et al. \(2007\)](#) realizaram experimentos numéricos utilizando o software comercial CFX versão 5.7.1, onde analisaram a influência de parâmetros geométricos na performance de ciclones. Os parâmetros estudados pelos autores consistem na criação de uma



entrada simétrica e uma saída em voluta no duto de *overflow*. Para modelagem da turbulência os autores optaram pelo modelo de tensões de Reynolds (Reynolds Stress Model, RSM) e pelo modelo LES de Smagorinsky com valor de 0,1 para a constante  $C_s$ . Utilizaram um esquema UPWIND de alta ordem para as interpolações e o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade, considerando um passo de tempo de  $1,0 \times 10^{-3}$  s e um critério de convergência para norma Euclidiana de  $1,0 \times 10^{-5}$ . Simularam um tempo total de 12 s, sendo que a simulação em regime transiente teve como campo inicial uma simulação em regime permanente. [Martignoni et al. \(2007\)](#) utilizaram malhas tetraédricas variando de aproximadamente 2.400.000 elementos a 2.700.000 elementos. Com relação à fase sólida, trataram a mesma segundo uma abordagem Euleriana, como sendo um fluido invíscido com uma fração volumétrica uniformemente distribuída na entrada de  $6,13 \times 10^{-5}$ . Os autores também desprezam a distribuição granulométrica, considerando apenas o diâmetro médio das partículas (10  $\mu$ m). Os autores mostram em seu trabalho que as modificações propostas causam uma redução no pico de velocidade tangencial e consequentemente uma redução na queda de pressão, também mostram que ocorre um aumento na eficiência de coleta do ciclone, assim como comprovado experimentalmente, mas não explicam este fato interessante, uma vez que ao diminuir a velocidade tangencial o resultado mais esperado seria uma redução na eficiência de coleta ([Svarovsky, 1984](#); [Hoffman e Stein, 2008](#)). Os autores concluem que a formulação LES foi capaz de capturar algumas características da turbulência que não aparecem nos resultados com a formulação RANS. Também afirmam que as ideias exploradas em seu trabalho podem fornecer métodos alternativos de se estudar o escoamento em ciclones e aumentar a performance dos mesmos.

[Shalaby \(2007\)](#) realizou, em sua tese de doutorado, um estudo sobre o potencial da metodologia LES na simulação de separadores ciclônicos. O autor utilizou dois códigos diferentes, sendo um o código comercial CFX 4.4 e o outro o código de pesquisa MISTRAL-3D, desenvolvido na Universidade de Tecnologia de Chemnitz, baseado na técnica de volumes finitos, em uma malha estruturada por blocos. Para a modelagem da fase dispersa com o código MISTRAL-3D, o autor opta pela abordagem Euleriana-Lagrangiana, afirmando que é indicada para escoamentos dispersos como os encontrados em separadores ciclônicos. Após uma breve descrição da abordagem Euleriana-Lagrangiana, o autor apresenta a equação de Basset-Boussinesq-Oseen (Equação BBO, a qual é equação ordinária diferencial para o

movimento de uma partícula isolada) e descreve, novamente de forma resumida, como calcular cada um de seus termos. [Shalaby \(2007\)](#) afirma que devido à razão de densidades das fases ser da ordem de  $10^3$ , os termos referentes à força de massa virtual, à força devido ao gradiente de pressão (que são de ordem  $10^{-3}$ ), e ao termo de Basset (que é da ordem de  $10^{-3/2}$ ) são desprezados em seu trabalho. O autor apresenta as equações diferenciais ordinárias resultantes para a velocidade da partícula, afirmando que dadas as condições iniciais das partículas (posição e velocidade) basta resolver, numericamente as EDO's (o que é feito em seu trabalho por meio de um Runge-kutta de quarta ordem) para se obter as velocidades de translação e de rotação da fase particulada no próximo passo de tempo. O autor considera os efeitos da turbulência da fase contínua na fase dispersa e despreza os efeitos da fase dispersa na turbulência da fase contínua. Com relação a colisões, o autor despreza as colisões entre partículas e considera colisões partícula-parede, inclusive com a utilização de um modelo para rugosidade da parede (a qual, no modelo utilizado, depende do diâmetro da partícula). Para modelagem da turbulência optou por três modelos diferentes, os modelos k- $\epsilon$  e o modelo das tensões de Reynolds (RSM), no código comercial e o modelo sub-malha de Smagorinsky com a função de amortecimento de Van Driest no código de pesquisa. Utilizou o software comercial ICEM para geração das malhas, sendo uma com 660.000 elementos, a qual denominou de malha “grosseira” e outra com 1.300.000 elementos, denominada de malha “fina”. Os resultados obtidos com o modelo k- $\epsilon$  são pobres quando comparados com os resultados obtidos com os modelos RSM e LES, no entanto, o autor também afirma que o modelo de Smagorinsky fornece resultados melhores do que o RSM mesmo para a malha “grosseira”, concluindo que LES é a ferramenta apropriada para a simulação da turbulência em ciclones.

[Derksen et al. \(2008\)](#) realizaram simulações tridimensionais transientes do escoamento gás-sólido em ciclones utilizando uma abordagem Euleriana-Lagrangiana. A fase gasosa foi simulada com o método lattice-Boltzmann, onde as equações filtradas de Navier-Stokes foram resolvidas ([Derksen, 2003](#)). O modelo de turbulência de Smagorinsky foi utilizado, em conjunto com leis de parede, para representar o efeito das escalas filtradas e o valor 0,1 foi utilizado para a constante de Smagorinsky. Em meio a esta representação de grandes escalas do escoamento gasoso, partículas sólidas com diferentes tamanhos foram rastreadas. O número de partículas dentro do ciclone foi mantido em torno de  $10 \times 10^7$  durante toda a

simulação, sendo que para se obter um carregamento de sólidos moderado (0.2 Kg de sólidos por Kg de ar), os autores optaram por considerar cada partícula como sendo uma parcela. Assim, cada partícula rastreada representava até  $1,58 \times 10^6$  partículas com dimensão e posição idênticas. A presença das partículas foi simulada por meio da inserção de um termo fonte nas equações de Navier-Stokes, caracterizando assim uma simulação de duas vias (*two-way*), e possibilitando o estudo do efeito do carregamento de sólidos no escoamento. Para evitar o aparecimento de uma condição subcrítica na saída do ciclone, os autores utilizam uma obstrução no duto de saída. Esta obstrução é um disco circular com diâmetro um pouco menor do que o diâmetro do duto de saída, evitando desta forma que o escoamento (em regime subcrítico) chegasse até o plano de saída, possibilitando aos autores utilizarem a condição de escoamento desenvolvido no plano de saída. Vários testes foram feitos para identificar uma possível influência da utilização deste artifício no escoamento chegando à conclusão de que a influência da posição da obstrução no duto de saída é mínima. Duas geometrias diferentes foram avaliadas, um ciclone Stairmand de alta eficiência e um ciclone estudado experimentalmente por [Obermair et al. \(2003\)](#), o qual serviu como validação qualitativa dos resultados obtidos com a metodologia utilizada. A performance do ciclone Stairmand de alta eficiência foi sistematicamente estudada para várias condições de carregamento. [Derksen et al. \(2008\)](#) concluem que as simulações do escoamento gás-sólido com acoplamento de duas vias, e modelagem LES para a turbulência requerem um tempo computacional muito alto, uma vez que são necessários vários tempos integrais do escoamento para que um regime estatisticamente estabelecido seja atingido; também observaram que tanto o *swirl* quanto a turbulência são afetados pelo carregamento de sólidos, onde até mesmo um carregamento relativamente moderado pode afetar consideravelmente a dinâmica do escoamento. O *swirl* reduz, sobretudo na seção inferior do ciclone, com o aumento da fração mássica da fase particulada. A turbulência também reduz com o aumento do carregamento, entretanto, esta redução se dá principalmente nas regiões próximas as paredes do equipamento, de tal forma que os níveis de energia cinética turbulenta se mantêm praticamente constantes nas regiões centrais. Como consequência da diminuição de *swirl* no ciclone, ocorre uma diminuição da fricção do gás com a parede, tal que uma redução na queda de pressão também é notada. Os autores também observam que como tanto a atenuação da turbulência e o enfraquecimento do *swirl* ocorrem com o aumento do carregamento, pode-se esperar uma relação complicada entre a eficiência de coleta e o carregamento de sólidos. Espera-se que a atenuação da

turbulência aumente a eficiência de coleta, enquanto que o enfraquecimento do *swirl* tenha efeito contrário. Desta forma, o aumento no carregamento de sólidos pode tanto aumentar como diminuir a eficiência de coleta. Outro fato interessante observado por [Derksen et al. \(2008\)](#) é que o tratamento das colisões partícula parede com diferentes condições não resulta em grandes modificações nos resultados das simulações.

[Wan et al. \(2008\)](#) estudaram o efeito da concentração de sólidos em um ciclone com entrada em voluta por meio da dinâmica dos fluidos computacional, utilizando o software comercial Fluent v. 6.1. Para modelagem da turbulência os autores optaram pelo modelo RSM, com o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão velocidade e um esquema QUICK de alta ordem para as interpolações. Em seus estudos, consideraram partículas de talco com diâmetro de 1  $\mu\text{m}$ , 4  $\mu\text{m}$ , 8  $\mu\text{m}$  e 18  $\mu\text{m}$ , densidade de 2.700  $\text{Kg/m}^3$  e uma concentração de sólidos na entrada de 0,03  $\text{Kg/m}^3$  o que corresponde a uma fração volumétrica para fase particulada muito menor do que 1%, de tal forma que, com exceção de regiões próximas a paredes, a abordagem Lagrangiana DPM (*Discrete Phase Model*), sem considerar interações entre partículas pode ser utilizada. Para dispersão turbulenta das partículas os autores optaram pelo modelo DRW (*Discrete Random Walk*). Também consideraram em seu trabalho a transferência de quantidade de movimento entre partículas e fase gasosa, seguindo uma metodologia de duas vias. As simulações foram realizadas em regime transiente com passo de tempo igual a  $1,0 \times 10^{-4}$  s, partindo de um campo previamente calculado em regime permanente. Como condições de contorno, na entrada os autores consideraram que a velocidade, tanto do gás quanto das partículas, era de 20 m/s e a partir do instante de tempo inicial ( $t=0$  s) 450 partículas foram continuamente alimentadas por passo de tempo. No duto de overflow admitiram a condição de escoamento perfeitamente desenvolvido, sendo que para manter esta hipótese tiveram de estender este duto. Nas paredes admitiram a condição de não deslizamento, com a utilização de lei de parede para o fluido, e reflexão elástica para partículas; É importante ressaltar que para a determinação do valor do coeficiente de restituição a ser utilizado, os autores realizaram um estudo utilizando o método de tentativa e erro. O número de partículas dentro do ciclone só se estabilizou após 30.000 passos de tempo, e o total de partículas dentro do ciclone ultrapassou  $1,0 \times 10^6$ , Fig. 2.7. Os autores realizam um estudo detalhado da concentração das partículas ao longo do corpo do ciclone, mostrando variações de concentração. Para determinados diâmetros em regiões

parietais, a concentração local chega a ser de até 160 vezes a concentração inicial. Os autores concluem que o escoamento da fase gasosa apresenta modificações significativas devido à presença da fase particulada, e que quanto maior a concentração de sólidos, mais o *swirl* é reduzido. Também constatam que quanto menor for o diâmetro das partículas maiores serão os efeitos da reentrada de partículas que já estavam no *Hopper*.

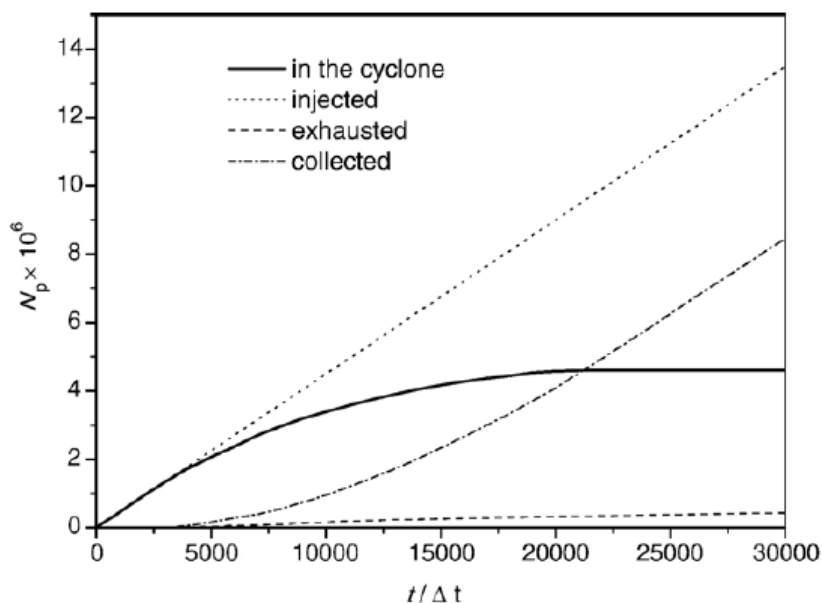


Figura 2.7: Evolução temporal do número de partículas dentro do ciclone. Fonte: [Wan et al. \(2008\)](#), pg 97.

[Pisarev et al. \(2011\)](#) estudaram numericamente o fenômeno denominado “fim do vórtice” (EoV – *End of Vortex*) que ocorre de forma espontânea em ciclones e *swirl tubes*. Para isto os autores utilizaram o software comercial STAR CD. Ressaltam em seu trabalho que embora este fenômeno seja bastante conhecido do ponto de vista prático, o mesmo ainda não havia sido demonstrado via simulações de CFD. Como o interesse dos autores era especificamente a fase gasosa e a determinação das condições nas quais o EoV ocorre, suas simulações foram todas monofásicas. [Pisarev et al. \(2011\)](#) validaram seus resultados com resultados experimentais disponíveis na literatura ([Peng et al., 2005](#)), para isto procuraram representar numericamente as mesmas condições utilizadas nos experimentos, destacando que apenas nas simulações de *swirl tubes*, as “palhetas” responsáveis pela geração de *swirl* não foram simuladas, de tal forma que o movimento de *swirl* foi imposto por meio de perfis de velocidade utilizados na entrada. Para *swirl tubes* sem o coletor de partículas (*dust hopper*), utilizaram malhas variando de 40.000 à 128.000 elementos, para dutos com comprimento

variando entre 50 e 162 cm, respectivamente. Para tubos com o coletor de partículas, o número de células variou de 80.000 a 50.000 dependendo das dimensões do coletor. Todas as malhas foram construídas utilizando um sistema de coordenadas cilíndricas, e a gravidade foi adotada como estando na mesma direção que o eixo do separador. Os autores realizaram testes de independência de malha e para o caso de uma malha com o dobro de elementos encontram variações nos resultados de 5-7%. O fluido utilizado foi o ar a temperatura de 293 K, com densidade de 1,205 kg/m<sup>3</sup>. Os autores realizaram várias simulações com o modelo de turbulência RSM, uma vez que, segundo os mesmos, vários autores afirmam que este modelo é aplicável a este tipo de escoamento, no entanto em nenhuma de suas simulações com o modelo de turbulência RSM [Pisarev et al. \(2011\)](#) observaram a ocorrência do fenômeno EoV. Desta maneira os autores optaram pela metodologia LES, utilizando o modelo tradicional de Smagorinsky, considerando a constante  $C_s$  como sendo igual a 0,165. Utilizaram o algoritmo SIMPLE para o acoplamento pressão-velocidade e o esquema implícito de três níveis no tempo para o avanço temporal, afirmando que este esquema se mostrou mais estável para o tipo de problemas estudados pelos mesmos. Os autores concluem que é possível simular a instabilidade do vórtice que leva ao fenômeno EoV e que bons resultados foram obtidos tanto qualitativamente quanto, em certo ponto, quantitativamente. Também identificam alguns regimes de operação dependentes do comprimento do separador; 1- O vórtice é estável e centralizado, 2- o vórtice pende para parede e então desce retornando ao fundo do separador (associam este efeito à “partida” do sistema, uma vez que o mesmo efeito também é observado experimentalmente), 3- o núcleo do vórtice pende para a parede, desce lentamente e então permanece a uma determinada distância do fundo do separador, apresentando um movimento de rotação junto à parede.

[Gronald e Derksen \(2011\)](#) simularam o escoamento monofásico em um ciclone operando a um número de Reynolds de 282.000. Em suas simulações compararam os resultados obtidos com dois esquemas de discretização diferentes: Lattice-Boltzmann e volumes finitos. Os autores também comparam as metodologias RANS e LES para modelagem da turbulência no equipamento, utilizando, respectivamente, o modelo das tensões de Reynolds (RSM) e o modelo de Smagorinsky. Em seu trabalho os autores utilizaram dois códigos computacionais, sendo: o código comercial Fluent 6.3.26 para as simulações com método dos volumes finitos e um código de pesquisa (não-comercial) para as simulações com

o método Lattice Boltzmann. Nas simulações com o método dos volumes finitos os autores utilizaram uma malha contendo aproximadamente  $1,3 \times 10^6$  células para modelagem RANS e aproximadamente  $5,0 \times 10^6$  células para modelagem com a metodologia LES, nas simulações com o método de Lattice Boltzmann os autores utilizaram um espaçamento de  $D/200$ . As simulações em regime permanente com o método de volumes finitos RANS não levaram a um campo convergido; de tal forma que os resultados com a metodologia RANS foram obtidos com uma abordagem transiente. Vários perfis de velocidade obtidos experimentalmente por medições LDA, realizadas por [Obermair et al. \(2003\)](#) da parte cônica, tubo de saída e coletor de poeira do ciclone foram utilizados para se avaliar os resultados obtidos numericamente. Segundo [Gronal e Derksen \(2011\)](#) os perfis médios de velocidade tangencial obtidos numericamente com a metodologia LES (utilizando tanto a discretização pelo método dos volumes finitos quanto por Lattice Boltzmann) são muito próximos dos perfis experimentais. No entanto, a abordagem RANS subestima os níveis de velocidade tangencial. Considerando a velocidade axial média nenhuma diferença significativa foi encontrada entre as metodologias utilizadas, sendo que a concordância com os dados experimentais não é tão boa quanto a obtida para a componente tangencial da velocidade. Os autores afirmam que devido ao movimento de precessão do centro do vórtice, existe um elevado nível de flutuações nas regiões próximas ao centro geométrico do ciclone. Sendo que estas flutuações são tipicamente de duas a três vezes maiores do que as flutuações em outras regiões. De acordo com [Gronal e Derksen \(2011\)](#) enquanto as simulações com o modelo LES foram capazes de capturar corretamente este comportamento o modelo RANS não foi capaz de prever tal fenômeno. Os autores concluem que simulações baseadas em modelos RANS, em uma malha relativamente grosseira podem fornecer resultados relevantes do ponto de vista industrial com um esforço computacional relativamente baixo. Enquanto que simulações baseadas modelos LES e malhas finas são capazes revelar mais sobre a física do escoamento, no entanto possuem um maior custo computacional.

## **2.2 Utilização das Metodologias Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangiana**

[Gouesbet et al. \(1999\)](#) realizaram uma revisão do material produzido em 20 anos de pesquisa por um grupo em Rouen (Mont Saint Aignan – França) sobre a predição do comportamento de partículas discretas em escoamentos turbulentos por meio das abordagens



Euleriana e Lagrangiana. Constitui, portanto, um ótimo ponto de partida para o leitor interessado nestas abordagens, uma vez que este trabalho possibilita o acesso a uma literatura muito mais ampla. Neste trabalho, os autores trazem uma descrição das duas abordagens, assim como dos acoplamentos de uma via, duas vias e quatro vias, que normalmente são utilizados em conjunto com as mesmas, abordando também temas mais complexos, como a utilização dos métodos Euleriano-Euleriano e Euleriano-Lagrangiano na solução de problemas em regime turbulento, com transferência de calor e massa. Embora as duas abordagens tenham sido discutidas, [Gouesbet et al. \(1999\)](#) deram maior ênfase a abordagem Lagrangiana considerando que a mesma é melhor adaptada à solução de problemas complexos, uma vez que evita um aumento considerável no número de constantes dos modelos, e ao acoplamento de quatro vias onde são considerados os efeitos partícula-partícula. Os autores concluem que a modelagem/simulação de escoamentos com presença de particulados é um tema de alta complexidade que, embora tenha sido objeto de estudos de vários pesquisadores nos últimos anos, ainda deve ser tratado com um problema aberto. Mesmo tendo dado maior ênfase à abordagem Lagrangiana, os autores concluem que a pergunta sobre qual das abordagens é melhor ainda não foi respondida (e talvez nem faça sentido) já que qualquer avanço obtido em uma pode ser utilizado na melhora da outra.

[Patankar e Joseph \(2001\)](#) apresentaram um esquema de simulação numérica Euleriana/Lagrangiana (LNS) onde as equações da continuidade e da quantidade de movimento para o fluido foram resolvidas em uma malha Euleriana, e os movimentos das partículas (governados pela segunda lei de Newton) foram calculados seguindo a abordagem Lagrangiana. Para o cálculo do movimento das partículas os autores consideraram os efeitos das forças de arrasto (devido ao fluido), forças de campo e da força devido à tensão entre partículas, tendo ressaltado a possibilidade de se utilizar diferentes modelos para as forças consideradas, assim como inserir modelos para outras forças. Utilizaram o método dos volumes finitos em uma malha Euleriana para resolver as equações da fase fluida em coordenadas cartesianas. Para a pressão e velocidade optaram pelo esquema de Rhie e Chow (1982) em uma malha co-localizada, sendo que os fluxos mássicos foram definidos no centro das faces dos respectivos volumes. A solução do sistema resultante foi obtida com o auxílio de um método multi-grid com correção *multi-level* e a convergência na correção da pressão era obtida com um residual máximo de  $1,0 \times 10^{-10}$ . As equações para a fase particulada foram



resolvidas considerando-se um número finito de partículas computacionais, as quais representam uma amostra da população de partículas. Cada partícula computacional é referida como sendo uma parcela, e a mesma representa um grupo de partículas de posição, velocidade e tamanho idênticos. Optaram por um esquema de interpolações bi-lineares. [Patankar e Joseph \(2001\)](#) validaram o esquema numérico através da comparação dos resultados obtidos em suas simulações para taxa de sedimentação com resultados experimentais apresentados por Davis et al., (1982). Nestas simulações os autores utilizaram um domínio de cálculo com  $5 \times 125 \times 5$  cm (x, y e z) com a ação da gravidade sendo considerada no sentido negativo de y. O fluido considerado era Newtoniano com densidade e viscosidade, respectivamente, de  $992 \text{ Kg/m}^3$  e  $0,0667 \text{ Kg/(m-s)}$ , enquanto que optaram por partículas com duas densidades diferentes,  $2990 \text{ Kg/m}^3$  para as mais pesadas e  $2440 \text{ Kg/m}^3$  para as mais leves, sendo que as partículas mais pesadas possuíam diâmetros variando uniformemente entre 177 e 219  $\mu\text{m}$  enquanto que as mais leves possuíam diâmetros variando uniformemente entre 125 e 150  $\mu\text{m}$ . Com concentração inicial de 0,1 para as partículas mais pesadas e 0,3 para as partículas leves. Para checar a convergência do esquema numérico os autores realizaram duas simulações com malhas, número de parcelas e passo de tempo diferente, sendo que em ambas as partículas foram inicialmente dispostas de forma randômica com distribuição uniforme a uma altura de 100 cm na coluna de sedimentação. Na primeira simulação, denominada de A, utilizaram 10 volumes de controle nas direções x e z e 50 volumes na direção Y, com 9000 parcelas para cada tipo de partículas, utilizaram um passo de tempo inicial de 0,00078125 s, sendo que o mesmo foi subsequentemente aumentado de um fator de 2 até que chegasse a 0,05 s. Em uma segunda simulação, denominada de B, dobraram o número de parcelas e de volumes de controle, tendo também reduzido o passo de tempo pela metade. Os autores reportam que no caso A, com a malha mais grosseira, a simulação requereu aproximadamente 4 MB de memória e menos de 8 s de tempo de CPU para completar um passo de tempo em uma máquina SGI. Após compararem os resultados obtidos com os dados experimentais, os autores consideraram que os mesmos apresentaram boa concordância. Realizaram então as simulações: da mistura sólido-líquido em um reservatório fracionado - simularam dois casos, nos dois a concentração utilizada foi de 10 %. No entanto no primeiro caso a mistura sólido-líquido sendo introduzida uniformemente a uma taxa volumétrica de  $16,9 \text{ cm}^3/\text{s}$  e no segundo a mistura sendo introduzida uniforme a uma taxa volumétrica de  $78,75 \text{ cm}^3/\text{s}$  - e do processo de sedimentação em um depósito inclinado. [Patankar e Joseph \(2001\)](#) concluem seu trabalho

afirmando que o esquema numérico proposto pelos mesmos não está limitado ao modelo utilizado para as tensões viscosas da fase fluida, possuindo flexibilidade para incorporar diferentes modelos para várias aplicações. Também ressaltam que a forma como os modelos são comparados é através da comparação com resultados experimentais, e que mesmo quando a predição de um determinado modelo concorda com alguns dados experimentais isto não quer dizer, necessariamente, que o mesmo seja válido em outras situações.

[Decker et al. \(2004\)](#) simularam o transporte pneumático vertical e horizontal de partículas utilizando o código comercial CFX (baseado no método dos volumes finitos) com o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão velocidade o esquema UPWIND para as interpolações e o modelo isotrópico k- $\epsilon$  padrão para modelagem da turbulência. O principal objetivo deste trabalho foi mostrar que a não-corroboração entre dados numéricos e experimentais de perfis de concentração e de velocidade, próximos à parede do tubo, utilizando o modelo invíscido para a fase sólida (verificado pelos autores em sua revisão bibliográfica) é devido à desconsideração de parâmetros geométricos na solução do modelo. Desta forma, [Decker et al. \(2004\)](#) realizaram simulações tridimensionais em regime transiente com o modelo invíscido para a fase sólida, onde as principais hipóteses simplificadoras para o escoamento gás-sólido foram: adoção de um diâmetro médio para a caracterização da fase sólida; ausência de tensões turbulentas na fase sólida (modelo invíscido); turbulência isotrópica para a fase gasosa; a força de pressão atua somente sobre a fase gasosa; a transferência de quantidade de movimento na interface é predita pela adoção de um modelo constitutivo de força de arrasto. Como condições de contorno os autores consideraram uma distribuição uniforme para o perfil de velocidade e frações volumétricas na entrada, condição de não deslizamento para todas as variáveis nas paredes e pressão uniforme e constante na saída. As simulações foram realizadas para quatro casos teste, onde dois destes apresentavam características industriais. Ao final do trabalho os autores concluem que o modelo invíscido é capaz de prover resultados realistas.

[Mansoori et al. \(2004\)](#) realizaram um estudo experimental e numérico da transferência de calor em um escoamento gás-sólido turbulento com partículas a diferentes temperaturas. Neste estudo os autores investigaram a interação entre um escoamento vertical turbulento e partículas injetadas a duas temperaturas diferentes. No experimento ar é soprado por um

ventilador e após passar por um aquecedor entra em um tubo de 5,0 cm de diâmetro interno e 200,0 cm de comprimento. Dois alimentadores são utilizados para alimentar as partículas, um a 80 °C (mesma temperatura do ar após o aquecedor) e outro a -20 °C, sendo que após os alimentadores todas as paredes são isoladas para manter a condição adiabática. O final do tubo é conectado a um ciclone para recuperação dos sólidos. Utilizaram partículas esféricas de areia com diâmetro variando de 600 a 1200  $\mu\text{m}$  e a velocidade do gás na linha de centro do tubo variando de 11 a 21 m/s, sendo que a concentração em volume das partículas foi menor do que 0,01 (mais detalhes, sobre o aparato e o procedimento experimental, são descritos no trabalho original). O modelo numérico utilizado pelos autores baseia-se na abordagem Euleriana-Lagrangiana com acoplamento de quatro vias. O modelo matemático utilizado pelos mesmos trata a variação dos campos turbulentos acoplados do escoamento e térmico sem a necessidade da utilização da analogia de Reynolds ou um número de Prandtl turbulento prescrito, de tal forma que  $Pr_t$  pode ser calculado diretamente. Os autores negligenciam a transferência de calor entre as partículas e utilizam o modelo de esfera rígida para a colisão das partículas, consideram ainda inelasticidade no contexto do coeficiente de redistribuição e tanto a deformação quanto a rotação das partículas é ignorada. Ao final do estudo, [Mansoori et al. \(2004\)](#) obtiveram resultados similares nos experimentos e simulações numéricas, concluindo que a adição de partículas quentes a suspensão pode causar um aumento ou um decréscimo do número de Nusselt e este efeito depende do tamanho da partícula e do número de Reynolds do gás. O número de Nusselt em situações com partículas grandes e baixa velocidade do gás iria aumentar com a adição de partículas quentes, enquanto que para partículas pequenas e altas velocidades do gás o efeito da adição de partículas quentes seria inverso.

[Kosinski et al. \(2007\)](#) estudaram a interação de uma onda de choque com uma camada de partículas em um canal retangular por meio de simulações numéricas. Os autores destacam que existem basicamente dois métodos utilizados para a modelagem de escoamentos com duas fases, a abordagem Euleriana-Euleriana e a abordagem Euleriana-Lagrangiana (também ressaltam a existência da abordagem Lagrangiana-Lagrangiana, no entanto comentam que esta, ao menos atualmente, não é muito utilizada). Apontam como vantagem na abordagem Euleriana-Euleriana o fato de, do ponto de vista da modelagem matemática, as duas fases serem descritas por equações de conservação similares. Como vantagem na abordagem

Euleriana-Lagrangiana, o fato de que as partículas são rastreadas no espaço por meio de equações de movimento baseadas na segunda lei de Newton, o que é fisicamente mais consistente, permite uma descrição mais realista da interação entre partículas e entre as partículas e as paredes. Também destacam a grande dificuldade da utilização do modelo Euleriano-Lagrangiano na simulação de um grande número de partículas, devido ao alto custo computacional associado a esta técnica. No entanto optam por utilizar esta abordagem em seu trabalho. [Kosinski et al. \(2007\)](#) descrevem de forma resumida a maneira como a força responsável pela modelagem da interação entre as fases é calculada, ressaltando que em seu trabalho a parcela da força devido à força de sustentação não é considerada (uma vez que esta componente é relativamente pequena no caso estudado e não existem bons modelos para o cálculo desta parcela da força em escoamentos a números de Reynolds elevados, além de apontarem que o escopo do trabalho é o estudo da interação partícula-partícula). Para o rastreamento das partículas no espaço, os autores utilizaram uma equação de movimento baseada na aplicação da segunda lei de Newton e um balanço de quantidade de movimento angular. Também utilizaram um coeficiente de restituição de 0,9 (colisões quase totalmente elásticas, baseado na bibliografia) e o parâmetro de Coulomb como sendo 0,15 (não apresentam justificativa para este valor). Do ponto de vista numérico, utilizaram uma malha regular co-localizada com uma linha de elementos fantasmas para cada condição de contorno. Para resolver o sistema de equações optaram pelo *solver* VODE (um esquema implícito de alta ordem). Para testar os resultados obtidos os autores verificaram a convergência em diferentes malhas, sendo elas: 1024x128, 512x64, 256x32 e 128x16. Neste trabalho também foi observado que ao se utilizar o acoplamento de duas vias (onde se considera tanto a influência da fase gasosa no movimento das partículas quanto à influência das partículas no movimento do gás) no qual se sabe que o tamanho das partículas em relação ao tamanho da célula computacional é importante, a malha de 1024x128 forneceu resultados errôneos e os resultados convergiram para a malha de 512x64, enquanto que utilizando o acoplamento de uma via (onde o movimento das partículas não influencia o movimento do fluido) os resultados convergem para a malha mais fina (mostrando que na abordagem de duas vias com a malha de 1024x128 as partículas não devem ser tratadas como pontos e sim como objetos), ou seja, os autores concluem que para tal nível de refinamento o método Euleriano-Lagrangiano com a abordagem da força pontual não deve ser utilizado. Ao final do trabalho os autores concluem que a utilização da abordagem Euleriana-Lagrangiana possibilita a

obtenção de resultados fisicamente mais consistentes do que os encontrados com a abordagem Euleriana-Euleriana para o problema dado.

[García et al. \(2007\)](#) realizaram um estudo onde as abordagens Euleriana-Euleriana e Euleriana-Lagrangiana foram utilizadas em conjunto com a metodologia LES para a simulação de um escoamento gás-sólido turbulento, o qual segue a configuração proposta por Borée et al. (2001). Neste caso teste, um jato de ar com partículas sólidas é injetado em um escoamento concorrente de ar, sendo a velocidade do jato de 4 m/s e a velocidade máxima do escoamento concorrente de 6 m/s (o experimento é projetado para promover grandes zonas de recirculação). A fase dispersa consiste de partículas de vidro, para que efeitos de mudança de fase não precisem ser considerados, com diâmetro variando de 20 a 100  $\mu\text{m}$  (diâmetro médio de 60  $\mu\text{m}$ ), densidade de 2470 kg/m<sup>3</sup> e uma fração volumétrica de sólidos menor do que  $10^{-4}$  (de tal forma que os efeitos devido a colisão de partículas também são desprezados). Os autores utilizaram o código AVBP, o qual se baseia na técnica de volumes finitos e resolve as equações compressíveis de Navier-Stokes em duas ou três dimensões espaciais para malha híbridas ou não estruturadas. O código também permite a simulação de escoamentos em regime permanente ou transiente, além de considerar variações de peso molecular e de capacidade calorífica com a temperatura. No solver AVBP os autores optaram por um esquema espacial de terceira ordem e um método Runge-Kutta para o avanço temporal. Utilizaram o modelo de Smagorinsky para modelar o tensor sub-malha em conjunto com uma lei de parede e trataram as condições de contorno com a formulação NSCBC proposta por Poinot & Veynante 2005; Moureau et al. 2005. Nas simulações considerando a abordagem Euleriana-Lagrangiana os autores supõem que as partículas são esferas rígidas com diâmetro comparável ou menor do que a escala de comprimento de Komogorov e que devido à diferença de densidade entre o fluido e as partículas, as forças atuando na fase particulada se reduzem ao arrasto (utilizam as expressões propostas por Schiller & Nauman (1935) no cálculo do coeficiente de arrasto) e a gravidade. A influência das partículas na fase gasosa é considerada nas simulações Euleriano-Lagrangiano por meio da utilização de uma força pontual no método geral “partícula-na-célula” (*particle-in-cell – PIC method*), sendo que estas aproximações, normalmente, são válidas para pequenas razões mássicas com tempo de resposta maior do que a escala de tempo sub-malha característica turbulenta. Modificações na escala sub-malha turbulenta da fase gasosa pelas partículas é, portanto, negligenciada. Na

modelagem Euleriana-Euleriana, os autores optaram por uma abordagem estatística análoga à teoria cinética para construção de uma função densidade de probabilidade (PDF) a qual é responsável por fornecer o número instantâneo local provável de partículas para uma dada velocidade de translação. Antes de realizar as simulações bifásicas, [García et al. \(2007\)](#) verificaram a precisão do solver para a fase gasosa, simulando o escoamento sem as partículas. De forma geral, os resultados obtidos pelos mesmos para fase gasosa estão muito próximos aos resultados experimentais destacando apenas que os valores RMS preditos pelo modelo LES são menores do que os experimentais (os autores atribuem esta diferença ao fato de não terem injetado turbulência na entrada do domínio). Nas simulações do escoamento bifásico os autores consideraram um total aproximado de 600.000 partículas tanto na abordagem Euleriano-Euleriano quanto na Euleriano-Lagrangiano, diferindo somente no ponto de injeção das partículas e na introdução de flutuações turbulentas (no modelo EE os autores não introduzem flutuações turbulentas, enquanto que no modelo EL os mesmos adicionam ruído branco com intensidade de 12% em relação aos perfis de velocidade média das partículas). Em termos de qualidade dos resultados [García et al. \(2007\)](#) consideram que as duas abordagens levaram a resultados equivalentes, enfatizando apenas a importância de se introduzir turbulência (no duto de injeção) na fase gasosa e que o modelo EE deve considerar efeitos como RUV (*Random Uncorrelated Velocity*). Outro aspecto muito interessante apresentado pelos autores é o estudo de escalabilidade realizado pelos mesmos, onde concluem que o modelo EE aumenta o custo computacional em cerca de 80%, sendo que este aumento independe do número de partículas a ser simulado, e que o custo do modelo EL está diretamente ligado ao número de partículas, além disto, também destacam que para paralelização a abordagem mais indicada é a partição do domínio computacional, sendo esta deve ser utilizada em conjunto com estratégias de balanço de carga dinâmico.

[Mohanarangam et al. \(2008\)](#) realizaram uma investigação numérica das características físicas de escoamentos gás-sólido em uma curva de 90°. Os autores utilizaram um modelo Euleriano a dois fluidos, no qual as duas fases são vistas como meios contínuos interpenetrantes, com acoplamento de duas vias. Fizeram as seguintes considerações: a fração volumétrica das partículas é pequena – conseqüentemente a fração volumétrica do gás é aproximadamente um; as tensões viscosas e a pressão da fase particulada podem ser negligenciadas; as partículas são consideradas como sendo esferas com o mesmo diâmetro;

não existe transferência mássica entre a superfície das partículas devido à colisão das mesmas; o escoamento é isotérmico. Para modelagem da turbulência os autores optaram pelo modelo k- $\epsilon$  RNG proposto por Yakhot e Orszag (1986), sendo que os efeitos da fase particulada na turbulência da fase gasosa foram levados em consideração. O domínio computacional utilizado se iniciava a 10 diâmetros do duto antes da curva e terminava a 12 diâmetros após a mesma. A densidade e diâmetro das partículas simuladas eram  $2900 \text{ kg/m}^3$  e  $50 \text{ }\mu\text{m}$ . As equações de conservação foram discretizadas segundo a técnica de volumes finitos em uma malha co-localizada. O esquema QUICK de terceira ordem foi adotado para os termos convectivos enquanto que o esquema de diferenças finitas centradas de segunda ordem. Para o acoplamento pressão velocidade os autores optaram pelo esquema SIMPLE. As condições de contorno foram de perfil uniforme de velocidade na entrada, com uma velocidade de  $52,19 \text{ m/s}$  (o que corresponde a um número de Reynolds de  $3,47 \times 10^5$ ) com intensidade turbulenta de 1 % e razão mássica para as partículas de  $1,8 \times 10^{-4}$ . Nas paredes assumiram condição de não deslizamento para a fase gasosa e para a fase particulada assumiram condições de contorno Eulerianas de tal forma a representar a transferência de momentum partícula-parede. Na saída adotaram gradientes nulos para todas as variáveis dependentes. [Mohanarangam et al. \(2008\)](#) concluem que os resultados obtidos para os perfis de velocidade do gás e da partículas, assim como para as flutuações do gás e das partículas foram razoavelmente bons (quando comparados com o *Benchmark* experimental), enquanto os resultados referentes à distribuição da concentração das partículas mostraram uma excelente concordância com os resultados experimentais. Também concluem que a atenuação da turbulência no gás é uma função crescente do número de Stokes e que o modelo Euleriano foi capaz de prever informações úteis sobre a concentração das partículas e o comportamento da turbulência.

### **2.3 Fechamento do capítulo 2 e apresentação do capítulo 3**

Neste item apresentou-se uma série de resenhas de parte do material consultado durante a revisão bibliográfica. Tal revisão foi realizada com o intuito de se verificar o estado da arte no tema abordado, assim como buscar indícios que demonstrem a maior aplicabilidade de determinada metodologia ao tipo de escoamento a ser simulado. Como pode ser notado nas resenhas apresentadas nos subitens 2.1 e 2.2, não foi encontrado na literatura um resultado

claro sobre a maior aplicabilidade da metodologia Euleriana-Euleriana ou Euleriana-Lagrangiana para o caso de escoamentos altamente rotativos.

Várias características de tais metodologias puderam ser observadas. Desta forma, baseando-se na revisão realizada os autores optaram por utilizar a abordagem Euleriana-Lagrangiana para simulação do escoamento gás-sólido no interior de separadores ciclônicos. Esta abordagem é passível de ser aplicada a tais escoamentos e tem a grande vantagem de se basear na segunda lei de Newton para o equacionamento da fase dispersa, evitando assim a utilização de um grande número de constantes e parâmetros empíricos, os quais necessitam de ajustes nos modelos e podem tornar os resultados dependentes de fatores geométricos e de operação.

No próximo capítulo é apresentada uma descrição dos métodos numéricos adotados neste trabalho para o equacionamento da fase contínua e da fase dispersa.



# CAPÍTULO III

## MÉTODOS NUMÉRICOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar alguns aspectos importantes acerca de métodos de solução numérica e, principalmente, da utilização destes no código computacional UNSCYFL3D, utilizado no presente trabalho. Este capítulo está dividido da seguinte forma: os subitens 3.1 e 3.2 tratam de métodos numéricos para fase contínua, e são apresentados conforme em [Souza \(2011\)](#) e [Ferziger e Peric \(2002\)](#); o subitem 3.3 trata de métodos numéricos para a fase dispersa. De forma geral tenta se demonstrar como estes métodos são utilizados no código computacional UNSCYFL3D. O subitem 3.4 traz o fechamento deste capítulo.

### 3.1 Componentes de um Método de Solução

#### 3.1.1 *Modelo Matemático*

O ponto de partida de qualquer método numérico é o modelo matemático. Tentar produzir um método geral de solução, de tal forma que este seja aplicável a todos os tipos de escoamentos existentes é impraticável (se não impossível), e assim como a maior parte das ferramentas de aplicação geral, provavelmente não seria capaz de prover resultados ótimos para nenhum escoamento específico.

### 3.1.2 Método de Discretização

O método de discretização é uma forma de se aproximar as equações diferenciais parciais por equações algébricas em um conjunto de pontos discretos no espaço e no tempo. Existem vários métodos, no entanto, as abordagens mais utilizadas são: Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos. Cada uma das abordagens citadas acima tende a gerar a mesma solução à medida que a malha é refinada. No entanto alguns métodos são mais apropriados para determinadas aplicações do que outros. Neste trabalho somente o método dos volumes finitos é considerado.

### 3.1.3 Malha Numérica

A malha numérica é essencialmente uma representação discreta do domínio geométrico onde o problema deve ser resolvido. Algumas opções para os tipos de malhas são brevemente descritas abaixo.

- Malha estruturada: malhas estruturadas possuem a propriedade que linhas de uma mesma família não se cruzam e cruzam com linhas de outras famílias apenas uma vez. A principal vantagem deste tipo de malha reside em sua simplicidade, uma vez que facilita a programação, além de gerar uma matriz com estrutura regular, o que possibilita a utilização de diversos *solvers* eficientes. Como desvantagens, esta malha só pode ser utilizada para domínios de solução geometricamente simples, e a distribuição dos pontos da malha pode ser de difícil controle (o refino em determinados locais pode gerar um espaçamento demasiadamente fino em regiões desnecessárias).
- Malhas estruturadas por bloco: em malhas deste tipo, existem dois, ou mais, sub-níveis de divisão do domínio de solução. No nível mais grosseiro, existem blocos que são segmentos relativamente grandes do domínio. A estrutura destes segmentos pode ser irregular e podem, ou não, se sobreporem. No nível mais fino (definido em cada bloco) uma malha estruturada é definida. Este tipo de malha permite descrição de domínios geometricamente mais complexos sendo que à medida que se aumenta a complexidade da geometria descrita, normalmente aumenta-se a complexidade da malha utilizada (blocos com *non-matching interfaces* e blocos que se sobrepõem), no entanto ao se aumentar a

complexidade deste tipo de malha, se aumenta a dificuldade de programação e para o caso de sobreposição de blocos existe uma dificuldade adicional para garantir a conservação na interface dos mesmos.

- Malha não estruturada: para geometrias muito complexas, o tipo de malha mais flexível é aquele que pode se adaptar a qualquer domínio arbitrário de solução. Em principio, tais malhas podem ser utilizadas com qualquer esquema de discretização, mas este tipo de malha se adapta melhor a abordagem por elementos finitos e por volumes finitos. Tais malhas podem ser geradas automaticamente através de algoritmos existentes. Caso desejado a malha pode ser feita ortogonal, a razão de aspecto pode ser facilmente controlada, e a malha pode ser facilmente refinada localmente. A maior vantagem é a flexibilidade (os códigos com estas malhas são mais flexíveis e não precisam ser modificados quando a malha é refinada localmente), e a maior desvantagem é a irregularidade da estrutura de dados. Além disto, a geração da malha, quando se utiliza malhas hexagonais, pode se tornar muito difícil. A ferramenta numérica utilizada tem como base a utilização deste tipo de malha.

### **3.1.4 Método de Solução**

A discretização gera um grande sistema de equações algébricas não lineares. Para escoamentos transientes, métodos baseados naqueles utilizados em problemas de valor inicial para equações diferenciais ordinárias são utilizados. A escolha do *solver* depende do tipo da malha utilizada e do número de elementos envolvidos em cada equação algébrica. Neste trabalho os métodos de solução utilizados são apenas citados, de tal forma que a teoria associada não é apresentada aqui.

## **3.2 Abordagens de Discretização para a Fase Contínua – O Método dos Volumes Finitos Aplicado a Geometrias Complexas**

Segundo [Maliska \(2004\)](#), todo método que, para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação da propriedade em nível de volumes elementares é um método de volumes finitos. Ainda segundo este autor existem duas maneiras de se obter as equações

aproximadas no método dos volumes finitos. A primeira é a realização de balanços da propriedade em questão nos volumes elementares, ou volumes finitos, e a segunda é integrar sobre o volume elementar, no espaço e no tempo as equações na forma conservativa. Forma conservativa ou forma divergente é aquela em que na equação diferencial os fluxos estão dentro do sinal da derivada.

Desta forma, segundo [Ferziger e Peric \(2002\)](#), o domínio de solução é subdividido em um número finito de volumes de controle, e as equações de conservação são aplicadas a cada volume. No centróide de cada volume de controle residem as variáveis que devem ser calculadas. Este arranjo é comumente denominado de arranjo colocalizado, e é muito útil em malhas não estruturadas, uma vez que garante conservação para volumes de controle com forma arbitrária. Para se calcular o valor das variáveis na superfície do volume de controle utiliza-se interpolação.

O método dos volumes finitos pode ser utilizado com qualquer tipo de malha, de tal forma que também pode ser utilizado com geometrias complexas. A malha define apenas as fronteiras do volume de controle, e não precisa estar relacionada com um sistema de coordenadas. O método é conservativo por construção, desta forma as integrais de superfície são as mesmas para volumes de controle que compartilham a fronteira.

A principal desvantagem do método dos volumes finitos, quando comparado com esquemas de diferenças finitas, é que o desenvolvimento de métodos de ordem mais alta em malhas tridimensionais é mais difícil em volumes finitos. Isto se deve ao fato que a abordagem por volumes finitos necessita de três níveis de aproximação: interpolação, diferenciação e integração.

### **3.2.1 Aplicação do método de volumes finitos**

A equação diferencial de transporte de uma variável pode ser escrita, em notação indicial, como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (3.1)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\phi$  é a variável a ser transportada e  $\Gamma$  é o coeficiente de difusão. Cada termo da Eq. (3.1) é descrito abaixo:

- $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}$ , o primeiro termo do lado esquerdo representa o acúmulo da variável ao longo do tempo no volume de controle considerado;
- $\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)$ , o segundo termo do lado esquerdo representa o fluxo convectivo (ou advectivo), o qual considera o transporte da variável devido a existência de um campo de velocidade;
- $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$ , o primeiro termo do lado direito representa o fluxo difusivo, o qual considera o transporte da variável devido a seus gradientes;
- $S_\phi$ , o último termo do lado direito representa a inserção de algum termo fonte. Qualquer termo extra que não possa inserido no termo de advectivo ou difusivo é considerado um termo fonte.

Integrando Eq. (3.1) sobre um determinado volume de controle, obtém-se a Eq. (3.2) que é a equação genérica de conservação na forma integral, e de acordo com [Ferziger e Peric \(2002\)](#), é o ponto de partida para o método de volumes finitos:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) dV = \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dV + \int_V S_\phi dV \quad (3.2)$$

onde V é o volume do volume de controle.

A Eq. (3.2) permite a aplicação do Teorema da divergência de Gauss, Eq. (3.3), em dois de seus termos. Este processo é útil, pois permite transformar integrais de volume em integrais de superfície, facilitando assim a solução das mesmas, [Souza \(2011\)](#).

$$\int_V \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dV = \oint_A \phi_{I_i} d\vec{A} \quad (3.3)$$

A aplicação da Eq. (3.3) na Eq. (3.2) resulta em:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint_A (\rho u_j \phi) d\vec{A} = \oint_A \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (3.4)$$

Sendo que a Eq. (3.4) pode ser reescrita como:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint_A (\rho u_j \phi) d\vec{A} = \oint_A (\Gamma \text{grad} \phi) d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) é composta de integrais de superfície, no termo convectivo e difusivo, e de volume, no termo de acúmulo e no termo fonte, sendo que para solução discreta da mesma estes dois tipos de integrais devem ser resolvidos.

De acordo com [Ferziger e Peric \(2002\)](#), para se calcular as integrais de superfície apresentadas na Eq. (3.5) de forma exata, seria necessário conhecer o valor do integrando ao longo de cada superfície (cada face do volume de controle). No entanto esta informação não está disponível, apenas o valor do integrando no centro do volume de controle é conhecido. Ou seja, é necessário introduzir uma aproximação nos cálculos, e isto é feito utilizando-se dois níveis de aproximação:

- A integral é aproximada em termos do valor da variável no centro da face da célula;
- O valor da variável no centro da face da célula é aproximado em termos dos valores nos centros dos volumes de controles.

A aproximação mais simples para o cálculo das integrais de superfície é a aplicação da regra do ponto médio: a integral é aproximada como sendo o produto do integrando, no centro da face (o que já é uma aproximação ao valor médio sobre a superfície), e a área da face da célula.

Ainda segundo [Ferziger e Peric \(2002\)](#), a aproximação de segunda ordem mais simples para as integrais de volume é a substituição da integral pelo produto do valor médio do integrando pelo volume do volume de controle, sendo que o valor médio do integrando é aproximado como sendo o valor do integrando no centro do volume de controle. Esta aproximação é exata se o integrando é constante ou varia linearmente dentro do volume de controle, caso contrário a aproximação se torna de segunda ordem.

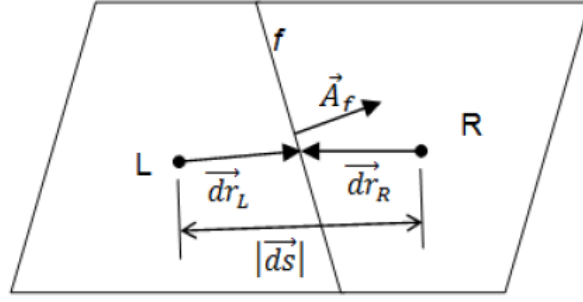


Figura 3.1: Representação esquemática de dois elementos separados por uma face. Qualquer face no domínio terá sempre um elemento à esquerda “L” e um elemento à direita “R”. Fonte: Souza (2011), pg. 3.

Considerando as aproximações descritas acima para as integrais de superfície e de volume, a Eq. (3.5) pode ser reescrita, discretizada em um volume de controle genérico, como o volume de controle denominado de “L”, célula à esquerda, na Fig. 3.1, como (Souza, 2011):

$$\left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}\right)_L \Delta V_L + \sum_f J_f \phi_f = \sum_f \Gamma_f (\text{grad} \phi)_f + (S_\phi \Delta V)_L \quad (3.6)$$

onde,  $J_f$  é a vazão mássica na face ( $J_f = \rho_f \vec{V}_f \cdot \vec{A}_f$ ),  $\Gamma_f$  é o coeficiente de difusão na face.

Cada termo da equação acima deve ser aproximado para que a mesma possa ser resolvida. O esquema utilizado para o tratamento de cada termo, no código computacional UNSCYFL3D, é brevemente descrito abaixo, conforme em Souza (2011).

### 3.2.2 Aproximação do termo de acúmulo

Este termo está diretamente relacionado com o cálculo de escoamentos em regime transiente, sendo que, segundo Ferziger e Peric (2002), a maior diferença entre coordenadas espaciais e temporais está na direção de influência: enquanto que uma força em qualquer local espacial pode influenciar o escoamento em qualquer outra região (por exemplo, em problemas elípticos), uma força em um dado instante somente afetará o escoamento no futuro, ou seja, a informação só se propaga em uma direção, do presente para o futuro, não sendo possível a propagação no sentido contrário.

Essencialmente, todos os métodos de solução avançam de forma marchante (ou passo a passo) no tempo e estes métodos são muito similares aos aplicados em problemas de valor

inicial para solução de equações diferenciais ordinárias. Isto fica claro ao reescrevermos a Eq. (3.6) como sendo:

$$\left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}\right)_L = \frac{1}{\Delta V_L} \left( -\sum_f J_f \phi_f + \sum_f \Gamma_f (\text{grad} \phi)_f + (S_\phi \Delta V)_L \right) = f(t, \phi(t)) \quad (3.7)$$

Na equação acima a função  $f(t, \phi(t))$  representa a soma dos termos convectivo, difusivo e termos fonte. Desta forma, separa-se o termo de acúmulo do restante da equação.

Caso um método explícito seja utilizado para integração temporal, todos os termos do lado direito da Eq. (3.7) serão calculados somente em tempos para os quais a solução já é conhecida. Caso um método implícito seja utilizado, os valores dos termos presentes no lado direito da Eq. (3.7) deverão ser avaliados em um novo tempo, no qual a solução ainda não é conhecida. Desta forma, um sistema algébrico de equações deve ser resolvido.

O código UNSCYFL3D utiliza somente métodos implícitos de tal forma que os termos do lado direito da Eq. (3.7) são sempre avaliados no instante de tempo  $n+1$ , ou seja, sistemas lineares são gerados. Para facilitar a apresentação das equações, este sobrescrito é omitido em quase todas as equações apresentadas neste item. Dois esquemas estão, atualmente, implementados no código, o esquema implícito de Euler e o esquema de três níveis no tempo.

### 3.2.2.1 Esquema Implícito de Euler

A principal vantagem na utilização deste esquema reside em sua estabilidade, a qual possibilita a utilização de passos de tempo relativamente grandes, os quais podem resultar em um procedimento mais eficiente. As principais desvantagens se relacionam com o fato de possuir um erro de truncamento de primeira ordem e de necessitar de uma maior capacidade de armazenamento, uma vez que um sistema linear deve ser resolvido, do que o esquema explícito de Euler, [Ferziger e Peric \(2002\)](#). A derivada temporal pode ser discretizada, com o método implícito de Euler, da seguinte forma:

$$\left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}\right)_L = \frac{(\rho_L \phi_L)^{n+1} - (\rho_L \phi_L)^n}{\Delta t} \quad (3.8)$$



### 3.2.2.2 Esquema de três níveis no tempo

Este esquema é de segunda ordem no tempo e incondicionalmente estável, possuindo uma menor chance de produzir soluções oscilatórias do que outros esquemas de segunda ordem, como, por exemplo, o esquema de Crank-Nicolson, [Ferziger e Peric \(2002\)](#), embora para passos de tempo demasiadamente grandes, oscilações possam surgir. A derivada temporal da Eq. (3.7) pode ser aproximada, com este esquema, da seguinte forma:

$$\left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}\right)_L = \frac{3(\rho_L \phi_L)^{n+1} - 4(\rho_L \phi_L)^n + (\rho_L \phi_L)^{n-1}}{2\Delta t} \quad (3.9)$$

### 3.2.3 Aproximação do termo advectivo

Admitindo que o fluxo mássico através da face seja conhecido, resta apenas determinar o valor da variável  $\phi$  no centro da face da célula. Para isto é necessário interpolar o valor da variável. O código UNSCYFL3D possui três esquemas diferentes de interpolação, sendo eles:

- UPWIND de 1º ordem;
- UPWIND de 2º ordem;
- CDS – esquema centrado – de 2º ordem.

A discretização do termo advectivo, utilizando cada um destes esquemas é apresentada a seguir.

#### 3.2.3.1 Aproximação do termo advectivo com o esquema UPWIND de 1º ordem

Segundo [Fortuna \(2000\)](#), adotar este esquema é equivalente a utilizar uma extrapolação do valor da variável  $\Phi$  a montante do ponto P. Segundo [Maliska \(2004\)](#), este esquema pode ser utilizado para evitar o aparecimento de coeficientes negativos e as oscilações numéricas decorrentes destes coeficientes, ainda segundo Maliska (2004), apenas para reafirmar, o esquema UPWIND tem sua relação direta com o termo parabólico, isto é, o valor da função na interface é igual ao valor da função no volume a montante. O volume a montante muda, logicamente, com o sentido da velocidade, tornando as seguintes expressões para as funções de interpolação:

$$\phi_f = \phi_L \quad \text{caso } J_f > 0 \quad (3.10)$$

$$\phi_f = \phi_R \quad \text{caso } J_f < 0 \quad (3.11)$$

[Ferziger e Peric \(2002\)](#) afirmam que embora este esquema seja o único incondicionalmente estável, o mesmo obtém esta estabilidade através de uma forte difusão numérica. É um esquema de primeira ordem, de tal forma que malhas muito finas são necessárias para se obter soluções precisas (já que a taxa de redução do erro é apenas de primeira ordem).

### 3.2.3.2 Aproximação do termo advectivo com o esquema UPWIND de 2ª ordem

Este esquema é menos difusivo do que o UPWIND de 1ª ordem, além disto, o mesmo é de segunda ordem, o que garante uma maior taxa de redução do erro com o refinamento da malha. Segundo [Souza \(2011\)](#) o este esquema pode ser escrito como:

$$\phi_f = \phi_L + (grad\phi)_{rL} \cdot \overrightarrow{dr_L} \quad \text{caso } J_f > 0 \quad (3.12)$$

$$\phi_f = \phi_R + (grad\phi)_{rR} \cdot \overrightarrow{dr_R} \quad \text{caso } J_f < 0 \quad (3.13)$$

onde o vetor  $\overrightarrow{dr_L}$  é direcionado do centro do elemento L até o centro da face  $f$ , o vetor  $\overrightarrow{dr_R}$  é direcionado do centro do elemento R até o centro da face  $f$ .  $(grad\phi)_{rL}$  é o gradiente reconstruído na célula L e  $(grad\phi)_{rR}$  é o gradiente reconstruído na célula R. O gradiente reconstruído pode ser obtido com o auxílio do teorema da divergência de Gauss, Eq. (3.3), o qual é utilizado para se aproximar o valor da derivada no centro do volume de controle pela média do valor na célula:

$$(grad\phi)_r = \frac{\int_V \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dV}{\Delta V} \rightarrow (grad\phi)_r = \frac{1}{\Delta V} \sum_f (\bar{\phi}_f \overrightarrow{A_f}) \quad (3.14)$$

sendo  $\bar{\phi}_f$  o valor médio da variável no centro da face, obtido por:

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_L + \phi_R}{2} \quad (3.15)$$

O primeiro termo do lado direito das Eq. (3.12) e (3.13) é sempre tratado de forma implícita, enquanto que o segundo termo é tratado como um termo fonte, e desta forma, calculado explicitamente.

### 3.2.3.3 Aproximação do termo advectivo com o esquema CDS

Neste esquema a aproximação para o valor da variável no centro da face do volume de controle é obtida por meio de uma interpolação linear entre os dois elementos mais próximos. Este é o esquema de segunda ordem mais simples sendo correspondente a aproximação por diferenças centradas em métodos de diferenças finitas, por isso a utilização da sigla CDS, [Ferziger e Peric \(2002\)](#).

Este esquema não sofre a difusão numérica típica dos esquemas UPWIND de 1ª e 2ª ordens, mas pode apresentar instabilidades caso o número de Reynolds do escoamento seja alto e a malha não seja suficientemente refinada.

$$\phi_f = \frac{1}{2} (\phi_L + (grad\phi)_{rL} \cdot \overrightarrow{dr_L} + \phi_R + (grad\phi)_{rR} \cdot \overrightarrow{dr_R}) \quad (3.16)$$

Este esquema é altamente recomendado para simulações de grandes escalas, pois a difusão numérica introduzida pelo mesmo é mínima.

### 3.2.3.4 Aproximação do termo advectivo utilizando a correção atrasada

Uma forma muito utilizada de minimizar o aparecimento de instabilidades devido ao uso do esquema centrado é utilizar o mesmo em conjunto com a correção atrasada, a qual pode ser expressa, segundo [Souza \(2011\)](#), da seguinte forma:

$$\phi_f = \phi_{f_{upwind}} + \left( \phi_{f_{centrado}} - \phi_{f_{upwind}} \right)^{iteração anterior} \quad (3.17)$$

O primeiro termo do lado direito é tratado implicitamente, e contribui na estabilidade da solução do sistema linear, enquanto que o termo em parênteses é somado ao lado direito. O

efeito líquido da correção atrasada é permitir utilizar o esquema centrado sem as instabilidades tipicamente geradas pelo mesmo. Ao final do processo iterativo, os valores de  $\phi_{f_{upwind}}$ ,  $\left(\phi_{f_{upwind}}\right)^{iteração anterior}$  serão praticamente iguais, diferindo apenas de um valor menor ou, no máximo, igual a tolerância especificada. Desta forma, o resultado do cálculo se torna equivalente ao gerado pelo esquema de segunda ordem.

### 3.2.4 Aproximação do termo difusivo

Considerando o fluxo difusivo através da face  $f$  e os volumes de controle L e R indicados na Fig. 3.1, este pode ser escrito como:

$$\Gamma_f(\text{grad}\phi)_f \cdot \vec{A}_f = \Gamma_f \frac{(\phi_R - \phi_L) \vec{A}_f \vec{A}_f}{|\vec{ds}|} + \Gamma_f \left[ \overline{\text{grad}\phi} \cdot \vec{A}_f - \overline{\text{grad}\phi} \cdot \vec{e}_f \frac{\vec{A}_f \vec{A}_f}{\vec{A}_f \vec{e}_s} \right] \quad (3.18)$$

onde,  $\vec{e}_s$  é o vetor unitário que une os centróides dos elementos, dado por:

$$\vec{e}_s = \frac{\vec{ds}}{|\vec{ds}|} \quad (3.19)$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (3.18) é tratado implicitamente, enquanto que o segundo termo, que representa a difusão secundária, é tratado de forma explícita. É interessante notar que caso a malha seja composta por elementos hexaédricos ortogonais, o primeiro termo do lado direito se torna equivalente a aplicação do esquema de diferenças centradas em uma malha cartesiana uniforme, uma vez que o termo referente a difusão secundária se anula. Isto ocorre porque em malhas hexaédricas ortogonais os vetores  $\vec{A}_f$  e  $\vec{e}_s$  se tornam colineares, ou seja, passam a possuir a mesma direção. E a equação apresentada abaixo passa a ser válida:

$$\frac{\vec{A}_f \vec{A}_f}{\vec{A}_f \vec{e}_s} \rightarrow \frac{|\vec{A}_f|^2}{|\vec{A}_f|} = |\vec{A}_f| \quad \text{e, desta forma:} \quad |\vec{A}_f| \vec{e}_s = \vec{A}_f \quad (3.20)$$

Logo, para malhas hexaédricas ortogonais, o segundo termo do lado direito da Eq. (3.18) se reduz a:

$$\overline{\text{grad}\phi} \cdot \overrightarrow{A_f} - \overline{\text{grad}\phi} \cdot \overrightarrow{A_f} = 0 \quad (3.21)$$

E permitindo desta maneira que a Eq. (3.18) seja reescrita como:

$$\Gamma_f(\text{grad}\phi)_f \cdot \overrightarrow{A_f} = \Gamma_f |\overrightarrow{A_f}| \frac{(\phi_R - \phi_L)}{|\overrightarrow{ds}|} \quad (3.22)$$

Caso os vetores  $\overrightarrow{A_f}$  e  $\overrightarrow{e_s}$  não sejam ortogonais, o gradiente na face  $\overline{\text{grad}\phi}$ , o qual deve ser calculado para solução da Eq. (3.18), é aproximado como sendo a média aritmética dos gradientes nos dois elementos adjacentes. Desta forma, para o cálculo do gradiente na face são necessários os valores dos gradientes nos elementos que compartilham a mesma, para isto, utiliza-se a Eq. (3.14). Aqui  $\overline{\phi_f}$  é substituído por  $\phi_{f_{LR}}$ , onde:

$$\phi_{f_{LR}} = \frac{\phi_{f_L} + \phi_{f_R}}{2} \quad (3.23)$$

e os termos  $\phi_{f_L}$  e  $\phi_{f_R}$ , são dados respectivamente por:

$$\phi_{f_L} = \phi_L + (\text{grad}\phi)_{r_L} \cdot \overrightarrow{dr_L} \quad (3.24)$$

$$\phi_{f_R} = \phi_R + (\text{grad}\phi)_{r_R} \cdot \overrightarrow{dr_R} \quad (3.25)$$

De acordo com [Souza \(2011\)](#), com o tratamento acima, a Eq. (3.18) se torna equivalente à aplicação do esquema de diferenças centradas em malhas estruturadas e tem a vantagem de independer da forma do elemento.

### 3.2.5 Aproximação dos termos fonte

A regra do ponto médio aproxima uma integral de volume por um produto do valor do integrando no centro do volume de controle e o volume do volume de controle:

$$\int_V S_\phi dV = (S_\phi \Delta V)_L \quad (3.26)$$

Esta aproximação é independente da forma do volume de controle e é aproximadamente de segunda ordem de precisão, [Ferziger e Peric \(2002\)](#).

De acordo com [Souza \(2011\)](#), o termo fonte  $S_\phi$  contém todas as fontes volumétricas de  $\phi$ , termos explícitos da discretização do termo transiente, contribuições de 2º ordem do fluxo advectivo e o fluxo difusivo secundário.

Os termos de pressão nas equações de quantidade de movimento podem ser tratados tanto como forças conservativas na superfície do volume de controle quanto como forças de corpo não conservativas. No código UNSCYFL3D utiliza-se a primeira abordagem, de tal forma que:

$$\int_V \frac{\partial P}{\partial x_i} dV = \oint_A P_i d\vec{A} = \sum_f \vec{A}_f \cdot P_{i_f} \quad (3.27)$$

Na Eq. (3.27) o teorema da divergência de Gauss foi utilizado para converter a integral de volume do gradiente de pressão em uma integral de superfície envolvendo as pressões nas faces do volume.

Apenas para exemplificar, será apresentada abaixo a equação para o termo fonte relativo à componente u do vetor velocidade, na forma como a mesma está implementada no código UNSCYFL3D, [Souza \(2011\)](#):

$$S_{u_p} = \frac{\rho_p}{\Delta t} u_p^n + \sum_{nb} \mu_f \left[ \overline{grad(u)} \cdot \vec{A}_f - \overline{grad(u)} \cdot \vec{e}_s \frac{\vec{A}_f \vec{A}_f}{\vec{A}_f \vec{e}_s} \right] + \sum_{nb} \mu_f \left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right)_f \cdot \vec{A}_f - \sum_f \vec{A}_f P_{i_f} \quad (3.28)$$

Na equação acima o sobrescrito n denota o instante de tempo anterior ao atual e o sobrescrito n+1 foi omitido para simplificar o equacionamento. Expressões similares podem ser obtidas para as demais componentes do vetor velocidade.

### **3.2.6 Método Implícito para Correção da Pressão – SIMPLE**

Nos itens acima mostrou-se como as equações de quantidade de movimento foram discretizadas por meio do método dos volumes finitos em malhas não estruturadas para implementação no código UNSCYFL3D. Segundo [Souza \(2011\)](#), é importante observar que o conjunto de equações formado pelas Eq. (3.1) e (3.2) forma um sistema com quatro equações (continuidade e quantidade de movimento para:  $u$ ,  $v$  e  $w$ ) e quatro incógnitas ( $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $p$ ), formando assim um sistema determinado. As componentes de velocidade devem ser determinadas pelas respectivas equações de conservação, mas sujeitas as restrições impostas pela continuidade. Não há uma equação explícita para a pressão, o que exige a dedução de uma equação para esta variável. O UNSCYFL3D utiliza o método SIMPLE (Semi-Implicit Pressure-Linked Equations) para gerar esta equação e garantir que a equação da continuidade também seja satisfeita.

O SIMPLE é um esquema segregado, ou seja, cada variável é resolvida de forma independente, através de métodos de solução de sistemas lineares, e sequencial. O processo é repetido até que os resíduos normalizados de todas as equações sejam reduzidos até a tolerância especificada. Como as equações de conservação da quantidade de movimento são não lineares e acopladas, normalmente a solução do sistema até a convergência não é obtida com uma única iteração do método de solução, de tal forma que várias iterações podem ser necessárias. A taxa de convergência não é a mesma para todas as variáveis, o que pode levar a divergência dos resultados. Desta maneira, também é comum a utilização de coeficientes de sub-relaxação.

O fluxograma de solução através do método SIMPLE é representado na Fig. 3.2:

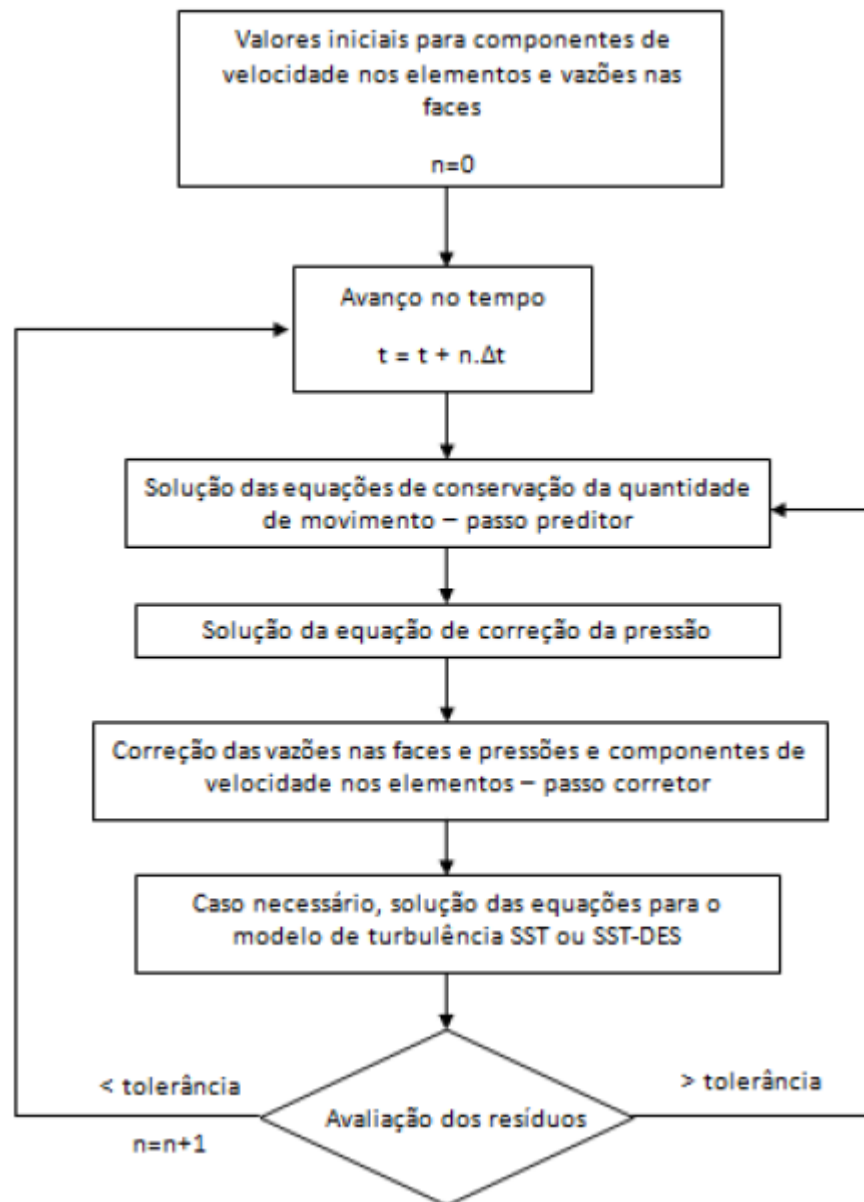


Figura 3.2: Fluxograma do algoritmo SIMPLE, como implementado no UNSCYFL3D.  $n$  é o índice de avanço no tempo. Fonte: [Souza \(2011\)](#), pg. 13.

### 3.2.7 Aplicação das condições de contorno

O código UNSCYFL3D possui cinco condições de contorno implementadas, e as mesmas são apresentadas aqui conforme [Souza \(2011\)](#):

- Entrada de massa: fornece-se a magnitude da velocidade normal às faces de entrada do domínio. Caso o modelo de turbulência SST ou SST-DES seja



utilizado, os valores da intensidade e escala de comprimento da turbulência também devem ser especificados;

- Escoamento completamente desenvolvido na saída: supõe-se que o escoamento está completamente desenvolvido na saída, e, portanto, não sofre mais variações na direção normal à face desta fronteira;
- Simetria: não há fluxo de massa na direção normal e a componente tangencial de velocidade é igual à do elemento interno adjacente. Os gradientes são iguais aos do elemento adjacente, não havendo fluxo difusivo ou convectivo na direção normal;
- Parede sem deslizamento: não há fluxo de massa na direção normal e as componentes de velocidade são nulas na face, havendo fluxo difusivo, mas não convectivo. Os gradientes também são iguais aos da célula adjacente;
- Pressão imposta: a pressão na saída é conhecida, de forma que a correção de pressão é nula nas faces. Não se supõe que o escoamento esteja completamente desenvolvido na saída.

Condições de contorno para a equação de correção de pressão também são necessárias. Exceto para a condição de pressão imposta na saída, condições de Neumann são utilizadas para esta equação, supondo-se, portanto, que a derivada na direção normal da correção de pressão é nula nas fronteiras.

### **3.3 Abordagens de Discretização para fase dispersa**

Existe um grande número de métodos numéricos para escoamentos multifásicos. Isto gera uma necessidade de identificação e classificação destes métodos. As classificações mais comuns são relativas ao referencial adotado para as partículas: abordagem Lagrangiana ou Euleriana e à forma como a força superficial é tratada: abordagem da força pontual ou da superfície resolvida. Ou seja, pode-se afirmar que a fase particulada possui dois conjuntos chave de classificação. O primeiro é baseado no referencial adotado para as propriedades da partícula e é classificado como tratamento Lagrangiano ou Euleriano. O segundo é baseado no tratamento das forças de superfície na partícula e é classificado como tratamento força-pontual ou superfície resolvida ([Loth, 2009](#)).

Com relação ao referencial, o método Lagrangiano é algumas vezes referido como método discreto, uma vez que ele assume que cada partícula (ou grupo de partículas) é representada como uma identidade individual (ao contrário do que ocorre na descrição contínua do método Euleriano). Para partículas Lagrangianas, as propriedades (como velocidade e temperatura) são atualizadas ao longo do caminho de uma partícula individual (ou nuvem de partículas), enquanto que no método Euleriano as propriedades da partícula são calculadas como uma média em um volume computacional, o qual normalmente é o mesmo utilizado para o fluido ([Crowe, 2006](#)).

Para o tratamento das forças sobre a superfície, o tratamento da força pontual representa o escoamento sobre a partícula com tratamentos teóricos e empíricos (por exemplo, especificando um coeficiente de arrasto) para obter a força na partícula, enquanto que no tratamento da superfície-resolvida, a dinâmica do fluido (por exemplo, distribuição de pressão) é resolvida sobre toda a superfície da partícula e então integrada para se obter as forças hidrodinâmicas globais. Desta forma, para o tratamento da superfície-resolvida, alta resolução espacial da fase contínua é requerida sobre toda a superfície da partícula. Assim, este método é algumas vezes chamado de “simulação direta”. Por outro lado, a malha utilizada para o escoamento contínuo pode ser grosseira em relação ao tamanho da partícula se o tratamento da força-pontual for utilizado, de tal forma que esta última abordagem requer uma quantidade muito menor de recursos computacionais ([Crowe, 2006](#)).

### ***3.3.1 Abordagem Lagrangiana vs. Abordagem Euleriana***

Normalmente, na dinâmica dos fluidos computacional, a fase contínua é tratada em um referencial Euleriano. No entanto, ao se considerar a fase dispersa é comum a utilização tanto do referencial Euleriano quanto do referencial Lagrangiano e a escolha da utilização de um ou outro dependerá fortemente das características do escoamento a ser simulado. Por exemplo, considerando o caso onde a fase dispersa seja composta por partículas pequenas, quando comparadas com as dimensões da malha Euleriana (utilizada para a fase contínua), a utilização da abordagem Lagrangiana para a fase dispersa se torna natural ([Loth, 2009](#)). Neste caso, a velocidade e posição da partícula são declaradas e computadas ao longo da trajetória da partícula, a qual se baseia na posição do centro de massa da mesma. Caso a fase dispersa seja composta por partículas muito grandes quando comparadas às dimensões da malha

utilizada para a discretização da fase contínua, ou por um número muito elevado de partículas, a escolha natural passa a ser a utilização da abordagem Euleriana para a fase dispersa.

A seguir é apresentada uma breve descrição dos métodos da força pontual e da superfície resolvida quando utilizados em conjunto com uma abordagem Lagrangiana. Como a abordagem Euleriana para a fase dispersa não foi utilizada neste trabalho, não será feita uma descrição detalhada da mesma aqui.

#### *3.3.1.1 Abordagens Lagrangianas: Força-pontual versus Superfície-resolvida*

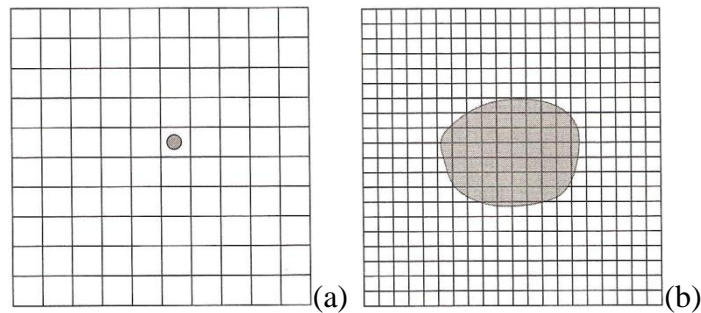
A classificação da força-pontual versus superfície resolvida é considerada em termos da equação Lagrangiana de movimento de uma partícula (embora as mesmas diferenças sejam encontradas em uma abordagem Euleriana para equação de movimento da partícula).

Para a abordagem da força-pontual acoplada com um referencial Lagrangiano, o fluido ou partícula é comumente descrito em um único ponto que se move com sua própria velocidade; logo, esta abordagem é comumente chamada de uma abordagem de elemento discreto, por exemplo, cada partícula é tratada individualmente, mas com uma representação pontual. Se uma aproximação de força-pontual é utilizada, as trajetórias individuais de cada partícula são calculadas em um sentido Lagrangiano (por exemplo, com equações diferenciais ordinárias baseadas no local da partícula que está se movimentando), enquanto que o escoamento da fase contínua normalmente é tratado em um sentido Euleriano (por exemplo, com equações diferenciais parciais baseadas em uma malha computacional fixa). Nesta abordagem, caso o número de partículas seja muito alto, pode-se utilizar um artifício, onde cada partícula computacional passa a representar um conjunto de partículas (nuvem de partículas) físicas, sendo que estas apresentam exatamente as mesmas características. Ao se utilizar este artifício a partícula computacional passa a ser chamada de parcela. O tamanho da nuvem de partículas deve ser menor do que o tamanho da célula computacional.

Para escoamentos densos com a técnica Lagrangiana da força-pontual cada partícula é considerada idealmente e as possíveis reflexões partícula-partícula são monitoradas numericamente e então modeladas utilizando-se vários modelos para colisão. Um modelo para esferas sólidas suaves é razoavelmente direto utilizando-se a conservação da quantidade de movimento e da energia, mas perdas de energia são normalmente importantes. Incorporar um grande número de partículas com forma não esférica dificulta consideravelmente a

detecção de colisões de partículas, de tal forma que modelos empíricos probabilísticos se tornam necessários ([Crowe et al., 1998](#)).

Se a abordagem da superfície resolvida for utilizada, o escoamento ao redor de cada partícula deve ser resolvido com alta resolução. A solução numérica pode ser então integrada sobre a superfície para se obter a rede de interações do fluido com a partícula. Desta forma, o método Lagrangiano atualiza a posição da partícula baseado nesta interação. Caso seja permitida a rotação da partícula, uma equação de torque pode ser utilizada para se determinar a velocidade angular da partícula. O primeiro inconveniente da técnica da superfície resolvida é o alto custo computacional associado à mesma, de tal forma que os recursos computacionais necessários para a simulação de um grande número de partículas, por exemplo, milhares de partículas, podem exceder a capacidade computacional dos melhores computadores disponíveis atualmente, tornando a utilização desta técnica impraticável para a simulação de um número elevado de partículas. A Fig. 3.3 ilustra, de forma esquemática, a diferença entre as abordagens.



**Figura 3.3: Método da força pontual (a) e da superfície resolvida (b). Adaptado de [Crowe \(2006\)](#).**

Para destacar as diferenças entre as abordagens da força pontual e da superfície resolvida, considere a seguinte equação dinâmica para uma partícula, para a qual  $u_p$  é a velocidade no centroide da partícula ( $X_p$ ) e  $m_p$  é a massa da partícula.

$$m_p \left( \frac{du_p}{dt} \right) = F_{corpo} + F_{superficie} + F_{colisão} \quad (3.29)$$

Nesta formulação, a descrição da equação de movimento da partícula pode ser dada como uma equação diferencial ordinária ao longo do caminho da partícula. Note que a equação acima nada mais é do que a segunda lei de Newton aplicada a uma partícula; a

aceleração da partícula multiplicada pela sua massa é igual ao somatório das forças que atuam sobre a mesma. O lado esquerdo da equação (3.29) representa a massa da partícula multiplicada pela sua aceleração ao longo de seu caminho. O primeiro termo no lado direito ( $F_{\text{corpo}}$ ) representa as forças diretamente proporcionais à massa da partícula, por exemplo, forças gravitacionais, enquanto que o segundo termo ( $F_{\text{superfície}}$ ) representa as forças dinâmicas de superfície do fluido na partícula, as quais são proporcionais a área superficial, e o terceiro termo ( $F_{\text{colisão}}$ ) representa as forças devido à colisões partícula-partícula ou partícula-parede. Como mencionado acima, a força de superfície ( $F_{\text{superfície}}$ ) pode ser tratada com duas abordagens fundamentalmente diferentes: abordagem da superfície resolvida e abordagem da força pontual. A escolha normalmente é dada pela conveniência computacional para um dado sistema multifásico.

Na abordagem da superfície resolvida (simulação direta), a força de superfície é determinada pela integração da pressão e da tensão de cisalhamento dinâmico do fluido e é mostrada em notação tensorial como:

$$F_{\text{surf},i} = \int \left[ -p + \mu_f \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j dA_p \quad (3.30)$$

onde  $A_p$  é a área da superfície da partícula e  $n_j$  a projeção  $j$  do vetor unitário normal que sai da superfície da partícula. Nenhuma decomposição específica de sustentação, arrasto ou outros efeitos de forças de superfície são necessários nesta formulação, uma vez que todos estes efeitos são diretamente incorporados pela integral acima, e desta forma, nenhuma hipótese limitadora sobre a forma da partícula, o número de Reynolds da partícula, aceleração da partícula ou do escoamento, gradientes do escoamento, etc., são necessárias nesta formulação. Note que efeitos de empuxo, os quais são baseados no gradiente de pressão hidrostático, são naturalmente incluídos nesta formulação se a força gravitacional é considerada na solução da fase contínua para  $u_i$  e  $p$ . A abordagem da superfície resolvida permite que os detalhes da pressão e da tensão cisalhante do fluido sejam integrados sobre a superfície da partícula, e evita o empirismo associado com a prescrição de forças fluidodinâmicas.

No caso de partículas de fluido, como uma gota, o fluido no interior da mesma também pode ser resolvido. Isto pode ser feito com uma abordagem Lagrangiana ou uma abordagem

Euleriana (por exemplo, método do volume de fluido ou *level set*). O primeiro é melhor para partículas que não se deformam onde grande precisão da interface descontínua é desejada, o último é mais eficiente em termos de quebra e coalescência de partículas. Em qualquer que seja o método da superfície resolvida, a resolução espacial para  $u_i$  na região das partículas deve ser fina o bastante para permitir a descrição detalhada das tensões ao redor da partícula, por exemplo, a escala da malha deve ser pequena quando comparada com o diâmetro da partícula ( $\Delta x \ll d$ ). A abordagem da superfície resolvida é mais desejada em termos de precisão uma vez que permite a obtenção da força de superfície de uma forma fisicamente mais realista; no entanto, é a computacionalmente mais cara por partícula. Desta forma, a abordagem da superfície resolvida só pode ser utilizada quando existe uma única ou um número modesto de partículas no domínio computacional.

Se o número de partículas for muito alto para os recursos computacionais disponíveis, então a técnica da força pontual pode ser utilizada e, com esta técnica, uma única equação pode ser utilizada para descrever a força na partícula sem que o escoamento ao redor da partícula seja realmente resolvido (uma vez que pode se empregar  $\Delta x > d$ ).

Para o tratamento com a força-pontual, a força devida à interação entre o fluido e partícula não é diretamente integrada computacionalmente sobre a partícula. Ao invés disto, uma força média na superfície é empregada, a qual é baseada em expressões analíticas ou empíricas para a força. Em geral, uma força média na superfície é uma combinação linear de forças específicas, tais como o arrasto  $F_D$ , sustentação  $L$ , massa somada  $A$ , gradiente de tensão  $S$ , história  $H$ , etc.

$$F_{surf} = \sum_{k=1}^K F_{surf,k} = F_D + L + A + S + H + \dots \quad (3.31)$$

sendo que o acoplamento entre estas componentes normalmente é desprezado. As forças hidrodinâmicas na superfície da partícula são normalmente relacionadas com as propriedades do fluido extrapoladas para o centroide da partícula, ( $X_p$ ) enquanto se negligencia a influência local da partícula.

### ***3.3.2 Equação do movimento de uma partícula: Abordagem Euleriana-Lagrangiana com o método da Força-pontual***

A equação geral para o movimento translacional de uma partícula simplesmente especifica que a taxa de variação da quantidade de movimento linear da partícula é igual ao somatório das forças agindo sobre tal partícula. Isto resulta em uma equação, em um referencial Lagrangiano, para quantidade de movimento da partícula dada pela Eq. (3.29). O lado direito da Eq. (3.29) inclui forças associadas com estas mudanças temporais. Forças de corpo ( $F_{corpo}$ ) são aquelas proporcionais a massa da partícula, por exemplo:

$$F_{corpo} = F_{gravidade} + F_{empuxo} + F_{eletromagnéticas} \quad (3.32)$$

onde o primeiro termo do lado direito representa a ação da aceleração gravitacional sobre a partícula, o segundo termo representa a força de empuxo, a qual surge devido à diferença de massa específica entre o fluido e a partícula e o terceiro termo representa forças elétricas ou magnéticas que possam atuar sobre a partícula. Neste trabalho, algumas hipóteses específicas, buscando simplificar o problema em questão, são consideradas. Desta forma, assume-se que as forças de corpo que agem sobre a partícula, Eq. (3.32), possam ser representadas apenas pela força gravitacional e pelo empuxo, desprezando assim qualquer força de origem elétrica ou magnética.

Forças de superfície ( $F_{superfície}$ ) são aquelas proporcionais a área superficial da partícula e são relacionadas com a tensão no fluido ao redor da mesma, dadas, por exemplo, por:

$$F_{superfície} = F_{arrasto} + F_{sustentação} + F_{história} + F_{tensão} + F_{Browniano} + F_{Termofísica} \quad (3.33)$$

onde:  $F_{arrasto}$  é a força de arrasto, a qual se opõe ao movimento relativo da partícula no meio fluido;  $F_{sustentação}$ , força de sustentação, originada pela rotação da partícula (força de Magnus) e pelo cisalhamento no fluido (força de Saffman);  $F_{história}$ , força que considera tensões transientes sobre a partícula;  $F_{tensão}$ , força que considera as tensões dinâmicas no fluido na ausência da partícula;  $F_{Browniano}$ , força devida ao movimento aleatório de

interações moleculares discretas;  $F_{Termofisica}$ , força decorrente de interações moleculares, devido a um gradiente de temperatura. Neste trabalho somente o primeiro termo do lado direito da Eq. (3.33) é considerado.

As forças de colisão ( $F_{colisão}$ ) são aquelas que incluem os efeitos de outras partículas ou paredes, que entrem em contato com a partícula. As colisões partícula-partícula são desprezadas neste trabalho, e as colisões partícula-parede são consideradas como sendo perfeitamente elásticas, de tal forma que as mesmas não são tratadas na equação diferencial do movimento da partícula, e sim dentro do algoritmo de rastreamento da partícula.

Considerando todas as simplificações mencionadas acima, pode-se reescrever a Eq. (3.29) como sendo.

$$m_p \frac{du_p}{dt} = f_{arrasto} + [f_{gravidade} + f_{empuxo}] \quad (3.34)$$

Antes de continuar a dedução da equação de movimento para uma partícula, convém uma pequena pausa para apresentar a equação de Stokes e sua solução para o caso de uma esfera completamente imersa em um escoamento.

A equação de Stokes surge da hipótese de *Creeping Flow*, desenvolvida por Stokes em 1851. Nesta hipótese, Stokes admite um escoamento com número de Reynolds muito baixo,  $Re \ll 1$ . Nota-se que para tal escoamento, os efeitos inerciais tornam-se desprezíveis perante os efeitos viscosos, ou seja, o termo convectivo das equações de Navier-Stokes (que é não linear) se torna muito pequeno quando comparado ao termo viscoso, de tal forma que o mesmo pode ser desprezado. Esta hipótese gera uma simplificação muito interessante, a qual permite que as equações de Navier-Stokes sejam reescritas, para um escoamento incompressível, com massa específica e viscosidade constantes como:

$$\nabla P = \mu_f \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.35)$$

A Eq. (3.35) é conhecida como equação de Stokes, esta equação mostra que na ausência das forças inerciais passa a existir um equilíbrio entre o gradiente de pressão e as tensões viscosas. Stokes (1851) encontrou uma solução analítica para esta equação, ao considerar o movimento de um fluido viscoso, incompressível, com massa específica e viscosidades



constantes e baixo número de Reynolds sobre uma esfera rígida de diâmetro  $d_p$  completamente imersa em um escoamento com velocidade da corrente livre “U”, a qual possibilitou o cálculo do arrasto sobre tal esfera:

$$F_{D_{Stokes}} = 3\pi\mu U d_p \quad (3.36)$$

A Eq. (3.36) pode ser generalizada para o caso de uma esfera se movendo com velocidade constante, resultando na seguinte expressão:

$$F_{D_{Stokes}} = 3\pi\mu d_p (U - u_p) \quad (3.37)$$

A Eq. (3.37) é estritamente válida para escoamentos com  $Re \ll 1$ , no entanto, possui boa concordância com dados experimentais até mesmo para escoamentos com  $Re \cong 1$  (White, 1991). Deve-se lembrar que a Eq. (3.37) é uma expressão analítica, e de tal forma, exata para as condições que foi deduzida.

Para se adimensionalizar a força de arrasto, pode se definir o coeficiente de arrasto ( $C_D$ ), baseado na força de arrasto total normalizada pela área projetada da seção transversal e a pressão dinâmica do escoamento livre:

$$C_D = \frac{F_D}{A_{proj} \left( \frac{1}{2} \pi \rho (U - u_p)^2 \right)} \quad (3.38)$$

Que para o caso de uma esfera, nas condições descritas acima, pode ser reescrito como:

$$C_D = \frac{3\pi\mu d_p (U - u_p)}{\frac{1}{8} \pi \rho d_p^2 (U - u_p)^2} \quad (3.39)$$

Reescrevendo a Eq. (3.39):

$$C_D = \frac{24\mu}{\rho_f d_p (U - u_p)} \quad (3.40)$$

Introduzindo o conceito de número de Reynolds para a partícula ( $Re_p$ ):

$$Re_p = \frac{\rho_f d_p (U - u_p)}{\mu} \quad (3.41)$$

Sendo que o número de Reynolds da partícula é a razão adimensional das forças inerciais do fluido pelas forças viscosas com respeito a dinâmica do fluido na vizinhança da partícula. O número de Reynolds da partícula pode ser utilizado para caracterizar a forma como o escoamento é “visto” pela partícula ([Loth, 2009](#)). Substituindo a equação (3.41) na Eq. (3.40):

$$C_D = \frac{24}{Re_p}, \text{ para } Re_p \rightarrow 0 \quad (3.42)$$

Como a condição de *Creeping Flow* é muito restritiva, o que torna o uso das equações (3.37) e (3.42) muito limitado, é comum a definição de um fator de correção:

$$f = \frac{F_D}{3\pi\mu d_p (U - u_p)} \quad (3.43)$$

Esta razão é chamada de fator de correção de Stokes, e permite que a força de arrasto seja reescrita como:

$$F_D = 3\pi\mu d_p (U - u_p) f \quad (3.44)$$

Considerando a Eq. (3.38), é possível reescrever a Eq. (3.44) em função do coeficiente de arrasto:

$$F_D = \frac{1}{8} \pi \rho_f d_p^2 (U - u_p)^2 f C_D \quad (3.45)$$

Como somente os efeitos do número de Reynolds estão sendo considerados (escoamento de um fluido incompressível sobre uma esfera sólida), o fator de correção de Stokes pode ser reescrito como:

$$f = f_{Re} \equiv \frac{F_D}{F_D(Re_p \rightarrow 0)} = \frac{\frac{1}{8}\pi\rho_f d_p^2 (U-u_p)^2 C_D}{\frac{1}{8}\pi\rho_f d_p^2 (U-u_p)^2 C_{D(Re_p \rightarrow 0)}} \quad (3.46)$$

Reescrevendo a Eq. (3.46):

$$f_{Re} \equiv \frac{F_D}{F_D(Re_p \rightarrow 0)} = \frac{C_D}{\frac{24}{Re_p}} = \frac{Re_p C_D}{24} \quad (3.47)$$

Substituindo a Eq. (3.47) na Eq. (3.44):

$$F_D = 3\pi\mu d_p (U - u_p) \frac{Re_p C_D}{24} \quad (3.48)$$

Substituindo a Eq. (3.48) na Eq. (3.34), resulta em:

$$m_p \frac{du_p}{dt} = 3\pi\mu d_p (U - u_p) \frac{Re_p C_D}{24} + [f_{gravidade} + f_{empuxo}] \quad (3.49)$$

Reescrevendo o termo entre colchetes na equação acima:

$$m_p \frac{du_p}{dt} = 3\pi\mu d_p (U - u_p) \frac{Re_p C_D}{24} + [(\rho_p - \rho_f) Vol_p g] \quad (3.50)$$

A Eq. (3.50) pode ser reescrita como:

$$(\rho_p Vol_p) \frac{du_p}{dt} = 3\pi\mu d_p (U - u_p) \frac{Re_p C_D}{24} + [(\rho_p - \rho_f) Vol_p g] \quad (3.51)$$

Reescrevendo:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{3\pi\mu d_p (U - u_p)}{(\rho_p Vol_p)} \frac{Re_p C_D}{24} + \frac{[(\rho_p - \rho_f) Vol_p g]}{(\rho_p Vol_p)} \quad (3.52)$$

onde:

$$Vol_p = \frac{\pi}{6} d_p^3 \quad (3.53)$$

Substituindo a Eq. (3.53) na Eq. (3.52):

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{18\mu(U-u_p)}{\rho_p d_p^2} \frac{Re_p C_D}{24} + \frac{[(\rho_p - \rho_f)g]}{\rho_p} \quad (3.54)$$

A Eq. (3.54) pode ser reescrita como:

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(U - u_p) + \left[ \frac{g(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} \right] \quad (3.55)$$

Estas forças controlam a velocidade da partícula, a qual é necessária para a determinação da posição da partícula, por meio da equação Lagrangiana para a posição da partícula. Esta equação pode ser escrita para a componente x, por exemplo, como:

$$\frac{dX_p}{dt} \equiv u_p \quad (3.56)$$

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{g(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} + F_D(u - u_p) \quad (3.57)$$

onde,  $u_p$  é a componente da velocidade da partícula na direção x,  $u$  é a componente da velocidade do fluido interpolada para a posição da partícula,  $\rho_p$  é a massa específica da partícula,  $\rho_f$  é a massa específica do fluido,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $F_D$  é a força de arrasto, redefinida aqui como:

$$F_D \equiv \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re_p}{24} \quad (3.58)$$

sendo  $Re_p$  o número de Reynolds da partícula, redefinido aqui como:

$$Re_p \equiv \frac{\rho_f d_p |u_p - u|}{\mu_f} \quad (3.59)$$

A força de arrasto, Eq. (3.58), pode ser reescrita em termos do tempo de relaxação da partícula:

$$F_D = \frac{1}{\tau_p} \quad (3.60)$$

Note que o tempo de relaxação na forma como foi definido aqui engloba o termo  $\frac{C_D Re_p}{24}$ , diferindo assim da definição clássica deste termo. Esta é apenas uma comodidade matemática para facilitar a dedução das equações para integração temporal.

Agrupando as forças peso e empuxo como:

$$a = \frac{g(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} \quad (3.61)$$

Podemos reescrever a Eq. (3.57) como:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p}(u - u_p) + a \quad (3.62)$$

Expressões análogas podem ser escritas para as demais componentes da velocidade da partícula.

### 3.3.2.1 Esquemas de integração para as equações de movimento da partícula

As equações (3.56) e (3.62) descritas acima formam um conjunto de equações diferenciais ordinárias cuja solução passa pela integração temporal. Neste trabalho optou-se por utilizar três esquemas diferentes para se realizar tal integração, sendo eles: o esquema implícito de Euler, o esquema trapezoidal e um esquema analítico. O processo de aplicação de cada um destes esquemas nas equações (3.56) e (3.62) é apresentado, para componente  $u$  de velocidade, de forma detalhada abaixo. Ressalta-se aqui que a obtenção de tais equações para as outras componentes do vetor velocidade é direta, e tais deduções são omitidas neste trabalho.

### 3.3.2.1.1 Esquema Analítico

Abaixo é descrito o processo de obtenção das equações de posição e movimento da partícula por meio da integração analítica das equações diferenciais e, para isto, a Eq. (3.62) pode ser reescrita como:

$$\tau_p \frac{du_p}{dt} = u - u_p + \tau_p a \quad (3.63)$$

Considerando:

$$\varphi \equiv u + \tau_p a \quad (3.64)$$

Substituindo a Eq. (3.64) na equação (3.63), tem-se:

$$\tau_p \frac{du_p}{dt} = -u_p + \varphi \quad (3.65)$$

Reescrevendo a equação (3.65):

$$\frac{du_p}{\varphi - u_p} = \frac{1}{\tau_p} dt \quad (3.66)$$

Integrando a equação (3.66) tem-se:

$$\int_{u_p^n}^{u_p^{n+1}} \frac{du_p^*}{\varphi - u_p^*} = \frac{1}{\tau_p} \int_t^{t+\Delta t} dt^* \quad (3.67)$$

Definindo mais uma variável auxiliar, tem-se:

$$\epsilon \equiv \varphi - u_p; \quad d\epsilon^* = -du_p^* \quad (3.68)$$

Multiplicando os dois lados da Eq. (3.67) por “-1” e substituindo a Eq. (3.68) na Eq. (3.67), tem-se:

$$\int_{\epsilon^n}^{\epsilon^{n+1}} \frac{d\epsilon^*}{\epsilon} = -\frac{1}{\tau_p} \int_t^{t+\Delta t} dt^* \quad (3.69)$$

Resolvendo as integrais da Eq. (3.69) sob a hipótese de que o tempo de relaxação, a força de aceleração e a velocidade do fluido no intervalo de integração são constantes:

$$\ln|\epsilon| \Big|_{\epsilon^n}^{\epsilon^{n+1}} = -\frac{1}{\tau_p} [t + \Delta t - t] \quad (3.70)$$

$$\ln|\epsilon^{n+1}| - \ln|\epsilon^n| = -\frac{1}{\tau_p} \Delta t \quad (3.71)$$

Utilizando uma das propriedades do logaritmo neperiano:

$$\ln \frac{x}{y} = \ln(x) - \ln(y) \quad (3.72)$$

Tem-se:

$$\ln \left| \frac{\epsilon^{n+1}}{\epsilon^n} \right| = -\frac{\Delta t}{\tau_p} \quad (3.73)$$

A equação (3.73) pode ser reescrita como:

$$e^{\ln \left| \frac{\epsilon^{n+1}}{\epsilon^n} \right|} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.74)$$

Utilizando outra propriedade do logaritmo neperiano:

$$e^{\ln \left( \frac{x}{y} \right)} = \frac{x}{y} \quad (3.75)$$

Chega-se a:

$$\frac{\epsilon^{n+1}}{\epsilon^n} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.76)$$

Reescrevendo a equação (3.76):

$$\epsilon^{n+1} = \epsilon^n e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.77)$$

Como:

$$\epsilon^{n+1} = \varphi - u_p^{n+1}; \quad \epsilon^n = \varphi - u_p^n \quad (3.78)$$

Substituindo as expressões acima na equação (3.77) tem-se:

$$\varphi - u_p^{n+1} = (\varphi - u_p^n) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.79)$$

Substituindo a equação (3.64) na equação (3.79), tem-se:

$$u + \tau_p a - u_p^{n+1} = (u + \tau_p a - u_p^n) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.80)$$

Reescrevendo a equação (3.80):

$$-u_p^{n+1} = -u^n - \tau_p a + u^n e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} - u_p^n e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} + \tau_p a e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.81)$$

Multiplicando os dois lados da equação (3.81) por “-1”:

$$u_p^{n+1} = u^n + \tau_p a - u^n e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} + u_p^n e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} - \tau_p a e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} \quad (3.82)$$

Reagrupando os termos na equação (3.82), chega-se à equação (3.83):

$$u_p^{n+1} = u^n + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} (u_p^n - u^n) - a \tau_p \left( e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} - 1 \right) \quad (3.83)$$



Considerando agora a equação para posição da partícula, Eq. (3.56), reescrita abaixo, tem-se:

$$\frac{dx_p}{dt} = u_p \quad (3.84)$$

Substituindo a equação (3.83) na equação (3.84), tem-se:

$$\frac{dx_p}{dt} = u^n + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}}(u_p^n - u^n) - a \tau_p \left( e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} - 1 \right) \quad (3.85)$$

Reescrevendo a equação (3.85):

$$dx_p = \left[ u^n + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}}(u_p^n - u^n) - a \tau_p \left( e^{-\frac{\Delta t}{\tau_p}} - 1 \right) \right] dt \quad (3.86)$$

Pode se reescrever:

$$\Delta t = t^* - t \quad (3.87)$$

Integrando a equação (3.87):

$$\int_{x_p^n}^{x_p^{n+1}} dx_p^* = \int_t^{t+\Delta t} \left[ u^n + e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}}(u_p^n - u^n) - a \tau_p \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} - 1 \right) \right] dt^* \quad (3.88)$$

$$x_p^{n+1} - x_p^n = \int_t^{t+\Delta t} \left[ u^n + e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}}(u_p^n - u^n) - a \tau_p \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} - 1 \right) \right] dt^* \quad (3.89)$$

$$\begin{aligned} x_p^{n+1} - x_p^n &= \int_t^{t+\Delta t} u^n dt^* + \\ &\int_t^{t+\Delta t} \left[ e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}}(u_p^n - u^n) \right] dt^* - \int_t^{t+\Delta t} \left[ a \tau_p \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} - 1 \right) \right] dt^* \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned}
x_p^{n+1} - x_p^n &= u^n \int_t^{t+\Delta t} dt^* + \\
&\quad (u_p^n - u^n) \int_t^{t+\Delta t} \left[ e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right] dt^* - a \tau_p \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} - 1 \right) \right] dt^*
\end{aligned} \tag{3.91}$$

$$\begin{aligned}
x_p^{n+1} - x_p^n &= u^n \int_t^{t+\Delta t} dt^* + \\
&\quad (u_p^n - u^n) \int_t^{t+\Delta t} \left[ e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right] dt^* + a \tau_p \int_t^{t+\Delta t} dt^* - a \tau_p \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^*
\end{aligned} \tag{3.92}$$

$$\begin{aligned}
x_p^{n+1} - x_p^n &= \\
&\quad u^n \int_t^{t+\Delta t} dt^* + a \tau_p \int_t^{t+\Delta t} dt^* + (u_p^n - u^n - a \tau_p) \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^*
\end{aligned} \tag{3.93}$$

$$\begin{aligned}
x_p^{n+1} - x_p^n &= \\
&\quad u^n(t + \Delta t - t) + a \tau_p(t + \Delta t - t) + (u_p^n - u^n - a \tau_p) \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^*
\end{aligned} \tag{3.94}$$

$$x_p^{n+1} = x_p^n + u^n \Delta t + a \tau_p \Delta t + (u_p^n - u^n - a \tau_p) \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^* \tag{3.95}$$

Considerando agora somente a integral no último termo do lado direito da equação (3.95)

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^* = -\tau_p e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \Big|_t^{t+\Delta t} \tag{3.96}$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^* = \tau_p \left( e^{-\frac{(t-t)}{\tau_p}} - e^{-\frac{(t+\Delta t-t)}{\tau_p}} \right) = \tau_p \left( e^{-\frac{0}{\tau_p}} - e^{-\frac{(t+\Delta t-t)}{\tau_p}} \right) \tag{3.97}$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( e^{-\frac{t^*-t}{\tau_p}} \right) \right] dt^* = \tau_p \left( 1 - e^{-\frac{(t+\Delta t-t)}{\tau_p}} \right) \quad (3.98)$$

Substituindo a equação (3.98) na equação (3.95), tem-se:

$$x_p^{n+1} = x_p^n + u^n \Delta t + a \tau_p \Delta t + (u_p^n - u^n - a \tau_p) \tau_p \left( 1 - e^{-\frac{(\Delta t)}{\tau_p}} \right) \quad (3.99)$$

que é a equação que descreve a trajetória de uma partícula na direção x, equação (3.84), integrada analiticamente.

### 3.3.2.1.2 Esquema implícito de Euler

Pelo método de Euler a derivada presente no lado esquerdo da equação (3.62) pode ser aproximada como:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{u_p^{n+1} - u_p^n}{\Delta t} \quad (3.100)$$

Substituindo (3.100) em (3.62), tem-se:

$$\frac{u_p^{n+1} - u_p^n}{\Delta t} = \frac{1}{\tau_p} (u^{n+1} - u_p^{n+1}) + a \quad (3.101)$$

Reescrevendo a equação (3.101):

$$u_p^{n+1} - u_p^n = \frac{\Delta t}{\tau_p} (u^{n+1} - u_p^{n+1}) + a \Delta t \quad (3.102)$$

$$u_p^{n+1} = u_p^n + \frac{\Delta t}{\tau_p} u^{n+1} - \frac{\Delta t}{\tau_p} u_p^{n+1} + a \Delta t \quad (3.103)$$

$$u_p^{n+1} \left( 1 + \frac{\Delta t}{\tau_p} \right) = u_p^n + \frac{\Delta t}{\tau_p} u^{n+1} + a \Delta t \quad (3.104)$$

$$u_p^{n+1} = \frac{u_p^n + \frac{\Delta t}{\tau_p} u^{n+1} + a\Delta t}{\left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_p}\right)} \quad (3.105)$$

$$u_p^{n+1} = \frac{u_p^n + \Delta t \left(a + \frac{u^{n+1}}{\tau_p}\right)}{\left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_p}\right)} \quad (3.106)$$

### 3.3.2.1.3 Esquema Trapezoidal

A equação (3.62) pode ser reescrita como:

$$du_p = \left[ \frac{1}{\tau_p} (u - u_p) + a \right] dt \quad (3.107)$$

Separando os termos presentes no lado direito da equação (3.107), tem-se:

$$du_p = \frac{1}{\tau_p} u dt - \frac{1}{\tau_p} u_p dt + a dt \quad (3.108)$$

Sabe-se que a regra do trapézio pode ser escrita como:

$$\int_a^b f(x) dx = (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (3.109)$$

Aplicando a equação (3.109) a cada termo da equação (3.108), tem-se:

$$\int_{u_p^n}^{u_p^{n+1}} du_p^* = \frac{1}{\tau_p} \int_t^{t+\Delta t} u dt^* - \frac{1}{\tau_p} \int_t^{t+\Delta t} u_p dt^* + a \int_t^{t+\Delta t} dt^* \quad (3.110)$$

$$\begin{aligned} (u_p^{n+1} - u_p^n) \frac{(1+1)}{2} = \\ \frac{1}{\tau_p} (t^{n+1} - t^n) \frac{(u^n + u^{n+1})}{2} - \frac{1}{\tau_p} (t^{n+1} - t^n) \frac{(u_p^n + u_p^{n+1})}{2} + a(t^{n+1} - t^n) \frac{(1+1)}{2} \end{aligned} \quad (3.111)$$

Reescrevendo a equação (3.111), tem-se:

$$(u_p^{n+1} - u_p^n) = \frac{1}{\tau_p} \Delta t \frac{(u^n + u^{n+1})}{2} - \frac{1}{\tau_p} \Delta t \frac{(u_p^n + u_p^{n+1})}{2} + a \Delta t \quad (3.112)$$

Reescrevendo a equação (3.112):

$$u_p^{n+1} = u_p^n + \frac{1}{\tau_p} \Delta t \frac{(u^n + u^{n+1})}{2} - \frac{1}{\tau_p} \Delta t \frac{u_p^n}{2} - \frac{1}{\tau_p} \Delta t \frac{u_p^{n+1}}{2} + a \Delta t \quad (3.113)$$

$$u_p^{n+1} + \frac{\Delta t}{2\tau_p} u_p^{n+1} = u_p^n + \frac{\Delta t}{2\tau_p} (u^n + u^{n+1}) - \frac{\Delta t}{2\tau_p} u_p^n + a \Delta t \quad (3.114)$$

$$u_p^{n+1} \left(1 + \frac{\Delta t}{2\tau_p}\right) = u_p^n \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau_p}\right) + \frac{\Delta t}{2\tau_p} (u^n + u^{n+1}) + a \Delta t \quad (3.115)$$

$$u_p^{n+1} = \frac{u_p^n \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau_p}\right) + \frac{\Delta t}{2\tau_p} (u^n + u^{n+1}) + a \Delta t}{\left(1 + \frac{\Delta t}{2\tau_p}\right)} \quad (3.116)$$

Considerando agora a equação para a posição da partícula discreta, a qual pode ser reescrita como:

$$dx_p = u_p dt \quad (3.117)$$

Integrando a equação (3.117), tem-se:

$$\int_{x_p^n}^{x_p^{n+1}} dx_p^* = \int_t^{t+\Delta t} u_p dt^* \quad (3.118)$$

Aplicando a regra do trapézio, definida pela equação (3.109), na equação (3.118), tem-se:

$$(x_p^{n+1} - x_p^n) \frac{(1+1)}{2} = (t^{n+1} - t^n) \frac{(u_p^n + u_p^{n+1})}{2} \quad (3.119)$$

Reescrevendo a equação (3.119):

$$x_p^{n+1} - x_p^n = \Delta t \frac{(u_p^n + u_p^{n+1})}{2} \quad (3.120)$$

$$x_p^{n+1} = x_p^n + \Delta t \frac{(u_p^n + u_p^{n+1})}{2} \quad (3.121)$$

### 3.3.2.2 *Análise teórica dos esquemas de integração para as equações de movimento da partícula*

Com relação a acurácia, o esquema de integração analítico fornece a solução exata da integral das equações de movimento e posição da partícula quando as restrições referentes ao tempo de relaxação, a força de aceleração e a velocidade do fluido são obedecidas. Espera-se que a medida que o passo de tempo utilizado se distancie do passo de tempo necessário para que tais condições sejam obedecidas os resultados obtidos com este esquema também se distanciem do comportamento real. Ou seja, caso o passo de tempo utilizado na simulação seja demasiadamente alto, os resultados obtidos com este esquema poderão se afastar consideravelmente daqueles que seriam obtidos com um passo de tempo menor. Embora isto seja um fato, não se sabe ao certo qual o passo de tempo ideal para este esquema, uma vez que o mesmo dependerá do escoamento a ser revolvido e do tamanho das partículas simuladas. O esquema de Euler é um esquema de primeira ordem, conseqüentemente a redução do erro associada a redução do passo de tempo, para este esquema, também é de primeira ordem. Desta forma, espera-se que as simulações com este esquema necessitem de pequenos intervalos no tempo. O esquema Trapezoidal é um esquema de segunda ordem, portanto, espera-se que o mesmo seja capaz de fornecer resultados melhores, mais próximos do comportamento real, com um passo de tempo maior do que o utilizado com o esquema de Euler, para uma mesma simulação.

Com relação ao custo computacional, acredita-se que, embora a solução das equações obtidas com o esquema de Euler seja computacionalmente mais rápida do que a solução das equações obtidas com o esquema analítico, as quais exigem a solução de termos exponenciais, e do que as equações obtidas o esquema trapezoidal, que possuem mais termos, o esquema de

Euler, por ser de primeira ordem, necessitará de um número maior de integrações temporais, e consequentemente, apresentará maior custo computacional. O esquema trapezoidal é de segunda ordem, e as equações resultantes da integração com este esquema não apresentam termos exponenciais, no entanto, este esquema requer a utilização de dados obtidos em dois passos de tempo, aumentando assim o custo do mesmo. O esquema analítico exige a solução de equações com termos exponenciais, contudo, espera-se que o custo real deste esquema esteja relacionado com o passo de tempo necessário para que as hipóteses feitas durante o processo de integração sejam respeitadas.

Para elucidar as questões mencionadas acima, os três esquemas são utilizados neste trabalho e uma comparação dos resultados obtidos com os mesmos é realizada no próximo capítulo.

### ***3.3.3 Esquemas de interpolação para fase particulada***

Quando se trabalha com a abordagem Euleriana-Lagrangia em conjunto com o método da força-pontual torna-se necessário conhecer o valor da velocidade do fluido na posição do centro de massa de cada partícula. Como esta posição varia ao longo do tempo de tal forma que a mesma normalmente não coincide com a posição da malha Euleriana onde as propriedades da fase contínua são calculadas, a interpolação dos valores de velocidade da fase contínua para a posição do centro de massa da partícula torna-se fundamental para o sucesso do método.

Esta interpolação deve ser suficientemente precisa para garantir que a velocidade da fase contínua seja bem representada no local desejado, no entanto não pode ser um processo computacionalmente caro, uma vez que se trata de uma operação que será repetida durante todo o processo de cálculo.

Ao se considerar a utilização de malhas cartesianas simples, pode se afirmar que este tema já foi muito estudado. No entanto, ao se considerar a utilização de malhas não estruturadas o mesmo ganha muita complexidade, uma vez que a utilização de qualquer esquema com ordem elevada exige uma estrutura de dados relativamente complexa, além de encarecer muito o processo.

Desta forma, neste trabalho três esquemas diferentes foram avaliados, os quais são resumidamente descritos nas próximas subseções:

### 3.3.3.1 Esquema de interpolação de ordem zero

Neste esquema o valor da velocidade da fase contínua na posição do centro de massa da partícula é tomado como sendo igual ao valor da velocidade no centro da célula Euleriana onde o centro de massa da partícula se encontra, conforme indicado na Fig. 3.4.

$$u_{Euleriano\_p}^i = u_{Euleriano}^i \quad (3.122)$$

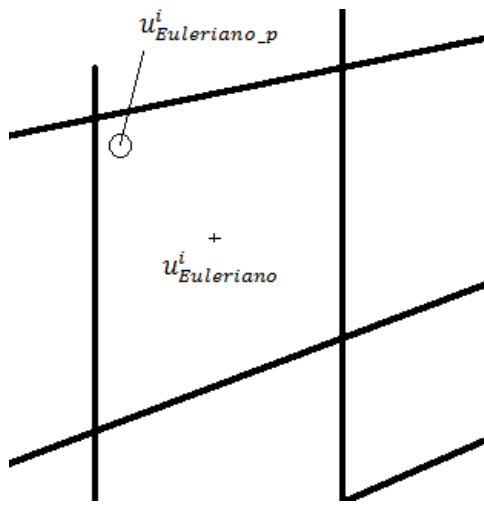


Figura 3.4: Esquema de interpolação de ordem zero.

Deve ser ter em mente que esta aproximação pode levar a inconsistências nos resultados, sobretudo se considerar a simulação de partículas pequenas em uma malha Euleriana com espaçamento relativamente grande. Um exemplo disto pode ser visto durante a simulação de partículas com massa desprezível em uma malha Euleriana com espaçamento relativamente grande em um escoamento rotativo: como a massa de tais partículas é muito pequena, as mesmas deveriam acompanhar as linhas de correntes do fluido, no entanto, ao se utilizar este esquema de interpolação, nota-se a ocorrência de pequenos desvios na trajetória das partículas, ou seja, as mesmas não seguem exatamente as linhas de corrente.

### 3.3.3.2 Esquema de interpolação de Shepard

Neste esquema a velocidade no centro da célula Euleriana onde o centro de massa da partícula se encontra é utilizada em conjunto com a velocidade no centro das células vizinhas,



sendo que as mesmas são ponderadas pelo inverso da distância do centro da célula até a posição do centro de massa da partícula, conforme ilustrado na Fig. 3.5.

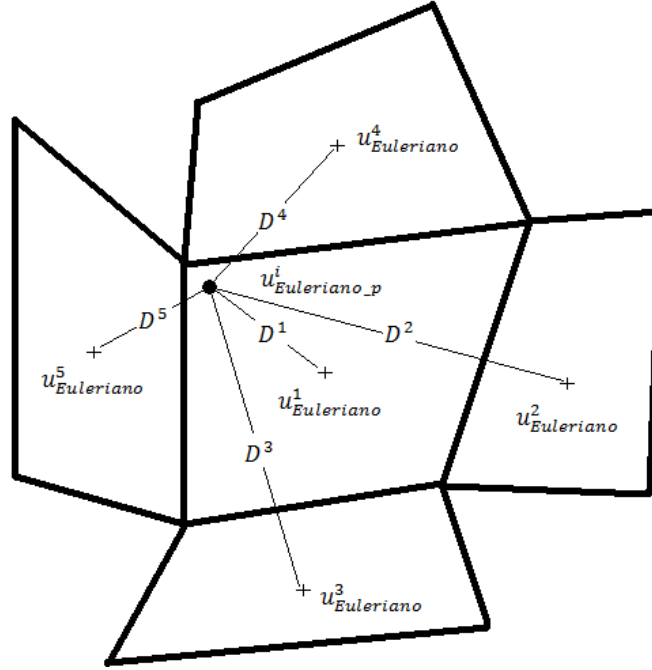


Figura 3.5: Esquema de interpolação de Shepard .

$$u_{Euleriano\_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \left( u_{Euleriano}^i / D^i \right)}{\sum_{i=1}^N (1/D^i)} \quad (3.123)$$

onde:

$$D^i = (x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2 \quad (3.124)$$

Sendo, D a distância do centroide do elemento vizinho (incluindo o próprio elemento onde a partícula se encontra) até a partícula, N o número de vizinhos do elemento mais um.

### 3.3.3.3 Esquema de interpolação baricêntrico

Neste esquema de interpolação a velocidade da fase contínua na posição da partícula depende somente da velocidade dos vértices do elemento no qual ela está contida. Desta

forma, é necessário interpolar a velocidade do centro da malha, devido ao arranjo colocalizado, para os vértices e então utilizar estes valores para determinar a velocidade na posição da partícula, conforme indicado na Fig. 3.6. A velocidade em cada nó do elemento onde a partícula se encontra é ponderada pelo inverso do quadrado da distância do nó até a posição da partícula.

$$u_{Euleriano\_p} = \frac{\sum_{i=1}^N \left( u_{Euleriano\_no}^i / D^i \right)}{\sum_{i=1}^N (1/D^i)} \quad (3.125)$$

onde:

$$D^i = (x_p - x_{nó}^i)^2 + (y_p - y_{nó}^i)^2 + (z_p - z_{nó}^i)^2 \quad (3.126)$$

Sendo, D a distância do nó até a partícula, N o número de nós do elemento.

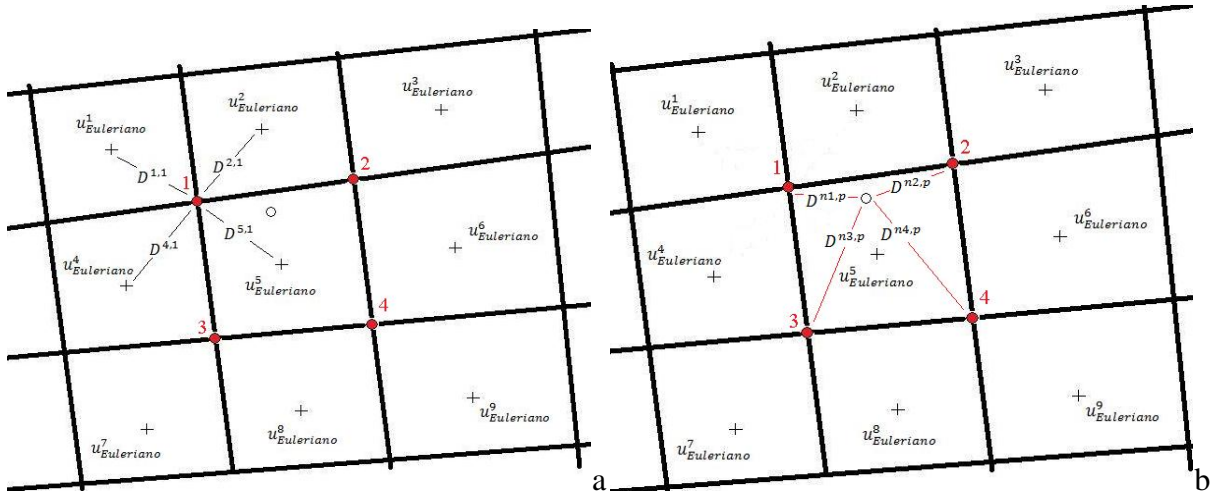


Figura 3.6: Processo de interpolação Baricêntrico. (a) interpolação para os nós. (b) interpolação dos nós para a posição da partícula.

### 3.3.4 Rastreamento da fase dispersa

Considerando a utilização da abordagem Euleriana-Lagrangiana, a solução das equações normalmente ocorre da seguinte forma: Inicialmente as equações diferenciais parciais da conservação da massa, da quantidade de movimento e de energia (quando utilizada) são resolvidas por meio da utilização de um método de discretização apropriado, como o método dos volumes finitos, por exemplo, em uma malha Euleriana fixa. Após a solução das equações diferenciais parciais referentes à fase contínua, as equações diferenciais ordinárias que governam o movimento da fase discreta são resolvidas.

Para solução das equações diferenciais ordinárias, torna-se necessário conhecer a localização de cada partícula, ou nuvem de partículas, dentro da malha Euleriana. Isto ocorre porque para o cálculo da variação da velocidade e da posição das partículas é necessário interpolar as propriedades do fluido para a posição do centro de massa das mesmas. Normalmente a determinação da célula computacional na qual uma partícula discreta se encontra pode ser feita de forma rápida e eficiente, utilizando-se a localização da partícula e do mapeamento da malha, em malhas cartesianas uniformes. No entanto, esta abordagem não pode ser diretamente utilizada em malhas não estruturadas ([Peng et al., 2009](#)), tornando o problema de rastreamento das partículas um elemento importante.

Para solução deste problema uma série de algoritmos foi proposta nos últimos anos, os quais podem ser divididos basicamente em duas categorias: uma onde se conhece a priori a posição da partícula e em qual célula computacional a partícula será inicialmente inserida; e a outra onde se conhece apenas a posição onde a partícula será inserida, restando determinar a qual célula da malha Euleriana esta posição pertence. Estas categorias foram enunciadas na literatura da seguinte forma: *“Given a grid, a particle position, and the cell which contains that particle position, determines the cell which contains a nearby particle position”*, [Haselbacher et al., 2007](#); e *“Given a grid and a particle position, to locate the cell containing that particle position”*, [Peng et al., 2009](#).

Algoritmos do segundo tipo, onde não é necessário se conhecer a célula computacional na qual a partícula é inserida, são mais genéricos. No entanto, também tendem a ser mais caros do ponto de vista computacional, de tal forma que, a menos que seja necessária a implementação deste tipo de algoritmo, devido, por exemplo, a características específicas do problema a ser simulado, a implementação de algoritmos do primeiro tipo deve ser preferida. Como a meta deste trabalho é a simulação de separadores ciclônicos, onde a determinação prévia da posição onde as partículas serão injetadas é possível, optou-se por utilizar um

algoritmo que requer que a célula computacional onde a partícula é injetada seja previamente informada.

Após uma breve revisão de alguns algoritmos disponíveis na literatura, optou-se pela implementação do algoritmo proposto por [Haselbacher et al. \(2007\)](#). Esta escolha se deu devido a algumas características específicas deste algoritmo:

- este algoritmo é robusto o bastante para permitir que uma partícula atravessasse mais de uma célula computacional em um único passo e tempo, ou seja, o algoritmo possibilita que a partícula percorra grandes distâncias, o que é um fator limitante para um grande número de algoritmos;
- o algoritmo se baseia em distâncias de intersecção ao invés de tempos de intersecção, o que é algo muito mais natural, uma vez que o problema de rastreamento de partículas deve ser primordialmente um problema espacial e não temporal;
- o algoritmo pode ser aplicado a malhas Eulerianas constituídas de elementos poliédricos;
- de acordo com o autor, este algoritmo é mais rápido e eficiente do que outros algoritmos publicados.

#### *3.3.4.1 O algoritmo de rastreamento proposto por [Haselbacher et al. \(2007\)](#)*

Em um primeiro instante, após a inicialização da fase dispersa, a posição, a velocidade e a célula da malha Euleriana onde cada partícula computacional se encontra são conhecidas. Neste ponto, resolvem-se as equações para fase contínua e então interpolam-se os valores obtidos para a posição das partículas discretas, de forma a possibilitar a solução das equações diferenciais ordinárias que ditam a velocidade e posição das mesmas. Após a solução de tais equações a nova velocidade e posição das partículas passam a ser conhecidas, ou seja, sabe-se a distância percorrida e a trajetória de cada partícula. No entanto, não se sabe a priori qual volume de controle corresponde à nova posição.

Desta forma, a idéia básica do algoritmo, apresentada conforme Haselbacher et al. (2007) , e considerando apenas uma partícula para facilitar o entendimento, é a seguinte: assumo que a partícula está localizada na célula  $c_1$  e se move em uma dada trajetória. Assumo também que é possível determinar qual face da célula  $c_1$  é intersectada pela trajetória da

partícula. Se a célula adjacente à célula  $c_1$  for a célula  $c_2$ , a partícula irá passar da célula  $c_1$  para a célula  $c_2$ . Aplicando várias vezes esta idéia pode se determinar a célula  $c_n$  que irá conter a partícula em sua nova posição. Diz-se que uma célula contém a posição da partícula,  $r_p$ , se esta posição satisfaz o chamado “teste dentro da célula”, ou seja, se para cada face da célula:

$$(r_c - r_p) \cdot n \geq 0 \quad (3.127)$$

Onde  $r_c$  é o centroide da face da célula e  $n$  é o vetor unitário normal da face da célula que aponta para fora da célula.

Segundo [Haselbacher et al. \(2007\)](#), o algoritmo também possui a vantagem, como mostrado abaixo, de que a localização de uma partícula se movendo é feita de forma consistente com a localização de uma partícula estacionária e desta forma permite um tratamento unificado. Como este algoritmo baseia-se em interseções com as faces e os contornos são representados por um conjunto de faces, a interseção com condições de contorno é tratada naturalmente.

A Fig. 3.7 ilustra um problema de localização da partícula: dada a posição da partícula  $r_p$  e a célula que contém tal posição e é necessário encontrar a célula que contém a posição final da partícula  $r_q$ . A partir das posições dadas pode se calcular tanto a distância,  $d = \|r_q - r_p\|$ , percorrida pela partícula quanto a sua trajetória,  $t = (r_q - r_p)/d$ .

Considerando apenas a célula que contém a posição da partícula,  $r_p$ . A célula, em um caso bidimensional, é definida pelos quatro vértices  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $V_4$ , Fig. 3.8. Os vértices são conectados de tal forma a gerar vetores normais que apontam para fora da célula,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  e  $n_4$ . E as faces podem ser definidas pela representação paramétrica de uma linha reta.

$$r(\xi) = (1 - \xi)r_1 + \xi r_2, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (3.128)$$

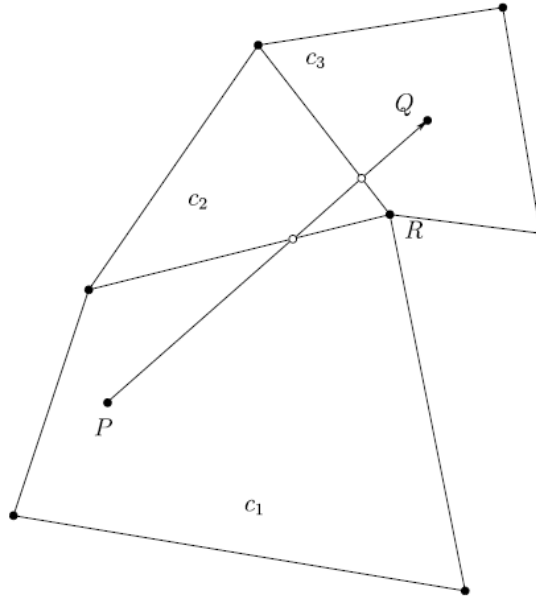


Figura 3.7: Ilustração do problema de localização da partícula. [Haselbacher et al. \(2007\)](#), pg. 2200.

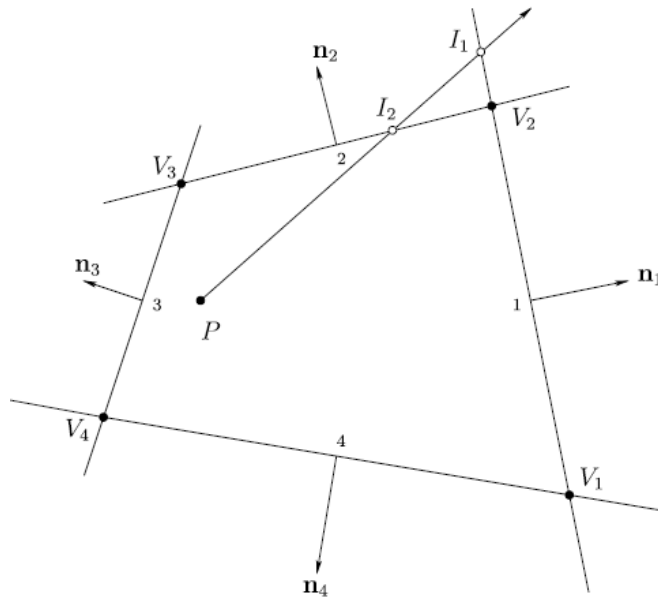


Figura 3.8: Pontos de interseção entre a trajetória de uma partícula e as faces da célula. [Haselbacher et al. \(2007\)](#), pg. 2201.

O algoritmo calcula os pontos de interseção  $i_i$  da trajetória com as faces e para cada ponto de interseção associa-se uma distância de interseção:  $\alpha_i = \|r_{i_i} - r_p\|$ . As únicas faces para as quais os pontos de interseção devem ser calculados são aquelas para as quais o produto escalar entre a o vetor trajetória e a normal é positivo, ou seja:  $t \cdot n > 0$ . Os pontos de interseção da trajetória com as linhas definidas pelas faces são denotados de  $I_1$  e  $I_2$

respectivamente, na Fig 3.8. Note que o ponto de intersecção  $I_1$  não pertence à face 1. Ou seja,  $I_1$  não satisfaz a representação paramétrica da face 1 dada pela Eq. (3.128) porque  $\xi_1 > 1$ . Embora possa parecer desta forma, que além de calcular os pontos de intersecção da trajetória com as faces, também é necessário checar se estes pontos de intersecção realmente pertencem às faces. Isto não é necessário porque só se tem interesse na face com a menor distância de intersecção. Isto ocorre porque ao viajar ao longo da trajetória, o plano com a menor distância de intersecção será intersectado primeiro. É fácil notar que a menor distância de intersecção sempre estará associada com a sua face, desta forma, não é necessário testar se um dado ponto de intersecção está associado à sua face. Esta simplificação é importante, sobretudo para simulações em três dimensões.

Uma vez determinada a face que é intersectada pela trajetória, a posição da partícula pode ser atribuída à célula adjacente a face intersectada e a distância que resta a ser percorrida pela partícula é atualizada por:

$$d \leftarrow d - \min_i \alpha_{I_i} \quad (3.129)$$

Depois de a partícula ter sido associada a nova célula, o algoritmo é simplesmente aplicado novamente até que a distância mínima para intersecção seja menor do que a distância que a partícula ainda tem a percorrer.

No caso de a face intersectada ser uma face que delimite um contorno, basta efetuar uma correção na trajetória da partícula, a qual dependerá da condição de contorno aplicada, como pode ser visto na Fig. 3.9, para o caso da colisão de uma partícula com uma parede lisa.

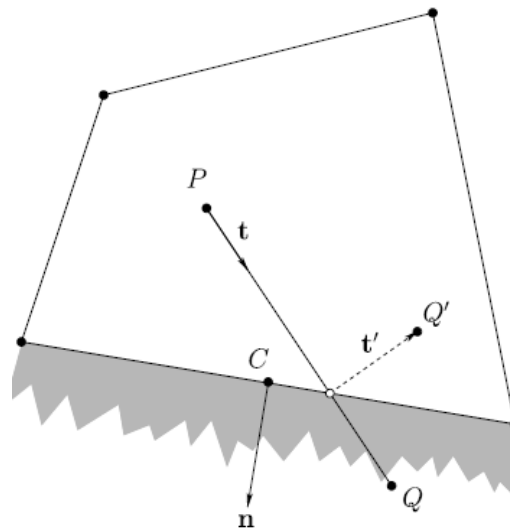


Figura 3.9: Representação da colisão de uma partícula com uma parede. [Haselbacher et al. \(2007\)](#), pg. 2202.

Abaixo é apresentado o algoritmo em si, assim como em Haselbacher et al. (2007), e na sequência uma breve descrição matemática de cada passo do mesmo. Este algoritmo é dividido, basicamente, em três rotinas diferentes, uma, principal, para o rastreamento, Fig. 3.10; uma para o cálculo do ponto de interseção, Fig. 3.11; e uma para aplicação de condições de contorno.



```

Require:  $\mathbf{r}_P^n, \mathbf{r}_P^{n+1}, c_P^n$ 
Ensure:  $c_P^{n+1}$ 

1: procedure PARTICLETRACKING( $\mathbf{r}_P^n, \mathbf{r}_P^{n+1}, c_P^n$ )
2:    $d = \|\mathbf{r}_P^{n+1} - \mathbf{r}_P^n\|$ 
3:    $\mathbf{t} = (\mathbf{r}_P^{n+1} - \mathbf{r}_P^n)/d$ 
4:    $\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_P^n$ 
5:    $c_P = c_P^n$  Initialize particle location
6:   loop
7:     INTERSECT( $\mathbf{t}, \mathbf{r}_P, c_P, \alpha_{\min}, f_{\min}$ )
8:      $d \leftarrow d - \alpha_{\min}$ 
9:     if  $d \geq 0$  then
10:      if  $f_{\min} \in \mathcal{F}_\Omega$  then
11:         $c_P = c2f(c_P, f_{\min})$  Get adjacent cell
12:      else
13:        if  $f_{\min} \in \mathcal{F}_{\partial\Omega}$  then
14:          REFLECT( $\mathbf{t}, \mathbf{r}_P, f_{\min}$ ) Reflect for solid wall
15:        end if
16:      end if
17:    else
18:       $c_P^{n+1} = c_P$  Found cell containing new position
19:    exit
20:  end if
21: end loop
22: end procedure

```

Figura 3.10: Algoritmo de rastreamento. [Haselbacher et al. \(2007\)](#), pg. 2205.

Na Fig. 3.10, tem-se:

1. O primeiro passo é referente a chamada da função;
2. No segundo passo a distância a ser percorrida pela partícula, que é um escalar, no passo de tempo atual é calculada da seguinte forma:

$$x_d = x_p^{n+1} - x_p^n \quad (3.130)$$

$$y_d = y_p^{n+1} - y_p^n \quad (3.131)$$

$$z_d = z_p^{n+1} - z_p^n \quad (3.132)$$

$$Distancia_{percorrida_p} = \sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2} \quad (3.133)$$

3. No terceiro passo, a trajetória a ser percorrida pela partícula, a qual é uma grandeza vetorial, é calculada da seguinte forma:

$$t_{p_x} = \frac{x_d}{Distancia_{percorrida_p}} \quad (3.134)$$

$$t_{p_y} = \frac{y_d}{Distancia_{percorrida_p}} \quad (3.135)$$

$$t_{p_z} = \frac{z_d}{Distancia_{percorrida_p}} \quad (3.136)$$

4. No quarto passo a posição da partícula é atualizada;  
 5. No quinto passo a célula que contém a posição da partícula é atualizada;  
 6. No sexto passo inicia-se um loop, o qual será repetido enquanto a distância a ser percorrida pela partícula for maior do que zero, ou seja:

$$Faça\ enquanto \rightarrow Distancia_{percorrida_p} > 0 \quad (3.137)$$

7. No sétimo item chama-se a sub-rotina responsável pelo cálculo dos pontos de interseção, sendo que esta rotina retorna os valores da distância mínima necessária para interseção e da face correspondente a esta distância;  
 8. No oitavo passo a distância a ser percorrida pela partícula no passo de tempo atual é atualizada:

$$Distancia_{percorrida_p} = Distancia_{percorrida_p} - \alpha_{min} \quad (3.138)$$

9. No nono passo verifica-se se a distância a ser percorrida pela partícula é maior do que zero, ou seja, verifica-se se a interseção realmente ocorre, caso verdadeiro leva ao passo dez, caso falso leva ao passo dezessete.

10. Caso o passo nove seja verdadeiro, ou seja, caso a interseção realmente tenha ocorrido, no décimo passo verifica-se se a face intersectada é uma face interna do domínio.
11. Caso o passo dez seja verdadeiro, ou seja, a face intersectada é uma face interna, realiza-se a troca de elementos. Atualiza-se a célula que contém a posição da partícula, a nova célula será a célula adjacente que divide a face onde a interseção ocorreu.
12. Caso o passo dez seja falso, leva ao décimo terceiro passo;
13. Verifica se a qual condição de contorno pertence à face intersectada;
14. Chama-se a rotina para devida aplicação da condição de contorno, no caso da Fig. 10, uma rotina para aplicação da reflexão da partícula devido ao contato com uma parede lisa.
15. Encerra o décimo terceiro passo;
16. Encerra o décimo passo;
17. Caso o passo nove seja falso, leva ao passo dezoito;
18. Atualiza a célula que contém a posição da partícula como sendo a célula atual, ou seja, verificou-se que a partícula não mudou de célula computacional;
19. Deixa a rotina de rastreamento, caso a partícula não tenha mudado de célula não há motivo para se continuar na rotina;
20. Encerra o passo nove;
21. Encerra o loop iniciado no passo seis;
22. Deixa a rotina.

Abaixo é apresentada a versão rápida do algoritmo para verificação de interseção partícula-face, apresentado [Haselbacher et al. \(2007\)](#). Esta rotina retorna o valor da distância mínima necessária para que uma interseção ocorra, e qual a face correspondente.

```

Require:  $\mathbf{t}, \mathbf{r}_P, c_P$ 
Ensure:  $\alpha_{\min}, f_{\min}$ 
1: procedure INTERSECT( $\mathbf{t}, \mathbf{r}_P, c_P, \alpha_{\min}, f_{\min}$ )
2:    $\alpha_{\min} = \infty$ 
3:   for all  $f \in \mathcal{F}(c_P)$  do                                Loop over faces of cell  $c_P$ 
4:      $\mathbf{n} = \mathbf{n}(f)$                                           Get face normal
5:     if  $\mathbf{t} \cdot \mathbf{n} > 0$  then
6:        $\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_C(f)$                                     Get face centroid
7:        $\alpha_I = [(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_P) \cdot \mathbf{n}] / (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n})$       Compute distance
8:       if  $\alpha_I < \alpha_{\min}$  then
9:          $\alpha_{\min} = \alpha_I$ 
10:         $f_{\min} = f$ 
11:       end if
12:     end if
13:   end for
14:    $\mathbf{r}_P \leftarrow \mathbf{r}_P + \alpha_{\min} \mathbf{t}$                         Update particle position
15: end procedure

```

Figura 3.11: Algoritmo para localização do ponto de interseção. [Haselbacher et al. \(2007\)](#), pg. 2206.

Na Fig. 3.11, tem-se:

- O primeiro passo é referente a chamada da função;
- No segundo passo assume-se que a distância mínima para interseção corresponde a um valor muito grande;
- No terceiro passo se inicia um loop onde todas as faces pertencentes ao elemento onde a posição da partícula se encontra são verificadas;
- Atualiza a normal da face a ser verificada;
- Verifica se o produto escalar entre a trajetória da partícula e a normal da face é maior do que zero, ou seja, verifica-se a face pode ser intersectada. Caso seja falso, leva ao passo doze:

$$t_p \cdot n_f = t_{p_x} * x_{n_f} + t_{p_y} * y_{n_f} + t_{p_z} * z_{n_f} \quad (3.139)$$

- No sexto passo, caso o quinto passo seja verdadeiro, atualiza-se a posição do centroide da face;
- No sétimo passo calcula-se a distância para interseção:

$$Distancia_{interseção} = (x_{cf} - x_p)x_{nf} + (y_{cf} - y_p)y_{nf} + (z_{cf} - z_p)z_{nf} \quad (3.140)$$

- No oitavo passo verifica-se se a distância até a interseção da face atual é a menor distância;
- Caso o passo oito seja verdadeiro, atualiza-se a distância mínima;
- Atualiza a face intersectada;
- O décimo primeiro passo encerra o passo oito;
- O décimo segundo passo encerra o passo cinco;
- Encerra o loop nas faces do elemento;
- O décimo quarto passo atualiza a posição da partícula:

$$x_p \leftarrow x_p + \alpha_{min} \cdot t_{p_x} \quad (3.141)$$

$$y_p \leftarrow y_p + \alpha_{min} \cdot t_{p_y} \quad (3.142)$$

$$z_p \leftarrow z_p + \alpha_{min} \cdot t_{p_z} \quad (3.143)$$

- O décimo quinto passo encerra a rotina.

Apenas para exemplificar a aplicação de uma condição de contorno, abaixo será apresentado o algoritmo responsável pela reflexão de partículas que por ventura entrem em contato com uma parede sólida lisa. A reflexão é fruto de duas operações simples, uma que corrige a trajetória da partícula e outra que corrige a sua posição final, sendo que estas duas operações podem ser resumidas como:

$$t'_p = A \cdot t_p \quad (3.144)$$

$$r'_q = A \cdot r_q + B \quad (3.145)$$

onde:

$$A = I - 2n_f n_f \quad (3.146)$$

$$B = 2(r_c \cdot n_f) n_f \quad (3.147)$$

Sendo,  $I$  o tensor identidade,  $r_c$  o vetor posição do centro de massa da face,  $r_q$  o vetor posição final da partícula,  $r'_q$  o vetor posição final modificada da partícula e  $t'_p$  a trajetória modificada da partícula.

Desta forma, o algoritmo para reflexão se resume na solução das equações apresentadas acima. Inicialmente calcula-se as variáveis auxiliares “A” e “B”:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2n_f n_f \quad (3.148)$$

Onde “ $n_f n_f$ ” na equação acima é o produto diádico do vetor normal à face por ele mesmo, de tal forma que pode se reescrever a Eq. (3.148) como:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} x_{n_f}^2 & x_{n_f} y_{n_f} & x_{n_f} z_{n_f} \\ y_{n_f} x_{n_f} & y_{n_f}^2 & y_{n_f} z_{n_f} \\ z_{n_f} x_{n_f} & z_{n_f} y_{n_f} & z_{n_f}^2 \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

Reescrevendo a Eq. (3.149), tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 1 - 2x_{n_f}^2 & -2x_{n_f} y_{n_f} & -2x_{n_f} z_{n_f} \\ -2y_{n_f} x_{n_f} & 1 - 2y_{n_f}^2 & -2y_{n_f} z_{n_f} \\ -2z_{n_f} x_{n_f} & -2z_{n_f} y_{n_f} & 1 - 2z_{n_f}^2 \end{bmatrix} \quad (3.150)$$

A variável auxiliar “B” pode ser calculada da seguinte forma:

$$r_c \cdot n_f = \begin{bmatrix} x_{c_f} & y_{c_f} & z_{c_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{n_f} \\ y_{n_f} \\ z_{n_f} \end{bmatrix} = x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f} \quad (3.151)$$

$$(r_c \cdot n_f) \cdot n_f = \begin{bmatrix} x_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \\ y_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \\ z_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \end{bmatrix} \quad (3.152)$$

Logo:

$$B = \begin{bmatrix} 2x_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \\ 2y_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \\ 2z_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

Com as variáveis auxiliares “A” e “B” devidamente calculadas, basta substituir a equação (3.150) na equação (3.144), obtendo a trajetória modificada, Eq. (3.154), (3.155) e (3.156) e as equações (3.150) e (3.153) na equação (3.145) obtendo a posição final modificada da partícula, Eq. (3.157), (3.158) e (3.159).

$$t'_{p_x} = t_{p_x} (1 - 2x_{n_f}^2) + t_{p_y} (-2x_{n_f} y_{n_f}) + t_{p_z} (-2x_{n_f} z_{n_f}) \quad (3.154)$$

$$t'_{p_y} = t_{p_x} (-2y_{n_f} x_{n_f}) + t_{p_y} (1 - 2y_{n_f}^2) + t_{p_z} (-2y_{n_f} z_{n_f}) \quad (3.155)$$

$$t'_{p_z} = t_{p_x} (-2z_{n_f} x_{n_f}) + t_{p_y} (-2z_{n_f} y_{n_f}) + t_{p_z} (1 - 2z_{n_f}^2) \quad (3.156)$$

$$x_p^{n+1'} = x_p^{n+1} (1 - 2x_{n_f}^2) + y_p^{n+1} (-2x_{n_f} y_{n_f}) + z_p^{n+1} (-2x_{n_f} z_{n_f}) + 2x_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \quad (3.157)$$

$$y_p^{n+1'} = x_p^{n+1} (-2y_{n_f} x_{n_f}) + y_p^{n+1} (1 - 2y_{n_f}^2) + z_p^{n+1} (-2y_{n_f} z_{n_f}) + 2y_{n_f} (x_{c_f} x_{n_f} + y_{c_f} y_{n_f} + z_{c_f} z_{n_f}) \quad (3.158)$$

$$z_p^{n+1'} = x_p^{n+1} \left( -2z_{nf} x_{nf} \right) + y_p^{n+1} \left( -2z_{nf} y_{nf} \right) + z_p^{n+1} \left( 1 - 2z_{nf}^2 \right) + 2z_{nf} \left( x_{cf} x_{nf} + y_{cf} y_{nf} + z_{cf} z_{nf} \right) \quad (3.159)$$

### 3.3.5 Modelos de arrasto para fase dispersa

Durante o desenvolvimento deste trabalho dois modelos diferentes para o cálculo do coeficiente de arrasto foram implementados no código computacional, sendo eles:

- modelo proposto por [Morsi e Alexander \(1972\)](#)
- modelo proposto por [Schiller e Naumann \(1935\)](#)

Vários testes foram executados e as diferenças obtidas foram consideradas como sendo irrelevantes. Como o modelo proposto por [Schiller e Naumann \(1935\)](#) é computacionalmente mais barato, este modelo foi adotado em todas as simulações apresentadas neste trabalho.

Neste modelo, o coeficiente de arrasto é calculado da seguinte forma:

$$C_D = \begin{cases} 24/Re_p \rightarrow Re_p < 0,1 \\ 24(1 + 0,15Re_p^{0,687})/Re_p \rightarrow 0,1 \leq Re_p \leq 1000 \\ 0,44 \rightarrow Re_p > 1000 \end{cases} \quad (3.160)$$

### 3.3.6 Acoplamento entre as fases

Segundo [Elghobashi \(1991\)](#), ao se partir de um escoamento monofásico para um escoamento com carregamento elevado de partículas, quatro regimes diferentes são atingidos, sendo que estes regimes se relacionam com a forma com que o escoamento “sente” a presença da fase dispersa (tipo de acoplamento) e com a forma com que a fase dispersa interfere com a turbulência da fase contínua (atenuação ou aumento dos níveis de turbulência).

Para ilustrar tal relação, [Elghobashi \(1991\)](#) criou um mapa, Fig. 3.12, baseado na fração volumétrica da fase particulada,  $\phi_p$ ; no número de partículas,  $N_p$ ; no volume ocupado pelas partículas,  $V_p$ ; na distância entre o centro de duas partículas vizinhas,  $S$ ; no diâmetro da



partícula,  $d_p$ ; no tempo de resposta da partícula,  $\tau_p$ ; na escala de tempo de Kolmogorov,  $\tau_K$ ; e no tempo de giro das grandes escalas,  $\tau_e$ .

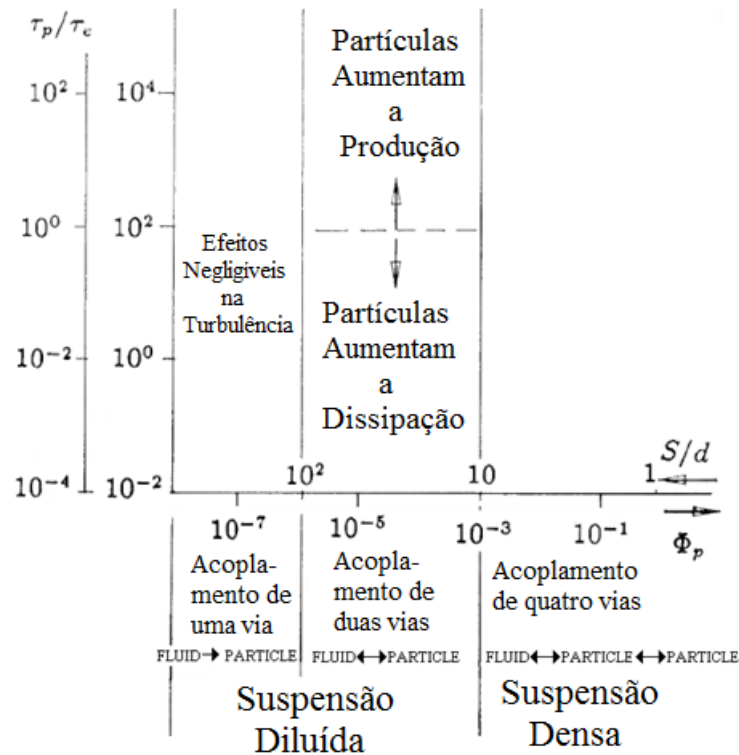


Figura 3.12: Diagrama exibindo os regimes de escoamento. Adaptado de [Elghobashi \(1991\)](#), pg. 302.

De acordo com o diagrama proposto por [Elghobashi \(1991\)](#), escoamentos com fração volumétrica superior a  $10^{-6}$  devem ser tratadas com acoplamento de duas vias, e escoamentos com fração volumétrica superior a  $10^{-3}$  devem ser tratadas com acoplamento de quatro vias. Para frações volumétricas entre  $10^{-6}$  e  $10^{-3}$ , nota-se na Fig. 3.12, que a fase dispersa pode tanto agir no sentido de atenuar a turbulência da fase contínua, quanto no sentido de aumentar a mesma, sendo que o comportamento dependerá da relação entre o tempo de relaxação da partícula e o tempo de giro das grandes escalas do escoamento.

Neste ponto ressalta-se que no caso específico da simulação de ciclones, é importante considerar o forte campo centrífugo que atua nestes equipamentos, de tal forma que as partículas tendem a se concentrar em regiões próximas a paredes, como mostrado no trabalho de [Shaohua et al. \(2009\)](#). O autor mostrou que a concentração volumétrica de sólidos que a concentração volumétrica de sólidos variou de 0,01 na região central para mais de 0,26 em regiões parietais. Obviamente estes dados são dependentes da geometria do ciclone e de

parâmetros operacionais (incluindo a massa específica e diâmetros das partículas), mas este comportamento é esperado para todos os ciclones, como por exemplo, no trabalho de [G. Wan et al. \(2008\)](#), onde os autores encontraram, em suas simulações, que a concentração de sólidos em regiões próximas à paredes era cerca de 200 vezes maior do que a concentração na região central do ciclone.

Desta forma, até mesmo em ciclones que operam com uma baixa concentração volumétrica de sólidos, a utilização do acoplamento de duas vias pode ser necessária, sobretudo em regiões parietais. Embora do ponto de vista teórico isto seja verdadeiro, do ponto de vista prático a maior parte das simulações numéricas de ciclones é realizada considerando se o acoplamento de uma via e bons resultados, ao menos na aquisição de parâmetros de engenharia, como a queda de pressão, diâmetro de corte e eficiência de coleta, são obtidos.

#### 3.3.6.1 *Acoplamento de duas vias*

Tanto para os tratamentos Lagrangiano quanto Euleriano, deve-se notar que o acoplamento de duas vias requer a descrição do acoplamento entre as fases da partícula. Esta interação ocorre por meio da tensão entre as fases na superfície da partícula. Em particular, a força de acoplamento entre as fases é a força agindo em uma única partícula devido a pressão e a tensão viscosa causados pelo fluido perturbado ao seu redor. Esta força é igual em magnitude e oposta na direção a força hidrodinâmica da partícula agindo sobre a fase contínua. A força de acoplamento entre as fases é a força hidrodinâmica na superfície menos as contribuições das tensões do fluido não perturbado (por exemplo, menos as forças devido aos gradientes de pressão, os quais ocorrem independentemente da presença da partícula):

$$F_{int} = F_{surf} - S \quad (3.161)$$

Para o acoplamento de duas vias, a força hidrodinâmica agindo no fluido contínuo em um dado volume computacional é igual a  $-n_p F_{int_i}$ .

Para partículas muito pesadas ( $\rho_p \gg \rho_f$ ), a força entre as fases é normalmente simplificada para incluir apenas o arrasto (negligenciando a sustentação, massa somada, e efeitos históricos, uma vez que estas são proporcionais a  $\rho_f$ ), por exemplo,  $F_{int} = F_D$ . Para

partículas muito leves ( $\rho_f \gg \rho_p$ ) com colisões desprezíveis, a força devido a aceleração da partícula e as forças de corpo podem ser negligenciadas de tal forma que a força entre as fases pode ser convenientemente escrita como  $F_{int} = -S$  ([Druzhinin e Elghobashi, 1998](#)).

### 3.4 Fechamento do capítulo 3

Neste capítulo apresentaram-se alguns métodos numéricos utilizados neste trabalho, procurando sempre evidenciar a forma como os mesmos estão implementados na ferramenta computacional. Para uma descrição mais detalhada dos itens discutidos acima, no que se refere à fase contínua, encoraja-se o leitor interessado a leitura das referências: [Souza \(2011\)](#) e [Ferziger e Peric \(2002\)](#), onde mais detalhes podem ser obtidos. Com relação aos métodos utilizados para fase discreta, encoraja-se o leitor a leitura das referências: [Loth \(2009\)](#); [Brennen \(2005\)](#); [Crowe \(2006\)](#).

No capítulo 4, inicialmente apresentam-se alguns resultados obtidos para o escoamento monofásico em ciclones. Na sequência, apresentam-se alguns resultados obtidos para o escoamento bifásico, incluindo uma série de modificações no duto de saída de um miniciclone laboratorial, destacando a utilização de um pós-ciclone. Finalmente os resultados da simulação de um ciclone com 0,4 m de diâmetro são apresentados.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os principais resultados obtidos na simulação de diferentes ciclones, operando a números de Reynolds e de *swirl* diferentes. A análise da dinâmica do escoamento e os principais fenômenos presentes neste tipo de escoamento são observados e discutidos. Este item está dividido em subitens, onde em cada um destes a simulação de um ciclone diferente é apresentada.

A sequencia adotada é: Ciclone cilíndrico estudado por [Hoekstra et al. \(1998\)](#); Ciclone estudado por Hoekstra (2000), [Derksen \(2003\)](#) e [Derksen \(2006\)](#); Ciclone estudado por [R. Xiang et al. \(2001\)](#); e por fim o ciclone estudado por [Obermair e Staudinger \(2001\)](#) e [Obermair et al. \(2003\)](#).

#### 4.1 Ciclone cilíndrico estudado por Hoekstra et al. (1998)

O escoamento monofásico em um ciclone cilíndrico sem o duto de *underflow* foi simulado com o código computacional UNSCYFL3D. Embora este ciclone não apresente o duto de *underflow* ou a seção cônica, o mesmo representa todas as dificuldades inerentes à

simulação de escoamentos altamente rotativos, anisotrópicos, com zonas de recirculação e reversão do movimento.

#### 4.1.1 Geometria do ciclone e domínio computacional

A geometria é apresentada na Fig. 4.1, a qual foi utilizada por [Hoekstra et al. \(1998\)](#) que gentilmente forneceu os dados experimentais para comparação, e por [Derksen e Van den Akker \(2000\)](#); [Hoekstra \(2000\)](#). Em todas as simulações, o diâmetro do ciclone foi mantido em 0,1 m, a velocidade do escoamento na entrada em 2,26 m/s, a massa específica considerada foi 1,2 Kg/m<sup>3</sup> e a viscosidade cinemática 1,808E-05 m<sup>2</sup>/s, mantendo desta forma o número de Reynolds de 15.000. A Eq. (4.1) representa o número de *swirl* geométrico, o qual é bastante utilizado para caracterizar escoamentos fortemente rotativos. Quanto maior este número, maior a razão entre a quantidade de movimento tangencial e axial. Para este ciclone, o número de *swirl* é igual a 2,1.

$$Sw = \frac{\pi d_e D}{4 A_{in}} \quad (4.1)$$

onde,  $d_e$  é o diâmetro do *vortex finder*,  $D$  é o diâmetro do ciclone e  $A_{in}$  é a área da superfície de entrada.

Nas simulações foram empregadas as seguintes condições de contorno:

- Entrada – foi imposto um perfil plano de velocidade, normal à face de entrada;
- Paredes – não deslizamento;
- Saída – escoamento completamente desenvolvido.

Na região de entrada, diferentemente da maioria das simulações de grandes escalas, perturbações emulando a turbulência não foram introduzidas. Quanto a isto vale comentar que [Ma et al. \(1999\)](#) variaram a intensidade turbulenta na entrada de seu ciclone de 10 a 20 % e não encontraram diferenças significativas nos perfis de velocidade. [Hovenden e Davidson \(1997\)](#) analisaram a influência da variação da intensidade turbulenta na entrada de um *spray dryer*, que também é um escoamento altamente rotativo, e também não encontraram nenhuma mudança significativa nos perfis de velocidade. Estas constatações indicam que escoamentos recirculantes altamente rotativos, como os encontrados em ciclones, não sofrem muita

influência da variação da intensidade turbulenta na entrada do equipamento. A condição de contorno de escoamento completamente desenvolvido na saída é razoável considerando a extensão do duto de *overflow*, apesar de que no experimento o escoamento era soprado para um espaço livre.

Ao todo foram utilizadas seis malhas computacionais, com resolução de 101.000, 187.000, 313.000, 648.000, 900.000, e 1.800.000 elementos, respectivamente. A malha mais refinada pode ser vista na Fig. 4.2. Para cada simulação, inicialmente resolve-se o escoamento em regime permanente com o modelo de turbulência SST, obtendo assim um campo inicial desenvolvido, que posteriormente é utilizado como condição inicial nas simulações em regime transiente. Este procedimento foi adotado por gerar uma economia considerável no tempo de cada simulação.

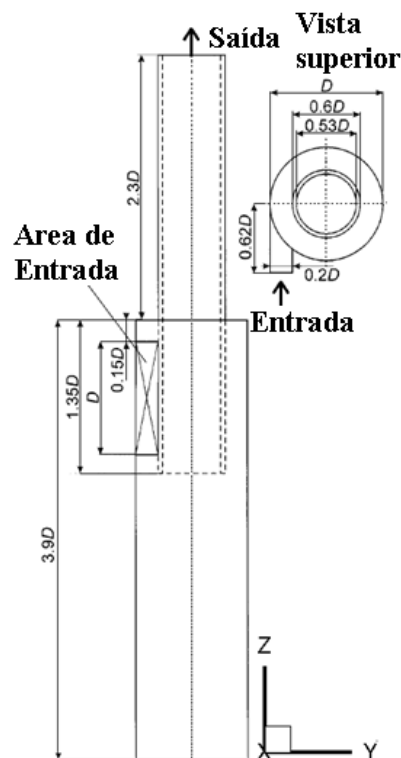


Figura 4.1: Geometria do ciclone de fundo chato utilizado. Adaptado de [Derksen e Van den Akker \(2000\)](#), pg. 1319.

As médias foram feitas utilizando um período de tempo de  $80 D/U_{in}$ , onde  $D$  corresponde ao diâmetro do ciclone e  $U_{in}$  é a velocidade na entrada. Foram utilizados três modelos LES de turbulência, sendo: o modelo dinâmico sub-malha, o modelo de

Smagorinsky e o modelo RNG de Yakhot ([Yakhot et al., 1986](#)); e o seguinte modelo DES: SST-DES de [Strelets \(2001\)](#). Ressalta-se que a constante de Smagorinsky (utilizada no modelo de turbulência de Smagorinsky) necessita de ajuste de acordo com o tipo de escoamento simulado. Em um estudo prévio, cinco testes foram feitos com diferentes valores de  $C_s$  ( $C_s = 0,32; 0,22; 0,18; 0,14$  e  $0,1$ ), com passo de tempo de  $1,0 \times 10^{-3}$  s e malha computacional com 101.000 elementos. Estes testes indicaram que o melhor valor a ser utilizado era  $C_s=0,14$  [Salvo \(2009\)](#). No entanto, testes posteriores com a malha de 648.000 elementos indicaram que  $C_s=0,1$  fornece melhores resultados (o valor da constante também pode variar com a malha computacional utilizada). Desta forma em todas as simulações o valor da constante de Smagorinsky 0,1 foi adotado.

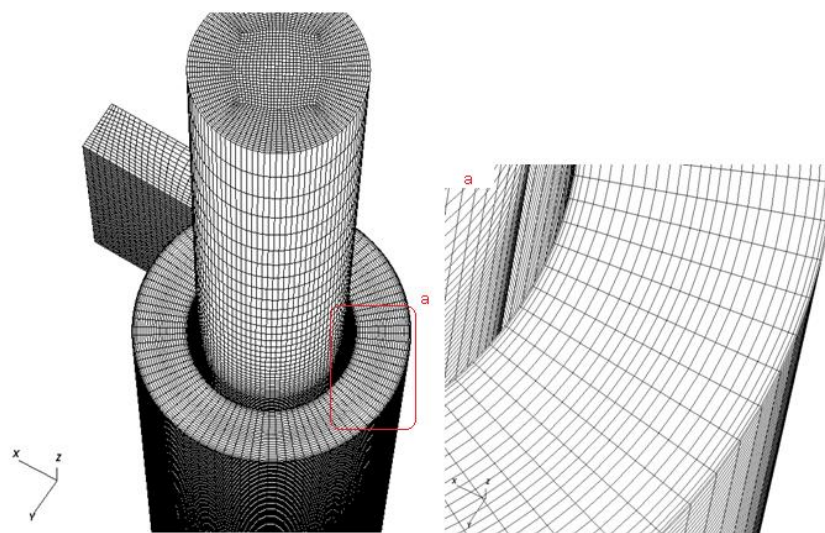
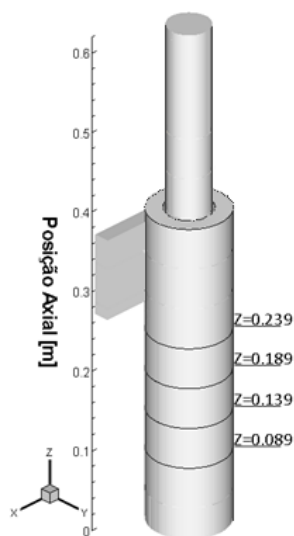


Figura 4.2: Malha computacional com aproximadamente 1.800.000 elementos.

#### 4.1.2 Resultados médios e estatísticos

Abaixo é apresentado o estudo do refinamento da malha para cada modelo de turbulência utilizado. Os resultados obtidos para as componentes tangencial e axial médias e RMS são comparados com resultados experimentais de [Hoekstra et al. \(1998\)](#) em quatro planos axiais, sendo que a posição dos mesmos no ciclone pode ser vista na Fig. 4.3. Devido ao grande número de simulações realizadas neste estudo, somente os resultados obtidos com as malhas computacionais contendo 900.000 e 1.800.000 elementos são apresentados.



**Figura 4.3:** Posição dos planos utilizados para comparação dos resultados.

#### 4.1.2.1 Modelo Dinâmico Sub-malha

Abaixo são apresentados os resultados para os perfis de velocidade média e RMS obtidos com o modelo dinâmico sub-malha em dois níveis de refinamento da malha computacional. Os resultados são apresentados na sequência: velocidade tangencial média e RMS; velocidade axial média e RMS.

Observando as Figs. 4.4(a), 4.5(a), 4.6(a) e 4.7(a), nota-se que os resultados obtidos nas simulações com as malhas de 900.000 e 1.800.000 elementos estão sobrepreditos em relação aos dados experimentais, sobretudo nas posições inferiores (mais próximas ao fundo do ciclone,  $z=0,089$  e  $z=0,139$  m). Observando a Fig. 4.4(b) e 4.5(b), fica evidente que, embora possa se assumir que os resultados para a velocidade tangencial média tenham se tornado independentes de malha, o mesmo não aconteceu para a velocidade RMS tangencial, evidenciando que, conforme o esperado, a obtenção de perfis RMS independentes de malha é mais difícil do que a obtenção de perfis médios nestas condições.



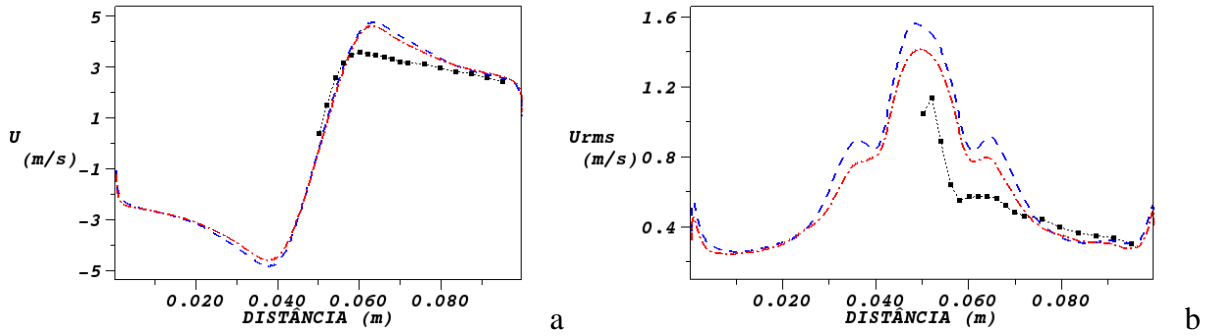


Figura 4.4: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; -.- modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

Observando as Figs. 4.4(b), 4.5(b), 4.6(b) e 4.7(b), observa-se que, de forma geral, os valores e sobretudo a forma da curva predita se aproxima mais dos dados experimentais à medida em que a malha é refinada. Ressalta-se ainda que o comportamento das curvas na posição inferior, Fig. 4.7(b), mostra que nesta região, onde os valores da velocidade RMS tangencial são consideravelmente melhores, o refino da malha alterou de forma mínima os resultados.

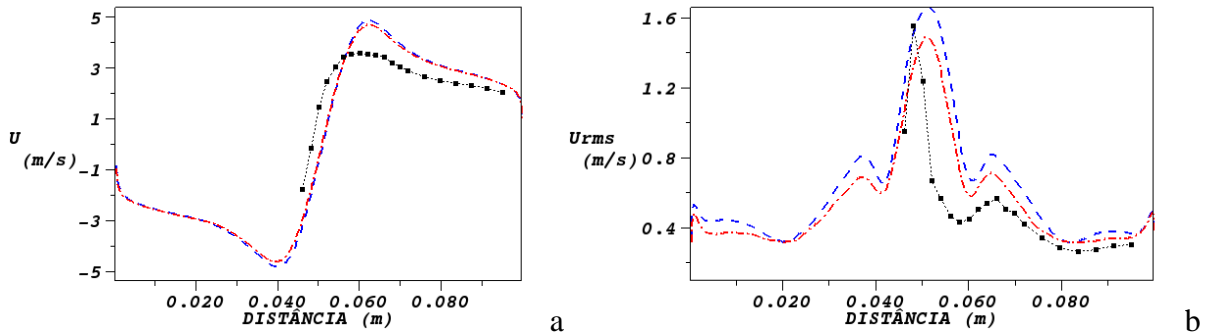


Figura 4.5: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; -.- modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

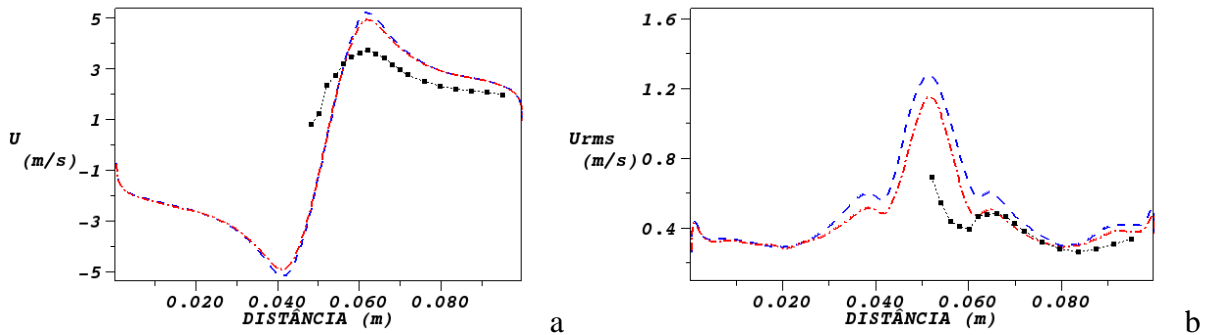


Figura 4.6: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; -.- modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

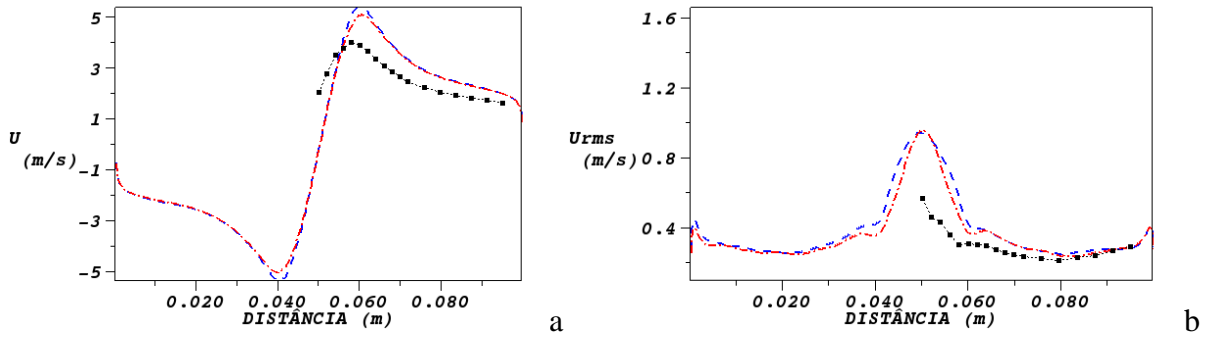


Figura 4.7: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; -.- modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

Observando as Figs. 4.8(a), 4.9(a), 4.10(a) e 4.11(a), nota-se que os perfis de velocidade axial média, obtidos nas duas malhas, estão muito próximos, novamente indicando que o nível de refinamento utilizado foi adequado para esta simulação (ao menos em relação a velocidades médias). Nota-se também que a velocidade axial média está sobrepredita em relação aos dados experimentais, tanto em relação ao pico de velocidade quanto em relação à queda da mesma na região central do ciclone. Sendo a que diferença entre os dados experimentais e os valores simulados é maior na seção inferior do ciclone,  $z=0,089$ .

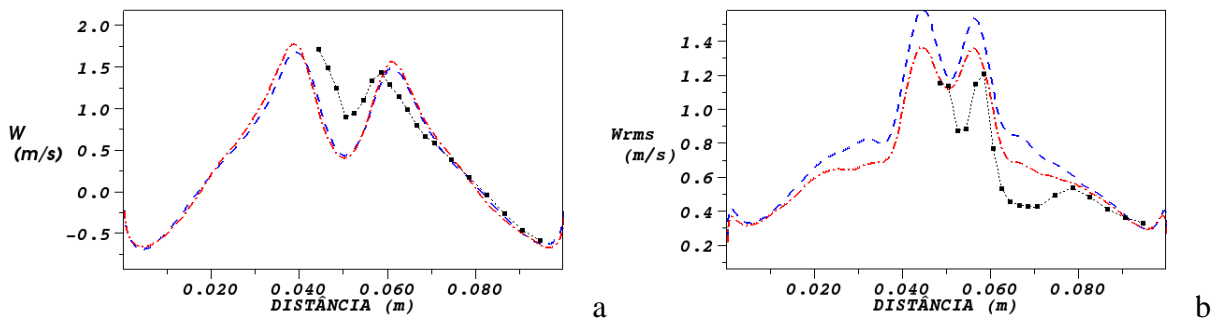


Figura 4.8: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; -.- modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

Nota-se pelas Figs. 4.8(b), 4.9(b), 4.10(b) e 4.11(b) que os perfis de velocidade RMS axial ainda são consideravelmente diferentes na posição  $z=0,239$  m, indicando que caso a malha computacional fosse refinada ainda mais nesta região, melhores resultados poderiam ter sido obtidos para a velocidade RMS axial. Assim como o que ocorreu no caso da velocidade RMS tangencial, ao se aproximar do fundo do ciclone, onde os valores da

velocidade RMS são consideravelmente menores, e os resultados encontrados nas duas malhas tendem ao mesmo valor.

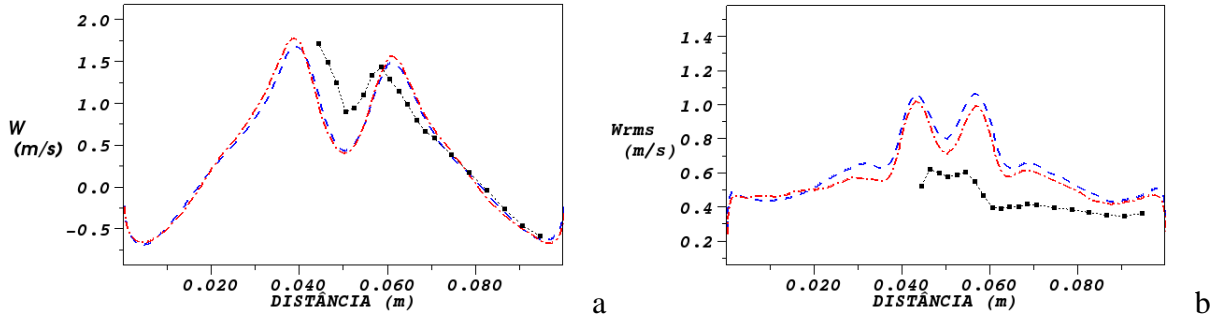


Figura 4.9: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - · - · modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; · · · · Hoekstra et al. (1998).

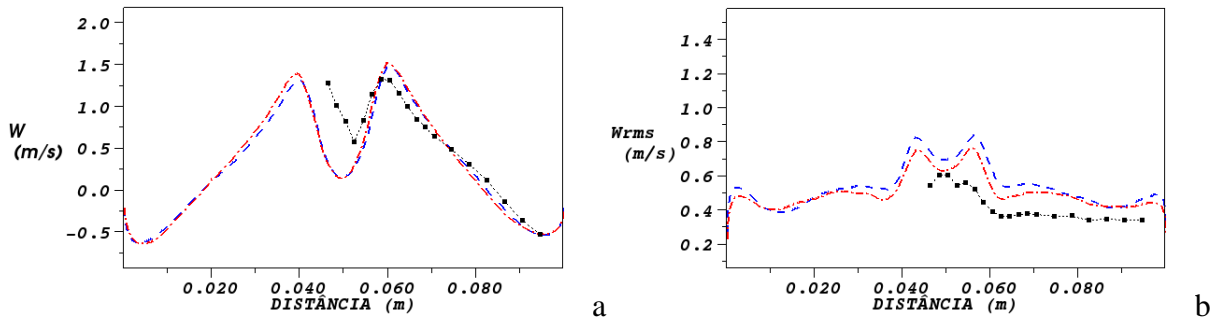


Figura 4.10: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - · - · modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; · · · · Hoekstra et al. (1998).

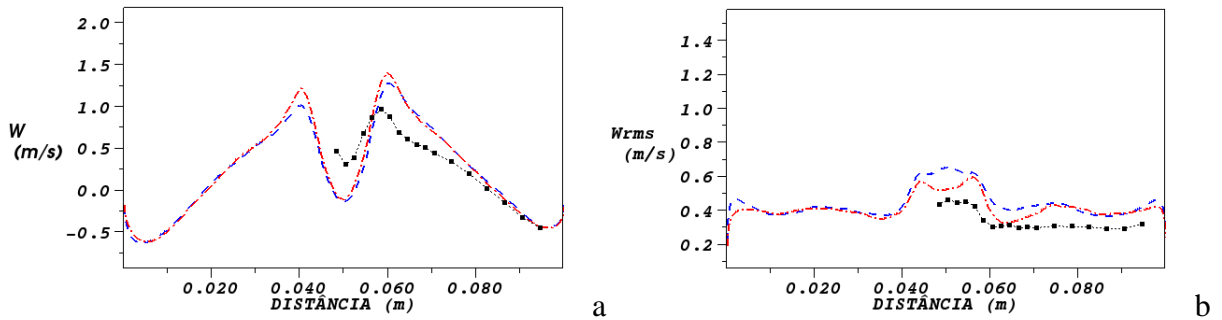


Figura 4.11: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — — modelo dinâmico, malha de 900.000 elementos; - · - · modelo dinâmico, malha de 1.800.000 elementos; · · · · Hoekstra et al. (1998).

Desta forma, pode-se afirmar que os resultados obtidos com o modelo dinâmico sub-malha tendem aos resultados experimentais à medida que a malha computacional é refinada,

conforme o esperado, no entanto, ao se atingir um dado nível de refinamento nota-se que estes resultados convergem para valores sobrepreditos em relação aos dados experimentais.

#### 4.1.2.2 Modelo de Smagorinsky (Smagorinsky, 1963)

Abaixo são apresentados os resultados para os perfis de velocidade média e RMS obtidos com o modelo sub-malha de Smagorinsky em dois níveis de refinamento da malha computacional.

Observando as Figs. 4.12(a), 4.13(a), 4.14(a) e 4.15(a), nota-se que os perfis de velocidade tangencial média, obtidos com as malhas de 900.000 e 1.800.000 elementos, se sobrepõem, indicando que os mesmos não devem mudar substancialmente caso uma malha ainda mais fina seja utilizada. Estes perfis de velocidade estão sobrepreditos em relação aos dados experimentais, em um nível menor do que aquele gerado pelo modelo dinâmico, mas ainda sim consideravelmente alto, sobretudo na região correspondente ao pico de velocidade tangencial média, a uma distância igual a 0,06 m da parede do ciclone nas figuras abaixo.

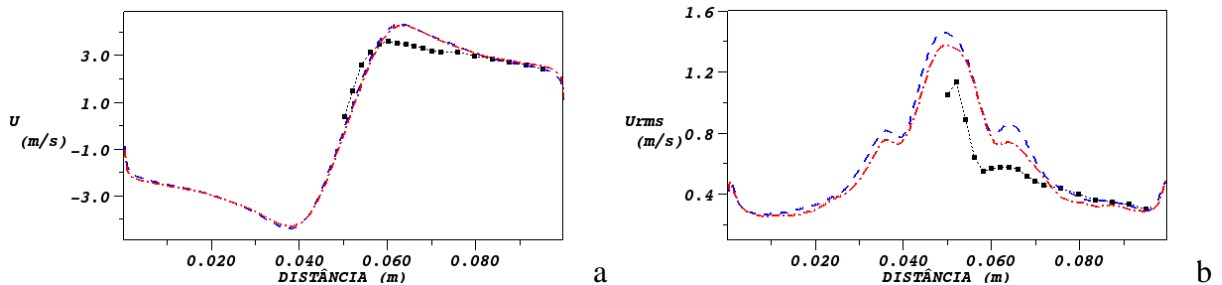


Figura 4.12: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

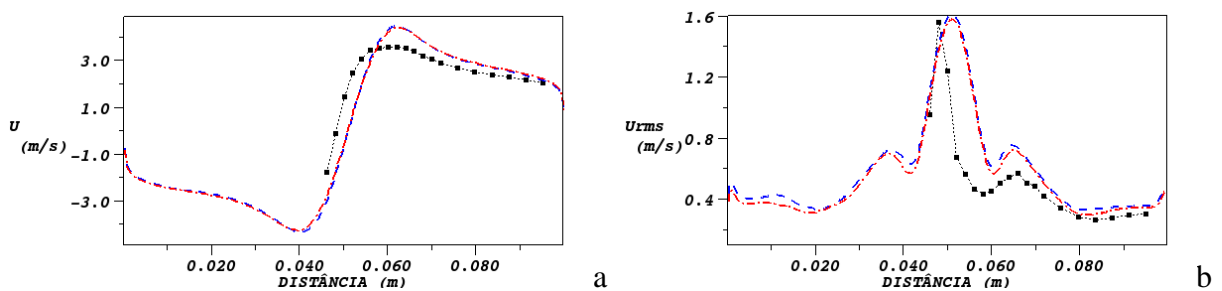


Figura 4.13: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

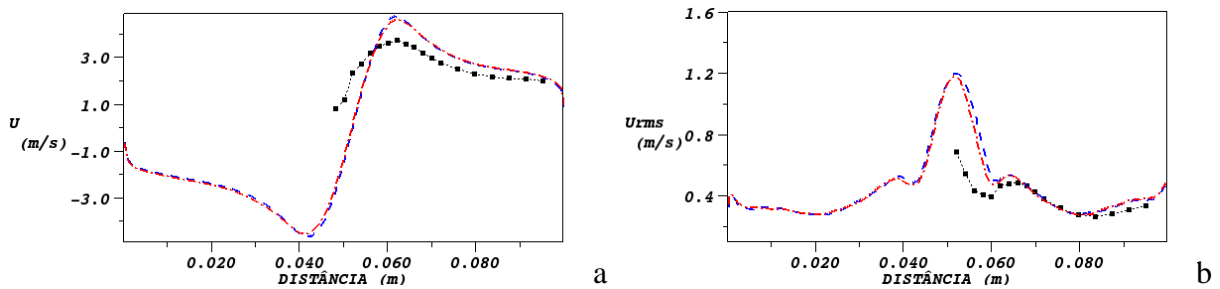


Figura 4.14: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

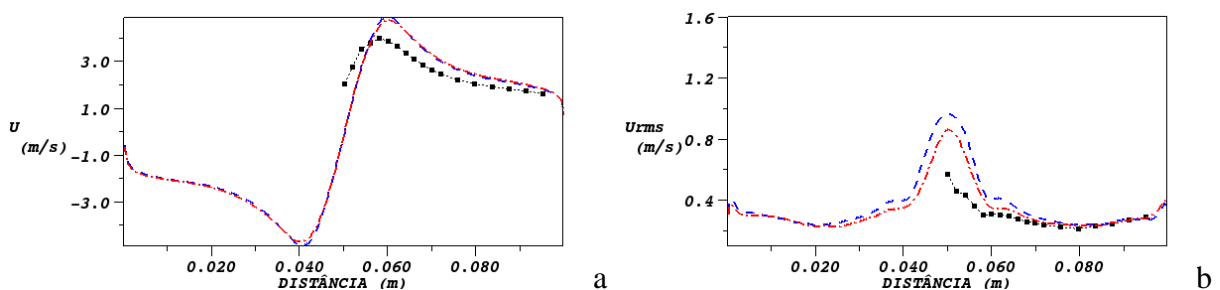


Figura 4.15: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

Observando as Figs. 4.12(b), 4.13(b), 4.14(b) e 4.15(b) nota-se que os perfis de velocidade RMS obtidos com as malhas de 900.000 e 1.800.000 elementos também estão muito próximos, indicando a independência de malha mesmo da velocidade RMS tangencial. Também fica claro que os perfis de velocidade RMS tangencial preditos nas simulações com o modelo de Smagorinsky se aproximam dos dados experimentais.

Os perfis obtidos para a velocidade axial média, Figs. 4.16(a), 4.17(a), 4.18(a) e 4.19(a) apresentam resultados muito próximos para todas as simulações realizadas com o modelo de turbulência de Smagorinsky, apresentando uma sobrepredição em relação aos dados experimentais na posição  $z=0,089$  m (Fig. 4.19(a)). No entanto, ao observar-se nas Figs. 4.16(b), 4.17(b), 4.18(b) e 4.19(b) os perfis de velocidade RMS axial, nota-se que existe uma distinção clara nos resultados obtidos com as duas malhas na posição  $z=0,239$  (Fig. 4.16(b)).

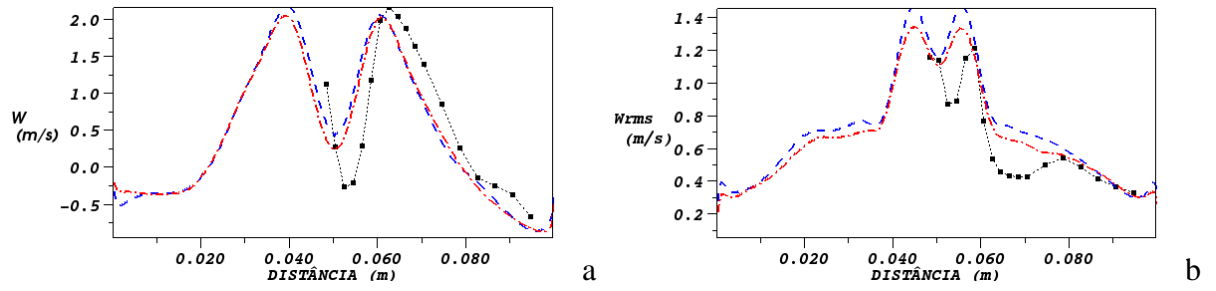


Figura 4.16: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

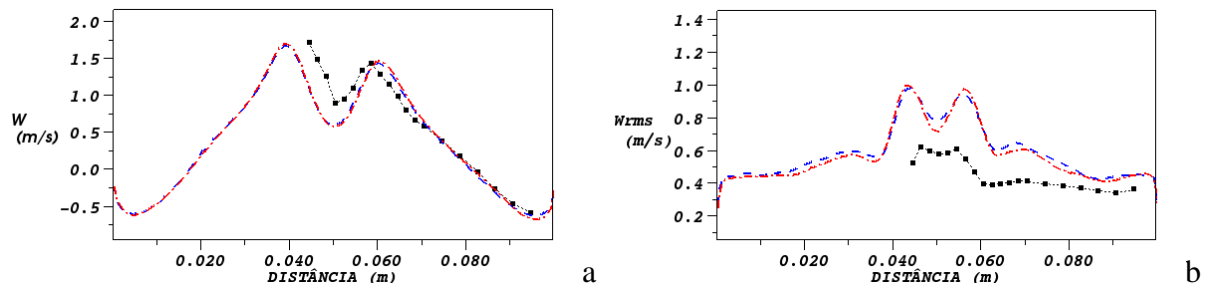


Figura 4.17: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

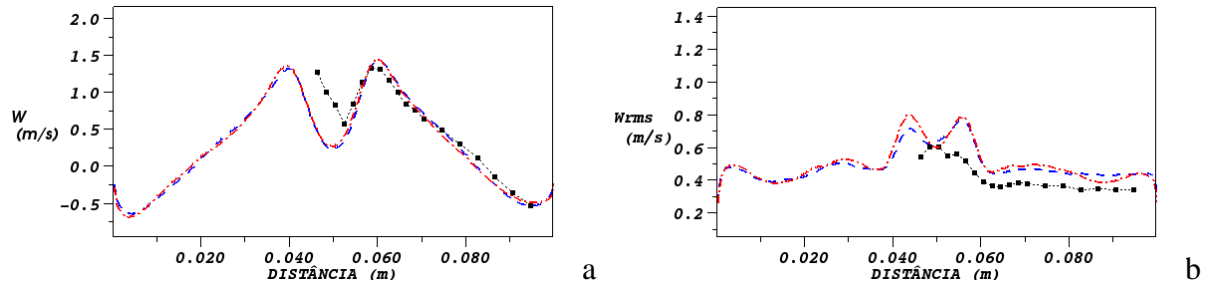


Figura 4.18: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; -.- modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

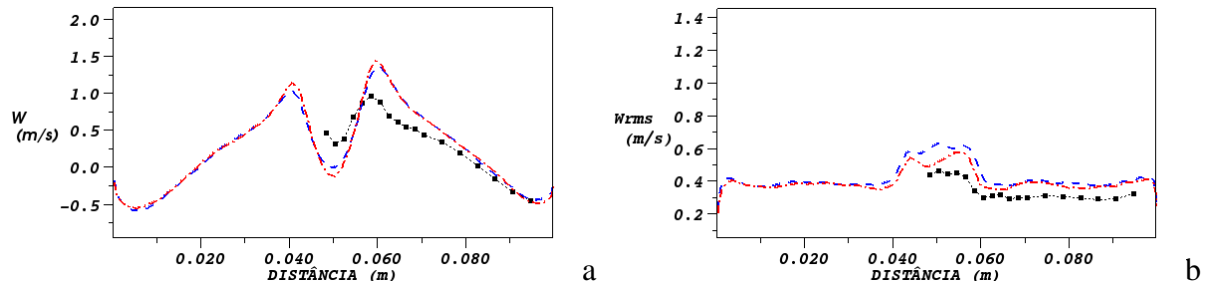


Figura 4.19: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0.089$ . — modelo de Smagorinsky, malha de 900.000 elementos; - - - modelo de Smagorinsky, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

#### 4.1.2.3 Modelo RNG de Yakhot et al. (1986)

As tendências encontradas nas simulações com o modelo de Yakhot et al. (1986) são similares às obtidas com os outros modelos. Assim, a malha de 1.800.000 elementos não chegou a ser utilizada com este modelo.

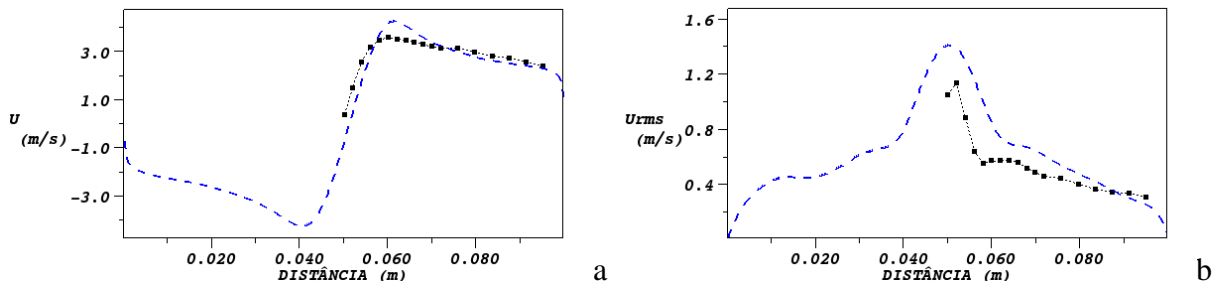


Figura 4.20: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0.239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

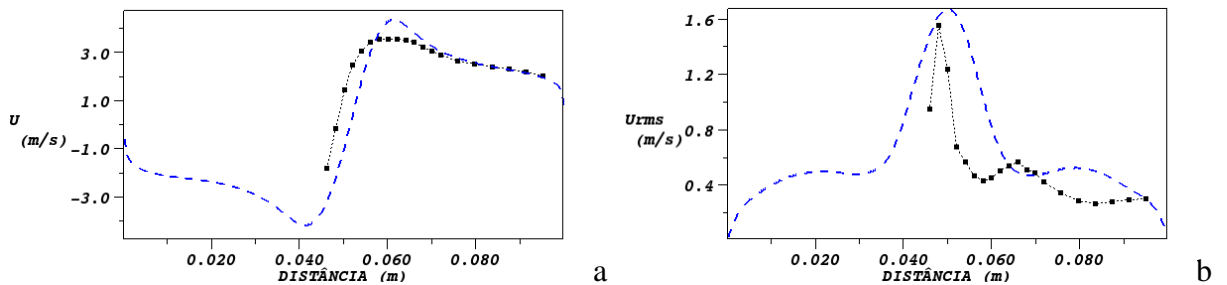


Figura 4.21: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0.189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

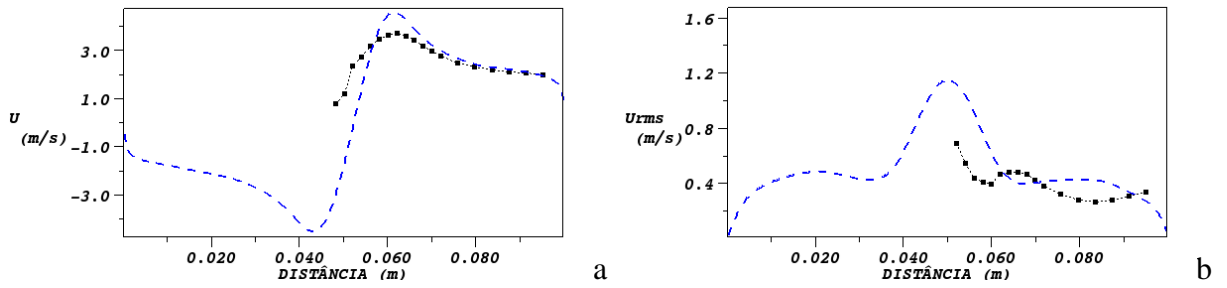


Figura 4.22: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

Observando as Figs. 4.20(a), 4.21(a), 4.22(a) e 4.23(a), nota-se que o perfil de velocidade tangencial média, predito pelo modelo de Yakhot na malha de 900.000 elementos, está muito próxima dos dados experimentais, com exceção da região central, correspondente ao pico de velocidade tangencial, onde as simulações preveem um pico de velocidade sobrepredito em relação aos experimentos. Nas Figs. 4.20(b), 4.21(b), 4.22(b) e 4.23(b), destaca-se apenas a sobrepredição da velocidade RMS tangencial encontrada nas regiões próximas às paredes do ciclone, a distância igual a 0,085 m, fato não observado nas simulações com os outros modelos LES de turbulência.

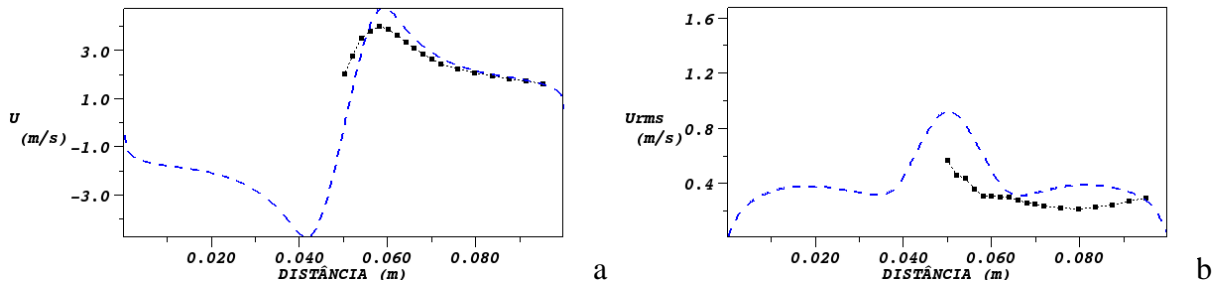


Figura 4.23: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

O perfil de velocidade axial média obtido em cada plano analisado, Figs. 4.24(a), 4.25(a), 4.26(a) e 4.27(a), mostra-se muito próximo aos perfis experimentais, mas, novamente uma pequena sobrepredição pode ser observada no pico de velocidade axial na posição  $z=0,089$  m. O mesmo comportamento é encontrado para a velocidade RMS axial, sendo que para esta componente o perfil que mais se afasta dos dados experimentais está na posição  $z=0,189$  m.



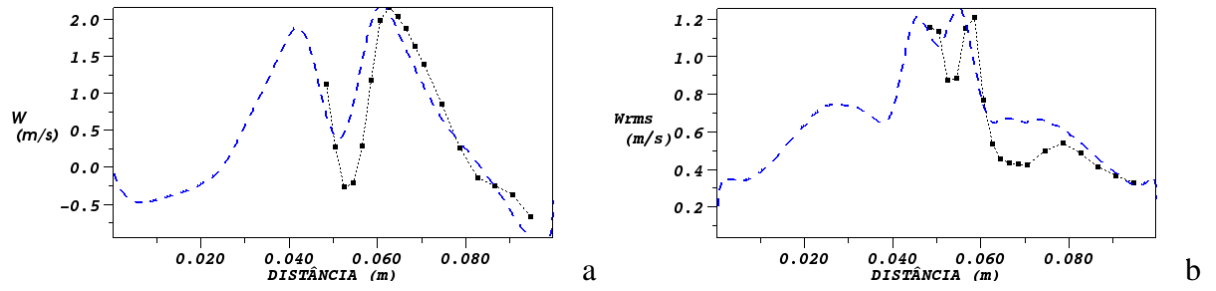


Figura 4.24: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — — modelo de Yakhov et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - - Hoekstra et al. (1998).

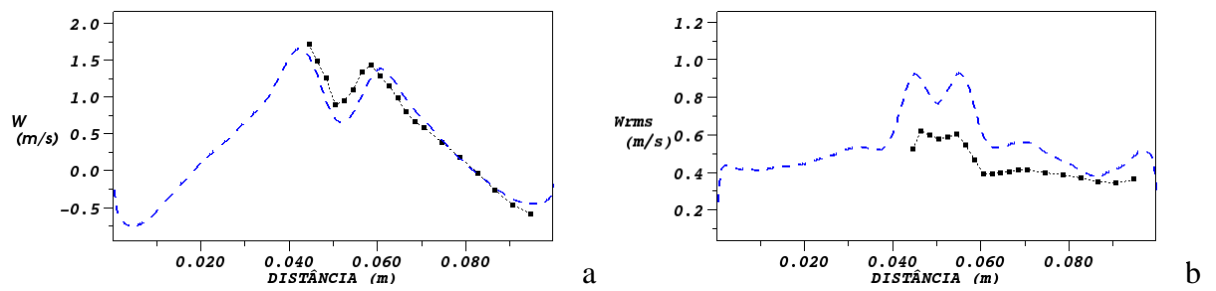


Figura 4.25: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — — modelo de Yakhov et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - - Hoekstra et al. (1998).

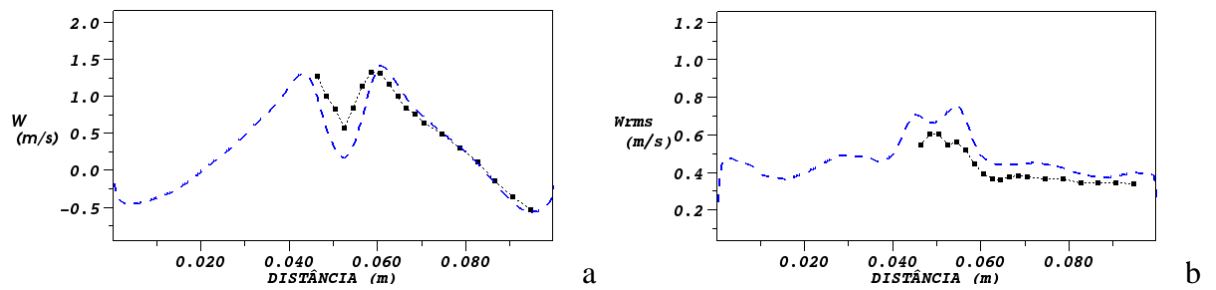


Figura 4.26: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — — modelo de Yakhov et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - - Hoekstra et al. (1998).

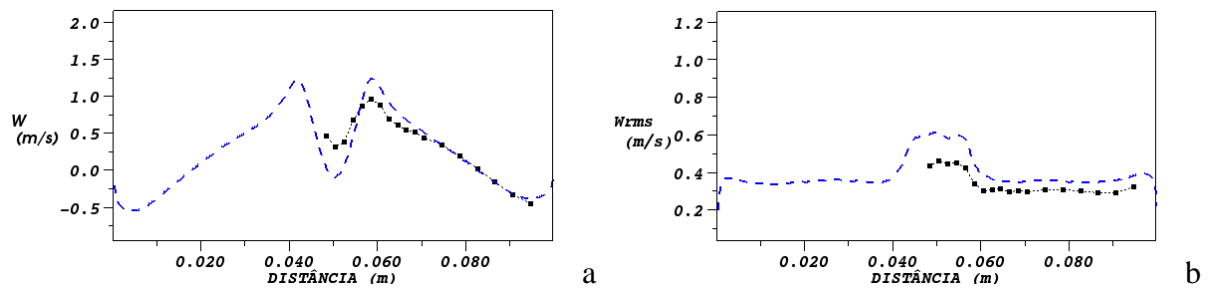


Figura 4.27: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — — modelo de Yakhov et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - - Hoekstra et al. (1998).

#### 4.1.2.4 Modelo SST-DES (Strelets, 2001)

Para este modelo somente serão mostradas as curvas referentes às simulações com as malhas de 900.000 e 1.800.000 elementos, mas ressalta-se aqui que para malhas computacionais mais grosseiras (101.000, 189.000, 313.000, e 648.000 elementos) o modelo se comportou exclusivamente como um modelo RANS, apresentando perfis de velocidade média, tangencial e axial, amortecidos, além de velocidades RMS tangencial e axial praticamente nulas em todo domínio.

Nas Figs. 4.28(a), 4.29(a), 4.30(a) e 4.31(a), é interessante notar a mudança de comportamento do modelo à medida que a malha é refinada, evidenciando a transição de uma simulação RANS, com modelo SST, para uma simulação DES. No caso específico do modelo SST-DES, resultados melhores possivelmente seriam obtidos caso uma malha computacional ainda mais fina fosse utilizada. No entanto, devido ao custo computacional das simulações, lembrando que são todas simulações transientes onde vários passos de tempo precisam ser simulados, optou-se por não testar tal malha. Nota-se nas Figs. 4.28(b), 4.29(b), 4.30(b) e 4.31(b), que mesmo os resultados obtidos na simulação com a malha de 1.800.000 elementos a velocidade RMS tangencial predita difere consideravelmente da experimental.

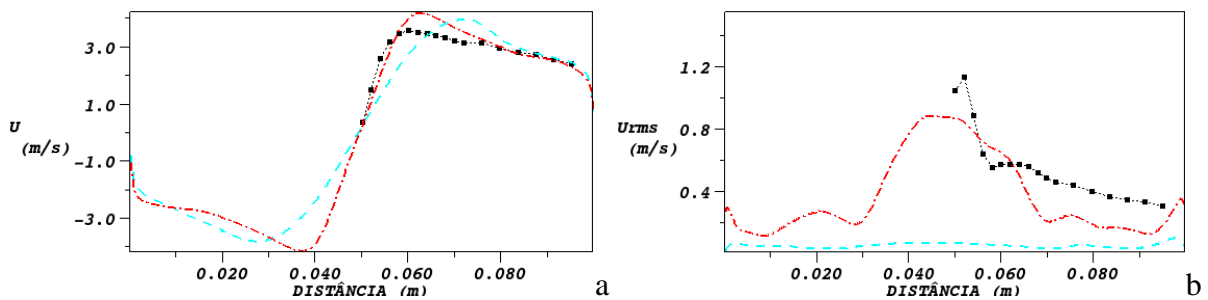


Figura 4.28: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; -■- Hoekstra et al. (1998).

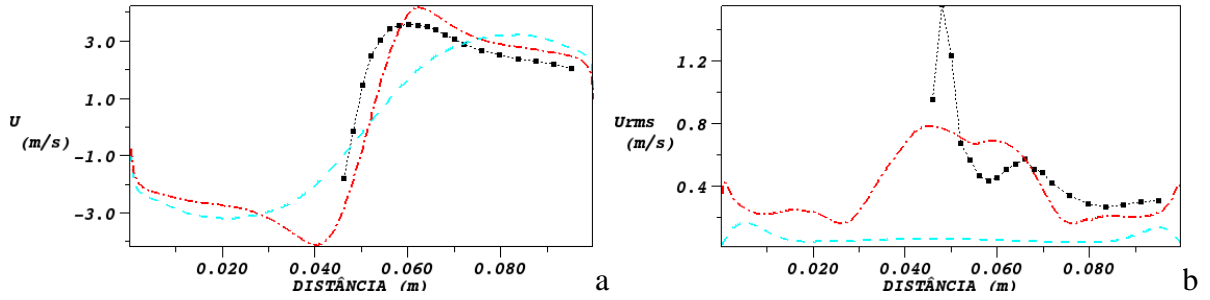


Figura 4.29: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

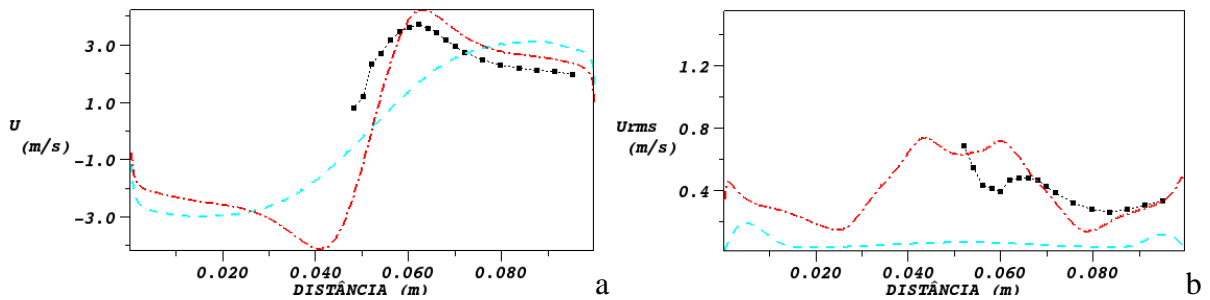


Figura 4.30: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

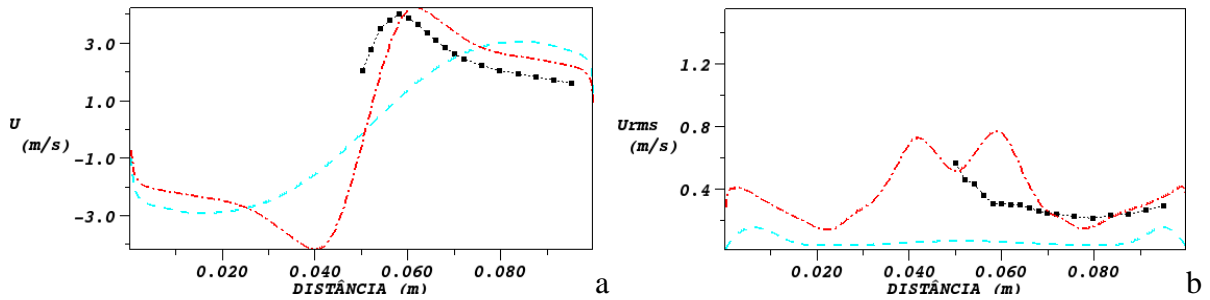


Figura 4.31: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

As mesmas observações feitas para a velocidade tangencial valem para a velocidade axial, ou seja, os resultados obtidos para velocidade axial média na simulação com a malha de 1.800.000 elementos são representativos do escoamento, ficando próximos aos dados experimentais, enquanto que os resultados obtidos com a malha de 900.000 elementos não apresentam nem ao menos a queda de velocidade na região central, característica deste tipo de escoamento.

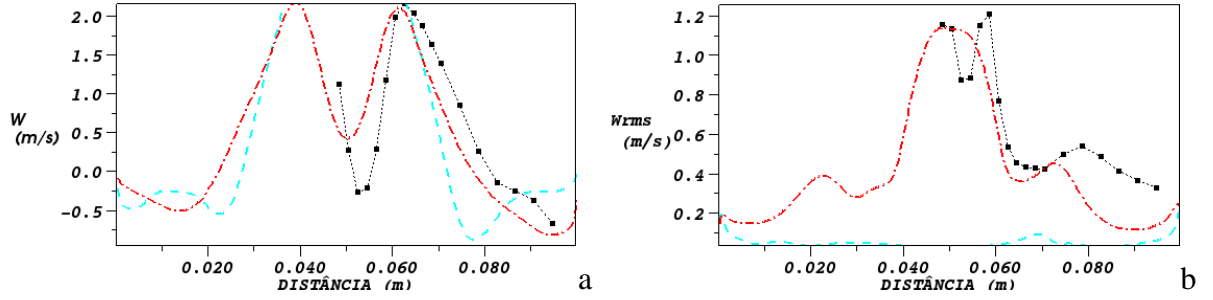


Figura 4.32: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

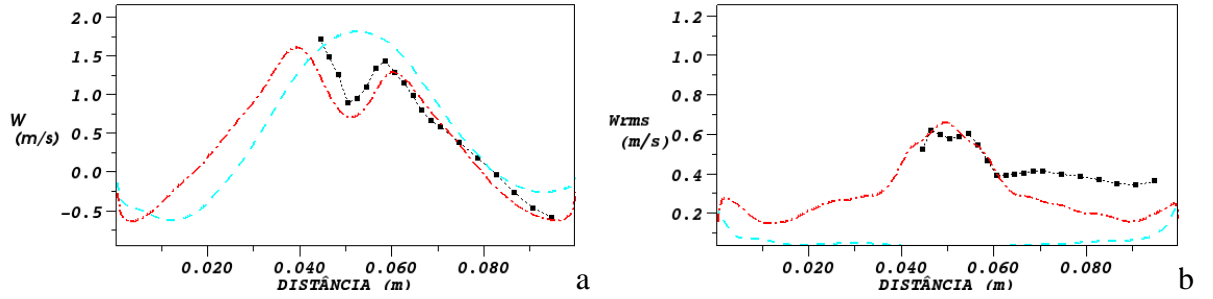


Figura 4.33: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

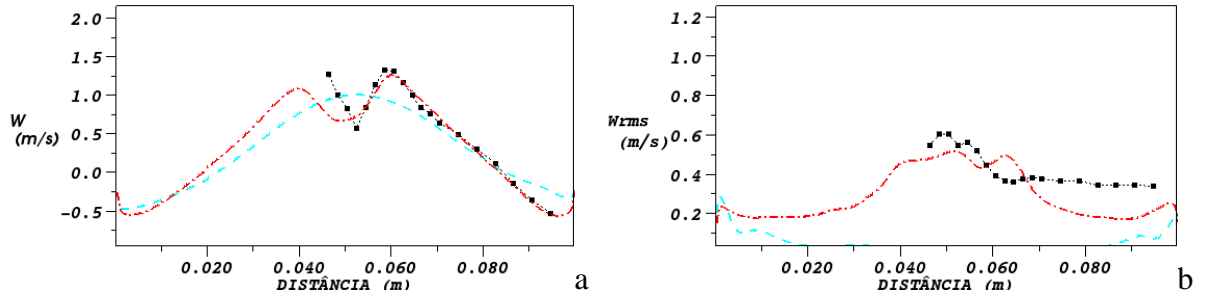


Figura 4.34: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

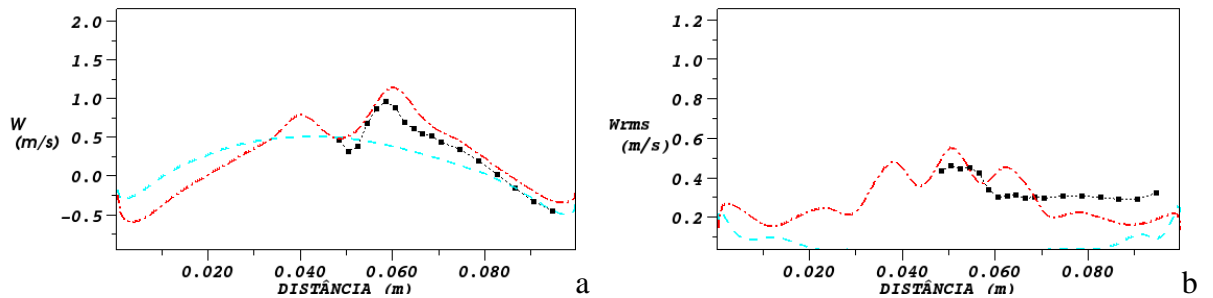


Figura 4.35: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo SST-DES, malha de 900.000 elementos; -.- modelo SST-DES, malha de 1.800.000 elementos; -.-■- Hoekstra et al. (1998).

### **4.1.3 Análise dos resultados médios e estatísticos**

No item anterior, observou-se que as soluções independentes de malha convergem para valores acima dos experimentais. Deve-se ter em mente que o escoamento simulado é muito complexo e pequenos desvios entre os resultados obtidos numericamente e dados experimentais são relativamente comuns em trabalhos publicados na literatura aberta, ou seja, mesmo que um dado nível de sobrepredição tenha sido apontado, isto não implica necessariamente em algum erro de implementação. Ressalta-se que a incerteza associada a estas medições não é conhecida, dificultando o diagnóstico de qualidade das simulações.

De qualquer forma, outras investigações foram realizadas para tentar determinar a causa da sobrepredição encontrada, como a verificação da influência de elementos com alongamento preferencial, ou seja, elementos muito maiores uma direção do que nas demais (realizada em conjunto com a análise da influência de refinamento em regiões parietais) e a verificação do comprimento do duto de entrada. Do ponto de vista físico, os resultados também foram testados em relação a identificação do fenômeno PVC (*Precessing Vortex Core* – precessão do centro do vórtice). Estes estudos, com exceção do estudo relativo ao comprimento do duto de entrada, para o qual não foram encontradas diferenças significativas nos resultados, são apresentados de forma resumida abaixo.

#### **4.1.3.1 Verificação da capacidade de predição do PVC (*Precessing Vortex Core*)**

O movimento de precessão do vórtice (PVC) é uma instabilidade hidrodinâmica que normalmente ocorre em escoamentos altamente rotacionais ([Hoekstra et al., 1999](#)) e afeta principalmente a região central do escoamento, devido aos grandes gradientes das velocidades tangencial e axial, tornando o núcleo do vórtice instável. Este fenômeno é normalmente indesejado, pois pode introduzir vibrações mecânicas, redução na eficiência de separação, aumento da queda de pressão (a qual está diretamente relacionada ao consumo de energia), entre outros fatores ([Solero e Coche, 2002](#)).

O PVC se manifesta como um sinal flutuante, por exemplo, um sinal de velocidade ([Derksen e Van den Akker, 2000](#)), como mostrado na Fig. 4.36. Este resultado foi obtido com o modelo de Smagorinsky na posição  $z=0,189$  m. Este sinal quase periódico pode ser

associado a uma frequência por meio de uma PSD (*Power Spectral Density function*), Fig. 4.37. Com a frequência do PVC é possível encontrar o número de Strouhal correspondente:

$$St = \frac{F_{peak} D}{U_{in}} \quad (4.2)$$

Da Fig. 4.37, verifica-se que o pico de frequência ocorre próximo a 10 Hz, e analisando os dados obtém-se  $F_{peak} = 10,49 \text{ Hz}$ . Substituindo o valor da frequência, do diâmetro do ciclone e a velocidade de entrada na Eq. (4.2), encontra-se o número de Strouhal de 0,465, o qual concorda muito bem com o valor experimental de 0,49 obtido por [Hoekstra et al. \(1998\)](#).

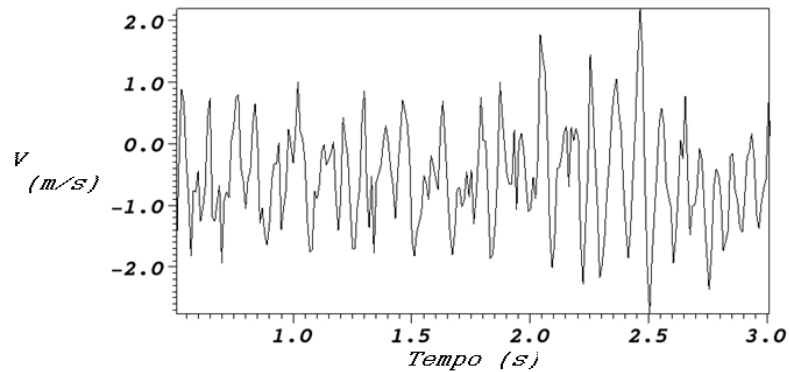


Figura 4.36: Velocidade radial em função do tempo para a posição  $x=0$ ,  $y=0$  e  $z=0,189$ .

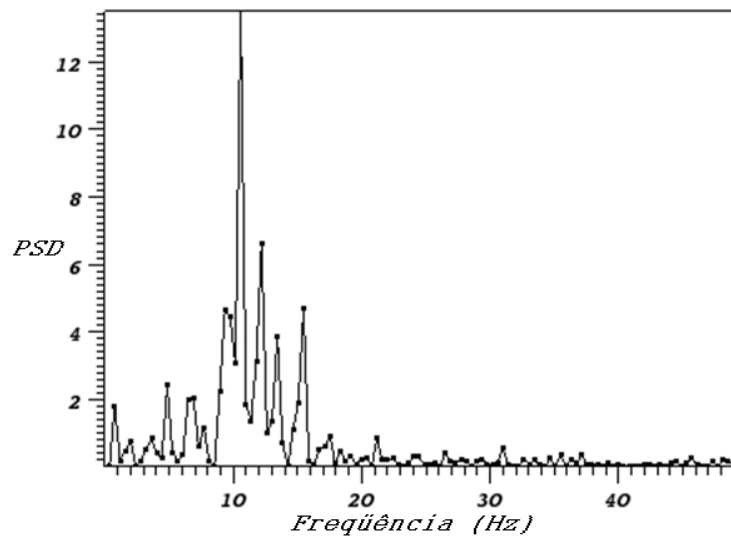


Figura 4.37: PSD da série temporal apresentada na Fig. 36.

#### 4.1.3.2 Estudo do refinamento da malha em regiões parietais

Conforme dito anteriormente, não se sabe ao certo qual a influência da presença de elementos com uma direção preferencial, elementos muito alongados em uma dada direção, e nem a influência do refinamento da malha computacional em regiões parietais (considerando o escoamento em ciclones). Alguns testes foram realizados para se verificar estes efeitos. Para isto, gerou-se uma malha computacional com cerca de 1.200.000 elementos, e grande nível de refinamento próximo a parede. A malha computacional pode ser vista na Fig. 4.38.

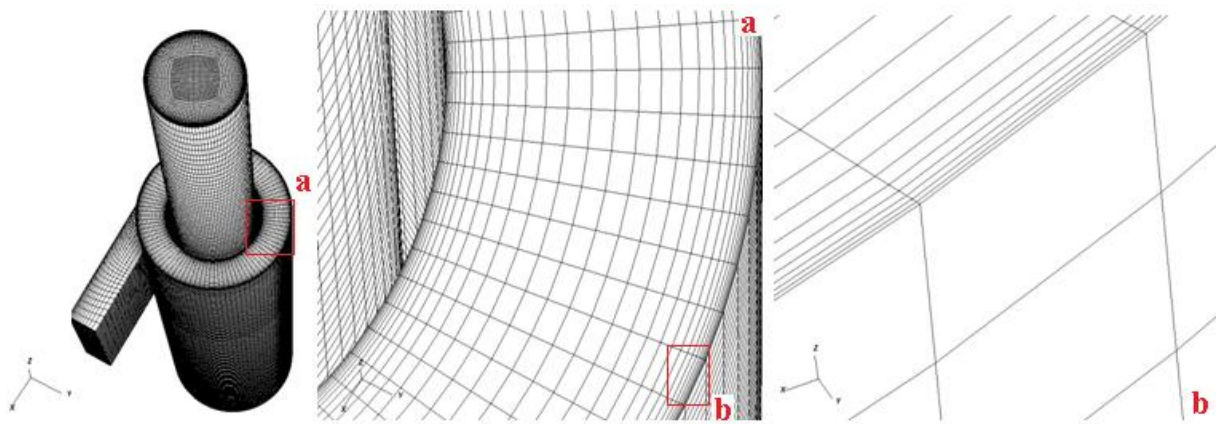


Figura 4.38: Malha computacional com aproximadamente 1.200.000 elementos. Destaca-se o nível de refinamento utilizado nas paredes do ciclone.

Para este teste, optou-se por utilizar o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986), que gerou resultados próximos aos dados experimentais, e se mostrou bastante robusto, necessitando de poucas iterações por passo de tempo, e consequentemente menor custo computacional (quando comparado ao modelo dinâmico, por exemplo).

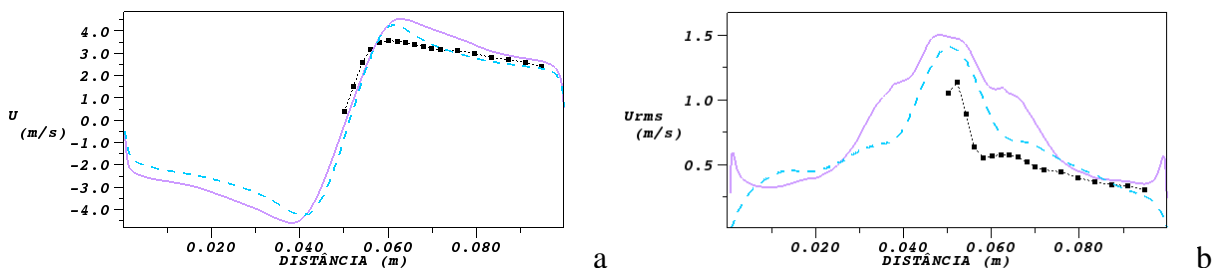


Figura 4.39: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - - Hoekstra et al. (1998).

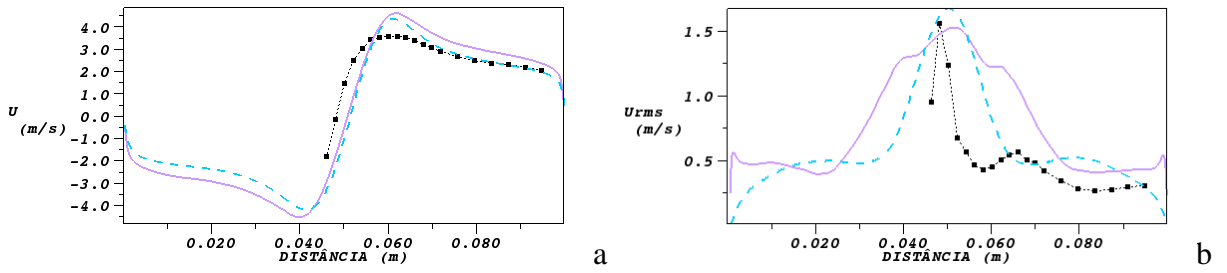


Figura 4.40: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998).

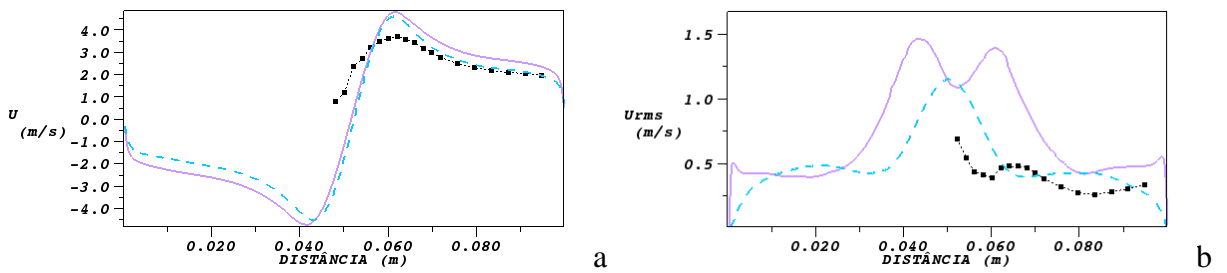


Figura 4.41: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998).

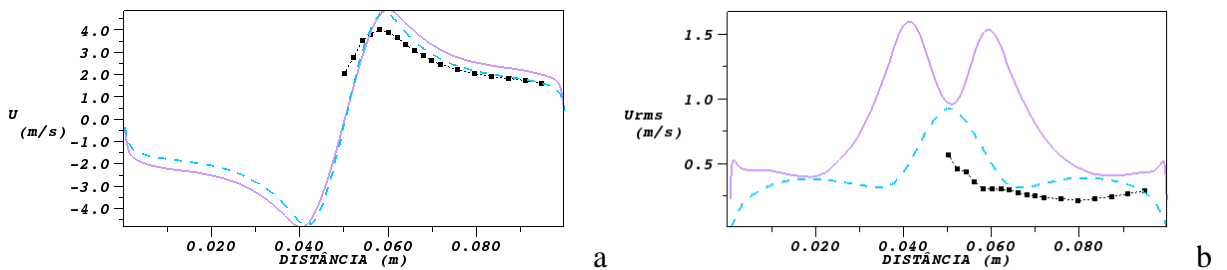


Figura 4.42: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - ■ - Hoekstra et al. (1998).

Observando as Figs. 4.39, 4.40, 4.41 e 4.42, nota-se que a sobrepredição vista nos perfis de velocidade tangencial média aumenta consideravelmente. Além disto, a velocidade RMS tangencial passa a apresentar um comportamento anômalo, principalmente nas seções inferiores, Figs. 4.41(b) e 4.42(b), diferindo completamente dos perfis experimentais.

Com relação à velocidade axial média, Figs. 4.43(a), 4.44(a), 4.45(a) e 4.46(a), observa-se que a diferença entre os perfis obtidos com as malhas de 900.000 e 1.200.000 elementos não segue uma tendência clara, mas de forma geral os valores ficam bastante



próximos. Considerando os perfis de velocidade RMS axial, nota-se que os mesmos são consideravelmente mais altos para simulação com a malha de 1.200.000 elementos.

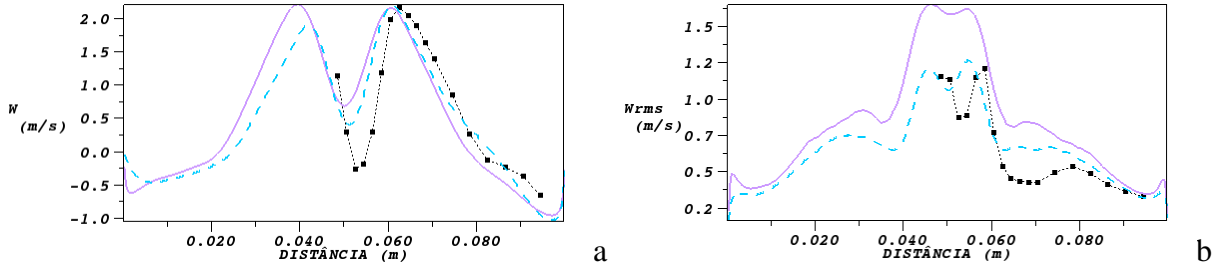


Figura 4.43: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição  $z=0,239$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

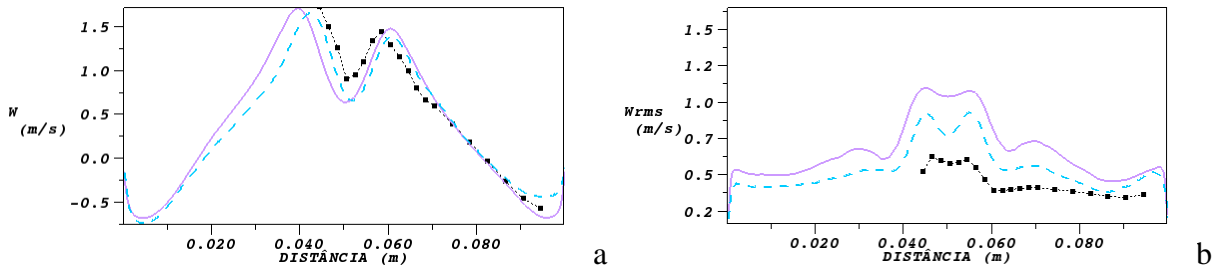


Figura 4.44: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição  $z=0,189$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).

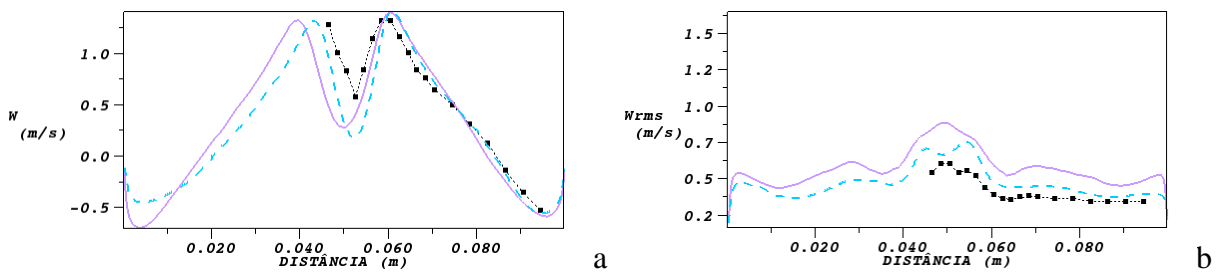
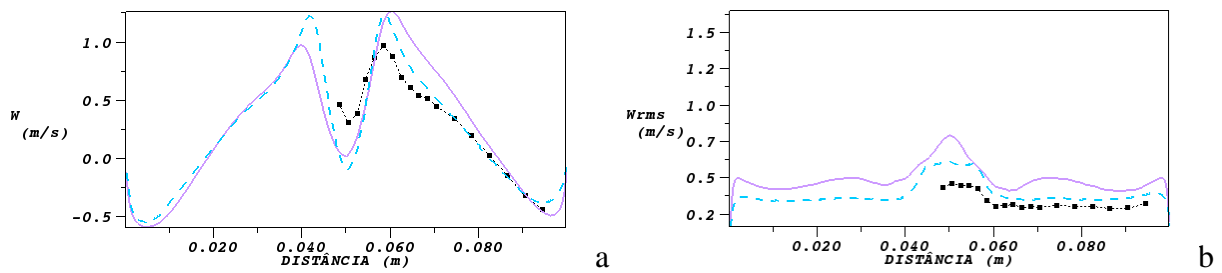


Figura 4.45: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição  $z=0,139$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; --■-- Hoekstra et al. (1998).



**Figura 4.46: Velocidade axial média (a) e RMS axial (b), na posição  $z=0,089$ . — modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 1.200.000 elementos; - - modelo de Yakhot et al. (1986), malha de 900.000 elementos; - - ■ - Hoekstra et al. (1998).**

Neste teste, a malha considerada como sendo uniforme possui 900.000 elementos, enquanto que a malha com refino na região de camada limite possui cerca de 1.200.000 elementos. No entanto, ao analisar-se o resultado apresentado acima, nota-se que a utilização de uma malha computacional com uma grande concentração de elementos em regiões próximas a paredes não forneceu resultados melhores do que a utilização de uma malha mais uniforme. Este fato pode ter sido desencadeado por dois motivos:

- Mesmo que globalmente a malha com grande nível de refinamento próximo a parede possua mais elementos, a mesma apresenta regiões com espaçamento maior do que a malha uniforme, como apresentado na Fig. 4.47.
- Outra possível causa para o aumento da discrepância com os dados experimentais pode ser o alongamento excessivo dos elementos próximos a parede, como destacado na Fig. 4.38“b”.

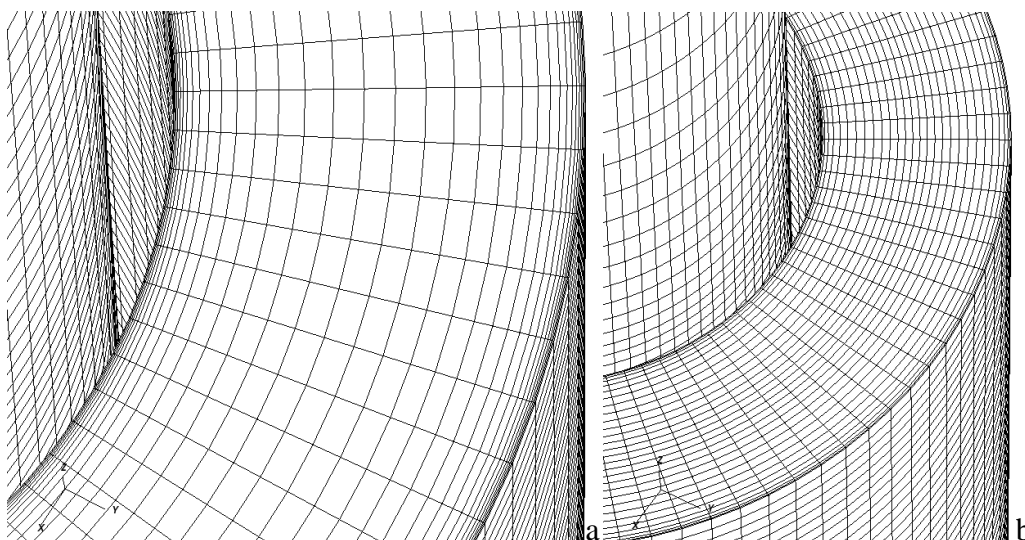


Figura 4.47: Diferença nas dimensões dos elementos utilizados nas malhas de 1.200.000 elementos (a) e 900.000 elementos (b).

## 4.2 Ciclone estudado por Hoekstra (2000)

Os escoamentos monofásico e bifásico em um ciclone com coletor de partículas foi simulado. A geometria e o domínio computacional utilizados são apresentados a seguir.

### 4.2.1 Geometria do ciclone e domínio computacional

A geometria utilizada é apresentada na Fig. 4.48, e suas principais dimensões são apresentadas na Tab. 4.1. Esta é a mesma geometria estudada experimentalmente por [Hoekstra. \(2000\)](#), e numericamente por [Derksen \(2003\)](#) e [Derksen et al. \(2006\)](#). O fluido é tratado como sendo ar com densidade constante e igual a  $1,139 \text{ Kg/m}^3$  e viscosidade  $1,8992 \times 10^{-5} \text{ Kg/m.s}$ . Inicialmente uma simulação em regime permanente com o modelo de turbulência SST foi realizada. Nesta simulação inicial utilizou-se o esquema *upwind* de primeira ordem para as equações de conservação e o critério de convergência de  $1,0 \times 10^{-5}$ . Os resultados obtidos nesta simulação inicial foram então utilizados como um campo inicial nas simulações transientes. Todas as simulações transientes foram realizadas com o esquema CDS para as equações de conservação, critério de convergência de  $1,0 \times 10^{-4}$  e passo de tempo de  $1,0 \times 10^{-5} \text{ s}$ .

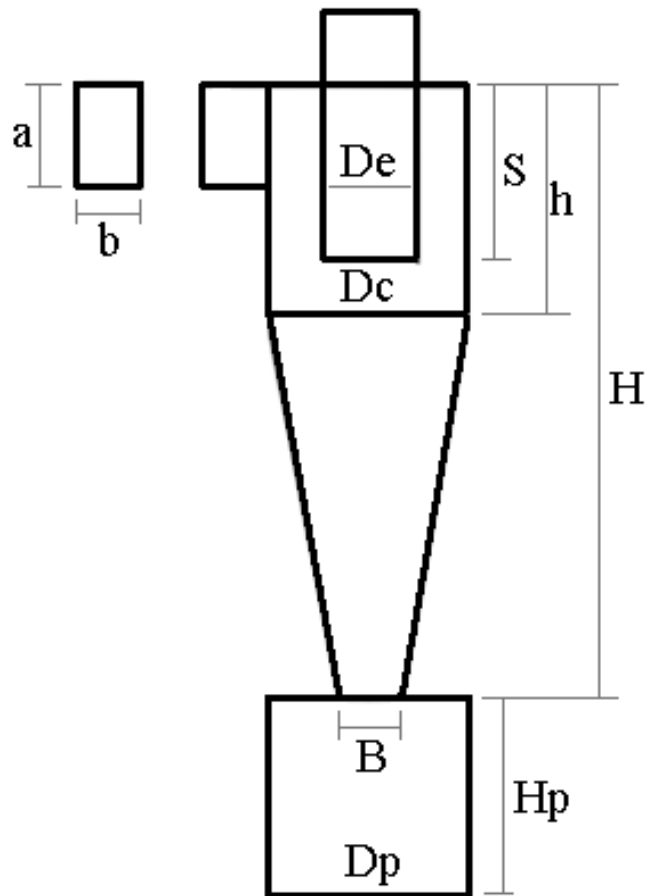


Figura 4.48. Principais dimensões do ciclone experimentalmente estudado por Hoekstra (2000).

Tabela 4.1. Definições geométricas do ciclone simulado.

Dimensões	Comprimento (m)	Razão das dimensões (dimensão/Dc)
Diâmetro do ciclone, Dc	0,29	1,0
Diâmetro do duto de saída, De	0,145	0,5
Altura do duto de entrada, a	0,145	0,5
Largura do duto de entrada, b	0,058	0,2
Altura do ciclone, H	1,16	4,0
Altura do cilindro, h	0,435	1,5
Comprimento do <i>vortex finder</i> , S	0,145	0,5
Diâmetro do duto de <i>underflow</i> , B	0,1073	0,37
Comprimento do <i>Hopper</i> , Hp	0,58	2,0
Diâmetro do <i>Hopper</i> , Dp	0,29	1,0

Nenhuma referência contendo informações a respeito da espessura da parede do *vortex finder* foi encontrada e adotou-se o valor  $D_c/29$ .

#### 4.2.2 Condições de contorno utilizadas

- Na entrada adotou-se um perfil uniforme de velocidade: 10,0; 16,1; 20,0 e 30,0 m/s, normal a superfície de entrada do ciclone, resultando nos números de Reynolds de aproximadamente 173.000; 280.000; 348.000 e 522.000, respectivamente;
- Na saída, duto de *overflow*, a condição de pressão prescrita foi utilizada;
- Em todas as paredes do ciclone a condição de não deslizamento foi adotada.

#### 4.2.3 Malha numérica

Inicialmente utilizaram-se duas malhas computacionais, uma contendo aproximadamente 800.000 elementos e outra contendo aproximadamente 1.800.000 elementos. As duas malhas utilizadas podem ser vistas na Fig. 4.49.

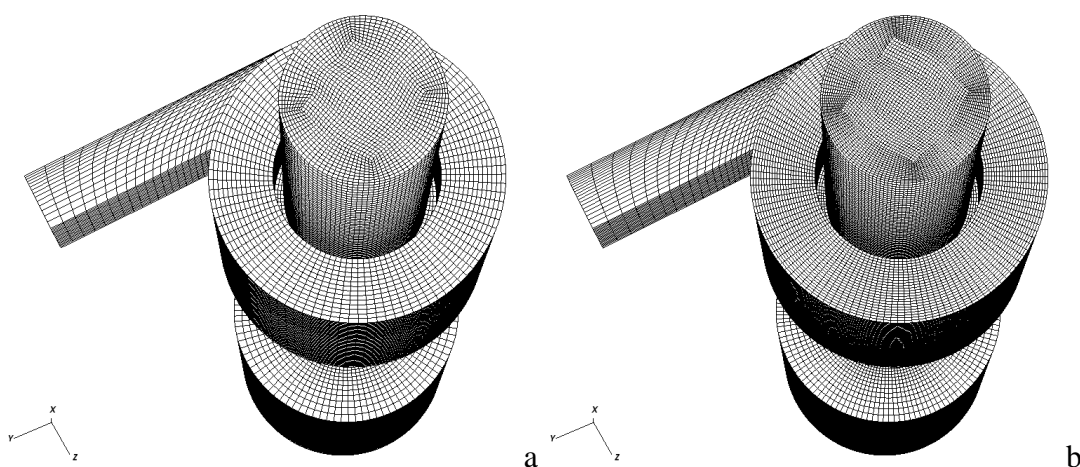


Figura 4.49. Malhas computacionais utilizadas. (a) aproximadamente 800.000 elementos; (b) aproximadamente 1.800.000 elementos.

Estas malhas foram utilizadas na simulação com número de Reynolds de 280.000 para verificação da adequação das mesmas para solução do escoamento. Optou-se por este número de Reynolds por ser o único para o qual há dados experimentais de perfis de velocidade, possibilitando assim uma comparação.

#### 4.2.4 Ciclone operando com número de Reynolds de 280.000

O primeiro passo executado na simulação deste ciclone foi a verificação da adequação da malha computacional utilizada. Para isto, realizaram-se duas simulações numéricas, uma utilizando a malha de 800.000 elementos e outra com a malha de 1.800.000 elementos, ambas utilizando o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986) e passo de tempo de  $1,0 \times 10^{-5}$  s. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais de [Hoekstra \(2000\)](#) em três planos distintos, sendo a posição dos mesmos indicada na Fig. 4.50.

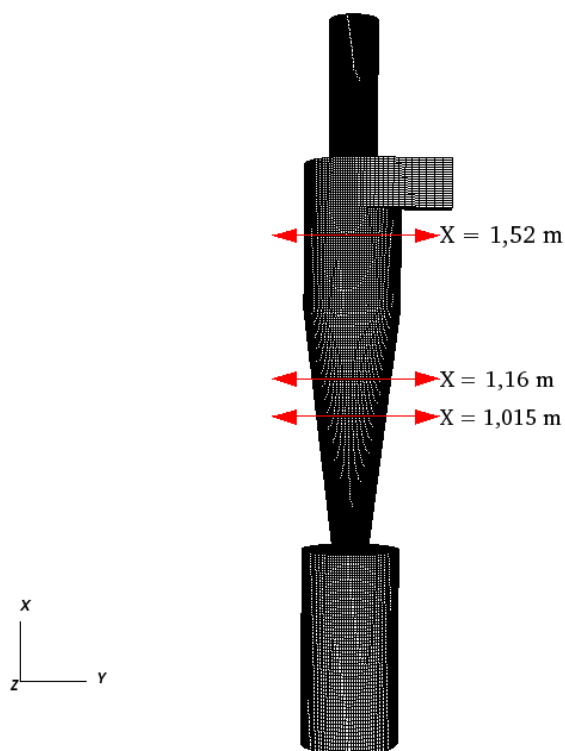


Figura 4.50. Posição dos planos utilizados para comparação de resultados numéricos com dados experimentais.

Observando as Figs. 4.51, 4.52 e 4.53, nota-se que ao se refinar a malha de 800.000 elementos para 1.800.000 elementos os resultados para a componente média da velocidade tangencial praticamente não se alteram, enquanto que nos resultados referentes à velocidade RMS tangencial, nota-se um aumento no pico de velocidade que ocorre na região central do escoamento. Ao analisar-se o perfil de velocidade tangencial média, Fig. 4.51(a), 4.52(a) e

4.53(a), nota-se que a concordância com os dados experimentais de [Hoekstra \(2000\)](#) é excelente. Comparando o perfil de velocidade RMS tangencial com os dados experimentais, verifica-se que embora a concordância não seja tão boa quanto a apresentada para o perfil médio, esta ainda pode ser considerada razoável, uma vez que, exceto pela queda observada na região central, o perfil foi devidamente capturado.

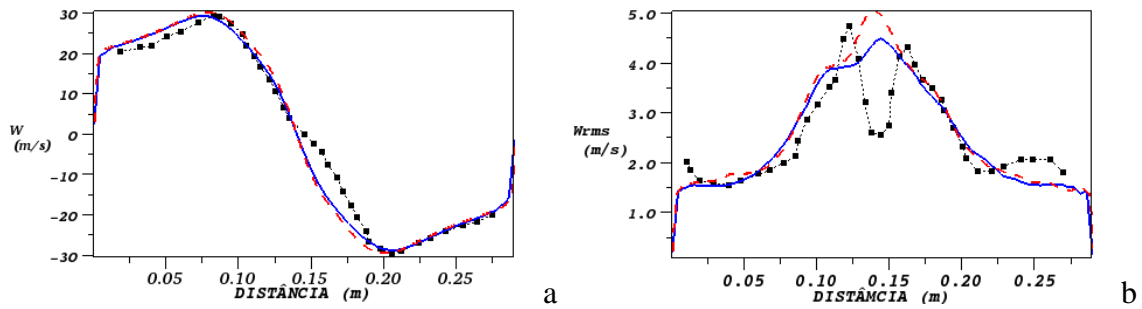


Figura 4.51: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,52$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).

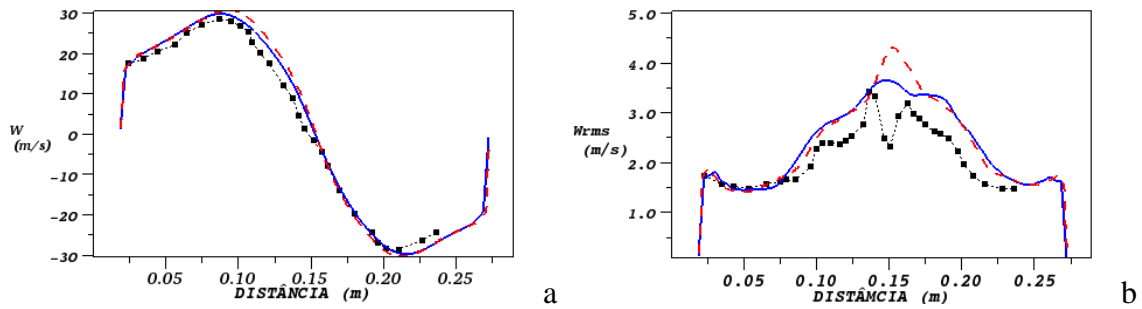


Figura 4.52: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,16$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).

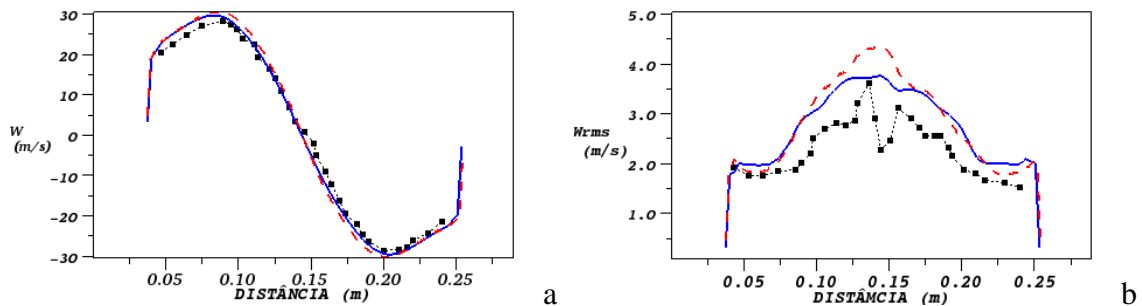


Figura 4.53: Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,015$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).

Ao observar-se o resultado obtido para a velocidade axial média, Fig. 4.54(a), nota-se que a queda no perfil de velocidade na região central do ciclone não foi bem predita. Observando as Figs. 4.55(a) e 4.56(a), nota-se uma pequena sobrepredição dos resultados em relação aos dados experimentais. Esta mesma tendência é vista nos perfis RMS de velocidade axial.

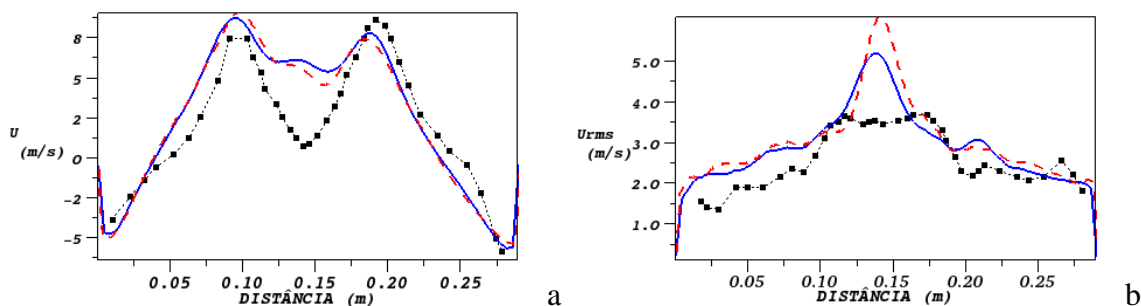


Figura 4.54: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,52$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).

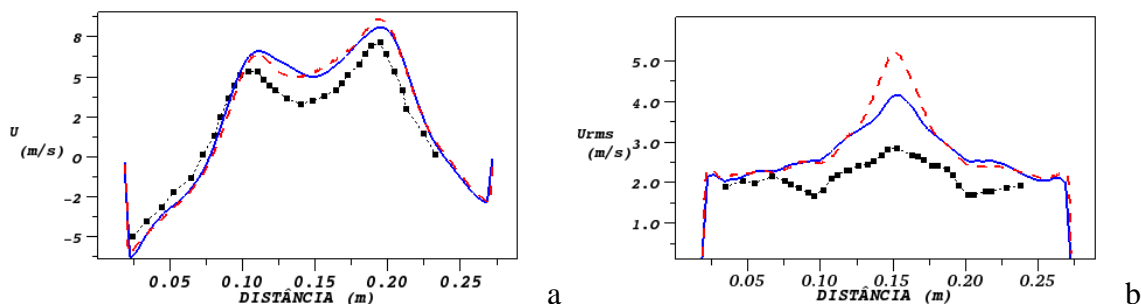


Figura 4.55: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,16$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).

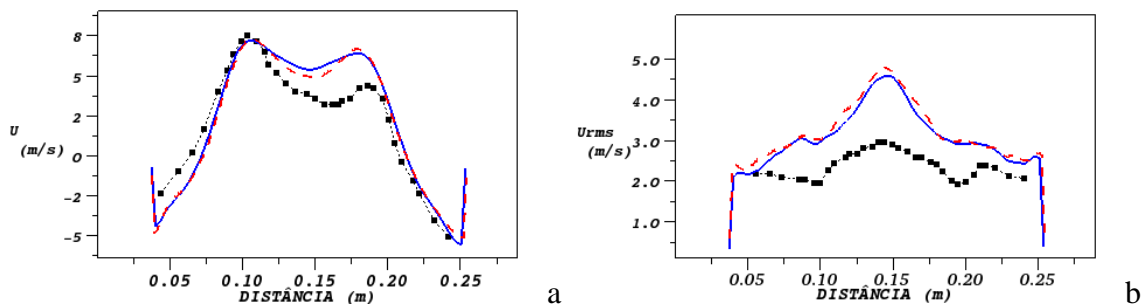


Figura 4.56: Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,015$  m. — malha de 1.800.000 elementos; — malha de 800.000 elementos; --■-- Hoekstra (2000).



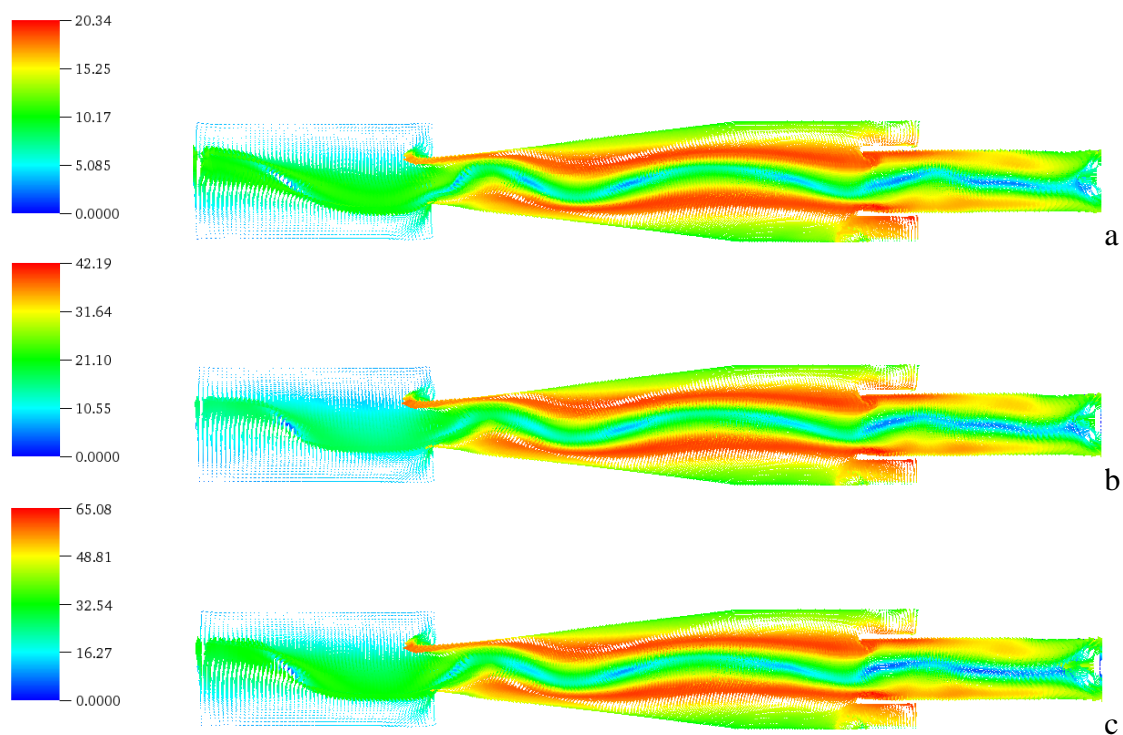
#### **4.2.5 Ciclone operando com diferentes números de Reynolds**

[Hoekstra \(2000\)](#) também realizou experimentos com este mesmo ciclone operando nos seguintes números de Reynolds: 173.000; 348.000 e 522.000. Embora Hoekstra (2000) não tenha realizado, ou disponibilizado, medições dos perfis de velocidade média e RMS para estes números de Reynolds, optou-se aqui por realizar tais simulações, entendendo que as mesmas seriam um bom teste para o código computacional utilizado. Portanto, a seguir apresenta-se um estudo comparativo para este ciclone operando a diferentes números de Reynolds.

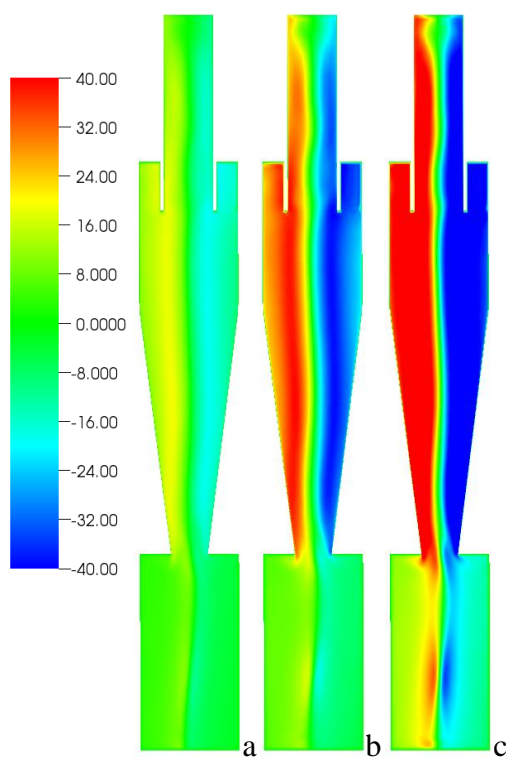
##### **4.2.5.1 Impressão geral do escoamento**

Observando o escoamento médio, Figs. 4.57, 4.58 e 4.59, e os perfis de velocidade média e RMS normalizados pela velocidade de entrada, apresentados no subitem 4.2.5.2, nota-se que o comportamento do fluido dentro do ciclone é muito semelhante para os três casos, ou seja, o escoamento é aparentemente insensível ao número de Reynolds, ao menos na faixa entre 173.000 e 522.000. [Derksen \(2003\)](#) também observou este fato, embora não tenha mostrado os perfis ou campos de velocidade, e sugeriu desta forma, que a eficiência de coleta para este ciclone pode ser calculada para um regime, como função do número de Stokes e posteriormente aplicada a outros regimes, transformando a eficiência de coleta em função do número de Stokes em uma eficiência de coleta em função do diâmetro da partícula, por meio da velocidade na entrada do ciclone, da razão de densidades e da viscosidade do escoamento.

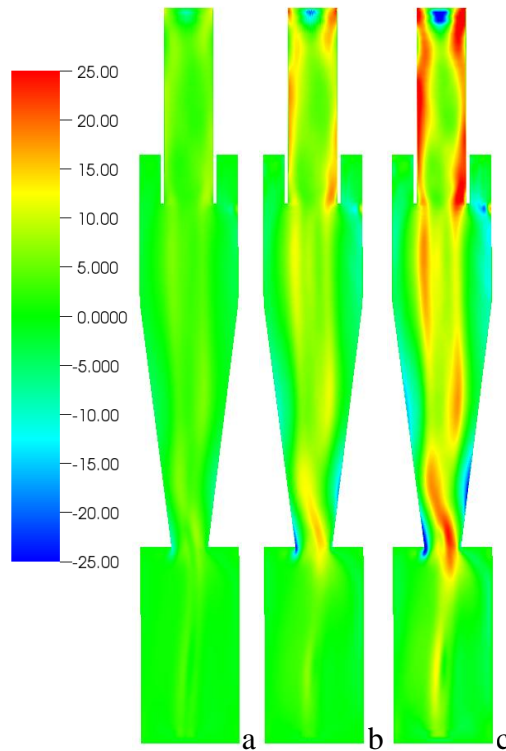
A aplicação de tal metodologia possibilita uma enorme redução no custo computacional, uma vez que simulações gás-sólido em separadores ciclônicos tendem a ser computacionalmente intensas. Neste trabalho as simulações gás-sólido para este ciclone não foram realizadas porque testes iniciais mostraram que o custo computacional da simulação gás-sólido em tal ciclone demandaria um longo tempo computacional, e considerando que apenas a eficiência global de coleta foi disponibilizada por [Hoekstra \(2000\)](#), ou seja, os dados para eficiência de coleta por diâmetro não estão disponíveis, optou-se por não realizar tais simulações.



**Figura 4.57.** Campo vetorial de velocidade no plano  $Y = 0$ , para: (a) - Reynolds 173.000; (b) - Reynolds 348.000; (c) - Reynolds 522.000.



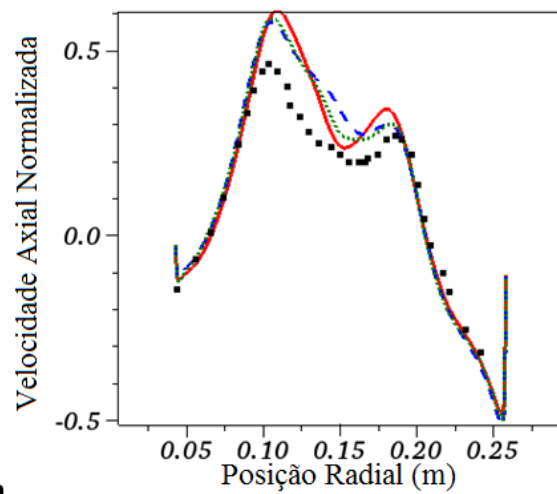
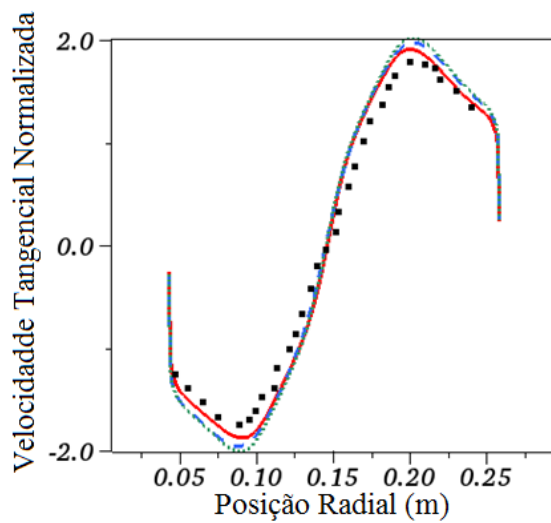
**Figura 4.58.** Velocidade tangencial média no plano  $Y=0$ , para o ciclone operando a: (a) Re 173.00; (b) Re 348.000; (c) Re 522.000.



**Figura 4.59.** Velocidade axial média no plano  $Y=0$ , para o ciclone operando a: (a)  $Re\ 173.00$ ; (b)  $Re\ 348.000$ ; (c)  $Re\ 522.000$ .

#### 4.2.5.2 Comparação dos perfis de velocidade tangencial e axial média e RMS

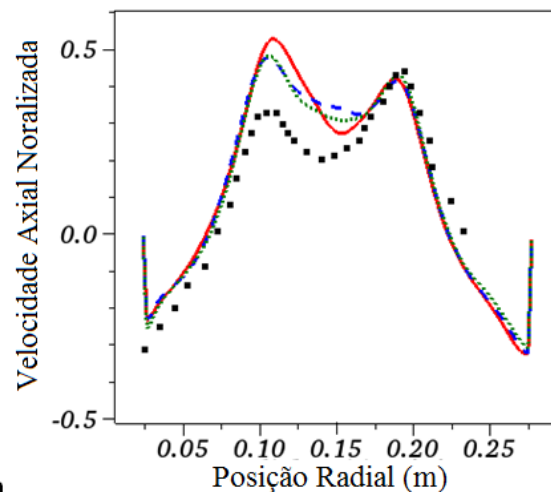
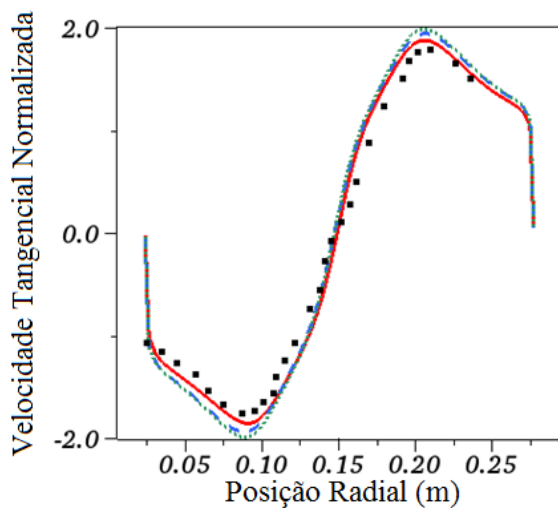
Observando as Figs. 4.60 a 4.65, nota-se que ao se normalizar a componente da velocidade, seja ela média ou RMS, pela velocidade na entrada do ciclone, os perfis tendem a se sobrepor, mesmo com uma diferença de aproximadamente 350.000 no número de Reynolds da simulação com velocidade de entrada de 10 m/s para a simulação com velocidade na entrada de 30 m/s.



a

b

Figura 4.60. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial  $x=1,015$  m. Linha sólida  $Re=173.000$ ; Linha tracejada  $Re = 348.000$ ; Pontos  $Re=522.000$ ; Símbolos (quadrados) dados experimentais obtidos por Hoekstra (2000) para o ciclone operando com  $Re=280.000$ .



a

b

Figura 4.61. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial  $x=1,16$  m. Para legenda, Fig. 4.60.

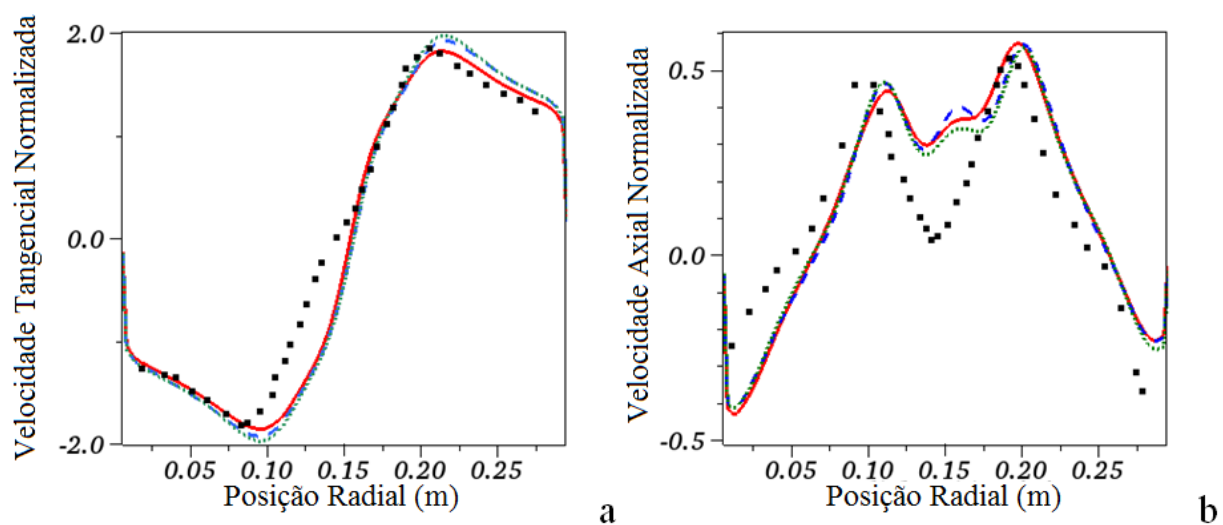


Figura 4.62. Perfis de velocidade tangencial (a) e axial (b) média na posição axial  $x=1,52$  m. Para legenda, Fig. 4.60.

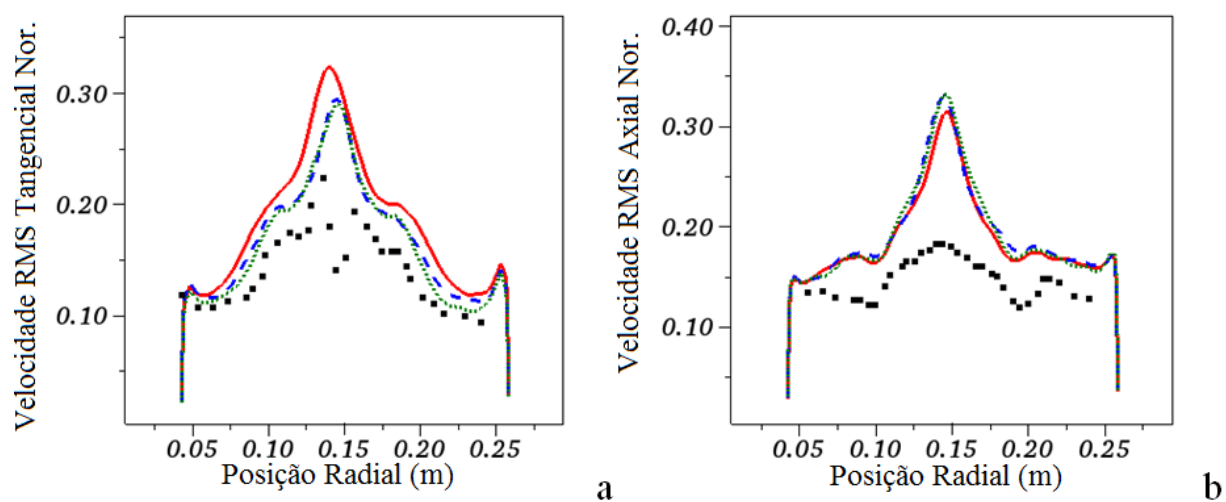


Figura 4.63. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial  $x=1,015$  m. Para legenda, Fig. 4.60.

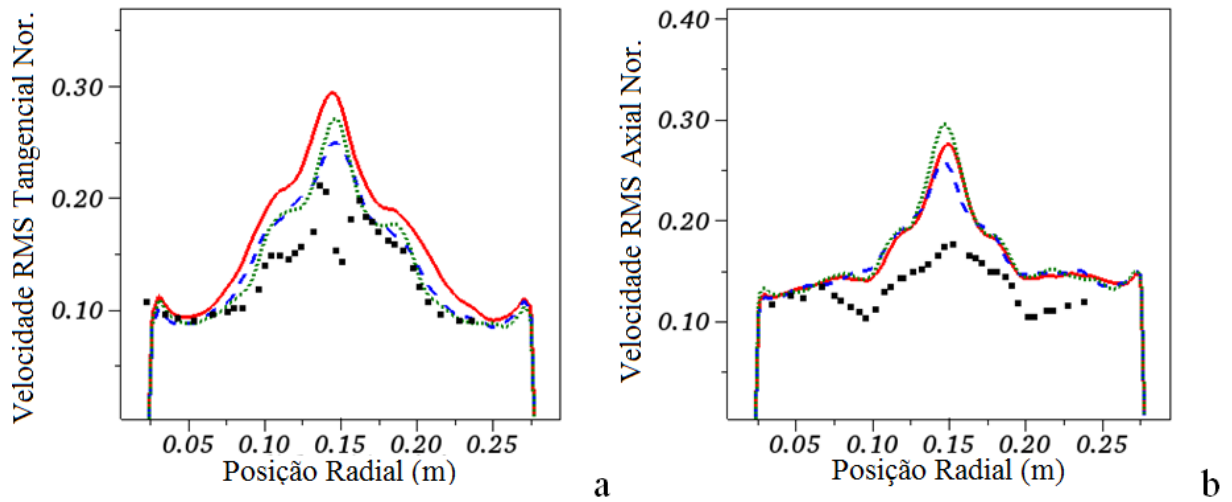


Figura 4.64. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial  $x=1,16$  m. Para legenda, Fig. 4.60.

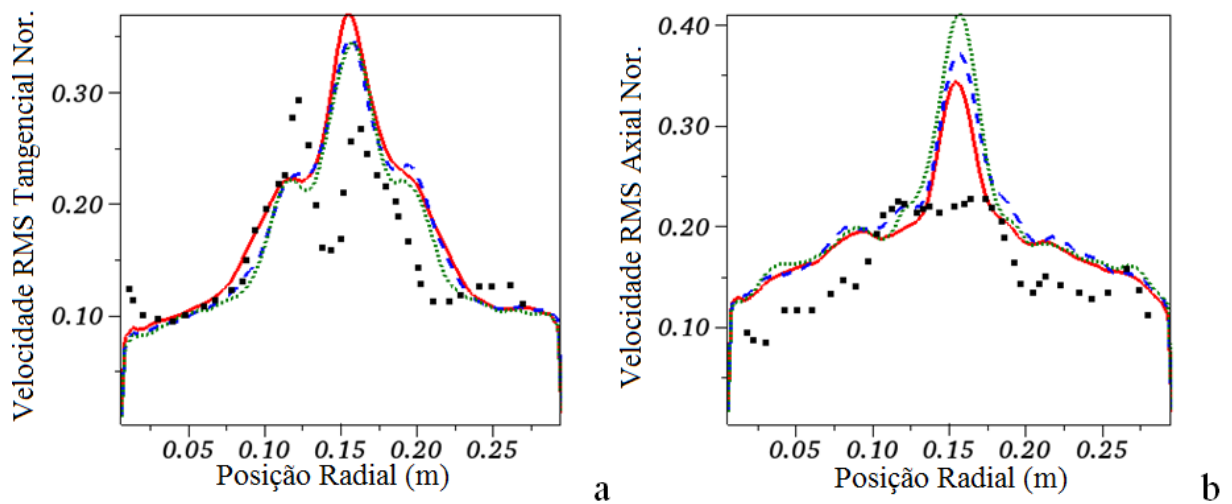


Figura 4.65. Perfis de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b) média na posição axial  $x=1,52$  m. Para legenda, Fig. 4.60.

Também é interessante notar que em todos os planos axiais observados, a depressão na região central do ciclone não foi bem capturada, sendo que na Fig. 4.62 (b) é possível ver a presença de um terceiro pico de velocidade axial na região central do ciclone. Este terceiro pico, neste caso, é um efeito puramente numérico e ocorre porque o escoamento atinge a condição de contorno de saída em um regime subcrítico, o que causa um efeito de sucção do escoamento no interior do ciclone (sobretudo na região próxima a entrada do *vortex finder*). Este tópico será comentado no item a seguir.

#### 4.2.6 Influência do escoamento na saída do ciclone

[Derksen \(2003\)](#), afirma que o escoamento em ciclones pode alcançar a saída em um regime subcrítico, alterando o escoamento no interior do ciclone, demonstrando que o duto de saída em separadores ciclônicos merece atenção, especialmente no caso de simulações LES.

Foram realizadas duas simulações. Na primeira utilizou-se um obstáculo (um disco circular com diâmetro  $0,36 D_e$ ) no duto de saída para impedir que o escoamento em regime subcrítico chegasse à condição de contorno de pressão imposta. Este é o mesmo artifício numérico utilizado por [Derksen \(2003\)](#) em sua simulação de grandes escalas. Na segunda simulação o obstáculo foi removido. A Fig. 4.66 mostra, de forma esquemática, a posição do obstáculo utilizado dentro do duto de saída do ciclone. Nestas simulações optou-se por utilizar o modelo de turbulência de Smagorinsky com constante igual a 0,1, esta escolha foi feita por este ter sido o modelo utilizado por [Derksen \(2003\)](#) em seu trabalho.

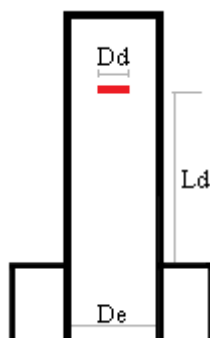


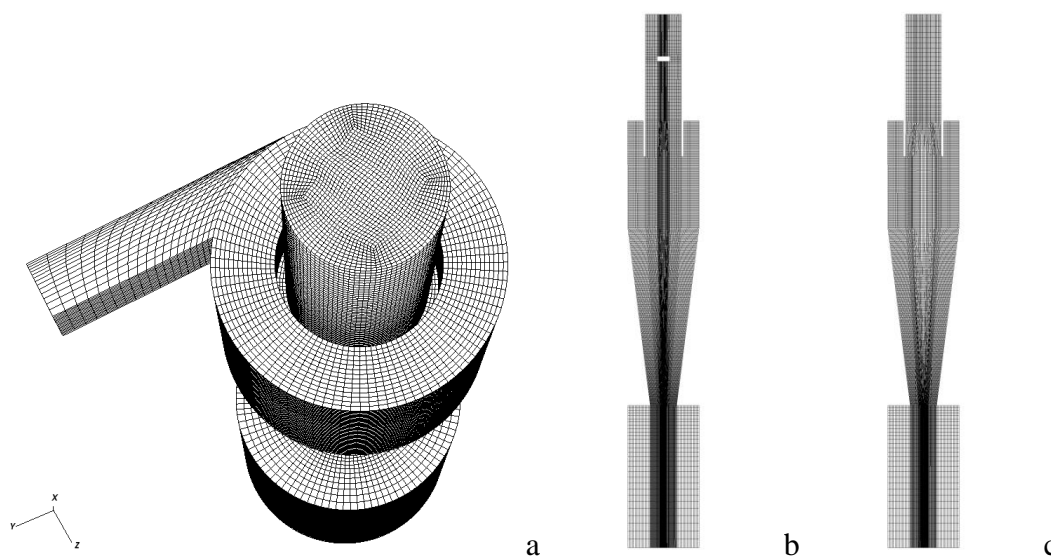
Figura 4.66. Posição do obstáculo no duto de saída do ciclone.

As dimensões apresentadas na Fig. 4.66 podem ser vistas na Tab. 4.2.

**Tabela 4.2. Posicionamento do disco no duto de overflow.**

Dimensões	Comprimento (m)	Razão das dimensões (dimensão/ $D_c$ )
Diâmetro do ciclone, $D_c$	0,29	1,0
Diâmetro do duto de saída, $D_e$	0,145	0,5
Diâmetro do disco (Obstáculo), $D_d$	0,0522	0,36
Posição do disco, $L_d$	0,2436	0,84

Nas duas simulações uma malha computacional contendo aproximadamente 800.000 elementos foi utilizada. Estudos prévios indicam que esta malha é adequada para a simulação deste ciclone. A malha utilizada, juntamente com o sistema de coordenadas, pode ser vista na Fig. 4.67. A origem do sistema de coordenadas foi posicionada no ápice da seção cônica (início do coletor).



**Figura 4.67.** Malha computacional contendo aproximadamente 800.000 elementos. Em perspectiva (a). Em corte, plano  $Y=0$ , com o obstáculo no duto de *overflow* (b), sem obstáculo (c).

Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais de [Hoekstra \(2000\)](#) em três planos distintos, indicados na Fig. 4.50.

Observando-se as Figs. 4.68, 4.69 e 4.70, nota-se que a concordância com os dados experimentais de Hoekstra (2000) para os perfis de velocidade tangencial média é muito boa, ressaltando-se apenas uma pequena sobre-predição dos valores numéricos para o pico de velocidade tangencial. A utilização do disco no duto de saída praticamente não influenciou os perfis de velocidade tangencial média. No entanto, ao considerar-se a velocidade tangencial RMS, nota-se que a presença do disco afeta consideravelmente os perfis de velocidade, sobretudo na região central do ciclone. Estes resultados indicam que a presença de tal obstáculo no duto de saída tende a estabilizar o vórtice, diminuindo assim a oscilação do núcleo do mesmo.



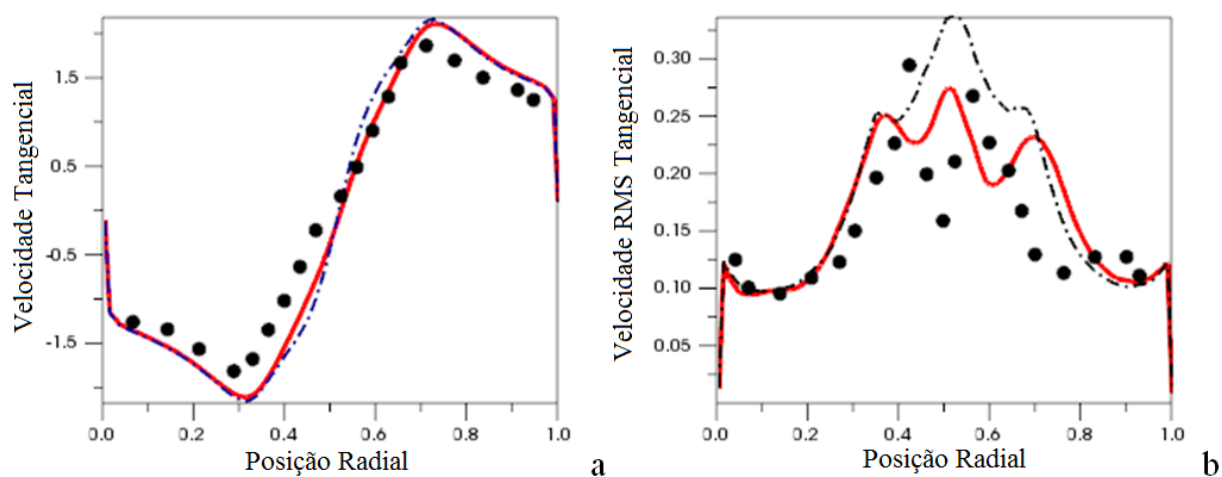


Figura 4.68. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,52$  m. Linha contínua: simulação com o disco no duto de saída; Traço-ponto: simulação sem o disco; Pontos: dados experimentais de Hoekstra (2000).

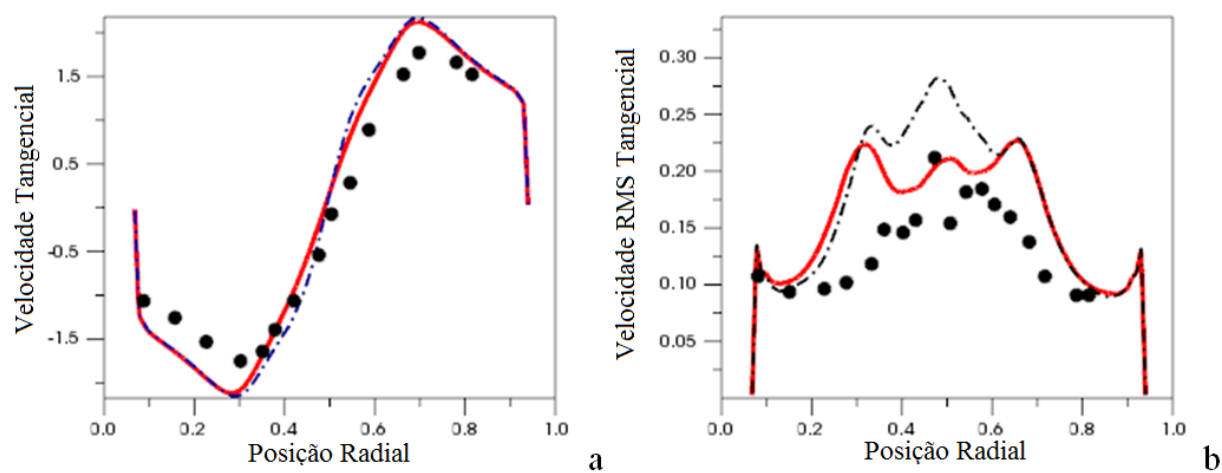


Figura 4.69. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,16$  m. Ver Fig. 4.68 para legenda.

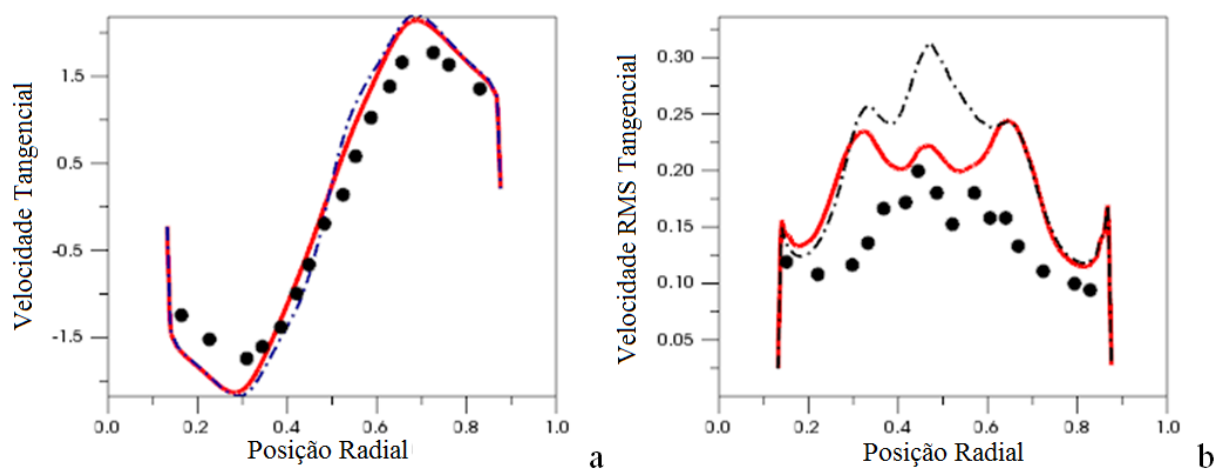


Figura 4.70. Velocidade tangencial média (a) e tangencial RMS (b), na posição  $x=1,015$  m. Ver Fig. 4.68 para legenda.

Considerando os perfis de velocidade axial, Figs. 4.71, 4.72 e 4.73, observa-se que a utilização do obstáculo no duto de saída aproxima consideravelmente os resultados teóricos dos dados experimentais. Ao analisarmos os perfis de velocidade axial média, fica clara a presença de um terceiro pico de velocidade na posição central do ciclone, nas simulações sem o disco no duto de saída. Este terceiro pico de velocidade, puramente numérico, pode ser considerado como um forte indício de que o escoamento atingiu a fronteira de saída em um regime subcrítico. Ao atingir a fronteira de saída em tal regime, o escoamento passa a tentar succionar massa de fora do domínio computacional, como ao se utilizar a condição de pressão prescrita a entrada de massa se torna nula, o escoamento passa a succionar massa de forma irreal do interior do domínio para a região da fronteira, criando assim o terceiro pico de velocidade axial.

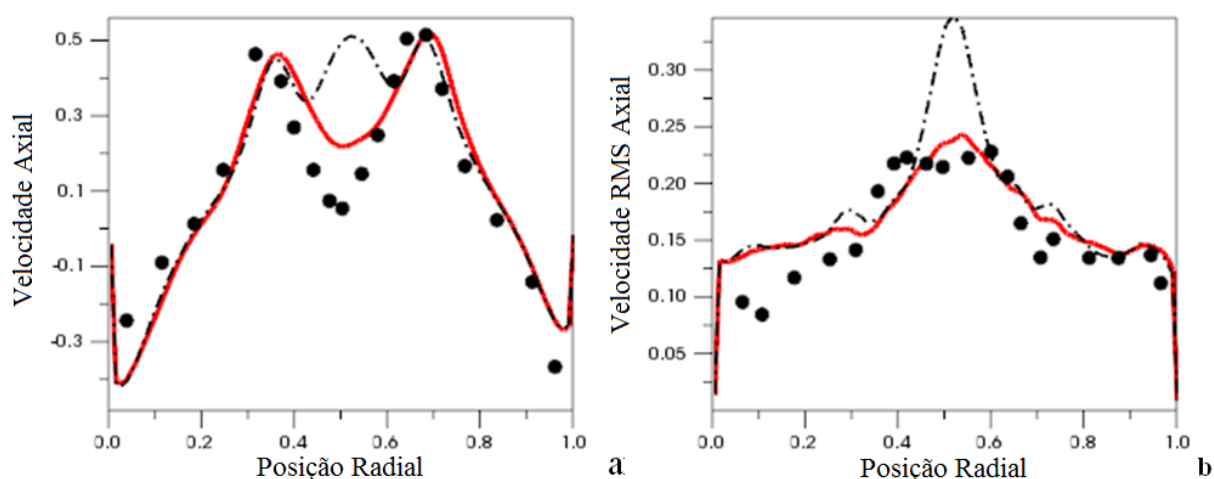


Figura 4.71. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,52$  m. Ver Fig. 4.68 para legenda.

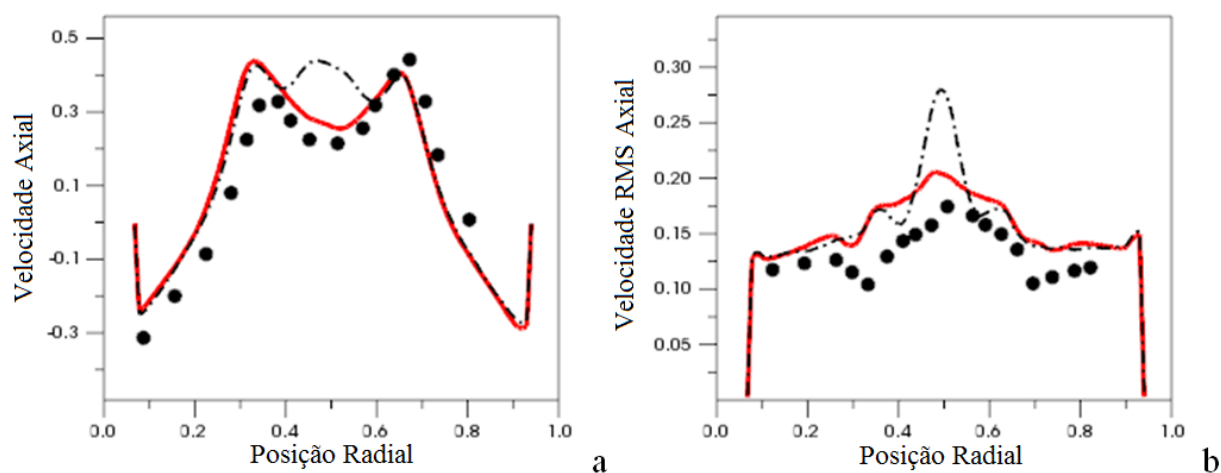


Figura 4.72. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,16$  m. Ver Fig. 4.68 para legenda.

Observando os perfis RMS de velocidade axial obtidos na simulação sem o disco no duto de saída, nota-se a presença de valores muito altos na região central, indicando assim que o núcleo do vórtice se torna bastante instável neste caso. A utilização do disco no duto de saída estabiliza o escoamento e diminui consideravelmente o valor da velocidade RMS axial na região central do escoamento.

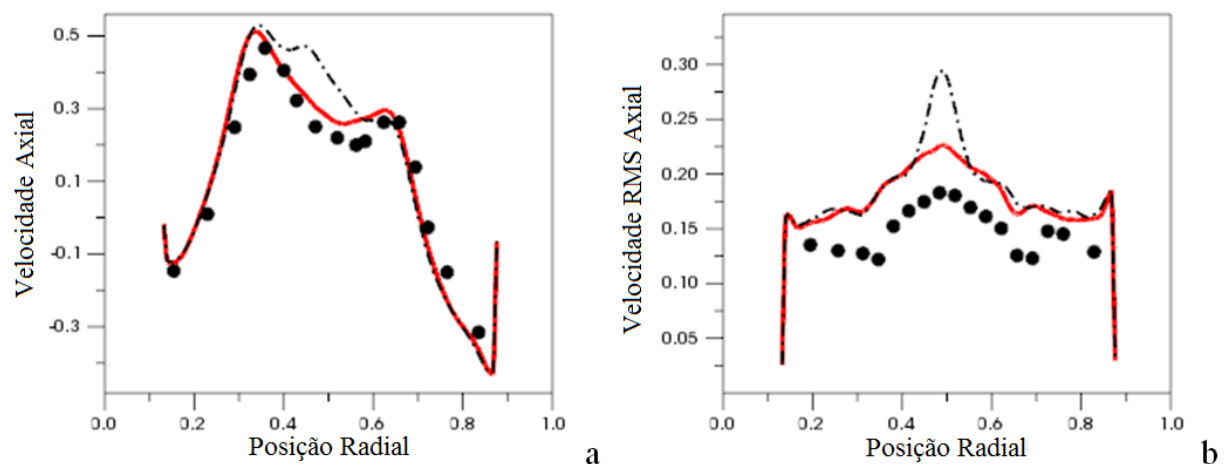


Figura 4.73. Velocidade axial média (a) e axial RMS (b), na posição  $x=1,015$  m. Ver Fig. 4.68 para legenda.

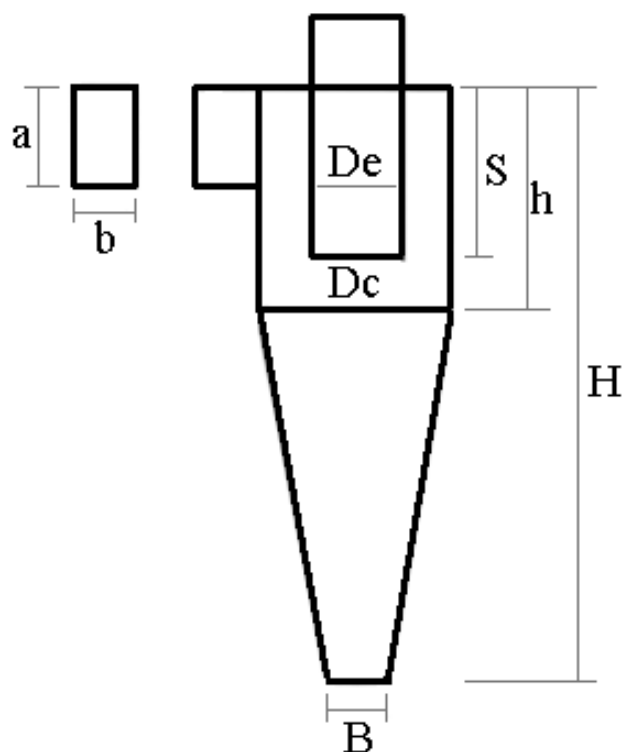
Ressalta-se que a condição de escoamento subcrítico na saída pode levar a divergência numérica, sobretudo se uma condição de contorno “menos robusta”, como, por exemplo, a de escoamento completamente desenvolvido for utilizada na saída.

### 4.3 Ciclone estudado por R. Xiang et al. (2001)

O escoamento bifásico em dois miniciclones, sem coletor de partículas, foi simulado com o intuito de avaliar a predição da eficiência de coleta e o efeito de modificações geométricas no duto de saída. A geometria e o domínio computacional inicialmente utilizados são apresentados a seguir. Uma série de estudos preliminares, relativos à simulação da fase dispersa, também é apresentada.

#### 4.3.1 Geometria do ciclone e domínio computacional

A geometria utilizada é apresentada na Fig. 4.74, e suas principais dimensões são apresentadas na Tab. 4.3. Esta é a mesma geometria estudada experimentalmente por [R. Xiang et al. \(2001\)](#), estudada analiticamente por [Avic e Karagoz \(2003\)](#) e numericamente por [Gimbun et al. \(2005\)](#), [Chuah et al. \(2006\)](#) e [Elsayed e Lacor \(2011\)](#). O fluido é tratado como sendo ar com densidade constante e igual a  $1,205 \text{ Kg/m}^3$  e viscosidade  $1,82 \times 10^{-5} \text{ Kg/m.s}$ . O mesmo procedimento utilizado nas outras simulações, para obtenção do escoamento monofásico desenvolvido, foi repetido aqui.



**Fig. 4.74: Diagrama esquemático do ciclone simulado. Adaptado de R. Xiang et al. (2001)**

Neste estudo foram simulados dois ciclones diferentes, denominados de ciclone 1 e ciclone 2, sendo que a única diferença entre os mesmos é a dimensão do duto de *underflow*, como pode ser visto nas duas últimas linhas (\*diâmetro do duto de *underflow* para o ciclone1 e \*\*diâmetro do duto de *underflow* para o ciclone2) da Tab. 4.3.

**Tabela 4.3: Definições geométricas do ciclone simulado.**

Dimensões	Comprimento (m)	Razão das dimensões (dimensão/Dc)
Diâmetro do ciclone, Dc	0,031	1,0
Diâmetro do duto de saída, De	0,0155	0,5
Altura do duto de entrada, a	0,0125	0,4
Largura do duto de entrada, b	0,005	0,16
Altura do ciclone, H	0,077	2,5
Altura do cilindro, h	0,031	1,0
Comprimento do <i>vortex finder</i> , S	0,0155	0,5
*Diâmetro do duto de underflow, B1	0,0194	0,625
**Diâmetro do duto de <i>underflow</i> , B2	0,0116	0,374

A espessura da parede do *vortex finder* foi considerada como sendo  $D_c/12,4$ .

O tempo de residência do ciclone I, para vazão de 40 l/min, foi estimado em 0,1 s, de tal forma que para garantir um regime estatisticamente estabelecido, 0,5 s de tempo físico foram simulados. As médias começaram a ser calculadas a partir de 0,3 s físicos. Após os primeiros 0,5 s, o último campo instantâneo foi utilizado como um campo inicial para as simulações gás-sólido. A fase particulada simulada é composta por partículas monodispersas de látex (PSL) com densidade igual a 1.050 Kg/m<sup>3</sup> e diâmetros 0,5, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5, 3,0, 3,5, 4,0, 4,5, 5,0, 5,5, e 6,0 µm.

#### **4.3.2 Condições de contorno utilizadas**

Condições de contorno para fase gasosa:

- Na entrada adotou-se um perfil uniforme de velocidade, 10,667 m/s, normal a superfície de entrada do ciclone, resultando em um número de Reynolds de aproximadamente 22.000;
- Na saída, duto de *overflow*, a condição de pressão prescrita foi utilizada;
- Em todas as paredes do ciclone a condição de não deslizamento foi adotada.

Condições de contorno para fase sólida:

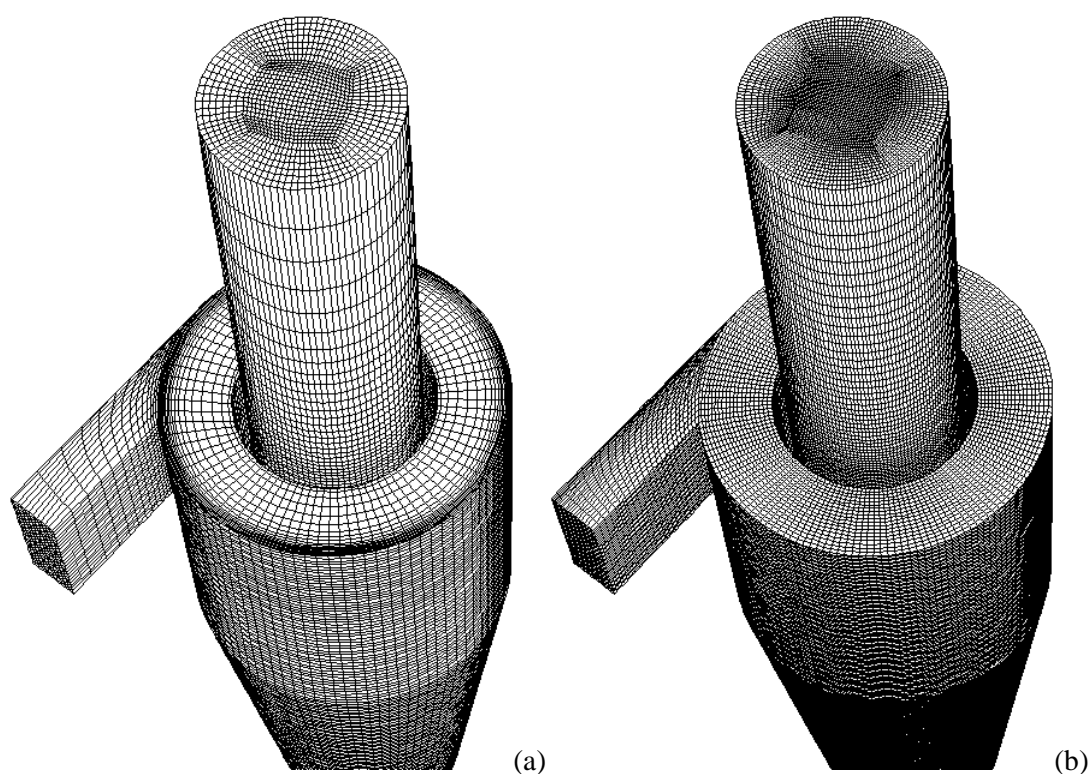
- As partículas foram injetadas com a mesma velocidade que o fluido. A injeção foi realizada nas faces de entrada, sendo que as partículas foram uniformemente distribuídas na área de entrada. Como a simulação foi realizada com

acoplamento de uma via, a injeção não foi feita de forma contínua. Um total, aproximado, de 11.000 partículas foi utilizado em cada simulação.

- Nas paredes as partículas são refletidas admitindo-se colisões perfeitamente elásticas.
- Como este ciclone não possui caixa coletora de partículas, para se determinar a eficiência de coleta do ciclone duas condições diferentes foram testadas para se definir a coleta:
  - Na primeira, as partículas que tocaram o fundo do ciclone (partículas que tocaram o ápice do cone) foram consideradas como tendo sido coletadas.
  - Na segunda, o fundo do ciclone foi considerado como sendo composto por uma parede, tanto para o fluido, quanto para a fase dispersa. Assim, a única forma de as partículas deixarem o ciclone é pelo duto de saída (*overflow*).

#### **4.3.3 Malha numérica**

Foram utilizadas quatro malhas computacionais: uma contendo aproximadamente 380.000 elementos, utilizada em testes preliminares; outra com cerca de 450.000 elementos, utilizada para determinação de qual a melhor condição de contorno para eficiência de coleta e análises do efeito da dispersão turbulenta; uma terceira e uma quarta malhas contendo aproximadamente 1.800.000, sendo que a terceira e a quarta malha testadas diferem na distribuição dos elementos (refinamento na direção radial, uma possui distribuição uniforme e a outra refinamento na região parietal). Estas últimas foram utilizadas na análise do efeito da distribuição dos elementos na predição da eficiência de coleta.



**Figura 4.75:** Malha computacional contendo aproximadamente 450.000 elementos (a) e 1.800.000 elementos (b) com distribuição "uniforme".

#### **4.3.4 Escoamento monofásico**

Antes de se iniciar a verificação dos resultados referentes a fase dispersa, são apresentados alguns resultados referentes à fase contínua. Desta forma, abaixo são apresentados perfis de velocidade média e RMS em uma seção intermediária do ciclone. Infelizmente o trabalho experimental de [R. Xiang et al. \(2001\)](#) não traz perfis de velocidade para comparação. Assim sendo, os perfis a serem apresentados têm como objetivo mostrar a relativa independência do passo de tempo e da malha utilizados. Esta análise foi feita por meio da comparação dos resultados obtidos com quatro malhas computacionais diferentes, sendo que somente os resultados obtidos com as malhas de aproximadamente 450.000 elementos e de aproximadamente 1.800.000 (uma com distribuição uniforme e outra com refinamento na região parietal) serão mostrados. Em todas as simulações o passo de tempo utilizado foi de  $5 \times 10^{-6}$  s e o modelo de turbulência dinâmico foi utilizado.

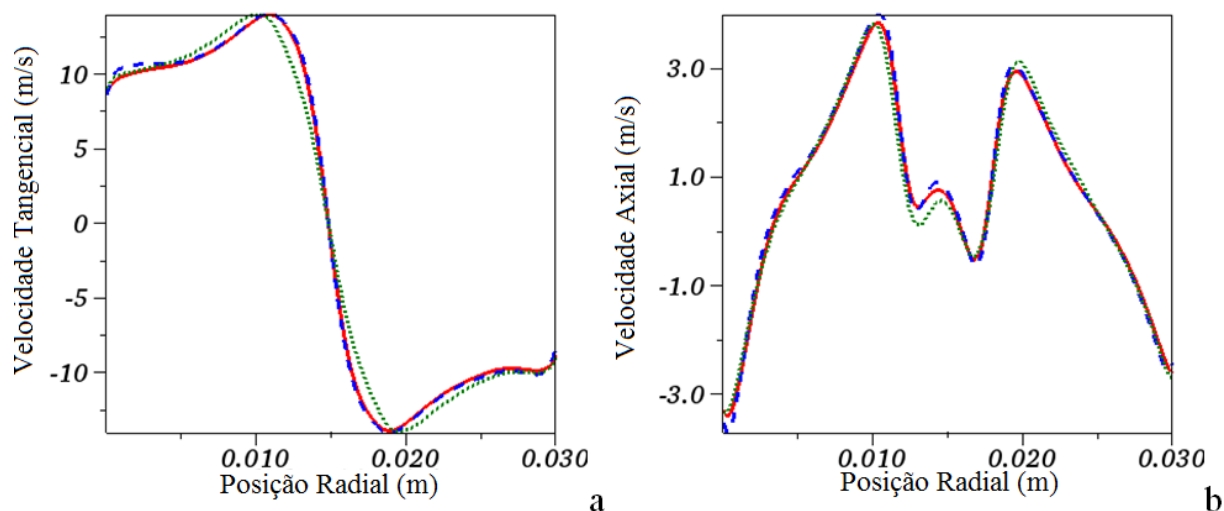


Figura 4.76: Comparação do perfil médio de velocidade tangencial (a) e axial (b) obtidos com as malhas computacionais de 1.800.000 elementos com refinamento na região parietal —; malha de 1.800.000 com elementos "uniformes" - -; e malha de 450.000 elementos ......

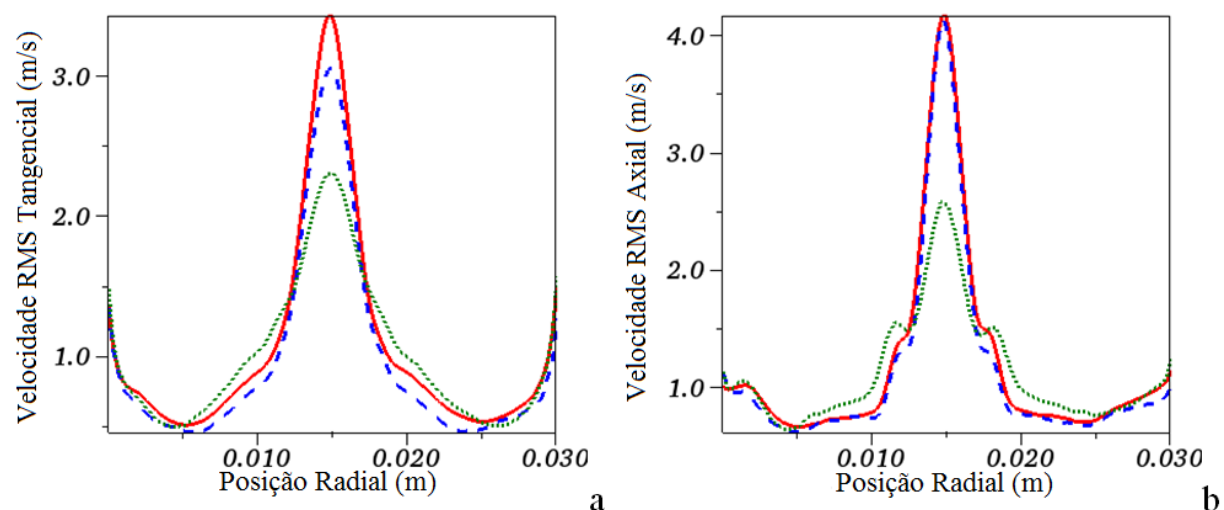


Figura 4.77: Comparação do perfil de velocidade RMS tangencial (a) e RMS axial (b). Para legenda ver a Fig. 4.76.

Nota-se nas Figs. 4.76 e 4.77 que os resultados obtidos para as componentes médias da velocidade estão muito próximos. Embora os perfis RMS apresentem uma diferença relativamente alta para o pico de velocidade, tanto RMS tangencial quanto RMS axial (posição radial 0,015 m), os valores preditos fora da região central do ciclone se aproximam bastante. Os perfis de velocidade média e RMS obtidos com a malha de 380.000 elementos foram omitidos, mas se aproximam dos resultados obtidos com a malha de 450.000 elementos.



Considerando somente os resultados mostrados acima, o ideal seria a utilização de uma malha computacional com cerca de 1.800.000, ou outra malha com refinamento intermediário entre 450.000 e 1.800.000 elementos, que fornecesse perfis RMS mais próximos aos da malha mais fina. No entanto, devido ao alto custo computacional das simulações, sobretudo das simulações gás-sólido, optou-se por utilizar a malha de 450.000 elementos nos testes preliminares, acreditando que as tendências obtidas em tal malha serão válidas para as malhas mais finas.

### **4.3.5 Escoamento bifásico**

#### *4.3.5.1 Definição do critério de coleta para as partículas*

Para se determinar a condição de contorno a ser utilizada para a coleta das partículas, simulações com dois critérios de coleta diferentes foram realizadas. No primeiro, a eficiência de coleta foi definida como sendo:  $(N_{pi} - N_{pe})/N_{pi}$ , onde  $N_{pi}$  é o número de partículas injetadas e  $N_{pe}$  é o número de partículas que escaparam pelo duto de *overflow*. Este critério imita o critério utilizado por [R. Xiang et al. \(2001\)](#). No entanto, nas simulações as colisões partícula parede são tratadas como sendo perfeitamente elásticas (sem perda de energia devido às colisões), desta forma, as partículas que chegam ao fundo do ciclone continuam circulando na seção cônica do mesmo.

A combinação destas condições, colisões perfeitamente elásticas e o fato de as partículas só deixarem o ciclone pelo duto de *overflow*, com o escoamento turbulento que ocorre no interior do separador, o qual apresenta fortes flutuações em conjunto com movimentos periódicos de baixa frequência (por exemplo, PVC), leva a uma condição irrealista. Se a simulação continuasse por um tempo indeterminado, as únicas partículas que permaneceriam no ciclone seriam aquelas com eficiência de coleta acima de 50% (diâmetro superior ao de corte).

Desta maneira, a curva de eficiência de coleta apresentaria somente 0% ou 100% de eficiência, caso o tempo de amostragem tendesse ao infinito. A Fig. 4.78. ilustra esta conclusão. Devido às características do escoamento, pode-se especular que caso uma partícula de determinado tamanho tenha atingido o ápice do cone, revertido seu movimento

(considerando a direção axial) e escapado através do *overflow*, torna-se apenas uma questão de tempo para que o mesmo ocorra com as demais partículas de mesmo diâmetro.

Esta condição de contorno, apesar de amplamente utilizada por outros pesquisadores, não é adequada, pois gera uma curva de eficiência de coleta irrealista. Logo, todos os resultados apresentados a partir do subitem 4.3.5.3 consideram que as partículas que tocam o fundo do ciclone, ápice do cone, são coletadas. Dessa forma, a eficiência de coleta passa a ser dada por:  $N_{pc}/N_{pi}$ , onde  $N_{pc}$  é o número de partículas coletadas (numero de partículas que tocam o fundo do ciclone) e  $N_{pi}$  é o número de partículas injetadas.

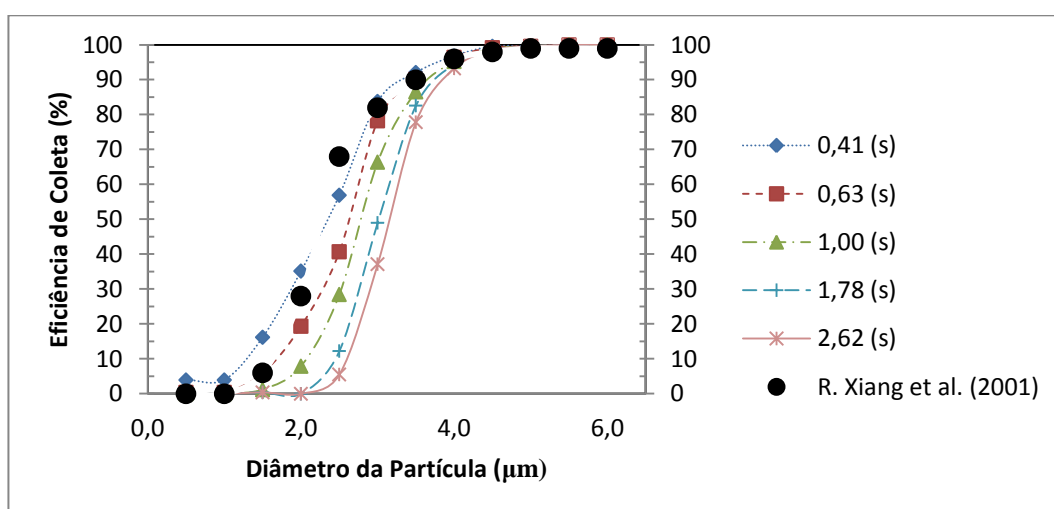


Figura 4.78: Evolução da eficiência de coleta com o tempo de simulação. Critério onde as partículas só deixam o ciclone pelo *overflow*.

Sabe-se da literatura que partículas que entram na caixa coletora de sólidos podem reentrar no ciclone ([Yoshida et al. \(2001\)](#); [Yoshida \(1996\)](#)), sobretudo em se tratando de partículas abaixo do diâmetro de corte do ciclone. É importante salientar que considerar como coletadas as partículas que atingem o fundo do ciclone também constitui uma hipótese simplificadora, já que as partículas podem colidir com a parede inferior e serem carreadas pelo vórtice ascendente. Portanto, acredita-se que o emprego deste critério de coleta possa causar uma sobrepredição da eficiência para partículas menores, que estão mais sujeitas a tal efeito.

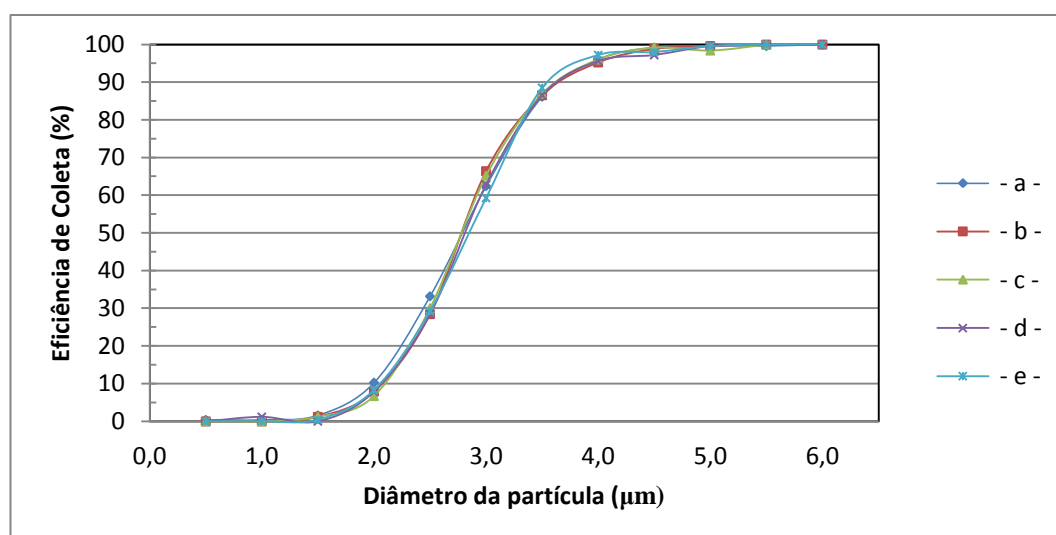
#### 4.3.5.2 Análise do efeito da dispersão turbulenta

Para se determinar os efeitos da dispersão turbulenta, cinco simulações foram realizadas. Em todas estas simulações o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986) foi utilizado. As simulações se estenderam por 1,0 s físico após a injeção das partículas. A única diferença entre estas simulações está no momento em que a injeção foi realizada, conforme pode ser visto na Tab. 4.4.

A eficiência de coleta foi calculada para todos os casos descritos acima e os resultados mostram que, embora a dispersão turbulenta seja extremamente importante na separação da fase dispersa, simplesmente mudar o tempo em que ocorre a injeção parece não afetar severamente a eficiência de coleta, como pode ser observado na Fig. 4.79.

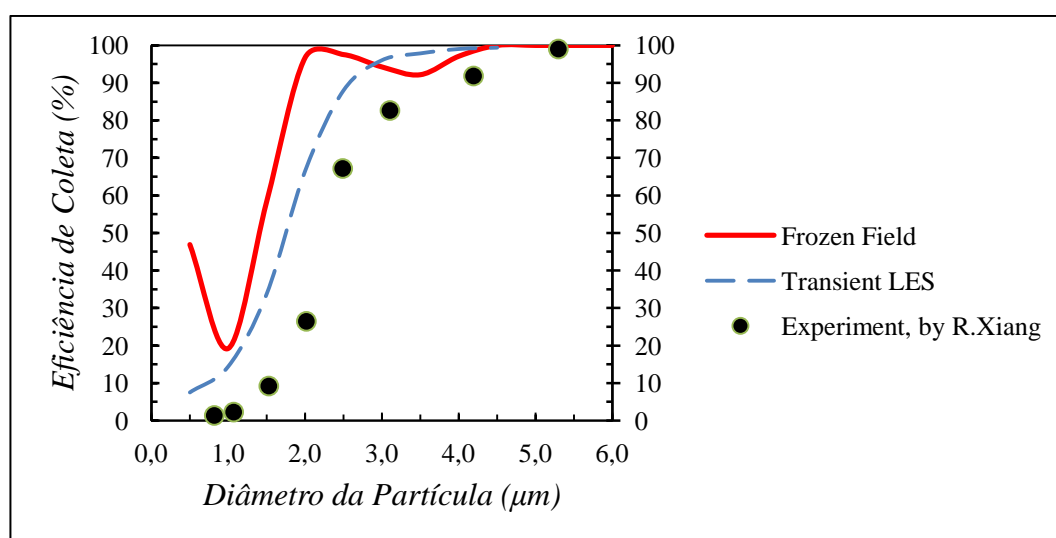
**Tabela 4.4:** Descrição dos cinco casos utilizados no estudo dos efeitos da dispersão turbulenta.

Caso	Instante inicial (s)	Momento em que ocorreu a injeção (s)	Tempo total simulado (s)
-a-	0,5	0,5	1,5
-b-	0,5	0,525	1,525
-c-	0,5	0,55	1,55
-d-	0,5	0,575	1,575
-e-	0,5	0,6	1,6



**Figura 4.79:** Efeito da dispersão turbulenta na eficiência de coleta.

Em outro estudo, uma simulação com o campo de velocidade média do fluido foi realizada. As partículas foram injetadas em um campo médio congelado, este campo médio foi obtido com a simulação LES de quatro tempos de residência do ciclone, de tal forma que apenas as equações de movimento da fase dispersas foram integradas no tempo. Ao se realizar tal procedimento emula-se um ciclone sem flutuações turbulentas, demonstrando assim o papel destas na eficiência de coleta. Pode se ver claramente na Fig. 4.80 que a forma da curva de eficiência de coleta obtida nesta simulação se afasta consideravelmente da forma sigmoide convencional, além disto, ocorre sobrepredição para a maior parte dos diâmetros e a curva deixa de ser uma função monotônica do diâmetro da partícula.



**Figura 4.80.** Comparação da eficiência de coleta obtida para o ciclone 1, nas simulações com campo congelado e concomitante.

#### 4.3.5.3 *Análise do efeito do esquema de integração para as equações de movimento das partículas e da utilização de sub-passos de tempo para as mesmas*

Três esquemas de integração temporal das equações de movimento da fase particulada foram testados, e sua influência na eficiência de coleta analisada. Os esquemas testados, descritos no capítulo relativo a métodos numéricos, são: Euler implícito, Trapezoidal e analítico. Em conjunto com esta análise, realizou-se um estudo sobre a importância da utilização de sub-passos de tempo para a fase dispersa. Os resultados obtidos são apresentados abaixo, onde inicialmente apresenta-se a importância da utilização de sub-passos de tempo para cada esquema de integração, e então uma comparação direta dos esquemas é apresentada.

Nestes testes foram comparados os resultados obtidos nas simulações onde o passo de tempo para o fluido foi mantido constante em  $1,0 \times 10^{-5}$  s, enquanto que três passos de tempo diferentes foram utilizados para a fase dispersa: igual a  $1,0 \times 10^{-5}$  s; igual a  $5,0 \times 10^{-6}$  s (dois sub-passos); e igual a  $2,5 \times 10^{-6}$  s (quatro sub-passos). Nota-se de forma clara que quanto menor a ordem de convergência do método utilizado, maior é a influência da utilização de sub-passos de tempo, conforme o esperado.

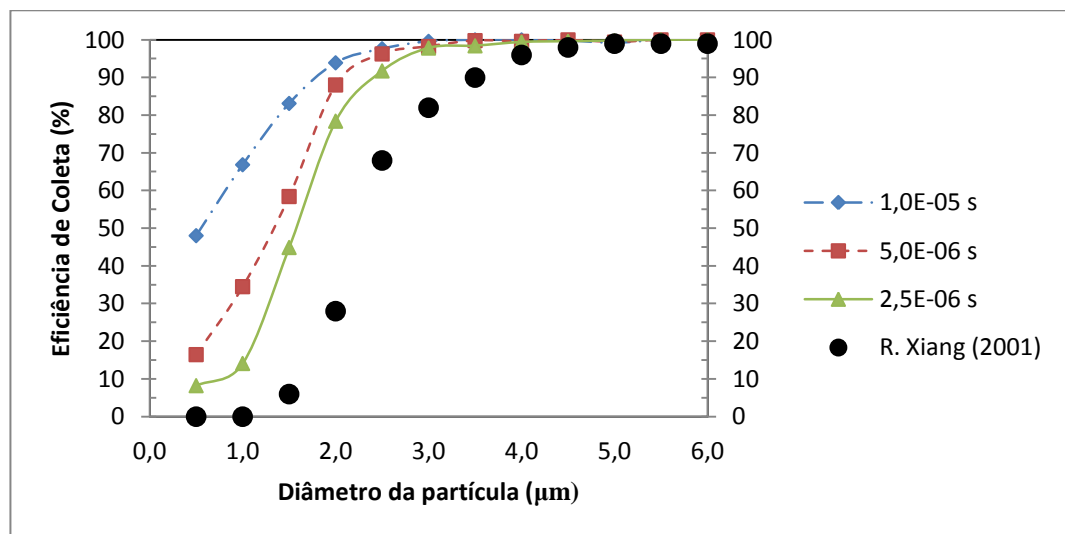


Figura 4.81: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração de Euler. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de  $1,0 \times 10^{-5}$  s.

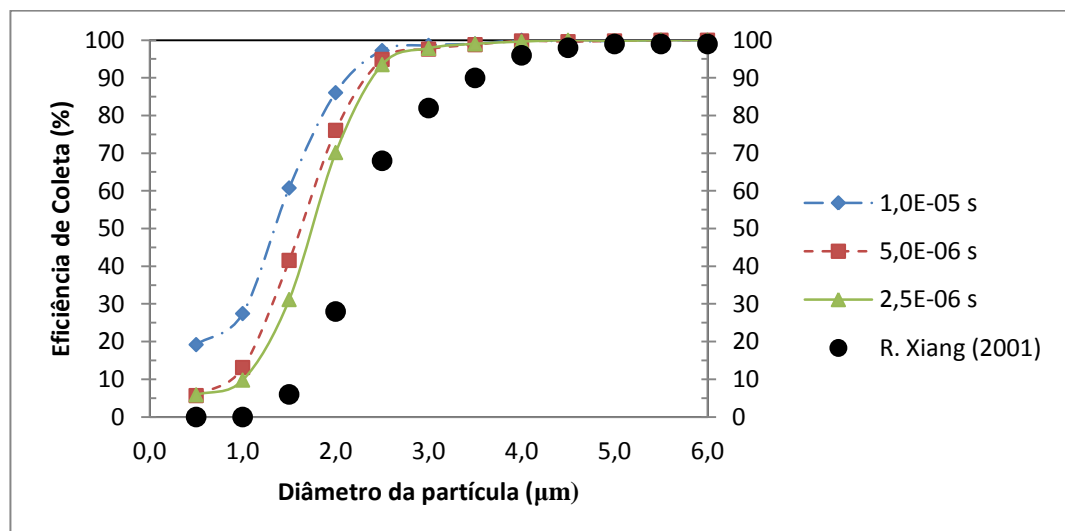


Figura 4.82: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração Trapezoidal. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de  $1,0 \times 10^{-5}$  s.

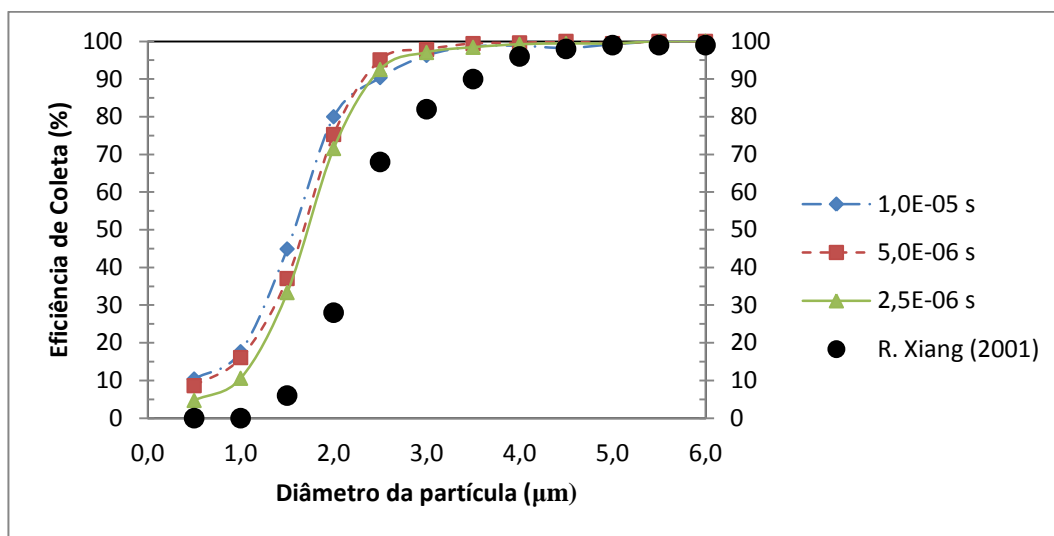


Figura 4.83: Influência da utilização de sub-passos de tempo no esquema de integração Analítico. O passo de tempo utilizado para o fluido foi de 1,0E-05 s.

Com o objetivo de facilitar a comparação, as mesmas curvas apresentadas nas Figs. 4.81, 4.82 e 4.83 são reapresentadas abaixo, mostrando a comparação direta entre os métodos de integração para cada passo de tempo utilizado para fase particulada. Observa-se que os resultados que mais se aproximam dos dados experimentais são obtidos com esquema Analítico e a utilização de 4 sub-passos de tempo (passo de tempo de  $2,5 \times 10^{-6}$  s para a fase dispersa). Ressalta-se aqui que não se utilizou um número maior de sub-passos de tempo porque nenhuma diferença foi encontrada nos mesmos empregando 4, 8 e 12 sub-passos.

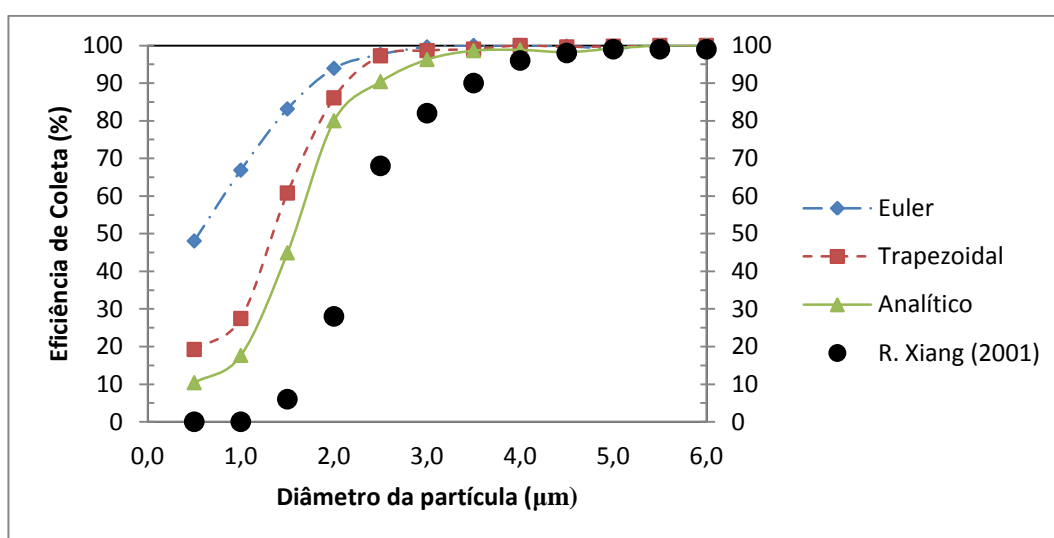


Figura 4.84: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua e da fase dispersa iguais a 1,0E-05 s.

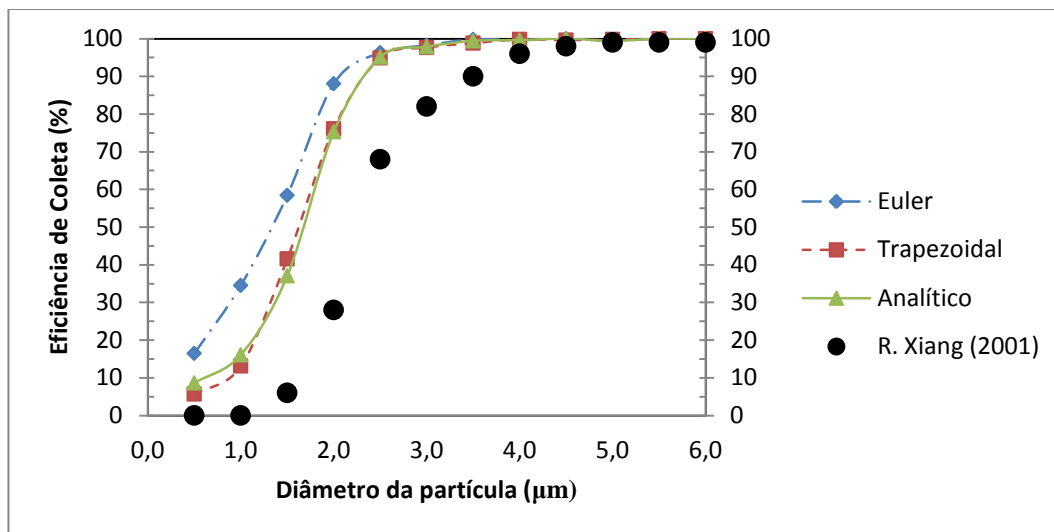


Figura 4.85: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua de  $1,0\text{E-}05$  s e da fase dispersa de  $5,0\text{E-}06$  s.

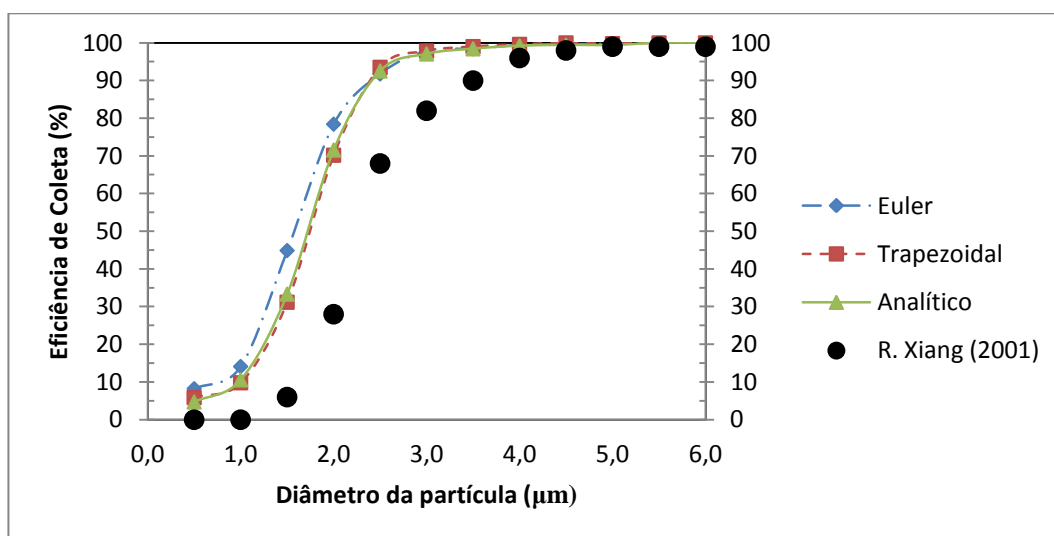


Figura 4.86: Comparação da eficiência de coleta obtida com os diferentes esquemas de integração. Passo de tempo da fase contínua de  $1,0\text{E-}05$  s e da fase dispersa de  $2,5\text{E-}06$  s.

Outro fator importante a ser considerado é a resolução espacial, onde em estudo prévio observou-se que ao refinar a malha de 380.000 elementos para aproximadamente 450.000 elementos, houve uma aproximação dos resultados numéricos em relação aos dados experimentais. Estes resultados sugerem que uma malha ainda mais fina deva ser utilizada, futuramente, para se analisar a independência dos resultados obtidos para a eficiência de coleta em relação à resolução espacial utilizada, como mostrado na Fig. 4.87.

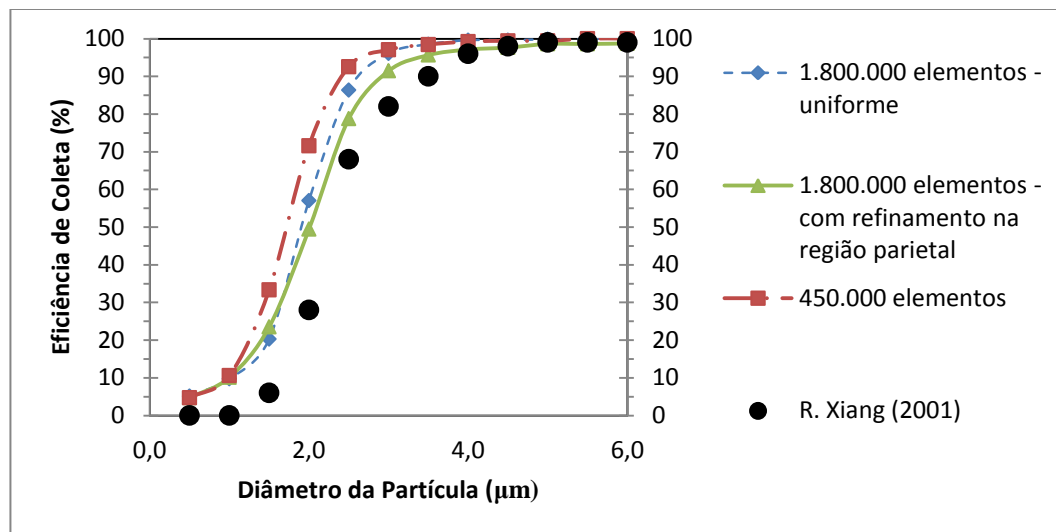


Figura 4.87. Eficiência de coleta em função da malha utilizada.

Em todas as simulações acima, o esquema analítico de integração temporal foi utilizado nas equações da fase dispersa. O modelo de turbulência utilizado foi o dinâmico sub-malha, com passo de tempo de  $5 \times 10^{-6}$  s para o fluido e  $1,25 \times 10^{-6}$  s para as partículas.

Estudos prévios também mostraram que a modelagem da turbulência é extremamente importante na predição da eficiência de coleta, como pode ser visto na Fig. 4.88. O escoamento em ciclones é caracterizado por altos níveis de flutuação das velocidades, como pôde ser verificado pelos altos valores das velocidades RMS nos ciclones investigados. É importante notar que quanto menor for o número de Stokes, Eq. (4.3), das partículas analisadas, maior deverá ser a importância das flutuações de velocidade em seu comportamento. O número de Stokes e tempo de relaxação, Eq. (4.4), das partículas simuladas neste estudo são mostrados, como função do diâmetro da partícula, na Tabela 4.5.

Os resultados apresentados na Fig. 4.88 foram obtidos com a malha de 380.000 elementos, ao se utilizar malhas mais finas as curvas obtidas com o modelo dinâmico sub-malha e com o modelo de Yakhot et al. (1986) devem se sobrepor.



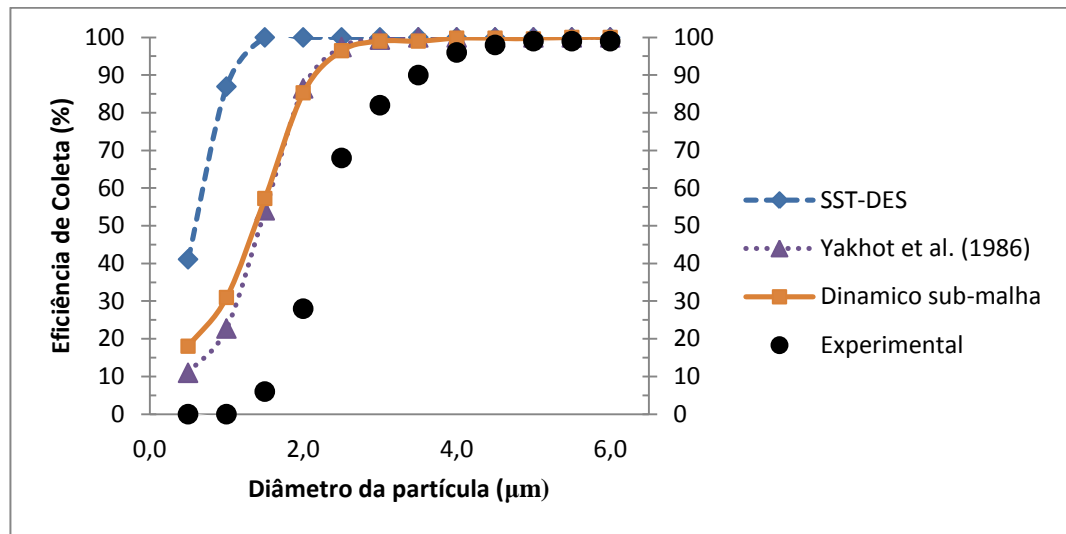


Figura 4.88: Efeito do modelo de turbulência na eficiência de coleta. Obtidos com a malha de 380.000 elementos e passo de tempo de  $1 \times 10^{-5}$  s, sem a utilização de sub-passos para a fase dispersa.

Tabela 4.5: Número de Stokes e tempo de relaxação das partículas como função do diâmetro.

Diâmetro da partícula (m)	Número de Stokes	Tempo de relaxação (s)
5,00E-07	2,75E-04	8,01E-07
1,00E-06	1,10E-03	3,21E-06
1,50E-06	2,48E-03	7,21E-06
2,00E-06	3,66E-03	1,28E-05
2,50E-06	6,89E-03	2,00E-05
3,00E-06	9,92E-03	2,88E-05
3,50E-06	1,35E-02	3,93E-05
4,00E-06	1,76E-02	5,13E-05
4,50E-06	2,23E-02	6,49E-05
5,00E-06	2,75E-02	8,01E-05
5,50E-06	3,33E-02	9,70E-05
6,00E-06	3,97E-02	1,15E-04

As Eqs. (4.3) e (4.4) são apresentadas conforme [Svarovsky \(1984\)](#):

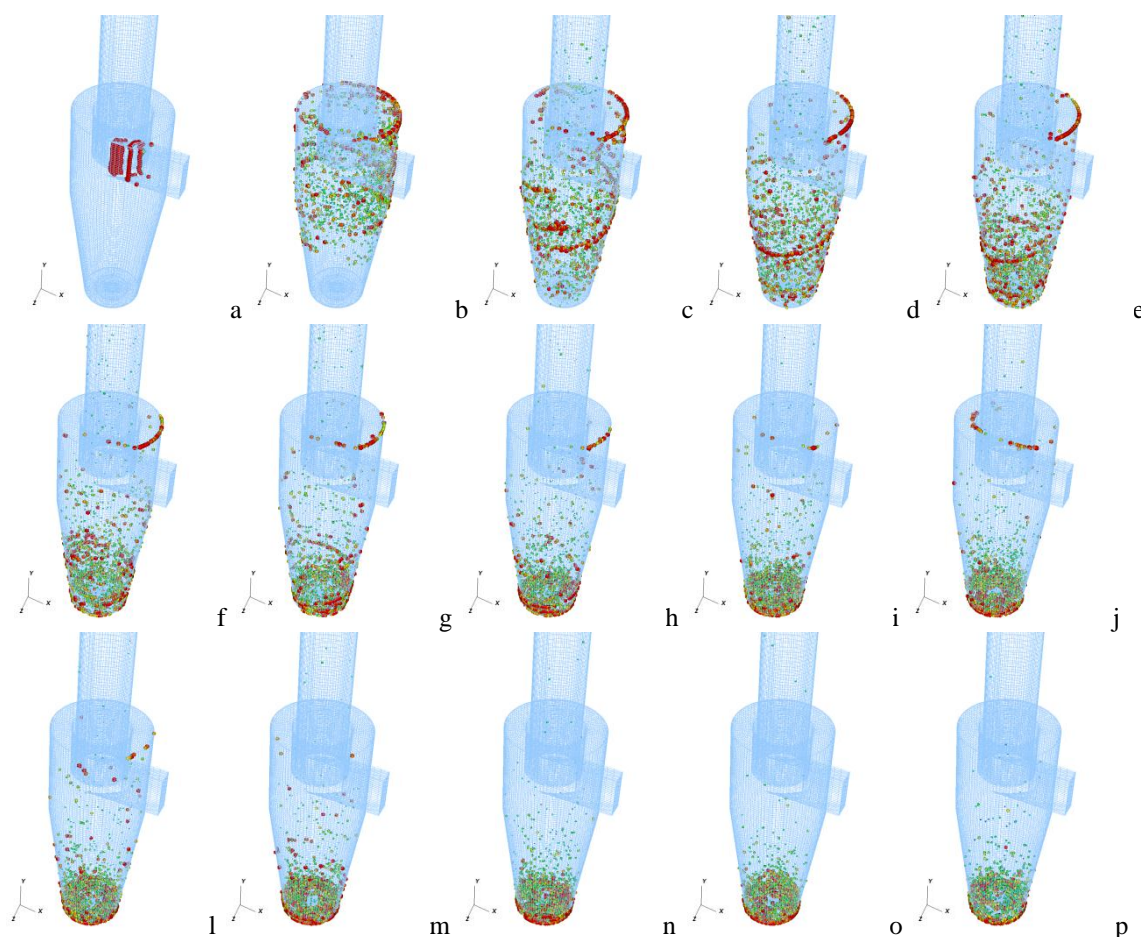
$$S_{tk} = \frac{(\rho_p - \rho)(d_p^2 u)}{18\mu D} \quad (4.3)$$

onde, D é o diâmetro do ciclone.

$$\tau_p^* = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu} \quad (4.4)$$

#### 4.3.5.4 Análise da trajetória das partículas no interior do ciclone

A Fig. 4.89 traz uma série de imagens, retiradas em instantes diferentes, do escoamento das partículas no interior do ciclone, evidenciando o comportamento dinâmico das mesmas, e possibilitando a identificação um comportamento comum, característico do escoamento em ciclones. Como parte deste escoamento comum, destaca-se a formação de um “anel” formado por um conjunto de partículas que fica circulando junto à junção da parede lateral com o topo do ciclone por um longo período de tempo, Fig. 4.88“b” até “j”. Também é clara a formação das espirais descendentes junto à parede, sobretudo para as maiores partículas, Fig. 4.88“b” até “h”.



**Figura 4.89:** Imagens instantâneas das posições das partículas. Simulação realizada com o modelo de turbulência de Yakhot et al. (1986) em uma malha numérica com aproximadamente 380.000 elementos. Nesta simulação as partículas somente deixaram o ciclone pelo duto de *overflow*. O tempo físico de cada imagem é: a - 0,01 s; b - 0,1 s; c - 0,2 s; d - 0,3 s; e - 0,4 s; f - 0,5 s; g - 0,6 s; h - 0,7 s; i - 1,0 s; j - 1,07 s; l - 1,5 s; m - 2,5 s; n - 3,0 s; o - 5,0 s; p - 7,5 s.

#### 4.3.6 Efeito do duto de saída no escoamento e na eficiência do ciclone

Na maior parte dos trabalhos encontrados na literatura aberta referentes à simulação numérica de separadores ciclônicos, o duto de saída é representado por um duto reto curto, diferindo consideravelmente do aparato experimental, onde normalmente um duto relativamente longo seguido de uma curva é utilizado. [Schmidt et al. \(2004\)](#), mostrou em seu trabalho que o comprimento do duto de saída pode influenciar consideravelmente o escoamento dentro do ciclone, mas suas simulações consideraram somente o escoamento monofásico. Como parte de um estudo para caracterizar a importância do comprimento e forma do duto de saída na simulação de ciclones, foi realizada uma série de simulações numéricas. Embora este estudo ainda não esteja completo, alguns resultados são apresentados na sequência.

##### 4.3.6.1 Apresentação do estudo realizado

Foram realizadas 27 simulações, onde o principal objetivo foi a compreensão do efeito da forma e comprimento do duto de saída na eficiência de coleta do ciclone. Nestas simulações foram testados quatro comprimentos diferentes para o duto de *overflow*, três curvas de 90 graus com raio de curvatura e posições diferentes e duas curvas de 180° com raios de curvatura diferentes. A definição do comprimento do duto de *overflow*,  $L_{do}$ , e da posição considerada como início da curva, utilizadas aqui podem ser vistas na Fig. 4.90.

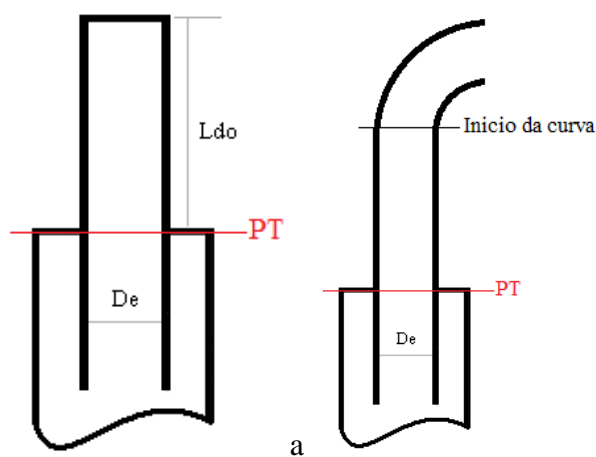


Figura 4.90. (a) Definição do comprimento do duto de *overflow*. (b) definição do ponto de início da curva do duto de saída.

Para facilitar o entendimento dos testes realizados, os mesmos estão dispostos na Tab. 4.6.

**Tabela 4.6. Descrição dos casos simulados para análise dos efeitos do duto de saída.**

	Nomenclatura	Ldo [m]	Ângulo da curva [°]	Raio de curvatura [m]	Início da curva [m]
1	IntDuct_180_1	0,073	180	0,0155	0
2	IntDuct_180_2	0,073	180	0,02325	0
3	IntDuct_VSC1	0,073	90	0,0155	0
4	IntDuct_VSC2	0,073	90	0,02325	0
5	IntDuct_VSC3	0,073	90	0,03875	0
6	IntDuct_SC1	0,073	90	0,0155	0,013
7	IntDuct_SC2	0,073	90	0,02325	0,013
8	IntDuct_SC3	0,073	90	0,03875	0,013
9	LongDuct_180_1	0,1046	180	0,0155	0
10	LongDuct_180_2	0,1046	180	0,02325	0
11	LongDuct_VSC1	0,1046	90	0,0155	0
12	LongDuct_VSC2	0,1046	90	0,02325	0
13	LongDuct_VSC3	0,1046	90	0,03875	0
14	LongDuct_SC1	0,1046	90	0,0155	0,013
15	LongDuct_SC2	0,1046	90	0,02325	0,013
16	LongDuct_SC3	0,1046	90	0,03875	0,013
17	LongDuct_LC1	0,1046	90	0,0155	0,043
18	LongDuct_LC2	0,1046	90	0,02325	0,043
19	LongDuct_LC3	0,1046	90	0,03875	0,043
20	ShortDuct	0,043	0	#	#
21	IntDuct	0,073	0	#	#
22	LongDuct	0,1046	0	#	#
23	VeryLongDuct	0,1346	0	#	#
24	ShortDuct_Cy1	0,043	0	#	#
25	IntDuct_Cy1	0,073	0	#	#
26	LongDuct_Cy1	0,1046	0	#	#
27	VeryLongDuct_Cy1	0,1346	0	#	#

Na Tab. 4.6, os casos que possuem terminação “Cy1” são referentes ao ciclone 1 (linhas 24 a 27), todos os outros casos são referentes ao ciclone 2. As terminações VSC, SC e LC são referentes a posição onde a curva do duto de saída se inicia:

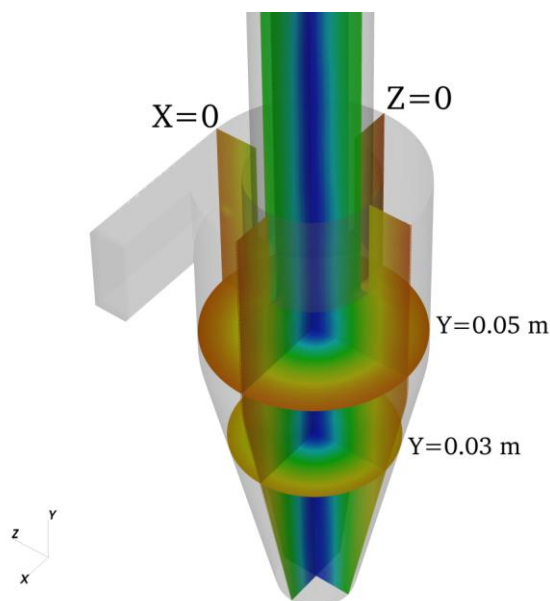
- VSC: a curva se inicia no plano referente ao topo do ciclone, o qual é definido pela linha "PT" na Fig. 4.90;
- SC: a curva se inicia a 0,013 m do plano referente ao topo do ciclone;

- LC: a curva do duto de saída se inicia a 0,043 m do plano referente ao topo do ciclone.

A malha computacional utilizada para cada ciclone foi mantida constante, ou seja, tanto o número de elementos quanto o espaçamento entre os mesmos não sofreu nenhuma modificação dentro do corpo do ciclone, logo as únicas modificações de uma malha para a outra ocorreram no duto de saída. Trabalhando desta forma espera-se minimizar a influência da malha computacional de uma simulação para a outra. O número de elementos variou de aproximadamente 450.000 elementos, para o ciclone duto curto reto (caso 20 na Tab. 4.6), à aproximadamente 650.000 elementos para o ciclone com duto muito longo reto (caso 27 na Tab. 4.6). Em todas as malhas optou-se por utilizar somente elementos hexaédricos, devido a menor difusão numérica associada a estes.

Os resultados para eficiência de coleta obtidos em cada simulação são comparados com dados experimentais de [R. Xiang et al. \(2001\)](#). Infelizmente não é possível reproduzir exatamente as condições do experimento, uma vez que informações adicionais sobre o duto de saída não foram fornecidas no trabalho experimental. Dados referentes a fase gasosa, como perfis de velocidade também não são apresentados no trabalho de R. Xiang et al. (2001), no entanto, como parte do estudo desenvolvido aqui, os perfis de velocidade média e RMS e perfis de pressão média e RMS foram analisados nas seguintes posições, conforme Fig. 4.91:

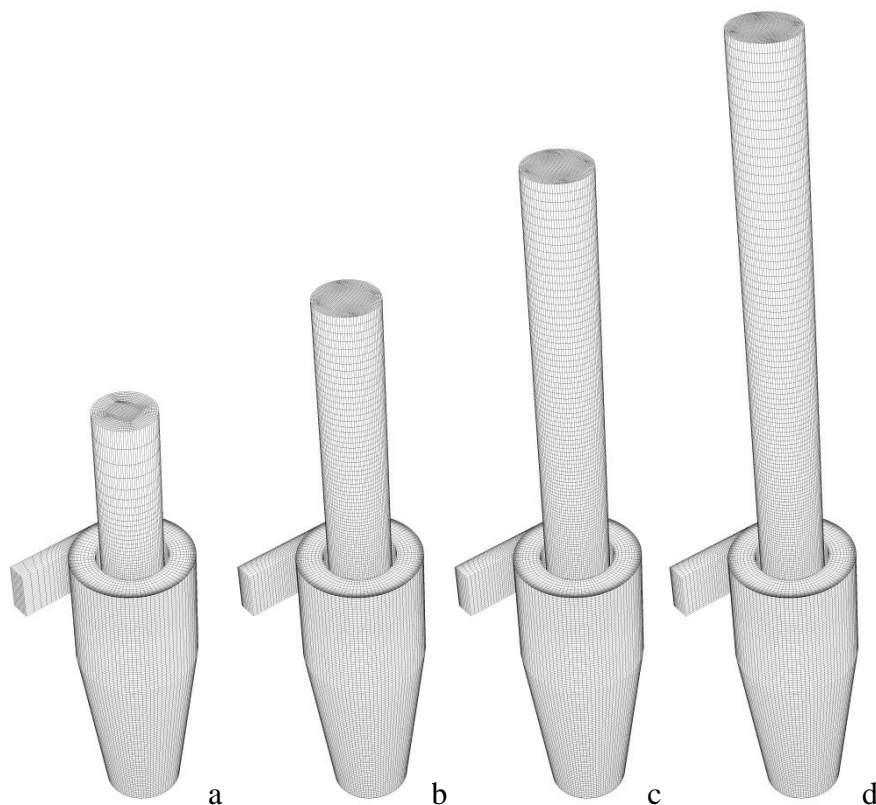
- Plano  $x = 0$ : em  $y = 0.03$  m e  $y = 0.05$  m;
- Plano  $z = 0$ : em  $y = 0.03$  m e  $y = 0.05$  m.



**Figura 4.91.** Posição dos planos onde os perfis de velocidade e pressão foram analisados.

#### 4.3.6.2 Análise do efeito do comprimento do duto

A Fig. 4.92 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 24-27 da Tab. 4.6.



**Figura 4.92.** Malhas utilizadas nas simulações 24 (a), 25 (b), 26 (c) e 27 (d) da Tab. 4.6.

Observando os gráficos apresentados na Fig. 4.93, nota-se que ao se aumentar o comprimento do duto de saída do ciclone de 0,043 à 0,1046 m (ShortDuct\_Cy1 – LongDuct\_Cy1) a eficiência de coleta numérica se aproxima mais dos dados experimentais; no entanto aumentando-se mais o comprimento duto, 0,1346 m (VeryLongDuct\_Cy1), a curva de eficiência se afasta um pouco da curva experimental, reincidindo sobre a curva obtida para o duto intermediário.

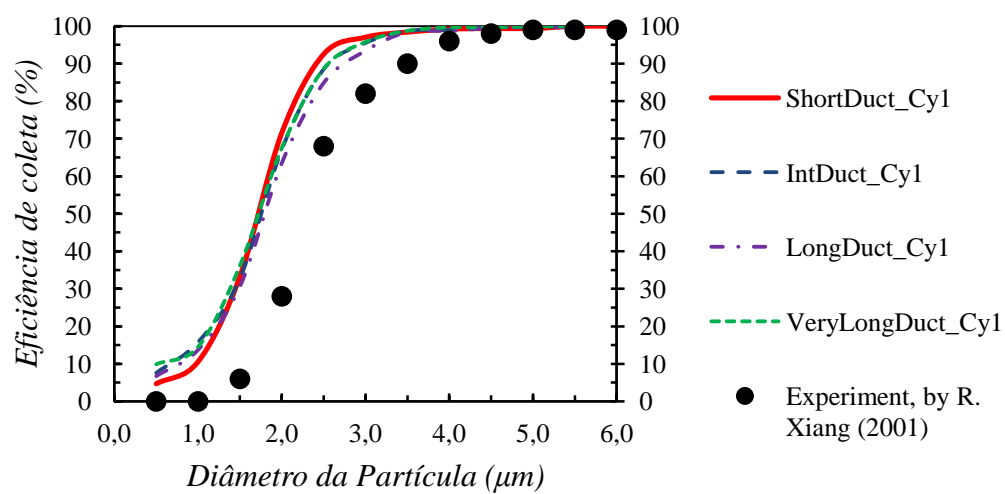


Figura 4.93. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 24-27 da Tab. 4.6 com dados experimentais para eficiência de coleta do ciclone1.

A Fig. 4.94 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 20-23 da Tab. 4.6.

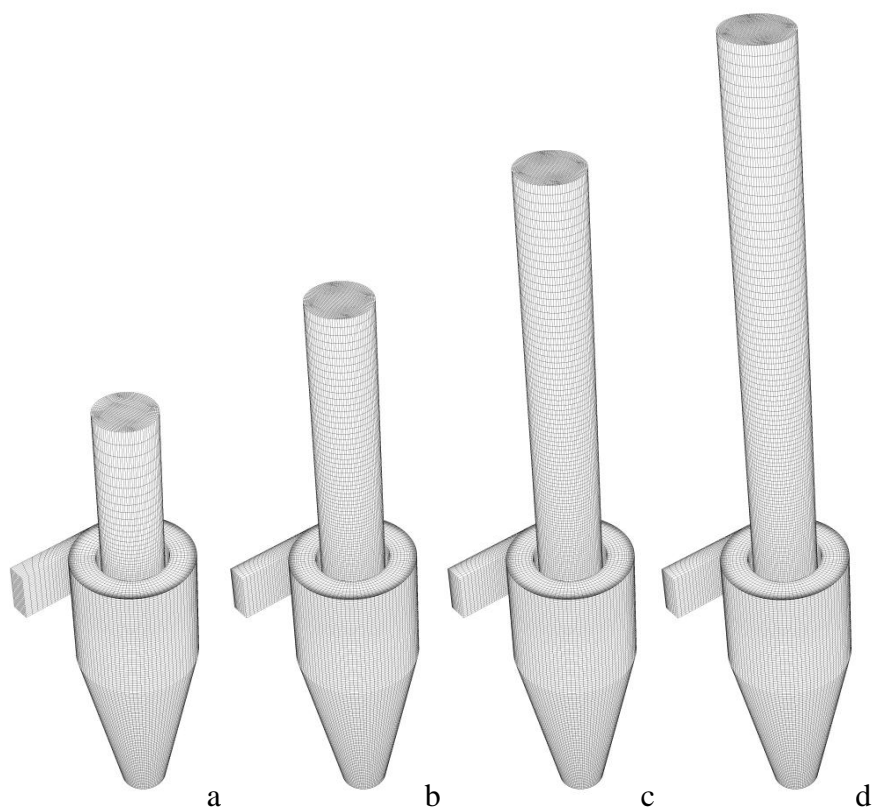


Figura 4.94. Malhas utilizadas nas simulações 20 (a), 21 (b), 22 (c) e 23 (d) da Tab. 4.6.

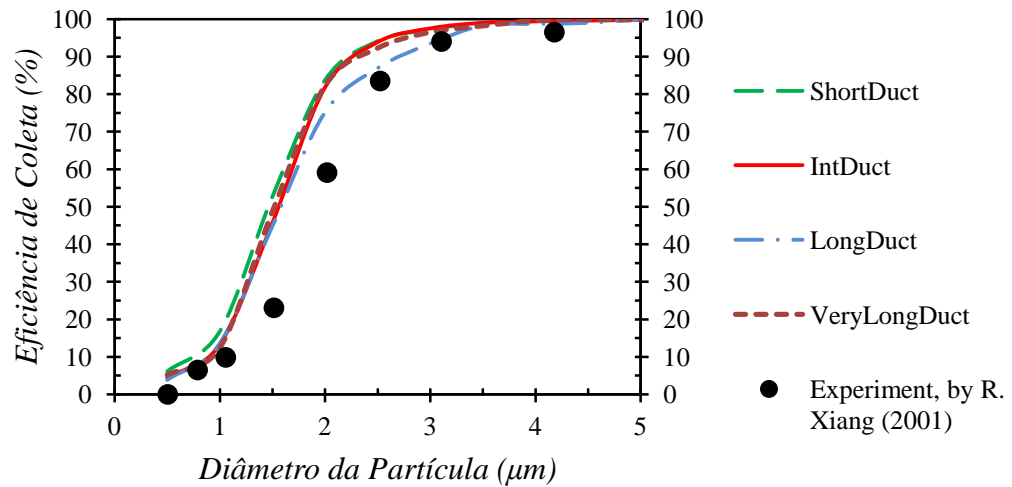


Figura 4.95. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 20-23 da Tab. 4.6 com dados experimentais.

Observando a Fig. 4.95, nota-se exatamente o mesmo comportamento observado na Fig. 4.93; portanto o comportamento da eficiência de coleta em relação ao comprimento do duto de saída se apresentou de forma semelhante para os dois ciclones simulados. Para tentar entender este comportamento, os perfis de velocidade média e RMS axial, tangencial e radial, assim como os perfis de pressão média e RMS, nas posições indicadas na Fig. 4.91, são apresentados abaixo.

- PLANO X=0

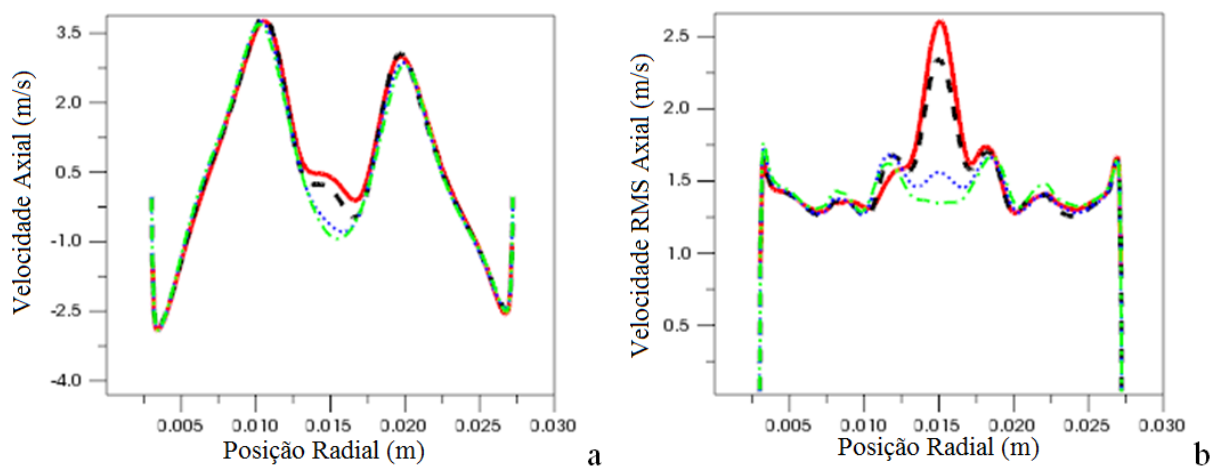


Figura 4.96. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano X=0 m e Y=0,03 m. Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.94 b); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).



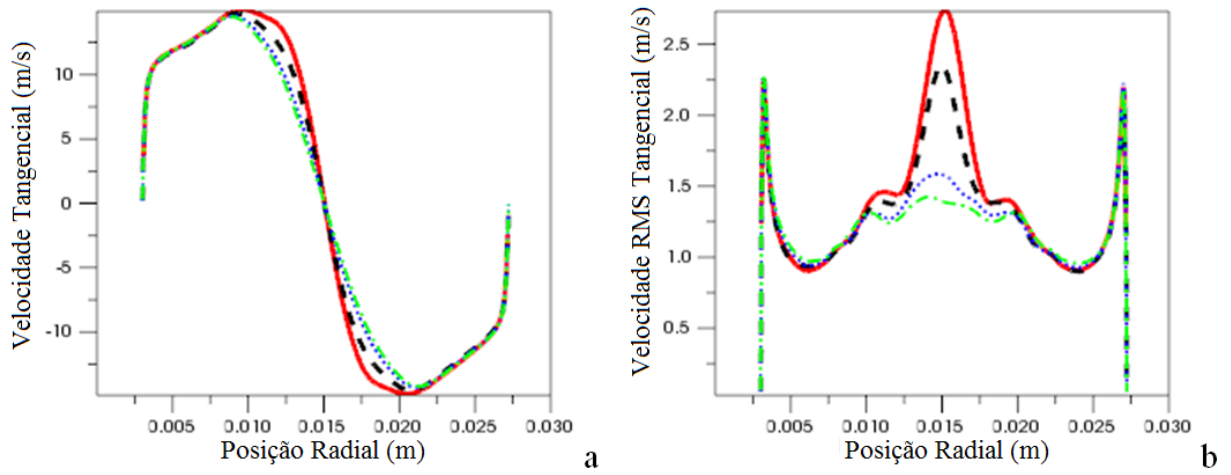


Figura 4.97. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

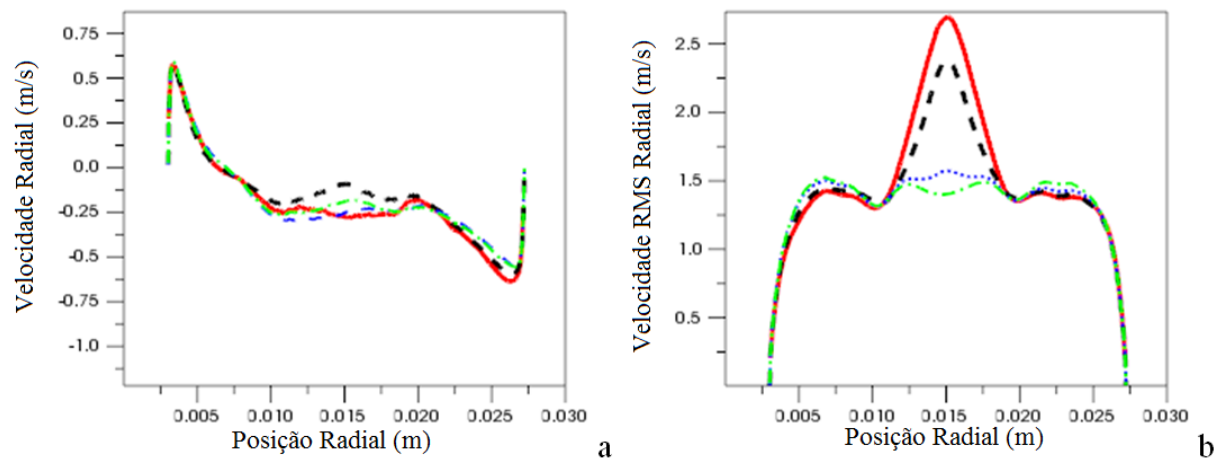


Figura 4.98. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

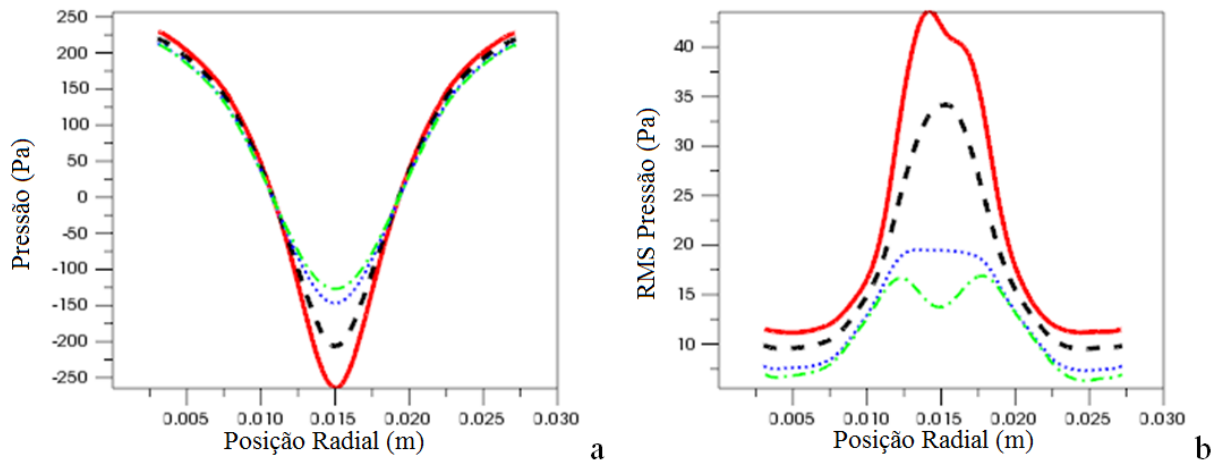


Figura 4.99. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

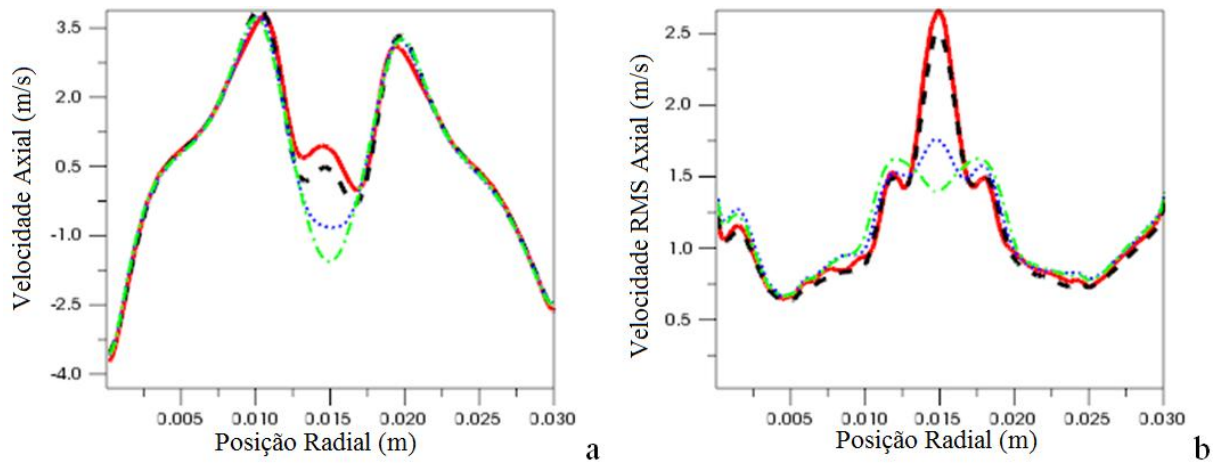


Figura 4.100. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,05$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

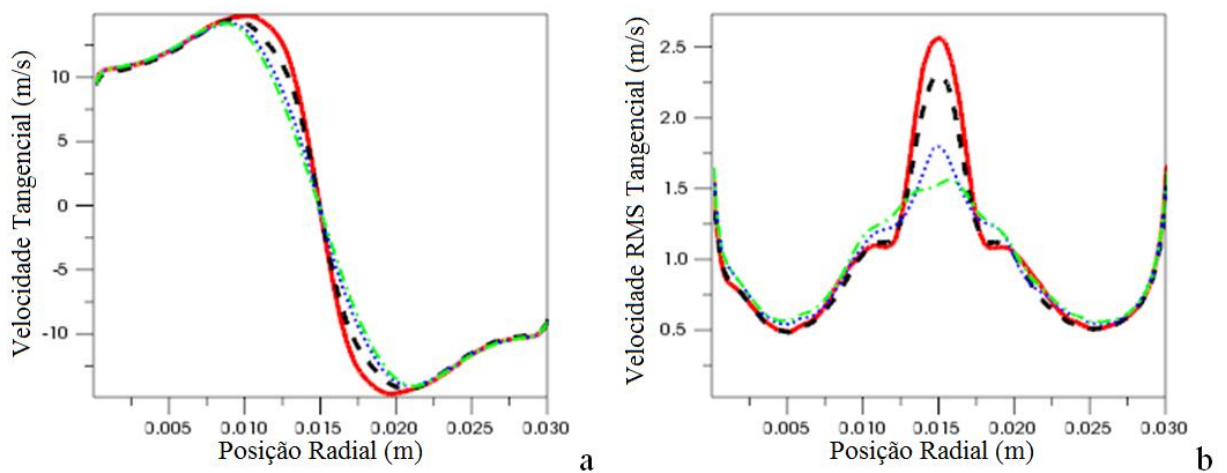


Figura 4.101. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,05$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

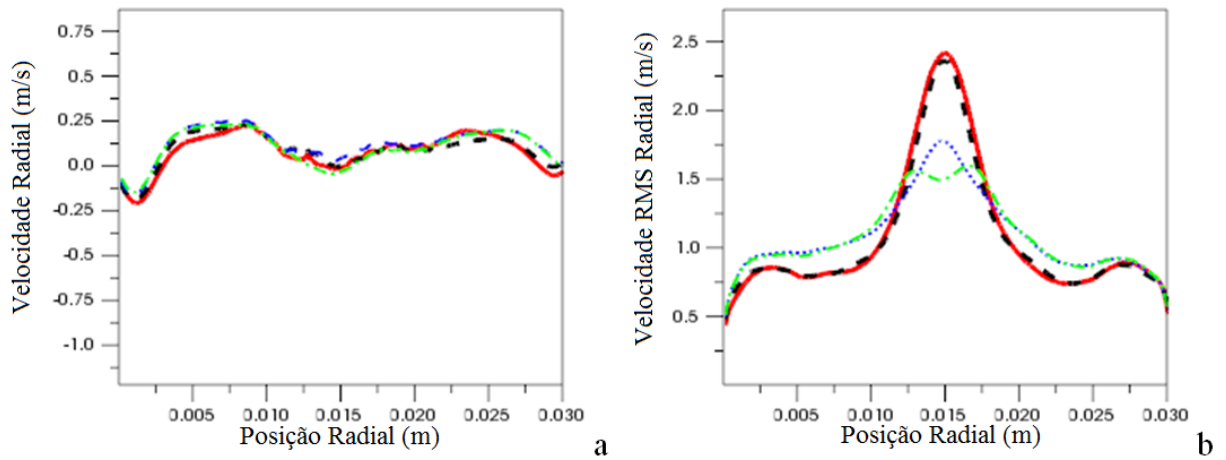


Figura 4.102. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,05$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

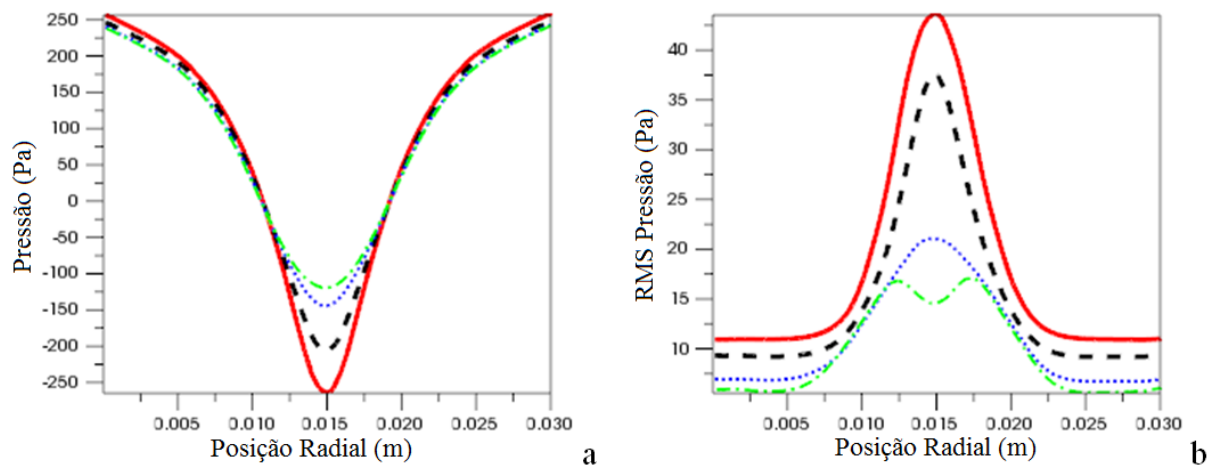


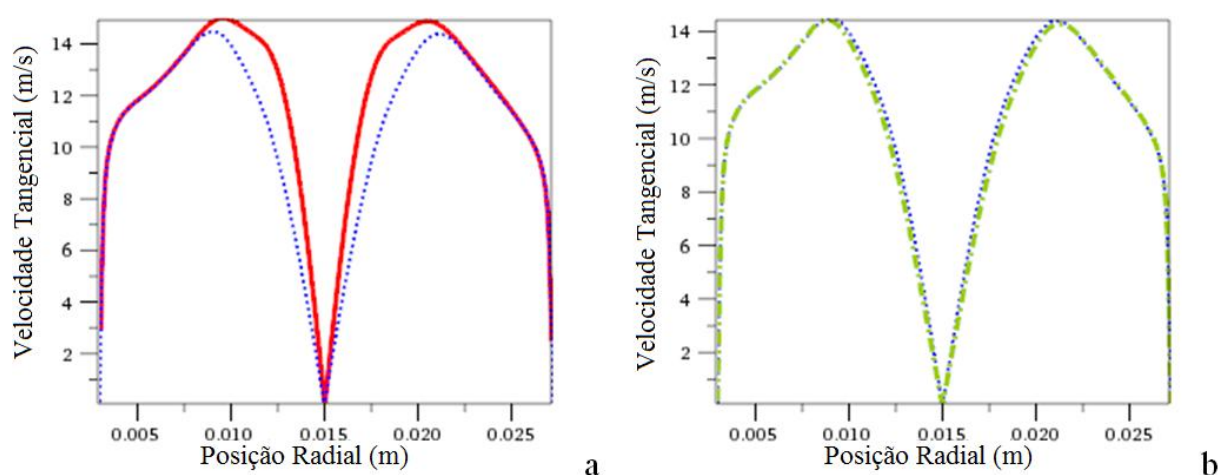
Figura 4.103. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,05$  m. Para legenda, ver Fig. 4.96.

Observando os perfis de velocidade axial média, Figs. 4.96 (a) e 4.100 (a), nota-se que nas simulações com o duto curto e intermediário existe uma tendência a um terceiro pico de velocidade axial na posição central do ciclone (posição radial 0,015 m), enquanto que nas simulações com o duto longo e muito longo esta tendência não aparece e a reversão do movimento axial nesta posição ocorre como o esperado. Nas demais posições radiais do ciclone, fora da posição central, os valores preditos para a velocidade axial são praticamente os mesmos para todos os comprimentos de duto de saída testados. Acredita-se que a presença do terceiro pico de velocidade axial na região central deste ciclone seja um efeito puramente

numérico. No entanto, este aumento da velocidade axial média faz com que as partículas que por ventura passem nesta região sejam carreadas mais rapidamente para o *overflow*.

Considerando os perfis de velocidade RMS axial, Figs. 4.96 (b) e 4.100 (b), fica evidente que a medida que o comprimento do duto simulado aumenta o valor do pico de velocidade RMS axial diminui, até apresentar uma pequena depressão na região central para o caso do duto muito longo. Isto implica em uma rápida variação da velocidade axial, ao longo do tempo, nas simulações com o duto curto e intermediário. Estas flutuações tendem, por sua vez, a dificultar (no sentido da velocidade média) o movimento da partícula na direção axial, de forma que, embora, na média o movimento do fluido nesta região seja direcionado para cima com uma dada velocidade, ao longo do tempo existirão variações, as quais podem inclusive levar a reversão do sentido axial em determinados momentos, prolongando assim o tempo de permanência das partículas dentro do ciclone.

Os perfis de velocidade tangencial média, Figs. 4.97 (a) e 4.101 (a), apresentam uma característica muito interessante: o núcleo do vórtice predito nas simulações com duto curto e intermediário é mais estreito do que o previsto nas outras simulações. Isto indica que quanto menor o comprimento do duto simulado, para este ciclone, maior será a região do ciclone sob o efeito de um forte campo de velocidade tangencial, como indicado na Fig. 4.104 (a). A partir de um dado comprimento, este efeito parece estabilizar, e a largura do vórtice se torna constante em relação ao comprimento do duto de saída, como mostrado na Fig. 4.104 (b).



**Figura 4.104.** Módulo da velocidade tangencial em função do comprimento do duto de overflow. Variação do perfil com o comprimento do duto de saída (a). Perfil constante em relação ao comprimento do duto de saída (b). Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).

Avaliando somente a Fig. 4.104, esperar-se-ia que o ciclone com duto curto, Fig. 4.104 (a), apresentasse uma maior eficiência de coleta, sobretudo para partículas com diâmetro superior ao diâmetro de corte (as quais sofrem os efeitos do campo centrífugo de forma mais intensa), e que os ciclones com duto longo e muito longo, Fig. 4.104 (b), apresentassem curvas de eficiência de coleta praticamente iguais. No entanto, ao analisar-se o escoamento em ciclones, deve-se sempre ter em mente que não somente o campo centrífugo médio, mas também suas flutuações, devido a intensa turbulência, são de extrema importância, ou seja, o efeito de separação em um ciclone é resultado de uma competição entre a velocidade tangencial e a turbulência, onde a primeira age no sentido de aumentar a eficiência de coleta e a segunda age, de forma geral, diminuindo a eficiência de coleta ([Hoffmann e Stein, 2008](#)).

As Fig. 4.98 e 4.102 trazem os perfis de velocidade radial média e RMS nos planos  $Y=0,03$  m e  $Y=0,05$  m, respectivamente. Observa-se que a magnitude da velocidade radial é cerca de 28 vezes menor do que a da velocidade tangencial (considerando os picos de velocidade) no plano  $Y=0,03$  m e cerca de 56 vezes menor no plano  $Y=0,05$  m. Portanto, as diferenças encontradas nos perfis de velocidade radial média são desprezíveis, e provavelmente não influenciam a eficiência de coleta. Entretanto, ao observar os perfis RMS de velocidade radial, nota-se a mesma tendência observada anteriormente para as velocidades RMS axial e tangencial, as simulações com duto curto e intermediário apresentam picos de velocidade RMS radial consideravelmente maiores, na região central do ciclone (posição radial 0,015 m) do que as simulações com duto longo e muito longo, sendo que nas demais posições radiais os perfis RMS se aproximam bastante em todas as simulações.

- PLANO  $Z=0$

Abaixo são apresentados os perfis de velocidade axial e tangencial, média e RMS, e os perfis de pressão média e RMS, obtidos nas posições axiais 0,03 e 0,05 m, no plano  $Z = 0$  m, conforme indicado na Fig. 4.91.

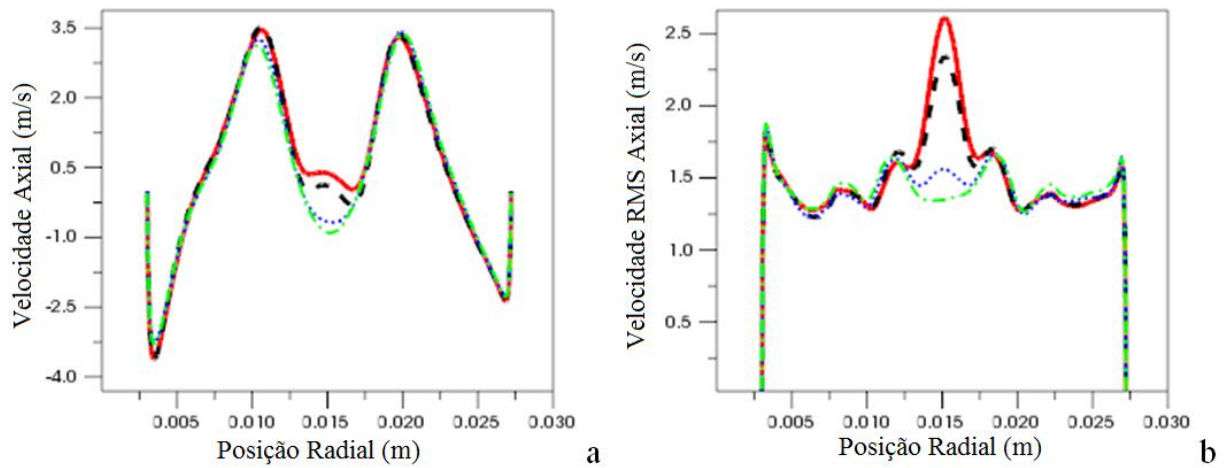


Figura 4.105. Comparação dos perfis de velocidade axial média (a) e RMS (b), no plano  $Z=0$  m e  $Y=0,03$  m. Linha contínua, ciclone com duto curto "ShortDuct" (Fig. 4.94 a); linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.94 b); pontos, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.94 c); traço e ponto, ciclone com duto muito longo "VeryLongDuct" (Fig. 4.94 d).

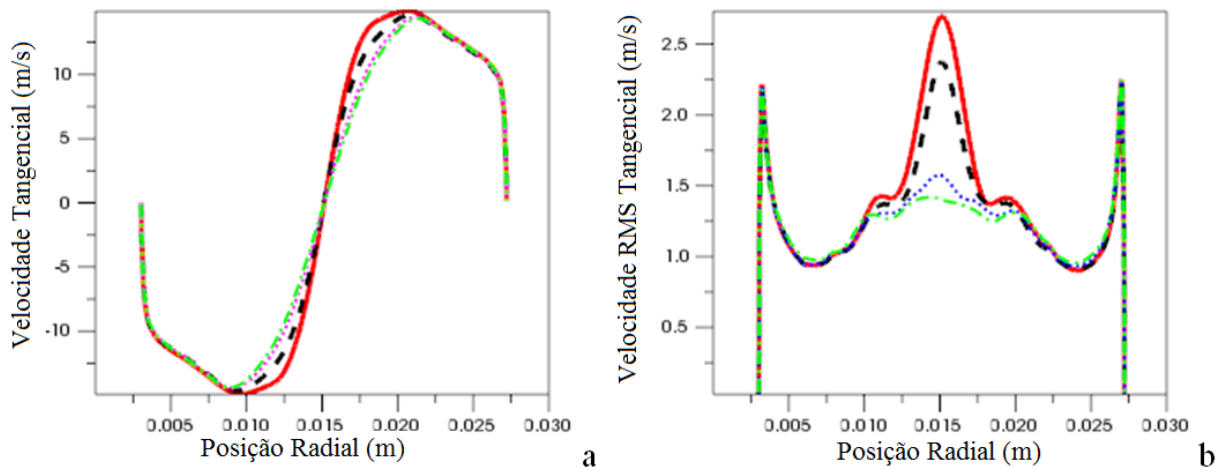


Figura 4.106. Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano  $Z=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.105.

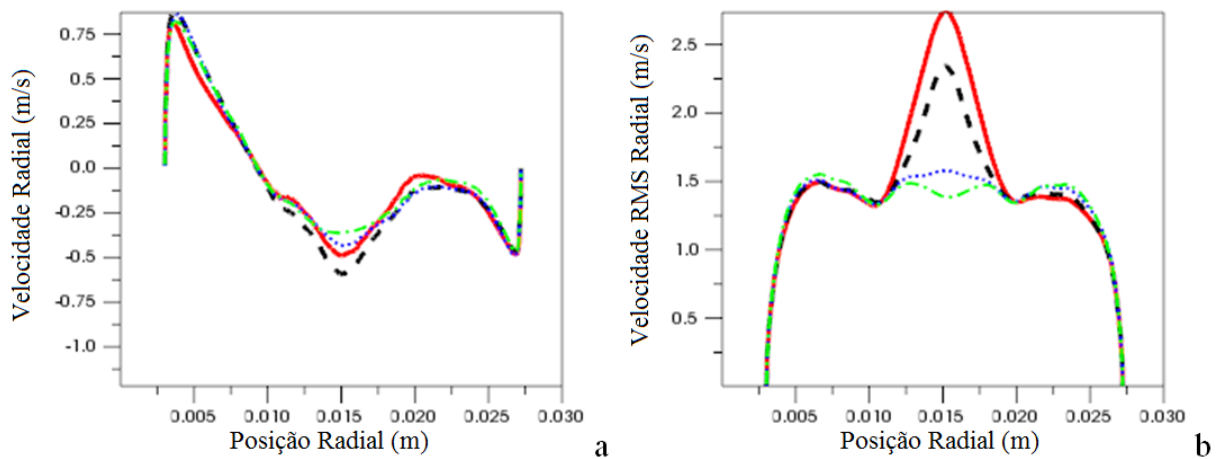


Figura 4.107. Comparação dos perfis de velocidade radial média (a) e RMS (b), no plano  $Z=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.105.

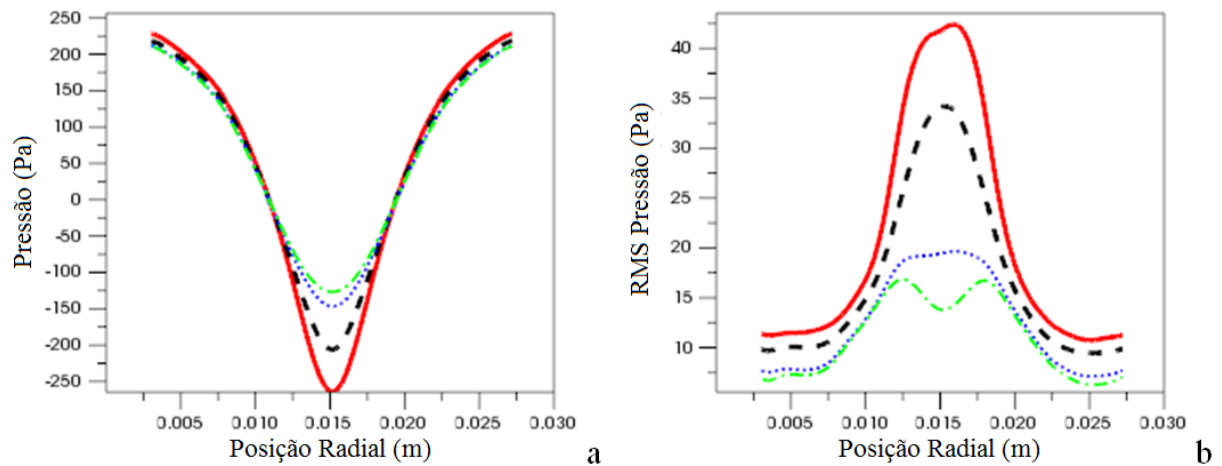
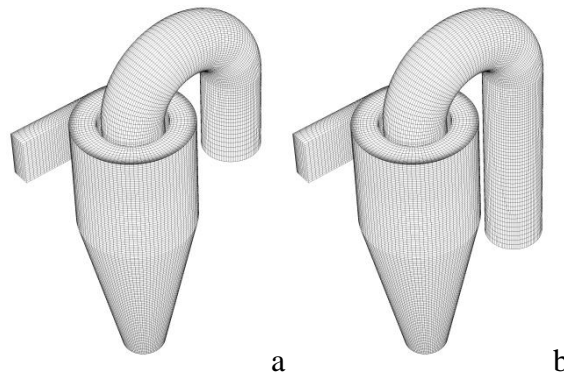


Figura 4.108. Comparação dos perfis de pressão média (a) e RMS (b), no plano  $Z=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.105.

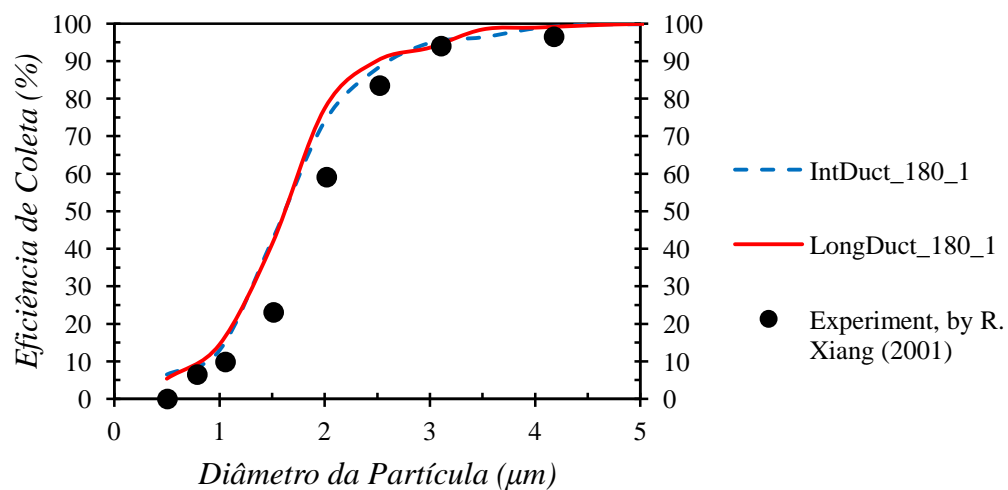
Observando as Figs. 4.105 a 4.108, é evidente que o comportamento encontrado na interseção dos planos  $Z=0$  e  $Y=0,03$  m é muito semelhante ao encontrado na interseção dos planos  $X=0$  e  $Y=0,03$  m, sendo que somente os perfis de velocidade radial média apresentam diferenças consideráveis (Figs. 4.98 e 4.107 na posição radial 0,015 m). No entanto, ao considerarmos a magnitude da velocidade radial média, pode-se desprezar tais alterações. De forma análoga, ao analisarmos os perfis de velocidade e pressão médios e RMS obtidos em  $Z=0$  e  $Y=0,05$  m (omitidos aqui), nota-se que os mesmos se comparam muito bem com os perfis obtidos para  $X=0$  e  $Y=0,05$  m. Portanto, comprova-se que embora o escoamento em ciclones seja inerentemente tridimensional, a análise feita anteriormente para o plano  $X=0$  m pode ser estendida para o plano  $Z=0$  m.



A Fig. 4.109 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 1 e 9 da Tab. 4.6.



**Figura 4.109.** Malhas utilizadas nas simulações 1 (a) e 9 (b) da Tab. 4.6.



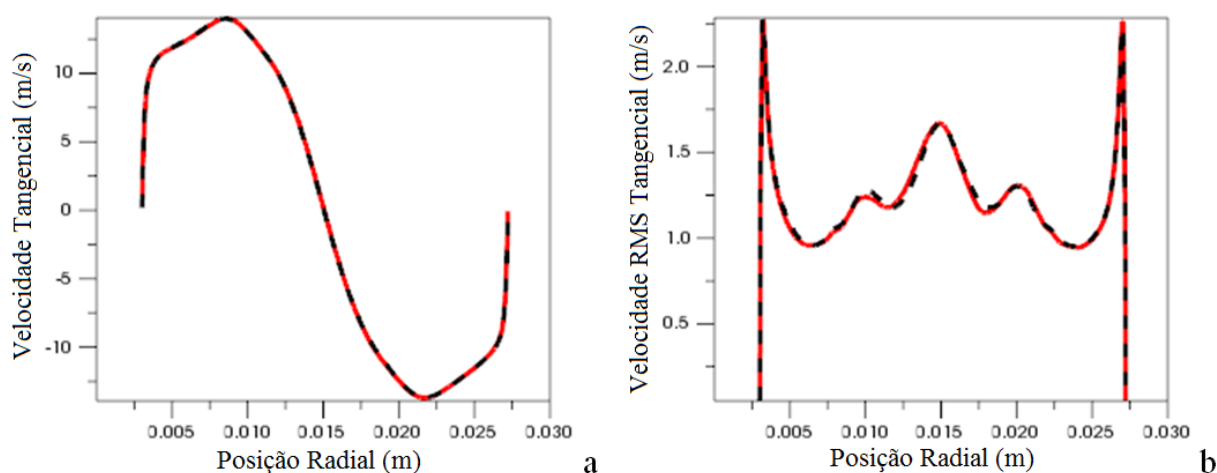
**Figura 4.110.** Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 1 e 9 da Tab. 4.6 com dados experimentais.

Observando a Fig. 4.110 nota-se que as curvas numéricas praticamente se sobrepõem, indicando que a variação, testada, no comprimento do duto não apresenta influência significativa no caso da curva de  $180^\circ$  com raio de curvatura 0,0155 m (que corresponde a duas vezes o raio do duto de saída). Observa-se também que a eficiência de coleta calculada se aproxima consideravelmente dos dados experimentais.

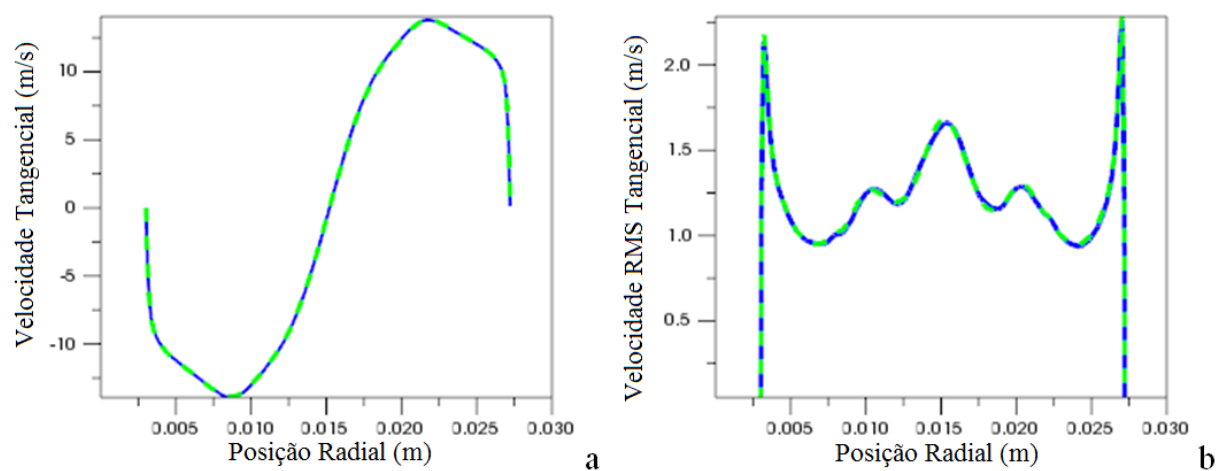
Os perfis de velocidade e pressão médios e RMS foram analisados em todas as posições indicadas na Fig. 4.91, nenhuma diferença significativa foi encontrada em nenhuma



das posições analisadas, sendo que neste caso todos os perfis se sobrepõem, como exemplificado nas Figs. 4.111 e 4.112 .



**Figura 4.111.** Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano  $X=0$  m e  $Y=0,03$  m. Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.109 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.109 b).



**Figura 4.112.** Comparação dos perfis de velocidade tangencial média (a) e RMS (b), no plano  $Z=0$  m e  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.111.

Isto também mostra que mesmo com um duto de saída com uma curva de  $180^\circ$  posicionada próxima ao ciclone, direcionada no plano  $Z=0$  m, o escoamento dentro deste ciclone em particular continua sendo simétrico (perfis de velocidade e pressão retirados no plano  $X=0$  m são praticamente iguais, considerando as mesmas posições axiais, aos perfis retirado no plano  $Z=0$  m).

A Fig. 4.113 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 2 e 10 da Tab. 4.6.

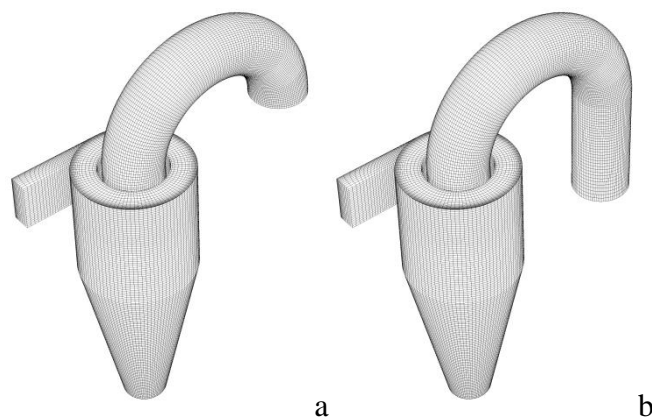


Figura 4.113. Malhas utilizadas nas simulações 2 (a) e 10 (b) da Tab. 4.6.

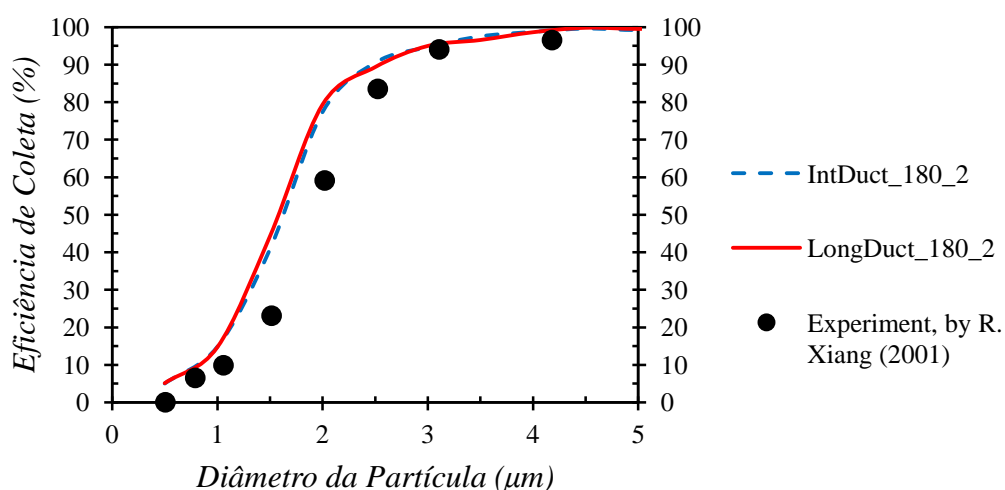


Figura 4.114. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 2 e 10 da Tab. 4.6 com dados experimentais.

Observando os gráficos apresentados na Fig. 4.114, verifica-se que o comportamento é o mesmo apresentado na Fig. 4.110. Ou seja, a eficiência de coleta também se torna independente do comprimento do duto testado no caso da curva de 180° com raio de curvatura 0,02325 m (que corresponde a três vezes o raio do duto de saída).

Neste caso, os perfis de velocidade e pressão médios também se sobrepõem, no entanto os perfis RMS de pressão passam a apresentar pequenas diferenças, como mostrado abaixo nas Figs. 4.115 e 4.116.

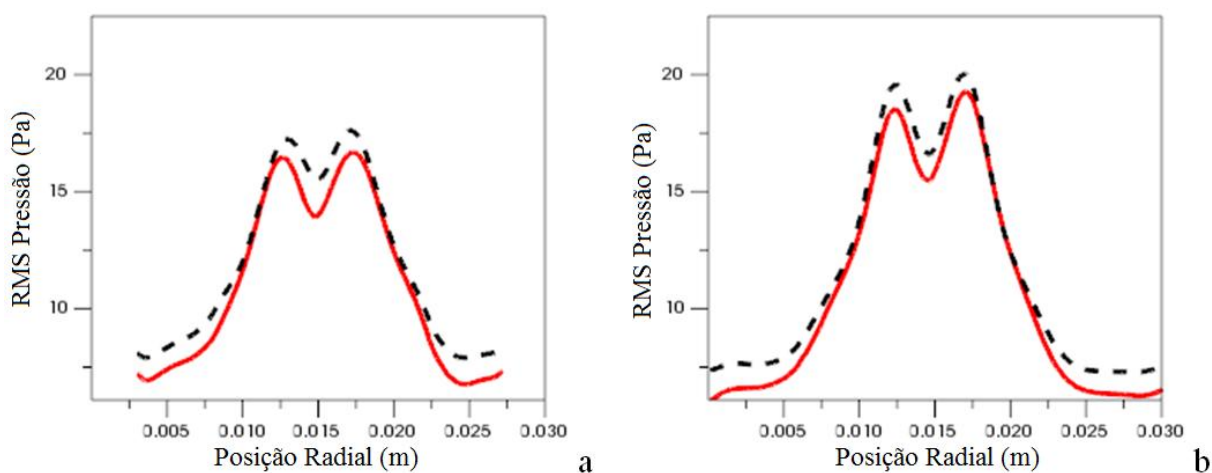


Figura 4.115. Perfis RMS de pressão no plano  $X=0$  e  $Y=0,03$  (a) e  $Y=0,05$  (b). Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.113 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.113 b).

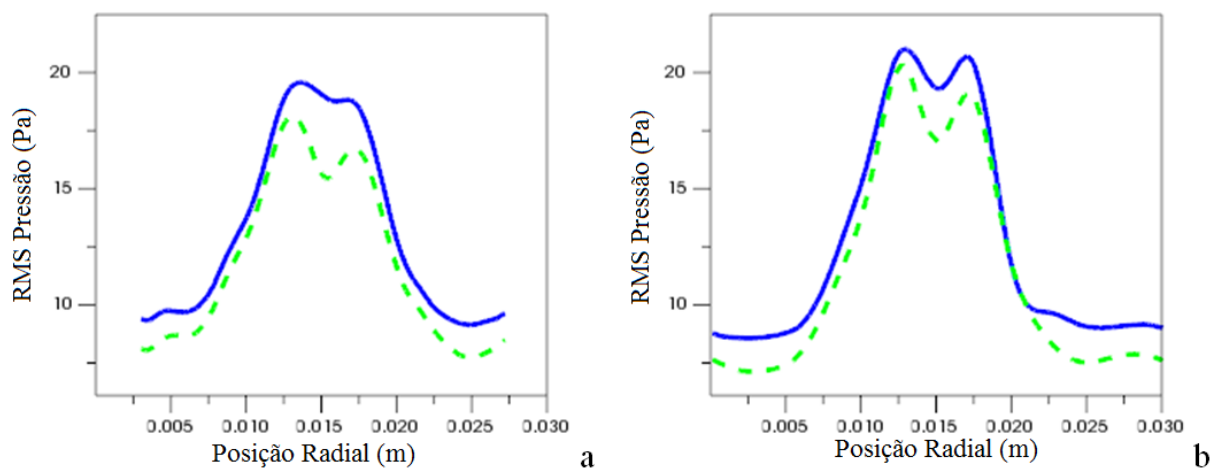
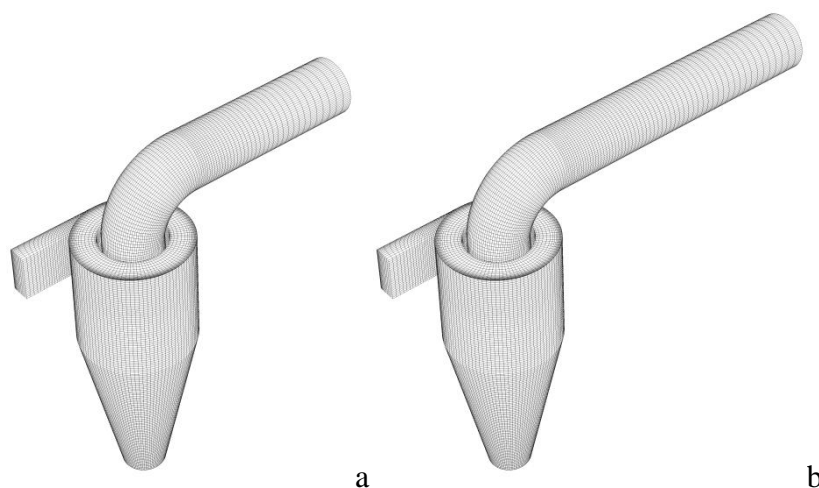


Figura 4.116. Perfis RMS de pressão no plano  $Z=0$  e  $Y=0,03$  (a) e  $Y=0,05$  (b). Para legenda ver Fig. 4.115.

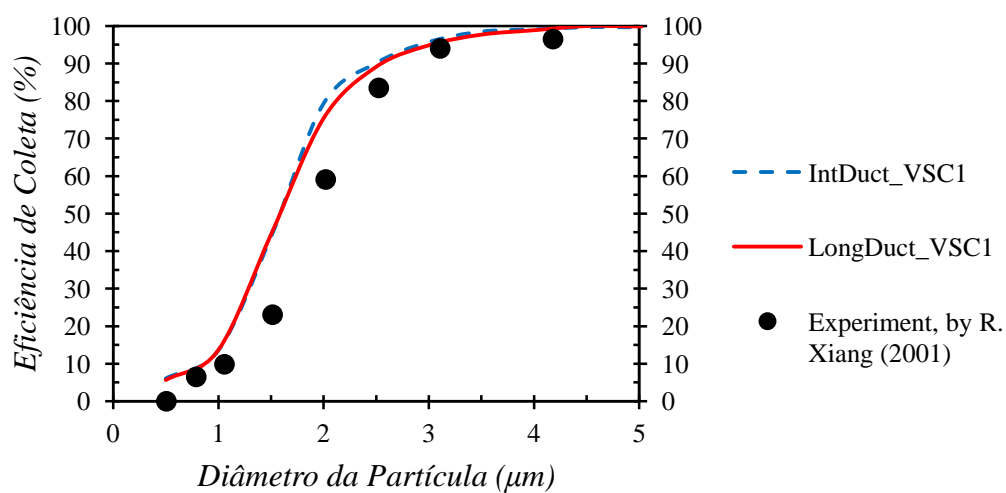
Observando a Fig. 4.115, verifica-se que os perfis RMS de pressão, no plano  $X=0$  m, obtidos na simulação com o duto intermediário apresentam valores mais altos do que os obtidos na simulação com o duto longo. Fato que se inverte na Fig. 4.116, ou seja, no plano  $Z=0$  m os perfis RMS de pressão obtidos na simulação com duto longo apresentam valores mais altos do que os obtidos na simulação com o duto intermediário. Embora estas pequenas diferenças tenham sido notadas, aparentemente as mesmas não influenciaram a eficiência de coleta.

A Fig. 4.117 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 3 e 11 da Tab. 4.6.



**Figura 4.117.** Malhas utilizadas nas simulações 3 (a) e 11 (b) da Tab. 4.6.

Observando os gráficos apresentados na Fig. 4.118, verifica-se que a alteração testada no comprimento do duto não produziu nenhum efeito significativo na eficiência de coleta do ciclone, na configuração apresentada na Fig. 4.117.



**Figura 4.118.** Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 3 e 11 da Tab. 4.6. com dados experimentais.

Os perfis médios e RMS de velocidade e pressão, analisados nas posições indicadas na Fig. 4.91, não mostraram nenhuma diferença significativa neste caso.

A Fig. 4.119 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 4 e 12 da Tab. 4.6.

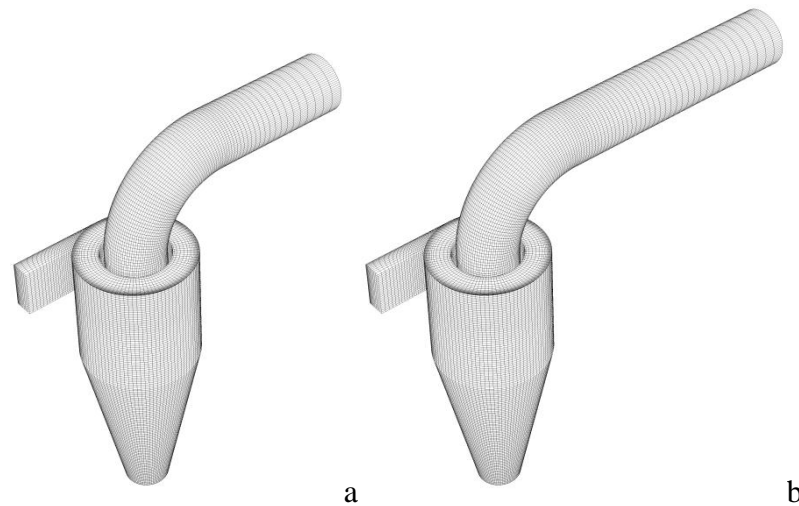


Figura 4.119. Malhas utilizadas nas simulações 4 (a) e 12 (b) da Tab. 4.6.

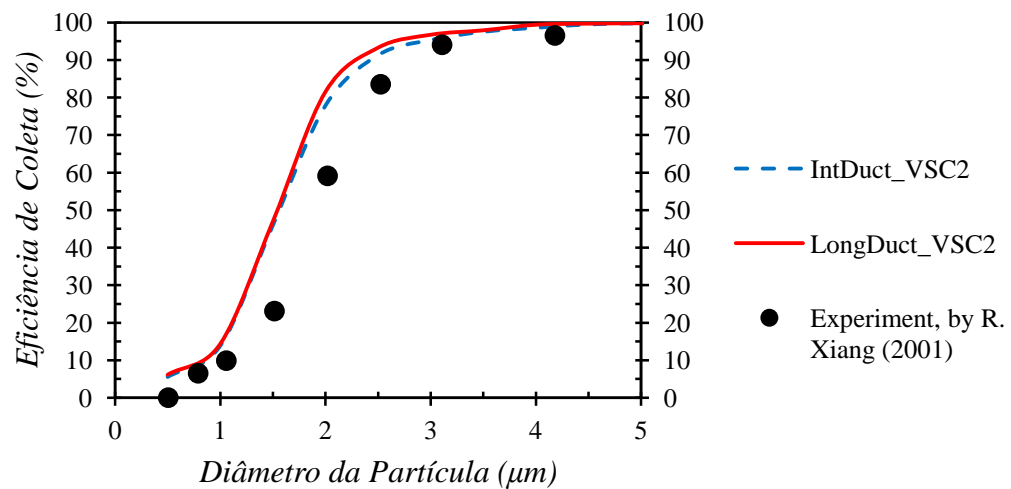


Figura 4.120. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 4 e 12 da Tab. 4 com dados experimentais.

Observando a Fig. 4.120, nota-se que os resultados obtidos para eficiência de coleta com o duto de comprimento intermediário se aproximam um pouco mais dos dados experimentais, apresentando eficiência de coleta aproximadamente 10% menor, para partículas de 2  $\mu\text{m}$ , em relação à eficiência obtida com o duto longo. Embora exista uma

diferença relativamente grande entre a eficiência de partículas de 2 e 2,5  $\mu\text{m}$  ao se comparar as duas curvas numéricas, a variação encontrada no diâmetro de corte é desprezível.

Neste caso, novamente, os perfis médios e RMS de velocidade se sobrepõem nos planos analisados, e apenas pequenas diferenças no RMS da pressão foram notadas.

A Fig. 4.122 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 5 e 13 da Tab. 4.6.

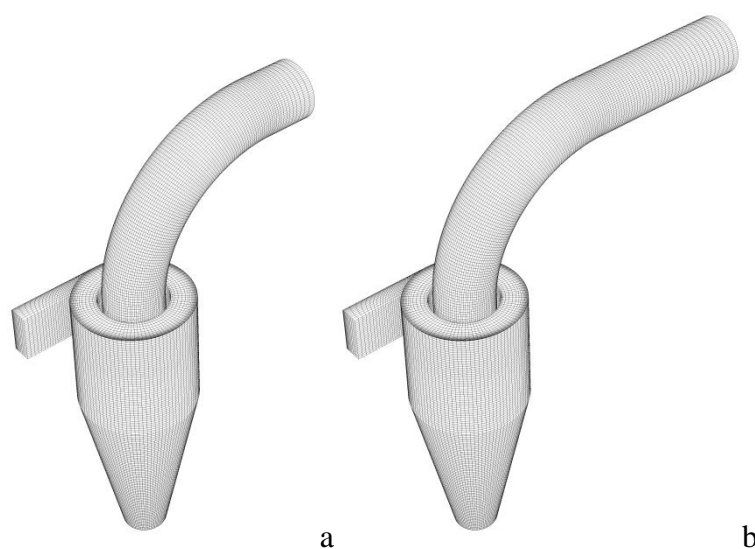


Figura 4.121. Malhas utilizadas nas simulações 5 (a) e 13 (b) da Tab. 4.6.

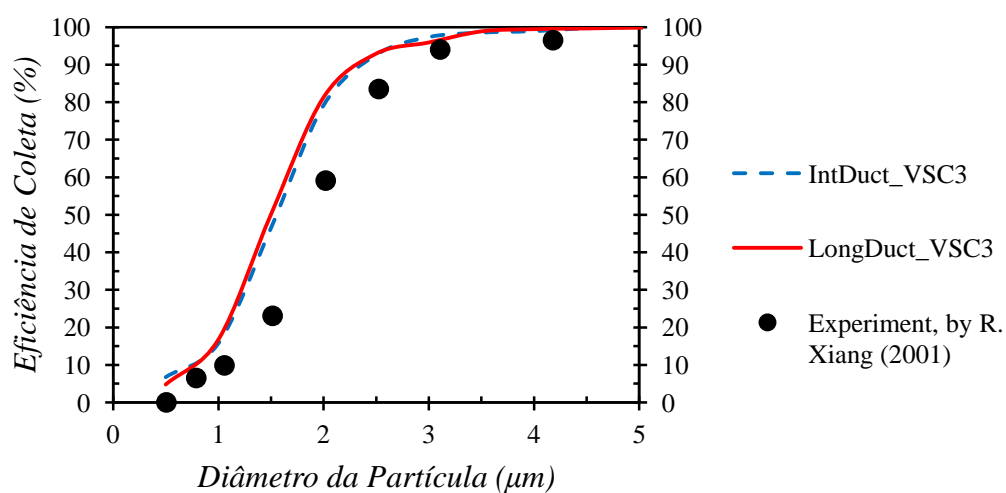


Figura 4.122. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 5 e 13 da Tab. 4.6 com dados experimentais.

Observando a Fig. 4.122, nota-se que a variação no comprimento do duto não produziu nenhuma diferença significativa na eficiência de coleta, considerando a curva posicionada na saída do ciclone, com raio de curvatura 0,03875 m (que corresponde a cinco vezes o diâmetro do duto de *overflow*).

Os valores obtidos para as componentes RMS da velocidade e da pressão são consideravelmente mais altos na região central do ciclone (posição radial 0,015 m) nas simulações com o duto intermediário, como apresentado nas figuras abaixo.

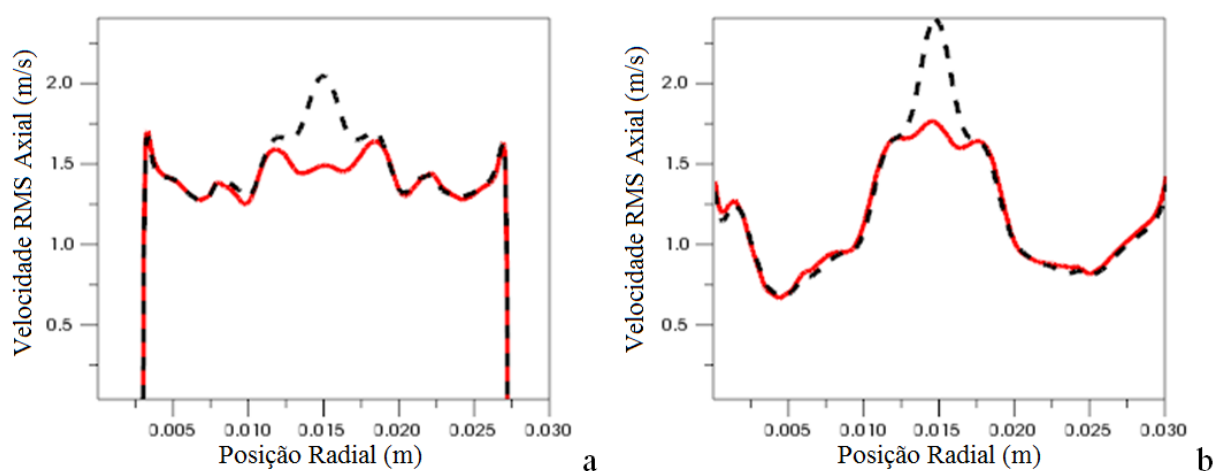


Figura 4.123. Perfis RMS de velocidade axial retirados no plano  $X=0$  m, nas posições  $Y=0,03$  m (a) e  $Y=0,05$  m (b). Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.121 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.121 b).

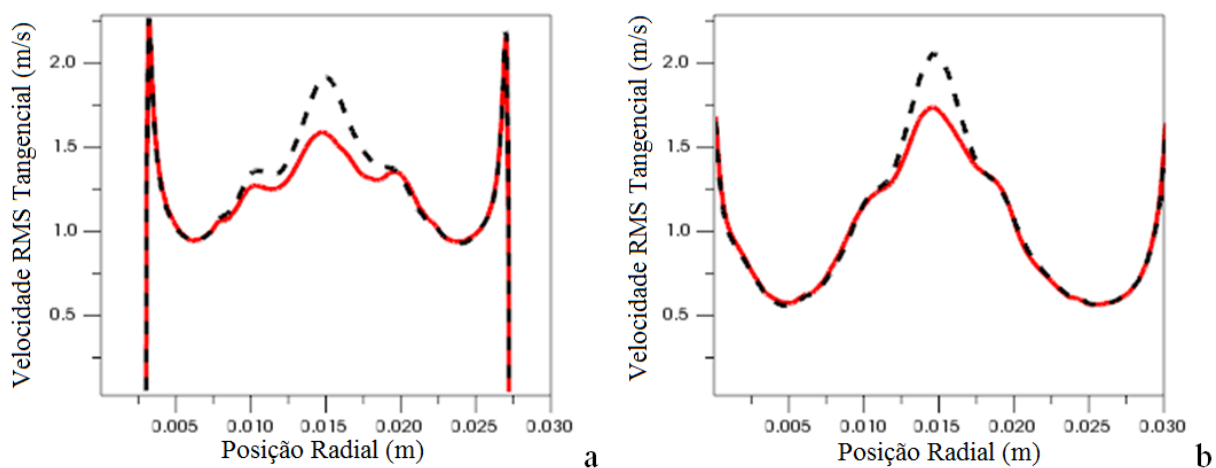


Figura 4.124. Perfis RMS de velocidade tangencial retirados no plano  $X=0$  m, nas posições  $Y=0,03$  m (a) e  $Y=0,05$  m (b). Para legenda ver a Fig. 4.123.

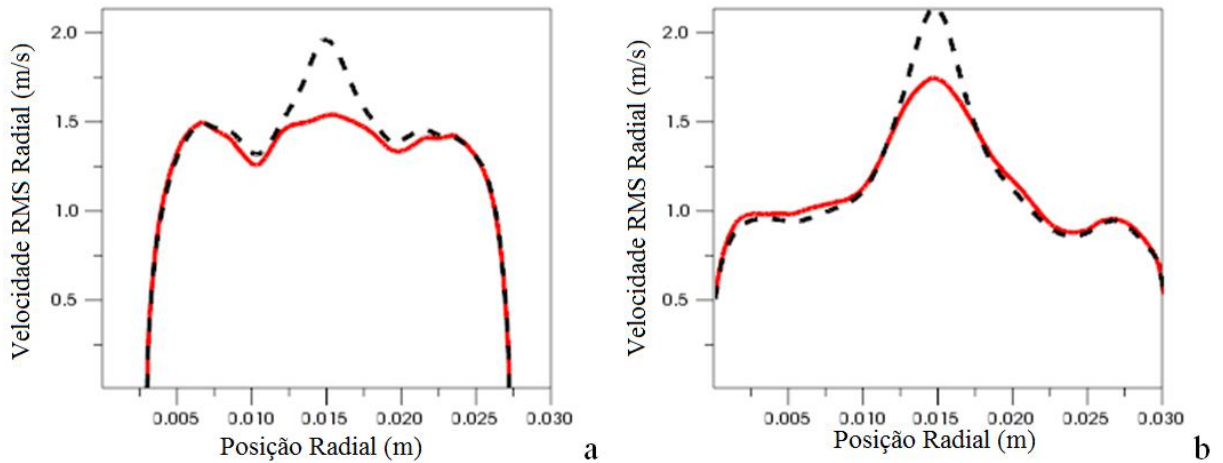


Figura 4.125. Perfis RMS de velocidade radial retirados no plano  $X=0$  m, nas posições  $Y=0,03$  m (a) e  $Y=0,05$  m (b) . Para legenda ver a Fig. 4.123.

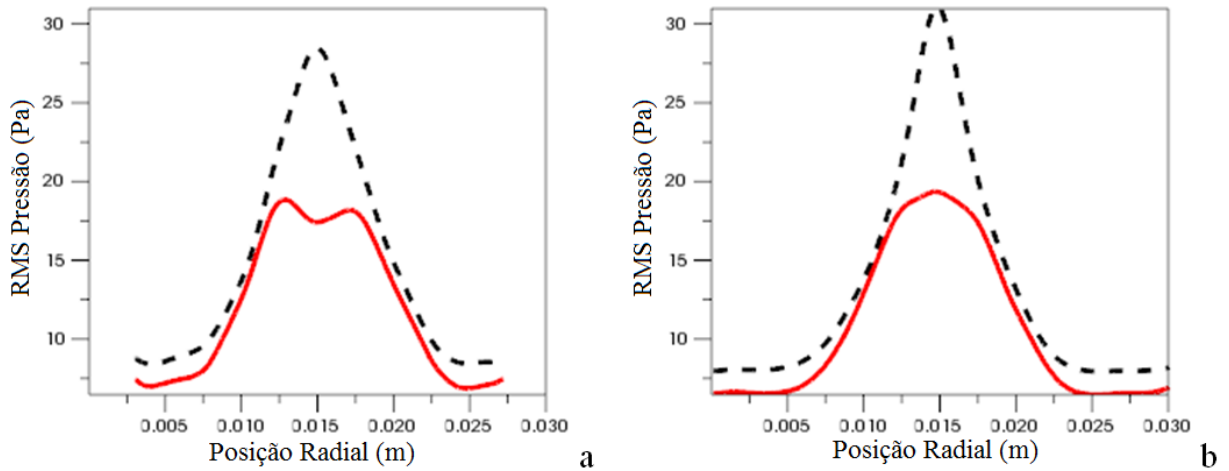


Figura 4.126. Perfis RMS de pressão retirados no plano  $X=0$  m, nas posições  $Y=0,03$  m (a) e  $Y=0,05$  m (b) . Para legenda ver a Fig. 4.123.

Resultados semelhantes aos apresentados acima foram obtidos no plano  $Z=0$  m.

É interessante notar que mesmo diferenças consideráveis no valor RMS na região central do ciclone não levaram a alterações significativas da eficiência de coleta do mesmo, sendo que, de forma geral, o esperado seria que valores RMS mais altos conduzissem a uma menor eficiência de coleta. Além disto, o pico obtido nas componentes RMS da velocidade no caso do duto intermediário, pode se efeito do regime do escoamento no plano de saída, já que neste caso a curva utilizada é mais suave produzindo um menor efeito sobre o *swirl*.

A Fig. 4.127 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 6 e 14 da Tab. 4.6.



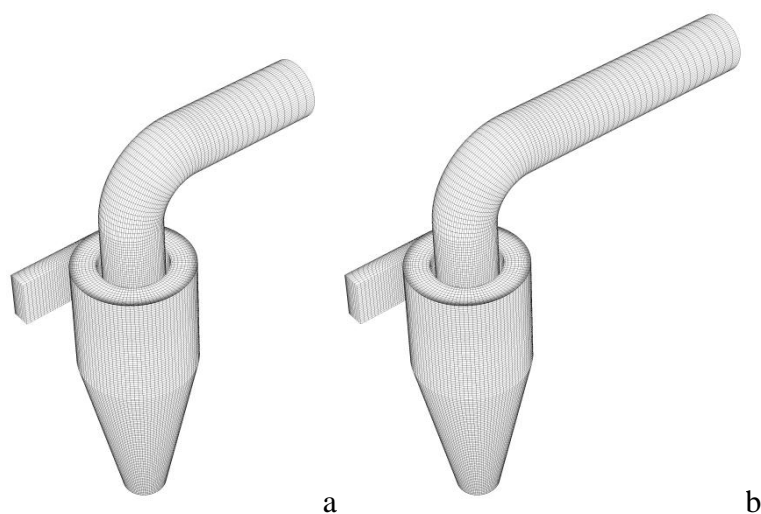


Figura 4.127. Malhas utilizadas nas simulações 6 (a) e 14 (b) da Tab. 4.6.

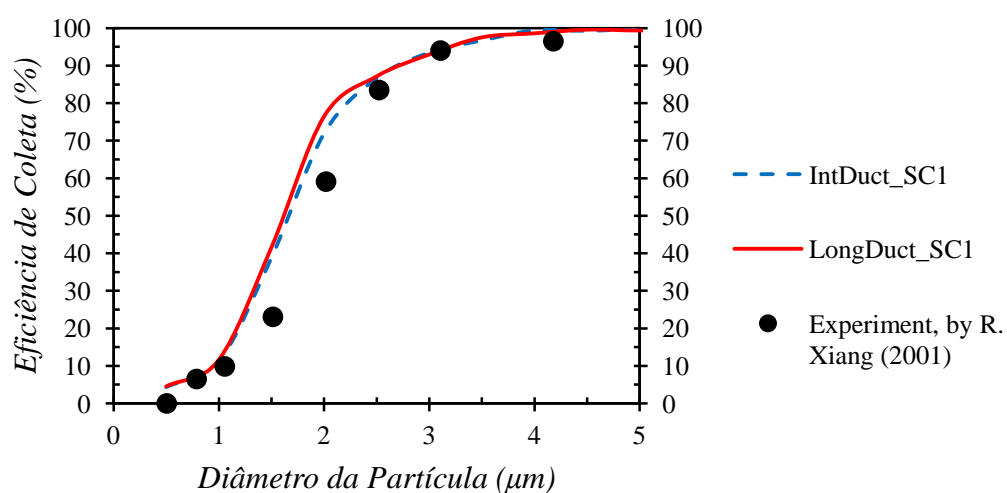


Figura 4.128. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 6 e 14 da Tab. 4 com dados experimentais.

Apenas uma pequena diferença, aproximadamente 5 %, foi encontrada para a partículas de 2  $\mu\text{m}$ . Os perfis de velocidade e pressão médios e RMS analisados nas posições indicadas na Fig. 4.91, não indicaram diferenças significativas.

A Fig. 4.129 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 7 e 15 da Tab. 4.6.

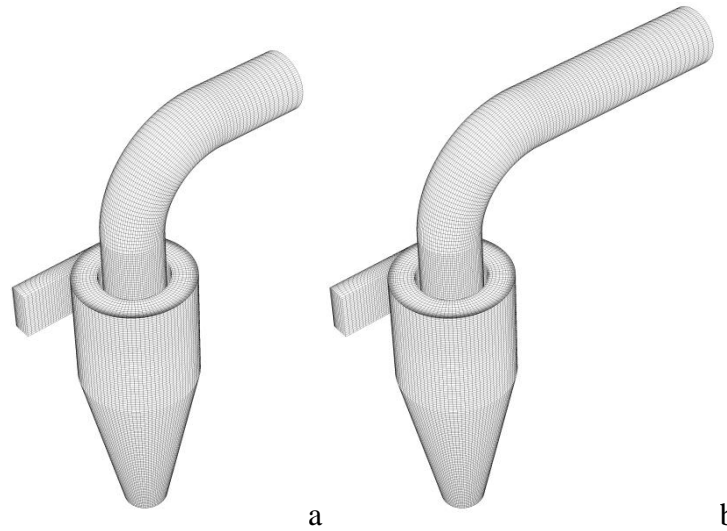


Figura 4.129. Malhas utilizadas nas simulações 7 (a) e 15 (b) da Tab. 4.6.

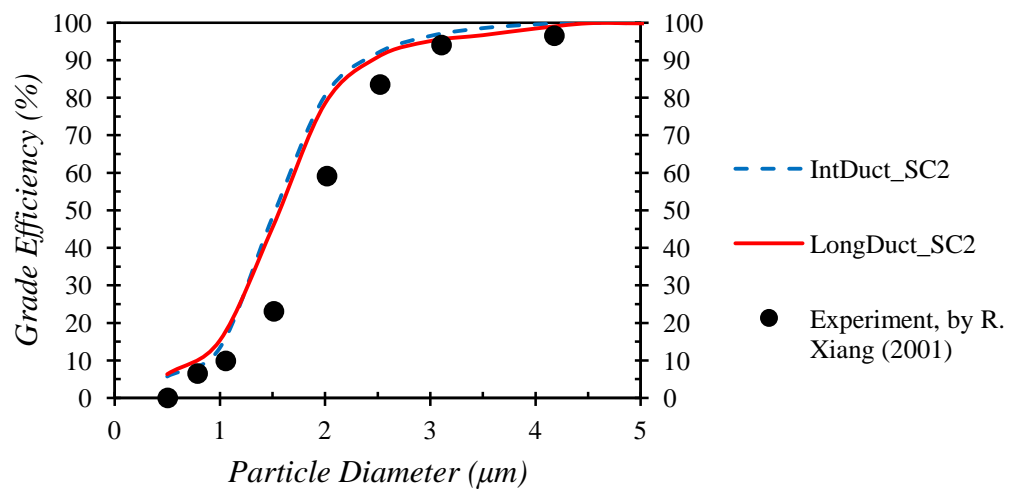


Figura 4.130. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 7 e 15 da Tab. 4.6. com dados experimentais.

Observando-se os gráficos apresentados na Fig. 4.130 nota-se que a variação testada no comprimento do duto não surtiu nenhum efeito na eficiência de coleta. Novamente, os perfis médios e RMS de velocidade e pressão analisados também não apresentaram nenhuma variação significativa.

A Fig. 4.131 mostra as malhas computacionais utilizadas nas simulações 8 e 16 da Tab. 4.6.

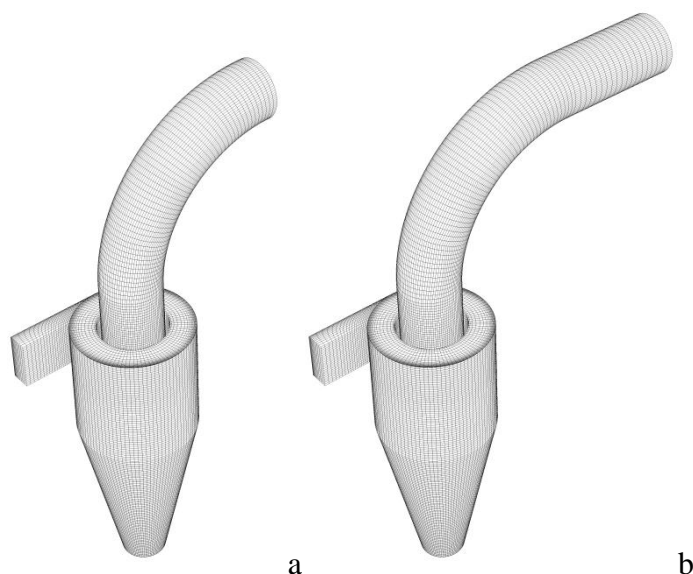


Figura 4.131. Malhas utilizadas nas simulações 7 (a) e 15 (b) da Tab. 4.6.

Observando a Fig. 4.132, nota-se que os resultados obtidos para eficiência de coleta com o duto de comprimento intermediário se aproximam um pouco mais dos dados experimentais, apresentando eficiência de coleta aproximadamente 10 % menor para partículas de 2 e 2,5  $\mu\text{m}$ , em relação à eficiência obtida com o duto longo. Neste caso é possível observar até mesmo uma pequena diferença no diâmetro de corte do ciclone.

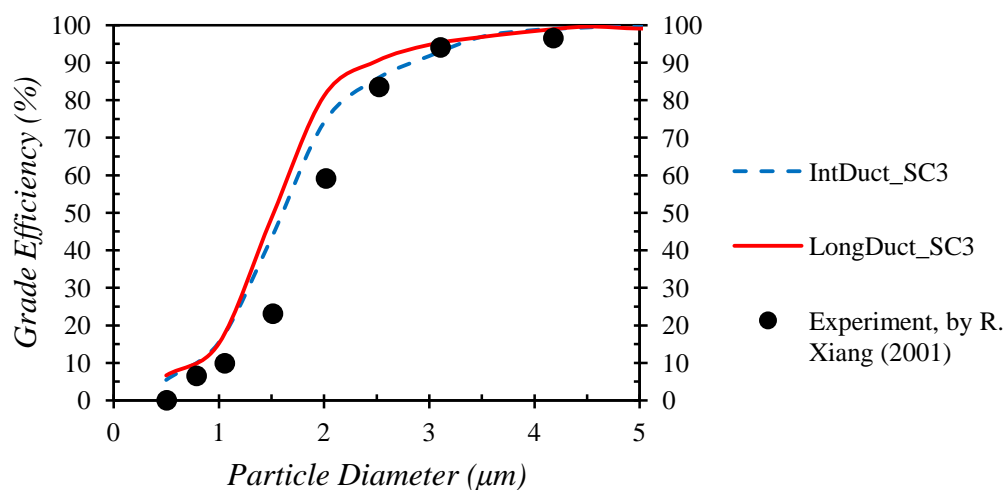


Figura 4.132. Comparação da eficiência de coleta obtida nas simulações 8 e 16 da Tab. 4.6 com dados experimentais.

Os perfis de velocidade e pressão média se sobrepõem, e apenas algumas diferenças nos valores RMS da velocidade axial e da pressão podem ser observadas.

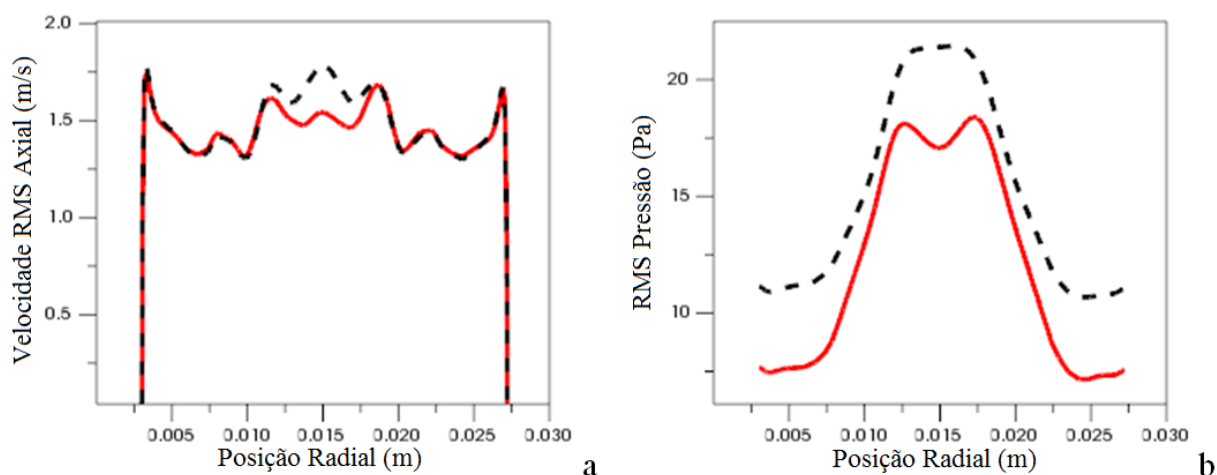


Figura 4.133. RMS da velocidade axial (a) e da pressão (b) retirados no plano  $X=0$  m, na posição  $Y=0,03$  m. Linha tracejada, ciclone com duto intermediário "IntDuct" (Fig. 4.131 a); linha contínua, ciclone com duto longo "LongDuct" (Fig. 4.131 b).

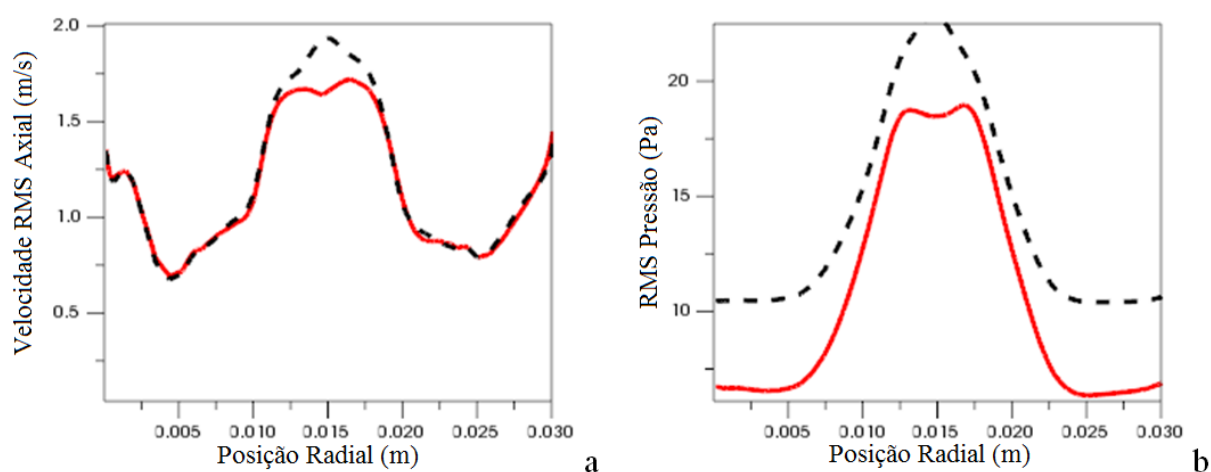


Figura 4.134. RMS da velocidade axial (a) e da pressão (b) retirados no plano  $X=0$  m, na posição  $Y=0,03$  m. Para legenda, ver Fig. 4.133.

Resultados semelhantes foram obtidos no plano  $Z=0$  m.

Avaliando os resultados apresentados, nesta subseção, para a eficiência de coleta pode se especular que o comprimento do duto de saída influencia a eficiência de coleta no caso de um duto reto, no entanto praticamente não altera a eficiência no caso de dutos com curvas de  $90^\circ$  ou  $180^\circ$ , sendo, aparentemente, que estas alterações aumentam com o aumento do raio de curvatura da curva.

Um número muito maior de simulações seria necessário para se chegar a uma conclusão final sobre este tema, no entanto, podemos tirar algumas conclusões parciais:

- Aparentemente, no caso do duto de saída reto, ao se aumentar o comprimento do duto, eliminou-se o efeito das instabilidades numéricas geradas pelo escoamento no plano de saída. Aumentando-se ainda mais o comprimento do duto passou a se verificar o efeito "real" do aumento do duto de saída na eficiência de coleta do ciclone, sendo este o de aumentar a eficiência com o aumento do duto de saída.
- Nos casos onde se utilizou uma curva na saída do ciclone, tanto de 90 quanto de 180°, o efeito do regime do escoamento no plano de saída passa ser minimizado mais rapidamente, uma vez que a curva tende a diminuir a intensidade do *swirl* no duto a montante. Este efeito diminui a medida que o raio de curvatura utilizado aumenta, ou seja, a medida que o duto curvo tende a um duto reto, como mostrado na Fig. 4.135.

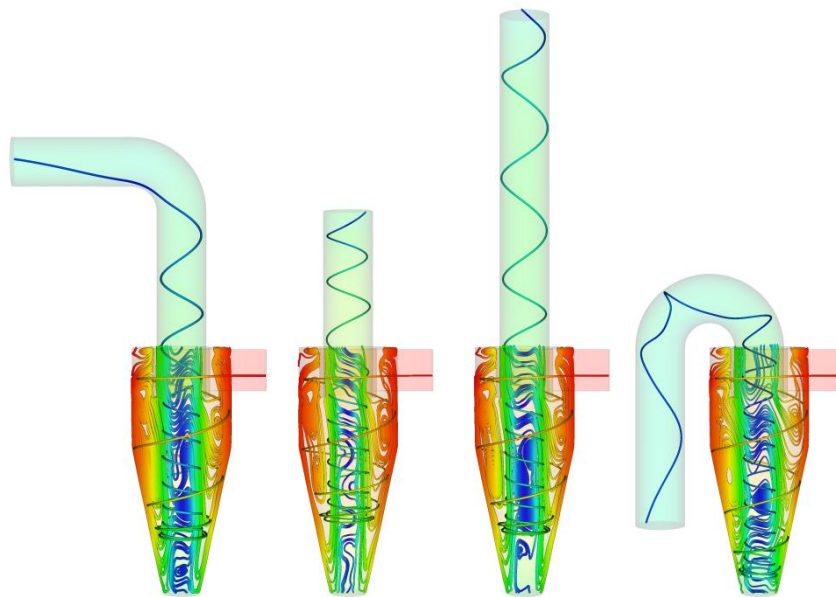


Figura 4.135. Efeito da forma e comprimento do duto de saída nas linhas de corrente.

#### 4.3.6.3 Análise do diâmetro de corte e queda de pressão em função do comprimento do duto

Os resultados obtidos para a queda de pressão e para o diâmetro de corte do ciclone em função das alterações na forma e comprimento do duto de saída estão dispostos na Tab. 4.7. Como, no plano de saída do ciclone, a pressão imposta vale zero, a queda de pressão no ciclone é calculada simplesmente como sendo igual a pressão média na entrada. Aqui a pressão média foi calculada no plano  $X=0,016$  m. Os valores obtidos por R. Xiang et al. (2001) em seus experimentos para a queda de pressão e diâmetro de corte, do ciclone 2 operando a 40 l/min, foram respectivamente de 196 Pa e 1,91  $\mu\text{m}$ . Lembrando que R. Xiang et al. (2001) não fornecem nenhuma informação a respeito do duto de saída do ciclone.

**Tabela 4.7.** Comparação da queda de pressão e diâmetro de corte obtidos numericamente com os valores experimentais de referência\*

Caso	Nomenclatura	Queda de Pressão [Pa]	Diferença $\Delta P$ [%]	Diâmetro de Corte [ $\mu\text{m}$ ]	Diferença Dc [%]
1	IntDuct_180_1	197,30	0,70	1,62	15,18
2	IntDuct_180_2	202,12	3,16	1,62	15,18
3	IntDuct_VSC1	194,14	-0,92	1,61	15,71
4	IntDuct_VSC2	203,75	3,99	1,61	15,71
5	IntDuct_VSC3	209,96	7,15	1,54	19,37
6	IntDuct_SC1	198,38	1,25	1,67	12,57
7	IntDuct_SC2	204,54	4,39	1,53	19,90
8	IntDuct_SC3	209,61	6,98	1,61	15,71
9	LongDuct_180_1	196,73	0,40	1,62	15,18
10	LongDuct_180_2	205,54	4,90	1,58	17,28
11	LongDuct_VSC1	193,37	-1,31	1,59	16,75
12	LongDuct_VSC2	203,20	3,71	1,54	19,37
13	LongDuct_VSC3	209,77	7,06	1,50	21,47
14	LongDuct_SC1	197,65	0,88	1,62	15,18
15	LongDuct_SC2	203,34	3,78	1,57	17,80
16	LongDuct_SC3	210,68	7,53	1,52	20,42
17	LongDuct_LC1	195,58	-0,18	1,54	19,37
18	LongDuct_LC2	201,83	3,01	1,59	16,75
19	LongDuct_LC3	208,12	6,22	1,53	19,90
20	ShortDuct	231,63	18,22	1,46	23,56
21	IntDuct	216,90	10,70	1,56	18,32
22	LongDuct	212,98	8,70	1,58	17,28
23	VeryLongDuct	212,09	8,25	1,52	20,42

Os dados dispostos na Tab. 4.7. indicam alguns pontos interessantes, e por isso parte destes dados são reproduzidos, abaixo, na forma de gráficos.

A primeira análise realizada envolve a queda de pressão no ciclone em função do comprimento do duto de saída, considerando apenas dutos retos, casos 20-23 da Tab. 4.7, conforme apresentado na Fig. 4.136.

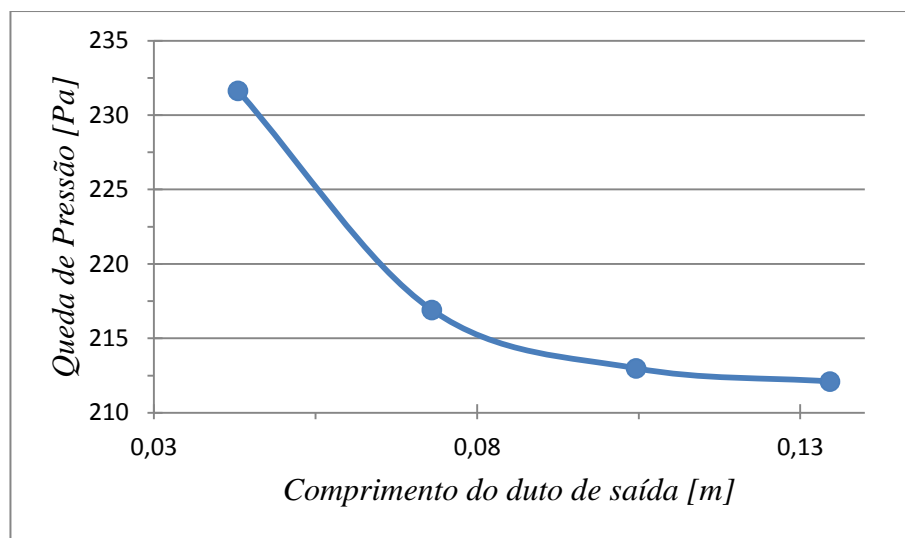


Figura 4.136. Queda de pressão em função do comprimento do duto de saída (considerando apenas dutos retos).

Observando a Fig. 4.136 nota-se que a queda de pressão diminui à medida que o comprimento do duto de saída simulado aumenta, embora isto possa parecer contra intuitivo, na realidade está condizente com o esperado, uma vez que em escoamentos em ciclones, a principal causa para queda de pressão não é a fricção do gás com as paredes do separador e sim o fato de que uma grande parte da pressão estática,  $p$ , é transformada em pressão dinâmica,  $\frac{1}{2}\rho v^2$ , devido ao forte movimento de rotação ([Hoffmann e Stein, 2008](#)). Conforme mostrado na Fig. 4.104, ao se estender o comprimento do duto de saída, de um duto curto para um duto longo, o vórtice "enfraquece", logo parte da pressão estática não é mais transformada em pressão dinâmica, o que reduz consideravelmente a queda de pressão. Estendendo ainda mais o duto de saída, de longo para muito longo, os perfis de velocidade tangencial mostram que o vórtice gerado não sofre alterações consideráveis, o que explica em parte a pequena variação obtida nos perfis médios de pressão nestes casos. A pequena diferença encontrada nestes perfis pode ter sido causada pela recuperação da pressão estática devido à redução do movimento de *swirl* ao longo do duto de saída, deve-se ressaltar aqui que [Hoffmann e Stein,](#)

[2008](#), afirmam que a recuperação de pressão devido a diminuição do movimento de *swirl* ao longo da tubulação a montante do separador, causada pela fricção do gás com as paredes do duto (ou pelos efeitos de mistura oriundos da presença de válvulas ou curvas na tubulação) é mínima.

A Fig. 4.137 apresenta a queda de pressão obtida nos casos 3-8 e a Fig. 4.138 apresenta os resultados para os casos 11-19 da Tab. 4.7.

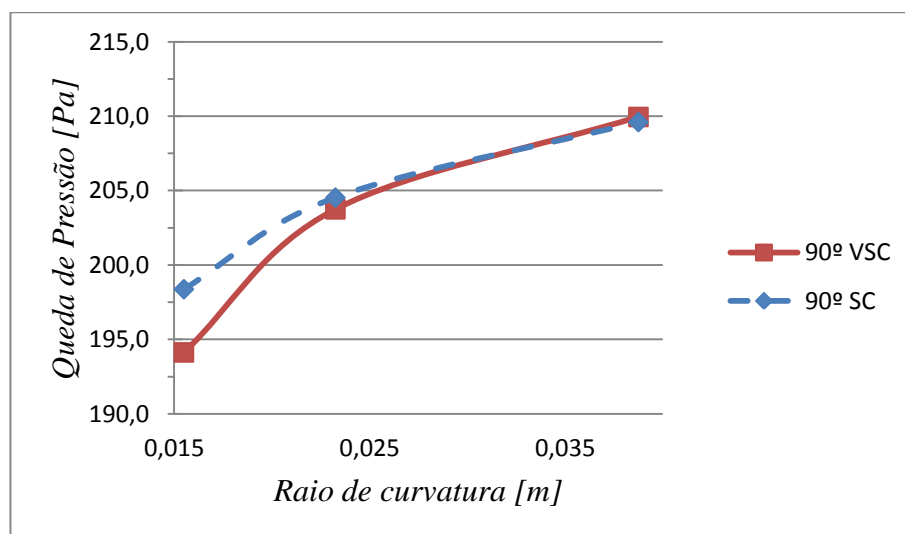


Figura 4.137. Queda de pressão em função do raio de curvatura do duto de saída. Casos 3-8 da Tab. 4.7.

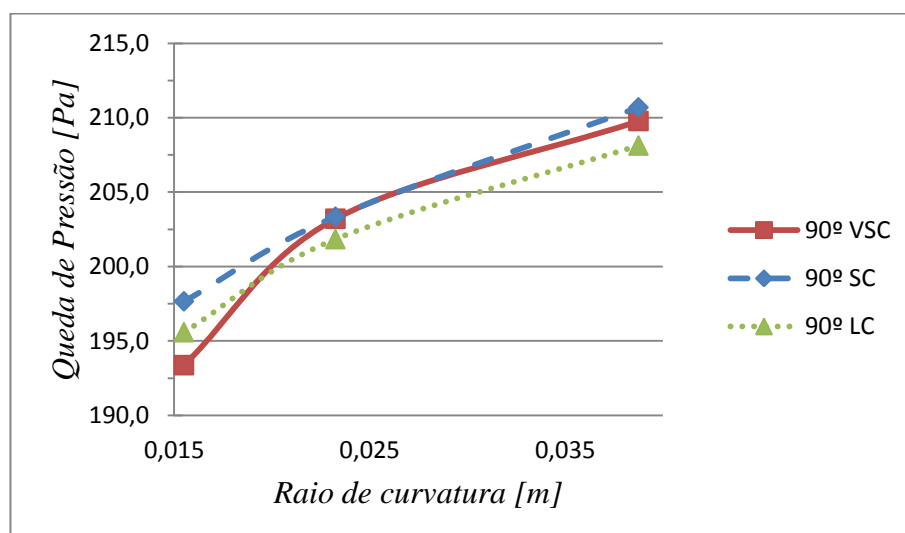


Figura 4.138. Queda de pressão em função do raio de curvatura do duto de saída. Casos 11-19 da Tab. 4.7.



É fácil observar que o comportamento obtido nas duas curvas é muito semelhante, ou seja, quanto menor o raio de curvatura, ao menos dentro dos limites testados, menor será a queda de pressão. Isto ocorre porque, como indicado na Fig. 4.135, a curva tende a diminuir a intensidade do movimento de *swirl*.

Considerando agora o diâmetro de corte do ciclone, Fig. 4.139, nota-se que o comportamento obtido é no mínimo complexo, e a interpretação de tais resultados deve ser feita de forma cautelosa. Sabe-se que os dois primeiros pontos do gráfico, os quais são relacionados aos menores comprimentos testados para o duto de saída podem ser influenciados pelo regime subcrítico no plano de saída, e desta forma "contaminados" por efeitos puramente numéricos. Com relação aos outros dois pontos, dutos de saída com comprimento de 0,1046 m e 0,1346 m, estes indicam que a simulação de duto mais longo levou a uma maior eficiência do ciclone, menor diâmetro de corte.

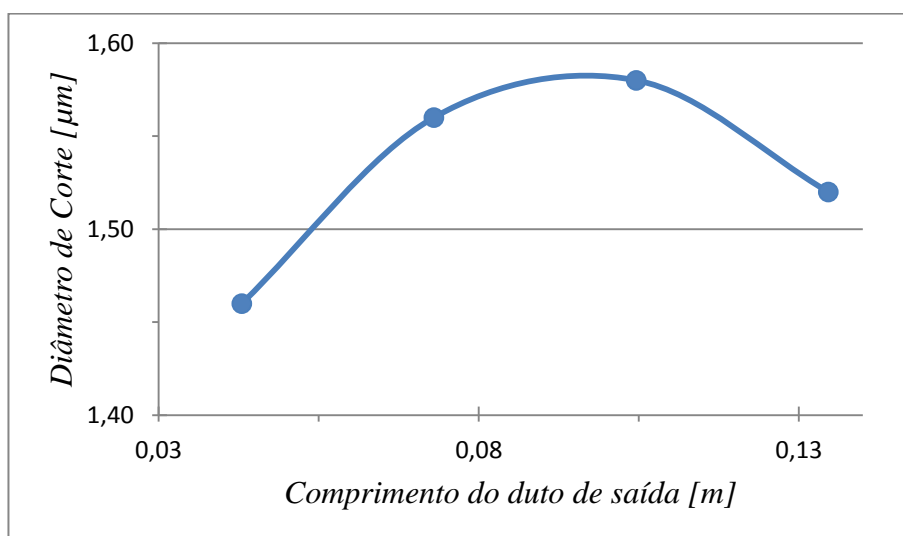


Figura 4.139. Diâmetro de corte em função do comprimento do duto de saída (para o caso do duto reto).

Conforme mencionado anteriormente, no subitem 4.3.6.2 este comportamento talvez possa ser explicado pela redução nas flutuações, Figs. 4.96-4.103 e 4.105-4.108, no caso do duto de saída mais longo. Entretanto, ressalta-se aqui que um maior número de testes faz-se necessário antes que qualquer conclusão sobre este assunto possa ser apresentada, até mesmo porque algumas análises apresentadas para dutos curvos indicam variações nos perfis RMS muito maiores do que as obtidas entre as simulações com duto de saída reto longo e duto reto muito longo, sem qualquer alteração visível na eficiência de coleta.

A Fig. 4.140 apresenta o diâmetro de corte em função do raio de curvatura. Nota-se que, de forma geral, a eficiência do ciclone diminui a medida que o raio de curvatura da curva posicionada no duto de saída diminui. Este comportamento relaciona-se bem com o apresentado na Fig. 4.138 para a queda de pressão:

Um menor raio de curvatura leva a uma menor queda de pressão e, também, a uma eficiência de coleta menor.

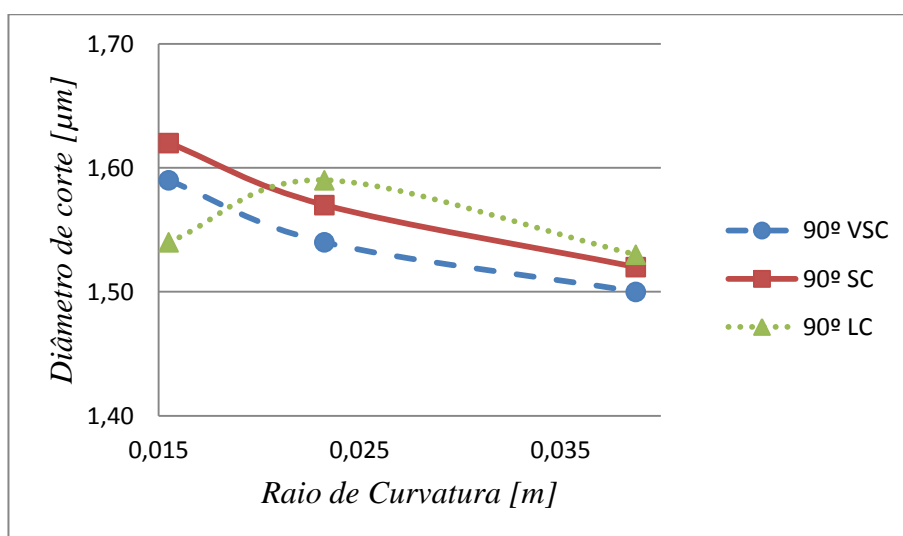


Figura 4.140. Diâmetro de corte em função do raio de curvatura.

#### 4.3.6.4 Utilização de um dispositivo para aumentar a eficiência de coleta do ciclone

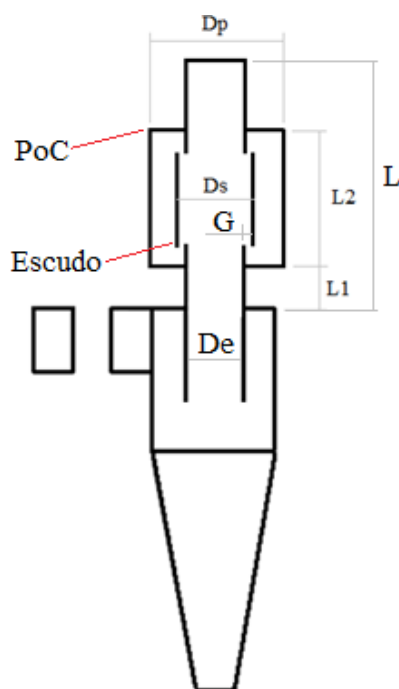
Neste subitem, é apresentado, uma análise do efeito da utilização do dispositivo denominado de *post cyclone* (PoC) na eficiência de coleta e queda de pressão do ciclone laboratorial discutido anteriormente (ciclone 2). Este dispositivo, esquematizado na Fig. 4.150, tem como principal objetivo aumentar a coleta de partículas com diâmetro menor do que 5 μm ([Ray et al., 1998](#)). As principais dimensões do dispositivo simulado são aprestadas na Tab. 4.8.

Este subitem demonstra a versatilidade da metodologia Euleriana-Lagrangiana empregada em conjunto com modelagem LES da turbulência, uma vez que esta dispensa o ajuste de qualquer tipo de parâmetro, permitindo a simulação de geometrias diferentes de forma simples e confiável.

**Tabela 4.8. Principais dimensões do dispositivo simulado para recuperação de finos.**

Dimensões	Comprimento (m)
Diâmetro do dispositivo, $D_p$	0,031
Diâmetro do duto de <i>overflow</i> , $D_e$	0,0155
Diâmetro do escudo, $D_s$	0,02
Gap, $G$	0,0013
Comprimento do duto de saída, $L$	0,1046
Altura do dispositivo, $L_2$	0,04
Distância do dispositivo em relação ao topo do ciclone, $L_1$	0,013

A espessura da parede do escudo foi considerada como sendo de 0,0013 m, que é igual a distância adotada entre a parede do escudo e a do duto de saída do ciclone (indicada por  $G$  na Fig. 4.141).

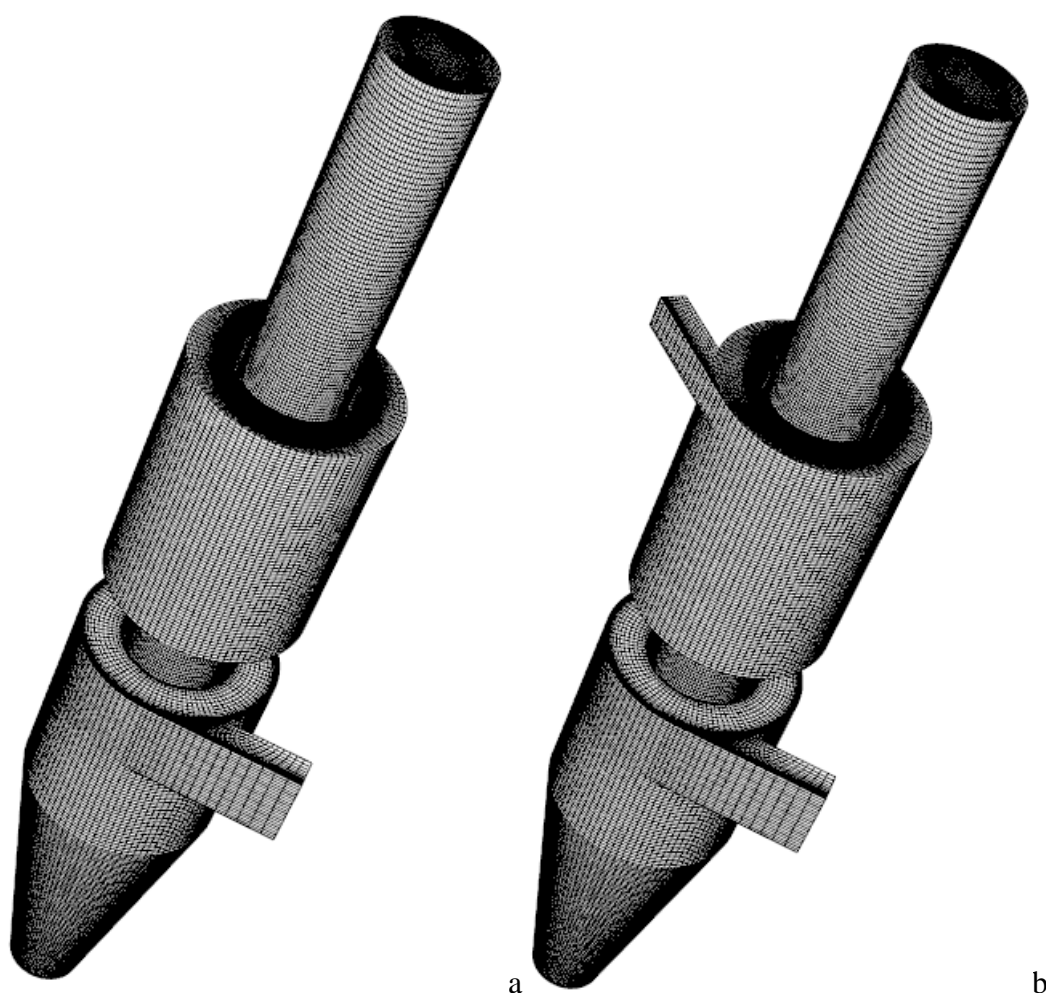


**Figura 4.141. Esquema do dispositivo simulado para recuperação de finos.**

[Ray et al. \(1998\)](#) mostram em seu trabalho que a eficiência deste dispositivo pode ser aumentada se for utilizado um escoamento secundário (*bleeding flow*) saindo do *post cyclone*, o qual força o aumento da velocidade tangencial no dispositivo. Desta forma, neste trabalho

as duas situações foram testadas, o ciclone com e sem escoamento secundário, conforme pode ser visto na Fig. 4.142.

Novamente, com o intuito de minimizar ao máximo a influência da malha computacional de uma simulação para a outra, tanto o número de elementos quanto o espaçamento entre os mesmos não sofreu nenhuma modificação dentro do corpo do ciclone (mesma malha utilizada anteriormente), e as únicas modificações de uma malha para a outra ocorreram no duto de saída. As malhas utilizadas neste estudo possuem um total de 838.000 e 844.000 elementos, sendo que somente elementos hexaédricos foram utilizados.

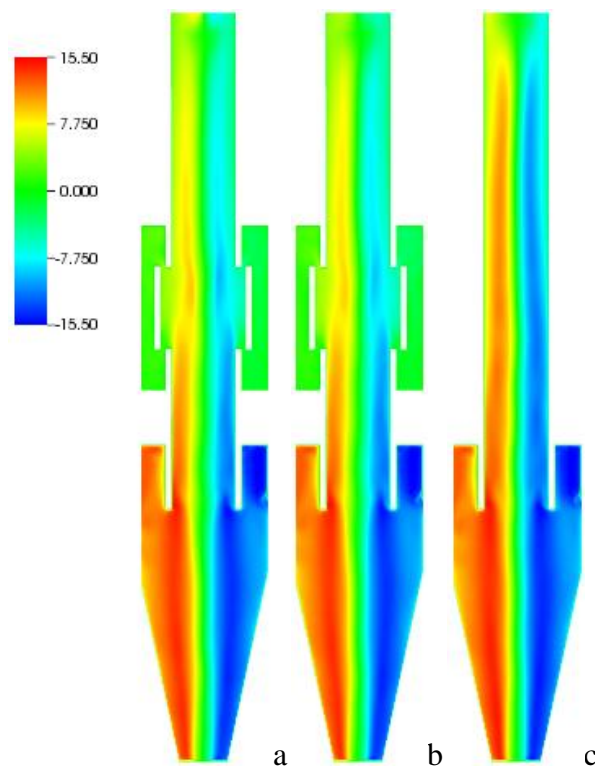


**Figura 4.142.** Malhas computacionais utilizadas no presente estudo. (a) sem escoamento secundário; (b) com escoamento secundário.

Para efeito de comparação, os resultados obtidos neste subitem são comparados com os resultados obtidos na simulação deste mesmo ciclone, com duto de saída reto de comprimento igual a 0,1046 m (mesmo comprimento utilizado aqui). A metodologia aplicada aqui para o desenvolvimento do escoamento e injeção das partículas é a mesma utilizada anteriormente.

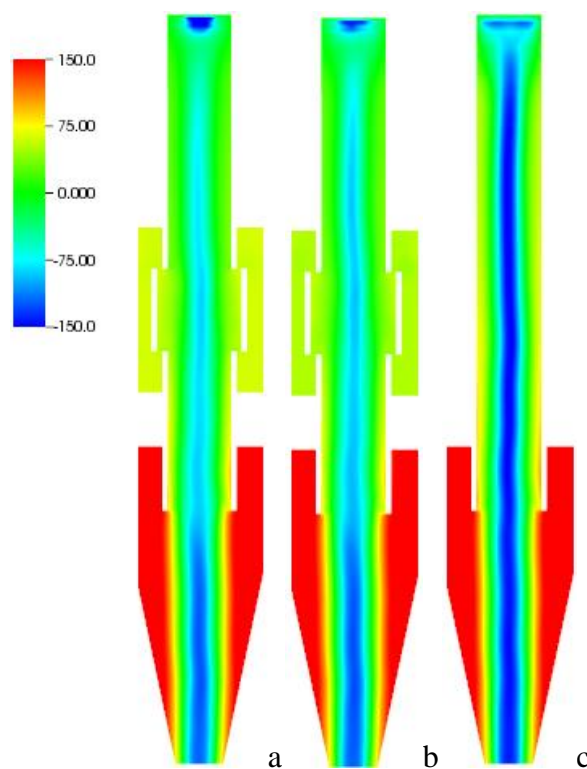
O escoamento secundário foi criado com a utilização de pressão imposta na saída do PoC. Neste estudo adotou-se a pressão de saída como sendo igual a zero, ou seja, a mesma pressão utilizada no plano de saída do duto de *overflow*. Isto gerou um escoamento secundário de 7,18 l/min que corresponde a aproximadamente 18 % da vazão no ciclone. Em outras palavras, no caso em que o escoamento secundário foi utilizado aproximadamente 18 % da vazão volumétrica injetada no ciclone não atinge no plano de saída no duto de *overflow*, sendo "perdida" no escoamento secundário do PoC.

A Fig. 4.143 mostra os campos de velocidade tangencial média obtidos nas três simulações. De forma geral, observa-se que o escoamento dentro do corpo do ciclone não sofre alterações consideráveis. Considerando o escoamento no duto de saída, é possível notar que nos dois casos onde o PoC foi utilizado, Fig. 4.143 (a) e (b), o vórtice se torna mais fraco (menor velocidade tangencial) nesta região.



**Figura 4.143.** Comparação dos campos de velocidade tangencial média, no plano  $X=0$ , obtidos nas simulações com e sem o PoC. (a) Simulação com PoC sem escoamento secundário; (b) simulação com PoC e escoamento secundário; simulação sem o PoC.

A Fig. 4.144 traz os campos de pressão média obtidos nas simulações. As mesmas observações feitas para os campos de velocidade tangencial média são válidas aqui, ressaltando apenas que a pressão média dentro do PoC é um pouco maior no caso em que não há escoamento secundário.



**Figura 4.144.** Comparação dos campos de pressão média, no plano  $X=0$ , obtidos nas simulações com e sem o PoC. (a) Simulação com PoC sem escoamento secundário; (b) simulação com PoC e escoamento secundário; (c) simulação sem o PoC.

Os gráficos apresentados na Fig. 4.145 indicam que a utilização do PoC pode aumentar a eficiência na coleta de partículas finas, abaixo do diâmetro de corte do ciclone, sendo portanto uma alternativa a ser considerada, principalmente em situações onde a utilização do escoamento secundário não comprometa a operação.

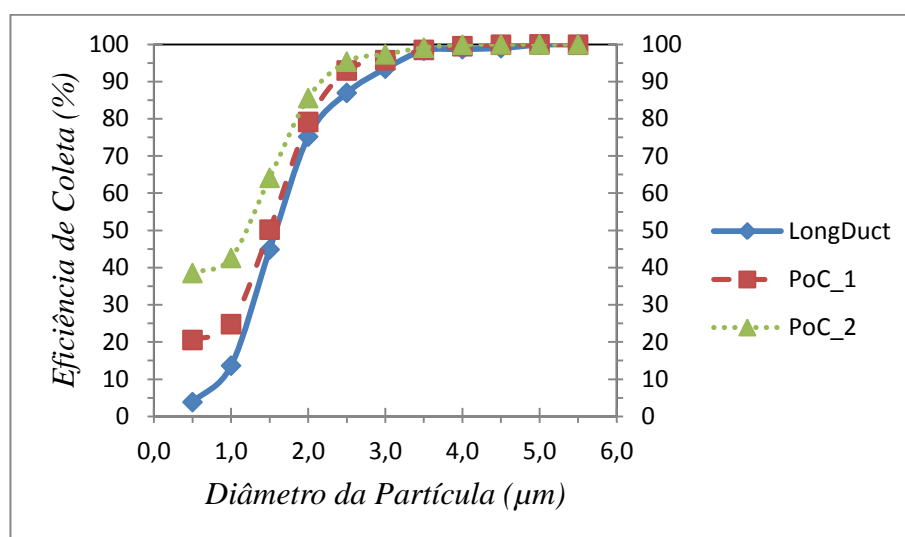


Figura 4.145. Comparação da eficiência de coleta obtida para o ciclone 2 operando a 40 l/min com PoC sem escoamento secundário (PoC\_1) , com PoC e escoamento secundário (PoC\_2) e sem PoC (LongDuct).

A queda de pressão e o diâmetro de corte obtidos nas três simulações estão dispostos na Tab. 4.9. Como indicado nas Figs. 4.141 e 4.142, a presença do dispositivo para remoção de finos diminui a intensidade *swirl* no duto de overflow, consequentemente reduzindo também a queda de pressão.

Tabela 4.9. Queda de pressão e diâmetro de corte obtidos nas simulações com e sem PoC.

Caso	$\Delta P$ [Pa]	Dc [ $\mu m$ ]
Ciclone com PoC	208,70	1,50
Ciclone com PoC e com escoamento secundário	204,80	1,17
Ciclone sem PoC	212,10	1,59

Para a correta análise do efeito do PoC sobre o ciclone estudado, uma série de outras simulações seriam necessárias, no entanto, aqui, objetiva-se com este estudo apenas demonstrar a versatilidade e robustez da metodologia utilizada, a qual possibilita a simulação de diferentes geometrias sem a necessidade de ajuste de constantes ad-hoc.

#### 4.4 Ciclone estudado por Obermair e Staudinger (2001) e Obermair et al. (2003)



O escoamento monofásico e bifásico em um ciclone de laboratório, com coletor de partículas conectado ao ciclone por meio de um duto. Este caso se mostrou interessante por dois motivos principais:

- ao contrário dos outros casos estudados, este possui dados experimentais relativos a fase gasosa e a fase dispersa.
- o ciclone possui tamanho considerável, 0,4 m de diâmetro, e opera a Reynolds 336.000, ou seja, este ciclone apresenta características industriais.

A geometria e o domínio computacional utilizados são apresentados a seguir.

#### **4.4.1 Geometria do ciclone e domínio computacional**

A geometria utilizada é apresentada na Fig. 4.155, e suas principais dimensões são apresentadas na Tab. 4.10. Esta geometria foi estudada experimentalmente por [Obermair e Staudinger \(2001\)](#), [Obermair et al. \(2003\)](#), e numericamente por [Gronald e Derksen \(2010\)](#). O fluido é tratado como sendo ar com densidade constante e igual a  $1,2047 \text{ Kg/m}^3$  e viscosidade  $1,8205 \times 10^{-5} \text{ Kg/m.s}$ . Inicialmente uma simulação em regime permanente com o modelo de turbulência SST foi realizada. Nesta simulação inicial utilizou-se o esquema *upwind* de primeira ordem para as equações de conservação e o critério de convergência de  $1,0 \times 10^{-5}$ . Os resultados obtidos nesta simulação inicial foram então utilizados como um campo inicial nas simulações transientes. Todas as simulações transientes foram realizadas com o esquema CDS para as equações de conservação, critério de convergência de  $1,0 \times 10^{-4}$  e passo de tempo de  $1,0 \times 10^{-5} \text{ s}$ . O número de *swirl* geométrico para este ciclone é igual a 3,05.

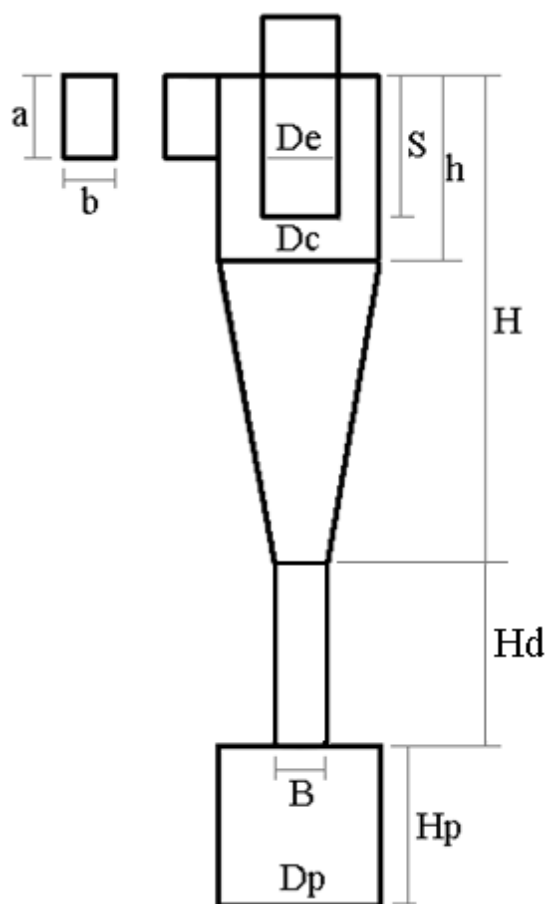


Figura 4.155: Principais dimensões do ciclone experimentalmente estudado por [Obermair et al. \(2003\)](#).

Tabela 4.10. Definições geométricas do ciclone simulado.

Dimensões	Comprimento (m)	Razão das dimensões (dimensão/ $D_c$ )
Diâmetro do ciclone, $D_c$	0,4	1,0
Diâmetro do duto de saída, $D_e$	0,15	0,375
Altura do duto de entrada, $a$	0,175	0,4375
Largura do duto de entrada, $b$	0,088	0,22
Altura do ciclone, $H$	0,99	2,475
Altura do cilindro, $h$	0,5	1,25
Comprimento do duto, $H_d$	0,5	1,25
Comprimento do <i>vortex finder</i> , $S$	0,18	0,45
Diâmetro do duto de <i>underflow</i> , $B$	0,18	0,45
Comprimento do <i>Hopper</i> , $H_p$	0,294	0,735
Diâmetro do <i>Hopper</i> , $D_p$	0,296	0,74

Nenhuma referência foi feita a respeito da espessura da parede do *vortex finder*. Neste trabalho a mesma foi considerada como sendo  $D_c/80$ .

#### **4.4.2 Condições de contorno utilizadas**

Condições de contorno para fase gasosa:

- Na entrada adotou-se um perfil uniforme de velocidade: 12,7 m/s, normal à superfície de entrada do ciclone, resultando em um número de Reynolds de aproximadamente 336.000;
- Na saída, duto de *overflow*, a condição de pressão prescrita foi utilizada;
- Em todas as paredes do ciclone a condição de não deslizamento foi adotada.

Condições de contorno para fase sólida:

- As partículas foram injetadas com a mesma velocidade que o fluido. A injeção foi realizada nas faces de entrada e as partículas foram uniformemente distribuídas. Como a simulação foi realizada com acoplamento de uma via, a injeção não foi feita de forma contínua. Aproximadamente 50.000 partículas foram utilizadas nas simulações gás-sólido.
- Nas paredes as partículas são refletidas admitindo-se colisões perfeitamente elásticas.
- Embora este ciclone possua um duto relativamente longo conectando o ciclone a caixa coletora de partículas, para se determinar a eficiência de coleta do ciclone duas condições de contorno foram utilizadas: na primeira, as partículas são coletadas ao tocarem qualquer parede da caixa coletora; na segunda, somente as partículas que tocam o fundo da caixa coletora são consideradas como coletadas. Nas duas simulações as partículas que atravessaram a superfície de saída no duto de *overflow* foram consideradas como perdidas.

#### **4.4.3 Malha numérica**

Nas simulações desta geometria, foi utilizada uma malha computacional contendo aproximadamente 1.850.000 elementos, conforme pode ser visto na Fig. 4.156. Os estudos relativos à independência de malha e de passo de tempo indicam que a malha e o passo de tempo utilizados são adequados ao problema em questão.

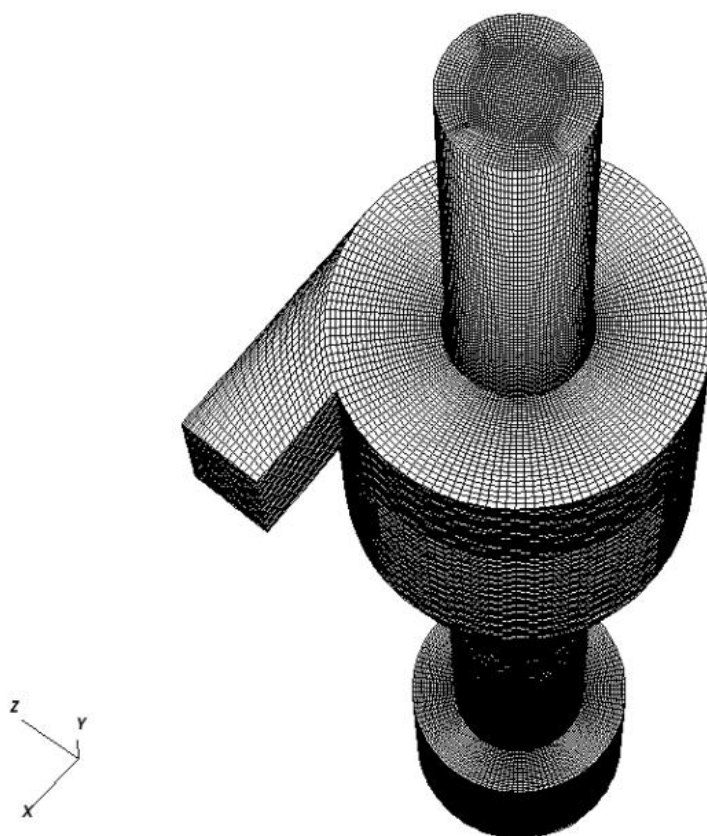


Figura 4.156: Malha computacional contendo aproximadamente 1.850.000 elementos.

#### 4.4.4 Comparação com dados experimentais

Os resultados obtidos para os perfis de velocidade tangencial e axial média assim como RMS tangencial e RMS axial foram comparados com dados experimentais de [Obermair et al. \(2003\)](#) em quatro planos distintos, na porção inferior do ciclone, sendo a posição dos mesmos indicada na Fig. 4.157. Os resultados obtidos para a eficiência de coleta foram comparados com os resultados de [Obermair e Staudinger \(2001\)](#).

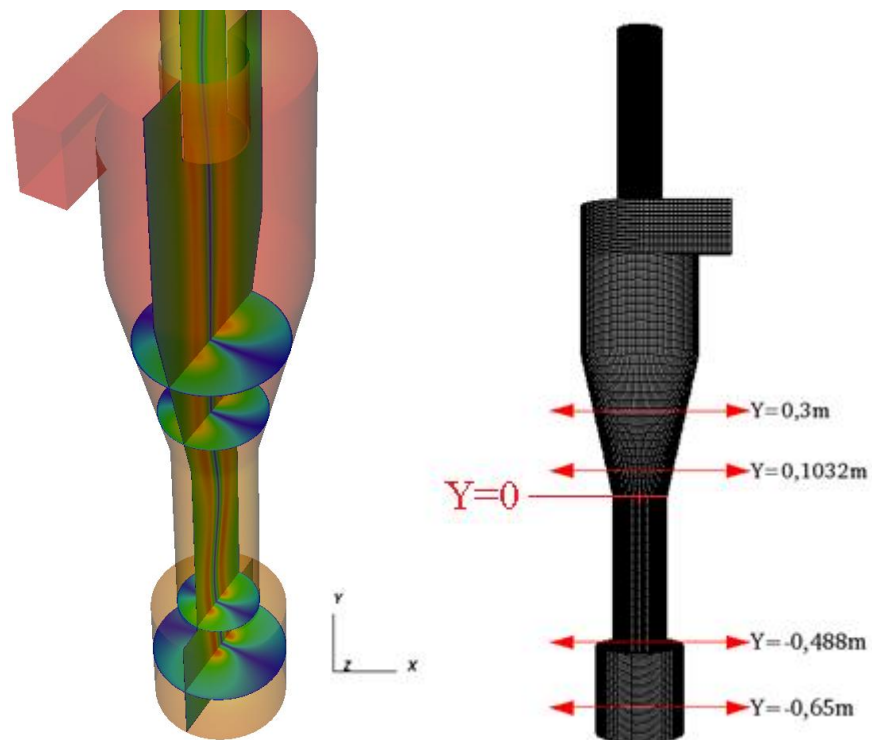


Figura 4.157: Posição dos planos utilizados para comparação de resultados numéricos com dados experimentais e definição da origem do sistema de coordenadas utilizado.

#### 4.4.4.1 *Perfis médios e RMS de velocidade tangencial e axial*

As comparações foram realizadas em um plano paralelo a entrada tangencial do ciclone, plano  $Z=0$ , conforme indicado na Fig. 4.158.

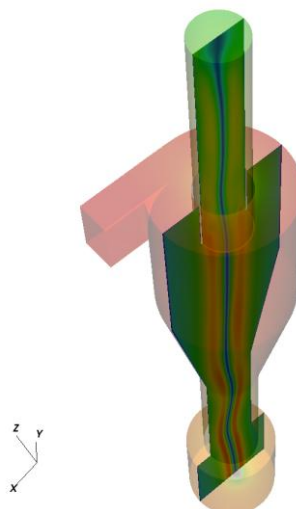
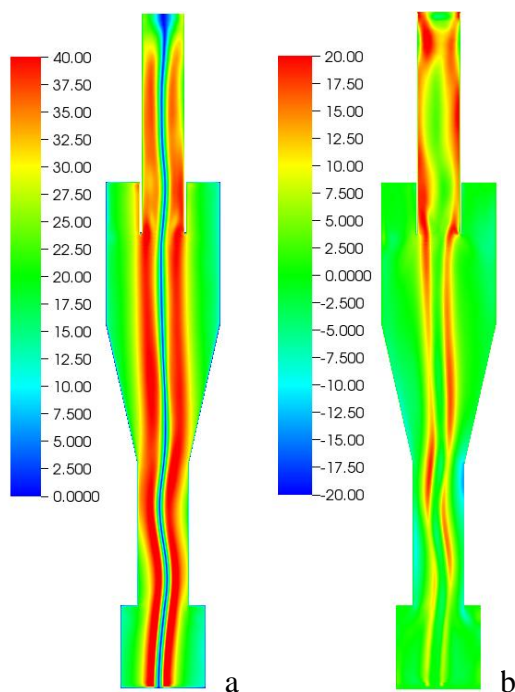


Figura 4.158. Posição do plano de medição dos perfis de velocidade.

As Fig. 4.159 traz uma impressão geral do comportamento da velocidade tangencial absoluta média e da velocidade axial média no plano de medição.



**Figura 4.159.** Impressão geral dos campos de velocidade tangencial média absoluta (a) e axial média (b) no plano de medição.

Observando as Figs. 4.160, 4.161, 4.162 e 4.163, nota-se que os valores médios apresentam características próximas às apresentadas nos dados experimentais de [Obermair et al. \(2003\)](#). O pico de velocidade tangencial apresenta certa sobrepredição em relação aos dados experimentais. Com relação a velocidade axial, destaca-se o perfil obtido na posição  $y=0,3$  m, o qual difere consideravelmente dos dados experimentais (o perfil obtido numericamente está praticamente, radialmente, invertido em relação aos dados experimentais).

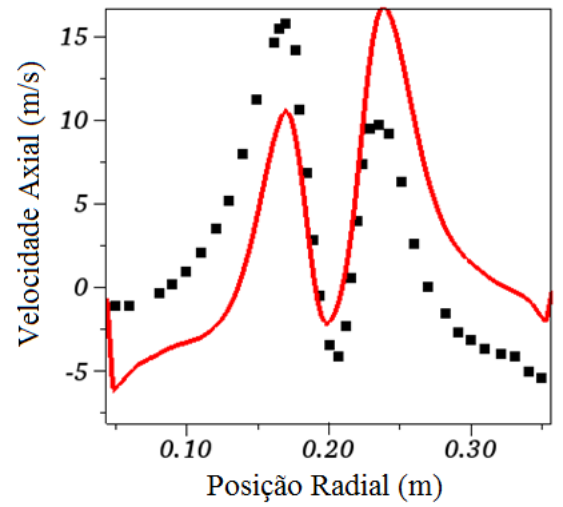
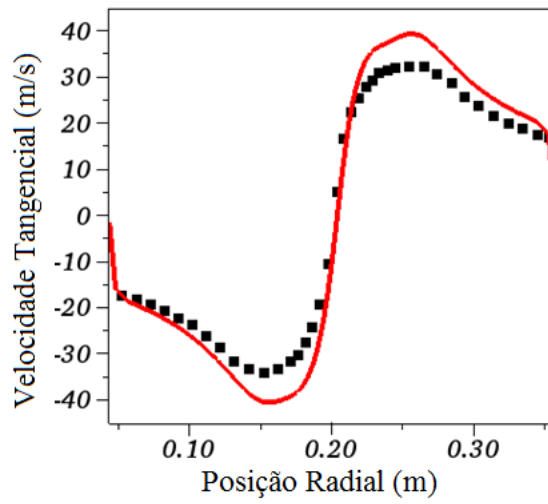


Figura 4.160: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição  $y=0,3$  m. — simulação; —■— Obermair et al. (2003).

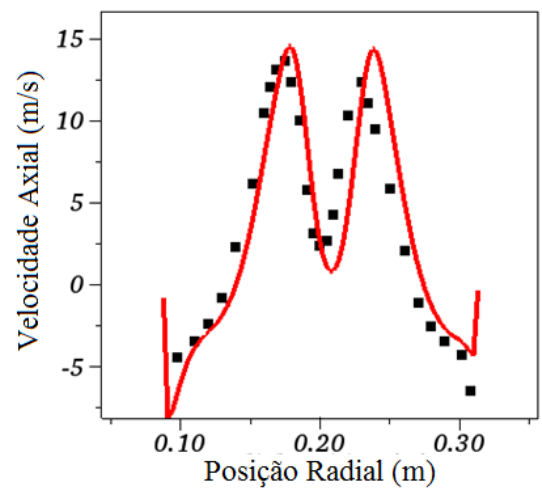
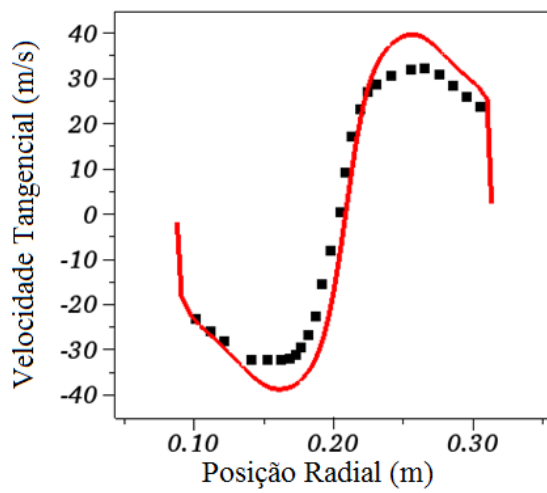


Figura 4.161: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição  $y=0,1032$  m. — simulação; —■— Obermair et al. (2003).

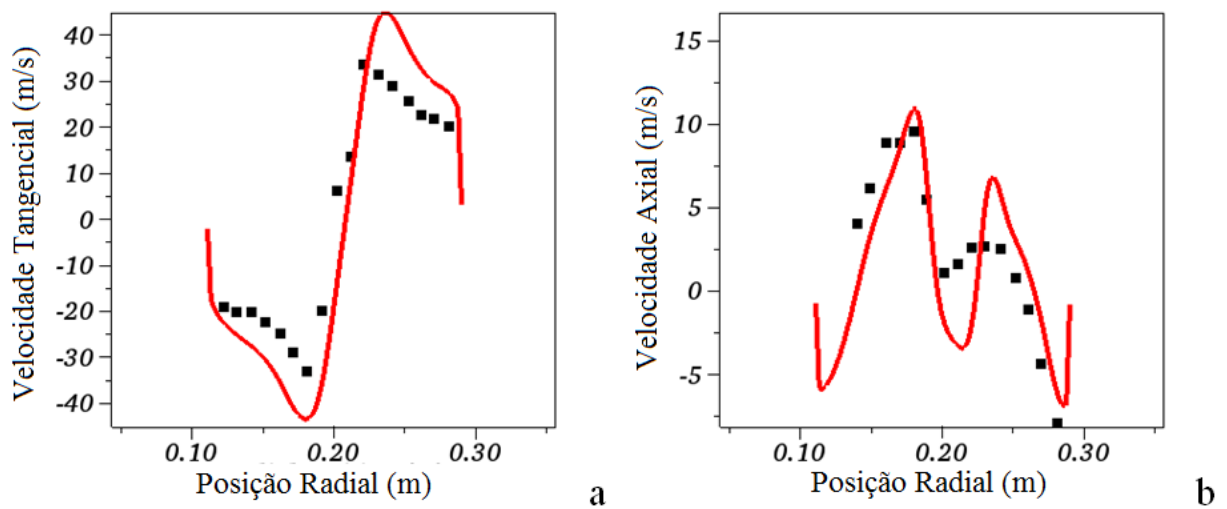


Figura 4.162: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição  $y=-0,488$  m. — simulação; —■— Obermair et al. (2003).

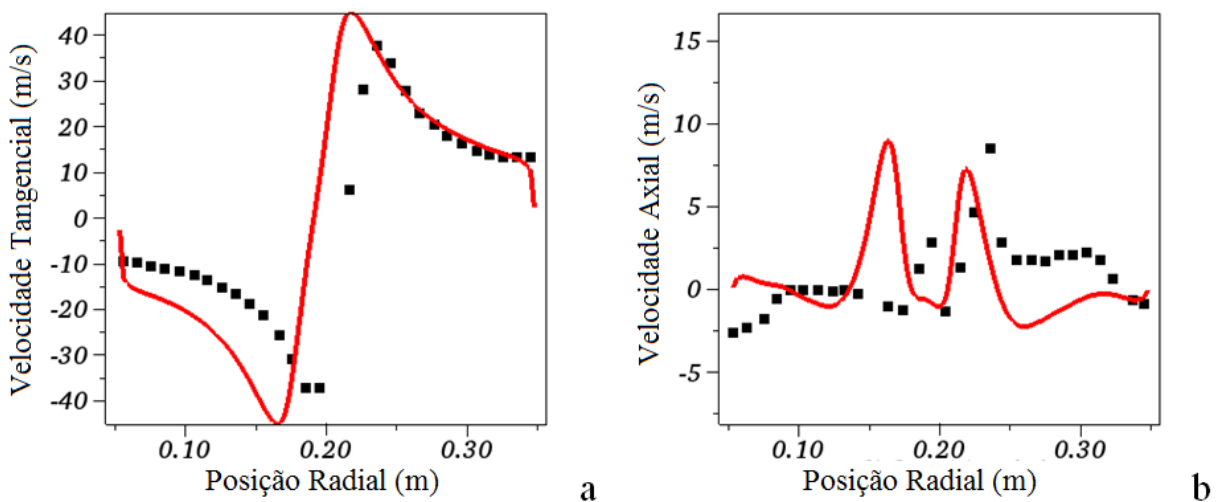


Figura 4.163: Perfis de velocidade tangencial média (a), e axial média (b), obtidos na posição  $y=-0,65$  m. — simulação; —■— Obermair et al. (2003).

Considerando os perfis de velocidade RMS, Figs. 4.164, 4.165, 4.166 e 4.167, nota-se que a concordância entre dados experimentais e resultados numéricos é excelente nas posições superiores, Figs. 4.164, 4.165, e razoável nas posições inferiores. Isto se deve principalmente ao fato: o processo de obtenção das variáveis médias e RMS foi iniciado após 0,7 segundos do início da simulação (em regime transiente com modelo LES), o que corresponde a aproximadamente um tempo de residência neste ciclone, quando deveria ter sido iniciado após, pelo menos, 1,4 s. Desta forma, ao se iniciar o processo de média, o vórtice ainda não havia tocado o fundo da caixa coletora, e o escoamento nesta região ainda



estava consideravelmente diferente daquele observado em um regime estatisticamente estabelecido, o que explica o comportamento anômalo dos valores RMS na seção intermediária da caixa coletora, Fig. 4.167.

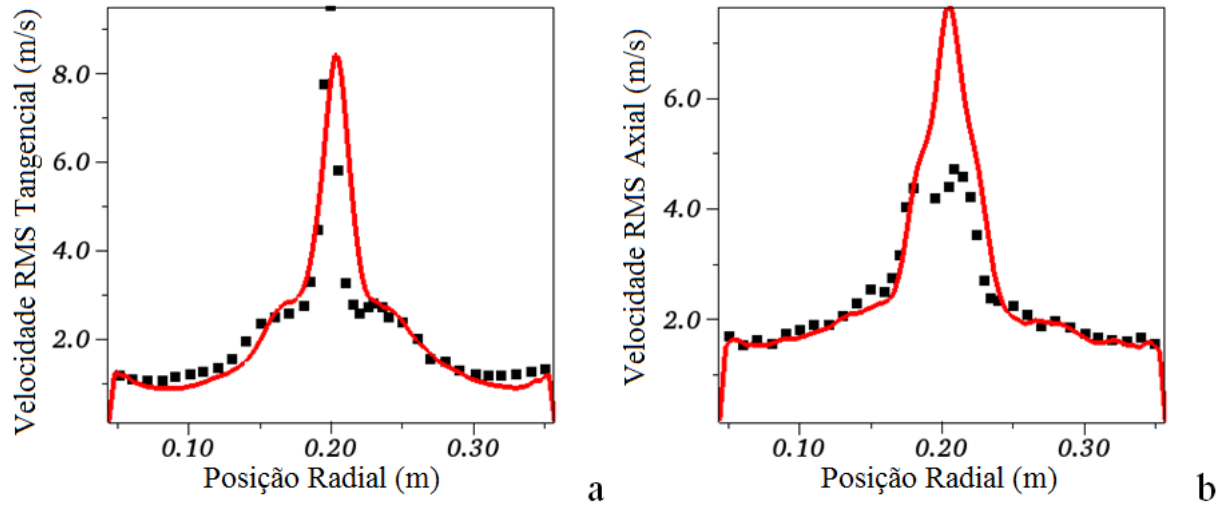


Figura 4.164: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição  $y=0,3$  m. — simulação; --■-- Obermair et al. (2003).

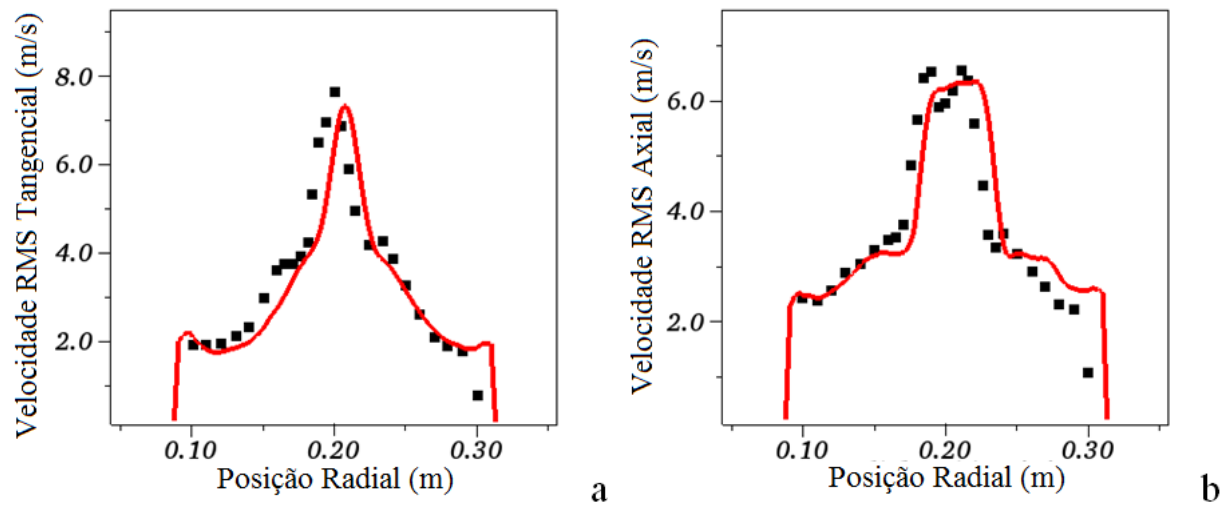


Figura 4.165: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição  $y=0,1032$  m. — simulação; --■-- Obermair et al. (2003).

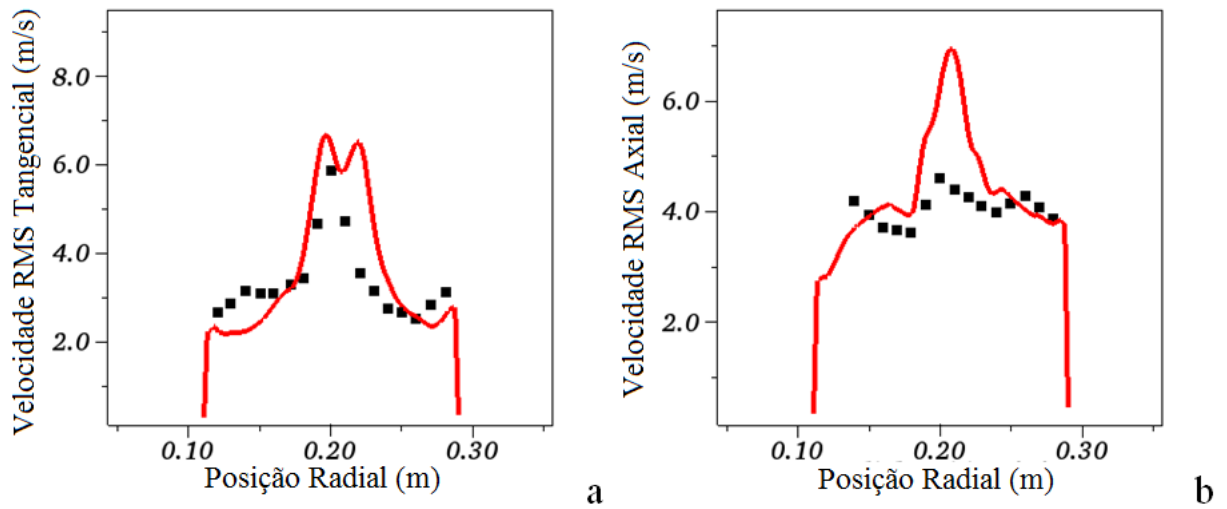


Figura 4.166: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição  $y = -0,488$  m. — simulação; --■-- Obermair et al. (2003).

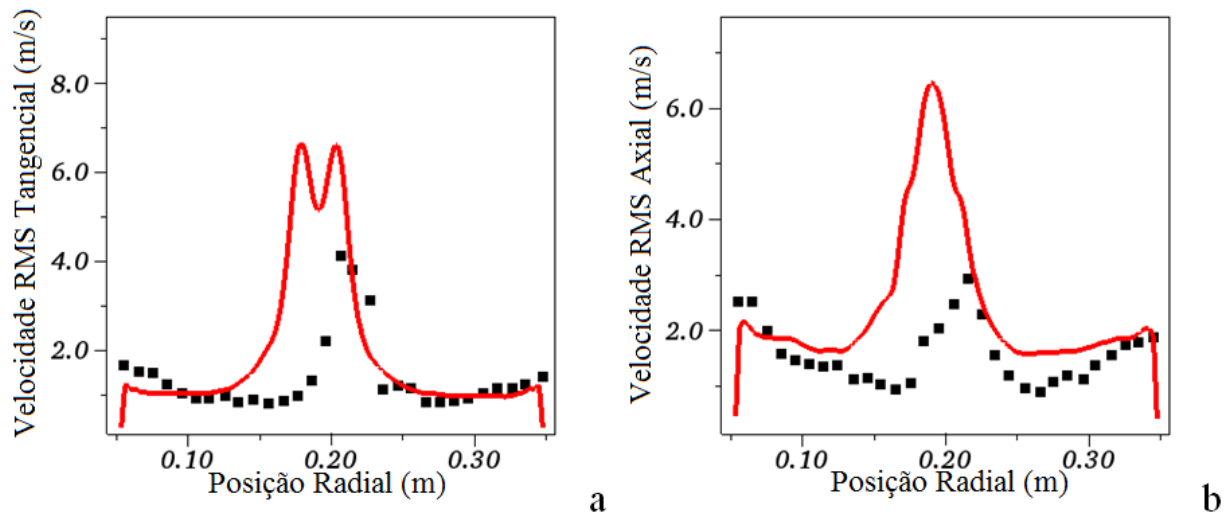


Figura 4.167: Perfis de velocidade RMS tangencial (a), e RMS axial (b), obtidos na posição  $y = -0,65$  m. — simulação; --■-- Obermair et al. (2003).

#### 4.4.4.2 Eficiência de coleta

A eficiência de coleta obtida numericamente foi comparada com os dados experimentais obtidos por [Obermair e Staudinger \(2001\)](#). Os diâmetros, número de Stokes (dado pela Eq. 4.3) e o tempo de relaxação (Eq. 4.4) das partículas simuladas são mostrados na Tabela 4.11.

**Tabela 4.11. Número de Stokes e tempo de relaxação das partículas em função do diâmetro.**

Diâmetro da partícula (m)	Número de Stokes	Tempo de relaxação (s)
1,00E-06	2,68E-04	8,46E-06
1,50E-06	6,04E-04	1,90E-05
2,00E-06	1,07E-03	3,38E-05
2,50E-06	1,68E-03	5,28E-05
3,00E-06	2,42E-03	7,61E-05
3,50E-06	3,29E-03	1,04E-04
4,00E-06	4,30E-03	1,35E-04
4,50E-06	5,44E-03	1,71E-04
5,00E-06	6,71E-03	2,11E-04
5,50E-06	8,12E-03	2,56E-04
6,00E-06	9,66E-03	3,04E-04
6,50E-06	1,13E-02	3,57E-04
7,00E-06	1,32E-02	4,14E-04
7,50E-06	1,51E-02	4,76E-04
8,00E-06	1,72E-02	5,41E-04
9,00E-06	2,17E-02	6,85E-04

Conforme mencionado anteriormente, foram utilizados dois critérios para a definição da coleta. Ao considerar que as partículas somente são coletadas ao tocarem o fundo caixa coletora, o custo computacional se tornou extremamente alto, uma vez que após aproximadamente 470.000 passos de tempo, o que equivale a 4,7 segundos físicos, somente cerca de 11.000 das quase 50.000 partículas injetadas haviam sido coletadas, indicando que a simulação terá de continuar por um longo período de tempo para que os resultados possam ser analisados. Desta forma, neste texto somente são apresentados os resultados referentes a simulação cujo critério de coleta considera que qualquer partícula que toque uma parede da caixa coletora é coletada. A eficiência de coleta para este caso é apresentada na Fig. 4.168.

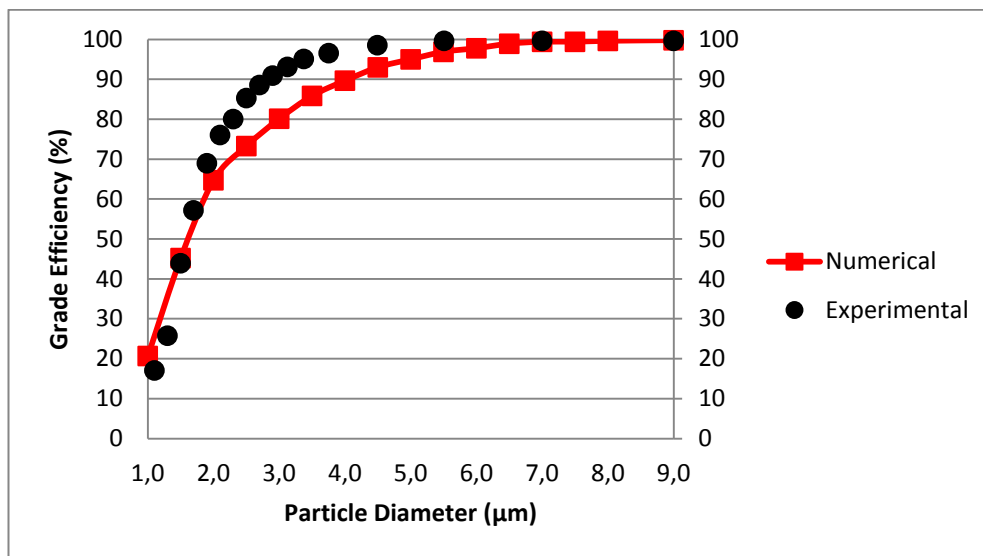


Figura 4.168. Comparação da eficiência de coleta obtida numericamente com os dados experimentais de Obermair et al. 2001.

Observa-se na figura acima que os resultados numéricos possuem boa concordância com os dados experimentais.

#### 4.4.5 Desenvolvimento do escoamento

Abaixo, Fig. 4.169, são apresentados alguns campos instantâneos indicando valores de pressão no interior do equipamento, os quais mostram o desenvolvimento do vórtice, o qual pode ser acompanhado pelo centro de baixa pressão, dentro do ciclone a partir do início da simulação transiente,  $t=0$  s, até 0,95 s físicos. Os campos são espaçados de 0,05 s em 0,05 s.

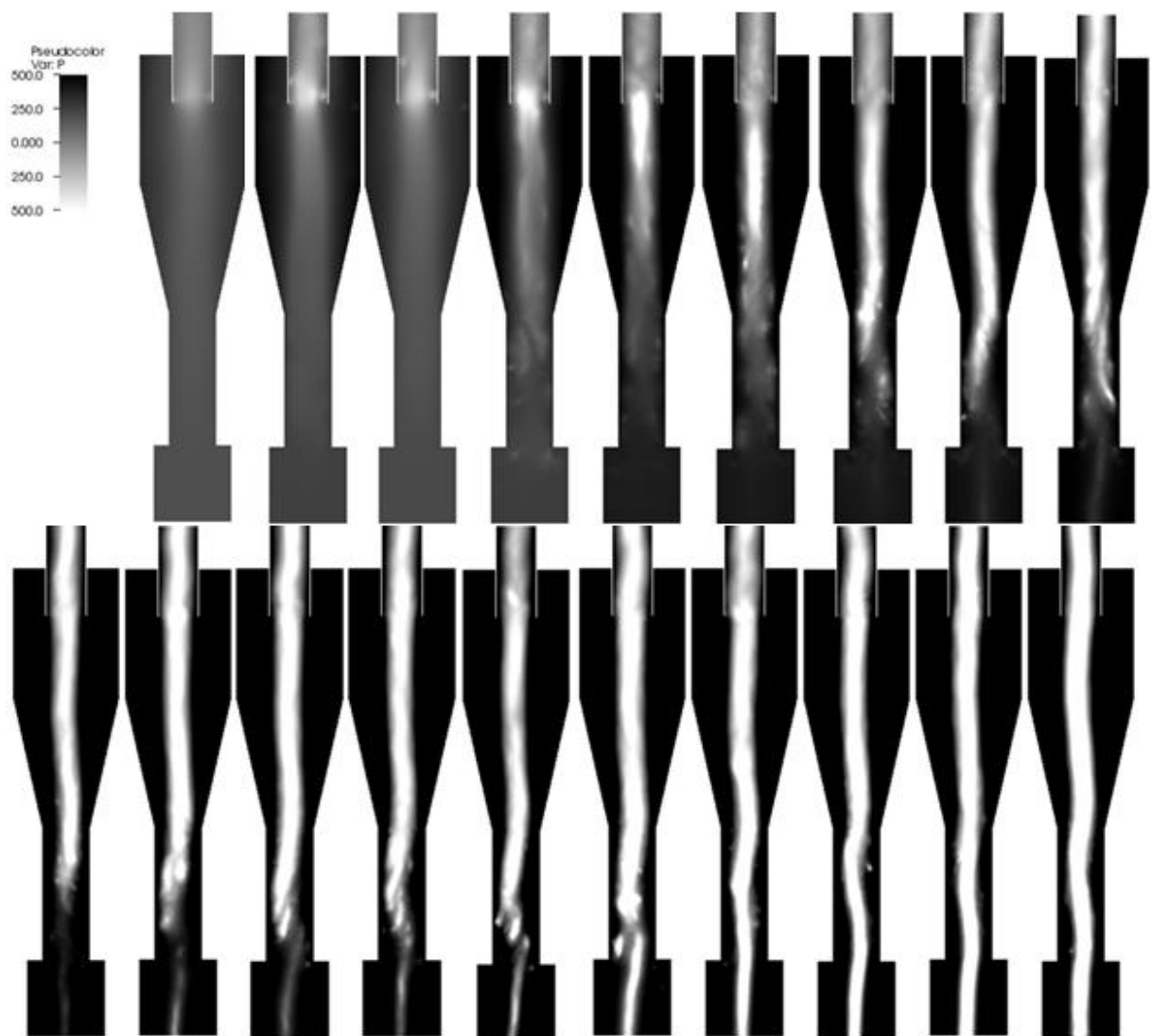


Figura 4.169: Desenvolvimento do escoamento.

Observando a Fig. 4.170, é possível observar uma maior quantidade de detalhes do desenvolvimento do escoamento. Nota-se, por exemplo, que no instante  $t=0,65$  s o centro do vórtice toca a parede da seção cônica do ciclone. Observando vídeos do desenvolvimento do escoamento é possível verificar que ao tocar a parede o vórtice inicia um movimento de precessão, similar ao fenômeno conhecido como EoV (*End of vortex* – fim do vórtice), no entanto neste ciclone com o dado regime de operação este fenômeno se mostrou passageiro, durando apenas cerca de 0,05 s. Após este tempo o movimento de *swirl* dentro da caixa coletora ganha força e o vórtice chega a seção inferior do ciclone.

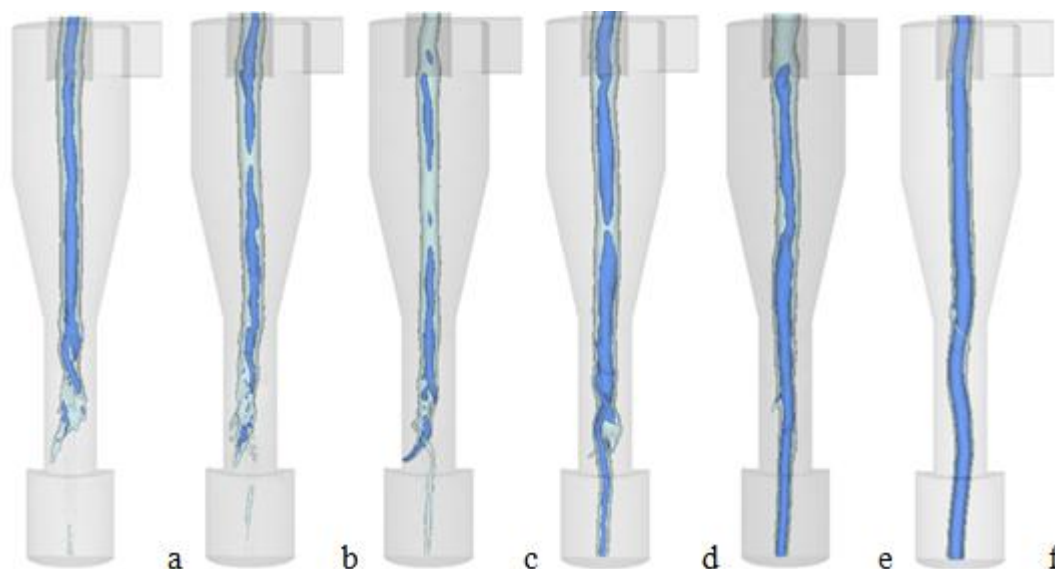


Figura 4.170: Iso-valores de pressão evidenciando o centro de rotação do vórtice. (a)=0,45 s; (b)=0,55 s; (c)=0,65 s.; (d)=0,75 s; (e)=0,85 s; (f)=0,95 s.

#### 4.5 Fechamento do item 4 e apresentação do item 5

Neste item apresentaram-se resultados da aplicação da metodologia Euleriana-Lagrangiana à análise do escoamento monofásico, bifásico e do processo de separação em ciclones. É importante ressaltar a necessidade dos resultados para o escoamento monofásico, uma vez que este é fundamental para a dinâmica das partículas dentro do ciclone. Por isso justificam-se as análises realizadas considerando somente o escoamento monofásico, uma vez que são a única forma de se assegurar a precisão do escoamento e identificar, de forma isolada, parâmetros que influenciem o escoamento da fase dispersa. As análises do escoamento monofásico, por exemplo, possibilitaram a compreensão da importância da correta predição das flutuações para a eficiência de coleta. Sabia-se a priori que as flutuações eram importantes, no entanto, após o estudo, foi possível observar que as mesmas são fundamentais, particularmente para os menores diâmetros.

Com relação aos resultados para o escoamento bifásico, nota-se que ainda existem algumas discrepâncias entre os resultados obtidos e os dados experimentais, como por exemplo na Fig. 4.88. As causas destas discrepâncias ainda estão sendo investigadas, mas neste estudo constatou-se que vários fatores podem influenciar os resultados. Dentre tais fatores pode se destacar: a utilização de esquemas de integração e interpolação adequados para a fase dispersa; a utilização de uma malha computacional mais refinada, a distribuição

dos elementos na malha, mesmo que em uma dada simulação os perfis de velocidade média e RMS obtidos apresentem diferenças desprezíveis em relação aos obtidos com uma malha mais fina (por exemplo, diferenças menores do que 5 % normalmente são consideradas desprezíveis). A utilização de tal malha pode levar a alterações consideráveis nos resultados obtidos para a fase dispersa (provavelmente pela necessidade de interpolação das componentes da velocidade para a posição do centro de massa da partícula); a distribuição das partículas na entrada do ciclone (embora esta análise não tenha sido mostrada, a mesma foi realizada e constatou-se tal influência); além disto, especula-se que adição de mais forças superficiais, como por exemplo, as forças devidas ao movimento Browniano para partículas menores que um micron, dentre vários outros, também possam influenciar os resultados.

Mesmos com as ressalvas acima, os resultados obtidos no subitem 4.4 mostram toda a potencialidade da metodologia aplicada, principalmente ao se considerar o número de Reynolds do ciclones simulados.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES

Um dos objetivos desta tese é a verificação da possibilidade de utilização de uma metodologia numérica que possibilite a simulação de escoamentos anisotrópicos altamente rotativos, como os encontrados em ciclones, sem a necessidade de se calibrar nenhuma constante *ad-hoc*, ou qualquer outro parâmetro. Para isto, inicialmente realizou-se uma série de testes para a verificação da aplicabilidade de diferentes modelos LES de turbulência na simulação de ciclones. Nestes testes iniciais verificou-se que os modelos LES de Smagorinsky, Yakhot e Dinâmico Submalha são capazes de fornecer resultados que se comparam muito bem aos dados experimentais disponíveis. Como já era esperado, constatou-se que embora o modelo de Smagorinsky forneça bons resultados, o mesmo necessita de ajustes em sua constante,  $C_s$ , ou seja, mesmo sendo um modelo LES, o uso do mesmo na simulação de ciclones é desencorajado, pois este necessita de ajustes feitos pelo usuário. Nestes testes iniciais também se constatou que a utilização do modelo DES (Strelets) não forneceu os resultados esperados, uma vez que mesmo em malhas computacionais reativamente finas, o modelo se comportou essencialmente como um modelo RANS, quando o esperado era que tal modelo fosse capaz de fornecer resultados intermediários, entre LES e RANS, com a utilização de malhas relativamente grosseiras.

Na sequência, investigou-se a utilização de diferentes condições de contorno para a definição da coleta de partículas no escoamento em ciclones. Neste estudo, evidenciou-se a



importância da utilização de condições de contorno adequadas para definição da coleta, mostrando que a mesma pode influenciar os resultados obtidos. Desta forma, acredita-se que a condição de coleta mais representativa da realidade seja a de que partículas que toquem o fundo do ciclone, ápice do cone, em ciclones que não possuem caixa coletora sejam consideradas como coletadas. No caso de ciclones com caixa coletora, comprovou-se que considerar as partículas que entram na caixa coletora como coletadas não se mostrou realista, uma vez que o número de partículas que deixam a caixa e retornam ao ciclone é muito grande (como evidenciado em outros trabalhos disponíveis na literatura aberta).

Posteriormente, verificou-se a importância da utilização de malhas computacionais com refinamento na região parietal. Constatou-se que o refinamento em regiões próximas a parede do equipamento não altera os resultados para o escoamento monofásico, a menos que o número de elementos na região central seja insuficiente. No entanto, o refinamento em regiões parietais diminuiu a diferença entre a curva de eficiência de coleta por diâmetro numérica e a curva experimental, no caso do ciclone 1, apresentado no subitem 4.3, indicando que este pode sim ser importante na simulação de escoamentos gás-sólido em ciclones.

Vários testes relativos a utilização de diferentes esquemas numéricos para a integração temporal das equações de movimento da fase dispersa e interpolação das componentes de velocidade da fase Euleriana para a posição do centro de massa das partículas também foram realizados. Nestes testes constatou-se que a utilização do esquema analítico para integração das equações de movimento das partículas em conjunto com o esquema de Shepard para as interpolações torna a metodologia robusta e capaz de fornecer bons resultados. Também verificou-se a necessidade de adequação do passo de tempo utilizado para o fluido na integração das equações de movimento das partículas, sendo esta adequação realizada por meio da utilização de sub-passos de tempo para a fase dispersa.

Um estudo sobre os efeitos do duto de saída no escoamento no interior do ciclone também foi realizado; parte deste estudo mostrou a influência que o escoamento em regime subcrítico no plano de saída gera no escoamento no interior do ciclone. Este item já havia sido comentado por [Derksen \(2003\)](#) em seu trabalho, no entanto, não foram mostrados perfis de velocidade comprovando tal influência. Como uma complementação a este item realizaram-se diversas simulações para diferentes geometrias do duto de saída. Os resultados para a queda de pressão obtidos neste estudo são condizentes com o esperado. No entanto, a relação da forma do duto de saída com o diâmetro de corte do ciclone mostrou-se complexa, de maneira

tal que mais testes se fazem necessários antes que uma conclusão definitiva sobre este item possa ser formulada. Também foram realizados dois testes referentes a utilização de um pós-ciclone no duto de saída; estes testes indicam que a utilização deste dispositivo é realmente capaz de aumentar a eficiência de coleta para partículas com diâmetro inferior ao diâmetro de corte do ciclone, se mostrando assim um campo promissor para pesquisas futuras.

Finalmente a simulação de um ciclone relativamente grande, diâmetro de 0,4 m, operando com número de Reynolds de aproximadamente 336.000 foi realizada. Esta simulação indica que a metodologia utilizada é plenamente aplicável a simulação de separadores ciclônicos, ou seja, é possível simular o escoamento nestes equipamentos sem que haja a necessidade de calibração de qualquer constante *ad-hoc*. Ressalta-se aqui que todas as simulações apresentadas neste trabalho foram feitas utilizando-se a versão serial do código computacional UNSCYFL. Embora o custo computacional de simulações LES de ciclones ainda seja alto, o mesmo não é mais proibitivo. Desta forma, como uma extensão do trabalho realizado nesta tese considera-se a continuação do estudo sobre o duto de saída do ciclone, a utilização do acoplamento de duas vias e de quatro vias, os quais com certeza irão requerer a utilização da versão paralela do código, e a implementação de modelos de desgaste, para futura predição numérica do desgaste em tal equipamento.

## CAPÍTULO VI

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avic, A., Karagoz, I., 2003, “Effects of flow and geometrical parameters on the collection efficiency in cyclone separators”, **Aerosol Science**, p. 937-955.

Bernardo, S., “**Estudo dos escoamentos gasoso e gás-sólido em ciclones pela aplicação de fluidodinâmica computacional**”, 2005, 240 f., Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil.

Brennen, E. C., “**Fundamentals of multiphase flow**” Cambridge University Press, 2005.

Buell – refinery cyclones: [http://www.buellrefinery.com/third\\_stage\\_separators.htm](http://www.buellrefinery.com/third_stage_separators.htm), disponível em: 28/10/2011.

Chuah, T. G., Gimbin, J. and Choong, T. S. Y., 2006, “A CFD study of the effect of cone dimensions on sampling aerocyclones performance and hydrodynamics”, **Power Technology**, v. 162, p. 126-132.

Crowe, T. C. “**Multiphase flow handbook**”, CRC, 2006.

Crowe, C., Sommerfeld, M., and Tsuji, Y., 1998, “**Multiphase flows with droplets and particles**”, CRC Press.

Cullivan, J. C., Williams, R. A. Dyakowski, T., Cross, C. R., 2004, "New understanding of a hydrocyclone flow field and separation mechanism from computational fluid dynamics, **Minerals Engineering**, v. 17, p. 651-660.

Decker, R. K., Meier, H. F. and Mori, M., 2004, "Validação do modelo tridimensional para o escoamento gás-sólido diluído vertical e horizontal, por técnicas de fluidodinâmica computacional (CFD)", **Bol. Téc. Petrobras**, v. 47(1), p. 88-100.

Derksen, J.J., 2003, "Separation performance predictions of a Stairmand high-efficiency cyclone", **Fluid Mechanics and Transport Phenomena**, Vol. 49, no 6, pp. 1359-1371.

Derksen, J.J., Sundaresan, S. and van den Akker, H.E.A., 2006, "Simulation of mass-loading effects in gas-solid cyclone separators", **Power Technology**, Vol. 163, pp. 59-68.

Derksen, J.J., Sundaresan, S. and van den Akker, H.E.A., 2008, "Two-way coupled Large-Eddy Simulations of the gas-solid flow in cyclone separators", **AIChE Journal**, v. 54, pp. 872-885.

Derksen, J. J. and Van den Akker, H. E. A., 2000, "Simulation of vortex core precession in a reverse-flow cyclone", **AIChE Journal**, v. 46, p. 1317-1331.

Druzhinin and Elghobashi, 1998, "Direct numerical simulations of bubble-laden turbulent flows using the two-fluid formulation", **Physics of fluids**, v. 10, p. 685-697.

Elghobashi, S., 1991, "Particle-laden turbulent flows: direct simulation and closure models", **Applied Scientific Research**, v. 28, p. 301-314.

Elsayed, K., Lacor, C., "Numerical modeling of the flow field and performance in cyclone of different cone-tip diameters", **Computer & Fluids**, v. 51, p. 48-59.

Ferziger, J. H. and Peric, M., "**Computational Methods for Fluid Dynamics**", Springer, 2002.

Fortuna, A. O., "**Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos**", Edusp., 2000.

García, M., Riber, E., Simonin, O. and Poinso, T., "Comparison between Euler/Euler and Euler/Lagrange LES approaches for confined bluff-body gas-solid flow prediction", **6º**

**International Conference on Multiphase Flow – ICMF 2007**, Leipzig, Germany, July 9-13, 2007.

Gimbun, J., Chuah, T. G., Choong, T. S. Y., Fakhru'l-Razi, A., 2005, "Prediction of the effects of cone tip diameter on the cyclone performance", **Aerosol Science**, v. 36, p. 1056-1065.

Gouesbet, G. and Berlemont, A., 1999, "Eulerian and Lagrangian approaches for predicting the behavior of discrete particles in turbulent flows", **Progress in Energy and Combustion Science**, v. 25, p. 133-159.

Gronald, G. and Derksen, J.J., 2010, "Simulating turbulent swirling flow in a gas cyclone: a comparison of various modeling approaches", **Powder Technology**.

Haselbacher, A., Najjar, F.M. and Ferry, J.P., 2007, "An efficient and robust particle-localization algorithm for unstructured grids", **Journal of Computational Physics**, Vol. 225, pp. 2198-2213.

Hoekstra, A. J., "Gas flow field and collection efficiency of cyclone separators", 2000, 188 f., Tese de Doutorado. *Technische Universiteit Delft*.

Hoekstra, A. J., Derksen, J. J. and Van Den Akker, H. E. A., 1999, "An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones", **Chemical Engineering Science**, v. 54, p. 2055-2065.

Hoekstra, A. J., Israël, A. T., Derksen, J. J. and Van Den Akker, H. E. A., "The application of laser diagnostics to cyclonic flow with vortex core precession", Int. Symp. Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, 1998.

Hoffmann, A. C., Stein, L. E., 2008, "Gas Cyclones And Swirl Tubes – Principles, Design and Operation", Second Edition, Springer – Verlag Berlin Heidelberg.

Hovenden, R. J. and Davidson, M. R., 1997, "Turbulence modeling of single phase flow in a spray dryer", **Inter Conf. on CFD in Mineral & Metal Processing and Power Generation**, CSIRO 1997, p. 459-465.

Kosinski, P. and Hoffmann, A. C., 2007, "An Eulerian-Lagrangian model for dense particle clouds", **Computers & Fluids**, v. 36, p. 714-723.

Loth, E., 2009, “**Computational fluid dynamics of bubbles, drops and particles**”. Cambridge University Press.

Ma, L., Ingham, D.B. and Wen, X., 2000, “Numerical modelling of the fluid and particle penetration through small sampling cyclones”, **Journal Aerosol Science**, Vol 31, N° 9, pp. 1097-1119.

Mariano, F. P., “**Modelagem matemática de escoamentos sobre geometrias complexas utilizando o método Pseudo-Espectral de Fourier acoplado com o método da fronteira imersa**”, Relatório de qualificação apresentado à Universidade Federal de Uberlândia, 2009.

Maliska, C. R., “**Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**”, 2004, LTC.

Mansoori, Z., Saffar-Avval, M., Tabrizi, H. and Ahmadi, G., 2004, “Experimental study of turbulent gas-solid heat transfer at different particles temperature”, **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 28, p. 655-665.

Martignoni, W. P., Bernardo, S. and Quintani, C. L., 2007, “Evaluation of cyclone geometry and its influence on performance parameters by computational fluid dynamics (CFD)”, **Brazilian journal of chemical engineering**, v. 24, p. 83-94.

Meier, H. F. and Mori, M., 1999, “Anisotropic behavior of the Reynolds stress in gas and gas-solid flows in cyclones”, **Powder Technology**, v. 101, p. 108-119.

Mohanarangam, K., Tian, Z. F. and Tu, J. Y., 2008, “Numerical Simulation of turbulent gas-particle flow in a 90° bend: Eulerian-Eulerian approach”, **Computers & Chemical Engineering**, v. 32, p. 561-571.

Morsi, S. A. and Alexander, A. J., 1972, "An investigation of particle trajectories in two phase flow systems", **J. Fluid Mech.**, v. 55, p. 193-208.

Narasimha, M., Brennan, M. and Holtham, P. N., 2006, “Large eddy simulation of hydrocyclone – prediction of air-core diameter and shape”, **International Journal of Mineral Processing**, v.80, p. 1-14.

Noriler, D., Vegini, A. A., Soares, C., Barros, A. A. C., Meier, H. F. and Mori, M., 2004, "A new role for reduction in pressure drop in cyclones using computational fluid dynamics techniques", **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.21, p. 93-101.

Patankar, N. A. and Joseph, D. D., 2001, "Lagrangian numerical simulation of particulate flows", **International journal of multiphase flow**, v. 27, p. 1685-1706.

Obermair, S., Staudinger, G., 2001, "The dust outlet of a gas cyclone and its effects on separation efficiency", **Chemical Engineering Technology**, v. 24, p. 1259-1263.

Obermair, S., Woisetschläger, J. and Staudinger, G., 2003, "Investigation on the flow pattern in different dust outlet geometries of a gas cyclone by laser Doppler anemometry", **Powder Technology**, v. 138, p. 239-251.

Peng, K., Shuguang, Z., Jianghao, W. and Chunxin, Y., 2009, "An improved known vicinity algorithm based on geometry test for particle localization in arbitrary grid", **Journal of Computational Physics**, v. 228, p. 9001-9019.

Peng, W., Hoffmann, A. C., Dries, H. W. A., Regelink, M. A. and Stein, L. E., 2005, "Experimental study of vortex end in centrifugal separators: The nature of vortex end", **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 6919-6928.

Pisarev, G. I., Hoffmann, A. C., Peng, W. and Dijkstra, H. A., 2011, "Large Eddy Simulation of the vortex end in reverse-flow centrifugal separators", **Applied Mathematics and Computation**, v. 217, p. 5016-5022.

Ray, M. B., Luning, P. E., Hoffmann, A. C., Plomp, A., Beumer, M, I, L., "Improving the removal efficiency of industrial-scale cyclones for particles smaller than five micrometre", **International Journal of Mineral Processing**, v. 53, p. 39-47.

R. Xiang, Park, S. H. and Lee, K. W., 2001, "Effects of cone dimension on cyclone performance", **Aerosol Science**, v. 32, p. 549-561.

Sadeghbeigi, R., "**Fluid Catalytic Cracking Handbook: Design, Operation and Troubleshooting of FCC Facilities**", Gulf Professional Publishing, 2000.

Salvo, R. V., “**Efeitos de modelos submalha em escoamentos em cyclones**”. Dissertação de mestrado, FEMEC, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia Brasil, 2009.

Schiller, L. and Naumann, Z., 1935, Ver. Deutsh. Ing. 77, 318.

S. Schmidt, H. M. Blackburn, M Rudman, "Impact of outlet boundary conditions on the flow properties within a cyclone", **15<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference**, December 13-17, 2004, Sydney, Australia.

Shalaby, H. H., “**On the Potential of Large Eddy Simulation to Simulate Cyclone Separators**”, 2007, 121 f., Tese de Doutorado, Von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz, Chemnitz, Germany.

Shaohua Li, Hairui Yang, Hai Zhang, Shi Yang, Junfu Lu, Guangxi Yue, 2009, “Measurements of solid concentration and particle velocity distributions near the wall of a cyclone” **Chemical Engineering Journal**, v. 150, pp. 168-173.

Solero, G. and Coghe, A., 2002, “Experimental fluid dynamic characterization of a cyclone chamber”, **Experimental Thermal Science**, v. 27, p. 87-96.

Souza, F. J., “**UNSCYFL3D Versão 1.11 – Manual Teórico**”, 2011, Uberlândia.

Strelets, M., “Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows”, AIAA Paper 2001-0879.

Svarovsky, L., “**Hydrocyclones**”, Holt, Rinehart & Winston Ltd, London, 1984.

Tenney, E. D., “**Cyclones – Fact and Fiction**”, Buell Division Fisher-Klosterman – INC, Lebanon, Pennsylvania, U.S.A., 2004.

Wan, G., Sun, G., Xue, X. and Shi, M., 2008, “Solids concentration simulation of different size particles in a cyclone separator”, **Powder Technology**, v. 183, p. 94-104.

Wang, S., Fang, M., Luo, Z., Li, X., Ni, M. and Cen, K., 1999, “Instantaneous separation model of a square cyclone”, **Powder Technology**, v. 102, p. 65-70.



White, F. M., “**Viscous Fluid Flow**”, McGraw-Hill, Inc, 1991.

Yakhot, A., Orsag, S. A., Yakhot, V. and Israeli, M., 1986, “Renormalization group formulation of large-eddy simulation”, **Journal Scientific Computing**, v. 1, p. 1-51.

Yoshida, H., 1996, “Three-dimensional simulation of air cyclone and particle separation by revised-type cyclone”, **Colloids and Surfaces – A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 109, p. 1-12.

Yoshida, H., Fukui, K., Yoshida, K. and Shinoda, E., 2001, “Particle separation by Limoya’s type gas cyclone”, **Powder Technology**, v. 118, p. 16-23.

Zhao, B., Su, Y. and Zhang, J., 2006, “Simulation of gas flow pattern and separation efficiency in cyclone with conventional single and spiral Double inlet configuration”, **Chemical Engineering Research and Design**, v. 84(A12), p. 1158-1165.