

RICARDO VICTÓRIA DE HOLANDA

**UMA METODOLOGIA PARA ATENUAÇÃO DE RUÍDO
TRANSMITIDO POR LAJES UTILIZANDO
ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO.**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2012

Ricardo Victória de Holanda

**UMA METODOLOGIA DE ATENUAÇÃO DE RUÍDO TRANSMITIDO POR
LAJES UTILIZANDO ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientador: Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte

UBERLÂNDIA - MG

2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU , MG, Brasil

H722m Holanda, Ricardo Victória de, 1965-
2012 Uma metodologia de atenuação de ruído transmitido por lajes
 utilizando absorvedores dinâmicos de vibração / Ricardo Victória
 de Holanda. - 2012.
 132 f. : il.

Orientador: Marcus Antonio Viana Duarte.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica - Teses. 2. Controle de ruído - Teses.
3. Vibração - Teses. I. Duarte, Marcus Antonio Viana. II. Univer-
sidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU: 621

RICARDO VICTÓRIA DE HOLANDA

**UMA METODOLOGIA PARA ATENUAÇÃO DE RUÍDO TRANSMITIDO POR LAJES
UTILIZANDO ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÃO.**

Tese **APROVADA** pelo Programa de Pós-graduação em
Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcus Antônio Viana Duarte (Orientador) - FEMEC/UFU

Prof. Dr. José Luiz Oliveira Pena (Co-orientador) - MECÂNICA/IFG

Prof. Dr. Antônio Marcos Gonçalves de Lima - FEMEC/UFU

Prof.^a. Dr.^a. Graciela Nora Doz De Carvalho - UNB

Prof. Dr. Joaquim Mário Caleiro Acerbi – FECIV/UFU

Eng.^a Dr.^a. Tatiana Meola – CUMMINS do BRASIL

UBERLÂNDIA - MG 2012

Aos meus pais, Jaime (em memória) e Neuzita.

A meu irmão Rinaldo e minha irmã Neuzimar.

A meu irmão Reinildes (em memória).

A minha esposa Adailma.

A minhas filhas Isabela e Mariana.

A minhas sobrinhas Janaina e Christiane.

AGRADECIMENTOS

- À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este Curso.
- De modo especial ao Professor Dr. Marcus Antônio Viana Duarte, pelos ensinamentos, orientação, profissionalismo e amizade demonstrado em todas as situações.
- Aos demais Professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, pelos conhecimentos transmitidos.
- Aos Professor Dr. José Luiz Oliveira Pena, pela constante ajuda durante a tese e principalmente pela elaboração do projeto Dinter.
- Ao Professor MSc. Eider Lúcio de Oliveira pelo constante incentivo e amizade.
- Ao Professor Dr. Aldemi Coelho Lima pela coordenação do projeto Dinter.
- Aos Professores da Coordenação de Mecânica e Eletromecânica do IFG, pela confiança, incentivo e apoio.
- Ao programa DINTER (Doutorado Interinstitucional), apoiado pela CAPES, pelo apoio financeiro.
- Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) pelo apoio.
- A todos que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho.

VICTÓRIA, R. H. **Uma Metodologia de Atenuação de Ruído Transmitido por Lajes Utilizando Absorvedores Dinâmicos de Vibração**. 2012. 125 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Na indústria da construção civil observa-se a tendência de construção de edificações mais leves e esbeltas e como consequência ocorre à piora no conforto acústico, devido o uso de materiais com maiores índices de transmissibilidade de vibração. Estudos preliminares indicam que o ruído causado pelo impacto em lajes é o principal gerador de incômodo em apartamentos, o ruído é transmitido via estrutura em função dos processos vibratórios, portanto uma possível solução é a redução da vibração da laje. Neste trabalho é proposto o uso de absorvedores dinâmicos de vibração (ADV), dispositivo secundário que é adicionado ao sistema estrutural primário (laje), cuja vibração ou ruído se deseja atenuar. Com o método de análise modal operacional (AMO) excitação transiente em conjunto com as técnicas no domínio do tempo: Exponencial Complexa com Mínimos Quadrados (LSCE) e Identificação Estocástica do Subespaço (SSI) realiza-se a caracterização modal da laje, posteriormente modelada em elementos finitos. Com os parâmetros modais da laje são calculados os ADV's, adotando a técnica desenvolvida por Espíndola e Silva (1992), que introduziram o conceito de parâmetros equivalentes generalizados para absorvedores viscoelásticos. As frequências de sintonização e as posições de instalação dos ADV's são definidas através de algoritmo de otimização. A validação da proposta é feita através da construção do modelo de uma sala em elementos finitos, considerando interação fluído-estrutura (FSI), com e sem a instalação dos ADV's. Foi obtida atenuação de 16 dB do ruído (ponderação linear integração impacto).

Palavras-Chaves: *Controle Passivo de Ruído, Análise Modal Operacional, Absorvedores Dinâmicos de Vibração.*

VICTÓRIA, R. H. **A Methodology for Noise Attenuation Transmitted by Slabs Using Dynamics Vibration Absorbers**. 2012. 125 f. PhD Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia - MG.

Abstract

In the construction industry there is a tendency to lightweight and slender buildings, and occurs as a consequence of the worsening in acoustic comfort, due to use of materials with higher transmissibility of vibration. Preliminary studies indicate that the noise impact caused by the slabs is the main source of nuisance in apartments, noise is transmitted through the structure due to the vibratory processes, so one possible solution is to reduce the slab vibration. This paper proposes the use of dynamic vibration absorbers (ADV), secondary device that is added to the primary structural system (slab), whose vibration or noise want to attenuate. The method of operational modal analysis (AMO) with transient excitation in conjunction with the techniques in the time domain, with Least Squares Complex Exponential (LSCE) and the Stochastic Subspace Identification (SSI) carried out the modal characterization of the slab, then modeled in finite elements. The ADV's are calculated by the slab modal parameters, using the technique developed by Espíndola and Silva (1992), who introduced the concept of equivalent parameters for generalized viscoelastic absorbers. The tuning frequency and the ADV's positions are defined by the optimization algorithm. The proposal validation was performed by a finite elements model of the room, considering fluid-structure interaction (FSI), with and without the ADV's. It was obtained 16 dB attenuation of noise (linear weighting integration impact).

Key Words: *Passive Noise Control, Operational Modal Analysis, Dynamic Vibration Absorbers.*

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Representação de um Modelo de Sistema com um Grau de Liberdade..... | 09 |
| Figura 2.2 – Representação de um Modelo de Sistema com n-gdl..... | 10 |
| Figura 2.3 – Tipos de sinais: (a) – Periódico; (b) – Transiente; (c) – Aleatório..... | 21 |
| Figura 2.4 – Esquema do método de mudança de massa (adaptado de AENLLE et al, 2010)..... | 41 |
| Figura 3.1 – Representação gráfica dos parâmetros do modelo de derivada fracionária de quatro parâmetros (CECCON, 2008)..... | 42 |
| Figura 3.2 – Representação da borracha trabalhando em cisalhamento puro (CECCON, 2008)..... | 44 |
| Figura 3.3 – Gráficos de caracterização dinâmica: (a) fator de deslocamento versus temperatura; (b) nomograma de frequência reduzida (fontes: ISO 10112, 1991; ESPÍNDOLA, 1990 apud LOPES et al., 2007)..... | 47 |
| Figura 3.4 – Representação gráfica da variação do módulo dinâmico e do fator de perda com a frequência para uma temperatura constante (DA SILVA, 2005)..... | 48 |
| Figura 3.5 – Representação de um Sistema com Neutralizador Dinâmico de Vibração | 51 |
| Figura 3.6 – Representação de um Sistema com ADV Tipo MKC..... | 54 |
| Figura 3.7 – Gráfico dos pontos fixos P e Q (Fonte: DAYOU JEDOL, 2006)..... | 55 |
| Figura 3.8 – Sistemas equivalentes: (a) ADV sobre base sem massa e (b) parâmetros equivalentes generalizados (DA SILVA, 2005)..... | 62 |

| | |
|---|----|
| Figura 3.9 – Sistemas equivalentes: NDV sobre sistema primário equivalente (DA SILVA, 2005)..... | 63 |
| Figura 3.10 – Função Objetivo (DA SILVA, 2005)..... | 68 |
| Figura 3.11 – Representação de um Processo de Otimização..... | 69 |
| Figura 3.12 – Representação de Básica de um AG..... | 71 |
| Figura 4.1 – Três primeiras formas de vibrar extraídas com software <i>Ansys®</i> | 78 |
| Figura 4.2 – Posicionamento dos acelerômetros na laje..... | 78 |
| Figura 4.3 – Placa de aço de 600 x 400 (mm) x 1/8”, com um acelerômetro de referência e outro deslocável..... | 81 |
| Figura 4.4 – Placa de aço de 600 x 400 (mm) x 1/8”, com um acelerômetro de referência e outro deslocável | 82 |
| Figura 4.5 – Espectros para os sinais medidos..... | 83 |
| Figura 4.6 – Auto-espectro da FRF puntual com componente harmônico..... | 86 |
| Figura 4.7 – (a) Função Densidade de Probabilidade para o Modo Operacional. (b) Função Densidade de Probabilidade para o Modo Natural..... | 87 |
| Figura 4.8 – Placa de aço..... | 91 |
| Figura 4.9 – Laje de concreto..... | 94 |
| Figura 4.10 – FRF Puntual – Modelo da Laje..... | 96 |
| Figura 4.11 – Ensaio de impacto em laje de concreto (FERRAZ, 2008)..... | 98 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.12 – Receptância – Modelo da Laje em elementos finitos..... | 99 |
| Figura 4.13 – Comparação de otimização deslocamento x velocidade média quadrática..... | 100 |
| Figura 4.14 – Receptância puntual, sistema primário e secundário com otimização de frequência, posição e massa..... | 101 |
| Figura 4.15 – Comparação entre o sistema com dois e sete ADV's..... | 103 |
| Figura 4.16 – Receptância puntual em função da massa dos ADV's..... | 105 |
| Figura 4.17 – Receptâncias puntuais entre o sistema com dois e sete ADV's – fator de perda 0,2 e 0,6..... | 106 |
| Figura 4.18 – Comparação entre Pressão Sonora (Pa) em uma Sala, com laje: sem ADV e com dois ADV's com fator de perda de 0,2 e 0,6..... | 108 |
| Figura 4.19 – Comparação entre Pressão Sonora (Db) em uma Sala, com laje: sem ADV e com dois ADV's com fator de perda de 0,2 e 0,6..... | 109 |
| Figura 4.20 – Comparação entre Pressão Sonora (Pa) em uma Sala, com laje: sem ADV e com sete ADV's com fator de perda de 0,2 e diferentes valores para massa..... | 110 |
| Figura 4.21 – Comparação entre Pressão Sonora (Db) em uma Sala, com laje: sem ADV e com sete ADV's com fator de perda de 0,2 e diferentes valores para massa..... | 110 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 4.1 – Comparação entre Freq. Nat. Ensaio x Simulação - Laje..... | 79 |
| Tabela 4.2 – Frequências naturais – Análise Modal – via MEF..... | 80 |
| Tabela 4.3 – Frequências naturais simuladas, experimentais e diferença relativa... | 83 |
| Tabela 4.4 – Excitação Impulsiva: AMO x AME..... | 84 |
| Tabela 4.5 – AMO: Excitação Impulsiva x Excitação Ruído Branco..... | 85 |
| Tabela 4.6 – AMO - Excitação Transiente com Mudança de Posição do Acelerômetro de Referência..... | 87 |
| Tabela 4.7 – Características Físicas da Viga utilizada na Simulação..... | 88 |
| Tabela 4.8 – Frequências naturais obtidas nas simulações..... | 89 |
| Tabela 4.9 – Cinco primeiros Autovetores obtidos através de Análise Modal com a AMO/Técnica SSI (aplicado fator de escala)..... | 90 |
| Tabela 4.10 – Características Físicas da Placa utilizada na Simulação..... | 91 |
| Tabela 4.11 – Comparação entre as Frequências Naturais obtidas através de Análise Modal e com a AMO/Técnica SSI..... | 92 |
| Tabela 4.12 – MAC entre as formas de vibrar obtidas através de Análise Modal e com a AMO/Técnica SSI..... | 92 |
| Tabela 4.13 – Características Físicas da laje utilizada na Simulação..... | 95 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 4.14 – Dados obtidos experimentalmente..... | 95 |
| Tabela 4.15 – Comparação entre as Frequências naturais dos modelos experimental e simulado..... | 96 |
| Tabela 4.16 – Frequências Naturais e Nós responsáveis pelos maiores deslocamentos da Laje..... | 98 |
| Tabela 4.17– Parâmetros Otimizados dos ADV's..... | 99 |
| Tabela 4.18 – Parâmetros Otimizados dos ADV's..... | 101 |
| Tabela 4.19 – Frequências naturais e nós responsáveis pelos dez maiores deslocamentos da Laje..... | 102 |
| Tabela 4.20 – Parâmetros Construtivos para Sete Adv's..... | 103 |
| Tabela 4.21– Parâmetros Construtivos para Sete Adv's, com limites superior de restrição de massa alterados para: RS1(uma vez a massa), RS2(três vezes a massa), RS3(seis vezes a massa)..... | 104 |
| Tabela 4.22 – Comparação Norma Velocidade entre ADV's com Fator de perda 0,2 e 0,6. | 106 |
| Tabela 4.23 – Características Físicas da Sala utilizada na Simulação..... | 107 |

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras Latinas

| | |
|-----------------|---|
| A_{rjk} | <i>Constante modal</i> |
| a_r | <i>Coeficiente que se relaciona com os autovalores do sistema</i> |
| b_m | <i>Parâmetro característico do material</i> |
| b_r | <i>Coeficiente que se relaciona com os autovalores do sistema</i> |
| $[C]$ | <i>Matriz de amortecimento</i> |
| C_{cr} | <i>Amortecimento crítico</i> |
| c | <i>Coeficiente de amortecimento</i> |
| c_e | <i>Amortecimento viscoso generalizado</i> |
| $[c_r]$ | <i>Amortecimento generalizada do r-ésimo modo</i> |
| \tilde{D} | <i>Sistema dinâmico composto</i> |
| \tilde{D}_0 | <i>Sistema dinâmico primário</i> |
| E_0 | <i>Parâmetro característico do material viscoelástico</i> |
| E_n | <i>Parâmetro característico do material viscoelástico</i> |
| $E_c(\Omega)$ | <i>Módulo de elasticidade complexo</i> |
| F_{rj} | <i>Fator de participação modal</i> |
| F_v | <i>Força de atrito viscoso</i> |
| f | <i>Força (N)</i> |
| $\{f(\omega)\}$ | <i>Transformada de Fourier de $\{f(t)\}$</i> |
| f_n | <i>Frequência Natural (Hz)</i> |
| f_{obj} | <i>Função objetivo</i> |
| f_{ot} | <i>Frequência ótima de sintonização do ADV</i> |

| | |
|-------------|---|
| $G(\Omega)$ | <i>Módulo dinâmico de elasticidade</i> |
| G_c | <i>Módulo de cisalhamento complexo</i> |
| H | <i>FRF</i> |
| $[H]$ | <i>Matriz de amortecimento histerético</i> |
| H_1 | <i>Estimador da FRF</i> |
| H_2 | <i>Estimador da FRF</i> |
| $[I]$ | <i>Matriz Identidade</i> |
| $[K]$ | <i>Matriz de rigidez</i> |
| K_c | <i>Rigidez complexa do ADV</i> |
| k | <i>Coeficiente de rigidez</i> |
| $[k_r]$ | <i>Rigidez generalizada do r-ésimo modo</i> |
| L | <i>Fator de forma do ADV</i> |
| $L'n$ | <i>Nível Sonoro de Impacto Normalizado</i> |
| $[M]$ | <i>Matriz de massa</i> |
| M_a | <i>Massa dinâmica</i> |
| m | <i>Massa (Kg)</i> |
| m_e | <i>Massa generalizada</i> |
| $[m_r]$ | <i>Massa generalizada do r-ésimo modo</i> |
| p | <i>Coordenadas modais</i> |
| \hat{p} | <i>Coordenadas modais reduzidas</i> |
| $\{q\}$ | <i>Vetor coordenadas modais</i> |
| R_{ff} | <i>Função de auto-correlação</i> |
| R_{xf} | <i>Função de correlação cruzada</i> |
| r | <i>Numero genérico do modo</i> |

| | |
|-----------------|---|
| S_{ff} | <i>Auto-densidade espectral</i> |
| S_{xf} | <i>Função de densidade espectral cruzada</i> |
| s | <i>Operador de Laplace</i> |
| T | <i>Temperatura</i> |
| T_0 | <i>Temperatura de referência</i> |
| t | <i>Tempo (s)</i> |
| $\{x(\omega)\}$ | <i>Transformada de Fourier de $\{x(t)\}$</i> |
| x | <i>Deslocamento (m)</i> |
| \dot{x} | <i>Velocidade (m/s)</i> |
| \ddot{x} | <i>Aceleração (m/s²)</i> |
| Z_M | <i>Impedância mecânica</i> |

Letras Gregas

| | |
|--------------|---|
| $[\Phi]$ | <i>Matriz modal ortonormalizada</i> |
| $\hat{\phi}$ | <i>Matriz modal truncada</i> |
| $[\Psi]$ | <i>Matriz modal</i> |
| α_m | <i>Parâmetro característico do material viscoelástico</i> |
| α_r | <i>Fator de deslocamento</i> |
| β | <i>Constante para cálculo do amortecimento proporcional</i> |
| β_j | <i>Coeficiente auto-regressivos</i> |
| β_m | <i>Parâmetro característico do material</i> |

| | |
|------------------|--|
| γ | <i>Constante para cálculo do amortecimento proporcional</i> |
| γ_c | <i>Coerência</i> |
| $\varepsilon(t)$ | <i>Deformação</i> |
| η | <i>Fator de perda</i> |
| θ | <i>Temperatura sobre o material viscoelástico</i> |
| λ | <i>Autovalores</i> |
| μ | <i>Relação entre massa do ADV e a massa da estrutura</i> |
| ξ_{ot} | <i>Amortecimento ótimo do ADV para estr. simples</i> |
| ξ_{kot} | <i>Amortecimento ótimo do ADV para estr. contínuas</i> |
| ξ_r | <i>Coeficiente de amortecimento do r-ésimo modo</i> |
| ρ | <i>Densidade</i> |
| ρ_0 | <i>Densidade na temperatura de referência</i> |
| $\tau(t)$ | <i>Tensão</i> |
| Ω | <i>Frequência</i> |
| Ω_r | <i>Frequência reduzida</i> |
| ω | <i>Frequência angular (rad/s)</i> |
| ω_a | <i>Frequência de antirressonância do ADV</i> |
| ω_r | <i>Frequência natural do r-ésimo modo (rad/s)</i> |
| $\bar{\omega}_r$ | <i>Frequência natural do r-ésimo modo não-amortecido (rad/s)</i> |

Abreviaturas

| | |
|-------|---|
| ADV | <i>Absorvedor Dinâmico de Vibração</i> |
| ADVLV | <i>Absorvedor Dinâmico de Vibração tipo Lâmina Vibrante</i> |
| ADVM | <i>Absorvedor Dinâmico de Vibração Multimodal</i> |
| ADVnl | <i>Absorvedor Dinâmico de Vibração não linear</i> |
| AG | <i>Algoritmo Genético</i> |
| AMO | <i>Análise Modal Operacional</i> |
| AME | <i>Análise Modal Experimental</i> |
| DVS | <i>Decomposição em Valores Singulares</i> |
| FDP | <i>Função Densidade Probabilidade</i> |
| FSI | <i>Fluid-Structure Interaction</i> |
| LSCE | <i>Least Squares Complex Exponential</i> |
| MAC | <i>Modal Analysis Coherence</i> |
| SSI | <i>Stochastic Subspace Identification</i> |
| FRI | <i>Função Resposta ao Impulso</i> |
| FRF | <i>Função Resposta em Frequência</i> |
| MDOF | <i>Multiple Degree of Freedom</i> |
| MIMO | <i>Multiple-Input Multiple-Output</i> |
| SDOF | <i>Single Degree of Freedom</i> |
| SISO | <i>Single-Input Single-Output</i> |

SUMÁRIO

| | |
|---|---------------|
| CAPÍTULO I | 1 |
| INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1 – <i>Método Desenvolvido</i> | 4 |
| 1.2 – <i>Objetivo do Trabalho</i> | 6 |
| 1.3 – <i>Estrutura dos Capítulos</i> | 7 |
| CAPÍTULO II | 8 |
| ANALISE MODAL | 8 |
| 2.1 – <i>Sistema estrutural com um grau de liberdade</i> | 8 |
| 2.2 – <i>Sistema estrutural com n-grau de liberdade</i> | 10 |
| 2.3 – <i>Domínio Modal</i> | 11 |
| 2.4 – <i>Amortecimento de Sistemas Dinâmicos</i> | 13 |
| 2.4.1 – <i>Amortecimento histerético proporcional</i> | 15 |
| 2.5 – <i>Modelos de Sistemas Completos e Incompletos</i> | 17 |
| 2.6 – <i>Tipos de Excitação para Análise de Vibração em Estruturas</i> | 18 |
| 2.6.1 – <i>Excitação Aleatória ou Randômica</i> | 18 |
| 2.6.2 – <i>Excitação Senoidal</i> | 19 |
| 2.6.3 – <i>Excitação por Impacto</i> | 19 |
| 2.7 – <i>Vibração através de sinais não senoidais e propriedades da FRF</i> | 21 |
| 2.8 – <i>Identificação dos Parâmetros Modais</i> | 25 |
| 2.8.1 – <i>Método Exponencial Complexa</i> | 26 |
| 2.8.2 – <i>Método Identificação Estocástica do Subespaço</i> | 29 |
| 2.8.3 – <i>Coerência de Amplitude Modal - MAC</i> | 35 |
| 2.9 – <i>Análise Modal Operacional</i> | 36 |
| 2.9.1 – <i>Aspectos Teóricos</i> | 37 |
| 2.10 – <i>Ortonormalização de autovetores</i> | 40 |
| 2.11 – <i>Considerações sobre o capítulo</i> | 42 |
| CAPÍTULO III | 44 |
| CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO | 44 |
| 3.1 – <i>Materiais Viscoelásticos</i> | 44 |
| 3.1.1 – <i>Modelos para Materiais Viscoelásticos</i> | 45 |
| 3.1.1.1 – <i>Modelos com Derivada de Ordem Inteira</i> | 45 |
| 3.1.1.2 – <i>Modelos com Derivada de Ordem Fracionária</i> | 46 |
| 3.1.2 – <i>Temperatura e Frequência de Transição</i> | 51 |
| 3.2 – <i>Controle de Vibração</i> | 55 |
| 3.2.1 – <i>Neutralizador Dinâmico de Vibração</i> | 56 |
| 3.2.2 – <i>Absorvedor Dinâmico de Vibração</i> | 58 |
| 3.2.3 – <i>Comportamento Dinâmico de Estruturas Contínuas</i> | 62 |
| 3.2.4 – <i>Teoria dos Pontos Fixos</i> | 64 |
| 3.2.5 – <i>Quantidades Equivalentes Generalizadas para um ADV</i> | 66 |
| 3.2.6 – <i>ADV's Fixados a Sistemas Primários com Geometria Complexa</i> | 69 |

| | |
|--|------------|
| 3.2.7 – Truncamento | 70 |
| 3.2.8 – Otimização dos parâmetros dos ADV's | 72 |
| 3.3 – Técnicas de Otimização | 75 |
| 3.3.1 – Algoritmos Genéticos | 76 |
| 3.4 – Considerações sobre o Capítulo | 82 |
| CAPÍTULO IV | 83 |
| PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS | 83 |
| 4.1 – Estudo da Resposta Modal em uma Laje de Edifício | 84 |
| 4.2 – Estudo da Resposta de uma Estrutura através de uma AMO com Excitação Transiente | 86 |
| 4.2.1 – Análise Modal via MEF | 87 |
| 4.2.2 – AMO com excitação impulsiva | 87 |
| 4.2.3 – AME Tradicional com Excitação Impulsiva | 90 |
| 4.2.4 – AMO com Excitação tipo Ruído Branco | 91 |
| 4.2.5 – Avaliação da sensibilidade do método | 92 |
| 4.3 – Obtenção dos autovetores ortonormalizados de uma Estrutura através de uma AMO com Excitação Transiente | 94 |
| 4.3.1 – Ortonormalização dos autovetores de uma viga de aço | 95 |
| 4.3.2 – Obtenção dos autovetores não escalados de uma Placa, através da AMO .. | 97 |
| 4.3.3 – AMO excitação transiente caracterização modal de uma laje real | 99 |
| 4.4 – Estudo da resposta de uma laje de concreto com e sem ADV | 103 |
| 4.5 – Estudo da resposta acústica de uma sala com e sem ADV | 113 |
| CAPÍTULO V | 119 |
| CONCLUSÃO | 119 |
| BIBLIOGRAFIA | 122 |

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O ruído é atualmente um dos elementos que mais contribuem para irritabilidade, *stress*, esgotamento psíquico e fisiológico do ser humano. Concluiu-se que em vigília, o ruído de até 50 dB(A) provoca estresse leve, excitante, causando dependência, e levando a durável desconforto. O estresse degradativo do organismo começa a cerca de 65 dB(A) com desequilíbrio bioquímico, aumentando o risco de infarto, derrame cerebral, infecções, osteoporose, entre outros riscos para a saúde. Por outro lado, o sono, a partir de 35 dB(A), vai ficando superficial, a 75 dB(A) atinge uma perda de 70% dos estágios profundos (SOUZA, 1992).

Foram criadas normas em diversas esferas do setor público de modo a exigir índices de ruído considerados aceitáveis à exposição do ser humano, principalmente ruídos gerados em ambientes de trabalho, que afetem diretamente aos trabalhadores que ali se encontrem ou que afetem pessoas que tenham moradias próximas aos locais onde se instalaram as fontes de ruído. Dentre as principais regulamentações encontram-se as normas NBR 10.151 (Avaliação de ruídos em áreas habitadas) e NBR 10.152 (Níveis de ruído para conforto acústico), resolução 1/90 CONAMA e a NBR 15.575:2008 – Avaliação do Desempenho da Edificação.

Ao longo dos anos podem-se observar os avanços tecnológicos alcançados pelos profissionais da engenharia, quanto ao aspecto de se controlar o nível de ruído emitido, através do controle da vibração das estruturas. Tem-se obtido bons resultados no ramo das engenharias eletro-mecânica, através do uso de técnicas de controle ativo (RAJU, 1997; PARK et al., 2003; LEO, 2007 apud BARROS, 2009) e passivo (ESPINDOLA; SILVA, 1992; BAVASTRI, 1997; SUN et al., 2007; BORGES, 2008; KUIK et al., 2009). Provavelmente estes avanços ocorreram em função da formação do profissional incluir disciplinas na área

de dinâmica e ser este o ramo das engenharias que a princípio trabalha diretamente com equipamentos considerados fontes de emissão de ruído.

Na formação acadêmica dos profissionais envolvidos diretamente com o setor da construção civil, arquitetos e engenheiros civis, nos currículos da maioria das faculdades, não constam disciplinas da área de dinâmica. Por outro lado, a indústria da construção civil conhecida por ser um dos setores de maior geração de desperdício, quer seja: através da geração de entulho ou do superdimensionamento de suas estruturas, tem nos últimos anos reduzido este desperdício. Com essa finalidade, foram adotados alguns princípios de gestão como a padronização de componentes e processos, a utilização de cálculos estruturais com emprego de parâmetros que reproduzem mais fielmente os carregamentos estruturais e as características dos materiais empregados, obtendo assim estruturas mais leves e esbeltas. No século 20 observou-se uma constante procura por construções leves e esbeltas, o que tende a ir contra a isolamento acústica dos ambientes (DUARTE; VIVEIROS, 2005)

Estruturas mais leves e esbeltas, se apresentam como um relevante fator de evolução tecnológica quanto à redução de custo, através da rapidez na execução de obras, menor volume de materiais empregados nas obras, bem como melhora nos parâmetros ambientais com a menor geração de entulho. No entanto, ao melhorar certos parâmetros ambientais, principalmente através do uso de menor volume de materiais, implicou na piora de outro, o conforto acústico das edificações, devido à redução da massa proveniente dos materiais empregados e o uso de outros materiais com maiores índices de transmissibilidade de vibração. O conforto acústico só é lembrado quando, depois de estarem vivendo nesses espaços, os moradores passam a escutar, por exemplo, a conversação dos vizinhos do lado ou o caminhar no andar de cima, isto é, quando o ruído começa a atrapalhar o sossego (NETO; BERTOLI, 2008).

Pesquisas realizadas em 110 apartamentos na região de Goiânia obtiveram os seguintes resultados em relação ao conforto acústico das habitações: 73,40% enquadraram-se na classificação como péssimo, ruim ou regular e 26,60% foram considerados bons (MARTINS; SAHB; NETO, 2004).

Todos os tipos de edificações, independentemente do uso a que se destinam, sejam públicos, tais como hospitais, escolas, hotéis, etc, ou privados como edifícios residenciais de uso multifamiliar, expõem seus ocupantes aos efeitos nocivos causados por ruídos. Estes sons possuem origens diversas como: passos, vozes, instalações hidrosanitárias, impacto

de objetos sobre laje, televisores, aparelhos de som, dentre outros. Estudos preliminares indicam que o ruído causado pelo impacto é o principal gerador de incômodo em ambientes residenciais. Patrício (2001) afirma que, em Portugal, vários problemas de ruído de impacto surgiram com a rápida construção de lajes entre os apartamentos para atender à demanda do mercado. Battista e Varela (2002) constataram problema de vibração em lajes de pisos de edificações residenciais que causam desconforto aos usuários, mesmo quando são obedecidos os critérios de normas de projeto estrutural.

Quando a edificação já está concluída, os meios para se atenuar o problema conhecidos são reduzidos e dispendiosos, principalmente através de revestimento dos ambientes do imóvel com uso de materiais absorvedores, acréscimo de massa e/ou rigidez. Jeong; Yooh; Jeon (2005) utilizando vigas e placas de fibra de vidro reforçadas com plástico para aumentar a rigidez de lajes de concreto, obtiveram redução entre três e quatro dB nos níveis de pressão sonora do ruído gerado pelo impacto.

Impactos em lajes de piso de edifícios são transmitidos via estrutural em função dos processos vibratórios decorrentes, este problema em construções com sistemas construtivos tradicionais, como estrutura em concreto, faz com que a transmissão indireta do ruído pelos flancos através da vibração seja responsável por aproximadamente 50% da transmissão sonora total entre dois ambientes quaisquer (RINDEL, 2007; NUNES, 2005). Os efeitos de excitações dinâmicas de piso não são limitados aos ambientes receptores localizados imediatamente abaixo da fonte. Por exemplo, em centros de ginástica, com caráter aeróbico, as vibrações induzidas podem ser percebidas lateralmente a 30m de distância numa mesma laje, ou a 10 pavimentos abaixo da fonte (LONG, 2006). Isto ocorre porque se trata de uma eficiente excitação por contato, em que a laje se torna um irradiador de energia sonora em uma ampla faixa de frequências, devido ao movimento vibratório induzido pela excitação localizada (BISTAFA, 2006).

Portanto ao se reduzir a vibração da laje haverá uma significativa redução na transmissão de vibração para as paredes com uma conseqüente atenuação no ruído transmitido para outros ambientes. O controle dos fenômenos vibratórios e, por conseqüência, o controle acústico dos ambientes, amplamente estudado na área da mecânica, apresenta basicamente dois sistemas: o ativo com uso de sensores (microfones) e atuadores (alto falantes) e o passivo, com uso de absorvedores dinâmicos de vibração (ADV).

O ADV é um sistema secundário que é adicionado a um sistema estrutural primário, cuja vibração ou ruído irradiado se deseja controlar. O controle através de ADV possui elevada robustez, sua ação é consequência da interação mecânica natural de componentes físicos, custo reduzido e na sua construção são utilizados materiais que permitem o projeto de modelos com geometrias diversas que podem ser incorporados aos ambientes de edifícios residenciais (BAVASTRI, 1997; MARQUES, 2000; CUNHA JR, 2004, BARROS, 2009).

1.1 – Objetivo do Trabalho

Desenvolver uma metodologia para projetar absorvedores dinâmicos de vibração, que envolva obtenção dos parâmetros construtivos: frequência de sintonização, posicionamento e massa. Estes dispositivos devem ser instalados em lajes de ambientes de edifícios residenciais, propiciando uma redução significativa no ruído transmitido entre ambientes, com a vantagem de poderem ser instalados em edifícios em uso sem que seja necessária a realização de grandes reformas com custo reduzido em relação à opção atual de pisos flutuantes com isolamento acústico.

1.2 – Método Desenvolvido

Neste trabalho foi desenvolvida uma metodologia para projetar ADV's que provocassem a redução da vibração induzida em lajes de edifícios existentes, de forma a atenuar a transmissão de ruído entre ambientes e suas consequências para os ocupantes da edificação. Tendo em vista o elevado peso deste elemento estrutural foi proposta uma metodologia que trabalha com uma relação de massa laje/ADV reduzida, de forma a não comprometer a integridade estrutural da edificação e não causar impacto visual ao usuário do ambiente.

Foi adotada a técnica proposta por Espindola e Silva (1992), os quais introduziram o conceito de parâmetros equivalentes generalizados para neutralizadores viscosos e viscoelásticos, demonstrando que se podem escrever as equações do sistema composto, apenas em termos de coordenadas generalizadas do sistema primário. As frequências de sintonização, as posições de instalação dos ADVs foram definidas através de algoritmo de otimização em função da redução da vibração dos modos de vibrar selecionados da estrutura. A massa foi pré-selecionada de forma a não afetar aspectos visuais nem estruturais do ambiente.

A otimização foi feita com o uso de um algoritmo genético (AG), que consiste em uma técnica de busca e otimização baseada na seleção natural, a qual equivale a uma simulação numérica da Teoria da Evolução publicada por Charles Darwin em 1859, proposta pela primeira vez por Holland (1975), seguido por Goldberg (1989) e outros.

A estrutura geral do AG baseia-se na geração de uma população inicial representativa de soluções, avaliada por um critério pré-estabelecido (de parada), não sendo satisfeito esse critério uma nova população é gerada por meio de operadores evolucionários aplicados à população inicial, o resultado deste cruzamento é verificado novamente com o critério pré-estabelecido e os indivíduos mal classificados são substituídos pelos descendentes melhor classificados, estas mutações ocorrem até que ocorra convergência do resultado em relação ao critério de parada.

A validação do modelo proposto foi feita através de simulação em software de elementos finitos. Segundo Gerges (2000), o avanço tecnológico e digital, bem como a disponibilidade de computadores tornaram, possível a solução de problemas acústicos complexos, já que existem várias técnicas numéricas para análise vibroacústica de sistemas complexos, como: Método de Elementos Finitos, Elementos Infinitos e Elementos de Contorno.

A proposta envolve edificações construídas, portanto foram realizados ensaios em estruturas reais (laje) onde foi comprovada a viabilidade de se utilizar como método de identificação das características modais a análise modal operacional (AMO). Este tipo de análise fornece os parâmetros modais a partir das próprias condições naturais ou de operação da estrutura, onde a obtenção das frequências naturais, amortecimentos modais e formas de vibrar são baseadas apenas nas respostas da estrutura (AENLLE et al., 2009).

Apesar da AMO ser um método relativamente recente em comparação com o método que utiliza os sinais de entrada e saída conhecidos a análise modal experimental (AME), vários são os trabalhos que utilizam esta técnica devido à facilidade de se obter o sinal de excitação principalmente em grandes estruturas. Nesse sentido, pode-se citar: Yang; Li; Huang (2005) realizaram uma AMO em uma plataforma offshore excitada pela ação do vento; Magalhães; Caetano; Cunha (2006) realizaram a identificação dos parâmetros modais da cobertura de um estádio de futebol durante a realização de uma partida.

Para identificação dos parâmetros modais a partir dos sinais obtidos através da AMO foram utilizadas duas técnicas no domínio do tempo: exponencial complexa com mínimos quadrados (LSCE) e identificação estocástica do subespaço (SSI).

Mao (2007) modelou em elementos finitos um ambiente para compreender as características de transmissão do som através do piso, com objetivo de estudar estratégias para atenuação do ruído gerado, antes da execução da obra. Concluiu que o nível de pressão sonora no ambiente abaixo é fortemente afetado pelas características modais do piso e da sala. Nunes (2005) realizou um estudo sobre a aplicabilidade e viabilidade do uso do método dos elementos finitos para a solução de problemas vibroacústicos resultantes de impacto em laje de ambientes residenciais ainda na fase de projeto. Este estudo foi desenvolvido ao longo do acompanhamento da construção de um edifício onde a energia de vibração foi quantificada em relação às subestruturas (laje, vigas, pilares e paredes), chegando à conclusão de que a laje é responsável por 33% desta energia transmitida.

Finalmente foi modelado em elementos finitos um ambiente (uma sala) onde foram feitas simulações sem ADV's instalados e com os ADV's instalados. Um ponto a 80 cm do piso foi utilizado para medir a pressão sonora nas duas situações simuladas, onde se comprovou a atenuação do ruído através da redução da vibração do elemento estrutural (laje) com a instalação dos dispositivos.

1.3 – Estrutura dos Capítulos

O trabalho foi organizado da seguinte forma:

Primeiro capítulo apresenta as justificativas, os objetivos e a estrutura do trabalho;

O capítulo II é dedicado à revisão bibliográfica sobre análise modal onde foram apresentados os conceitos básicos de sistemas dinâmicos e os procedimentos para sua caracterização no domínio modal;

No capítulo III é apresentada a revisão bibliográfica sobre controle passivo de vibração. É realiza também a caracterização dos absorvedores dinâmicos de vibração:

modelos, materiais utilizados em sua construção e técnicas de projeto e de otimização dos parâmetros construtivos;

O capítulo IV descreve os ensaios experimentais e simulações numéricas realizadas visando o desenvolvimento do projeto dos ADV's e os resultados obtidos com sua instalação;

O capítulo V apresenta as principais conclusões e também algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

ANÁLISE MODAL

Este capítulo apresenta a fundamentação matemática utilizada neste trabalho, através da representação de modelos estruturais teóricos com um grau de liberdade e modelos reais com n -graus de liberdade submetidos a carregamento dinâmico. É feita também a revisão da função resposta em frequência (FRF) e da função resposta ao impulso (FRI), considerando amortecimento estrutural ou histerético e amortecimento viscoso. Na sequência é realizada a descrição das funções de correlação (auto-correlação e correlação cruzada), utilizadas no domínio do tempo para descrever sinais não periódicos. Devido à complexidade matemática envolvida no domínio do tempo, estas funções, através do emprego da transformada de Fourier, serão tratadas no domínio da frequência onde são denominadas de auto-densidade espectral e densidade espectral cruzada, respectivamente.

2.1 – Sistema estrutural com um grau de liberdade

O modelo espacial teórico de um sistema estrutural mais simples é o composto por apenas um grau de liberdade, representado pela Fig. 2.1. É composto por uma massa (m) e uma mola (k), sendo que se pode considerar ou não a existência de um amortecedor (c), o qual pode ser viscoso ou histerético, considerando que esteja em movimento, submetido à ação de uma força (f) e ao efeito de um deslocamento (x) ambos variantes com o tempo.

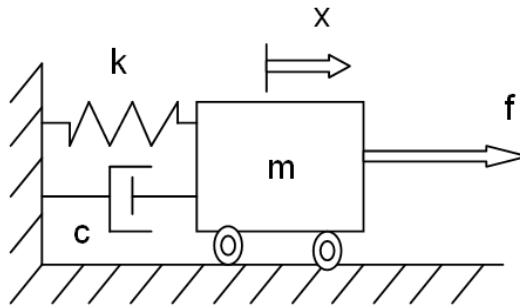


Figura 2.1 – Representação de um Sistema com um Grau de Liberdade.

A equação (2.1) descreve o movimento do modelo espacial representado pela Fig. 2.1:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (2.1)$$

Considerando uma excitação harmônica e sua resposta conforme equações (2.2) e (2.3), respectivamente:

$$f(t) = f e^{i\omega t} \quad (2.2)$$

$$x(t) = x e^{i\omega t} \quad (2.3)$$

A equação (2.4) apresenta a equação do movimento no modelo espacial para o sistema representado pela Fig. 2.1, com a solução proposta pela Eq. (2.3) para a Eq. (2.2):

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k)x e^{i\omega t} = f e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

Todas as informações sobre as características dinâmicas do sistema são fornecidas pela função de transferência, função que relaciona a resposta do sistema a uma excitação aplicada a ele, conforme Eq. (2.5):

$$\frac{x}{f} = \frac{1}{(-\omega^2 m + i\omega c + k)} = H(\omega) \quad (2.5)$$

sendo $H(\omega)$ a função resposta em frequência do sistema (FRF).

A equação (2.5) apresenta as características dinâmicas de um sistema com um grau de liberdade. No entanto, as estruturas reais possuem infinitos graus de liberdade, o que inviabiliza, na maioria das vezes, que sua modelagem seja feita com apenas um gdl. Portanto, serão apresentadas as equações que descrevem o sistema levando em consideração n-graus de liberdade (n-gdl).

2.2 – Sistema estrutural com n-graus de liberdade

Apesar das estruturas serem contínuas e possuírem infinitos graus de liberdade, pode ser feita a modelagem de forma aproximada com um número finito de gdl, selecionados de tal maneira que descrevam com a precisão requerida o movimento vibratório. Da mesma forma que foi apresentado o sistema com um gdl pela Fig. 2.1, pode-se descrever um sistema com ngdl, através de suas características intrínsecas de massa, rigidez e amortecimento conforme representados pela Fig. 2.2. Entende-se por ngdl as posições ocupadas com o número mínimo de coordenadas necessárias para descrever completamente o movimento do modelo.

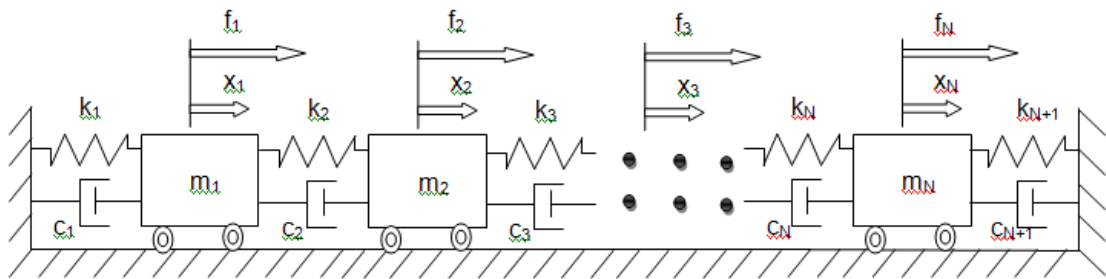


Figura 2.2 – Representação de um Modelo de Sistema com n-gdl.

A equação (2.6) descreve o movimento de um sistema linear, causal (não antecipativo, que não gera saída antes que haja entrada), invariante no tempo com n-gdl, semelhante ao modelo espacial representado pela Fig. 2.2:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.6)$$

onde as matrizes $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são matrizes $N \times N$ ($N=n\text{-gdl}$) de massa, amortecimento e rigidez respectivamente, que compõem o modelo espacial do sistema e $\{x(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são vetores $N \times 1$ que representam as respostas da estrutura variando no tempo e as forças de excitação aplicadas respectivamente. Assume-se que a estrutura será excitada por forças senoidais com mesma frequência, variando a amplitude e a fase, conforme Eq. (2.7) e que a resposta será na forma apresentada pela Eq. (2.8).

$$\{f(t)\} = \{f\}e^{i\omega t} \quad (2.7)$$

$$\{x(t)\} = \{x\}e^{i\omega t} \quad (2.8)$$

Ao se realizar análise de vibração forçada com excitação e resposta harmônica, e realizando as devidas substituições sobre a equação que governa o movimento obtém-se.

$$([K] + i\omega[C] - \omega^2[M])\{x\}e^{i\omega t} = \{f\}e^{i\omega t} \quad (2.9)$$

Pode-se descrever o comportamento dinâmico de um sistema de ngdl através de suas funções de resposta em frequência (FRF), cuja matriz $[H(\omega)]$ possui todas as informações sobre as características dinâmicas, conforme representado pela Eq. (2.10):

$$\{x(\omega)\} = ([K] + i\omega[C] - \omega^2[M])^{-1}\{f(\omega)\} = [H(\omega)]\{f(\omega)\} \quad (2.10)$$

sendo que $\{x(\omega)\}$ e $\{f(\omega)\}$ são as transformadas de Fourier de $\{x(t)\}$ e $\{f(t)\}$, respectivamente.

Segundo Ewins (1994) é possível descrever a FRF individual em termos de vários elementos de massa, rigidez e amortecimento do sistema, mas a expressão mais importante (Eq. 2.6) pode ser simplificada se forem utilizadas coordenadas modais ao invés das características espaciais.

2.3 – Domínio Modal

As propriedades dinâmicas de uma estrutura podem ser descritas em função de suas características naturais obtidas através de um processo de análise modal, o qual fornece as frequências naturais, os fatores de amortecimento modais e os modos de vibrar. Estas características estruturais dependem basicamente das propriedades de rigidez, de amortecimento e de inércia do sistema. Devido à facilidade de se manipular algebricamente as equações que descrevem o sistema no domínio modal, pois possuem as propriedades de ortogonalidade e de normalização dos autovetores pela matriz de massa.

- I. Ortogonalidade dos vetores modais em relação à massa, rigidez e amortecimento (proporcional a rigidez e a massa), conforme equações:

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = [diag(m_r)] \quad (2.11)$$

onde m_r é denominada massa generalizada do r-ésimo modo.

$$[\Psi]^T [C] [\Psi] = [diag(c_r)] \quad (2.12)$$

onde c_r é denominada amortecimento (proporcional) generalizado do r-ésimo modo.

$$[\Psi]^T [K] [\Psi] = [diag(k_r)] \quad (2.13)$$

onde k_r é denominada rigidez generalizada do r-ésimo modo.

Não é adequada a denominação de massa, amortecimento ou rigidez generalizada, visto que são obtidas de matrizes de autovetores (Ψ) que não são únicos. Com objetivo de normalizar o processo utilizando um referencial único, o processo usual é o de normalizar os autovetores pela matriz de massa. A matriz de autovetores (Φ) recebe a denominação de matriz modal ortonormal.

II. Normalização dos autovetores pela massa.

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (2.14)$$

Desta forma pode-se obter a matriz de autovalores através da matriz de autovetores normalizados em relação à matriz de rigidez estrutural conforme Eq. (2.15).

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [diag(\omega_r^2)] \quad (2.15)$$

Normalização em relação à matriz de amortecimento, considerando o amortecimento proporcional à massa e à rigidez $[C] = \gamma [M] + \beta [K]$, conforme Eq. (2.16).

$$[\Phi]^T [C] [\Phi] = [diag(\beta \omega_r^2 + \gamma)] = [diag(2\xi_r \omega_r)] \quad (2.16)$$

sendo : ω_r - frequência natural do r-ésimo modo de vibrar;

ξ_r - coeficiente de amortecimento do r-ésimo modo de vibrar.

A equação da FRF no domínio espacial Eq. (2.10), pode ser reescrita no domínio modal, após algumas manipulações algébricas:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\Phi_{rj})(\Phi_{rk})}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\xi_r \omega \omega_r)} = \frac{x_j}{f_k} \quad (2.17)$$

Na equação (2.17) $H_{jk}(\omega)$ é a matriz de transferência composta por elementos gerados pelo k-ésimo elemento do vetor força aplicado cuja resposta foi medida no j-ésimo ponto. De acordo com o tipo de resposta que for medida na estrutura, há a possibilidade de

se obter formas alternativas para a função transferência. Se a resposta for medida como deslocamento a FRF é denominada receptância, se for medida como velocidade é denominada mobilidade e se for medida como aceleração é denominada acelerância.

A equação (2.17) pode ser reescrita em função dos autovetores não normalizados ou simplificando o produto do numerador:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\Psi_{rj})(\Psi_{rk})}{m_r[(\omega_p^2 - \omega^2) + i(2\xi_r \omega \omega_r)]} \quad (2.18)$$

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{rjk}}{(\omega_p^2 - \omega^2) + i(2\xi_r \omega \omega_r)} \quad (2.19)$$

onde $A_{rjk} = \Psi_{rj}\Psi_{rk}/m_r$ - é denominada constante modal, sendo também chamada por alguns autores de resíduo, junto com pólos ao invés de frequências naturais.

A normalização dos autovetores em relação à matriz de amortecimento dependerá do tipo de amortecimento a ser adotado para a análise do sistema. As estruturas reais sujeitas à vibração dissipam energia através de diversos mecanismos onde o principal é o atrito, que é difícil de modelar.

2.4 – Amortecimento de Sistemas Dinâmicos

Amortecimento é o processo pelo qual a energia é retirada do sistema elástico, que pode ser através do calor e/ou do som. De modo geral são dois os tipos de amortecimentos mais utilizados em análise de estruturas reais, amortecimento viscoso e o amortecimento histerético ou estrutural:

I. Viscoso – é o que ocorre entre uma peça sólida e um fluido viscoso (óleo lubrificante, por exemplo) interposto entre peças móveis do sistema mecânico. A força de atrito viscoso é diretamente proporcional à velocidade entre o sólido e o fluido. Matematicamente é representada, conforme Eq. (20):

$$F_v \equiv c\dot{x} \quad (2.20)$$

onde, F_v é a força de atrito viscoso;

c é o coeficiente de amortecimento viscoso;

\dot{x} é a velocidade relativa entre a peça e o fluido.

II. Histéretico – é o que ocorre pelo atrito interno entre moléculas quando o sólido é deformado, fazendo com que a energia seja dissipada pelo material.

As equações acopladas de movimento para um sistema não-amortecido podem ser desacopladas usando-se o princípio da ortogonalidade. Isto é feito porque é conveniente analisar individualmente cada nó. No entanto, quando o amortecimento é incorporado ao modelo surgem dificuldades de manipulação matemática, o que torna difícil e até mesmo impossível este desacoplamento. Para solucionar tais dificuldades foi proposto um modelo de amortecimento proporcional.

A proposta sobre o amortecimento proporcional surgiu com Rayleigh, 1845, que no seu trabalho “A Teoria do Som”, apontou que o amortecimento viscoso é proporcional à massa e à rigidez (ou ainda as forças de amortecimento podem ser proporcionais às energias cinéticas e potencial do sistema), a proporcionalidade se justifica em relação à rigidez devido às características internas do material e à massa, devido ao atrito, conforme Eq. (2.21):

$$[C] = \beta[K] + \gamma[M] \quad (2.21)$$

onde, β e γ são constantes reais e positivas.

De acordo com Sant’Anna (2007) o amortecimento proporcional encontra significativas aplicações em análise por elementos finitos onde é necessário incorporar o amortecimento a fim de representar o sistema de forma mais próxima da realidade e prever o seu comportamento. Na teoria da análise modal, a importância do amortecimento proporcional permite modos de vibrar idênticos aos do sistema não-amortecido.

A natureza do amortecimento em um sistema determinará a forma de sua representação. Em estruturas levemente amortecidas, pode-se utilizar a análise modal, permitindo-se reconstruir o problema em termos de modos individuais de vibração, com um tipo particular de amortecimento, dito proporcional.

Segundo Ewins (1984) o amortecimento histerético proporcional é justificado na análise teórica, devido ao fato de sua utilização ser realista e de na maioria das análises a precisão obtida ser satisfatória.

2.4.1 – Amortecimento hysterético proporcional

Amortecimento hysterético ou estrutural proporcional à rigidez e à massa ($[H] = \beta[K] + \gamma[M]$), em nada altera as formas de vibrar do sistema que continuam iguais ao do sistema não amortecido. É adotado quando os mecanismos de dissipação da energia possuem pouca dependência da frequência.

A equação (2.22) representa o movimento com amortecimento hysterético, no domínio espacial.

$$[M]\{\ddot{x}\} + ([K] + \epsilon[C_H])\{x\} = \{f\} \quad (2.22)$$

No domínio modal pode-se escrever o amortecimento modal em função dos autovetores ortogonalizados:

$$[\Psi]^T[C][\Psi] = [\beta \text{diag}(k_r) + \gamma \text{diag}(m_r)] = [\text{diag}(c_r)] \quad (2.23)$$

onde, $[c_r]$ é denominada amortecimento modal (proporcional) generalizado do r-ésimo modo.

O amortecimento crítico (c_{cr}), é obtido através da Eq. (2.24):

$$c_{cr} = 2m_r\omega_r \quad (2.24)$$

onde, ω_r - frequência natural do r-ésimo modo de vibrar;

m_r – massa modal do r-ésimo modo de vibrar.

A relação de amortecimento (ξ_r), é obtida através da Eq. (2.25):

$$\xi_r = c_r / c_{cr} \quad (2.25)$$

onde, c_r – coeficiente de amortecimento modal do r-ésimo modo de vibrar.

O coeficiente de amortecimento modal (c_r) pode ser reescrito por:

$$c_r = 2\xi_r m_r \omega_r \quad (2.26)$$

Os autovalores (λ) são números complexos na forma da Eq. (2.27).

$$\lambda_r^2 = \omega_r^2(1 + i\eta_r) \quad (2.27)$$

onde, $\bar{\omega}_r^2 = k_r/m_r$ e $\eta_r = \beta + \gamma/\bar{\omega}_r^2$

onde, ω_r é a frequência natural do r-ésimo modo de vibrar e;

η_r é o fator de perda de amortecimento para o r-ésimo modo de vibrar.

É importante ressaltar que ω_r é a frequência natural do r-ésimo modo de vibrar não é necessariamente igual a $\bar{\omega}_r$, frequência natural do sistema não amortecido. No entanto os valores são bem próximos quando a estrutura é levemente amortecida, situação comum na maioria das estruturas em análise.

A parte imaginária dos autovalores que representa a parte oscilatória pode ser escrita como:

$$\lambda_r = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (2.28)$$

A parte real dos autovalores que representa o decaimento pode ser escrita como:

$$\delta_r = \xi_r \omega_r \quad (2.29)$$

A equação da FRF no espaço modal é representada por:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{(\Phi_{rj})(\Phi_{rk})}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(\eta_r \omega_r^2)} = \sum_{r=1}^N \frac{(\Psi_{rj})(\Psi_{rk})}{(k_r - \omega^2 m_r) + i(\eta_r k_r)} \quad (2.30)$$

Conforme Sant'Anna (2007) quando se realiza uma análise modal de um modelo com múltiplos graus de liberdade, considerar o tipo de amortecimento como estrutural é muito mais simples do que considerá-lo viscoso. Portanto sempre que não ocorrer diferenças significativas entre o uso de um ou outro tipo de amortecimento, deve-se optar pelo amortecimento histerético devido à facilidade do tratamento analítico.

2.5 – Modelos de Sistemas Completos e Incompletos

Na teoria estuda-se um modelo do qual se conhece todas as propriedades de massa, rigidez e amortecimento, bem como as matrizes próprias são conhecidas e avaliadas, mas na realidade isto não é possível. Na realidade não é possível medir todas as coordenadas ou examinar todos os modos que a estrutura possui. Há três formas de se ter um modelo incompleto, pela omissão de alguns modos, ou pela omissão de algumas coordenadas, ou ambas. Considere a situação ideal de uma matriz da FRF (modelo resposta) completa:

$$[H(\omega)]_{N \times N}$$

Suponha que se deseje limitar a descrição de um sistema através da exclusão de algumas coordenadas ou formas modais. A FRF (modelo resposta) do sistema ficaria:

$$[H^R(\omega)]_{n \times n}$$

onde: H^R - é a FRF (modelo resposta) do sistema reduzido a uma matriz $n \times n$;

Outras implicações na redução do modelo do sistema ocorrem no modelo resposta e também nos modelos modais e espaciais:

- No modelo modal a eliminação de dados pertinentes a algumas coordenadas resultam em uma matriz menor de autovetores, tornando-se uma matriz retangular $n \times N$, com $N < n$. Esta matriz ainda retém N colunas e a correspondente matriz de autovalores é ainda $N \times N$, porque temos ainda todos os N modos incluídos;
- Em alguns métodos, quando se trabalha com um modelo espacial existe a necessidade de se redistribuir as propriedades de massa, rigidez e amortecimento.

É comum não incluir os N modos, pois de forma geral não há interesse nos modos de altas frequências, até mesmo pela dificuldade de se obtê-los. Um modelo resposta a FRF sem todos os modos é representado pela Eq. (2.31).

$$H_{jk}(\omega) = I\omega \sum_{r=1}^{m \leq N} \frac{A_{jk}^r}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} \quad (2.31)$$

Algumas vezes é conveniente providenciar a correção do modelo resposta FRF devido aos erros introduzidos pela retirada de alguns termos, isto é feito usualmente adicionando uma constante ou termo residual $[R]$ à FRF.

$$[H(\omega)] = [H^R(\omega)] + [R] \quad (2.32)$$

Evidentemente, a redução do modelo modal através do número de modos (m) fornece uma matriz de autovalores de ordem $m \times m$ e uma matriz de autovetores de ordem $N \times m$:

$$[\lambda^2]_{m \times m} ; [\phi]_{N \times m} \quad (2.33)$$

2.6 – Tipos de Excitação para Análise de Vibração em Estruturas

Para caracterizar a resposta de uma estrutura podem-se utilizar diferentes tipos de excitação: aleatória ou randômica, senoidal e impacto.

2.6.1 – Excitação Aleatória ou Randômica

Segundo Cruz (2006), existe três tipos de sinais aleatórios que podem ser utilizados: aleatório puro, pseudo-aleatório e aleatório em pacotes (*Burst Random*).

O sinal aleatório puro é um sinal contínuo não determinístico. O pseudo-aleatório é um sinal aleatório durante certo período de tempo, após este período o sinal se repete e o aleatório em pacotes é um sinal aleatório cuja amplitude decai a zero no período de análise (*time record*) do analisador de sinais.

Devido à falta de repetibilidade do sinal aleatório puro, a FRF estará sempre sujeita ao efeito de “leakage”. O leakage é um fenômeno que tende a espalhar a energia contida numa linha espectral em linhas de frequências adjacentes no espectro, distorcendo-o, e fazendo com que a amplitude seja subestimada e o fator de amortecimento superestimado (STROUD, 1987; McCONNEL, 1995, apud CRUZ, 2006). Este fenômeno ocorrerá quando o sinal obtido não for periódico ou não couber totalmente no período de análise do analisador de sinais.

A grande vantagem de se utilizar o sinal aleatório puro, tomando um grande número de registros do sinal, está na redução de não-linearidades, ruídos, e distorções nas

medidas. Pois, com o sinal aleatório, cada registro de t segundos do sinal será diferente do anterior e do posterior, e ao fazer sucessivas médias nos registros, os efeitos de não-linearidades, ruídos e distorções nas medidas tenderão ao valor esperado de zero. Desta forma uma medida muito melhor da resposta linear estimada pode ser obtida (RAMSEY, 1976).

O sinal pseudo-aleatório traz como vantagem o fato de poder evitar a ocorrência do *leakage*, pois pode ser repetido no período de análise t , do analisador. Porém, devido a cada registro ser igual ao anterior e ao posterior, ao se tomar um grande número de médias, os efeitos de não-linearidades não são minimizados e apenas tem-se a redução de ruídos. O sinal aleatório em pacotes, devido a sua forma, reúne as vantagens dos outros dois tipos de sinais aleatórios, pois sua amplitude é zero ao final do registro temporal, eliminando a possibilidade de *leakage*, e não se repete em cada registro tomado pelo analisador.

2.6.2 – Excitação Senoidal

Excitação senoidal é o sinal clássico para se realizar análise modal de estruturas. A amplitude e a frequência do sinal são selecionadas de forma que inclua a frequência de interesse. O sinal tem sua amplitude intensificada para o valor selecionado. Geralmente aplicado com uso de um excitador eletrodinâmico. É necessário garantir que as condições de estacionariedade (frequência fixa) estejam garantidas antes da medição ser realizada. O problema mais sério que pode ocorrer é o efeito de uma resposta com sinal transiente indesejado. Uma das vantagens é de obter medições na região desejada. Alguns analisadores de Fourier podem gerar sinais senoidais não estacionários “chirp ou rápida varredura senoidal”. O *chirp* é um sinal que pode ser repetitivo *periodic chirp* ou ser transiente se apresentando em pacotes *burst chirp* no período do analisador. Estes dois sinais, devido às suas características podem evitar o efeito de *leakage*.

2.6.3 – Excitação por Impacto

Existem dois tipos de excitação transiente: relaxação de um degrau *step relaxation* e excitação por impacto.

O primeiro tipo é gerado a partir da retirada de uma carga estática aplicada à estrutura. Este procedimento é realizado através do rompimento de um cabo de peso reduzido que traciona a estrutura. Quando este é rompido, mede-se a resposta transiente. Este método se aplica em estruturas muito frágeis ou muito robustas para serem excitadas por um martelo.

O sinal de excitação por impacto é gerado através da aplicação de um pulso derivado do impacto de um *martelo excitador* na estrutura. A força de impacto é teoricamente um impulso, o nível de energia aplicado à estrutura é em função da massa e da velocidade do martelo, já que o impulso linear é igual à variação de momento linear. Como há dificuldade de se controlar a velocidade do martelo, o nível de força será controlado pela massa do martelo.

A faixa de frequência útil para análise modal é em função da dureza das superfícies de contato e da massa do martelo. A dureza das superfícies de contato afeta a forma do pulso de força, que por sua vez determina o conteúdo de frequência de seu espectro. Esta faixa é inversamente proporcional à massa do martelo e diretamente proporcional à dureza da ponta utilizada no martelo (Aplication Note: 243-3 da HP, 1986 e HALVORSEN; BROWN, 1977).

Na aquisição dos sinais para análise modal, dois problemas podem surgir no processamento de sinais temporais. O primeiro é a presença de ruído nos sinais de força e/ou resposta, decorrente de um período de análise muito longo, e o segundo é o fenômeno de *leakage*, que ocorre quando o registro temporal for muito curto. No primeiro caso, como o pulso de força é geralmente muito curto em relação ao período de análise, o que vem após o término do pulso é ruído. Este ruído é então processado como parte do sinal de força, por estar contido no período de análise do analisador. Isto resulta em erros no processamento da FRF. Este problema pode ser minimizado através de uma função janela, denominada “janela de força”. A pequena oscilação *filter-ring* que ocorre no final do pulso (devido ao processamento digital) faz parte do mesmo e não deve ser truncado pela janela (Aplication Note: 243-3 da HP, 1986 e McCONNEL, 1995 apud CRUZ, 2006).

A resposta ao pulso é uma função exponencial decrescente e pode decair a zero antes ou depois do final do período de análise. Geralmente o sinal decairá a zero antes se a estrutura for fortemente amortecida, então o sinal remanescente será ruído, e novamente será necessária uma função janela para eliminar o ruído. Se a estrutura for levemente amortecida, o sinal continuará a cair além do período de análise, e neste caso também se deverá utilizar uma função janela para forçar artificialmente o sinal a decair a zero ao final do período de análise, para minimizar o efeito do *leakage*.

Outro problema relacionado com testes de impacto é a possibilidade de ocorrência de múltiplos impactos no registro temporal do analisador *repique*.

2.7 – Vibração através de sinais não senoidais e propriedades da FRF

Serão apresentadas as propriedades da FRF, quando o sinal medido excitação/resposta não é um sinal senoidal, Fig. 2.3.

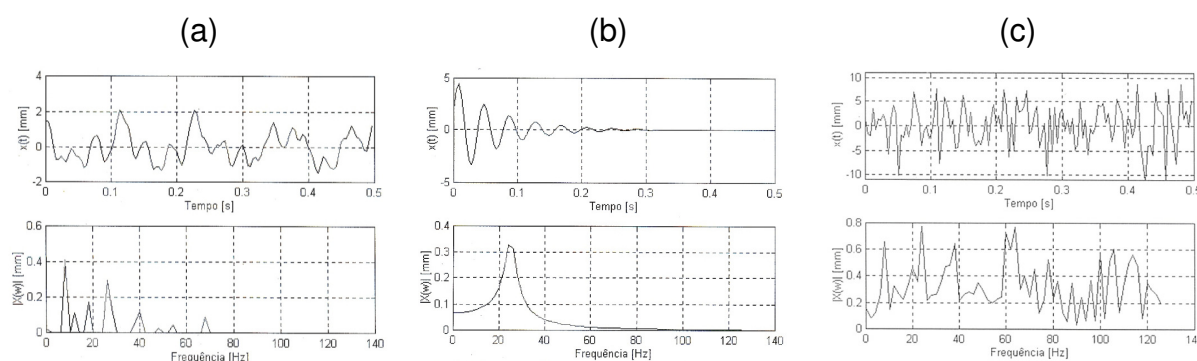


Figura 2.3 – Tipos de sinais: (a) – Periódico; (b) – Transiente; (c) – Aleatório (fonte: DUARTE; BARRETO, 2009).

I. Vibração periódica: quando a excitação e sua resposta são periódicas, ou seja, possui a mesma propriedade de periodicidade dos sinais senoidais. Neste caso não há uma simples relação entre os sinais de entrada e saída como nos sinais harmônicos, onde basta definir a amplitude e fase de cada parâmetro. No caso de sinais mais complexos, é necessário definir uma função relacionando entrada e saída.

O método utiliza sinais periódicos complexos de modo que ao excitar a estrutura o sinal contenha todas as frequências de interesse. Ocorre a superposição de vários sinais senoidais simultaneamente. Uma vantagem em utilizar este sinal para excitação é o fato de ser periódico, não ocorrendo o efeito *leakage* (vazamento).

São utilizadas as séries de Fourier para obter a resposta destes sinais, pois é o meio mais fácil. O princípio básico da análise de Fourier é que qualquer função periódica pode ser representada por uma série de senoides de frequências convenientes, amplitudes e fases. O que deve ser notado é que, embora a FRF contenha exatamente as mesmas frequências do espectro da força, a magnitude de vários componentes é diferente, pois a FRF dos dados varia consideravelmente com a frequência. Portanto obtemos a evolução histórica da resposta que é periódica com o mesmo período da excitação, mas possui uma forma bastante diferente da excitação.

Para obter as propriedades de uma FRF de um sistema através das medidas de entrada e saída, quando a vibração é periódica deve-se determinar as componentes da série de Fourier de ambos os sinais de entrada e saída. Ambos possuem o mesmo conjunto de frequências discretas, os quais são inteiros e múltiplos de $2\pi/T$, onde T é o período

fundamental. Para ambos os conjuntos de dados, há duas partes para cada componente quer seja de resposta ou de excitação com magnitude e fase (ou seno e cosseno).

II. Vibração transiente: Neste caso não se pode tratar os sinais de excitação e resposta da mesma forma, pois não são periódicos. No entanto é possível estender a série de Fourier para uma aproximação denominada Transformada de Fourier para o caso de períodos considerados infinitamente longos.

Para muitos casos de sinais transientes, a função de entrada deve satisfazer as condições de Dirichlet:

- A função $f(t)$ toma valores únicos para t ;
- A função $f(t)$ deve possuir um número finito de descontinuidades;
- A função $f(t)$ deve possuir um número finito de máximos e mínimos;
- A função $f(t)$ deve ser integrável $\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$, onde $f(t)$ pode ser complexa.

Satisfeitas as condições estabelecidas a Transformada de Fourier $F(\omega)$ pode ser calculada conforme:

$$F(\omega) = \left(1/2\pi\right) \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \quad (2.34)$$

Agora qualquer resposta $X(\omega)$ para a frequência " ω " da Transformada de Fourier da resposta pode ser determinada por:

$$X(\omega) = H(\omega) F(\omega) \quad (2.35)$$

onde $H(\omega)$ representa a FRF para uma entrada e saída particulares. Com o inverso da Transformada de Fourier obtém-se:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (H(\omega) F(\omega)) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.36)$$

Esta forma de análise denominada "Método de Duhamel" baseia-se na possibilidade de se efetuar o cálculo da resposta do sistema para um impulso unitário, cuja propriedade é a de possuir uma magnitude infinita por um período infinitesimal. A resposta do sistema denominada de Função Resposta ao Impulso FRI, possui relação direta com a FRF, onde a primeira encontra-se no domínio do tempo e a outra no domínio da frequência.

Na prática é muito mais comum calcular a Transformada Discreta de Fourier, onde se assume que o sinal transiente é periódico.

III. Vibração Aleatória: este é o mais complexo tipo de sinal onde excitação e resposta são escritas por processos aleatórios. Não se pode considerar o sinal aleatório como periódico, mesmo que se aceitasse que o período fosse infinito, pois propriedades inerentes aos sinais aleatórios violam as condições de Dirichlet. Como resultado deste fato nem excitação nem resposta podem ser calculados através da transformada de Fourier.

Utilizam-se dois parâmetros para descrever sinais aleatórios: um baseado no domínio do tempo – as funções correlação; e outro no domínio da frequência – densidade espectral.

Para se fazer uso destes parâmetros assume-se que o sinal aleatório é ergótico. Define-se função de autocorrelação $R_{ff}(\tau)$ como a esperança (ou médias) do valor do produto de $f(t)f(t + \tau)$, calculado ao longo do tempo por:

$$R_{ff}(\tau) = E[f(t)f(t + \tau)] \quad (2.37)$$

Esta função $R_{ff}(\tau)$ ao contrário da função $f(t)$ satisfaz os requisitos para uso da transformada de Fourier. Com o parâmetro resultante deve-se calcular a densidade espectral. Neste caso a autodensidade espectral ou densidade espectral de potência (PSD) é real e calculada pela transformada de Fourier conforme:

$$S_{ff}(\omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.38)$$

Conceito semelhante pode ser aplicado a um par de funções, por exemplo, $f(t)$ e $x(t)$, este produto é denominado de funções correlação cruzada e densidade espectral cruzada. A função correlação cruzada é definida como:

$$R_{xf}(\tau) = E[x(t)f(t + \tau)] \quad (2.39)$$

A função densidade espectral cruzada, nem sempre é real; geralmente é função complexa na frequência conjugada $S_{xf}(\omega) = S_{fx}^*(\omega)$ definida como a transformada de Fourier de acordo com:

$$S_{xf}(\omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} R_{xf}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.40)$$

A obtenção do sinal de saída quando o sistema está sujeito a excitação através de vibração descrita por sinais aleatórios é baseada na relação entre entrada/saída, no domínio do tempo:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) f(\tau) d\tau \quad (2.41)$$

Através da equação (2.41) pode-se obter uma expressão para $x(t)$ e para $x(t + \tau)$, e assim calcular a autocorrelação da resposta:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] \quad (2.42)$$

Pode-se obter a autocorrelação da resposta no domínio do tempo. No entanto é trabalhoso. É mais simples trabalhar no domínio da frequência e obter a autocorrelação da resposta como um simples produto, fazendo-se uma análise similar a que foi realizada para se obter a correlação cruzada entre excitação e resposta, conforme Eq. (2.43) ou Eq. (2.44):

$$S_{fx}(\omega) = H(\omega)S_{ff}(\omega) \quad (2.43)$$

$$S_{xx}(\omega) = H(\omega)S_{xf}(\omega) \quad (2.44)$$

A partir das equações (2.43) e (2.44), tem-se o método para determinação das propriedades da FRF do sistema a partir da medição e análise de testes efetuados com vibração aleatória. Portanto a estimativa da densidade espectral do sistema pode-ser obtida através da Eq. (2.45), onde $H(\omega)$ é denominado estimador $H_1(\omega)$, e a Eq. (2.46) onde $H(\omega)$ é denominado estimador $H_2(\omega)$:

$$H_1(\omega) = S_{fx}(\omega)/S_{ff}(\omega) \quad (2.45)$$

$$H_2(\omega) = S_{xx}(\omega)/S_{xf}(\omega) \quad (2.46)$$

Como são utilizados diferentes valores para estas estimativas, deve-se fazer uma verificação se são idênticas, isto é feito através de um parâmetro denominado coerência:

$$\gamma^2 = H_1(\omega)/H_2(\omega) \quad (2.47)$$

O valor ideal para coerência é o unitário, quando isto não ocorre deve-se analisar o motivo e determinar o valor correto para FRF, pois é provável que ruído tenha degradado o espectro medido. Próximo à frequência de ressonância das estruturas a influência na amplitude é do sinal da força, $S_{ff}(\omega)$, próximo as antirressonâncias a influência é do sinal de resposta, $S_{xx}(\omega)$. Portanto pode-se afirmar que $H_1(\omega)$ é melhor do que $H_2(\omega)$ nas regiões de antirressonância, e vice-versa.

Uma forma de melhorar a coerência é realizar varias medidas sucessivas e acumular médias para estimar a FRF. Desta forma pode-se melhorar a coerência adquirindo-se um grande numero de médias, no entanto esta melhora só será possível se a razão da baixa coerência é ruído aleatório.

2.8 – Identificação dos Parâmetros Modais

Pode-se classificar os métodos de identificação em métodos no domínio do tempo, que identificam os parâmetros modais (ou espaciais) a partir das funções de resposta ao impulso (FRI's) e métodos no domínio da frequência, que identificam os parâmetros a partir das funções resposta em frequência (FRF's). Estes dois grupos podem ser divididos em métodos diretos e métodos indiretos (modais). Os métodos indiretos identificam o modelo modal (frequências naturais, amortecimentos modais e formas modais) de uma estrutura, enquanto os métodos diretos identificam o modelo espacial (matrizes de massa, rigidez e amortecimento). Outra classificação pode ser feita em relação ao número de modos identificados simultaneamente. Pode-se ter métodos modo a modo (SDOF – Single Degree of Freedom methods), que identificam um modo de cada vez, ou métodos multimodos (MDOF – Multiple Degree of Freedom methods), que identificam vários modos simultaneamente. Os primeiros métodos nesta última classificação são adequados em sistemas que possuem modos com baixo amortecimento e que haja um fraco acoplamento entre os mesmos, (CRUZ, 2006). Maia e Silva (2001) apresentam um panorama histórico e geral do desenvolvimento ao longo do tempo dos métodos de identificação modal.

Outra classificação de métodos de identificação diz respeito ao número de pontos de medição usados simultaneamente em um ensaio modal. Quando são utilizados apenas dois pontos, um para medição do sinal de entrada e outro para a medição do sinal de saída, métodos SISO (Single-Input Single-Output). Pode-se ter também métodos SIMO e MIMO (o significado de cada um é óbvio) Os métodos MISO também são utilizados, mas, em menor escala (MAIA; SILVA, 1997, apud CRUZ, 2006).

Duas técnicas no domínio do tempo foram utilizadas para identificação dos parâmetros modais: exponencial complexa com mínimos quadrados (LSCE) e identificação estocástica do subespaço (SSI).

O método exponencial complexa mínimos quadrados (LSCE- Least Square Complex Exponencial), foi introduzido em 1979 e é a extensão do método da exponencial complexa para um procedimento global de identificação modal (SOEIRO, 2001). Portanto, este método é um método SIMO, ou seja, ele processa simultaneamente várias Funções Respostas Impulsivas, referentes a vários pontos de medição, que são obtidas a partir da aplicação de uma força em um único ponto. Neste procedimento de análise, um conjunto consistente de parâmetros globais (frequências naturais e fatores de amortecimento modais) são obtidos eliminando-se a variação destes parâmetros quando se aplica o método da exponencial complexa em diferentes Respostas Impulsivas. É descrito em detalhes a seguir.

2.8.1 – Método Exponencial Complexa

A função de resposta ao impulso entre os graus de liberdade j e k pode ser escrita na forma (MAIA; SILVA, 1997 apud CRUZ, 2006; IGLESIAS 2000).

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^N A_{rjk} e^{s_r t} + A_{rjk}^* e^{s_r^* t} \quad (2.48)$$

Reescrevendo a Eq. (2.48), em sua forma compacta:

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^{2N} A_{rjk} e^{s_r t} \quad (2.49)$$

onde: $s_r = -\omega_r \xi_r + i \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2}$

A resposta $h(t)$ quantidade real a uma série de L intervalos de tempo igualmente espaçados Δt :

$$\begin{aligned} h_0 &= h(0) = \sum_{r=1}^{2N} A_r \\ h_1 &= h(\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r e^{s_r \Delta t} \\ &\vdots \\ h_L &= h(L\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r e^{s_r L\Delta t} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Ou simplesmente:

$$\begin{aligned}
h_0 &= h(0) = \sum_{r=1}^{2N} A_r \\
h_1 &= h(\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r V_r \\
&\vdots \\
h_L &= h(L\Delta t) = \sum_{r=1}^{2N} A_r V_r^L
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Sendo: $V_r = e^{s_r \Delta t}$

Para se determinar os valores de A_r e V_r utiliza-se o método de Prony. Existirá sempre um polinômio em V_r de ordem L , com coeficientes reais β_j (denominados coeficientes autoregressivos) tal que a seguinte relação é verificada:

$$\beta_0 + \beta_1 V_r + \beta_2 V_r^2 \dots + \beta_L V_r^L = 0 \tag{2.52}$$

Para realizar o cálculo dos coeficientes β_j e em seguida calcular V_r , é necessário multiplicar ambos lados da Eq. (2.50) de β_0 até β_L e efetuar a soma do resultado, obtendo-se:

$$\sum_{j=1}^L \beta_j h_j = \sum_{j=1}^L (\beta_j \sum_{r=1}^{2N} A_r V_r^j) = \sum_{r=1}^{2N} (A_r \sum_{j=1}^L \beta_j V_r^j) \tag{2.53}$$

O somatório interno representado na Eq. (2.53) é o polinômio de Prony representado pela Eq. (2.52). Como o valor deste polinômio é zero para cada valor de V_r , então:

$$\sum_{j=1}^L \beta_j h_j = 0, \text{ para cada } V_r \tag{2.54}$$

De forma análoga, o produto para um deslocamento no tempo é igual a:

$$\sum_{j=1}^L \beta_j h_{j+1} = \sum_{j=1}^L (\beta_j \sum_{r=1}^{2N} A_r V_r^{j+1}) = \sum_{r=1}^{2N} (A_r \sum_{j=1}^L \beta_j V_r^{j+1}) \tag{2.55}$$

sendo:

$$\sum_{j=1}^L \beta_j V_r^{j+1} = V_r (\sum_{j=1}^L \beta_j V_r^j) = 0 \tag{2.56}$$

Portanto:

$$\sum_{j=1}^L \beta_j h_{j+1} = 0 \quad (2.57)$$

Pode ser verificado que o somatório será igual a zero para qualquer deslocamento no tempo. Portanto, fazendo $L=2N$, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \beta_0 h_0 + \beta_1 h_1 + \dots + \beta_{2N-1} h_{2N-1} \dots + \beta_{2N} h_{2N} &= 0 \\ \beta_0 h_1 + \beta_1 h_2 + \dots + \beta_{2N-1} h_{2N} \dots + \beta_{2N} h_{2N+1} &= 0 \\ \beta_0 h_2 + \beta_1 h_3 + \dots + \beta_{2N-1} h_{2N+1} \dots + \beta_{2N} h_{2N+2} &= 0 \\ \beta_0 h_3 + \beta_1 h_4 + \dots + \beta_{2N-1} h_{2N+2} \dots + \beta_{2N} h_{2N+3} &= 0 \\ \vdots & \\ \beta_0 h_{2N-1} + \beta_1 h_{2N} + \dots + \beta_{2N-1} h_{4N-2} \dots + \beta_{2N} h_{4N-1} &= 0 \end{aligned} \quad (2.58)$$

Sem perda de generalidade, fazendo-se $\beta_{2N} = 1$, matricialmente tem-se:

$$\begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \dots & h_{2N-1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & \dots & h_{2N} \\ h_2 & h_3 & h_4 & \dots & h_{2N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{2N-1} & h_{2N} & h_{2N+1} & \dots & h_{4N-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{2N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{2N} \\ h_{2N+1} \\ h_{2N+2} \\ \vdots \\ h_{4N-1} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Na forma compacta:

$$[h]_{2N \times 2N} \{\beta\}_{2N \times 1} = -\{h\}_{2N \times 1} \quad (2.60)$$

Através da equação (2.62), pode-se calcular os coeficientes auto-regressivos. Com estes coeficientes é possível calcular as raízes V_r , da Eq. (2.52). E utilizando a Eq. (2.51) é possível calcular as frequências naturais e os coeficientes de amortecimento e finalmente com estes valores pode-se calcular os resíduos, conforme:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ V_1 & V_2 & V_3 & \dots & V_{2N} \\ V_1^2 & V_2^2 & V_3^2 & \dots & V_{2N}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_1^q & V_2^q & V_3^q & \dots & V_{2N}^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_q \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

A extensão do método Exponencial Complexa para o método LSCE é muito simples. O método LSCE é um método SIMO, ou seja, processa simultaneamente várias FRI's, referentes a vários pontos de medição, que são obtidas a partir da aplicação da força em um único ponto, pode-se reescrever a Eq. (2.58) para p funções resposta impulsivas, obtendo-se:

$$[h]_{2N \times 2N} \{\beta\}_{2N \times 1} = -\{h'\}_{2N \times 1} \quad (2.62)$$

A solução de mínimos quadrados pode ser encontrada através da técnica da pseudo-inversa, como:

$$\begin{aligned} [h]^+ &= ([h]^T [h])^{-1} [h]^T \Rightarrow \text{pseudo-inversa de } h; \\ \{\beta\} &= [h]^+ \{h'\} \end{aligned} \quad (2.63)$$

A seguir será detalhado o equacionamento do método SSI um método SIMO.

2.8.2 – Método de Identificação Estocástica do Subespaço

Segundo Freitas, (2008), a SSI é baseada na decomposição em valores singulares (DVS) da projeção ortogonal do espaço das linhas futuras no espaço das linhas das saídas passadas. Uma vez realizada a DVS da projeção ortogonal é possível obter o modelo de estado da estrutura e os parâmetros modais são estimados diretamente através da decomposição em autovalores e autovetores da matriz dinâmica, material que descreve em detalhes sua formulação pode ser encontrado em trabalhos de Overschee e Moor, (1996); Alves (2005); Brincker e Andersen (2010).

Trabalhos publicados por Zhang; Brincker; Andersen, (2005) e Herlufse e Moller, (2006) realizam comparações entre a técnica SSI com outras técnicas de extração dos parâmetros modais nos domínios do tempo e frequência. Nunes Jr, (2006), utiliza a técnica de identificação estocástica de subespaço para extrair os parâmetros modais de uma estrutura do tipo *frame* com 48 gdl's onde a técnica é avaliada baseada nas condições de operação da estrutura, sem força de excitação medida.

De acordo com ALVES (2005), será descrito a formulação teórica do método SSI. Seja a representação de um sistema na forma de equações de estado:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.64)$$

e

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2.65)$$

Aplicando-se uma entrada impulsiva unitária da forma $u = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$, considerando, ainda condições iniciais nulas, $x(0)=0$ (ALVES, 2005 apud ALVES e RIBEIRO 2004). Assim, é possível obter, recursivamente, uma expressão para a resposta impulsiva, cuja dimensão é $m \times r$, como demonstrado a seguir:

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x(1) = Ax(0) + Bu(0) = B \\ y(0) = Cx(0) + Du(0) = D. \end{cases}$$

$$k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x(2) = Ax(1) + Bu(1) = AB \\ y(1) = Cx(1) + Du(1) = CB \end{cases}$$

$$k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x(3) = Ax(2) + Bu(2) = A^2B \\ y(2) = Cx(2) + Du(2) = CAB. \end{cases}$$

$$k = 3 \Rightarrow \begin{cases} x(4) = Ax(3) + Bu(3) = A^3B \\ y(3) = Cx(3) + Du(3) = CA^2B \end{cases}$$

\vdots

$$k = \dots \Rightarrow \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) = A^k B \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) = CA^{k-1}B = Y_k \end{cases}$$

A sequência demonstrada acima resulta na Eq.(2.66):

$$Y_0 = D, Y_1 = CB, Y_2 = CAB, \dots, Y_k = CA^{k-1}B \quad (2.66)$$

Esta sequência de matrizes é conhecida como matrizes dos Parâmetros de Markov. Estes parâmetros são utilizados como a base para identificação de modelos discretos no domínio do tempo, Eq. (2.64) e Eq. (2.65), representadas por quatro matrizes constantes A, B, C e D. Já que $D = Y_0$, apenas as matrizes A, B e C necessitam ser determinadas.

Uma realização é a determinação de um tripé [A, B, C] processo de construção da representação, em espaço de estados, de um sistema a partir de dados experimentais. A realização [A, B, C] pode ser transformada para a realização $[\lambda, \Psi^{-1}B, C\Psi]$. A diagonal da matriz λ possui a informação dos amortecimentos modais e frequências naturais

amortecidas. A matriz $\Psi^{-1}E$ a amplitude modal inicial e a matriz $C\Psi$ a forma dos modos nos pontos de sensores.

$$H(K-1) = \begin{bmatrix} Y_k & Y_{k+1} & \cdots & Y_{k+\beta-1} \\ Y_{k+1} & Y_{k+2} & \cdots & Y_{k+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{k+\alpha-1} & Y_{k+\alpha} & \cdots & Y_{k+\alpha+\beta-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA^{k-1}B & CA^k B & \cdots & CA^{k+\beta-2}B \\ CA^k B & CA^{k+1}B & \cdots & CA^{k+\beta-1}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k+\alpha-2}B & CA^{k+\alpha-1}B & \cdots & CA^{k+\alpha+\beta-3}B \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Onde α e β são parâmetros que compõem, respectivamente, número de linhas e o número de colunas da matriz de Hankel.

Considerando $k=1$:

$$H(0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_\beta \\ Y_2 & Y_3 & \cdots & Y_{1+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{1+\alpha} & \cdots & Y_{\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CB & CAB & \cdots & CA^{\beta-1}B \\ CAB & CA^2B & \cdots & CA^\beta B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-1}B & CA^\alpha B & \cdots & CA^{\alpha+\beta-2}B \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Para $k=2$:

$$H(1) = \begin{bmatrix} Y_2 & Y_3 & \cdots & Y_{\beta+1} \\ Y_3 & Y_4 & \cdots & Y_{2+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{\alpha+1} & Y_{2+\alpha} & \cdots & Y_{\alpha+\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CAB & CA^2B & \cdots & CA^\beta B \\ CA^2B & CA^3B & \cdots & CA^{\beta+1}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^\alpha B & CA^{\alpha+1}B & \cdots & CA^{\alpha+\beta-1}B \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Se $\alpha \geq n$ e $\beta \geq n$ (onde n é a ordem do sistema), a matriz tem posto n .

$$H(k-1) = P_\alpha A^{k-1} Q_\beta \quad (2.70)$$

onde P_α é a matriz de controlabilidade e Q_β é a matriz de observabilidade, obtidas a partir das Eq. (2.71) e Eq. (2.72) :

$$P_\alpha = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{\alpha-1} \end{bmatrix}_{m(\alpha+1) \times n} \quad (2.71)$$

$$Q_\beta = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{\beta-1}B]_{m \times r(\beta+1)} \quad (2.72)$$

O processo de identificação inicia-se com a decomposição da matriz de Hankel, através da decomposição de valores singulares:

$$H(0) = R\Sigma S^T \quad (2.73a)$$

onde as colunas das matrizes R e S são ortonormais e Σ é uma matriz retangular:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.73b)$$

com:

$$\Sigma_n = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i, \sigma_{i+1}, \dots, \sigma_n] \quad (2.73c)$$

e σ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) monotonicamente decrescente $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_i \geq \sigma_{i+1} \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$.
Seja R_n e S_n as matrizes formadas pelas n primeiras colunas das matrizes R e S, respectivamente, a matriz $H(0)$ é reescrita como:

$$H(0) = R_n \Sigma S_n^T \quad (2.74)$$

Como as matrizes R e S são ortonormais, por conseguinte R_n e S_n também, aplicando a propriedade da ortogonalidade:

$$R_n^T R_n = I_n = S_n^T S_n \quad (2.75)$$

Considerando $k = 1$ na Eq. (2.70) e igualando a Eq. (2.74), obtém-se:

$$P_\alpha Q_\beta = R_n \Sigma_n S_n^T \Rightarrow P_\alpha Q_\beta = R_n \Sigma_n^{1/2} \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (2.76)$$

Realizando uma analogia entre o primeiro e o segundo membro da Eq. (2.76), pode-se extrair as seguintes relações:

$$P_\alpha = R_n \Sigma_n^{1/2} \quad \text{e} \quad Q_\beta = \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (2.77)$$

Considerando $k=2$ na Eq. (2.70), obtém-se:

$$H(1) = P_\alpha A Q_\beta \quad (2.78)$$

Substituindo a Eq. (2.77) na Eq. (2.78):

$$H(1) = R_n \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (2.79)$$

Para se determinar a matriz A identificada realiza-se a seguinte manipulação matemática:

- Pré e pós multiplica-se os membros da Eq. (2.79) por R_n^T e S_n ;
- Aplica-se a propriedade demonstrada na Eq. (2.75);
- Isola-se a matriz A.

Assim:

$$R_n^T H(1) S_n = R_n^T R_n \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} S_n^T S_n \quad (2.80a)$$

$$R_n^T H(1) S_n = I_n \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} I_n \quad (2.80b)$$

Para isolar a matriz A basta pré e pós multiplicar a Eq.(2.80b), por $\Sigma_n^{-1/2}$:

$$\Sigma_n^{-1/2} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-1/2} = \Sigma_n^{-1/2} \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} \Sigma_n^{-1/2} \quad (2.81)$$

$$\hat{A} = \Sigma_n^{-1/2} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-1/2} \quad (2.82)$$

onde a matriz \hat{A} é a matriz A identificada. Para determinação das matrizes B e C são definidas duas matrizes auxiliares Eq. (2.83) e Eq.(2.84):

$$E_m = \begin{bmatrix} I_m \\ O_m \\ \vdots \\ O_m \end{bmatrix}_{m(\beta-1) \times m} \quad (2.83)$$

$$E_r = [I_r \ O_r \ \dots \ O_r]_{r \times r(\alpha-1)} \quad (2.84)$$

onde I_m e I_r são matrizes identidades de ordem m e r, respectivamente e O_m e O_r são matrizes quadradas nulas de ordem m e r, respectivamente. Desta forma, determina-se a matriz B (observabilidade) multiplicando-se a matriz de controlabilidade Eq. (2.72) pela Eq. (2.83):

$$\hat{B} = Q_\beta E_m \quad (2.85)$$

$$\hat{B} = \left[(B)_{n \times m} \ (AB)_{n \times m} \ (A^2B)_{n \times m} \ \dots \ (A^{\beta-1}B)_{n \times m} \right]_{n \times m(\beta-1)} \begin{bmatrix} I_m \\ O_m \\ \vdots \\ O_m \end{bmatrix}_{m(\beta-1) \times m} \quad (2.86)$$

$$\hat{B} = (B)_{n \times m} I_m = (B)_{n \times m} \quad (2.87)$$

Na prática para se obter a matriz \hat{B} (observabilidade) identificada é necessário utilizar a decomposição da matriz de Hankel conforme Eq. (2.88):

$$\hat{B} = \sum_{\alpha=1}^{1/2} S_\alpha^T E_\alpha \quad (2.88)$$

Identifica-se a matriz C (controlabilidade) de forma similar a matriz B, multiplica-se a Eq. (2.83) pela Eq.(2.72):

$$\hat{C} = E_r P_\alpha \quad (2.89)$$

$$\hat{C} = [I_r \ O_r \ \cdots \ O_r]_{r \times r(\alpha-1)} \begin{bmatrix} (C)_{rxn} \\ (CA)_{rxn} \\ \vdots \\ (CA^{\alpha-1})_{rxn} \end{bmatrix}_{r(\alpha-1) \times xn} \quad (2.90)$$

$$\hat{C} = I_r (C)_{rxn} \quad (2.91)$$

Da mesma forma da matriz \hat{B} para se identificar a matriz \hat{C} utiliza-se a decomposição da matriz de Hankel, substituindo a Eq. (2.77) na eq. (2.89):

$$\hat{C} = E_r R_n \Sigma_n^{1/2} \quad (2.92)$$

Finalmente, a matriz \hat{D} identificada, segundo a Eq. (2.66), o parâmetro de Markov quando $k=0$:

$$Y_0 = D \quad (2.93)$$

$$\hat{D} = Y_0 \quad (2.94)$$

Os métodos LSCE e SSI não requerem estimativas iniciais para os parâmetros modais, mas deve-se estimar o número de modos considerados na análise. Um número superestimado de modos é geralmente fornecido e, desta forma, será necessário posteriormente distinguir os modos verdadeiros dos modos computacionais. Isto pode ser feito através das informações do diagrama de estabilização, do coeficiente MCF (Modal Confidence Factor – Fator de Confiança Modal), do coeficiente MAC-Coerência de Amplitude Modal ou através do MSV-Valor Singular do Modo.

2.8.3 – Coerência de Amplitude Modal - MAC

Segundo Zhang; Brincker; Andersen (2001) o MAC é um coeficiente de correlação entre dois vetores modais quaisquer proposto pelos autores do ERA (Eigensystem Realization Algorithm). De acordo com Cruz (2005) se o MAC entre duas formas modais for igual a “1” então estes vetores estão perfeitamente correlacionados. Na prática, qualquer

valor entre 0,9 e 1,0 é considerado uma boa correlação. Se o coeficiente tiver valor menor, então haverá um grau de inconsistência inversamente proporcional do coeficiente. O MAC pode ser entendido como sendo o produto escalar entre a evolução temporal “esperada” do modo “i”, \bar{q}_i , e a identificada, \hat{q}_i^* , onde “*” significa transposto conjugado, conforme:

$$MAC_i = \frac{|\bar{q}_i^T \hat{q}_i^*|}{\sqrt{|\bar{q}_i^T \bar{q}_i| |\hat{q}_i^* \hat{q}_i^*|}} \quad (2.95)$$

onde o índice “i” está compreendido no intervalo [1,n] em que n é a ordem estimada para o sistema.

2.9 – Análise Modal Operacional

Análise modal tem sido amplamente utilizada para solucionar problemas nas diversas áreas da engenharia, com destaque para mecânica e civil, onde sua aplicação visa solucionar, principalmente, questões relacionadas à vibração excessiva em máquinas e carregamentos dinâmicos em estruturas civis. Estas questões iniciam-se na fase de projeto onde, com estudo preliminar dos parâmetros modais: frequências naturais, amortecimentos e autovetores, procura-se otimizar no equipamento e/ou na estrutura as solicitações de trabalho. Após a construção e a colocação em uso, os parâmetros identificados são utilizados para o monitoramento da saúde estrutural, visto que alterações em seus valores podem indicar a possibilidade de ocorrer falhas.

A técnica clássica para identificação dos parâmetros modais AME (Análise Modal Experimental) utiliza a medição, com o auxílio de acelerômetros, dos sinais de excitação (realizada artificialmente) e resposta da estrutura em estudo. Posteriormente, a estimação dos parâmetros é feita com o uso de algoritmos desenvolvidos, os quais permitem que se utilizem técnicas no domínio da frequência ou do tempo. No entanto, segundo Zhang; Brincker; Andersen (2005) a AME, em função de suas características de aplicação, possui algumas limitações:

I. Em grandes estruturas, devido à elevada massa, torna-se difícil e, às vezes, impraticável a excitação por meios artificiais. Seria necessário um valor elevado de energia que fosse capaz de excitar os modos de vibrar de interesse no estudo;

II. Ao se realizar o ensaio em laboratório (ambiente controlado), podem ocorrer sensíveis divergências em relação aos resultados obtidos da avaliação feita em campo;

III. Muitas vezes os componentes são testados isoladamente em laboratório, sem que estejam montados nos equipamentos a que se destinam.

Para suprir essas deficiências, na década de 90, George H. James e Thomas G. Carne, trabalhando na *Sandia National Laboratories of American*, desenvolveram a Técnica de Excitação Natural (NExt), também denominada de Método de Análise Modal Operacional (AMO), que tem a característica principal de utilizar como excitação o carregamento em uso da estrutura ou ambiental, obtendo-se apenas os sinais de resposta, geralmente aceleração, para extração dos parâmetros modais (FERNANDEZ; REYNOLDS; AENLLE 2010). Ao se realizar a extração dos parâmetros modais, nestas condições, eliminam-se as desvantagens apresentadas pelo método AME, descritas anteriormente.

Hermans e Auweraer (1999) aplicaram a técnica em três casos: na caracterização da suspensão traseira de um veículo em uso, na análise de um componente de uma aeronave comercial em voo e na identificação dos modos de uma ponte de concreto em condições normais de operação.

Segundo James III; Carne; Lauffer (1993), a teoria que justifica o NExt exige que um sistema multimodal, excitado por entradas aleatórias, produza funções de autocorrelação e correlação cruzadas que são soma de decaimentos senoidais. Esses decaimentos senoidais devem possuir as mesmas frequências naturais amortecidas e taxas de amortecimento dos modos do sistema em análise. Consequentemente, as funções de autocorrelação e correlação cruzada possuem a mesma forma da função resposta ao impulso e, deste modo, podem ser usadas em algoritmos de análise modal. Contudo, para se fazer uso desta nova técnica, a maioria dos trabalhos considera que a excitação é um sinal aleatório do tipo ruído branco gaussiano.

A excitação ser um sinal aleatório do tipo ruído branco, não é, a princípio, um empecilho ao uso da metodologia, visto que a maioria das estruturas em condições operacionais possui esse tipo de excitação. Contudo, de acordo com Chen e Li (2004) nem sempre ocorrem, como o sinal de terremotos, ventos fortes ou forças de impacto.

2.9.1 – Aspectos Teóricos

Um sinal do tipo ruído branco caracteriza-se por sua aleatoriedade e, por isso, só podem ser definidos através de propriedades estatísticas. Por apresentar um amplo espectro de potência, ao ser aplicado sobre uma peça ou equipamento em análise, é possível excitar todos os modos de interesse. Essa situação também pode ser obtida com o uso de um sinal impulsivo, tendo em vista que seu espectro de frequência é semelhante ao

do ruído branco. Se os modos encontram-se dentro da banda excitada pelo sinal impulsivo, eles podem ser identificados. A teoria de AMO abordada a seguir foi desenvolvida por James III; Carne; Lauffer (1993)

Seja a equação do movimento dada pela Eq. (2.6), repetida aqui por comodidade:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.6)$$

Efetua-se uma transformação modal conforme está indicada por:

$$\{x(t)\} = \sum_{r=1}^N \{\phi^r\} q^r(t) \quad (2.96)$$

onde $[\phi]$ é a matriz modal, $\{q\}$ é o vetor de coordenadas modais e $\{\phi\}^r$ é a r-ésima forma modal. Aplicando a Eq. (2.96) na Eq. (2.6) obtêm-se a Eq. (2.97) que caracteriza o movimento em coordenadas modais.

$$\ddot{q}^r(t) + 2\xi^r \omega_n^r \dot{q}^r(t) + \omega_n^{r2} q^r(t) = \frac{1}{m^r} \{\phi^r\}^T \{f(t)\} \quad (2.97)$$

Onde ω_n^r é a r-ésima frequência modal, ξ^r é a r-ésima taxa de amortecimento modal e m^r é a r-ésima massa modal.

Considerando uma força $\{f\}$ qualquer e condições iniciais nulas, a solução da equação. Eq. (2.97) é obtida através da convolução ou integral de Duhamel, dada por:

$$q^r(t) = \int_{-\infty}^t \{\phi^r\}^T \{f(\tau)\} g^r(t - \tau) d\tau \quad (2.98)$$

onde:
$$g^r(t) = \frac{1}{m^r \omega_d^r} \exp(-\xi^r \omega_n^r t) \sin(\omega_d^r t) \quad (2.99)$$

$$\omega_d^r = \omega_n^r (1 - \xi^{r2})^{1/2} \quad (2.100)$$

Onde: ω_d^r frequência modal amortecida. Utilizando a Eq. (2.98) e Eq. (2.96), obtêm-se a solução para $\{x(t)\}$:

$$\{x(t)\} = \sum_{r=1}^n \{\phi^r\} \int_{-\infty}^t \{\phi^r\}^T \{f(\tau)\} g^r(t - \tau) d\tau \quad (2.101)$$

onde: n é o número de modos.

A equação (2.101) pode ser desenvolvida para uma única saída, $x_{ik}(t)$, devido a uma única força, $f_k(t)$ aplicada em um ponto k. Isso é demonstrado por:

$$x_{ik}(t) = \sum_{r=1}^n \{\phi_i^r \phi_k^r\} \int_{-\infty}^t f_k(\tau) g^r(t - \tau) d\tau \quad (2.102)$$

onde ϕ_i^r é a i-ésima componente da forma modal r .

A função resposta ao impulso, com entrada em k e saída em i, é obtida quando $f(\tau)$ na Eq. (2.102) é uma função delta Dirac em τ igual a zero. A equação (2.103) foi obtida resolvendo a integral apresentada na equação anterior.

$$x_{ik}(t) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_i^r \phi_k^r}{m^r \omega_d^r} \exp(-\xi^r \omega_n^r t) \text{sen}(\omega_d^r t) \quad (2.103)$$

Segundo James III; Carne; Lauffer (1993), o próximo passo no desenvolvimento teórico é a obtenção da função correlação cruzada entre duas respostas (x_{ik} e x_{ij}), devido a uma entrada do tipo ruído branco. No entanto, neste ponto, a proposta é de se utilizar excitação impulsiva, aplicada em um ponto específico k, efetuando-se o cálculo da função correlação cruzada tem-se:

$$R_{ijk}(T) = E[x_{ik}(t+T)x_{jk}(t)] \quad (2.104)$$

Substituindo a Eq. (2.103) na Eq. (2.104), fica comprovado que a função de correlação é um somatório do decaimento senoidal, como é a característica da função resposta ao impulso do sistema original. Portanto, podem ser utilizadas técnicas clássicas de extração de parâmetros modais no domínio do tempo, como a LSCE ou a SSI, para caracterização de estruturas cuja excitação seja um sinal impulsivo. Em termos de modos complexos da estrutura, a função correlação pode ser escrita por:

$$R_{ij}(kT) = \sum_{r=1}^{2n} \phi_{ir} C_{jr} e^{\lambda_r T} \quad (2.105)$$

onde: ϕ_{ri} é o i-ésimo componente da r-ésima forma modal;

C_{rj} é a constante que associa o j-ésimo sinal de resposta, que é o sinal de referência com o r-ésimo modo e;

λ_r é o r-ésimo autovalor complexo.

Como a função correlação cruzada representa a função resposta ao impulso do sistema original, segundo Min, Fan e Huaihai (2005) pode-se escrever a FRI como se segue:

$$h_{ij}(kT) = \sum_{r=1}^{2n} \phi_{ir} F_{rj} e^{\lambda_r T} \quad (2.106)$$

Onde F_{rj} é o fator de participação modal.

2.10 – Ortonormalização de autovetores

Na análise modal operacional obtêm-se os autovetores não normalizados $\{\Psi\}$. Uma forma de estimar o fator de escala de cada forma de vibrar é modificar o comportamento dinâmico da estrutura, alterando a rigidez ou a massa. O método de adicionar pequenos valores de massa é, em muitos casos, a maneira mais simples para estimar os fatores de escala, envolve repetidas análises modais depois de modificar a estrutura através do acréscimo do valor da massa em diferentes pontos da estrutura, onde os modos de vibrar são conhecidos.

Parloo et al., (2003) recomendam adicionar no máximo 3% da massa total para estruturas simples, já Fernandez et al., (2005), utilizaram entre 5% e 7% da massa total de uma viga. As massas adicionais segundo Parloo et al., 2003; Aenlle et al., 2005 devem ser posicionadas nos nós de maior deslocamento (picos e vales das formas de vibrar) visando causar uma pequena alteração no valor das frequências naturais. Os fatores de escala que ortonormalizam as formas de vibrar obtidas através da AMO são determinados utilizando as frequências naturais e as formas modais da estrutura com e sem modificação.

De acordo com Aenlle et al., (2010) a precisão obtida na estimativa dos fatores de escala depende tanto da precisão na identificação de parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração) quanto na estratégia de mudança de massa utilizada para modificar o comportamento dinâmico da estrutura. Estratégia de mudança de massa significa definir a magnitude, a localização e o número de massas a serem anexadas à estrutura.

O processo de modificação da forma de vibrar da estrutura através do acréscimo de pequenas massa pontuais esta representado pela Fig. 2.3.

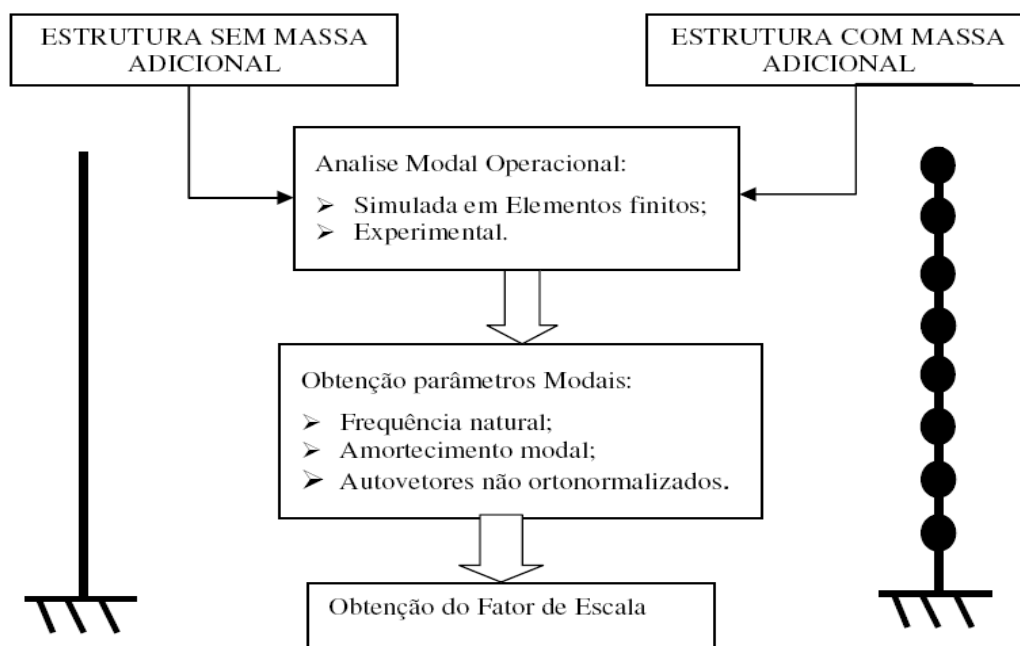


Figura 2.4. Esquema do método de mudança de massa (adaptado de AENLLE et al, 2010).

Os autovetores normalizados podem ser representados pela Eq. (2.107):

$$\{\phi\} = \alpha \{\psi\} \quad (2.107)$$

onde α é o fator de escala.

Fórmulas simples para determinar os fatores de escala podem ser derivada a partir das equações para obtenção dos autovalores da estrutura original e da estrutura modificada. A equação clássica para o cálculo dos autovalores nos casos de estruturas não-amortecidas ou com amortecimento proporcional é dada pela Eq. (2.108):

$$[m]\{\Phi_0\}\omega_0^2 = [K]\{\Phi_0\} \quad (2.108)$$

onde: $\{\Phi_0\}$ representa o autovetor normalizado;

ω_0 frequência natural;

$[m]$ a matriz de massa;

$[K]$ a rigidez matriz.

Se for realizada uma mudança no valor da massa da estrutura de modo que a matriz de massa seja representada por $([m] + [\Delta m])$, ocorrerá alteração nos valores das

frequências naturais. De acordo com Fernandez; Reynolds; Aenlle (2010), a mudança nos valores das frequências naturais não deve ser grande, apenas o suficiente para reduzir erros de estimativas, em torno de 5%, mantendo as formas de vibrar praticamente inalteradas. A equação (2.108) torna-se:

$$([m] + [\Delta m])\{\Phi_1\}\omega_1^2 = [K]\{\Phi_1\} \quad (2.109)$$

Onde: $\{\Phi_1\}$ e ω_1 são os novos parâmetros modais da estrutura modificada.

Supondo-se que a mudança de massa seja tão pequena que as formas modais não se alterem significativamente, ou seja: $\{\Phi_1\} \cong \{\Phi_0\} \cong \{\Phi\}$ e combinando as equações Eq. (2.107), Eq. (2.108) e Eq. (2.109), o fator de escala desconhecido pode ser obtidas por meio da equação Eq. (2.110):

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{\omega_0^2 \{\Psi\}^T [\Delta m] \{\Psi\}}} \quad (2.110)$$

Na Equação Eq. (2.110), podem ser utilizadas ambas as formas: modos modificados com acréscimo de massa $\{\Psi_1\}$ ou modos sem acréscimo de massa $\{\Psi_0\}$. No entanto, de acordo com Brincker e Andersen (2003) os melhores resultados são obtidos usando a Eq. (2.111):

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{\omega_0^2 \{\Psi_0\}^T [\Delta m] \{\Psi_1\}}} \quad (2.111)$$

2.11 – Considerações sobre o capítulo

A revisão teórica apresentada forneceu a base teórica necessária para o desenvolvimento de programas em ambiente *Matlab*[®]:

- tratamento de sinais obtidos através de realização de ensaios experimentais de análise modal em vigas e placas com aplicação de excitação harmônica e impulsiva. As rotinas transformam os sinais do domínio do tempo para o domínio da frequência, considerando o efeito *leakage*, o uso de *janelamento*, seleção do ponto inicial do sinal e dizimação de pontos;

- extração de parâmetros modais exponencial complexa com mínimos quadrados (LSCE) e identificação estocástica do subespaço (SSI).

A extração dos parâmetros modais de uma estrutura utilizando apenas os sinais de saída, quando a excitação é do tipo impulsiva, apresenta-se como uma alternativa muito útil, principalmente em ambientes de laboratórios, quando se considera a facilidade de se obter uma força impulsiva em contrapartida a um carregamento que simule um sinal tipo ruído branco, o qual necessita de equipamentos caros para ser gerado, como um *shaker*.

Em especial o uso da AMO com excitação transiente para este trabalho, deixa mais próximas as simulações numéricas da situação real proposta neste trabalho, conforme relatado no capítulo de introdução, é o ruído de impacto o maior responsável pelo incômodo gerado em ambientes de edifícios residenciais.

CAPÍTULO III

CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre materiais viscoelásticos, os quais são utilizados na confecção de absorvedores dinâmicos de vibração. É apresentado o método de cálculo de ADV's criado por Den Hartog (1956) e uma variação do método desenvolvido por Espíndola e Silva (1992), para controle modo a modo. É feito também um resumo da utilização dos ADV's para controle em uma banda de frequência desenvolvido por Bavastri (1997), e finalmente uma revisão sobre os termos utilizados em processos de otimização através do uso de algoritmos genéticos.

3.1 – Materiais Viscoelásticos

Viscoelasticidade é a área que aborda as propriedades características de alguns materiais que, ao serem deformados, exibem comportamento elástico, armazenando energia mecânica, e também comportamento viscoso, dissipando energia. Estes materiais possuem propriedades mecânicas dependentes da temperatura e da frequência de vibração e podem ser caracterizados por duas propriedades transientes: fluência e relaxação. São produzidos nas mais diversas formas tais como borrachas, resinas, vernizes, esmaltes, acrílicos e vidros.

Em dinâmica estrutural, as principais características requeridas desses materiais são: rigidez, resiliência e grande capacidade de dissipação de energia vibratória. Por esse motivo, os materiais viscoelásticos são largamente empregados em projetos de estruturas aeronáuticas, prediais, de máquinas diversas e em dispositivos estruturais, tais como isoladores e neutralizadores dinâmicos de vibração (DA SILVA, 2005).

Oliveira (2006) utiliza material viscoelástico em uma configuração sanduíche para introduzir amortecimento estrutural na carcaça de um compressor hermético com objetivo de reduzir ruído e vibração.

Espíndola; Bavastri; Lopes, (2009) apresenta um trabalho onde através de dois modelos de absorvedores dinâmicos: tipo pêndulo e comum, realiza uma comparação ao utilizar um modelo com material histerético e outro modelado com material viscoelástico com base nos parâmetros fracionários.

3.1.1 – Modelos para Materiais Viscoelásticos

3.1.1.1 – Modelos com Derivada de Ordem Inteira

Para um projeto de controle de vibração usando materiais viscoelásticos é necessário conhecer com precisão as propriedades dinâmicas básicas, como o módulo de elasticidade e capacidade de dissipar energia.

A equação constitutiva geral para viscoelasticidade linear utilizando derivadas de ordem inteira de Nashif et al (1985) apud Da Silva (2005), é dada por:

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m \frac{d^m \sigma(t)}{dt^m} = E_0 \epsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n \frac{d^n \epsilon(t)}{dt^n} \quad (3.1)$$

onde: $\sigma(t)$ é a tensão;

$\epsilon(t)$ é a deformação;

b_m , E_0 e E_n são parâmetros característicos do material;

m e n são números inteiros.

O comportamento viscoelástico pode ser modelado de forma simples por modelos compostos por molas e amortecedores.

Se o elemento de mola e o amortecedor estão associados em série e sujeitos à mesma carga, temos o modelo de Maxwell. A combinação dos elementos de amortecimento e rigidez em paralelo é conhecido como modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt. O modelo Zener é composto por uma mola em paralelo com um elemento Maxwell – sendo o caso mais simples do modelo Maxwell generalizado.

Há fortes limitações para estes modelos, pois quando uma tensão é aplicada em um elastômero têm-se três classes de deformações, nem sempre corretamente modeladas (1) uma elástica instantânea; (2) uma elástica retardada e (3) um fluxo viscoso irreversível,

nem sempre corretamente descritos pelos modelos citados. Ainda assim, estes modelos podem ser utilizados para descrever a resposta viscoelástica de elastômeros sobre pequena região de temperatura e/ou tempo, embora nas aplicações seja muito frequente o interesse em uma ampla região de tempo e temperatura.

Em função do comportamento tensão/deformação descrito é necessário um número elevado de parâmetros para uma razoável precisão. Para materiais viscoelásticos com propriedades mecânicas fortemente dependentes da frequência em faixa ampla, o número de derivadas temporais M e N na série deve ser grande, Eq. 3.1. Conseqüentemente, a quantidade de parâmetros empíricos necessários no modelo pode ser elevada exigindo um esforço computacional muito grande (CRUZ, 2004 apud CECCON, 2008).

3.1.1.2 – Modelo com Derivada de Ordem Fracionária

Os modelos que utilizam mola-amortecedor viscoso apresentam comportamento impreciso, devido à relação tensão-deformação definido no tempo por uma equação diferencial de ordem inteira. No entanto, esta equação diferencial pode ser generalizada substituindo as derivadas de ordem inteira por derivadas de ordem fracionária (DA SILVA, 2005).

Os modelos com derivada fracionária têm provado ser uma ferramenta poderosa para descrever o comportamento dinâmico de vários materiais. Uma das vantagens de utilizá-los é que eles produzem uma representação analítica bem comportada nos domínios do tempo e da frequência. Além disso, a forma matemática tem seu fundamento em teorias moleculares que governam o comportamento mecânico do meio viscoelástico, permitindo a descrição do comportamento dinâmico real (BAGLEY; TORVIK, 1983). Finalmente, eles são causais e suficientemente simples para cálculos na engenharia (BAGLEY; TORVIK, 1986).

Bagley e Torvik (1979) apud Ceccon (2008) construíram uma relação constitutiva tensão-deformação dinâmica para elastômero usando cálculo fracional e, em 1983, introduziram uma equação constitutiva geral para viscoelasticidade com operadores de ordem fracionária. Para isso, ajustaram satisfatoriamente dados experimentais uniaxiais no domínio da frequência utilizando um modelo matemático de quatro parâmetros. A definição de derivada e integral fracionária pode ser vista com maiores detalhes em Cruz (2004) apud Ceccon (2008).

A equação constitutiva unidimensional em derivada fracionária conforme Bagley e Torvik (1983), está representada por:

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m D^{\beta_m} \sigma(t) = E_0 \epsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n D^{\alpha_n} \epsilon(t) \quad (3.2)$$

onde: $b_m, \beta_m, \alpha_n, E_0$ e E_n são os parâmetros do material. As expressões D^{β_m} e D^{α_n} representam derivadas de ordem fracionárias β_m e α_n . Em seus estudos Bagley e Torvik (1983) observaram que α e β para muitos casos analisados eram aproximadamente iguais. Posteriormente verificou-se que a condição $\alpha = \beta$ é necessária para que o modelo matemático seja consistente com as leis da termodinâmica (BAGLEY; TORVIK, 1986, MAKRIS, 1997). Quando $M=N=1$ e $\alpha = \beta$ a Eq.(3.2) é reescrita conforme Eq.(3.3) e é denominada modelo de derivada fracionária com quatro parâmetros.

$$\sigma(t) + b_1 D^\alpha[\sigma(t)] = E_0 \epsilon(t) + E_1 D^\alpha[\epsilon(t)] \quad (3.3)$$

Aplicando a transformada de Fourier na Eq.(3.3):

$$\sigma(\Omega) + b_1 (i\Omega)^\alpha [\sigma(\Omega)] = E_0 \epsilon(\Omega) + E_1 (i\Omega)^\alpha [\epsilon(\Omega)] \quad (3.4)$$

Define-se o módulo de elasticidade, $E_c(\Omega)$, dependente da frequência “ Ω ”, conforme:

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\epsilon(\Omega)} = \frac{E_0 + E_1 (i\Omega)^\alpha}{1 + b_1 (i\Omega)^\alpha} \quad (3.5)$$

Ou alternativamente, segundo Pritz (1996), como:

$$E_c(\Omega) = \frac{E_0 + E_\infty (i\Omega b)^\alpha}{1 + (i\Omega b)^\alpha} \quad (3.6)$$

onde $E_1 = E_\infty$, $b_1 = b^\alpha$ e $E_c(\Omega)$ é o módulo de elasticidade complexo do material. Em geral este módulo é função da frequência e da temperatura.

E_0 e E_∞ representam as assíntotas inferior e superior conforme pode ser visto na Fig. 3.1. O expoente α representa a inclinação da reta tangente à curva de $E(\Omega)$ no seu ponto de inflexão (que está associado ao ponto de máximo fator de perda). O parâmetro b , que tem unidade de tempo, é denominado tempo de relaxação e determina o deslocamento horizontal da curva de $E(\Omega)$ na Fig. 3.1.

O fator de perda é um parâmetro adimensional que caracteriza a absorção de energia realizada pelos materiais, também denominado loss factor ou tandela, é a razão entre a resposta viscosa e elástica dos materiais. Materiais com elevado fator de perda (alta defasagem entre a excitação e a resposta) possuem uma componente viscosa elevada, dissipando mais energia do que materiais que possuam valores menores para fatores de perda.

O parâmetro α , que é a ordem da derivada fracionária, influencia as curvas de módulo dinâmico e fator de perda. Quanto menor o valor de “ α ”, menor é a inclinação da curva do módulo dinâmico. O pico do fator de perda também varia com α . Os picos são menos acentuados para os menores valores de α 's (DA SILVA, 2005).

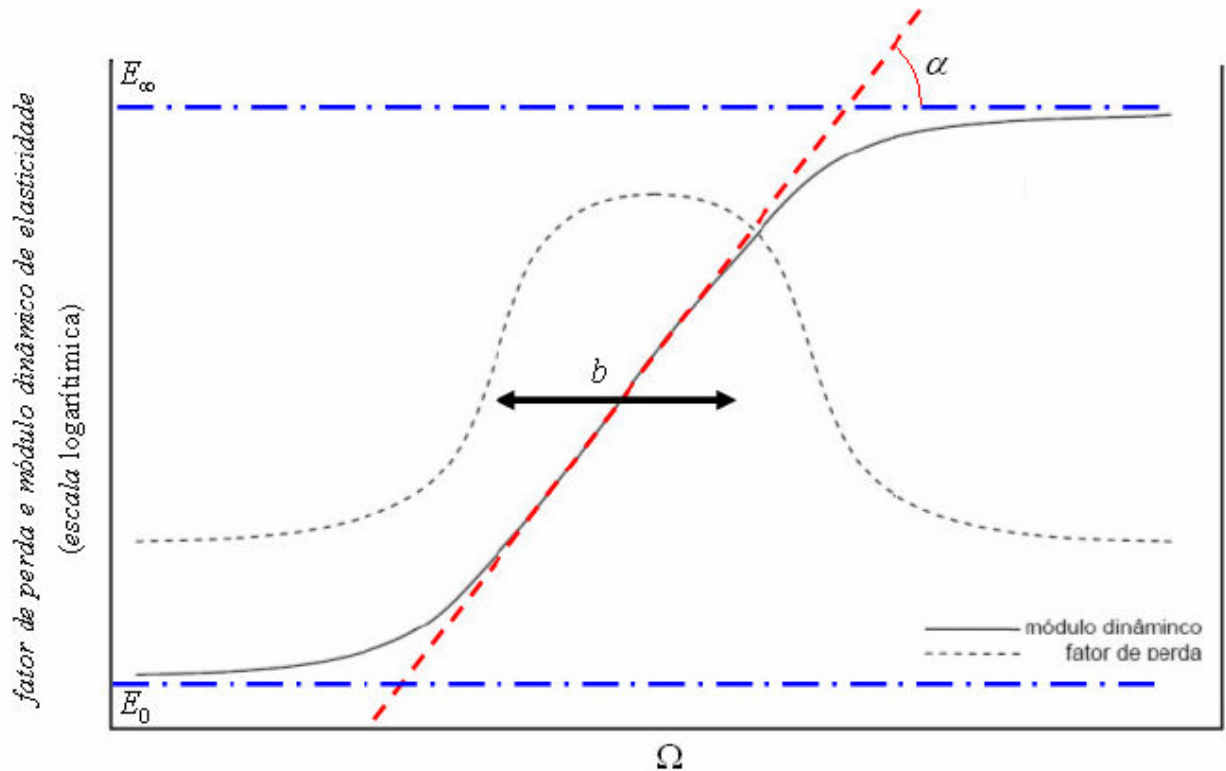


Figura 3.1 – Representação gráfica dos parâmetros do modelo de derivada fracionária de quatro parâmetros (CECCON, 2008).

Ainda, o módulo de elasticidade complexo, $E_c(\Omega)$, pode ser escrito de forma geral, conforme:

$$E_c(\Omega) = E(\Omega)[1 + i\eta_E(\Omega)] \quad (3.7)$$

onde: $E(\Omega)$ é a parte real de $E_c(\Omega)$, também denominada módulo dinâmico de elasticidade;

$\eta_E(\Omega)$ é denominado fator de perda, o qual é representado por:

$$\eta_E(\Omega) = \frac{\text{Im}[E_c(\Omega)]}{\text{Re}[E_c(\Omega)]} \quad (3.8)$$

Usualmente trabalha-se com materiais viscoelásticos em cisalhamento. Para esses casos, tem-se que o módulo de cisalhamento complexo é obtido através da Eq.(3.9):

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_0 + G_\infty (i\Omega b)^\alpha}{1 + b_1 (i\Omega)^\alpha} \quad (3.9)$$

De forma similar ao módulo de elasticidade, pode-se escrever:

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + G_\infty (i\Omega b)^\alpha}{1 + b_1 (i\Omega)^\alpha} \quad (3.10)$$

Utilizando a representação na forma complexa, obtém-se:

$$G_c(\Omega) = G(\Omega)[1 + i\eta_c(\Omega)] \quad (3.11)$$

onde: G_c é o módulo de cisalhamento complexo;

G_0 é a assíntota inferior do módulo de cisalhamento (comportamento elástico);

G_∞ é a assíntota superior do módulo de cisalhamento (comportamento vítreo);

α é a ordem da derivada fracionária;

φ é o parâmetro real ($\varphi = b_1 = b^\alpha$).

Para respeitar as condições de trabalho interno e a taxa de dissipação de energia não negativos a partir das Eq.(3.9), Eq.(3.10) e Eq.(3.11) é necessário que as restrições sobre os parâmetros $G_\infty > G_0 > 0$, $\varphi > 0$ sejam respeitadas, assumindo ainda que $0 < \Omega < \infty$.

Considera-se que, para borrachas em geral, tem-se $\eta_E(\Omega) = \eta_G(\Omega) = \eta(\Omega)$, Snowdon (1968), onde $G(\Omega) = \text{Re}[G_c(\Omega)]$ e $\eta_c(\Omega) = \frac{\text{Im}[G_c(\Omega)]}{\text{Re}[G_c(\Omega)]}$.

A frequência onde o fator de perda tem seu máximo, Ω_m , está representada na Eq.(3.12), conforme Pritz (1996):

$$\Omega_m = \frac{1}{b} \left(\frac{G_0}{G_\infty} \right)^{1/2\alpha} \quad (3.12)$$

Esta é a frequência de transição do material. Para melhor uso do amortecimento inerente ao material viscoelástico é conveniente que a frequência de anti-ressonância dos ADV's, denotada por Ω_A , esteja tão perto quanto possível da frequência Ω_m . Portanto, pode-se considerar $\Omega_A = \Omega_m$. Esta última expressão deve ser considerada como uma restrição imposta à frequência dos ADV's.

É conveniente representar a rigidez dinâmica de um elemento de material elastomérico em uma forma geral conforme Eq.(3.13) (NASHIF et al., 1985 apud CECCON, 2008):

$$K_c(\Omega) = LG_c(\Omega) = LG(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)] \quad (3.13)$$

Onde: L é uma constante com dimensão de comprimento que depende da geometria do elemento e de suas inserções metálicas. Na ausência de amortecimento ($\eta(\Omega) = 0$), tem-se:

$$K_c(\Omega) = LG_c(\Omega) = LG(\Omega) \quad (3.14)$$

Uma amostra de borracha trabalhando em cisalhamento puro terá como rigidez dinâmica a Eq.(3.15), representada pela Fig. 3.2:

$$K_c(\Omega) = \frac{A}{h} G_c(\Omega) \quad (3.15)$$

onde: A é a área cisalhada;

h é a altura entre as áreas carregadas;

Em peças de formas irregulares, onde esse tipo de material é utilizado “ L ”, pode ser determinado experimentalmente. Esta forma de representar a rigidez de um material viscoelástico é muito utilizada em controle de vibração e ruído pela sua simplicidade.

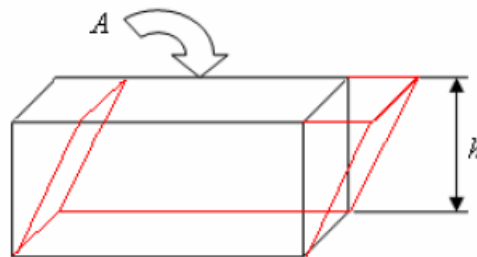


Figura 3.2 – Representação da borracha trabalhando em cisalhamento puro (CECCON, 2008).

3.1.2– Temperatura e Frequência de Transição

Segundo Lopes et al., (2007), os materiais viscoelásticos apresentam dependência tanto da frequência quanto da temperatura, sendo apropriado utilizar a seguinte formulação:

$$G_c(\Omega, T) = G(\Omega, T)[1 + i\eta_c(\Omega, T)] \quad (3.16)$$

onde: Ω representa a frequência;

T é a temperatura.

Segundo Coan (2005) e Ceccon (2008) para diversos materiais de interesse, a chave para se obter uma caracterização dinâmica ampla, é o assim chamado princípio de superposição frequência temperatura (FERRY, 1980; NASHIF et al, 1985 apud CECCON, 2008). Este princípio estabelece que as diversas curvas de propriedades dinâmicas podem ser superpostas, em uma temperatura de referência qualquer, por meios de deslocamentos em frequência apropriados, formando assim duas curvas mestras únicas, uma para cada propriedade, conforme representado abaixo:

$$G_0(\Omega_r) = \left(\frac{T_0 \rho_0}{T \rho} \right) G(\Omega, T) \quad (3.17)$$

$$\eta_{G_0}(\Omega_r) = \eta_G(\Omega, T) \quad (3.18)$$

onde: T é a temperatura (em escala absoluta);

T_0 é a temperatura de referência (escala absoluta);

Ω é a frequência;

$\Omega_r = [\alpha_r(T)\Omega]$ é a frequência reduzida;

α_r é o fator de deslocamento (cujos valores situam-se: $0 < \alpha_r < 1$ para $T > T_0$, e $\alpha_r > 1$ para $T < T_0$);

ρ é a densidade;

ρ_0 é a densidade à temperatura de referência.

As relações e condições apresentadas anteriormente estabelecem que, exceto por um fator $\left(\frac{T_0 \rho_0}{T \rho} \right)$, via de regra desprezível, para o módulo de cisalhamento, as propriedades dinâmicas obtidas a uma frequência “ Ω ” e temperatura “ T ” são iguais às

propriedades dinâmicas a uma frequência composta “ Ω ”, e a uma temperatura “ T_0 ”. Embora a temperatura de referência seja arbitrária, sua escolha, para um certo conjunto de dados experimentais, terá influencia na qualidade da representação final obtida (LOPES et al, 2007).

A determinação do fator de deslocamento a_r é de grande importância para o processo de consolidação das curvas. Tipicamente, o que se faz é estimar os valores que fazem com que as curvas parciais se desloquem em frequência de tal modo que superposições completas sejam alcançadas na temperatura de referência, (FERRY, 1980 apud CECCON, 2008). Uma expressão simples pode ser obtida pelo ajuste desses valores a uma equação empírica, denominada equação WLF Williams-Landel-Ferry:

$$\log_{10} a_r(T) = \frac{-\theta_1 (T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)} \quad (3.19)$$

onde: θ_1 e θ_2 são parâmetros a serem determinados para cada material.

Portanto, a partir da Eq.(3.13) os valores respectivos do módulo dinâmico de elasticidade ou de armazenamento $G'(\Omega)$ e do fator de perda $\eta(\Omega)$ para o modelo de quatro parâmetros são dados por:

$$G'(\Omega) = \frac{G_0 + (G_\infty - G_0) b_1 [\Omega a_r(T)]^{\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) + G_\infty b_2^2 [\Omega a_r(T)]^{2\alpha}}{1 + 2b_1 [\Omega a_r(T)]^{\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) + b_2^2 [\Omega a_r(T)]^{2\alpha}} \quad (3.20)$$

$$\eta(\Omega) = \frac{(G_\infty - G_0) b_1 [\Omega a_r(T)]^{\alpha} \sin(\frac{\alpha\pi}{2})}{G_0 + (G_\infty - G_0) b_1 [\Omega a_r(T)]^{\alpha} \cos(\frac{\alpha\pi}{2}) + G_\infty b_2^2 [\Omega a_r(T)]^{2\alpha}} \quad (3.21)$$

Uma vez consolidada, as propriedades dinâmicas são exibidas de forma padronizada (ISO 10112, 1991) em nomogramas, conhecidos como nomogramas de frequência reduzida, conforme Fig. 3.3. Esses nomogramas desenvolvidos por Jones (1978) apud Lopes (2007), a partir do gráfico de frequência reduzida (FERRY, 1980 apud LOPES, 2007), têm sido adotados tanto por pesquisadores quanto por fabricantes de materiais viscoelásticos. Expressões paramétricas tem sido freqüentemente ajustadas aos dados, de sorte que representações contínuas estejam disponíveis, tanto na forma gráfica quanto na analítica, segundo Lopes et al., (2007).

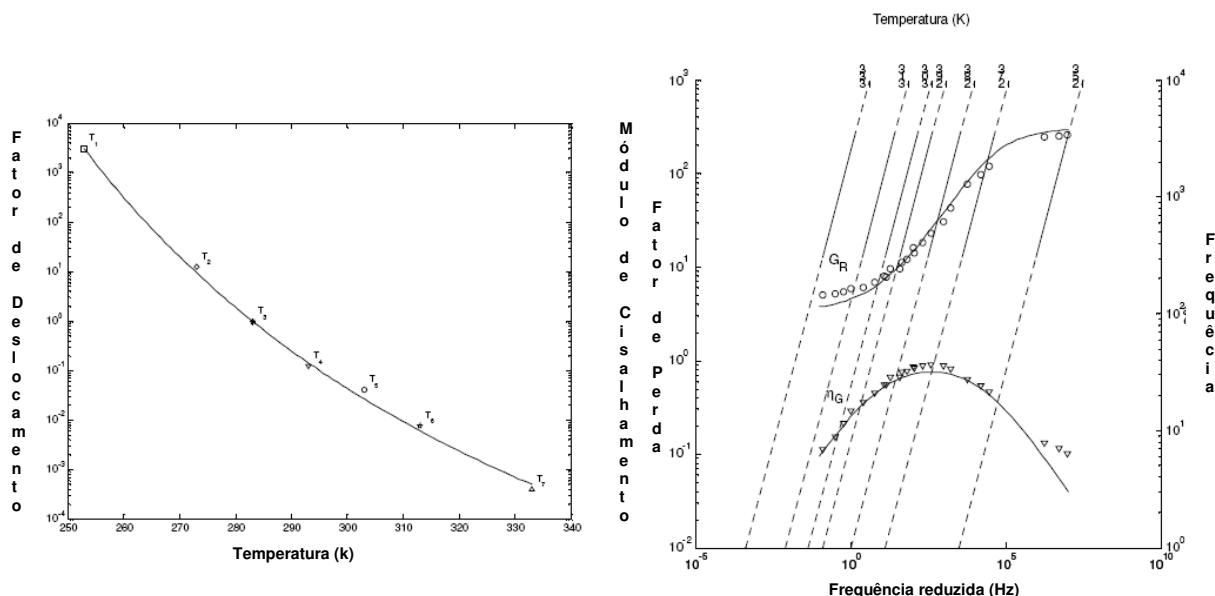


Figura 3.3 – Gráficos de caracterização dinâmica: (a) fator de deslocamento versus temperatura (b) nomograma de frequência reduzida. (fontes: ISO 10112, 1991; ESPÍNDOLA, 1990 apud LOPES et al., 2007).

Em geral, o módulo dinâmico de elasticidade dos materiais viscoelásticos aumenta com a frequência e diminui com a temperatura. O fator de perda, por outro lado, aumenta com a frequência até um valor máximo e depois diminui. Esse comportamento se repete com o aumento da temperatura (NASHIF et al., (1985) apud CECCON (2008); ESPÍNDOLA, (1992)).

A Fig. 3.4 apresenta um esboço desse comportamento, assumindo que a temperatura é constante. A frequência onde ocorre o valor máximo do fator de perda é denominada de frequência de transição. Este ponto de máximo corresponde, aproximadamente, à maior inclinação na curva do módulo dinâmico, e a partir desse ponto o material perde resiliência assumindo comportamento vítreo.

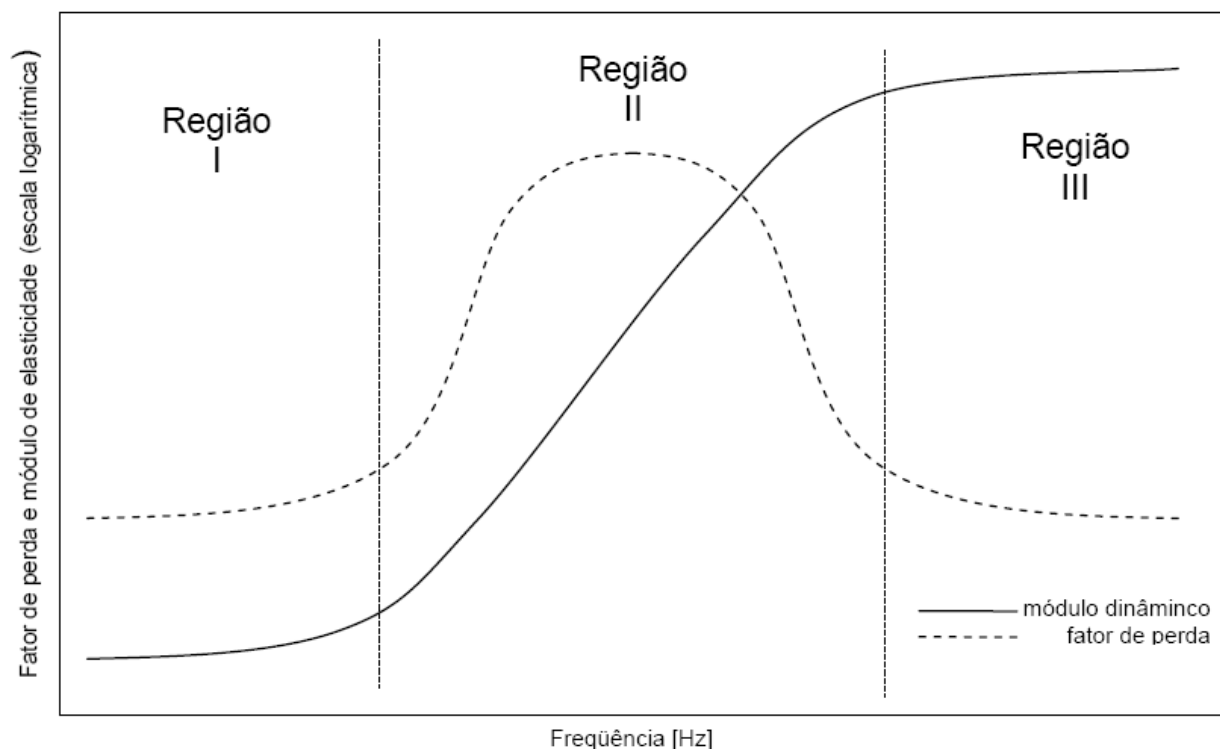


Figura 3.4 – Representação gráfica da variação do módulo dinâmico e do fator de perda com a frequência para uma temperatura constante (DA SILVA, 2005).

Observa-se na figura 3.4 a presença de três regiões distintas:

- I. A região I (baixas frequências ou altas temperaturas) é caracterizada pelos valores baixos, e praticamente constantes, de rigidez (módulo dinâmico) e fator de perda. Esta região é muito importante para os projetistas de isoladores de vibração. O material viscoelástico, operando nessa região, devido à sua baixa rigidez (elevada flexibilidade), permite níveis muito baixos de transmissibilidade sendo, portanto interessante a sua utilização em isolamento mecânico de vibrações, na fabricação de molas elastoméricas e isoladores de vibração, com grande estabilidade estrutural;
- II. A região II é conhecida como zona de transição do material (vizinhança da frequência e da temperatura de transição). Nessa região a rigidez do material aumenta com a frequência (ou com a redução da temperatura) em incrementos relativamente grandes. O fator de perda aumenta seu valor até atingir o seu máximo. Após alcançar este valor máximo, o fator de perda tende a diminuir novamente. Nessa região ocorre o valor máximo do valor de perda. A região II é a mais importante para projetos de ADV's e também de estruturas tipo sanduiche, sendo naturalmente a mais desejada pelos projetistas devido aos elevados valores do fator de perda;

- III. Um material viscoelástico trabalhando na região III não possui maiores utilidades. A rigidez nessa região torna-se muito elevada, próxima à do aço ou do alumínio. O fator de perda volta a ter valores muito pequenos. O material passa a ter um comportamento vítreo.

3.2– Controle de Vibração

Segundo Ewins (1994) o estudo do efeito de vibração em estruturas sempre foi feito com objetivo de determinar a natureza e a extensão dos níveis de resposta da estrutura submetida aos carregamentos dinâmicos e validar os modelos teóricos.

Caetano et al (2005), realizaram uma AMO em uma ponte apoiada por cabos em Millau, França, extraíndo os parâmetros modais através da técnica SSI com objetivo de validar o modelo teórico construído em elementos finitos.

Hoje em dia, devido à variedade de produtos desde uma ponte pênsil de alguns quilômetros de extensão (Millau, França) a dutos para resfriamentos por onde passam gases com grande velocidade, há necessidade de se identificar e interferir nas propriedades dinâmicas quer seja de componentes ou dos produtos montados, de modo que se possa garantir a integridade estrutural, a durabilidade e o bom funcionamento dos equipamentos. Não se pode deixar de lado o conforto dos indivíduos que estão diretamente ligados ao funcionamento e ao uso dos equipamentos quanto à exposição a níveis de ruídos aceitáveis, de acordo com a legislação.

De acordo com Da Silva (2005), existem três formas de reduzir os níveis de vibração:

- I. Atuar sobre a força de excitação eliminando-a, reduzindo sua amplitude e/ou alterando a sua frequência;
- II. Atuar sobre a estrutura, variando seus parâmetros dinâmicos (massa, rigidez e amortecimento);
- III. Acoplar um sistema auxiliar ao sistema principal ou primário procurando neutralizar a vibração e seus efeitos.

Difícilmente consegue-se atuar sobre a força de excitação, principalmente quando se imagina que pode ser o vento, ou devido ao impacto de um objeto qualquer com força e local de queda aleatórios. Atuar sobre a estrutura primária também se torna um problema complexo em situações onde se tem uma grande estrutura pronta em uso, ou quando se trata de algo simbólico cujo aspecto não pode ser alterado por questões estéticas. Portanto,

a terceira hipótese torna-se viável em um grande número de aplicações onde se deseje a redução, e até mesmo a eliminação, da vibração.

O sistema auxiliar ou sistema secundário acoplado ao sistema principal pode ser de dois tipos de acordo com o objetivo desejado:

- I. Tipo MK – com massa-mola, Den Hartog (1956) demonstrou que a amplitude de vibração do sistema primário para uma determinada frequência natural de interesse tende a zero quando a frequência do sistema primário e secundário coincidem, ou seja, quando ocorre a sintonia da frequência do sistema secundário. Ao fixar o sistema secundário em um determinado ponto da estrutura principal onde se deseje eliminar a amplitude vibratória, gera-se forças de reação, redistribuindo a energia vibratória no espectro de frequência, alterando a FRF de forma tal que elimina a frequência natural original do sistema primário, e faz surgir duas novas frequências naturais em torno da frequência extinta. Por este motivo, segundo Dayou, 2006 recebe a denominação de *Neutralizador Dinâmico de Vibração* (NDV);
- II. Tipo MCK – com massa-amortecimento-mola, além de gerar forças de reação sobre determinado ponto da estrutura o elemento amortecedor viscoso promove a dissipação da energia vibratória, sendo denominado *Absorvedor Dinâmico de Vibração* (ADV). A utilização do elemento amortecedor possui a capacidade de ampliar o efeito dissipador de energia do ADV sobre uma banda de frequência em torno da frequência de sintonia.

Os primeiros ADV surgiram com Frahm em 1902 com objetivo de reduzir o movimento de rolagem em navios. Ormondroyd e Den Hartog em 1928 desenvolveram modelos matemáticos que representavam os ADV com amortecedor viscoso para controle de vibração em estruturas considerando apenas um grau de liberdade (gdl).

3.2.1 – Neutralizador Dinâmico de Vibração (NDV)

Quando problemas de vibração ocorrem em uma frequência específica ou em faixas estreitas de frequências, a solução indicada é o uso de NDV's massa-mola ou MK. O NDV consiste de uma massa (m_2), fixado por uma mola de rigidez (k_2) a uma estrutura principal representado pela massa (m_1) e uma mola de rigidez (k_1), a qual possui problemas relacionados à vibração excessiva. A configuração do sistema está representada pela Fig. 3.5:

A denominação NDV é utilizada ao invés de ADV devido ao fato que ao ser acoplado à estrutura o NDV não dissipa a energia vibratória, faz uma redistribuição da energia no espectro de frequência com o objetivo de neutralizar uma frequência específica, ou uma faixa estreita de frequência.

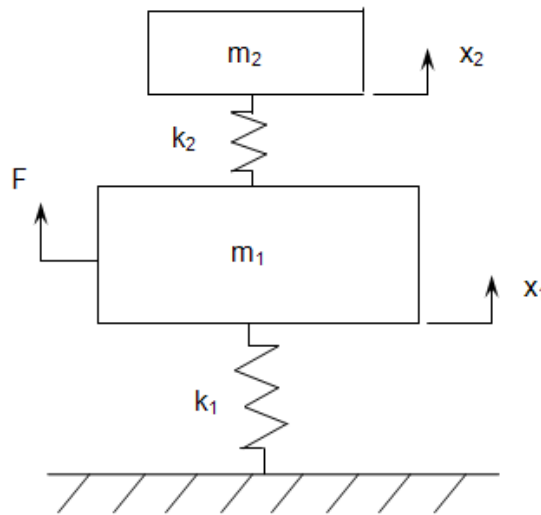


Figura 3.5 – Representação de um Sistema com Neutralizador Dinâmico de Vibração.

De acordo com Lima e Rade (2001) o princípio básico do funcionamento do NDV consiste na seleção dos valores dos parâmetros de m_2 e de k_2 de tal forma que a frequência natural do subsistema representado pelo NDV, $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$, coincida com a frequência de excitação do sistema (sintonização de frequências), de tal forma que a amplitude da resposta do subsistema primário seja zero, conforme demonstrado por (DEN HARTOG, 1956). As equações (3.22) e (3.23) descrevem o movimento do sistema acoplado, conforme Fig. 3.5.

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = F \cos \omega t \quad (3.22)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (3.23)$$

As respostas harmônicas em regime permanente para o movimento entre as duas massas são dadas pelas Eq.(3.24) e Eq.(3.25):

$$x_1 = |x_1| \cos(\omega t + \theta_1) \quad (3.24)$$

$$x_2 = |x_2| \cos(\omega t + \theta_2) \quad (3.25)$$

Realizando as diferenciações e substituindo as Eq.(3.24) e Eq.(3.25) nas Eq.(3.22) e Eq.(3.23), obtêm-se:

$$F_0 = X_1(-m_1\omega^2 + k_1 + k_2) - k_2X_2 \quad (3.26)$$

$$X_2(-m_2\omega^2 + k_2) - k_2X_1 = 0 \quad (3.27)$$

Introduzindo nas equações (3.26) e (3.27) a definição de frequência natural apresentada anteriormente para o subsistema secundário e definindo frequência natural para o subsistema principal como $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$, obtém-se a amplitude X_1 do subsistema primário:

$$\frac{|X_2|}{|F_0|} = \frac{1}{k_2} \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] + \left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (3.28)$$

Observa-se na Eq.(3.28) que o numerador será igual a zero quando a frequência natural do subsistema secundário (ω_2) for igual à frequência de excitação do sistema (ω)., Nesta situação a amplitude da resposta do subsistema primário (X_1) será nula, e ocorrerá uma mudança na resposta do sistema, surgirão duas novas frequências naturais, próximas à frequência natural do sistema primário.

Os NDV's tipo MK possuem apenas elementos que armazenam energia cinética e potencial elástico, não existindo qualquer tipo de dissipação de energia vibratória, o controle ocorre através de forças de reação. Devido a esta configuração segundo Ceccon (2008) dois problemas ocorrem: a amplitude de vibração do NDV é grande, o que pode causar a sua ruptura por fadiga; e variações na frequência de excitação, podem fazer com que ocorra a dessintonização da frequência do NDV, o que pode aumentar a amplitude de vibração do sistema composto, devida a uma coincidência com a frequência de ressonância, levando ao colapso da estrutura. A solução para este tipo de ocorrência é o de se introduzir amortecimento no NDV.

3.2.2 – Absorvedor Dinâmico de Vibração (ADV)

Absorvedores dinâmicos de vibração (ADVs) são essencialmente dispositivos de parâmetros concentrados de massa e rigidez que, uma vez conectada a uma determinada

estrutura, chamada estrutura primária, são capazes de absorver a energia vibratória no ponto de conexão e promover uma redução dos níveis de vibração (DEN HARTOG, 1956; LIMA; RADE, 2001). Um ADV, em sua configuração básica, somente é capaz de absorver o movimento vibratório referente a uma única coordenada espacial.

Marques (2000) apresentou um estudo com três configurações de Absorvedores Dinâmicos adaptativos: corda vibrante, pendular e tipo viga com atuadores piezeétricos. Cujos parâmetros físicos de inércia, rigidez e amortecimento podem ser variados, de forma controlada proporcionando a sintonização desejada.

Wong e Cheung (2007), desenvolveram um projeto para obter os parâmetros otimizados para construção de absorvedores dinâmicos de vibração para controlar a vibração de estruturas excitadas pelo movimento do solo.

Saldarriaga (2007), criou uma metodologia para controle passivo de vibração aplicada a rotores flexíveis, baseado no uso de absorvedores viscoelásticos, projetando um sistema de absorção de vibrações composto por um conjunto de absorvedores colocados em cada um dos apoios do rotor. Sua metodologia identifica e ajusta os modelos de rotor flexível, os amortecedores viscoelásticos e o sistema rotor-mancais-apoios viscoelásticos.

Sun et al (2007), realizaram um estudo onde propõem o uso de absorvedores dinâmicos de vibração para o controle de vibração em estruturas excitadas por várias frequências harmônicas, utiliza o modelo de absorvedor tradicional em comparação com um modelo no qual a rigidez possui a capacidade de variar, construído com um elastômero de material magneto-reológico.

Borges (2008), apresentou trabalho com absorvedores dinâmicos de vibração não linear (ADVnl), particularmente com relação às estratégias de modelagem e aplicações. Ao introduzir o efeito da não linearidade na rigidez do sistema, conseguiu aumentar a eficiência do dispositivo na banda de frequência de interesse, com utilização de otimização através da aplicação de algoritmos genéticos.

Saidi et al (2008), propuseram a utilização de absorvedores dinâmicos de vibração para controlar a vibração no piso de edificações construídas.

Fernandes (2008) desenvolveu uma técnica de identificação, localização e minimização de falhas de um sistema primário acoplada a um Absorvedor Dinâmico de Vibrações tipo Lâmina Vibrante (ADVLV).

Ospina (2008) realizou um estudo comparativo entre amortecedores de massa sintonizados múltiplos interligados e não interligados, o estudo é feito em um modelo de edifício tipo *shear frame* de vinte andares.

Kuik et al (2009), desenvolveram estudo sobre o controle do ruído causado por vibrações de baixa e média frequência originadas em painel excitado por uma força pontual,

através do uso de vários absorvedores dinâmicos sintonizados. Realiza simulações em elementos finitos com e sem interação fluido-estrutura, para verificar os resultados da transmissão da pressão sonora pelo painel.

Santos (2009), apresentou um estudo do problema de vibrações excessivas em laje de concreto armado, que levam ao desconforto dos seus usuários. Propõe o uso de amortecedores de massa sintonizados para redução da amplitude de vibração, aplica os parâmetros construtivos obtidos em uma laje de academia de ginástica.

Ao se introduzir um elemento dissipador de energia, estes dispositivos são denominados massa-mola-amortecedor (MKC). Nesta condição além de gerar forças de reação sobre a estrutura, o ADV promove uma dissipação de energia vibratória o que possibilita que seja utilizado em uma banda maior de frequência. O absorvedor consiste de uma massa (m_2), fixada por uma mola de rigidez (k_2) e um amortecedor do tipo viscoso (c_2), por exemplo, a uma estrutura principal representado pela massa (m_1) e uma mola de rigidez (k_1), conforme Fig. 3.6.

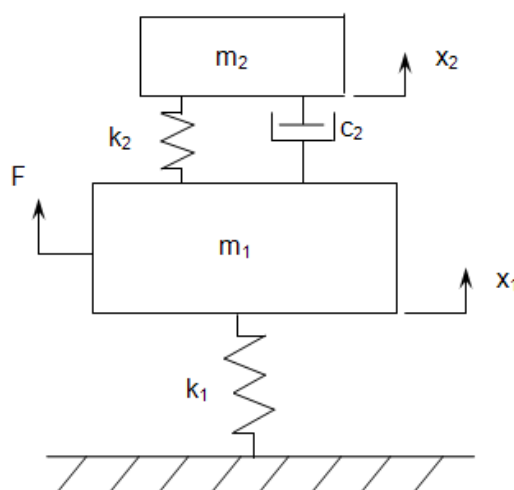


Figura 3.6 – Representação de um Sistema com ADV Tipo MKC

O modelo matemático deste tipo de ADV foi desenvolvido por Ormondroyd e Den Hartog (1928). Segundo Silva (2005), esses dispositivos MKC com amortecedores viscosos são difíceis de construir e, em geral, utilizados apenas como comparação dos modelos matemáticos no estudo de controle de vibrações. Em 1968 Snowdon, construiu modelos matemáticos que utilizavam, ao invés de mola e do elemento viscoso, um material viscoelástico, que possui melhores características construtivas.

O material viscoelástico substitui a mola e o amortecedor viscoso. Devido às suas características de material resiliente, dissipador de energia e de fácil modelagem, tem sido amplamente utilizado na construção dos ADV's. O efeito dissipador de energia reduz o nível

de vibração no ADV, além de produzir o efeito de “espalhar” a absorção de vibração em frequências próximas à frequência de sintonia, tornando-o mais efetivo em uma banda de frequência maior.

De acordo com Den Hartog (1956), se o sistema primário possui amortecimento nulo, existirão dois pontos fixos no gráfico da FRF, representados na Fig. 3.7. A partir desta característica foi desenvolvido um método de sintonia do ADV denominado Método dos Pontos Fixos.

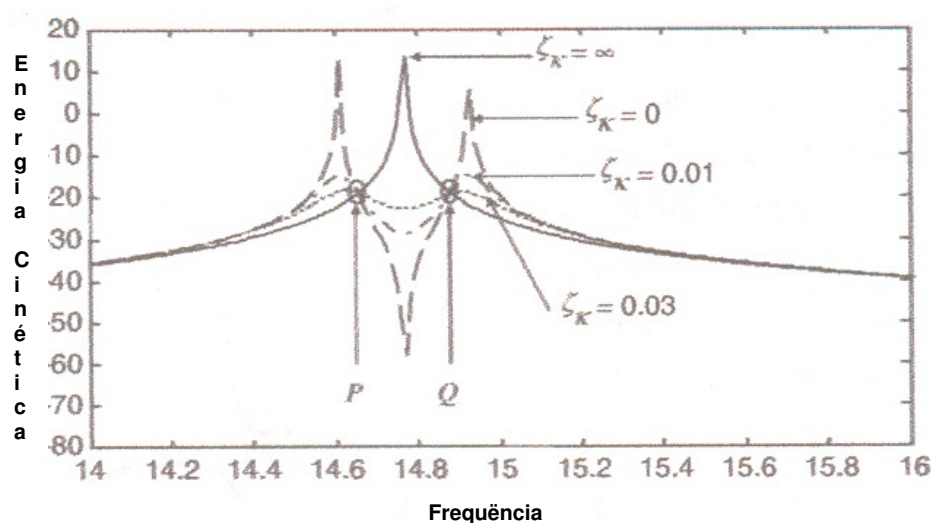


Figura 3.7 – Gráfico dos pontos fixos P e Q (Fonte: DAYOU JEDOL, 2006).

Observa-se no gráfico da Fig. 3.7, quatro curvas, sendo:

- I. A primeira curva ($\zeta_k = \infty$) representa o sistema sem o ADV, caracterizado pelo pico de uma das frequências naturais;
- II. A segunda curva ($\zeta_k = 0$) apresenta dois picos para cima em torno da frequência de ressonância e um pico para baixo na frequência de antirressonância, caracterizando a atuação de um NDV. Esta curva cruza a curva do sistema sem NDV em dois pontos P e Q denominados pontos fixos;
- III. A terceira curva com ($\zeta_k = 0,01$), também cruza a curva do sistema original nos pontos fixos, com amplitude máxima acima dos valores dos dois pontos P e Q;
- IV. A quarta curva com ($\zeta_k = 0,03$), cruza a curva do sistema original nos pontos fixos, sendo que as amplitudes máximas são iguais, esta é a situação otimizada para o uso dos ADV's.

A fixação de ADV's ao longo da estrutura modifica o seu comportamento, o qual é apresentado no espaço modal descrito em termos da amplitude modal do vetor deslocamento.

3.2.3 – Comportamento Dinâmico de Estruturas Contínuas

A formulação geral para descrever o comportamento de estruturas contínuas – vários graus de liberdade - com ADVs fixados é obtida em termos da amplitude modal do vetor de deslocamento transversal. Considerando-se um sistema que possui condições de contorno arbitrárias e com aplicação da força de excitação em um ponto, de forma geral, a amplitude do deslocamento de cada ponto na estrutura pode ser expressa em termos de um número finito de modos:

$$w(x) = [\Phi^T]\{q\} \quad (3.30)$$

onde: Φ – é o vetor normalizado da forma modal avaliada no ponto x ;
 q – é o vetor de deslocamento modal da estrutura.

Sem o ADV a amplitude do deslocamento modal pode ser escrita, como:

$$q = Ag_p \quad (3.31)$$

onde: A - é a matriz diagonal de amplitude modal complexa da estrutura;
 g_p – é o vetor da força de excitação atuando sobre a estrutura, obtido por:

$$g_p = \Phi(x_f)F \quad (3.32)$$

onde: x_f - é a localização da força de excitação;
 F – é a amplitude da força de excitação.

A m -ésima componente da amplitude modal complexa é obtida através de:

$$A_m = \frac{1}{M_s(\omega_m^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_s\omega\omega_m)} \quad (3.33)$$

onde: M_s - é massa global da estrutura;

ω_m - é a frequência natural da estrutura;
 ξ_m - é o amortecimento da estrutura;
 ω - é a frequência da força de excitação.

Quando o j -ésimo ADV for fixado, o comportamento dinâmico da estrutura é modificado e torna-se um sistema acoplado. A amplitude do deslocamento modal do novo sistema é dada por:

$$q = Ag_p [I + A\phi K \phi^T]^{-1} \quad (3.34)$$

onde: I - é a matriz identidade de dimensão M ;

K - é a matriz diagonal de rigidez dos ADVs de dimensão J ;

ϕ - é a matriz normalizada das formas modais de dimensão $M \times J$, onde a mj -ésima entrada é a amplitude modal da estrutura na j -ésima posição do ADV.

A rigidez dinâmica do j -ésimo ADV, é obtida através de:

$$K_j = -M_j \omega^2 \left[\frac{1 + i2\xi_j \alpha_j}{1 - \alpha_j^2 + i2\xi_j \alpha_j} \right] \quad (3.35)$$

onde: M_j - é a massa do j -ésimo ADV;

ξ_j - é o amortecimento do j -ésimo ADV;

α_j - a relação de sintonia do j -ésimo ADV.

O amortecimento do j -ésimo ADV, é obtido por:

$$\xi_j = \frac{C_j}{2M_j \omega_j} \quad (3.36)$$

onde: C_j - é o coeficiente de amortecimento do j -ésimo ADV;

A relação de sintonia α_j do j -ésimo ADV, é obtida através de:

$$\alpha_j = \frac{\omega}{\omega_j} \quad (3.37)$$

onde: ω_j - é a frequência natural do j -ésimo ADV, obtida através da Eq.(3.38):

$$\omega_j = \sqrt{\frac{k_j}{M_j}} \quad (3.38)$$

onde: k_j - é a rigidez do j -ésimo ADV;

M_j - é a massa do j -ésimo ADV.

A média temporal da energia cinética é obtida por meio da medição da vibração global da estrutura a qual é proporcional ao somatório do quadrado das amplitudes da velocidade. Matematicamente a energia cinética é fornecida, por:

$$KE = \frac{M_s \omega^2}{4} \mathbf{q}^H \mathbf{q} \quad (3.39)$$

3.2.4 – Teoria dos Pontos Fixos

Caso ocorra mudança na frequência de ressonância do sistema primário, devido a uma mudança da frequência de excitação o ADV torna-se pouco efetivo. Para superar este problema foi desenvolvido um método de otimização denominado teoria dos pontos fixos, baseado na seleção da rigidez, de tal forma que as alturas de dois picos da FRF consecutivos tornem-se iguais. De acordo com Dayou (2006) a relação de ajuste ideal do ADV é encontrada em função das massas dos sistemas primário e secundário, sendo:

$$f_{ot} = 1/(1 + \mu) \quad (3.40)$$

onde: μ - é a relação entre as massas do ADV e do subsistema primário;

Pode-se obter a relação de ajuste ideal do ADV em função das frequências: da força de excitação e da frequência ótima de ressonância do ADV, ou seja:

$$f_{ot} = \omega / \omega_{ot} \quad (3.41)$$

onde: ω - é a frequência da força de excitação;

ω_{ot} - é a frequência ótima de ressonância do ADV.

Segundo Dayou (2006) a proporção ideal de amortecimento do ADV pode ser obtida através da relação de massa entre os dois subsistemas, Eq.(3.42). Desde então a teoria dos pontos fixos tem sido utilizada como referência para fabricação de ADVs para controle de vibração para sistemas relativamente simples. Também tem sido utilizada com sucesso para controle das respostas em estruturas contínuas com modos cujas frequências naturais são desacopladas (espaçadas), devendo-se observar que ao se reduzir a amplitude de vibração em um ponto, em estruturas contínuas, ocorre o aumento das amplitudes em outros pontos.

$$\xi_{\text{ot}} = \sqrt{3\mu/8(1+\mu)^3} \quad (3.42)$$

Os pontos fixos podem ser estabelecidos considerando duas situações, em relação à energia cinética da estrutura: quando o amortecimento é zero; e quando é infinito, de acordo com a Fig. 3.7. Conforme se verifica os dois pontos P e Q são pontos comuns a todas as curvas de amortecimento do ADV. Estes pontos P e Q são pontos fixos da energia cinética da estrutura com o ADV fixado. Segundo Den Hartog (1956): “A sintonização dos neutralizadores dinâmicos é mais efetiva quando os máximos valores de resposta do sistema primário são iguais e coincidem com os pontos fixos”, conforme se verifica na Fig. 3.7.

De acordo com Dayou (2006) é possível otimizar a sintonia de um ADV para controlar vibrações globais de estruturas contínuas. O procedimento é similar ao utilizado por Den Hartog (1956) para reduzir a amplitude de deslocamento em estruturas com um grau de liberdade sem amortecimento. A equação (3.43) apresenta a otimização do amortecimento do ADV:

$$\xi_{\text{kor}} = \sqrt{3\mu\phi_m^2(x_k)/8[1+\mu\phi_m^2(x_k)]^3} \quad (3.43)$$

onde: ϕ_m é a forma modal normalizada para o modo m ;

x_k é a posição de fixação do ADV.

Ainda segundo Dayou (2006) devem ser consideradas duas condições, quando se procura obter a otimização de um ADV sobre o controle de vibrações globais em uma estrutura contínua:

- quando se altera as relações de massa μ ;
- quando se altera o posicionamento sobre a estrutura.

Quando a relação entre as massas do ADV e da estrutura aumenta a energia cinética também aumenta. Para frequências de ressonância baixas é necessária uma relação μ maior, ou seja, em regiões de frequências naturais baixas é necessário o uso de ADVs com massa maior. Para valores baixos de amortecimento as curvas de energia cinética possuem resultados semelhantes. Com relação ao posicionamento do ADV verifica-se que ao localizá-lo no ponto de maior amplitude modal, maior é a redução da energia cinética. Da mesma forma se for localizado sobre um nó não terá efeito algum. A localização do ADV em pontos que possuem a mesma amplitude modal, nem sempre resulta na mesma

redução, é possível que o motivo seja a influência do ponto onde é aplicada a força de excitação.

O amortecedor de massa sintonizado só funciona, de acordo com Viguié e Kerschen, (2009) quando for sintonizado precisamente na frequência de vibração do modo. O desenvolvimento de absorvedores de vibração não linear que sejam efetivos para uma faixa maior de frequência originaram: os absorvedores de vibração autoparamétrico e o dissipador de energia não linear (NES _ Nonlinear Energy Sink). O NES explora a transferência de energia entre os modos e o fenômeno da saturação, que ocorre de forma quadrática em sistemas acoplados sujeitos a excitação primária. Não possui preferência por frequência de ressonância, o que o torna um absorvedor de frequência independente e possuindo ressonâncias internas com relação 1:2.

A eficiência do controle de vibração sobre uma estrutura depende de um projeto adequado do ADV, com a especificação dos parâmetros de massa, amortecimento e rigidez, bem como a determinação da localização de sua fixação na estrutura principal. Geralmente o local ótimo deve ser sobre o ventre dos modos de interesse e a situação oposta seria sobre o nó onde caso fixado não teria efeito eficaz algum.

De acordo com Da Silva (2005) quando se tem poucos modos a controlar, utilizando a teoria modal é possível escolher os pontos ótimos de localização a partir de um universo restrito de possibilidades. Trabalhando em um sub-espço do sistema primário é possível operar sobre um sistema de equações reduzido, diminuindo sensivelmente o esforço computacional para essa análise.

3.2.5 – Quantidades Equivalentes Generalizadas para um ADV

Espíndola e Silva (1992), introduziram os conceitos de quantidades equivalentes generalizadas, que podem ser obtidas através da massa dinâmica e da impedância mecânica, ambas as grandezas calculadas na base de um absorvedor dinâmico de vibrações. Utilizando o Método dos Elementos Finitos é possível representar o comportamento de um absorvedor dinâmico de vibração como uma massa e um amortecedor viscoso ligado à terra, resultando em um modelo comum que não tem graus adicionais de liberdade (FLOODY; ARENAS, 2005)

Um ADV viscoelástico simples é composto de uma massa conectada à base através de um elemento resiliente, que pode ser uma mola em paralelo com um amortecedor ou uma peça de material viscoelástico (SNOWDON, 1968 e ESPÍNDOLA, 1990 apud BAVASTRI, 1997), possuindo uma rigidez complexa conforme a Eq.(3.44).

$$K_c(\omega, \theta) = LG_c(\omega, \theta) = LG(\omega, \theta)[1 + i\eta(\omega, \theta)] \quad (3.44)$$

onde: K_c - é a rigidez complexa do ADV;

L - é um fator de forma do ADV;

G_c - é o módulo de cisalhamento complexo do material viscoelástico;

θ - é a temperatura sobre o material viscoelástico;

Para simplificar a notação, será considerada uma situação de temperatura constante e θ será omitida.

A impedância mecânica na base do ADV é definida por:

$$Z_M(\omega) = \frac{F(\omega)}{i\omega X(\omega)} = \frac{-im_a\omega LG_c(\omega)}{m_a\omega^2 - LG_c(\omega)} \quad (3.45)$$

A massa dinâmica na base do ADV é calculada como:

$$M_a(\omega) = \frac{F(\omega)}{-\omega^2 X(\omega)} = -m_a \frac{LG_c(\omega)}{m_a\omega^2 - LG_c(\omega)} \quad (3.46)$$

A frequência de antirressonância do ADV é definida como sendo aquela que, na ausência de amortecimento, faz com que o denominador das Eq.(3.45) e Eq.(3.46) se igualem a zero, ou seja:

$$\omega_a^2 = \frac{LG(\omega)}{m_a} \quad (3.47)$$

Na ausência de amortecimento, a parte imaginária de G_c é nula, portanto $G_c(\omega) = G(\omega)$.

O conceito fundamental do funcionamento dos ADV's baseia-se no seguinte princípio: Quando a frequência de ressonância de uma estrutura, a qual está fixado o ADV, coincide com a frequência de antirressonância calculada na base do ADV pela Eq.(3.47), é necessária uma força infinita, se o amortecimento está ausente, para provocar um deslocamento na base do ADV.

Definindo:

$$LG(\omega) = LG(\omega_a)r(\omega) \quad (3.48)$$

e

$$r(\omega) = \varepsilon_a = \frac{\omega}{\omega_a} \quad (3.49)$$

Pode-se reescrever as Eq.(3.48) e Eq.(3.49):

$$Z_a(\omega) = \frac{F(\omega)}{i\omega X(\omega)} = -im_a(\omega) \frac{r(\omega)[1+i\eta(\omega)]}{s_a^2 - r(\omega)[1+i\eta(\omega)]} \quad (3.50)$$

$$M_a(\omega) = \frac{F(\omega)}{-\omega^2 X(\omega)} = -m_a \frac{r(\omega)[1+i\eta(\omega)]}{s_a^2 - r(\omega)[1+i\eta(\omega)]} \quad (3.51)$$

A parte real da impedância mecânica, Eq.(3.50), é definida como sendo amortecimento viscoso generalizado $c_g(\omega)$ dado por:

$$c_g(\omega) = m_a \omega_a \frac{r(\omega)\eta(\omega)s_a^2}{[s_a^2 - r(\omega)]^2 + [r(\omega)\eta(\omega)]^2} \quad (3.52)$$

A parte real da massa dinâmica, Eq.(3.51), é definida como sendo a massa generalizada $m_g(\omega)$ resultando em:

$$m_g(\omega) = -m_a \frac{r(\omega)[s_a^2 - r(\omega)[1+\eta^2(\omega)]]}{[s_a^2 - r(\omega)]^2 + [r(\omega)\eta(\omega)]^2} \quad (3.53)$$

Chega-se a uma equivalência dinâmica entre os dois sistemas apresentados na Fig. 3.8:

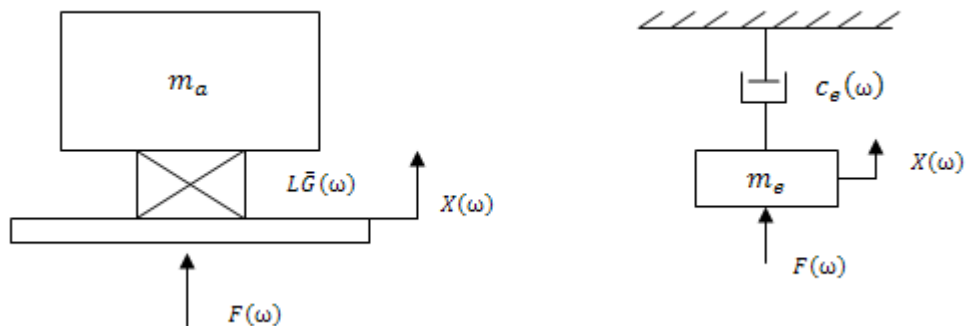


Figura 3.8 – Sistemas equivalentes: (a) ADV sobre base sem massa e (b) parâmetros equivalentes generalizados Da Silva (2005).

A impedância mecânica do sistema, conforme Fig. 3.8:

$$Z_a(\omega) = c_e(\omega) + i\omega m_e(\omega) \quad (3.54)$$

De acordo com Espíndola e Silva (1992), o sistema a controlar sente o absorvedor com uma massa $m_e(\omega)$ fixada ao longo das coordenadas generalizadas $X(\dot{t})$ e um amortecedor viscoso de constante $c_e(\omega)$ ligado a terra.

Considera-se, portanto, um sistema primário genérico ao qual é fixado um ADV de um grau de liberdade a sua coordenada física $q(\dot{t})$, conforme se verifica na Fig. 3.9:

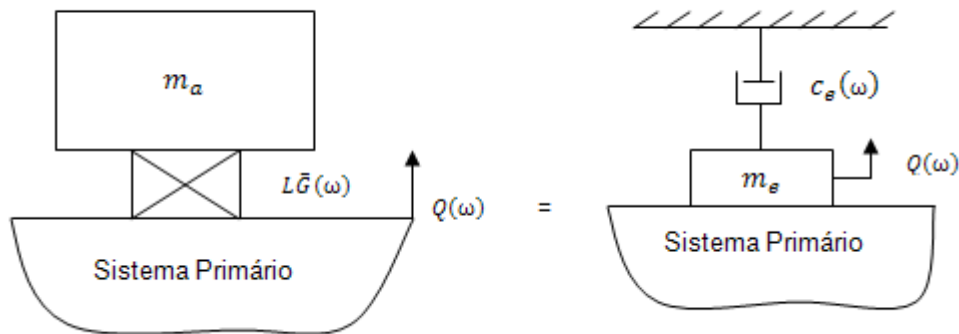


Figura 3.9 – Sistemas equivalentes: NDV sobre sistema primário equivalente Da Silva (2005).

A vantagem de se utilizar os parâmetros equivalentes generalizados reside no fato de se poder trabalhar somente com uma formulação baseada nas coordenadas físicas do sistema primário, apesar da adição de gdl's introduzidos pelo acoplamento dos ADVs a estrutura do sistema primário.

3.2.6 - ADV's Fixados a Sistemas Primários com Geometria Complexa

Para vários ADVs adicionados a uma estrutura (sistema primário com vários gdl's) a equação do movimento no domínio da frequência, considerando parâmetros equivalentes generalizados, está representada por:

$$\{X(\omega)\} = [K + i\omega\tilde{C} - \omega^2\tilde{M}]^{-1}\{F(\omega)\} = [H(\omega)] \quad (3.55)$$

Onde: \tilde{M} e \tilde{C} são a matriz de massa e de amortecimento do sistema composto (sistema primário e ADVs acoplados).

De forma reduzida pode-se reescrever a Eq.(3.55):

$$\{X(\omega)\} = D^{-1}\{F(\omega)\} = [H(\omega)] \quad (3.56)$$

Para p ADVs fixados ao longo de p coordenadas generalizadas $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp}$, sendo as massas e amortecimentos equivalentes generalizados $m_{e1}, m_{e2}, \dots, m_{ep}$ e $c_{e1}, c_{e2}, \dots, c_{ep}$. A nova massa e o novo amortecimento do sistema composto são calculados Eq.(3.57) e Eq.(3.58):

$$\tilde{M} = M + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{e1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_{ep} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$\tilde{C} = C + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{e1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & c_{ep} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

A equação (3.58) só é válida no domínio da frequência, pois os parâmetros equivalentes generalizados são função da frequência. O conceito de espaço modal poderia ser aplicado para o sistema composto, entretanto este não fica desacoplado uma vez que a transformação de coordenadas não diagonaliza parte das matrizes \tilde{M} e \tilde{C} . É importante notar também que, dependendo do modelo matemático, pode-se trabalhar com milhares de graus de liberdade (matrizes computadas numericamente por elementos finitos)

3.2.7 – Truncamento

Na prática, utiliza-se um número menor de modos a serem atenuados pelos ADVs dentro da faixa de frequência de interesse. Nesta situação, a matriz modal utilizada é bastante reduzida. Considere uma transformação linear:

$$X(\omega) = \tilde{\Phi} \tilde{P}(\omega) \quad (3.59)$$

onde: $\tilde{\Phi}$ é a matriz modal truncada do sistema primário, de ordem $n \times \hat{n}$. (onde n representa o número de gdl's e \hat{n} o número de modos de interesse. Em geral $\hat{n} \ll n$, e $\tilde{P}(\omega)$ são as coordenadas no domínio modal (coordenadas principais). Realizando a substituição da equação 3.55 em 3.59 e pré-multiplicando por $\tilde{\Phi}^T$, obtém-se:

$$\{-\omega^2 [\text{diag}(\hat{m}_j) + \tilde{M}_A(\omega)] + i\omega [\text{diag}(\hat{c}_j) + \tilde{C}_A(\omega)] + [\text{diag}(\hat{k}_j)]\} \tilde{P}(\omega) = \tilde{N}(\omega) \quad (3.60)$$

onde:

$$\hat{N}(\omega) = \hat{\Phi}^T \hat{F}(\omega) \quad (3.61)$$

$$\hat{M}_{A(j,k)}(\omega) = \sum_{i=1}^n m_{ei} \Phi_{r,i} \Phi_{r,k} \quad (3.62)$$

$$\hat{C}_{A(j,k)}(\omega) = \sum_{i=1}^n c_{ei} \Phi_{r,i} \Phi_{r,k} \quad (3.63)$$

A equação (3.60) representa um sistema de dimensão $n \ll n$ e sua solução corresponde aos parâmetros equivalentes generalizados. Ela mostra que no espaço modal o sistema de equações não é desacoplado. Isso ocorre devido à adição dos absorvedores ao sistema primário.

Fazendo a transformação inversa da Eq. (3.59), encontra-se a solução nas coordenadas físicas. Da Eq. (3.60) e Eq. (3.61) mostra-se que:

$$X(\omega) = \hat{\Phi} \hat{D}^{-1}(\omega) \hat{\Phi}^T \hat{F}(\omega) \quad (3.64)$$

onde:

$$\hat{D} = \hat{D}_0 - \omega^2 \hat{M}_A(\omega) + i\omega \hat{C}_A(\omega) \quad (3.65)$$

e:

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\hat{k}_j - \hat{m}_j \omega^2 + i\omega \hat{c}_j) \quad (3.66)$$

A matriz \hat{D}_0 é diagonal enquanto a matriz \hat{D} , que representa o sistema composto não é diagonal.

Pode-se reescrever a Eq. (3.6) no espaço modal utilizando os autovetores normalizados pela matriz de massa:

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\omega_j^2 - \omega^2 + i2\xi_j \omega \omega_j) \quad (3.67)$$

Fazendo uma equivalência com sistemas de um grau de liberdade e utilizando a Eq. (3.64), pode-se reescrever a matriz da função transferência do sistema composto:

$$H(\omega) = \hat{\Phi} \hat{D}^{-1}(\omega) \hat{\Phi}^T \quad (3.68)$$

Cada elemento desta matriz é reescrito como:

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{s=1}^{\hat{n}} \sum_{i=1}^{\hat{n}} D_{is}(\phi_{ki})(\phi_{js}) \quad (3.69)$$

Onde D_{is} são elementos da matriz \tilde{D}^{-1} e ϕ_{ki} são elementos da matriz $\tilde{\Phi}$.

A FRF no espaço modal do sistema composto \tilde{D}^{-1} pode ser calculada conhecendo-se os parâmetros modais da estrutura a controlar (sistema primário) e as características dos ADVs acoplados a ela. É importante lembrar que no espaço modal conta-se com um número reduzido de equações $\hat{n} \ll n$.

Partindo-se da formulação descrita anteriormente pode-se optar por dois caminhos diferentes para controlar as vibrações do sistema primário:

- Controle modo a modo – aplicada por (SILVA, 1991, apud DA SILVA, 2005), despreza-se o acoplamento do sistema e procura-se um controle modo a modo através de uma correlação direta com a teoria de Den Hartog (1956), para um gdl;
- Controle em banda larga de frequência – este procedimento leva em consideração o acoplamento do sistema composto e baseia-se em técnicas de otimização não linear para encontrar as características dos absorvedores.

3.2.8 – Otimização dos Parâmetros dos ADV's

Da equação (3.55) o vetor $\{F(\omega)\}$ é o vetor de excitação. Ele é definido como tendo valores unitários para uma coordenada generalizada onde existem excitação e valor nulo quando nessa coordenada não existe excitação. Considerando o vetor excitação como uma função generalizada delta de Dirac aplicado de forma pontual, ou seja, excita-se um ponto (coordenada generalizada) e observando-se a resposta em outros pontos da estrutura, pode-se reescrever a Eq. (3.60):

$$[D_1 + D_2]\tilde{P}(\omega) = \tilde{N}(\omega) \quad (3.70)$$

onde:

$$D_1 = \{-\omega^2[\text{diag}(\hat{m}_j)] + i\omega[\text{diag}(\hat{c}_j)] + [\text{diag}(\hat{k}_j)]\} \quad (3.71)$$

e

$$D_2 = \{-\omega^2 \hat{m}_A(\omega) + i\omega \hat{c}_A(\omega)\} \quad (3.72)$$

Assim, a FRF do sistema, no espaço modal, é dada por:

$$\hat{P}(\omega) = [D_1 + D_2]^{-1} \hat{N}(\omega) \quad (3.73)$$

A partir das Eq. (3.59), Eq. (3.61) e Eq. (3.73), pode-se obter a resposta do sistema $X(\omega)$, na forma:

$$\{X(\omega)\} = [\hat{\Phi}][D_1 + D_2]^{-1} [\hat{\Phi}]^T \{F(\omega)\} \quad (3.74)$$

Portanto a função transferência do sistema composto (sistema primário + ADVs) é:

$$\{H(\omega)\} = [\hat{\Phi}][D_1 + D_2]^{-1} [\hat{\Phi}]^T \quad (3.75)$$

Para sistemas com um gdl, a relação de massas entre o absorvedor e o sistema primário, de acordo com a Eq. (3.53) é definida por Den Hartog (1956) como:

$$\mu = m_a/m \Rightarrow \text{varia de } 0,1 \text{ a } 0,25 \quad (3.76)$$

Espíndola e Silva, (1992) propuseram uma relação de massa modal para sistemas com múltiplos gdls, para controle modo a modo:

$$\mu = \frac{m_a \sum_{i=1}^p \Phi_{r,i}^2}{m_j} \quad (3.77)$$

Posteriormente, Bavastri (1997) empregou esta relação para controle em banda larga, definindo a massa dos ADVs por meio da média aritmética. Isto é, a massa dos ADVs é calculada para cada modo dentro de uma banda de frequência. Posteriormente, é tomada a média desses valores, para todos os modos.

A função objetivo é definida para determinar os parâmetros ótimos dos ADVs, obtida a partir das condições:

- $f_{obj}(x): R^n \rightarrow R$
- (3.79)
- $f_{obj}(x) = \|\max |P(\omega, x)|\|_2, \quad \omega_1 < \omega < \omega_2$

onde $\|\cdot\|_2$ representa a norma-2 e ω_1 e ω_2 são os limites inferiores e superiores respectivamente, da banda de frequência na qual se quer efetuar o controle. Assim o problema de otimização é definido como:

$$\begin{aligned} & \bullet \min f_{obj}(x); \\ & \bullet x_i^L < x_i < x_i^H. \end{aligned} \quad (3.80)$$

onde $\{x\}$ é o vetor de projeto e x_i^L e x_i^H seus limites inferior e superior respectivamente. Os componentes deste vetor $\{x\}$ são as frequências de antirressonância de cada um dos ADVs acoplados ao sistema primário. Ou seja, constroi-se um vetor com os valores máximos de cada $P_i(\omega, x)$. Obtém-se a mínima norma euclidiana possível desse vetor, conforme Fig. 3.10.

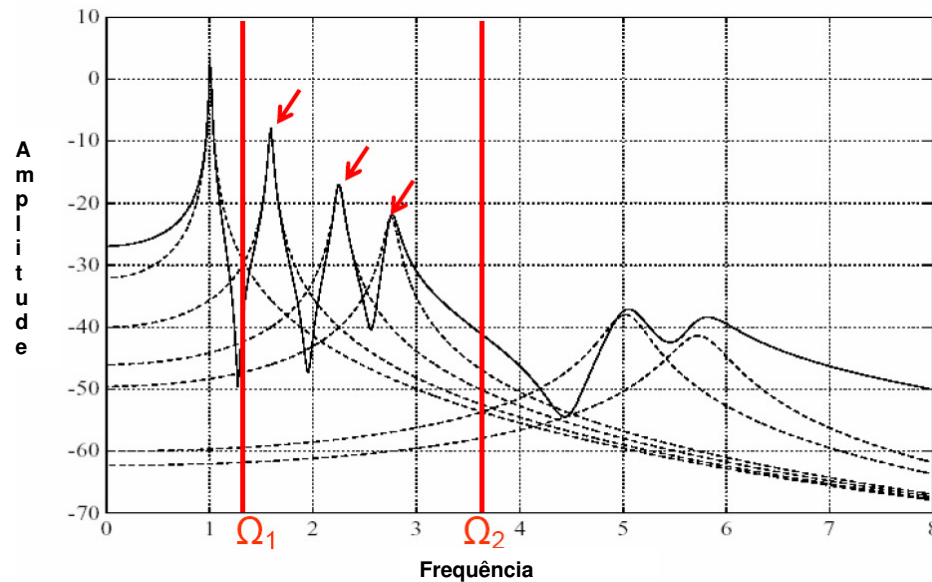


Figura 3.10 – Função Objetivo (DA SILVA, 2005).

Desta forma, ao finalizar o processo de otimização dos parâmetros dos ADVs, obtém-se como saída, as frequências naturais ótimas para cada ADV acoplado ao sistema primário, bem como suas posições de instalação e o valor da massa (adotada igual para todos os ADV's).

3.3 – Técnicas de Otimização

O projeto de um sistema pode ser formulado como um problema de otimização onde uma medida de performance é maximizada (ou minimizada) enquanto restrições são satisfeitas. Qualquer problema, no qual parâmetros são determinados enquanto restrições são satisfeitas, pode ser formulado como um problema de otimização (ARORA, 1989, apud Da SILVA, 2005).

O processo de otimização pode ser resumido no fluxograma apresentado na Fig. 3.11:

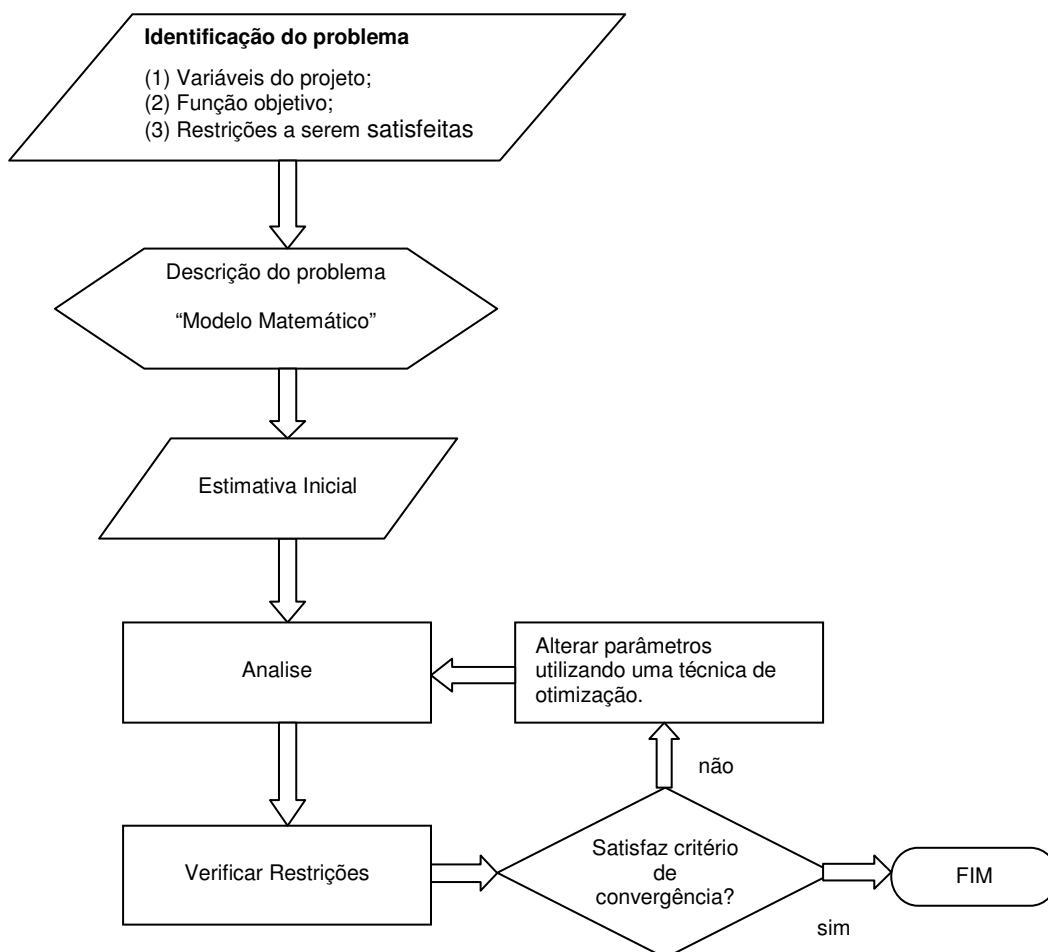


Figura 3.11 – Representação de um Processo de Otimização.

Os problemas de otimização são baseados em três pontos principais:

- codificação do problema;
- função objetivo – função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão. É a função que se deseja maximizar ou minimizar;

- espaço de soluções associado.

Segundo Da Silva (2005), na engenharia um grande número de problemas de otimização que usualmente se trabalha, são não-lineares, de dimensão elevada, com espaço de busca relativamente grande e multimodal, isto é, com vários extremos (mínimos ou máximos). Esse tipo de problema demanda mecanismos de busca que sejam capazes de determinar o ótimo global (máximo ou mínimo global) e não convergir prematuramente para ótimos locais. Os algoritmos genéticos mostram-se eficientes na determinação de uma medida próxima desse ótimo global de uma função multimodal de várias variáveis.

3.3.1 – Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos são uma família de modelos computacionais inspirados na evolução, que incorporam uma solução potencial para um problema específico numa estrutura semelhante a de um cromossomo e aplicam operadores de seleção e cruzamentos a essas estruturas de forma a preservar informações críticas relativas à solução do problema.

Howard; Hansen; Zander (2005), utilizaram um modelo de algoritmo genético em conjunto com uma rede de computadores interligados para otimizar o projeto e a localização de absorvedores passivos de vibração e ruído.

Vieira (2008), propôs um esquema de otimização baseado na implementação de um Algoritmo Genético integrado com uma estratégia de computação paralela, de forma a mitigar o alto custo computacional das análises por elementos finitos necessários à avaliação do comportamento de *risers* empregados na exploração de petróleo offshore.

Cada indivíduo, dentro da população, representa uma solução para o problema que se pretende resolver. Baseia-se no princípio evolucionário proposto por Charles Darwin (1859), onde partindo de uma população de indivíduos, cada qual com sua adaptabilidade associada, ou aptidão, desenvolveram-se, através de cruzamentos e mutações, novos indivíduos. Esses formarão uma nova população ou geração. Os indivíduos mais aptos ou mais adaptados terão mais chance de sobreviver e reproduzir, garantindo filhos ainda melhores adaptados. Esses indivíduos com aptidões crescentes representam soluções cada vez mais próximas da solução ótima. Espera-se, portanto, com as sucessivas gerações, chegar ao indivíduo idealmente adaptado, o que corresponde ao global ótimo.

Bavastri; Doubrawa; Espíndola (2007), utilizaram um método híbrido de otimização. Com poucas gerações construíram um modelo de AG para localizar um ponto próximo do ponto ótimo global, depois se utilizou de um método de otimização não-linear para finalizar a

convergência. Este método foi aplicado em um projeto de neutralizadores viscoelásticos para linhas de transmissão elétrica.

O processo de solução adotado nos algoritmos genéticos consiste em gerar, através de regras específicas, um grande número de indivíduos, população, de forma a promover uma varredura tão extensa quanto necessária do espaço de soluções.

O fluxograma da Fig. 3.12 apresenta a estrutura básica de um Algoritmo genético. Para que ocorra cada iteração do algoritmo genético é necessário que sejam aplicadas quatro operações básicas: cálculo da aptidão, seleção, cruzamento e mutação. Ao fim destas operações cria-se uma nova população, denominada de geração que, espera-se, represente uma melhor aproximação da solução do problema de otimização que a população anterior.

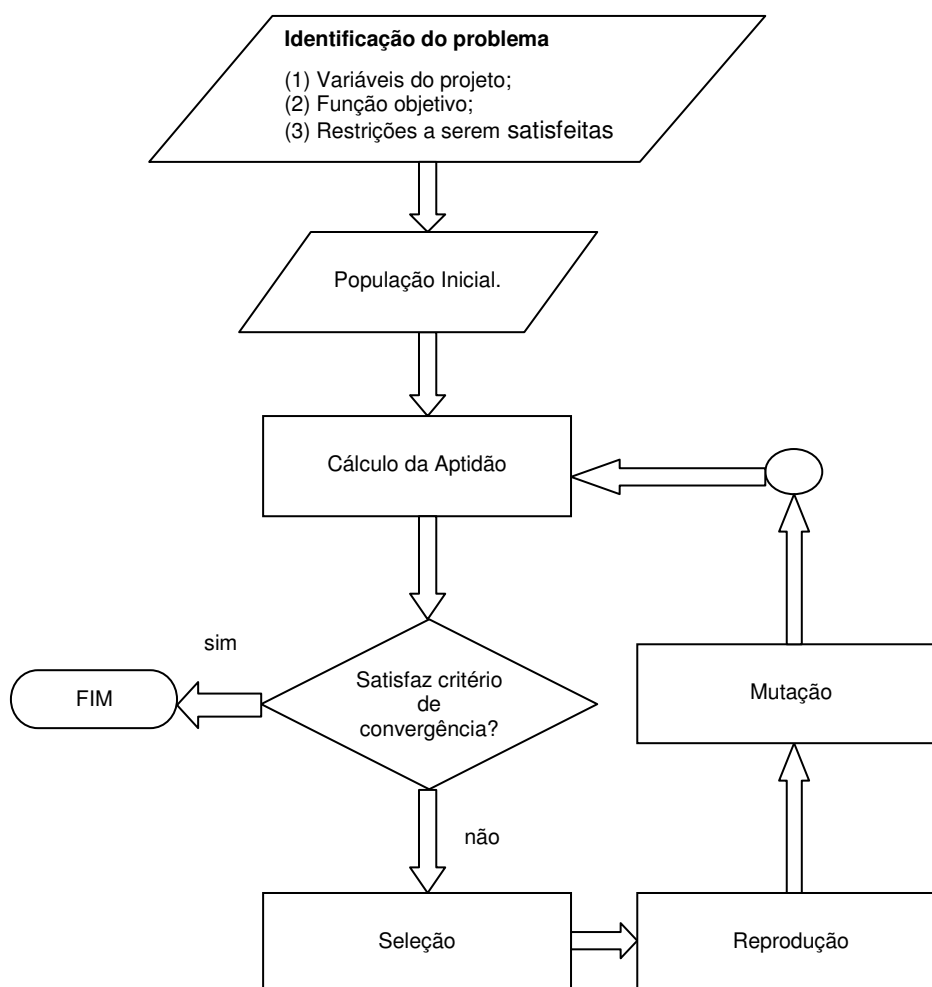


Figura 3.12 – Representação de Básica de um AG.

As etapas para construção de um AG, representadas pela Fig. 3.12, estão detalhadas a seguir:

- I. Gerar a população inicial – Uma população de n indivíduos é gerada aleatoriamente. Cada indivíduo da população representa uma possível solução para o problema, ou seja, um ponto no espaço. A população inicial é gerada atribuindo-se aleatoriamente valores aos genes de cada indivíduo (cromossomos);
- II. Cálculo da aptidão - A aptidão bruta de um indivíduo da população é o valor da probabilidade de ser selecionado para reprodução calculado pela função objetivo do problema de otimização. A aptidão bruta é em seguida normalizada (aptidão normalizada), para permitir um melhor controle do processo de seleção;
- III. Critério de parada - Como critério de parada do algoritmo em geral são utilizados a aptidão do melhor indivíduo em conjunto com a limitação do número de gerações. Outros critérios podem envolver, por exemplo, um desvio abaixo de um valor especificado pelo projetista para um determinado parâmetro do problema;
- IV. Seleção – Nesta fase os indivíduos mais aptos da geração atual são selecionados, e utilizados para gerar uma nova população por cruzamento. Cada indivíduo tem uma probabilidade de ser selecionado proporcional a sua aptidão;
- V. Reprodução – os indivíduos selecionados na etapa anterior são cruzados. Uma das maneiras de realizar a reprodução é criar uma lista de forma aleatória com os indivíduos selecionados, criando-se uma segunda lista, denominada lista de parceiros. Cada indivíduo selecionado é então cruzado com o indivíduo que ocupa a mesma posição na lista de parceiros;
- VI. Mutação – A operação de mutação é utilizada para garantir uma maior varredura do espaço de estados e evitar que o algoritmo genético convirja muito cedo para mínimos locais. A mutação é efetuada, por exemplo, alterando-se o valor de um gene de um indivíduo sorteado aleatoriamente com uma determinada probabilidade, denominada probabilidade de mutação, ou seja, alguns indivíduos da nova população podem ter um de seus genes alterados aleatoriamente.

A seleção, o cruzamento ou *crossover* e a mutação são os operadores genéticos, destinam-se a manipular os indivíduos selecionados a partir da população de uma geração anterior, visando à obtenção de algum indivíduo candidato com melhor performance ou fitness.

O cruzamento utiliza-se das características genéticas que os pais transmitem para os filhos. A mutação tem a função de introduzir material genético inexistente até então e

também repor material perdido em gerações passadas. Enquanto o cruzamento busca uma solução melhor partindo de indivíduos pré-existentes (*exploitation*), a mutação promove uma investigação em áreas do espaço de busca ainda não avaliadas (*exploration*).

O elitismo é bastante comum, depois de aplicados todos os operadores descritos anteriormente, o melhor indivíduo de uma população pode desaparecer na geração seguinte. No entanto é interessante para o AG que o indivíduo mais apto de uma geração seja transferido para a geração seguinte para que seu material genético seja aproveitado. Essa estratégia é chamada de elitismo e hoje é muito comum nos AG's tradicionais.

De Jong (1975) foi quem primeiro propôs o elitismo. O processo ocorre copiando o indivíduo de maior fitness para a geração seguinte, sem qualquer alteração no seu conteúdo genético. Isso garante que a melhor solução sempre estará presente em qualquer uma das gerações e será mantida até o final do processo.

Nos AG's, o processo de seleção dos indivíduos mais fortes é extremamente impiedoso. A natureza nos ensina que essa competição não é tão acirrada assim. Existem diferentes espécies com papéis ecológicos diferentes, os nichos, que não competem entre si. Essa idéia levou ao conceito do compartilhamento ou "niching" ou "sharing", (GOLDBERG e RICHARDSON, 1987).

Um aspecto relevante dentro da estratégia dos AG's é a correta configuração dos seus parâmetros de influência. Parâmetros mal condicionados podem prejudicar todo o processo.

Vale ressaltar que não existe muita literatura disponível nessa área uma vez que esses parâmetros estão altamente relacionados com o problema específico em questão. Observou-se que o correto dimensionamento desses parâmetros se baseou, na maioria dos trabalhos pesquisados, no empirismo e na experiência dos autores. A seguir alguns dos principais parâmetros de influência.

I. Tamanho da População

Indica o número de indivíduos ou cromossomos presentes em cada geração.

O tamanho da população está intimamente relacionado com a eficiência global do algoritmo. Uma população grande apresentará uma maior diversidade de soluções, possibilitando uma boa convergência por cobrir uma região maior do espaço de busca.

Cada indivíduo deve ser avaliado pelo menos uma vez em cada geração. Isso significa efetuar o processamento da função de avaliação um número de vezes igual ao tamanho da população. Portanto, uma população com um grande número de indivíduos, representa um esforço computacional maior.

Uma população pequena pode reduzir o desempenho do algoritmo, reduzindo a capacidade de exploração do espaço de busca.

Segundo Goldberg (1989) o tamanho da população cresce exponencialmente com o número de parâmetros do modelo, para codificação binária. Como exemplo de critério para o tamanho de população pode-se citar o Critério de Goldberg onde o tamanho n da população pode ser encontrado por:

$$n = 1,65 * 2^{0,21l} \quad (3.81)$$

onde l é o número de bits necessários para representar um cromossomo. Entretanto pode-se observar que esse tamanho de população é utilizado apenas como uma referência e não propriamente como um critério. Se assim fosse aplicado, encontrar-se-ia tamanhos de população demasiado grandes, e muitas vezes impraticáveis.

Precisa-se então encontrar um tamanho de população que seja grande o suficiente para se ter certa eficiência, e pequeno o bastante para que o esforço computacional não seja demasiado elevado. Em geral relaciona-se o tamanho da população com o tamanho do cromossomo, ou seja, quanto maior o tamanho do indivíduo maior deverá ser o tamanho da população para que se consiga uma diversidade razoável.

O critério de Goldberg resulta em populações de ordem elevada, muitas vezes acima de 3000 indivíduos. Na maioria das aplicações reportadas na literatura o tamanho das populações empregadas fica entre 50 e 200 indivíduos (DA SILVA, 2005).

II. Probabilidade de Cruzamento

Este parâmetro determina qual será a probabilidade de ocorrer ou não o cruzamento entre dois indivíduos de uma população que foram selecionados para tal.

O algoritmo introduz maior número de novos indivíduos nas gerações futuras quanto maior for essa taxa. Isso possibilita uma exploração maior do espaço de busca com maior velocidade, ou seja, com menor número de gerações. Entretanto, quando essa taxa é muito elevada, aqueles indivíduos com boas aptidões podem ter seu material genético retirado das gerações seguintes. Valores muito baixos de probabilidade de cruzamento podem tornar a convergência muito lenta.

Usualmente a probabilidade de cruzamento varia de 0,5 e 0,95.

III. Probabilidade de Mutação

O principal objetivo da mutação é introduzir material genético inédito nas gerações sucessivas, prevenindo que sejam formadas populações saturadas de cromossomos idênticos, ou mesmo similares, à medida que o processo do algoritmo avança. A taxa de probabilidade de mutação indica quando haverá ou não essa introdução de material genético através da mutação.

Altas taxas de mutação podem tornar o processo de otimização uma simples busca aleatória. Taxas muito pequenas retiram da mutação a capacidade de exploração de regiões promissoras do espaço de busca.

Os valores de referência para a probabilidade de mutação ficam em torno de $P_m = 1/n$, sendo n o tamanho da população. Em termos de ordem de grandeza, os valores mais comuns adotados nos trabalhos encontrados na literatura ficam entre 0,001 e 0,1.

Em AG a função objetivo ou custo é comumente chamada de função fitness ou função de aptidão. Em alguns casos a função objetivo pode ser complexa, demandando um elevado custo computacional. Há problemas em que a avaliação de um único cromossomo requer uma simulação completa de um processo que pode demorar algumas horas de implementação computacional.

O objetivo do algoritmo genético deste trabalho é encontrar a localização ótima de um sistema de controle passivo de vibração, composto por ADV's, sobre uma laje de concreto de um edifício. Os parâmetros construtivos desses ADV's, massa e frequência de sintonização, são otimizados para cada possível localização, portanto será utilizada uma função multiobjetivo.

De acordo com Da Silva, (2005), para uma função multiobjetivo, existe um conjunto de soluções de compromisso, conhecidas como soluções Pareto-ótimas, que são baseadas em objetivos competitivos. Neste trabalho as duas funções conflitantes são a redução da velocidade de vibração da "laje" e a massa dos ADV's.

Nos trabalhos de Espíndola e Bavastri (1997 a 2006), observa-se que, empregando a teoria modal, onde o valor da massa é calculada em função dos deslocamentos das formas de vibrar normalizadas pela massa, a massa total dos ADV's adicionados à estrutura é de 4 a 5 vezes menor do que a encontrada através da teoria de um gdl para o sistema primário.

A relação entre a massa da estrutura primária e do ADV se torna muito menor quando os deslocamentos possuem valores menores, fato este que ocorre na estrutura em estudo (laje) ao sofrer o carregamento por impacto, em função desta possuir massa elevada.

Em geral, estabelecer um critério de convergência para AG não constitui uma tarefa fácil. Não se pode saber com certeza se o algoritmo já convergiu para um valor próximo ao ótimo global. Caso a convergência tenha se dado de forma local é necessário que o algoritmo continue explorando o espaço de busca. Por outro lado, se a convergência ocorreu para um valor considerado adequado, o algoritmo deve parar o processo de busca. Existem alguns procedimentos que podem ser adotados. Entre eles se destacam:

- Ajustar um valor esperado para a diferença entre o ótimo e a média entre as aptidões dos indivíduos da população. Essa estratégia possui a vantagem de não requerer um valor determinado a priori para o ótimo global;
- Ajustar um valor esperado para a diferença entre a aptidão do melhor indivíduo da geração atual e da geração anterior ou anteriores. Essa estratégia tem a vantagem de prevenir que o algoritmo tente refinar a busca demasiadamente tornando a convergência final muito demorada;
- Ajustar um número máximo de gerações a ser avaliado: este é um critério do tipo *fail safe*. É sutil quando se comparam as performances entre dois AG's com diferentes parâmetros de evolução.

Na maioria dos casos utiliza-se uma combinação de duas ou mais dessas estratégias. Devido ao mal condicionamento do problema e do desconhecimento da sua solução (valor esperado), no presente trabalho utilizou-se como critério de parada o número máximo de gerações.

3.4 – Considerações sobre o capítulo

A definição do material viscoelástico a ser utilizado na construção dos ADV's torna-se relativamente simples com auxílio de nomogramas. A utilização da proposta de Espíndola e Silva (1992) para o cálculo das massas dos ADV's, torna-se bastante interessante em relação à de Den Hartog (1956), devido ao reduzido percentual da massa do ADV em relação à massa da estrutura.

O controle de uma banda de frequência com um número reduzido de ADV's, metodologia desenvolvida por Bavastri (1997), reduz o custo de instalação.

Através do uso de algoritmo genético foi realizada a otimização dos parâmetros construtivos do ADV: frequência de sintonização e massa. Assim como ponto de instalação na estrutura. A busca dos parâmetros ótimos pode ser realizada através da minimização da velocidade quadrática de vibração da estrutura (laje).

CAPÍTULO IV

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS

Este capítulo apresenta a descrição dos ensaios e simulações numéricas realizadas durante o desenvolvimento deste trabalho, os quais serão apresentados de forma simplificada a seguir:

I. Para verificar a viabilidade de se utilizar as características físicas do concreto fornecidas pela NBR 6118, para modelar a estrutura de fixação dos ADV's, foi realizado um ensaio em uma laje de concreto para se obter a FRF;

II. Utilizando uma placa metálica foram realizadas várias análises modais operacionais variando o tipo de excitação para obtenção dos parâmetros modais, inclusive com contaminação por sinais harmônicos, onde o objetivo foi de verificar a viabilidade de se utilizar a excitação tipo transiente;

III. A metodologia adotada para se projetar os ADV's está baseada nos autovetores ortonormalizados, com objetivo de verificar se o uso de uma técnica que adiciona massa em nós da estrutura pode fornecê-los, foram realizadas simulações em uma viga e uma placa metálica;

IV. Uma AMO com excitação transiente foi realizada em uma laje de concreto para se obter o valor da carga aplicada (simular o impacto de um salto contra o piso), tempo de aplicação da carga, tempo de permanência do efeito da carga, coeficientes de rigidez e massa para matrizes do modelo numérico representativo da laje a ser construído;

V. É demonstrada a maneira utilizada para projetar os ADV's a serem instalados na laje de um edifício, o processo de otimização que leva a obtenção dos parâmetros físicos de construção: massa, frequência de sintonização, e posição de instalação na laje;

VI. Finalmente é realizada uma simulação numérica, onde é modelado um ambiente com e sem ADV's instalados, é feita uma comparação da pressão acústica dentro do ambiente após ser realizado um carregamento por impacto no centro da estrutura.

4.1 – Estudo da Resposta Modal em uma Laje de Edifício

Com objetivo de verificar se as características físicas do concreto (coeficiente de elasticidade longitudinal, transversal e densidade), fornecidas pela NBR 6118 eram adequadas para construir um modelo numérico representativo de uma estrutura real, foi realizada uma análise modal experimental sobre uma laje em concreto de um edifício em construção com as dimensões de 629 x 586 x 12 (cm). Os valores obtidos para as frequências naturais foram comparados com os valores extraídos através de um modelo em elementos finitos da mesma estrutura.

Apesar do concreto ser um material compósito, constituído de cimento, areia, brita e uma malha de aço, nas simulações realizadas o comportamento mecânico da laje foi considerado homogêneo e isotrópico. O valor de referência para resistência a compressão do concreto foi obtido no projeto do edifício e suas demais características: módulo de Young, coeficiente de Poisson e peso específico na NBR 6118:

- ✓ Resistência do concreto a compressão: 3×10^7 Pa;
- ✓ Módulo de Young: $3,0672 \times 10^{10}$ Pa;
- ✓ Coeficiente de Poisson: 0,2;
- ✓ Peso específico: 2,5 tf/m³;
- ✓ Dimensões da placa: 629 x 586 x 12 (cm).

A similaridade das condições de contorno entre a estrutura real, caracterizada por engaste em vigas em todo perímetro da laje, foi assegurada inserindo restrições de deslocamento no modelo numérico criado no software *Ansys®*, com elementos estruturais *SHELL63*, possui seis graus de liberdade em cada nó do elemento, referentes a translação nodal e rotação dos eixos.

Com objetivo de identificar as três primeiras formas de vibrar foi realizada análise modal, obtendo como resposta a Fig. 4.1.

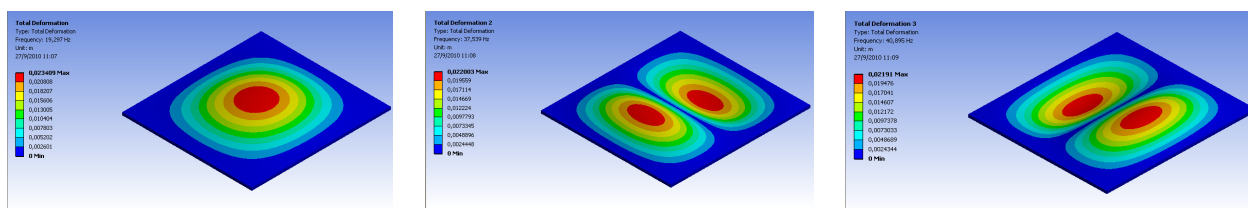


Figura 4.1 – Três primeiras formas de vibrar extraídas com software *Ansys®*.

As formas de vibrar forneceram um indicativo de onde se situam os nós referentes a estas formas de vibrar. Este indicativo foi utilizado para definir as posições onde foram fixados os acelerômetros, conforme Fig. 4.2.

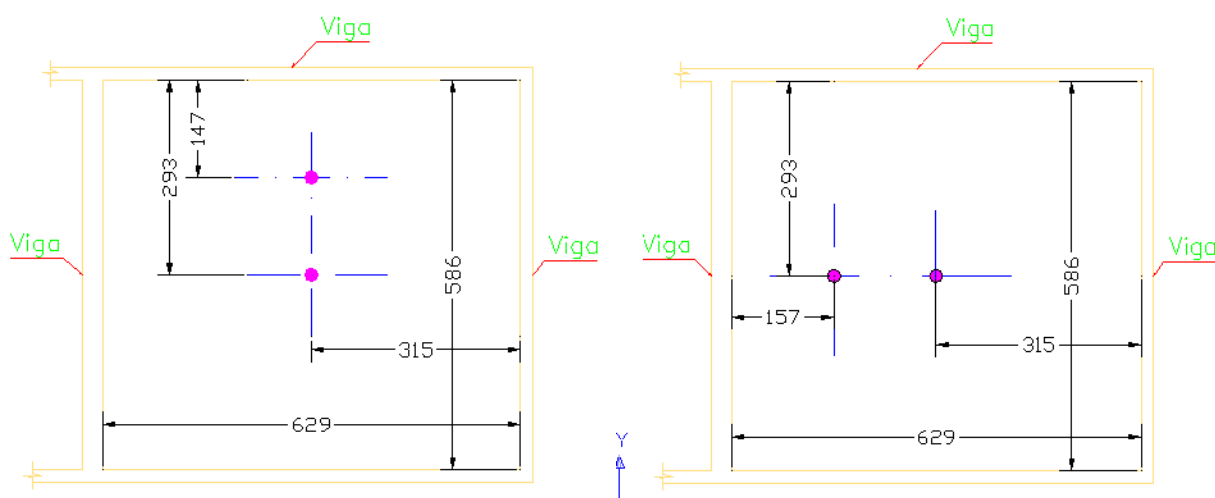


Figura 4.2 – Posicionamento dos acelerômetros na laje.

Objetivando validar o modelo simulado foi realizado um experimento com a utilização dos seguintes instrumentos:

- 1) Acelerômetro Brüel & Kjær tipo 4514 com as seguintes características (BRÜEL & KJAER, 2011C):
 - Sensibilidade: 1 a 50 mV/ms² (10 a 500 mV/g);
 - Faixa de frequência: 1 a 10000 Hz;
 - Frequência de ressonância: 32 kHz;
 - Sensibilidade transversal: menor que 5%.
- 2) Placa de aquisição com *software* PULSE Brüel & Kjær tipo 3560-L com as seguintes características (BRÜEL & KJAER, 2011F):
 - Dois canais para acelerômetro, microfone ou martelo de impacto;
 - *Software* Pulse com facilidades para análises de vibração e acústica.

Na laje foi aplicado um carregamento impulsivo, gerado por uma pessoa com cerca de 90 kg de peso saltando a uma altura de 50 cm e caindo sobre a estrutura, sendo a

resposta a esta excitação medida por dois acelerômetros piezoelétricos em conjunto com uma placa de aquisição. A frequência de amostragem utilizada foi de 1024 Hz com 3200 linhas no domínio do tempo.

As três frequências naturais observadas a partir dos sinais de aceleração de vibração medidos, juntamente com aquelas determinadas por meio da análise modal utilizando a simulação através do método de elementos finitos encontram-se reunidas na Tab. 4.1, bem como o erro relativo respectivo, tomando-se como referência os valores experimentais.

Tabela 4.1 – Comparação entre Freq. Nat. Ensaio x Simulação - Laje.

| FREQ; NATURAIS | ENSAIO (Hz) | SIMULAÇÃO (Hz) | DIFERENÇA (%) |
|----------------|-------------|----------------|---------------|
| Primeiro | 17,75 | 19,297 | 8,72 |
| Segundo | 37,75 | 37,539 | - 0,56 |
| Terceiro | 40,12 | 40,895 | 1,93 |

Os resultados obtidos apresentaram pequena diferença percentual entre a simulação e o ensaio, o que confirma a coerência dos valores adotados para o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e densidade do concreto. Apesar da laje “in loco” possuir erros da ordem de centímetros em sua geometria estes não foram significativos a ponto de causar diferenças percentuais elevadas entre os valores obtidos por meio do modelo simulado e o experimental.

A partir desta análise, verifica-se viável a adoção de um modelo em elementos finitos de uma estrutura de concreto “laje” com os parâmetros fornecidos pela NBR 6118. Conclui-se, portanto que o modelo em elementos finitos se constitui em um método confiável para o estudo da aplicação de absorvedores dinâmicos de vibração objetivando a redução das respostas vibratórias e conseqüente atenuação de ruído decorrente de excitação impulsiva.

4.2 – Estudo da Resposta de uma Estrutura através de uma AMO com Excitação Transiente

Para verificar a viabilidade da proposta de se utilizar excitação transiente em substituição à excitação do tipo ruído branco para análise modal operacional em estruturas, foram realizadas simulações utilizando um modelo de elementos finitos com software *Ansys®* e posteriormente ensaios experimentais.

4.2.1. Análise Modal via MEF

Uma análise modal “de uma placa de aço de 400 x 600 mm com espessura de 1/8”, densidade de 7800 kg/m³, módulo de elasticidade longitudinal 2,07 x 10¹¹ Pa, coeficiente de Poisson 0,3 e sem restrições de deslocamento foi realizada com software *Ansys®*, utilizados elementos *shell63*, para extração das dez primeiras frequências naturais, cujos valores podem se vistos na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Frequências naturais – Análise Modal – via MEF.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| 44,33 | 47,17 | 102,09 | 109,69 | 127,22 | 147,12 | 188,91 | 217,37 | 263,67 | 297,12 |

Os valores obtidos por intermédio das simulações permitiram delimitar a banda de frequência de interesse e também foram utilizados como referência para avaliação dos valores extraídos nos ensaios com o uso da técnica de análise modal operacional. Os modos de vibrar obtidos nesta simulação forneceram a indicação de posicionamento dos acelerômetros, de tal forma que sua posição não coincidisse com um nó, garantindo desta forma que todos os modos de interesse fossem observados quando da realização dos experimentos. Na figura 4.3 são apresentadas as dez primeiras formas de vibrar obtidas através da simulação.

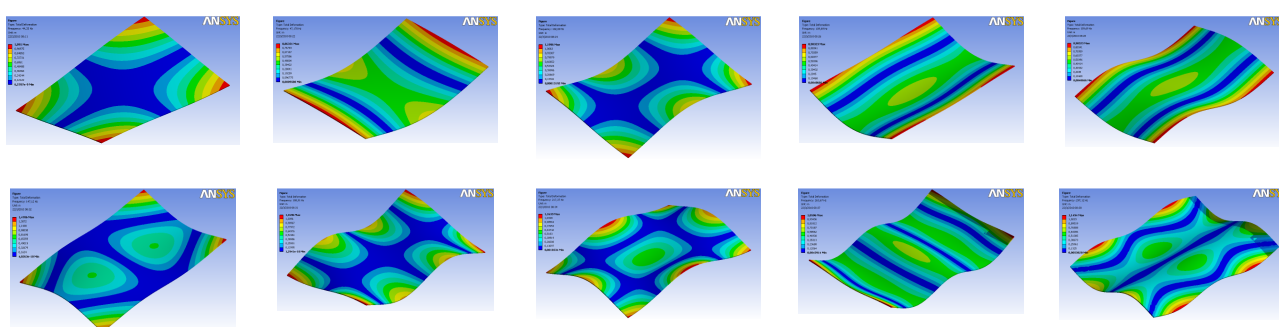


Figura 4.3 – Placa de aço de 600 x 400 (mm) x 1/8”e seus dez primeiros modos de vibrar.

4.2.2. AMO com excitação impulsiva

Com intuito de validar os resultados gerados computacionalmente, foi realizada a montagem experimental, conforme apresentado na Fig. 4.4, com a utilização dos seguintes instrumentos:

- 1) Acelerômetro Brüel & Kjær tipo 4514 com as seguintes características (BRÜEL & KJAER, 2011C):
 - Sensibilidade: 1 a 50 mV/ms² (10 a 500 mV/g);
 - Faixa de frequência: 1 a 10000 Hz;
 - Frequência de ressonância: 32 kHz;
 - Sensibilidade transversal: menor que 5%.
- 2) Placa de aquisição com *software* PULSE Brüel & Kjær tipo 3560-L com as seguintes características (BRÜEL & KJAER, 2011F):
 - Dois canais para acelerômetro, microfone ou martelo de impacto;
 - *Software* Pulse com facilidades para análises de vibração e acústica.
- 3) Martelo de impacto Brüel & Kjær tipo 8206-003 com as seguintes características (BRÜEL & KJAER, 2011E):
 - Sensibilidade: 1,14 mV/N;
 - Erro linear: menor que $\pm 1\%$;
 - Impacto com ponteira de alumínio, plástico ou silicone.

Foi realizada uma AMO com excitação impulsiva. Dois acelerômetros foram utilizados, sendo um mantido fixo (sensor de referência) na posição 1 durante todo o ensaio e o segundo foi deslocado conforme sequência indicada pela Fig. 4.4, realizando-se um total de 5 ensaios. As posições foram selecionadas na borda da placa com objetivo de evitar a coincidência com um nó.

A força impulsiva foi aplicada sobre a posição 1, sendo extraídas vinte médias em cada ensaio. A frequência de amostragem utilizada foi de 1024 Hz com 3200 linhas no domínio do tempo. As funções de autocorrelação e correlação cruzada foram calculadas em relação à resposta do acelerômetro de referência.

Os dados relativos a cada ensaio foram processados simultaneamente, sendo adotado para a estimativa (dos autovalores) das dez primeiras frequências naturais a técnica de análise modal no domínio do tempo exponencial complexa com ajuste de mínimos quadrados (LSCE).

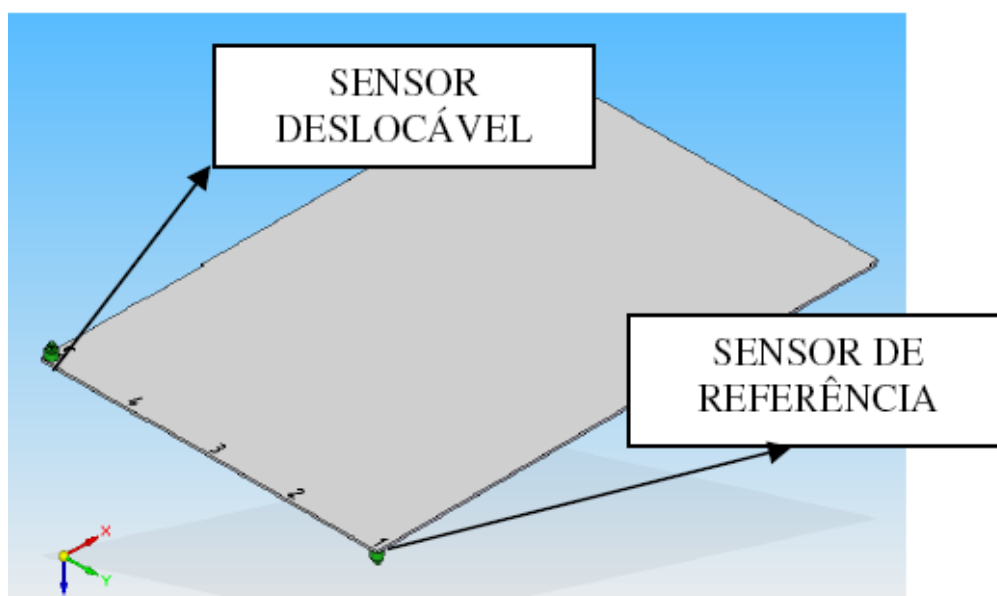


Figura 4.4 – Placa de aço de 600 x 400 (mm) x 1/8", com um acelerômetro de referência e outro deslocável.

O gráfico da figura 4.5 apresenta as curvas dos espectros cruzados dos pontos mostrados na Fig.4.4.

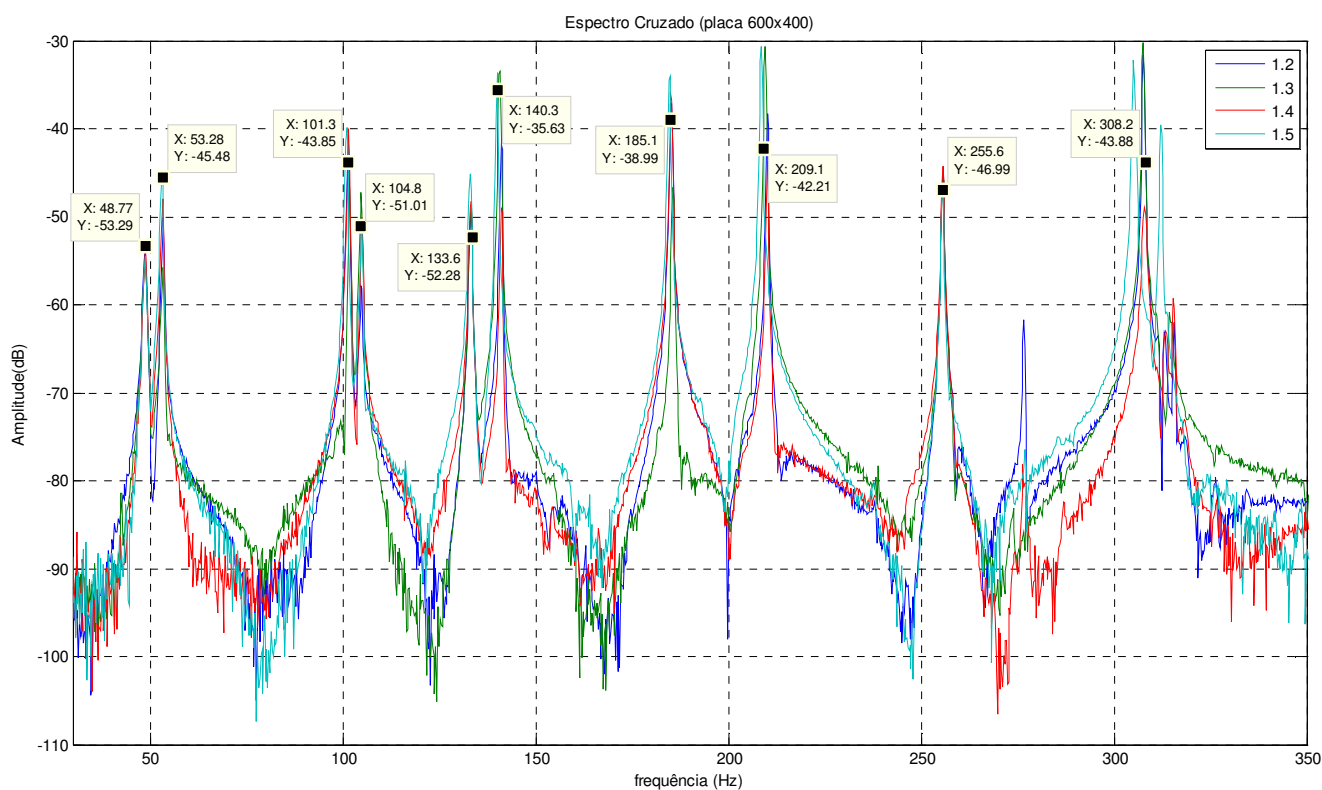


Figura 4.5 – Espectros para os sinais medidos.

Nesse gráfico observa-se um pico relativo a uma frequência natural em torno de 275 Hz. Essa frequência não foi identificada na análise modal realizada com software de elementos finitos, provavelmente devido às diferenças na geometria entre a peça real e a simulada. Por esse motivo essa frequência não será considerada para efeito de comparação entre os métodos de análise modal.

Na tabela 4.3 são mostrados os resultados obtidos através da simulação em elementos finitos e da análise modal operacional, bem como a diferença percentual entre os mesmos, tendo como referência os valores simulados.

Tabela 4.3. Frequências naturais simuladas, experimentais e diferença relativa.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| Simul. E.F. | 44,33 | 47,17 | 102,09 | 109,69 | 127,22 | 147,12 | 188,91 | 217,37 | 263,67 | 297,12 |
| AMO | 48,75 | 52,99 | 101,42 | 104,75 | 132,98 | 140,71 | 185,10 | 209,69 | 255,65 | 304,93 |
| Diferenças(%) | 9,09 | 8,90 | 0,66 | 4,71 | 9,60 | 4,55 | 2,05 | 3,66 | 3,13 | 9,74 |

Em termos percentuais, os valores dos erros variaram de 0,66% a 9,60%. As variações se justificam devido às imperfeições da geometria da placa real diante da geometria simulada no MEF, e das condições de contorno dentre outros fatores.

4.2.3. AME Tradicional com Excitação impulsiva

Com um martelo instrumentado com ponta de PVC, uma placa de dois canais e dois acelerômetros (especificados anteriormente) foi realizada uma análise modal experimental tradicional, com configuração semelhante à análise modal operacional descrita anteriormente. O acelerômetro foi deslocado conforme sequência indicada pela Fig. 4.3 realizando-se um total de cinco ensaios. O impacto foi aplicado sobre a posição 1, sendo extraídas dez médias de cada ensaio. A frequência de amostragem utilizada foi de 1024 Hz e adquiridos 3200 pontos no domínio do tempo.

A análise modal experimental tradicional – (AME) com excitação impulsiva foi realizada para obtenção das frequências naturais utilizando o estimador H_1 . Na tabela 4.4 encontram-se os valores obtidos: na análise modal experimental tradicional – (AME), na análise modal operacional – (AMO) com excitação impulsiva, bem como a diferença percentual entre os mesmos, tendo como referência os valores obtidos na AME.

Tabela 4.4. Excitação Impulsiva: AMO x AME.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| AME | 48,46 | 52,83 | 101,43 | 104,64 | 133,41 | 140,89 | 185,46 | 210,12 | 256,24 | 303,48 |
| AMO | 48,75 | 52,99 | 101,42 | 104,75 | 132,98 | 140,71 | 185,10 | 209,69 | 255,65 | 304,93 |
| Diferenças(%) | 0,60 | 0,30 | 0,00 | 0,10 | 0,32 | 0,13 | 0,19 | 0,20 | 0,23 | 0,05 |

Em termos percentuais, os valores variaram de 0,00% a 0,60%. Pode-se afirmar, portanto, que não existem diferenças significativas entre os resultados obtidos por cada um dos métodos.

4.2.4. AMO com Excitação tipo Ruído Branco

Uma nova análise modal operacional foi realizada, tendo como excitação um sinal tipo ruído branco (AMO tradicional), foi aplicado sobre a lateral da placa ensaiada, sendo gerado um sinal a cada 16 segundos e extraídas sessenta médias de cada ensaio, com auxílio de uma placa de aquisição de dois canais e dois acelerômetros (especificados anteriormente), com frequência de amostragem de 1024 Hz, sendo adquiridos 16384 pontos no domínio do tempo. Um acelerômetro foi mantido fixo (sensor de referência) na posição 1 e o segundo foi deslocado conforme sequência indicada na Fig. 4.4, realizando-se um total de cinco ensaios.

As funções de correlação foram calculadas em relação à resposta do acelerômetro de referência. Com o algoritmo LSCE foram extraídas as dez primeiras frequências naturais a partir das funções correlação, cujos valores foram comparados com os obtidos na análise modal operacional com excitação impulsiva.

Na tabela 4.5 encontram-se os valores obtidos: na análise modal operacional – (AMO) com excitação tipo ruído branco, na análise modal operacional – (AMO) com excitação impulsiva, bem como a diferença percentual entre os mesmos, tendo como referência os valores obtidos na AMO com excitação tipo ruído branco.

Tabela 4.5. AMO: Excitação Impulsiva x Excitação Ruído Branco.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| Ruído Branco | 48,77 | 53,52 | 101,40 | 103,33 | 133,18 | 141,03 | 185,67 | 209,76 | 255,80 | 303,28 |
| Impulsiva | 48,75 | 52,99 | 101,42 | 104,75 | 132,98 | 140,71 | 185,10 | 209,69 | 255,65 | 304,93 |
| Diferenças(%) | 0,04 | 0,99 | 0,02 | 1,37 | 0,15 | 0,23 | 0,31 | 0,03 | 0,05 | 0,37 |

Em termos percentuais, os valores das frequências naturais variaram de 0,02% a 1,37%. Essa pequena variação comprova a eficácia do método com utilização de excitação impulsiva.

4.2.5. Avaliação da sensibilidade do método

Segundo Scionti (2005) a identificação de um sistema dinâmico é uma situação crítica, devido ao elevado número de modos obtidos, sendo que apenas alguns são modos reais.

Um aspecto importante no caso da análise modal operacional é a presença de excitações harmônicas adicionadas ao carregamento aleatório, principalmente devido a sistemas rotativos associados. Devido à presença de excitação harmônica, o processo de identificação dos parâmetros modais pode perder a sua robustez (SILVA; PEREIRA; FREITAS, 2008)

Com objetivo de verificar a sensibilidade do método quanto à contaminação do sinal com componentes harmônicos, e posicionamento do acelerômetro de referência, dois novos experimentos foram realizados:

1º. Foi introduzido experimentalmente um componente harmônico com frequência fundamental de 83,79 Hz junto com a excitação transiente gerada pelo martelo com ponta de PVC e nova AMO foi realizada. Verifica-se na Fig. 4.6 a magnitude da FRF pontual, onde se destacam a frequência fundamental do sinal harmônico, seu terceiro múltiplo, 251,4 Hz e a frequência natural de 255,1 Hz. Esta região foi escolhida por apresentar uma grande proximidade entre as frequências dos modos operacional e natural.

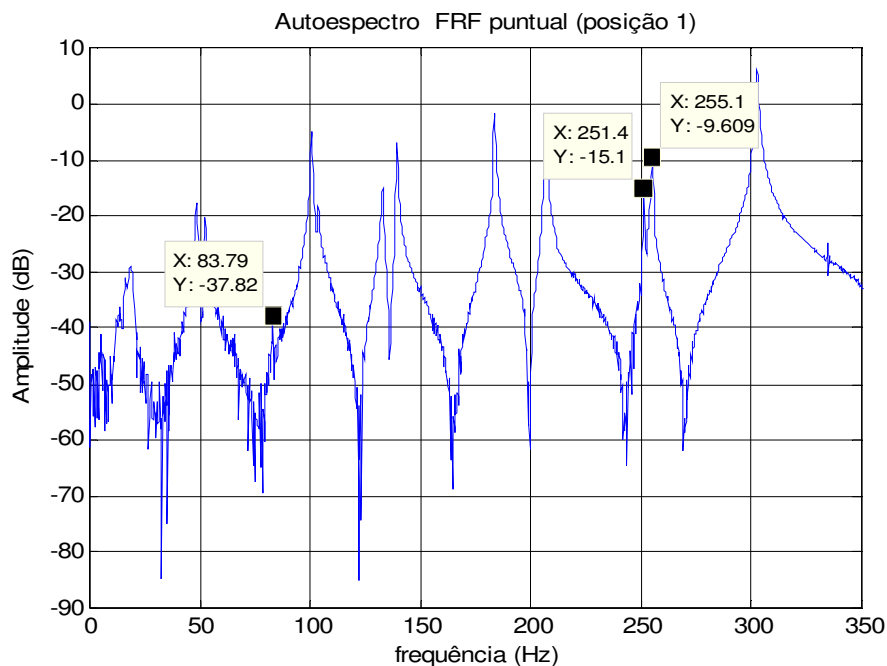


Figura 4.6 – Auto-espectro da FRF puntual com componente harmônico.

Segundo Cruz (2006), pode-se identificar a presença de um modo operacional (sinal harmônico introduzido) com a utilização da função densidade de probabilidade (FDP), a qual caracteriza o sinal harmônico introduzido com dois ou mais picos no gráfico, conforme Fig. 4.7(a), ou seja, seu valor máximo não coincide com o valor da função obtida para sua média. Já para os harmônicos associados às frequências naturais do sistema, denominados naturais, a FDP apresenta um pico único localizado no valor da média da função, conforme Fig. 4.7(b).

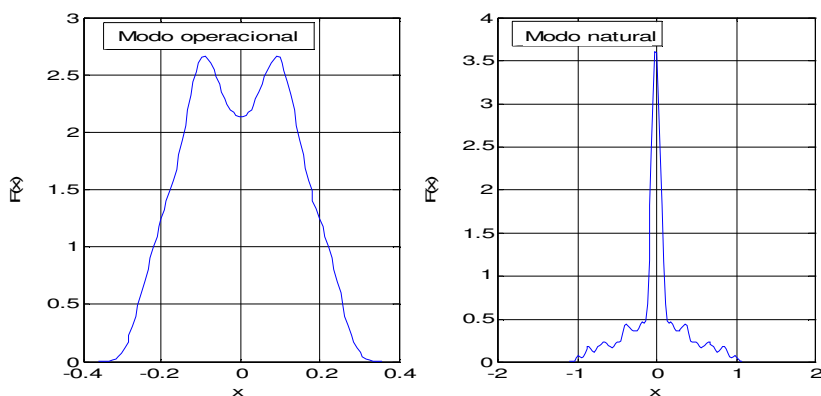


Figura 4.7 – (a) Função Densidade de Probabilidade para o Modo Operacional.
(b) Função Densidade de Probabilidade para o Modo Natural.

Outra técnica utilizada para se verificar a presença do modo operacional foi realizada através do uso do algoritmo LSCE para extração das frequências naturais e amortecimentos modais. Obteve-se o valor de 251,2260 Hz para a frequência do sinal harmônico e de 0,0007063 para o amortecimento. Este valor é bem inferior aos demais, deveria ser zero visto que não se trata de uma frequência natural da estrutura. Este erro ocorre devido aos arredondamentos nos cálculos do algoritmo LSCE.

2º. Para verificar a sensibilidade do método quanto ao posicionamento do acelerômetro de referência, um experimento final foi realizado, deslocando o acelerômetro de referência da posição 1 para a posição 3 (vide Fig. 4.4). Com o algoritmo LSCE foram extraídas as dez primeiras frequências naturais a partir das funções correlação, cujos valores foram comparados com os obtidos na análise modal operacional com excitação transiente e acelerômetro na posição 1. Na tabela 4.6 encontram-se os valores obtidos bem como a diferença percentual entre os mesmos, tendo como referência os valores obtidos na AMO com acelerômetro de referência na posição 1.

Tabela 4.6. AMO – Excitação Transiente com Mudança de Posição do Acelerômetro de Referência.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Modos | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª | 7ª | 8ª | 9ª | 10ª |
| AMO - ref. (Posição 1) | 48,75 | 52,99 | 101,42 | 104,75 | 132,98 | 140,71 | 185,10 | 209,69 | 255,65 | 304,93 |
| AMO - ref. (Posição 3) | 49,69 | 53,46 | 101,84 | 104,15 | 133,08 | 140,52 | 185,35 | 209,33 | 255,59 | 306,23 |
| Diferenças(%) | 1,89 | 0,87 | 0,41 | 0,58 | 0,08 | 0,13 | 0,13 | 0,17 | 0,02 | 0,42 |

Em termos percentuais, os valores das frequências naturais variaram de 0,02% a 1,89%. Como os valores são pequenos, pode-se afirmar que o método é eficaz mesmo quando se altera a posição do acelerômetro de referência.

4.3 – Obtenção dos autovetores ortonormalizados de uma Estrutura através de uma AMO com Excitação Transiente

Com objetivo de obter as frequências naturais, os amortecimentos modais e as formas de vibrar de uma estrutura, ortonormalizadas pela matriz de massa, através de uma AMO com excitação transiente, foram realizadas três simulações utilizando um modelo de

elementos finitos: para uma viga, para uma placa metálica e finalmente em uma laje de concreto.

4.3.1. Ortonormalização dos autovetores de uma viga de aço

Uma análise modal em um modelo de elementos finitos de uma viga de aço com condições de contorno engastada-livre com os dados especificados na Tab. 4.7 foi realizada com software *Ansys®*, modelada com elementos *BEAM3* o qual possui três graus de liberdade em cada nó, translação nodal nas direções X e Y e rotação sobre o eixo Z. Nesta simulação a viga foi dividida em vinte elementos e vinte e um nós, para se obter as dez primeiras frequências naturais e os respectivos autovetores ortonormalizados pela matriz de massa.

Tabela 4.7. Características Físicas da Viga utilizada na Simulação.

| Características Físicas | |
|--|-------------------------|
| Comprimento (m) | 1,0 |
| Largura (m) | 0,0127 |
| Altura (m) | 0,0254 |
| Área Seção Transversal (m ²) | $3,2258 \times 10^{-4}$ |
| Momento de Inércia (m ⁴) | $4,3357 \times 10^{-9}$ |
| Massa (kg) | 2,516 |
| Densidade (kg/m ³) | 7800 |
| Módulo de Elasticidade Long. (Pa) | $2,07 \times 10^{11}$ |
| Coeficiente de Poisson | 0,3 |

Para simular uma AMO, foi realizada uma análise transiente da viga com software *Ansys®*, com duração de um segundo, sendo simulada uma excitação impulsiva de duração de $2,5 \times 10^{-5}$ segundos e amplitude de 1 N, aplicada no extremo da viga (21° nó), posição considerada para o sensor de referência, incremento de tempo de $1,875 \times 10^{-4}$, coeficientes de amortecimento de 10 para a matriz de massa e de 5×10^{-7} para matriz de rigidez (valores obtidos através de um pré-teste empírico). Foram obtidos os sinais das respostas relativas a 20 nós, já que a posição do 1° está associada ao engaste. Estes dados foram processados

com a técnica SSI (*Stochastic Subspace Identification*), foram identificadas nove das dez primeiras frequências naturais e formas de vibrar. Em um segundo momento foram adicionadas massas no valor de 1% da massa total da viga nos nós.

Com o modelo numérico, construído com o software *Ansys®*, utilizando o elemento *MASS21* foi adicionada massa aos nós, nova análise transiente foi realizada semelhante à descrita anteriormente. A técnica SSI foi aplicada para obtenção das frequências naturais da viga com massa adicionada nos nós.

As frequências naturais da viga obtidas com análise modal e com análise transiente (AMO) extraídas através da técnica SSI (sem e com massa adicional) encontram-se na Tab. 4.8. O oitavo modo não foi identificado provavelmente por ser um modo lateral.

Tabela 4.8. –Frequências naturais obtidas nas simulações.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| Análise Modal | 10,57 | 66,22 | 185,36 | 363,09 | 599,93 | 895,75 | 1250,5 | 1288,2 | 1664,1 | 2136,8 |
| SSI (sem massa adicional) | 10,57 | 66,21 | 185,34 | 362,99 | 599,49 | 894,27 | 1246,5 | x | 1654,7 | 2117,1 |
| SSI (com massa adicional) | 9,75 | 61,07 | 170,90 | 334,69 | 552,92 | 825,43 | 1152,2 | x | 1533,1 | 1968,6 |

Como o modelo da viga é numérico praticamente não há diferenças entre as frequências naturais obtidas na análise modal e na análise transiente (AMO), sem massa adicional, realizadas pelo software *Ansys®*, o erro é no máximo 1%. Já a comparação entre as frequências naturais obtidas nas análises transientes (AMO) e extraídas através da técnica SSI com e sem massa adicional é de aproximadamente 7 %.

Utilizando os parâmetros modais da estrutura extraídos através da rotina SSI (frequências naturais e autovetores não normalizados) as formas de vibrar foram normalizadas pela matriz de massa, Tab. 4.9. Parloo et al., (2004), validou o método de normalização das formas de vibrar através da realização de uma AMO com vibração ambiente e com vibração forçada em uma estrutura civil de grande porte, uma ponte na Itália.

Tabela 4.9. – Cinco primeiros Autovetores obtidos através de Análise Modal com a AMO/Técnica SSI (aplicado o fator de escala).

| NÓS | 1° MODO | | 2° MODO | | 3° MODO | | 4° MODO | | 5° MODO | |
|--------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | A.M. | SSI | A.M. | SSI | A.M. | SSI | A.M. | SSI | A.M. | SSI |
| 1° | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 3° | 0,0211 | 0,0213 | -0,1168 | -0,1159 | 0,2874 | 0,2839 | -0,4849 | -0,4753 | 0,6765 | 0,6560 |
| 5° | 0,0805 | 0,0812 | -0,3795 | -0,3767 | 0,7618 | 0,7526 | -0,9498 | -0,9308 | 0,8313 | 0,8061 |
| 7° | 0,1721 | 0,1734 | -0,6632 | -0,6584 | 0,9532 | 0,9417 | -0,5472 | -0,5363 | -0,2651 | -0,2571 |
| 9° | 0,2898 | 0,2920 | -0,8616 | -0,8553 | 0,6631 | 0,6552 | 0,3970 | 0,3891 | -0,8774 | -0,8508 |
| 11° | 0,4281 | 0,4310 | -0,8997 | -0,8931 | 0,0252 | 0,0250 | 0,8909 | 0,8731 | -0,0001 | -0,0001 |
| 13° | 0,5814 | 0,5849 | -0,7432 | -0,7377 | -0,5967 | -0,5895 | 0,4121 | 0,4039 | 0,8818 | 0,8550 |
| 15° | 0,7450 | 0,7489 | -0,3998 | -0,3968 | -0,8285 | -0,8186 | -0,4999 | -0,4899 | 0,2857 | 0,2771 |
| 17° | 0,9147 | 0,9189 | 0,0882 | 0,0876 | -0,4979 | -0,4922 | -0,8101 | -0,7940 | -0,7554 | -0,7325 |
| 19° | 1,0873 | 1,0917 | 0,6601 | 0,6555 | 0,2876 | 0,2837 | -0,0662 | -0,0649 | -0,3712 | -0,3600 |
| 21° | 1,2608 | 1,2652 | 1,2605 | 1,2517 | 1,2600 | 1,2443 | 1,2594 | 1,2343 | 1,2586 | 1,2205 |
| Fator escala | 1,2652 | | 1,2517 | | 1,2443 | | 1,2343 | | 1,2205 | |

Na tabela 4.9 pode-se comparar as cinco primeiras formas de vibrar obtidas através da análise modal (autovetores normalizados pela matriz de massa), e da análise modal operacional simulada em elementos finitos realizadas com o software *Ansys®*, as formas de vibrar obtidas através da AMO via técnica SSI foram ortonormalizadas aplicando o fator de escala obtido através do acréscimo de massa nos nós.

Observa-se que as diferenças nos valores dos deslocamentos nodais não foram significativas, as maiores ocorreram na segunda casa decimal e as formas de vibrar se mantiveram iguais. Portanto pode-se considerar que através da técnica é possível se obter os autovetores ortonormalizados pela matriz de massa.

4.3.2. Obtenção dos autovetores não escalados de uma Placa, através da AMO

Uma análise modal em um modelo de elementos finitos de uma placa de aço engastada em uma das extremidades e livre nas demais realizada no software *Ansys®*, modelada com elementos *SHELL63* com os dados especificados na Tab. 4.10 foi realizada para se obter as dez primeiras frequências naturais e os respectivos vetores de deslocamentos ortonormalizados pela matriz de massa, sendo que a placa foi dividida em 160 elementos e 99 nós;

Tabela 4.10. Características Físicas da Placa utilizada na Simulação.

| Características Físicas | |
|--|-------------------------|
| Comprimento (m) | 0,53 |
| Largura (m) | 0,0635 |
| Altura (m) | 0,00635 |
| Área Seção Transversal (m ²) | 2,137x10 ⁻⁴ |
| Momento de Inércia (m ⁴) | 0,040 |
| Massa (kg) | 1,667 |
| Densidade (kg/m ³) | 7800 |
| Módulo de Elasticidade Long. (Pa) | 2,07 x 10 ¹¹ |
| Coeficiente de Poisson | 0,3 |

Para simular uma AMO, foi realizada uma análise transiente de uma placa de aço com software *Ansys®*, com duração de um segundo, sendo emulada uma excitação impulsiva de duração de 1×10^{-4} segundos e amplitude de 10 N, aplicada no 98° nó, Fig. 4.8, posição considerada para o sensor de referência, incremento de tempo de 1×10^{-4} segundos, coeficientes de amortecimento de 10 para a matriz de massa e de 5×10^{-7} para matriz de rigidez .

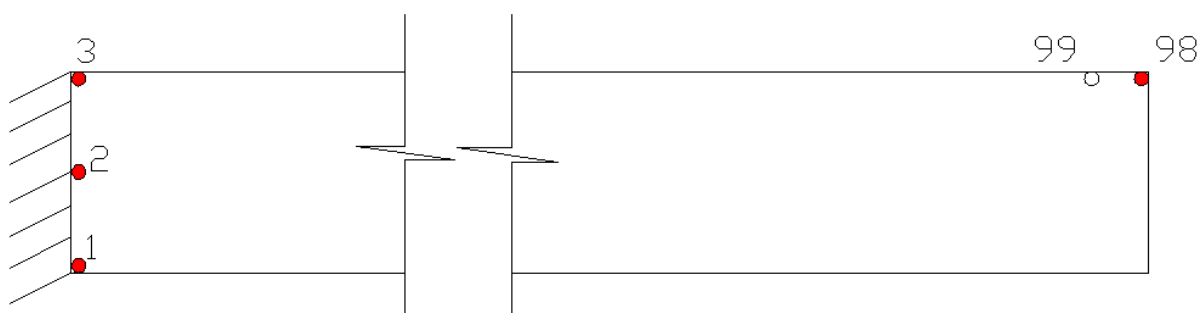


Figura 4.8 – Placa de aço.

Estes dados foram processados com a técnica SSI (Stochastic Subspace Identification), foram identificadas oito das dez primeiras frequências naturais (a 3° e a 8° correspondem a nós de flexão lateral) e formas de vibrar. As frequências naturais da placa obtidas com análise modal e com análise transiente (AMO) extraídas através da técnica SSI encontram-se na Tab. 4.11.

Tabela 4.11. – Comparação entre as Frequências Naturais obtidas através de Análise Modal e com a AMO/Técnica SSI.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| Análise Modal | 18,97 | 118,94 | 186,52 | 312,57 | 333,90 | 657,02 | 948,01 | 1091,0 | 1108,4 | 1613,5 |
| SSI | 18,98 | 118,88 | x | 311,57 | 332,68 | 647,92 | 921,38 | 1051,1 | x | 1511,5 |
| Diferenças(%) | 0,05 | 0,05 | x | 0,31 | 0,37 | 1,39 | 2,81 | 3,67 | x | 6,32 |

Observa-se que as diferenças percentuais são baixas, no entanto à medida que a ordem do modo aumenta a diferença também aumenta, isto ocorre devido à falta de um número maior de modos de ordem mais elevada que possam contribuir na formação dos de ordem menor.

A Tab. 4.12 apresenta as formas de vibrar dos cinco primeiros modos com o respectivo MAC.

Tabela 4.12. – MAC entre as formas de vibrar obtidas através de Análise Modal realizada no Ansys® e com a AMO/Técnica SSI.

| MODOS | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a |
|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| MAC (%) | 100 | 99,44 | 95,03 | 100 | 94,34 |

O valor elevado do MAC confirma a situação já demonstrada na simulação da viga, onde as formas de vibrar possuem grande semelhança. Pode-se, portanto afirmar que através de uma AMO com excitação transiente pode-se obter as frequências naturais e formas de vibrar de uma estrutura.

4.3.3. AMO excitação transiente caracterização modal de uma laje real

Uma característica vital para aplicação do método de dimensionamento dos ADV's desenvolvida por Espíndola (1999) é o emprego dos autovetores ortonormalizados pela matriz de massa para o cálculo da massa dos ADV's.

A determinação da posição de fixação e das características construtivas dos ADV's se ajusta com perfeição a um procedimento de otimização não determinístico, como o algoritmo genético ou de solidificação (simulated annealing).

O uso de um modelo modal analítico representativo do sistema primário (laje) e composto (laje e ADV's) é desejável ao invés do modelo em elementos finitos, sob o ponto

de vista de redução da complexidade computacional, e consequentemente do tempo de processamento. Neste item é apresentada uma estratégia para obtenção deste modelo analítico.

O método de análise modal operacional em conjunto com a técnica de identificação estocástica do subespaço foram utilizados para extração dos parâmetros modais em uma laje de concreto protendido com peso de 15 toneladas por Fernández et al., (2010).

Primeiramente foi realizada uma análise modal operacional com excitação impulsiva em uma laje de concreto real, discretizada em 60 pontos, Fig. 4.9, não sendo considerados os pontos das arestas, os quais se encontravam engastados em vigas, por onde os acelerômetros foram deslocados. O impacto sobre a laje foi realizado em seu centro geométrico onde foi fixado o acelerômetro de referência.

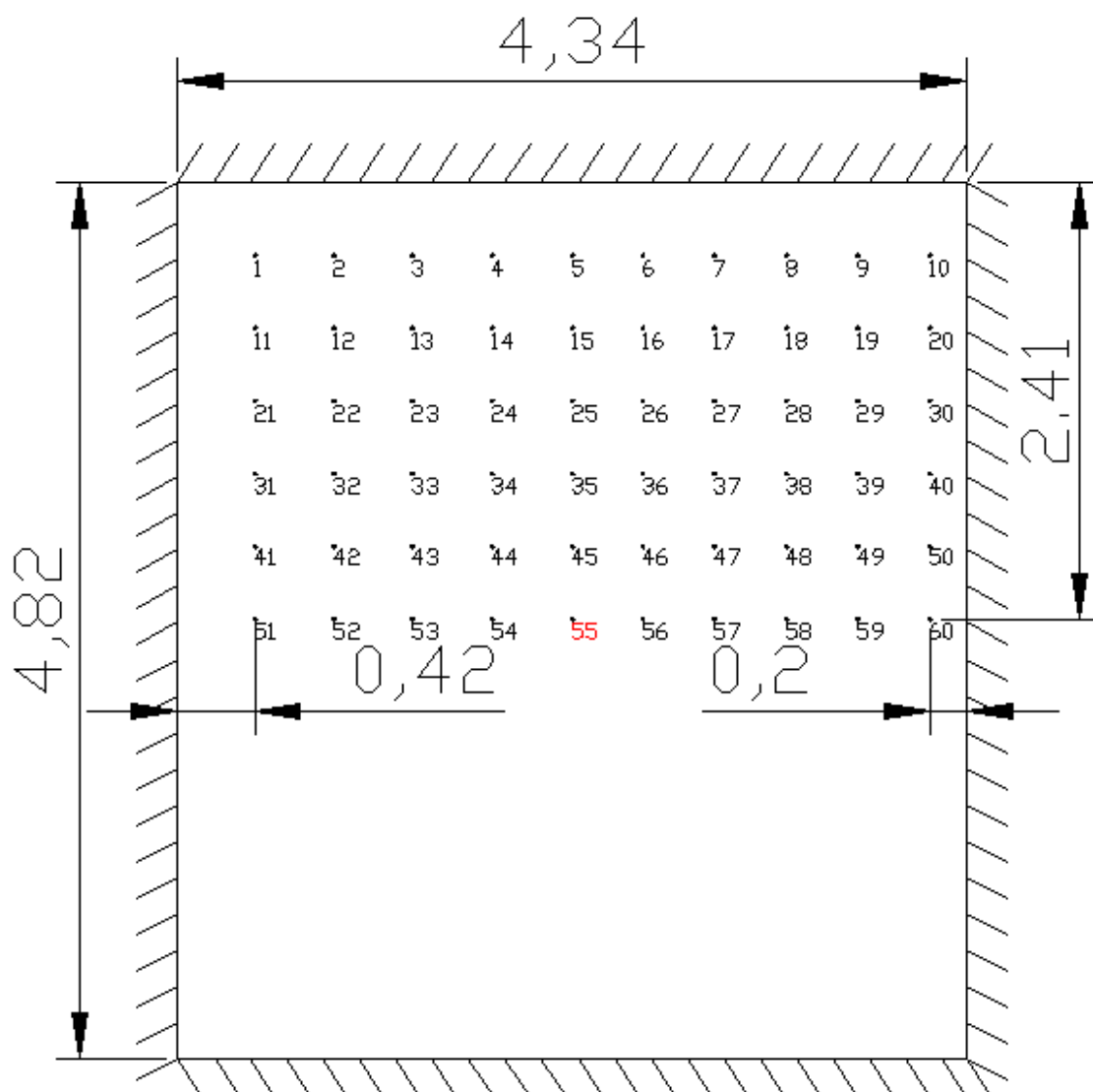


Figura 4.9 – Laje de concreto.

Cada aquisição teve a duração de vinte segundos, com frequência de amostragem de 8192 Hz e 4096 pontos, no domínio do tempo. Os sinais foram processados através da

técnica SSI resultando na estimativa das dez primeiras frequências naturais e respectivos coeficientes de amortecimento contidos em uma banda entre 200 e 1000 Hz.

Em seguida, os coeficientes de amortecimento estimados no experimento foram empregados para o cálculo dos coeficientes de proporcionalidade associados às matrizes de massas e rigidez de um modelo de elementos finitos da laje, conforme Eq. (2.26) e Eq. (2.23), cujas características físicas estão listadas na Tab. 4.13. Nunes (2005), por exemplo, estimou os coeficientes a partir dos amortecimentos modais de dois modos extraídos de uma análise modal realizada em uma laje de um edifício residencial.

Tabela 4.13. Características Físicas da laje utilizada na Simulação.

| Características Físicas | |
|-----------------------------------|-------------------------|
| Comprimento (m) | 4,82 |
| Largura (m) | 4,34 |
| Altura (m) | 0,10 |
| Densidade (kg/m ³) | 2500 |
| Módulo de Elasticidade Long. (Pa) | $3,0672 \times 10^{10}$ |
| Coeficiente de Poisson | 0,2 |
| Massa (kg) | 5229,7 |

Para tornar a simulação computacional mais fidedigna, foram determinadas médias do tempo e das amplitudes dos impactos experimentais. Foi adotado como tempo de duração da simulação um valor superior à média do tempo necessário para que o sistema real retornasse à sua condição de equilíbrio estático.

Os dados obtidos experimentalmente encontram-se resumidos na Tab.4.14.

Tabela 4.14. Dados obtidos experimentalmente.

| | |
|---|--------------|
| Coeficiente para matriz de massa | 312,4399 |
| Coeficiente para matriz de rigidez | 3,5291 E-006 |
| Carga aplicada | 1412,7 N |
| Tempo de aplicação da carga | 0,0015 seg |
| Tempo de permanencia do efeito da carga | 0,20 seg |

Com as características físicas da laje real e os coeficientes calculados para a matriz de amortecimento, foi construído um modelo em elementos finitos da laje com o software *Ansys®*, modelada com elemento *SOLID45* gerando 16.878 elementos e 25.872 nós, e realizada uma análise modal. O elemento *SOLID45* é utilizado para criar modelos tridimensionais de estruturas sólidas é definido por oito nós com três graus de liberdade em cada nó e translação nas três direções.

As frequências naturais obtidas através da AMO/SSI aplicada aos dados experimentais e aquelas obtidas com análise modal do modelo encontram-se na Tab. 4.15.

Tabela 4.15. – Comparação entre as Frequências naturais dos modelos experimental e simulado.

| Frequências Naturais (Hz) | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| Modos | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a | 7 ^a | 8 ^a | 9 ^a | 10 ^a |
| Experimental | 257,6 | 311,8 | 342,3 | 420,9 | 475,5 | 535,1 | 633,4 | 883,7 | 956,4 | 992,4 |
| Simulado | 257,6 | 310,7 | 343,5 | 409,3 | 478,21 | 533,2 | 634,0 | 884,2 | 952,3 | 994,2 |
| Diferenças(%) | 0,00 | 0,35 | 0,35 | 2,76 | 0,57 | 0,36 | 0,09 | 0,06 | 0,43 | 0,18 |

Em termos percentuais, os valores das frequências naturais variam de 0,00 a 2,76 %. Essa pequena variação valida o modelo construído em elementos finitos.

Com os parâmetros modais obtidos na análise modal do sistema simulado em elementos finitos, realizada pelo software *Ansys®*, foi construído um modelo analítico numérico no ambiente *Matlab®* de acordo com a Eq 2.19 repetida baixo por comodidade. Na Fig. 4.10 é apresentado o gráfico da FRF de receptância do nó onde a carga foi aplicada, onde se verifica a ocorrência de uma alta densidade modal facilitando a redução da amplitude de vibração com a instalação de poucos ADV's.

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{rjk}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\xi_r \omega \omega_r)} \quad (2.19)$$

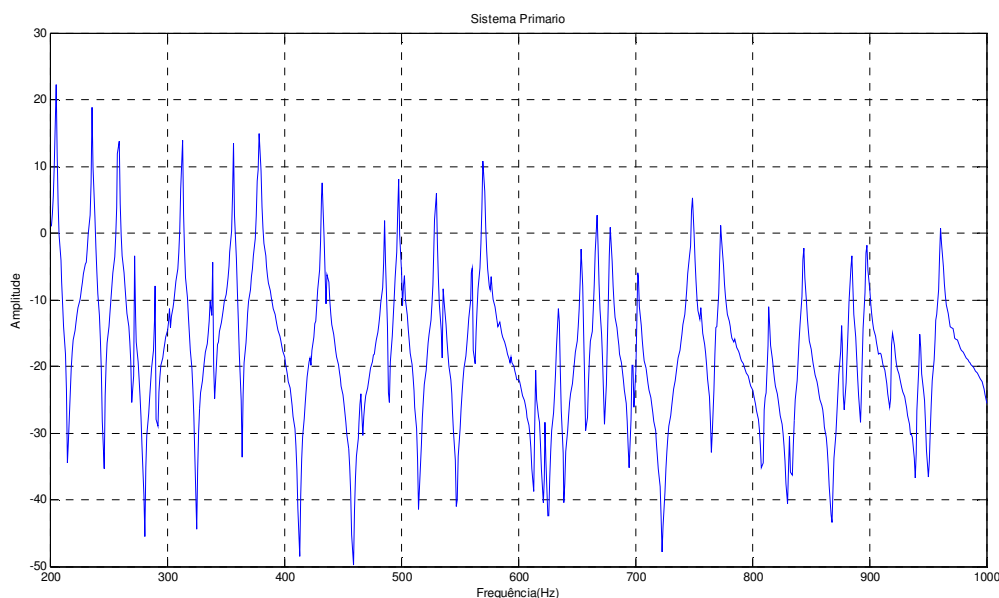


Figura 4.10 – FRF Pontual – Modelo da Laje.

O conjunto de simulações numéricas e ensaios experimentais utilizando a AMO com excitação impulsiva possibilitou a comprovação que é possível obter os parâmetros modais (frequência natural, coeficiente de amortecimento modal e autovetores ortonormalizados pela matriz de massa), permitindo modelar numericamente uma estrutura real de forma satisfatória.

Assim os parâmetros construtivos dos ADV's podem ser calculados sem a necessidade de construção de um modelo em elementos finitos, bastando realizar uma AMO com excitação transiente em uma estrutura sem e com massa adicional, para obtenção dos autovetores ortonormalizados pela matriz de massa, frequências naturais e taxas de amortecimentos modais a serem utilizados em um modelo analítico para a otimização dos parâmetros construtivos e posição de instalação dos ADV's.

4.4 – Estudo da resposta de uma laje de concreto com e sem ADV

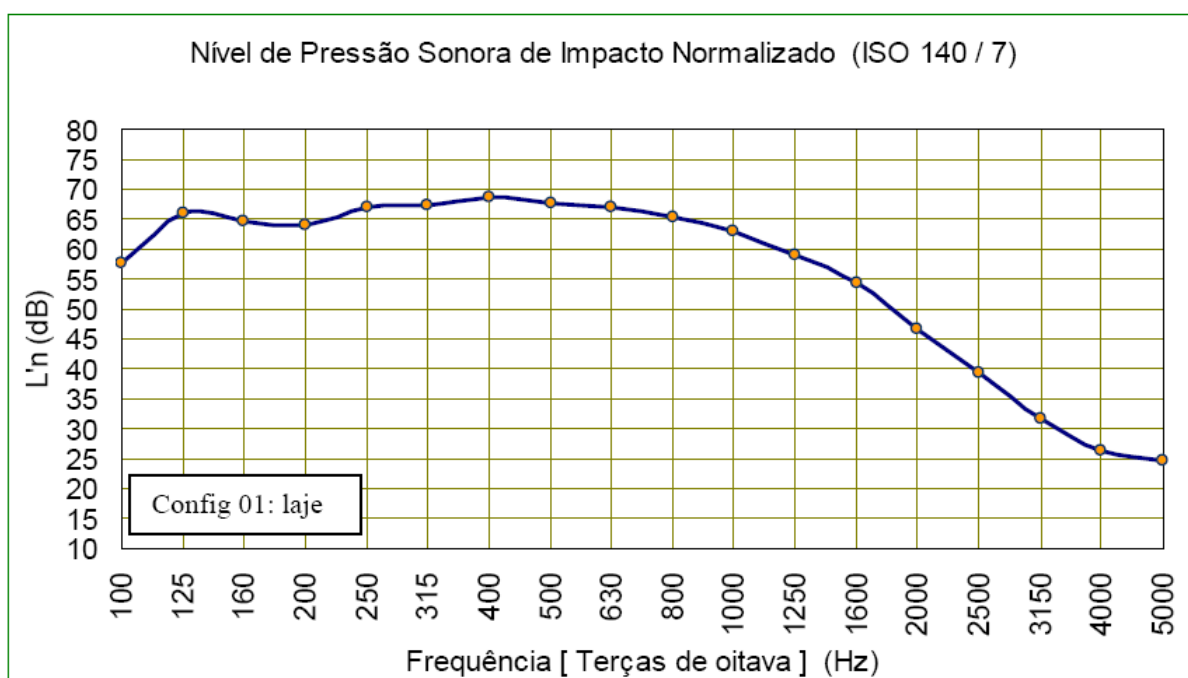
Com objetivo de se verificar a atenuação na amplitude de vibração da laje de concreto modelada anteriormente em elementos finitos, foram calculados os parâmetros construtivos de ADV's através de rotinas computacionais desenvolvidas em ambiente *Matlab®*, de acordo com a metodologia desenvolvida por Espíndola (1999), a serem fixados em pontos desta estrutura

O material utilizado na construção simulada é o viscoelástico e o valor do fator de perda adotado como sendo 0,6, semelhante ao adotado por Bavastri (1997) visto que o

objetivo deste trabalho, apesar de não ser o de construir o modelo real, é o de utilizar parâmetros que caracterizem materiais de fácil obtenção.

De acordo com a teoria deve-se preferencialmente utilizar os ADV's para controlar as frequências naturais da estrutura responsáveis pelos maiores deslocamentos, para isto sua fixação deve ser feita nos pontos que mais se deslocam. A análise modal da laje de concreto modelada em elementos finitos forneceu 110 modos de vibrar dentro da faixa de frequência de interesse.

A banda de frequência de interesse foi selecionada de 200 a 1000 Hz em função da elevada densidade modal, além da permanência do elevado Nível Sonoro de Impacto Normalizado, $L'n$ comprovado por ensaios realizados por Ferraz (2008) em uma laje de concreto com 100 mm, Fig. 4.11.



| F [Hz] | 100 | 125 | 160 | 200 | 250 | 315 | 400 | 500 | 630 | 800 | 1k | 1,25k | 1,6k | 2k | 2,5k | 3,15k | 4k | 5k |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-------|------|----|------|-------|----|----|
| L'n | 58 | 66 | 65 | 64 | 67 | 67 | 69 | 68 | 67 | 65 | 63 | 59 | 54 | 47 | 39 | 32 | 26 | 25 |

Figura 4.11 – Ensaio de impacto em laje de concreto (FERRAZ, 2008).

Optou-se para primeira análise projetar ADV's para o controle dos três modos que causam os maiores deslocamentos da laje, cujas frequências naturais, nós respectivos e deslocamentos são apresentados na Tab. 4.16.

Tabela 4.16. – Frequências Naturais e Nós responsáveis pelos maiores deslocamentos da Laje.

| N° do MODO | FREQ. NATURAL (Hz) | NÓ | DESLOCAMENTO (m) |
|------------|--------------------|------|------------------|
| 52 | 622,0 | 5008 | -0,0348 |
| 68 | 747,6 | 5032 | 0,0351 |
| 44 | 569,2 | 5032 | 0,0360 |

Como os modos de n° 68 e 44 possuem o maior deslocamento no mesmo nó optou-se por controlar o modo 44 por possuir o maior deslocamento entre os dois. Portanto, nesta primeira análise construiu-se um modelo com dois ADV's.

Os valores ótimos para as frequências de sintonia dos ADV's foram obtidos empregando uma metodologia de otimização híbrida, onde a estimativa determinada foi um algoritmo genético, com população de 150 e 15 gerações, adotada como estimativa inicial em um procedimento determinístico, visando à melhoria da estimativa final. A função objetivo consistiu da minimização da norma do maior deslocamento. Os valores determinados encontram-se na Tab. 4.17.

Tabela 4.17. – Parâmetros Otimizados dos ADV's.

| Massa (Kg) Total Laje | Relação de Massa | Massa (Kg) Técnica Hartog | Massa (Kg) Técnica Espíndola | Frequência de Sintonia dos ADV's | | Norma Deslocamento (m) |
|-----------------------------|---------------------|---------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-------|------------------------------|
| | | | | 1° | 2° | |
| 5229,7 | 0,1 | 522,97 | 19,918 | 500,0 | 500,0 | $5,5465 \times 10^{-8}$ |

Utilizando a Técnica desenvolvida por Den Hartog (1956) e adotando a relação entre as massas dos ADV's e da estrutura primária em 10% (a literatura indica até 25%) resultaria em uma massa dos ADV's de 522,97 Kg. Já ao utilizar a técnica de Espíndola (1999) a massa calculada através dos autovetores ortonormalizados pela matriz de massa, é reduzida para apenas 19,92 Kg. Este foi o principal motivo para se adotar esta técnica, pois este peso representa um carregamento desprezível para uma laje de mais de cinco toneladas.

O gráfico da Fig. 4.12 apresenta a receptância puntual para o sistema primário (sem controle) e o sistema composto com os ADV's instalados com valor de referência 1.

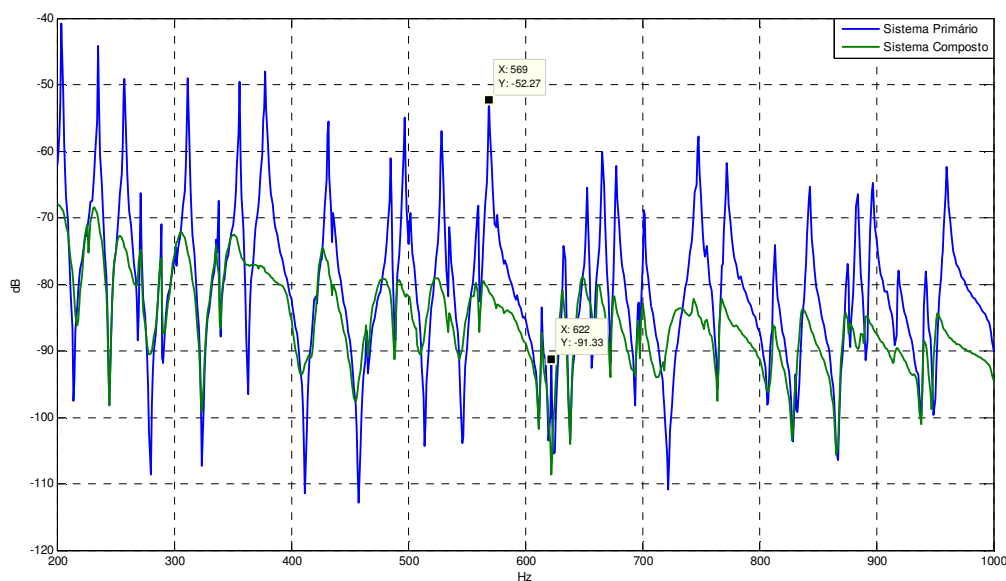


Figura 4.12 – Receptância– Modelo da Laje em elementos finitos.

Observa-se na figura 4.12 que, apesar de ter sido realizada uma simulação cuja intenção consistia no controle de duas frequências naturais 569,2 Hz (44° modo) e 622 Hz (52° modo), a instalação dos ADV's influenciou todos os modos entre 200 e 1000 Hz, situação ocorrida em função do elevado acoplamento causado pela inserção destes dispositivos. Como o objetivo principal deste trabalho é a máxima redução da amplitude de vibração de uma laje, os dispositivos ao funcionarem como absorvedores dinâmicos multimodais (ADVM), fornecem uma característica desejável. No entanto deve-se ressaltar que ocorreu forte influência nos modos almejados.

Tendo em vista que o objetivo principal deste trabalho é o de minimizar o valor da pressão sonora, e que esta é diretamente proporcional à velocidade média quadrática, foi realizada uma simulação semelhante à anterior, onde a única diferença foi a minimização da velocidade média quadrática de vibração da laje ao invés da minimização do deslocamento como função objetivo empregada em AG. Nas curvas apresentadas na figura 4.13, pode ser observado o comportamento associado a cada função objetivo, a saber: norma do deslocamento e velocidade média quadrática.

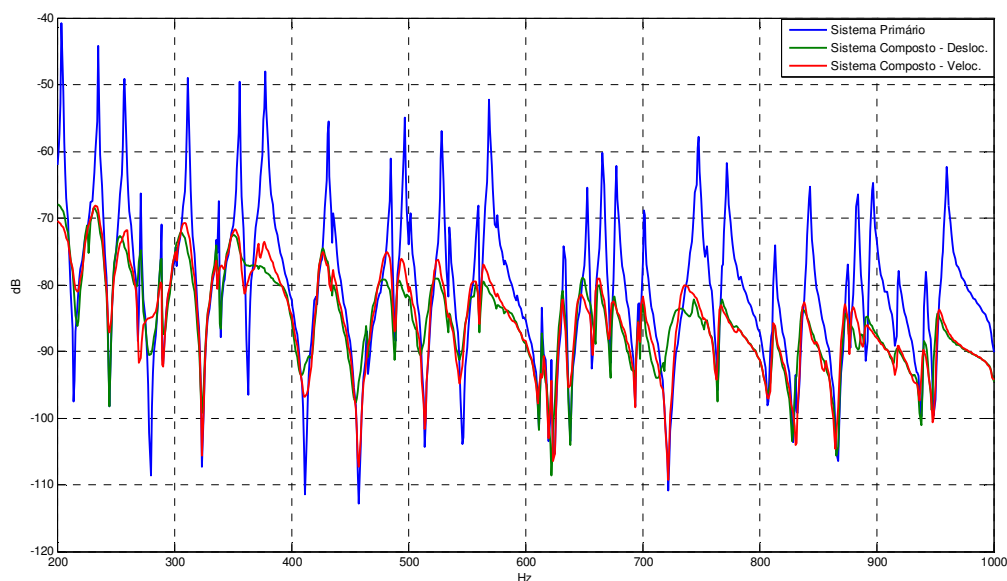


Figura 4.13 – Comparação de otimização deslocamento x velocidade média quadrática.

Observando as curvas de deslocamento traçadas pode-se afirmar que as diferenças não são significativas. Apesar disto, neste estudo será utilizada, a partir deste ponto, a minimização da velocidade média quadrática, utilizada pela associação direta desta com pressão sonora.

Para verificar se a posição de fixação dos ADV's e sua massa influenciam significativamente na resposta da estrutura quando excitada impulsivamente, foi realizada uma simulação buscando, além da otimização da frequência de sintonia dos ADV's, seu posicionamento e valor da massa ótimos (considerada idêntica para todos os ADV's). Na tabela 4.18 são apresentados os resultados otimizados, bem como a norma da velocidade média quadrática, considerando uma população de 200 indivíduos e vinte gerações. Sendo que a massa foi limitada ao valor calculado através do método criado por Espíndola (1999).

Tabela 4.18. – Parâmetros Otimizados dos ADV's.

| Frequência de Sintonia dos ADV's | | Nó de Fixação ADV's | | Massa (Kg) Espíndola | Norma Velocidade (m) |
|----------------------------------|-----|---------------------|-----|-------------------------|--------------------------|
| 1° | 2° | 1° | 2° | | |
| 500 | 500 | 61 | 105 | 19,91 | $4,1968 \times 10^{-10}$ |

O efeito da introdução destes ADV's com estes parâmetros otimizados pode ser observado na Fig. 4.14.

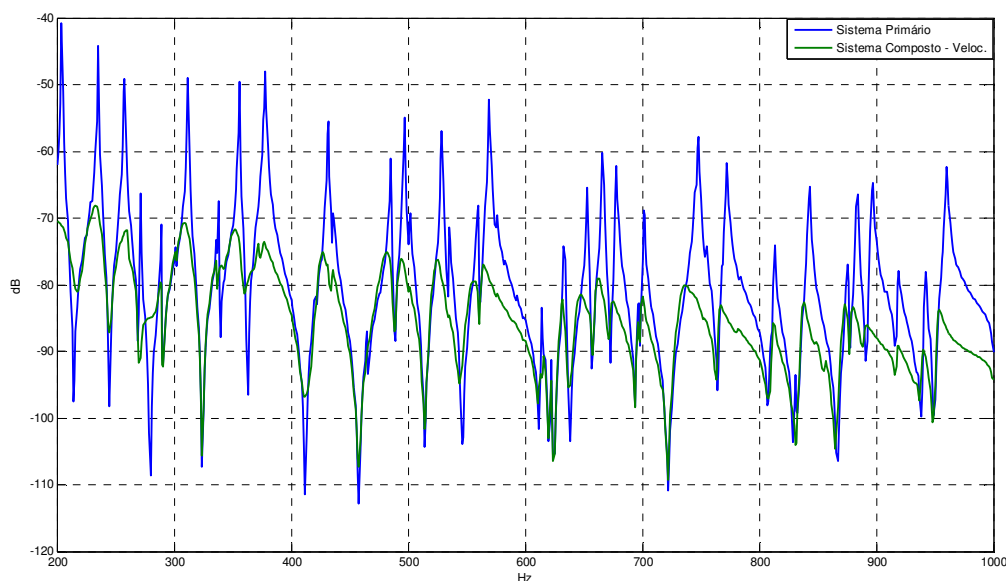


Figura 4.14 – Receptância puntual, sistema primário e secundário com otimização de frequência, posição e massa.

Quando se comparam os dados da Tab. 4.17 (busca otimizar apenas as frequências de sintonia dos ADV's) com os obtidos na Tab. 4.18 (busca otimizar: frequência de sintonia, posição de fixação e massa), observam-se os mesmos valores para frequências de sintonia. A posição de fixação, que para primeira situação seriam os nós de maior deslocamento (61 e 58) mantém-se o nó 61 (nó central) ocorrendo mudança na segunda posição. Quanto à massa limitada em 19,918 Kg, praticamente alcança este valor.

Este resultado confirma, portanto a teoria de posicionamento dos absorvedores em nós de maior deslocamento, pois é uma posição selecionada. Outro ponto a ser ressaltado é a forte influência do aumento de massa na redução da amplitude de vibração, visto que o seu valor alcançou o limite superior estabelecido pela restrição.

O valor da massa de cada ADV representa cerca de 0,38 % da massa total da estrutura. Valor relativamente baixo, que, no entanto pode prejudicar a estética devido ao volume de material a ser fixado em um ponto da laje.

Por este motivo, uma nova simulação foi realizada visando controlar os modos de vibrar responsáveis pelos dez maiores deslocamentos. O valor da massa para cada ADV será reduzido, pois segundo a teoria de Espíndola (1999), a massa do ADV é inversamente proporcional ao número de ADV's. Os modos e nós objetos desta nova análise encontram-se na Tab.4.19.

Tabela 4.19. – Frequências naturais e nós responsáveis pelos dez maiores deslocamentos da Laje.

| Nº do MODO | FREQ. NATURAL (Hz) | NÓ | IDESLOCAMENTO (m) |
|------------|--------------------|------|-------------------|
| 56 | 653,2 | 5896 | 0,0328 |
| 36 | 501,3 | 7528 | 0,0330 |
| 90 | 875,5 | 5024 | 0,0332 |
| 103 | 960,0 | 5032 | 0,0334 |
| 11 | 301,2 | 5024 | 0,0335 |
| 75 | 771,1 | 3496 | 0,0338 |
| 10 | 301,2 | 5072 | 0,0347 |
| 52 | 622,0 | 5008 | 0,0348 |
| 68 | 747,6 | 5032 | 0,0351 |
| 44 | 569,2 | 5032 | 0,0360 |

Em virtude dos nós relativos aos modos associados às frequências de 875,5 Hz, 960 Hz e 747,6 Hz apresentarem como nó de maior deslocamento os mesmos nós de outros modos cujos valores para os deslocamentos são maiores, não foram utilizados para o cálculo dos parâmetros construtivos dos ADV's. A simulação foi realizada para a instalação de sete ADV's.

Na figura 4.15 são apresentadas as curvas das respostas em frequência puntual do sistema primário e para o sistema composto com dois e sete absorvedores.

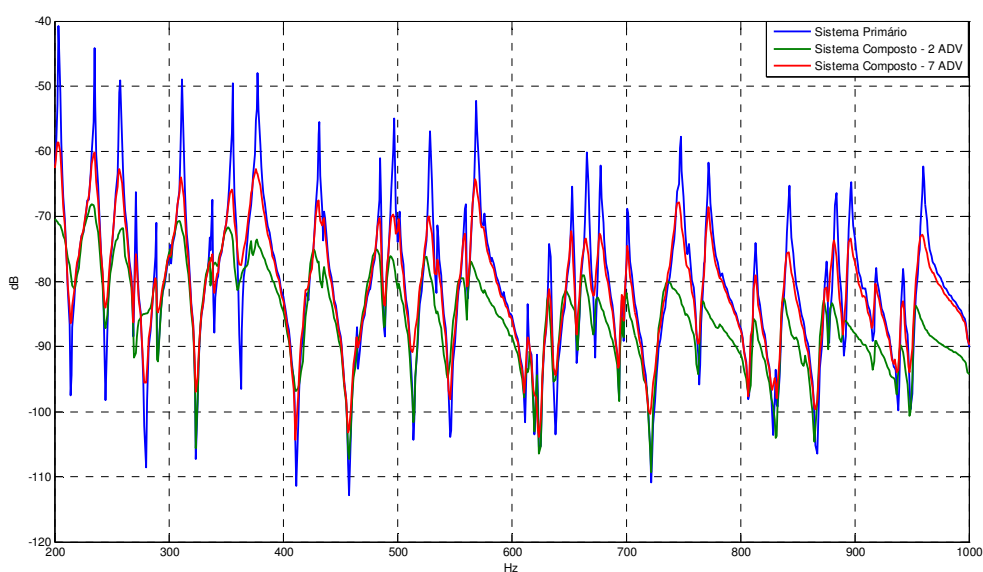


Figura 4.15 – Comparação entre o sistema com dois e sete ADV's.

Fica evidente que o fator de maior relevância para reduzir a amplitude de vibração é o valor da massa do ADV, tendo em vista que dois ADV's com massa de 19,91 Kg forneceram uma atenuação muito maior do que sete ADV's com 1,70 Kg cada. A Tab. 4.20 apresenta os parâmetros construtivos do sistema de controle com sete ADV's.

Quanto à posição novamente comprovou-se que o nó central (61) onde se verifica o maior deslocamento é uma posição comum às duas simulações. Das sete posições otimizadas pelo AG, três coincidem com os nós de maior deslocamento dos modos de interesse. Pode-se concluir que os nós de maior deslocamento são um forte indicativo para fixação dos ADV's, apesar de não ser exato. De acordo com Da Silva (2005), quando a densidade modal da estrutura é elevada ou quando os modos estão suficientemente acoplados, a localização de absorvedores não é óbvia para o projetista.

Tabela 4.20. – Parâmetros Construtivos para Sete Adv's.

| Fator de Perda 0,6 | Numero do ADV's | | | | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 7° |
| Freq.Sint. | 305,8 | 279,0 | 298,1 | 375,7 | 402,1 | 459,5 | 553,6 |
| Posição | 77 | 50 | 39 | 58 | 61 | 56 | 105 |
| Massa(Kg) | 1,70 | | | | | | |
| Norma (m/s ²) | 2,0779 x 10 ⁻⁹ | | | | | | |

Para confirmar a influência do valor da massa na redução da amplitude do movimento da laje, foram realizadas duas simulações com sete ADV's, se alterando, entretanto no AG o limite superior da restrição para massa.

Foram consideradas duas possibilidades: primeiro adotou-se como limite superior de restrição o triplo do valor estipulado segundo a metodologia proposta por Espíndola (1999) e na segunda o sêxtuplo deste mesmo valor.

Na tabela 4.21 encontram-se resumidos os valores otimizados das frequências de sintonia, das posições de fixação e das massas de cada absorvedor, bem como os valores obtidos das normas da velocidade média quadrática em função dos limites superiores utilizados no AG como restrição para a massa nos três casos.

Tabela 4.21. – Parâmetros Construtivos para Sete Adv's, com limite superior de restrição de massa alterados para: RS1(uma vez a massa), RS2(três vezes a massa), RS3(seis vezes a massa).

| Fator de Perda 0,6 | | ADV's | | | | | | |
|----------------------|-----|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Freq.Sint. (Hz) | RS1 | 305,8 | 279,0 | 298,1 | 375,7 | 402,1 | 459,5 | 553,6 |
| | RS2 | 295,1 | 364,6 | 363,2 | 398,0 | 426,4 | 309,5 | 562,7 |
| | RS3 | 265,3 | 255,4 | 291,9 | 336,4 | 368,9 | 486,8 | 525,4 |
| Frequência Natural | | 301,2 | 301,2 | 501,3 | 569,2 | 622,0 | 653,2 | 771,1 |
| Posição (Nó) | RS1 | 77 | 50 | 39 | 58 | 61 | 56 | 105 |
| | RS2 | 55 | 31 | 83 | 66 | 39 | 94 | 61 |
| | RS3 | 89 | 50 | 31 | 63 | 105 | 83 | 61 |
| Nó maior Desloca. | | 60 | 66 | 94 | 61 | 58 | 72 | 39 |
| Massa(Kg) | RS1 | 1,70 | | | | | | |
| | RS2 | 5,18 | | | | | | |
| | RS3 | 10,5 | | | | | | |
| Massa Téc. Espíndola | | 1,7536 | | | | | | |
| Norma (m/s) | RS1 | $2,0779 \times 10^{-9}$ | | | | | | |
| | RS2 | $4,2940 \times 10^{-10}$ | | | | | | |
| | RS3 | $1,2906 \times 10^{-10}$ | | | | | | |

Ao se comparar os resultados ótimos para as frequências de sintonia, observa-se para cada um dos absorvedores, valores relativamente próximos em sua maioria, diferenças de no máximo 100 Hz. O mesmo não ocorrendo ao se comparar as mesmas frequências com as frequências naturais dos modos de interesse, onde as diferenças máximas são superiores a 200 Hz. Isto pode ser explicado, pois a partir do momento em que se considera a estrutura composta há uma alteração na forma de vibrar em relação à configuração primária.

Quanto à posição de fixação, não existe para os sete absorvedores a indicação de proximidades dos nós, exceto a posição associada ao centro da laje, ponto de maior deslocamento total (61), é o que apresenta o maior número de ocorrências. Este comportamento aparentemente disperso dos nós estimados para a fixação pode decorrer das alterações causadas pela introdução dos absorvedores no sistema primário, implicando

em novos pontos de maior deslocamento. Provavelmente as posições otimizadas são os novos pontos de maior deslocamento da estrutura composta.

Na figura 4.16 são apresentados os gráficos das receptâncias pontuais para as três situações, onde se confirma que o aumento da massa para o modelo de absorvedor dinâmico analisado neste trabalho tem forte influência na redução da vibração.

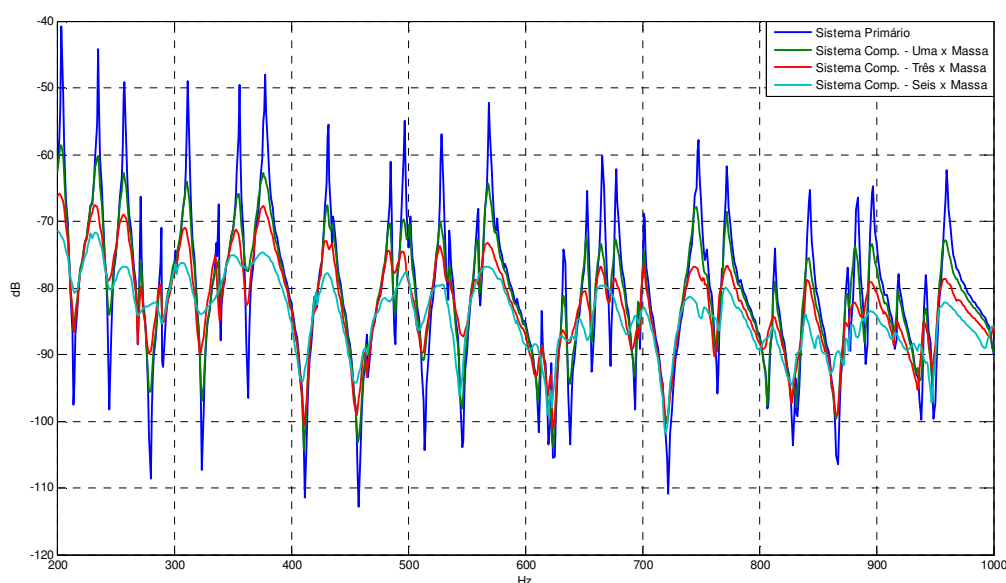


Figura 4.16 – Receptância puntual em função da massa dos ADV's.

A influência do valor do fator de perda foi verificada através de sua alteração para 0,2, valor ótimo calculado conforme Bavastri (1997) , onde foram feitas simulações com dois e sete ADV's.

Na tabela 4.22 são apresentados os valores das normas da velocidade médias quadráticas obtidas em cada situação, onde os valores são significativamente menores com uso do fator de perda otimizado, cerca de quatro vezes menor. O uso do fator de perda ótimo compensa a redução no valor da massa do ADV, com relação à redução da amplitude de vibração, esta afirmação é confirmada pelo valor da norma calculado.

Tabela 4.22. – Comparação Norma Velocidade entre ADV's com Fator de perda 0,2 e 0,6.

| 2 ADV's => 19,91 Kg cada 7 ADV's => 5,18 Kg cada | Numero de ADV's / Fator de Perda | | | |
|---|----------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Dois / 0,2 | Dois / 0,6 | Sete / 0,2 | Sete / 0,6 |
| Norma Velocidade | $1,2405 \times 10^{-10}$ | $4,1968 \times 10^{-10}$ | $1,2755 \times 10^{-10}$ | $4,2940 \times 10^{-10}$ |

Na Figura 4.17 são apresentados os gráficos da receptância dos sistemas primários e composto os resultados simulados com fatores de perda iguais a 0,2 e 0,6.

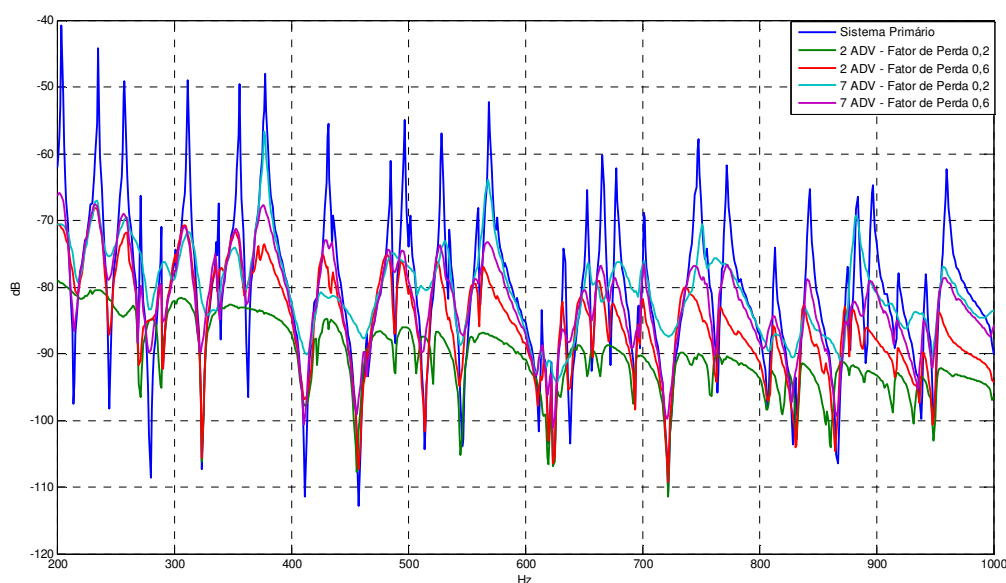


Figura 4.17 – Receptâncias pontuais entre o sistema com dois e sete ADV's – fator de perda 0,2 e 0,6

Observa-se que ao utilizar material viscoelástico com fator de perda ótimo calculado de acordo com Bavastri (1997) a atenuação na vibração é significativamente maior, principalmente quando se compara a situação com dois ADV's. Embora seja possível estimar o valor ótimo do fator de perda do material viscoelástico, deve-se sempre considerar os fatores de perda que podem ser obtidos a partir dos materiais disponíveis no mercado a serem utilizados na construção dos ADV's.

Todos os parâmetros construtivos do ADV, devem ser otimizados em conjunto (massa, posição e fator de perda) para se obter o melhor resultado, maior redução da vibração estrutural. E antes desta otimização definir claramente os objetivos do controle, por exemplo, a largura da banda de frequência a ser controlada.

4.5 – Estudo da resposta acústica de uma sala com e sem ADV

Com objetivo de se verificar a atenuação na amplitude da pressão sonora no interior de um ambiente com absorvedores dinâmicos instalados em sua laje de concreto, foi construído um modelo em elementos finitos com o software *Ansys®*, que simula as características de respostas dinâmicas, tanto da estrutura quanto do fluido, que a preenche.

A transmissão do som através de uma laje de piso em andar superior, que é transmitido para o ambiente abaixo, tem de ser modelado levando-se em consideração a

estrutura do piso, das paredes, da própria laje de piso e o campo sonoro do ambiente localizado abaixo bem como o comportamento do acoplamento fluído-estrutura. Esta modelagem origina dois modelos um estrutural e outro acústico, com tratamento distinto que ao final compõem um único, unidos por uma interface.

O modelo acústico e o modelo estrutural foram subdivididos em elementos finitos. A interface fluído-estrutura foi identificada, especificando-se os nós selecionados como fluído-estrutura (FSI). Foi utilizada a mesma malha para o modelo acústico e para o modelo estrutural, sendo o tamanho dos elementos igual a cinco centímetros. O modelo foi construído com elementos:

- *SOLID45* - para a laje, piso;
- *FLUID 30* – elemento com oito nós, cada nó admite três gdl's para deslocamento e um para pressão, utilizado para representar o ar. Dois tipos foram utilizados, sendo um deles considerando a interação fluído-estrutura;
- *MASS21* – elemento definido por um nó, elemento de massa concentrada, para representar a massa pontual do ADV;
- *COMBIM14* – elemento de compressão uniaxial com tensão de até três gdl's e translações nodais, para representar a rigidez do ADV.

O volume do ambiente foi construído como um bloco de casca de acordo com a espessura e dimensões indicadas na Tab. 4.23, gerando 582.414 elementos e 603.980 nós.

Tabela 4.23. Características Físicas da Sala utilizada na Simulação.

| Características Físicas | |
|--------------------------------------|------|
| Comprimento (m) | 4,80 |
| Largura (m) | 4,30 |
| Altura (m) | 3,00 |
| Espessura da laje, parede e piso (m) | 0,10 |

Foram realizadas cinco análises com impacto impulsivo sobre a laje, onde a carga aplicada no centro da laje, tempo de aplicação e de aquisição, foram os mesmos valores utilizados experimentalmente nas simulações anteriores que representam o impacto de um calçado sobre a laje, os quais se encontram na Tab. 4.14. Foram realizadas as medições de pressão em um nó situado a 80 cm do piso.

A primeira simulação foi realizada sem que fossem instalados os absorvedores dinâmicos de vibração, cujos resultados serviram como referencial. Em outras duas simulações foi considerada a laje com a instalação de dois ADV's, com parâmetros de construção e posição de instalação otimizada, para os fatores de perda para o material viscoelástico de 0,2 e 0,6. Na figura 4.18 são apresentadas as curvas dos valores da pressão sonora ao longo do tempo.

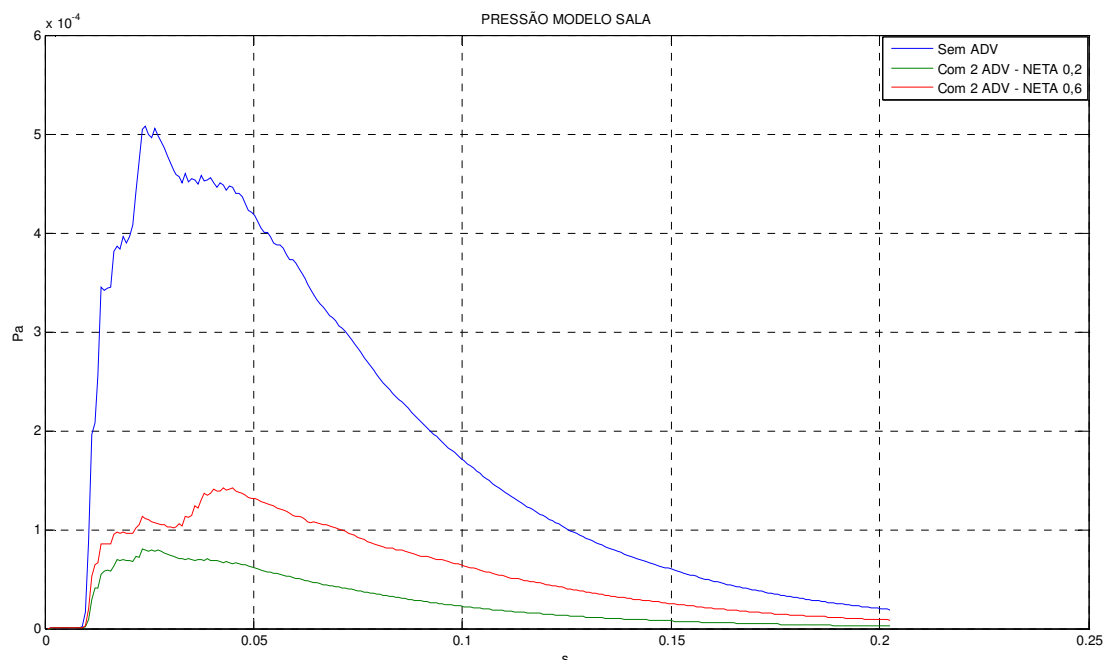


Figura 4.18 – Comparação entre a Pressão Sonora (Pa) em uma Sala, com a laje: sem ADV e com dois ADV's com fator de perda de 0,2 e 0,6.

Através do gráfico da Fig.4.18 observa-se que com a instalação de dois ADV's a pressão fica abaixo de 10^{-4} Pa, ou seja, cerca de cinco vezes menor em comparação com a situação sem a instalação de absorvedores na laje. Confirma, portanto, que a atenuação na amplitude de vibração da laje reduz a pressão sonora dentro de ambientes.

Para avaliar o efeito da pressão acústica no ouvido humano se utilizou uma função que emula a resposta deste sistema, conforme Eq. 4.1 (BRAUN, 1986):

$$P_{sij}(t) = \sum_{ij}^n \left[P_{sij}(t - dt) + P_{sij}^2(t) - P_{sij}(t - dt) / (1 + 0,045/dt) \right] \quad (4.1)$$

onde: $P_{sij}(t)$ é a pressão ao longo do tempo;

dt é o incremento de tempo.

Ao se construir as curvas, apresentadas no gráfico da Fig. 4.19 utilizando uma constante que simula as condições de audição do ouvido humano observa-se que a atenuação sonora ao se utilizar os dois ADV's instalados com fator de perda de 0,2 é maior do que 16 Db em relação à situação sem ADV's instalados.

Quando é realizada a instalação de 2 ADV's com fator de perda de 0,6 a atenuação é de cerca de 10 Db em relação à situação sem ADV's instalados. Portanto a utilização de um material com valor do fator de perda próximo ao valor de calculo ótimo apresentado por Bavastri (1997) irá produzir maiores atenuações.

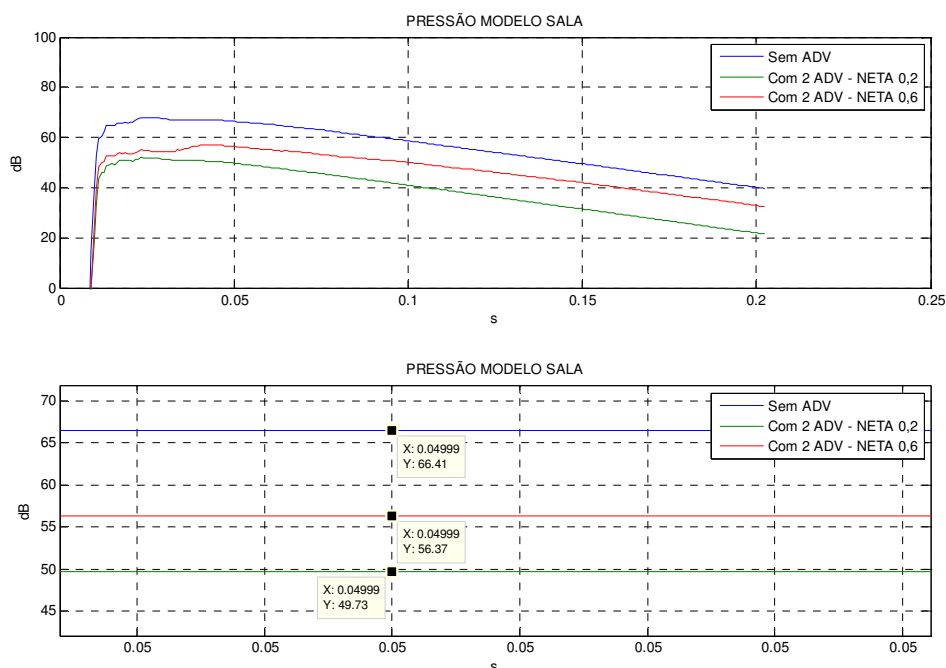


Figura 4.19 – Comparação entre a Pressão Sonora (Db) em uma Sala, com a laje: sem ADV e com dois ADV's com fator de perda de 0,2 e 0,6.

Finalmente foram realizadas as duas últimas simulações, onde foi considerada a instalação de sete absorvedores sobre a laje, cujos parâmetros foram otimizados para um fator de perda igual a 0,2 e restrição lateral de massa igual à uma e três vezes o valor da massa definida segundo Espíndola (1999).

Os resultados encontram-se na Fig. 4.20, onde se observa uma redução na pressão de 5×10^{-4} Pa para 3×10^{-4} Pa, valor de redução inferior ao obtido com 2 ADV's (menos de 1×10^{-4} Pa).

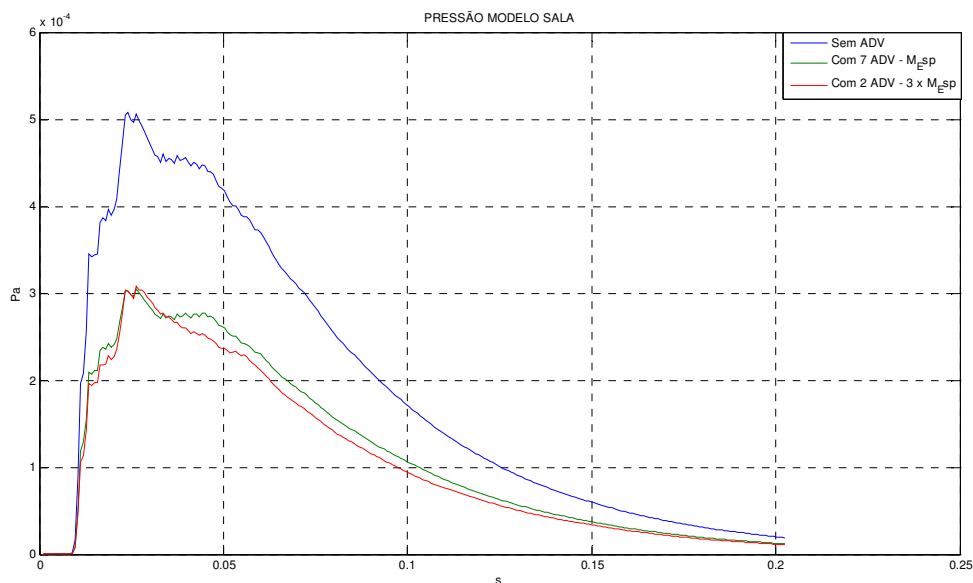


Figura 4.20 – Comparação entre a Pressão Sonora (Pa) em uma Sala, com a laje: sem ADV e com sete ADV's com fator de perda de 0,2 e diferentes valores para massa.

Ao se construir outro gráfico Fig. 4.21, utilizando a função que simula a sensação auditiva do ouvido humano Eq. 4.1, para as duas situações: a primeira com valor de massa de 1,70 Kg, e a segunda com valor de massa de 5,18 Kg, observa-se que a atenuação sonora fica em quatro dB para primeira situação e em cinco dB para segunda situação.

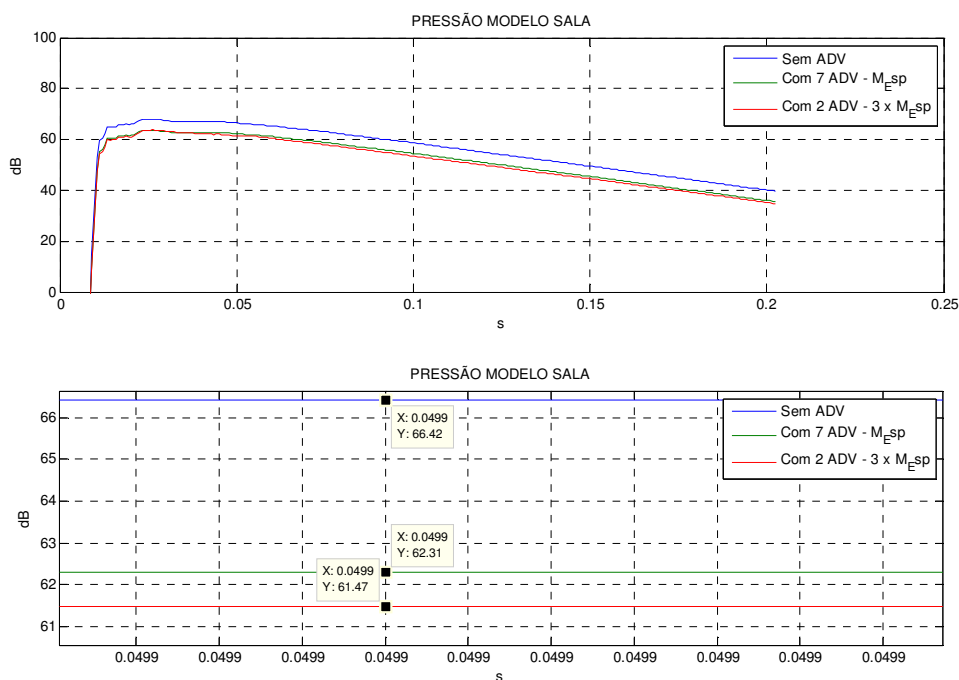


Figura 4.21 – Comparação entre a Pressão Sonora (Db) em uma Sala, com a laje: sem ADV e com sete ADV's com fator de perda de 0,2 e diferentes valores para massa.

Valores muito inferiores aos obtidos com a instalação de Dois ADV's com massa de 19,91 Kg (16 Db). Confirmando a forte influência do acréscimo de massa para se obter redução na vibração da laje e, conseqüente, transmissão de ruído para dentro do ambiente. Pois assim como ocorreu nas simulações que envolveram apenas a laje com dois e sete absorvedores dinâmicos de vibração instalados, ocorreu também com as simulações que envolveram o ambiente modelado em elementos finitos, à situação com dois ADV's de massa mais elevada produziram maior redução na vibração e ruído transmitido.

Como pode ser verificado pela análise de resultados e gráficos apresentados nas Fig. 4.19 e Fig. 4.21, a instalação de absorvedores dinâmicos de vibração em uma laje apresenta como resultados a redução tanto nos níveis de pressão sonora, bem como da sensação auditiva do ser humano no interior do ambiente.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

A proposta deste trabalho foi o de verificar a possibilidade de se utilizar Análise Modal Operacional (AMO) com excitação transiente para se obter os parâmetros modais de uma estrutura, em termos específicos, uma laje de edifício, e construir seu modelo modal. A partir deste modelo, denominado sistema primário, projetar Absorvedores Dinâmicos de Vibração (ADV) os quais, ao serem inseridos na estrutura modelada, sistema composto, causariam a redução na amplitude de vibração do modelo. Sendo o objetivo final a atenuação do ruído gerado por esta vibração dentro de ambientes que possuam cobertura com laje.

Ao final do estudo foi comprovada a proposição inicial e algumas conclusões foram obtidas ao longo do trabalho realizado:

- a. com a técnica AMO com excitação transiente é possível caracterizar uma estrutura, sendo a principal vantagem a facilidade de se produzir este tipo de excitação em comparação com a excitação do tipo ruído branco, principalmente no objeto deste estudo;
- b. o estudo sobre a sensibilidade da técnica demonstrou sua robustez mesmo quando existirem componentes harmônicos atuando sobre a estrutura, e sua versatilidade quanto à escolha dos pontos de fixação dos sensores;
- c. a técnica de identificação dos parâmetros modais *Stochastic Subspace Identification* (SSI), fornece com precisão satisfatória as frequências naturais, os coeficientes de amortecimento e as formas de vibrar de para uma estrutura a partir dos sinais obtidos pela AMO;

- d. foi comprovada a possibilidade de se normalizar as formas de vibrar de uma estrutura por sua matriz de massa, a partir do modelo modal construído com os sinais obtidos em uma AMO. Inserindo no modelo uma massa pontual e fazendo uso da técnica SSI;
- e. o método de cálculo adotado para projetar os ADV's, utiliza os autovetores normalizados pela matriz de massa, tendo em vista que podem ser obtidos diretamente através de uma AMO e da utilização da técnica SSI, não há necessidade de se construir o modelo da estrutura em elementos finitos para projetá-los e analisar os resultados obtidos com sua instalação;
- f. a opção pelo método desenvolvido por Espíndola, 1999, para projetar ADV, demonstrou ser adequado para instalação em lajes de edifícios, pois comprovadamente a relação entre a massa dos ADV's e da estrutura principal é insignificante;
- g. o modelo modal de uma laje de edifício possui uma enorme quantidade de modos acoplados, quando se instala os ADV's para o controle de modos específicos, na prática ocorre uma grande influência em uma ampla faixa de frequência, o que foi vantajoso para a situação em estudo;
- h. a utilização de otimização através do uso de Algoritmo Genético (AG) permitiu que se projetasse ADV's mais eficientes com frequência de sintonia distintas, seleção do local de instalação e valor de massa;
- i. em todas as simulações foi selecionado o ponto central da estrutura para instalação de um ADV, ponto de maior deslocamento, confirmando a teoria que indica a instalação nos pontos de maior deslocamento. No entanto as posições para instalação dos ADV's seguintes não foram as de maior deslocamento de acordo com o modelo da estrutura sem ADV's. Este fato ocorre devido à alteração da forma de vibrar da estrutura a partir da instalação do primeiro ADV, modificando a posição dos pontos de maior deslocamento;
- j. a instalação de ADV's em uma laje de edifício reduz a amplitude de vibração da estrutura e esta redução provoca atenuação na pressão sonora audível para o ser humano dentro dos ambientes cobertos por esta laje.

De acordo com o estudo realizado podem ser desenvolvidos futuros trabalhos para dar continuidade à pesquisa:

- a. construção de uma estrutura real onde sejam instalados os ADV's e realizadas experimentalmente as aquisições dos sinais, tanto de vibração da laje como da pressão sonora no ambiente;
- b. estudo sobre a relação entre o fator de perda do material viscoelástico e a massa do ADV pode produzir um equipamento de massa menor, visto que ao se reduzir o fator de perda do material viscoelástico, ocorreu uma acentuada redução na amplitude de vibração da estrutura.

BIBLIOGRAFIA

AENLLE M. L.; BRINCKER R.; FERNÁNDEZ F. P; CANTELI A. F. **Load Estimation from Modal Parameters**. 2009. Disponível em: < http://vbn.aau.dk/files/10324668/load-estimation-from_modal-parameters.pdf>. Acesso em: 20 de out. 2010.

AENLLE M. L.; FERNÁNDEZ F. P; BRINCKER R.; CANTELI A. F. **SCALING FACTOR ESTIMATION USING OPTIMIZED MASS CHANGE STRATEGY. PART 1: THEORY**. 2009. Disponível em: < <http://vbn.aau.dk/files/10367995/scaling-factor-estimation-1-theory.pdf>> . Acesso em: 20 de out. 2010.

ALVES M. T. S. **AVALIAÇÃO NUMÉRICA EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS ERA E ERA/OKID PARA A IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS**. 2005. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

HP. **The Fundamentals of Signal Analysis**. Application Note 243. Hewlett-Packard Co, 1/95, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos**. NBR-6118, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Níveis de ruído para conforto acústico**. NBR-10152, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Acústica – **Avaliação dos ruídos em áreas habitadas**. NBR-10151, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Edifícios habitacionais de até cinco pavimentos - Desempenho**. NBR-15575, 2008.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J, **A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity**. Journal of Rheology. Vol. 27(3), pp. 201-210, 1983.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J, **On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior** Journal of Rheology. Vol. 30(1), pp. 133-135, 1986.

BARROS, M. B. **Proposição, avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibração multimodal**, 2009. 80 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

BATTISTA, R. C.; VARELA, W. D, **Medidas Corretivas para Vibrações de Painéis Contínuos de Lajes de Edifício**. In: XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, 2002, TRB0282, Brasília, DF.

BAVASTRI C. A, **REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES DE BANDA LARGA EM ESTRUTURAS COMPLEXAS POR NEUTRALIZADORES VISCOELÁSTICOS**, 1997. 177 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

BAVASTRI, C. A.; DA SILVA C. T.; PEREIRA J. T, **POSICIONAMENTO E PROJETO ÓTIMOS DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS VISCOELÁSTICOS ATUANDO EM ESTRUTURAS COM ELEVADA DENSIDADE E ACOPLAMENTO MODAIS**, CONEM, 2006;

BAVASTRI, C. A.; DA SILVA C. T.; PEREIRA J. T, **OPTIMAL DESIGN AND LOCATION FOR A VISCOELASTIC DYNAMIC NEUTRALIZER SYSTEM USING GENETIC ALGORITHM**, 18^o International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto-MG, 2006.

BAVASTRI, C. A.; DOUBRAWA, F. J.; ESPÍNDOLA, J. J, **MODELO GERAL DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS PARA CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES E RUÍDOS: PARÂMETROS EQUIVALENTES GENERALIZADOS**, CMNE/CILAMCE, Portugal, 2007.

BAVASTRI, C. A.; ESPÍNDOLA, J. J.; TEIXEIRA, P. H, **A Hybrid Algorithm to Compute the Optimal Parameters of System Viscoelastic Vibration Neutralisers in a Frequency Band**. Disponível em:< <http://www.pessoal.utfpr.edu.br/bavastri/arquivos/arquivo8.pdf>>, acesso em 30/03/2010.

BISTAFÁ, S. R. **Acústica aplicada ao controle de ruído**. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

BORGES R. A. **Contribuição ao Estudo dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações não-Lineares**, 2008. 154 f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

BRINCKER R.;ANDERSEN P. **A way of Getting Scaled Mode Shapes in Output Only Modal analysis**. International Modal Analysis Conference (IMAC), Fev, 2003.

BRINCKER R.;ANDERSEN P. Understanding Stochastic Subspace Identification. Disponível em: http://vbn.aau.dk/files/9172771/Understanding_Stochastic_Subspace_Identification acesso em 20/03/2010.

BRAUN, S., **Mechanical Signature Analysis – Theory and Aplications**. 1986, Ed. Academic Press, London.

BRÜEL & KJAER. (2011F). **3560-L PULSE Card and PULSE Lite Software**. Disponível em: <<http://www.bksv.com/doc/bp1967.pdf> > acesso em 17 de Março de 2011.

BRÜEL & KJAER. (2011C). **4514 Accelerometers**. Disponível em: <<http://www.bksv.com/doc/bp2066.pdf> > acesso em 16 de Março de 2011.

BRÜEL & KJAER. (2011E). **8206-003 Impact hammer**. Disponível em: <<http://www.bksv.com/doc/bp2078.pdf> > acesso em 17 de Março de 2011.

CAETANO, E.; MAGALHÃES, F.; CUNHA, A.; FLAMAND, O.; GRILLAUD, G. **Comparison of stochastic identification methods applied to the natural response of Millau Viaduct**. Disponível em:< ftp://ftp.fe.up.pt/pub/Dec/filipema/public/FCT_WindOMA/ref_4.pdf > acesso em 18/01/2010.

COAN, J. J. **Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica utilizando Neutralizadores Viscoelásticos e Filtros Adaptativos: Caso Harmônico**. 2005. 115 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

CECCON, E. R. **Controle de Vibração Torcional Usando Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos**. 2008. 170 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba.

CHEN J., Li J. **Simultaneous Identification of Structural Parameters and Input Time History from Output-only Measurements**, Computational Mechanics 33, Springer- Verlag, p.365-374, 2004

CRUZ, S. L. M. **Estudo de Técnicas de Análise Modal Operacional em Sistemas Sujeitos a Excitação Aleatória com a Presença de Componentes Harmônicos**. 2006. 133 f. Universidade Federal do Pará, Belém.

CUNHA Jr. S. S. **Avaliação Numérica e Experimental de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. 2004. Tese de Doutorado - Universidade federal de Uberlândia, Uberlândia.

DA SILVA, C. T. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos** . 2005. 155 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba,.

DAYOU, J. **Fixed-points theory for global vibration control using vibration neutralizer**. *Journal Sound and Vibration*, v. 292, p. 765-776, 2006.

De JONG, K. A. **An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive system**. Doctoral dissertation, University of Michigan, 1975.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**, 4th edition. Mcraw-Hill, New York, 1956.

DUARTE E. A. C.; VIVEIROS E. B. **Sound insulation performance of Brazilian dwellings from colonial ages to contemporary architecture**. Inter-noise, Rio de Janeiro, Brazil, 2005.

DUARTE M. A. V.; BARRETO R. **Curso básico de análise de sinais**, 2009. 48 f. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA, H. P. **Modal Reduction of Vibration by Dynamic Neutralizers: A General Approach**, Proceedings of 10th International Modal Analysis Conference, pp. 1367-1373, San Diego, USA, 1992.

ESPÍNDOLA, J. J. **Passive control of structure with viscoelastic device**, 1999, Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, vol. 01, PP. CD-R.

ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A.; LOPES, E. M. O. **On the passive control of vibration with viscoelastic dynamic absorbers of ordinary an pendulum types.** ScienceDirect, Journal of the Franklin Institute, 2009.

EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory and Practice.** Somerset, England: Research Studies Press LTD, 1994.

FERNANDES, F. V. **Diagnose de Falhas Via Observadores de Estado em Sistemas Mecânicos com Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Tipo Lâmina Vibrante.** 2008. 167 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

FERNÁNDEZ, P.; REYNOLDS, P.; AENLLE, M. L. **Scaling Mode Shapes in Output-Only Systems by a Consecutive Mass Change Method.** Experimental Mechanics, Vol. 51, 2010.

FERNÁNDEZ, P. F.; AENLLE, L. M.; GARCIA, L. M. V.; BRINCKER, R. **Scaling Factor Estimation Using Optimized Mass Change Strategy. Part 2: Experimental Results.** 2005. Disponível em:< <http://vbn.aau.dk/files/10368159/scaling-factor-estimation-2-experimental.pdf>>, acesso em 18/05/2011.

FERRAZ, R. **Atenuação de ruído de impacto em pisos de edificações de pavimentos múltiplos.** 2008. 156 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

FLOODY, S.; ARENAS, J. P. **Sub structural Coupling Using Generalized Equivalent Quantities.** Inter-noise, Rio de Janeiro, Brazil, 2005.

FRAHM, H., **Device for damping vibration of bodies.** US Patent 989, 958, 1911.

FREITAS, T. C. **Identificação de Parâmetros Modais Utilizando Apenas as Respostas da Estrutura.** 2008. 133 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

GERGES, S. N. Y. **Estado da Arte para Solução dos Problemas Vibroacustica por Métodos Numéricos.** Acustica 2000, Florianópolis, SC, 2000.

GOLDBERG, D. E.; RICHARDSON, J. **Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization**. International Conference on Genetic Algorithms, 2, 1987, pp. 41-49.

GOLDBERG, D. E., **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**, Addison-Wesley, 1989, 1st USA, 372 pp.

HALVORSEN, W. G.; BROWN D. L. **Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing**. Sound and Vibration, November, 1977, pp. 8-21.

HERLUFSEN, H.; MOLLER, N. **Identification Techniques for Operational Modal Analysis – An Overview and Practical Experiences**. , 2006 Disponível em:< <http://sem-proceedings.com/24i/sem.org-IMAC-XXIV-Conf-s46p02-Identification-Techniques-Operational-Modal-Analysis-An-Overview.pdf>>, acesso em 08/04/2011.

HERMANS, L.; AUWERAER, V. D. **Modal testing and analysis of structures under operational conditions: industrial applications**. Mechanical Systems and Signal Processes, London, 1999, 13 (2), p. 193-206.

HOLLAND, J. H, **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. Ann Arbor, The University of Michigan Press. , 1975, pp. 11-47.

HOWARD, C. Q.; HANSEN, C. H.; ZANDER, A. C. **Optimisation of Design and Location of Acoustic and Vibration Absorbers Using a Distributed computing Network**. University of Adelaide, Australia, 2005.

HUDENSKI, R. A. **PROJETO ÓTIMO DE UM NEUTRALIZADOR DINÂMICO HÍBRIDO ELETRO-VISCOELASTICO PARA CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURA COM MULTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE**, 2008. 126 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Tecnológica do Paraná, Curitiba.

IGLESIAS, A. M. **Investigating Various Modal Analysis Extraction Techniques to Estimate Damping Ratio**. Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2000.

ISO 10.112 – **Damping materials – Graphical presentation, of the complex modulus.** ISO 1991.

JEONG, J. H.; YOO, S. Y.; JEON, J. Y. **The effect of reinforcement slab and beam on heavy-weight impact sound.** Inter-noise, Rio de Janeiro, Brazil, 2005

JAMES, III G. H.; CARNE, T. G.; LAUFFER, J. P. **The Natural Excitation Technique (NExT) for Modal Parameter Extraction from Operating Wind Turbines.** Sandia National Laboratories, California, 1993.

KUIK, S. S.; HOWARD, C. Q.; HANSEN, C. H.; ZANDER, A. C. **Tuned vibration absorbers for control of noise radiated by a panel.** University of Adelaide, Australia, 2009.

LIMA, A. M., Rade D. A.. **Estudo Analítico e Experimental de Um Absorvedor Dinâmico de Vibrações Pendular.** Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2001.

LONG, M. **Architectural Acoustics.** Burlington: Elsevier Academic Press, 2006.

LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A.; ESPÍNDOLA, J. J.; NETO, J. M. S. **Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros por Derivadas Generalizadas.** 2007, Disponível em: <<http://www.ppgem.ct.utfpr.edu.br/lavib/arquivos/arquivo9.pdf> > acesso em 23/09/ 2010.

MAGALHÃES, F.; CAETANO, E.; CUNHA, A. **Operational modal analysis of the Braga sports stadium suspended roof.** International Modal Analysis Conference – IMAC, St. Louis, 2006.

MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. **Modal analysis identification techniques.** Philosophical Transactions of The Royal society, 2001.

MAKRIS, N. **Three-dimensional constitutive viscoelastic laws with fractional order time derivatives.** Journal of Rheology, vol 41, n° 5, p 1007-1020, 1997.

MAO, J. **Finite element study on impact sound transmission through a floating floor,** 2007, Journal of Chongqing University: English Edition, 6(3), p.213-220.

MARQUES, R. F. A. **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**, 2000, 120f, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

MARTINS, L. A. C.; SAHB, C. A. S.; NETO, M. F. F., **Conforto acústico de apartamentos residenciais quanto ao ruído de impacto**. Conferência Latino Americana de construção Sustentável, 1, Encontro Nacional do Ambiente Construído, 10, Anais, São Paulo, 2004.

MIN, Z.;FAN, S.; HUAHAI, C. **Operational Modal analysis Schemes Using Correlation Techniques**. Acta Mecanica Solida Sinica, vol. 18, N° 1, AMSS Press, China, 2005.

MOHANTY, P., RIXEN, D. J. **Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Excitation**, ScienceDirect, 2002, Journal Sound on Vibration, 270, pp. 93-109.

NETO, M. F. F.;BERTOLI, E. R. **Conforto Acústico entre unidades Habitacionais em Edifícios Residenciais de São Paulo**, Brasil. In: ACUSTICA 2008, Coimbra, 2008.

NUNES, M. A. A.; DUARTE, M.A. V. **Transient Analysis of Great Concrete Structure Using the Finite Element Technique**, 2005, Internoise Environmental Noise Control, Rio de Janeiro.

NUNES, O. A. J, **IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS UTILIZANDO APENAS AS RESPOSTAS DA ESTRUTURA – IDENTIFICAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO**, 2006, 111 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

OLIVEIRA, A. **Adição de Amortecimento Estrutural Usando Materiais Viscoelásticos**. 2006, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.

OSPINA, C. S **Otimização de Amortecedores de Massa Sintonizados, Múltiplos e Interligados, para Controle de Vibrações em Edifícios Altos**, 2008, 81 f. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.

OVERSCHEE, V. P.; Moor B. **Subspace identification for linear systems: theory – implementation – applications**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.

PARLOO, E.; Guillaume P.; Anthonis J.; Swevers J. **Identification Techniques, Part 2: Sensivity-based Shape Normalisation**. Elsevier, Biosystem Engineering, Vol. 85, 2003.

PARLOO, E.; Cauberghe B.; Benedettini R.A.; Guillaume P. **Sensitivity-based operational mode shape normalization: Aplication to a bridge**. Elsevier, Mechanical Systems and Signal Processing, 2004.

PATRICIO, J. **Can bean-block floors be considered homogeneous panels regarding impact sound insulation evaluation?**. Building Acoustic, v.8,London, n.3, 2001.

PRITZ, T. **Analisis of four-parameter fractional Derivate Model of Real Solid Materials**, Journal Sound and Vibration, vol. 195, pp 103-115, 1996.

RAMSEY, K. A. **Effective Measurements for Structure Dynamic Testing – Part I**. Sound and Vibration, November, pp. 24-35, 1975..

RAMSEY, K. A. **Effective Measurements for Structure Dynamic Testing – Part II**. Sound and Vibration, v. 10, n. 4, pp. 18-31, 1976.

RINDEL, J. H. **Sound Insulation of Building**. The International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, 36, Istambul, 2007.

SAIDI, I.; Gad E. F.; Wilson J. L.; Haritos N. **Innovative Passive Viscoelastic Damper to Suppress Excessive Floor Vibrations**. Astralian Earthquake Engineering Society conference, 2008.

SALDARRIAGA, M. V. **Atenuação de Vibrações em Máquinas Rotativas Flexíveis Usando Materiais Viscoelásticos nos Suportes**. , 2007, 120 f.Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, MG.

SANT'ANNA, R. **Análise de Acidente com Rotor**. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2007.

SANTOS D. S. S. **Análise Numérica de Controle de Vibrações em Lajes de Edifício Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados**, 2009,171 f., Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.

SCIONTI, M.;Lanslots J. P. **Stabilisation diagrams: Pole identification using fuzzy clustering techniques**. Elsevier – Advances Engineering Software, 2005, Essex, v. 36, p. 768-779.

SILVA, B. E. P., Pereira J. A., Freitas T. C. **INFLUÊNCIA DOS COMPONENTES HARMÔNICOS NA ANÁLISE MODAL OPERACIONAL DE UM SISTEMA MASSA-AMORTECEDOR-MOLA DE 5 GL(s)**, 7º Brazilian Conference on Dynamics, Control and Application, UNESP, 2008.

SNOWDON, J. C. **Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems**. New York: John Wiley and sons Inc., 1968.

SOEIRO, N. S. **ANALISE MODAL EXPERIMENTAL** , Apostila, UFPA, 2001, 61 f..

SOUZA, F. P. Efeitos da Poluição Sonora no Sono e na Saúde Geral – Ênfase Urbana. **Revista Acústica e Vibrações**. 10ed. 1992.

SUN, H. L.; ZHANG, P. Q.; CHENG, H. B.; ZHANG, K.; GONG, X. L. **Aplication of dynamic vibration absorbers in structural vibration control under multi-frequency harmonic excitations**. Science Direct, applied acoustics 69, 2007, p. 1361-1367.

VIEIRA, T. L. **Otimização de Sistemas de Risers para Exploração de Petróleo Offshore através de Algoritmos Genéticos Paralelos**. , 2008, 103 f. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

VIGUIÉ, R.; KERSCHEN, G. **Nonlinear vibration absorber coupled to a nonlinear primary system: A tuning methodology**. *Journal of Sound and Vibration* , 780-793, 2009.

WONG, W. O.; CHEUNG, Y. L. **Optimal design of a damped dynamic vibration absorber for vibration control of structure excited by ground motion**. ScienceDirect, engineering Structure, 2007.

YANG, H; LI, H;HUANG, W. **Experimental modal anlysis of offshore platform under operational conditions**. Journal of Vibrations and Shock, 2005, v. 24, n. 2, p. 129-133.

ZHANG, L.; BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. **An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues,** Disponível em:<
http://www.svibs.com/solutions/literature/2005_10.pdf > acesso em 19/01/2010.

ZHANG, L.; BRINCKER R.; ANDERSEN, P. **MODAL INDICATORS FOR OPERATIONAL MODAL IDENTIFICATION,** Disponível em:<
http://www.svibs.com/solutions/literature/2005_10.pdf >acesso em 12/01/2010.