

**NÚBIA DOS SANTOS SAAD FERREIRA**

**SISTEMAS ESTRUTURAIS EM FORMATO DE  
ABÓBADA RETICULADA**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**2012**

**NÚBIA DOS SANTOS SAAD FERREIRA**

**SISTEMAS ESTRUTURAIS EM FORMATO DE ABÓBADA  
RETICULADA**

**Tese** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTORA EM ENGENHARIA MECÂNICA.**

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações

Orientadora: Profa. Dra. Sonia Aparecida Goulart de Oliveira (FEMEC-UFU)

Coorientador: Prof. Dr. Carlito Calil Junior (EESC-USP)

**UBERLÂNDIA - MG**

**2012**

*À minha filha Gabriela, com muito amor!*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pelo milagre da vida, à minha família, pelo seu imensurável amor, e aos que comigo estiveram ao longo desta jornada.

À minha orientadora, Profa. Sonia Aparecida Goulart de Oliveira, pela acolhida e amizade, e pelo desmedido apoio a mim ofertado, elemento essencial ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador, Prof. Carlito Calil Júnior, pela importante participação em minha formação acadêmico-profissional e por seu constante apoio.

Às amigas Kelly e Lucimara, secretárias do Programa de Pós-Graduação da FEMEC, por sua atenção e pronta disponibilidade a nos atender.

Aos colegas da Sala FEMEC-CIMNE, pela amizade, união e momentos de descontração.

À Universidade Federal de Uberlândia, à Faculdade de Engenharia Mecânica e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFU, pela oportunidade de realizar este trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão da bolsa de doutorado e da taxa de bancada, para o desenvolvimento desta pesquisa.

FERREIRA, N.S.S. **Sistemas Estruturais em Formato de Abóbada Reticulada**. 2012. 101 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

## RESUMO

Os sistemas estruturais em formato de abóbada reticulada são estruturas côncavas, com modulação losangular ou triangular, capazes de gerar coberturas leves, destinadas a vencer grandes vãos. Apresentam forma geométrica favorável ao recebimento e distribuição de cargas, com predominância de solicitações axiais. De notória viabilidade técnica e econômica, propiciam racionalização no uso dos materiais, favorecendo a industrialização das construções, mediante o emprego de peças pré-fabricadas; além disso, apresentam pequenos deslocamentos nodais. A evolução histórica das abóbadas acompanhou o avanço tecnológico dos materiais estruturais (alvenaria, concreto, aço, madeira laminada colada). Enumeram-se expressivas realizações desse sistema em âmbito internacional, comprovando o seu eficiente comportamento estrutural. Todavia, no Brasil, não é prática corrente o emprego desse tipo estrutural, o que torna interessante difundir a sua utilização, por meio do desenvolvimento de metodologias de projeto, e particular interesse ao emprego da madeira, justificado por fatores de natureza econômica, ambiental e social. Foi feita uma análise de sensibilidade para sistemas em abóbadas lamelares, utilizando-se técnicas de planejamento de experimentos, de superfícies de resposta e da Metodologia Taguchi. A partir desse estudo, foram mensuradas as variações ocorridas no comportamento estrutural, em relação a esforços atuantes nas barras (força axial e momentos flettores) e deslocamentos nodais da estrutura global, mediante perturbações ocorridas nas variáveis significativas intervenientes. Os resultados mostram que o vão é a variável que mais influencia nos valores dos esforços, sendo a altura da lamela a que maior impacto causa nos deslocamentos nodais. Além disso, foi implementada uma metodologia para a obtenção de superfícies de resposta, que consideram as verificações de segurança para estados limites últimos e de utilização, com base na norma brasileira NBR 7190 – Projetos de estruturas de madeira, que visam auxiliar o calculista na concepção de estruturas com valores ótimos para as variáveis de projeto. Os resultados mostraram que esses sistemas têm todas as vantagens com a madeira e são seguros para projeto e construção de estruturas em abóbadas de madeira no Brasil.

---

**Palavras chave:** Abóbada reticulada. Cúpula. Planejamento de experimentos. Sensibilidade estrutural. Metodologia Taguchi.

FERREIRA, N.S.S. **Structural Systems with Reticulated Vault Shape**. 2012. 101 f.  
Doctoral Thesis – Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG.

## ABSTRACT

The structural systems with reticulated vault shape are concave structures, having a diamond or triangular shape and capable of generating light roofs designed to overcome large spans. They have a favorable geometric shape to receive and distribute loads, with predominant axial efforts. They have a remarkable technical and economic viability, since they allow rational use of materials, promoting the industrialization of buildings, with the use of prefabricated spare parts and they also have small nodal displacements. The vault historical evolution followed the technological advances of structural materials (masonry, concrete, steel, glued laminated wood). Significant achievements are worldwide listed which proves its efficient structural behavior. This kind of structure, however, is not normally employed in Brazil and, in this way, this work aims to present the technical characteristics and design methodologies with particular interest in the use of wood being justified by economic, environmental and social factors. We conducted a sensitivity analysis for lamellar vault systems using experimental planning techniques, response surface and Taguchi Methodology. From this study, we measured the structural behavior variations regarding active efforts on the bars (axial force and bending moments) and overall structure nodal displacements by significant disturbances occurred in the intervening variables. The results show that the span is the design variable of greater influence on the effort values, having the lamella height as the highest impact caused onto the nodal displacements. In addition, a methodology to obtain the response surfaces was implemented. It considers security checks for ultimate limit states and use based on the Brazilian standard NBR 7190 – Timber structures design, which are intended to assist in calculating the design of structures with optimal values for design variables. The results showed that this structural systems have all the advantages with wood materials and a reliable system for design and construction of vault timber structures in Brazil.

---

**Keywords:** *Reticulated vault. Dome. Experimental planning. Structural sensitivity. Taguchi Methodology.*

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b>	Abóbada lamelar de quatro águas em madeira, construída em Curitiba, pela empresa “Hauff”, em 1927.	<b>6</b>
<b>Figura 2.2</b>	Abóbada lamelar em formato de arco gótico, construída em madeira.	<b>6</b>
<b>Figura 2.3</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, construída no Rio de Janeiro pela empresa “Sociedade Tekno Ltda.”, em 1950.	<b>6</b>
<b>Figura 2.4</b>	Protótipo de abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, construído no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira LaMEM - EESC - USP. Área coberta: 5 m x 4 m.	<b>7</b>
<b>Figura 2.5</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica de madeira, construída em São Paulo em 1950.	<b>9</b>
<b>Figura 2.6</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira construída pela empresa paulistana “Sociedade Tekno Ltda.” em sua sede, em 1950. Dimensões em planta 25 m x 40 m.	<b>10</b>
<b>Figura 2.7</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica de madeira, construída na década de 50 pela empresa “Callia e Callia Ltda.”, em Piracicaba – SP. Área coberta: 37 m x 75 m.	<b>11</b>
<b>Figura 2.8</b>	Abóbada lamelar cilíndrica em madeira construída para um hangar em Heston, Middlesex, EUA.	<b>12</b>
<b>Figura 2.9</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, do ginásio “Sports Arena” - EUA.	<b>12</b>
<b>Figura 2.10</b>	Abóbada lamelar semicilíndrica em aço, construída na cobertura de um edifício em Paris, para uma quadra de tênis.	<b>12</b>
<b>Figura 2.11</b>	Estrutura lamelar em aço para cobertura de uma estação rodoviária em Belfast, Irlanda, com vão de 24 m.	<b>13</b>
<b>Figura 2.12</b>	Representação de alguns arranjos de malhas triangulares empregados em cúpulas esféricas.	<b>14</b>
<b>Figura 2.13</b>	Duas das maiores cúpulas em alvenaria mais conhecidas mundialmente.	<b>16</b>
<b>Figura 2.14</b>	Duas das maiores cúpulas em concreto armado.	<b>16</b>
<b>Figura 2.15</b>	Duas das maiores cúpulas em aço mais conhecidas mundialmente.	<b>17</b>
<b>Figura 2.16</b>	Duas das maiores cúpulas em madeira laminada colada (MLC).	<b>19</b>
<b>Figura 2.17</b>	Representação da malha da cúpula de Tacoma.	<b>21</b>

<b>Figura 2.18</b>	Alguns detalhes da construção da cúpula de Tacoma.	<b>22</b>
<b>Figura 2.19</b>	Pré-montagem de um trecho triangular, onde se visualiza a fixação das terças entre duas vigas principais, cujas extremidades estão fixadas no conector metálico.	<b>23</b>
<b>Figura 2.20</b>	Conectores de aço utilizados nas ligações entre as vigas principais da malha.	<b>24</b>
<b>Figura 2.21</b>	Posicionamento dos trechos triangulares na estrutura de apoio de contorno.	<b>25</b>
<b>Figura 2.22</b>	Vista da malha durante a sua montagem.	<b>25</b>
<b>Figura 2.23</b>	Vista inferior de uma ligação interna da malha reticulada.	<b>25</b>
<b>Figura 2.24</b>	Vista inferior da cobertura com as placas de forro executadas nos dois primeiros anéis da malha triangular principal.	<b>26</b>
<b>Figura 2.25</b>	Trecho do telhado mostrando as telhas de madeira fixadas na trama de ripas.	<b>26</b>
<b>Figura 2.26</b>	Vista interna global da cobertura acabada.	<b>27</b>
<b>Figura 2.27</b>	Vista externa global do ginásio.	<b>27</b>
<b>Figura 2.28</b>	Vista interna da cúpula em MLC do centro de lazer “ <i>Las Arenas</i> ”, na Espanha.	<b>28</b>
<b>Figura 2.29</b>	Esquema da geometria da malha que compõe a cúpula de “ <i>Las Arenas</i> ”.	<b>29</b>
<b>Figura 2.30</b>	Tipo de nó utilizado nas uniões entre as extremidades das barras: (a) esquema de fixação dos conectores; (b) vista de um nó com conectores embutidos.	<b>29</b>
<b>Figura 2.31</b>	Representação da malha da abóbada lamelar cilíndrica.	<b>32</b>
<b>Figura 2.32</b>	Coordenadas locais referentes às extremidades das barras da estrutura.	<b>32</b>
<b>Figura 2.33</b>	Tela de entrada de dados do Gestrut para cálculo de cúpulas reticuladas.	<b>33</b>
<b>Figura 2.34</b>	Representação esquemática da malha obtida após a entrada de dados.	<b>34</b>
<b>Figura 2.35</b>	Mapeamento de esforço normal nas barras.	<b>35</b>
<b>Figura 2.36</b>	Desenho da malha deformada com deslocamentos verticais ampliados em dez vezes.	<b>35</b>
<b>Figura 2.37</b>	Tela de entrada de dados do Gestrut para cálculo de abóbadas lamelares.	<b>37</b>
<b>Figura 2.38</b>	Desenho da malha lamelar gerado após a entrada de dados.	<b>37</b>



<b>Figura 2.39</b>	Condições de extremidade das barras.	<b>42</b>
<b>Figura 2.40</b>	Representação dos eixos centrais de inércia da seção transversal da barra.	<b>43</b>
<b>Figura 3.1</b>	Função perda de qualidade de Taguchi em função da <i>performance</i> do produto.	<b>56</b>
<b>Figura 4.1</b>	Representação esquemática do modelo estrutural lamelar.	<b>70</b>
<b>Figura 5.1</b>	Representação esquemática da superfície de resposta referente à verificação da estabilidade das Dicotiledôneas, com as variáveis de plotagem: vão da abóbada [m] x altura da seção transversal das barras [cm].	<b>76</b>
<b>Figura 5.2</b>	Representação da superfície de resposta de verificação de flexocompressão das Coníferas, para o domínio: comprimento da abóbada [m] x vão da abóbada [m].	<b>76</b>
<b>Figura 5.3</b>	Representação da superfície de resposta de verificação do deslocamento nodal vertical das Coníferas, para o domínio: vão da abóbada [m] x flecha da abóbada [m].	<b>77</b>
<b>Figura 5.4</b>	Representação da superfície de resposta de verificação da estabilidade das Coníferas, para o domínio: vão da abóbada x índice de esbeltez das barras.	<b>78</b>
<b>Figura 5.5</b>	Representação da superfície de resposta de verificação do deslocamento nodal das Coníferas, para o domínio: índice de esbeltez das barras ( $\lambda y$ ) x vão da abóbada [m].	<b>79</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b>	Dados de algumas das principais cúpulas construídas em alvenaria.	<b>15</b>
<b>Tabela 2.2</b>	Dados de algumas das principais cúpulas construídas em concreto armado.	<b>17</b>
<b>Tabela 2.3</b>	Dados de algumas das principais cúpulas construídas em aço.	<b>18</b>
<b>Tabela 2.4</b>	Dados de algumas das principais cúpulas construídas em MLC.	<b>20</b>
<b>Tabela 3.1</b>	Matriz de Planejamento Fatorial $2^3$ .	<b>52</b>
<b>Tabela 3.2</b>	Arranjo ortogonal $L_4$ de Taguchi.	<b>60</b>
<b>Tabela 3.3</b>	Arranjo ortogonal $L_8$ de Taguchi.	<b>60</b>
<b>Tabela 4.1</b>	Variáveis utilizadas para a análise das abóbadas lamelares e seus níveis.	<b>65</b>
<b>Tabela 4.2</b>	Classe de resistência das Coníferas.	<b>65</b>
<b>Tabela 4.3</b>	Classe de resistência das Dicotiledôneas.	<b>66</b>
<b>Tabela 4.4</b>	Arranjo ortogonal $L_8$ de Taguchi, para as estruturas lamelares avaliadas.	<b>69</b>
<b>Tabela 5.1</b>	Variáveis não significativas para cada estado limite analisado.	<b>72</b>
<b>Tabela 5.2</b>	Quadro-resumo da porcentagem de influência de cada variável de projeto em cada uma das superfícies de resposta avaliadas.	<b>82</b>
<b>Tabela A.1</b>	Respostas obtidas referentes a cada estado limite e seus valores quadráticos, para as Coníferas.	<b>92</b>
<b>Tabela A.2</b>	Análise de Variância (ANOVA) para as Coníferas.	<b>94</b>
<b>Tabela A.3</b>	Influência percentual dos parâmetros de projeto em cada resposta estrutural considerada, para as Coníferas.	<b>96</b>
<b>Tabela A.4</b>	Respostas obtidas referentes a cada estado limite e seus valores quadráticos, para as Dicotiledôneas.	<b>97</b>
<b>Tabela A.5</b>	Análise de Variância (ANOVA) para as Dicotiledôneas.	<b>99</b>
<b>Tabela A.6</b>	Influência percentual dos parâmetros de projeto em cada resposta estrutural considerada, para as Dicotiledôneas.	<b>101</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

### Letras romanas

<b>A</b>	área, valor monetário para a função perda de Taguchi
<b>b</b>	largura
<b>C</b>	classes de resistência das Coníferas
<b>D</b>	classes de resistência das Dicotiledôneas
<b>e</b>	excentricidade, espessura
<b>E</b>	estabilidade, módulo de elasticidade
<b>f</b>	resistência da madeira, flecha da abóbada
<b>F</b>	força em geral
<b>FC</b>	flexocompressão
<b>F<sub>E</sub></b>	carga crítica de Euler
<b>h</b>	altura
<b>i</b>	raio de giração
<b>I</b>	momento de inércia
<b>I<sub>t</sub></b>	momento de inércia à torção
<b>k</b>	coeficiente de modificação ( $k_{mod1}$ , $k_{mod2}$ , $k_{mod3}$ ), fatores, constante econômica, coeficiente de perda de qualidade, coeficiente de correção
<b>ℓ</b>	comprimento
<b>L</b>	comprimento, função perda, arranjos ortogonais
<b>L<sub>0</sub> ou L<sub>fl</sub></b>	comprimento de flambagem
<b>m</b>	valor ideal para a resposta de um produto, massa, número resultante do produto entre a quantidade de níveis e de variáveis utilizados em um arranjo taguchiano
<b>M</b>	momento (em geral, momento fletor)
<b>M<sub>d</sub></b>	valor de cálculo do momento
<b>n</b>	número de elementos de uma amostra; quantidade de pinos metálicos em uma mesma linha, quantidade de ensaios de um planejamento experimental

<b>N</b>	esforço normal; quantidade de níveis de um planejamento experimental
<b>Q</b>	ação acidental (variável)
<b>R</b>	ruído
<b>S</b>	sinal
<b>S<sup>2</sup></b>	variância
<b>SS</b>	somatório dos quadrados do desvio da média total
<b>T</b>	valor alvo, nível ideal, valor nominal de um parâmetro de projeto
<b>u</b>	flecha
<b>V</b>	vão
<b>W</b>	carga do vento
<b>x</b>	variável independente, coordenada na direção do eixo da peça; eixo longitudinal da abóbada lamelar
<b>y</b>	variável dependente (resposta), eixo coordenado vertical da seção transversal da barra, medida da característica de qualidade
<b>z</b>	eixo coordenado horizontal da seção transversal da barra, braço de alavanca

## Símbolos gregos

<b><math>\alpha</math></b>	coeficiente de redução
<b><math>\beta</math></b>	ângulo interlamelar
<b><math>\Delta</math></b>	desvio aceitável para o bom desempenho de um produto
<b><math>\gamma</math></b>	coeficientes de ponderação
<b><math>\phi</math></b>	coeficiente de fluência
<b><math>\lambda</math></b>	índice de esbeltez
<b><math>\sigma</math></b>	tensão normal
<b><math>\psi</math></b>	fator de combinação para a sobrecarga

## Índices gerais

<b>c</b>	de compressão, de fluência
<b>C</b>	Coníferas

<b>d</b>	valor de cálculo
<b>D</b>	Dicotiledôneas
<b>ef</b>	efetivo
<b>g ou G</b>	para valores decorrentes de ações permanentes
<b>k</b>	característico
<b>M</b>	momento fletor
<b>N</b>	esforço normal
<b>q ou Q</b>	para valores decorrentes de ações variáveis
<b>w</b>	da madeira, de vento

## Abreviaturas

<b>ABNT</b>	Associação Brasileira de Normas Técnicas
<b>LIE</b>	Limite de especificação inferior para um determinado parâmetro de projeto
<b>LSE</b>	Limite de especificação superior para um determinado parâmetro de projeto
<b>MLC</b>	Madeira Laminada Colada
<b>MSD</b>	<i>Mean Square Deviation</i> (Desvio Médio Quadrático)
<b>S/N</b>	razão sinal/ruído ( <i>signal to noise ratio</i> ) da Metodologia Taguchi

## SUMÁRIO

<b>C A P Í T U L O I – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>C A P Í T U L O II – ESTRUTURAS EM FORMATO DE ABÓBADA RETICULADA</b>	<b>5</b>
2.1 Definição	5
2.2 Abóbadas lamelares	5
2.2.1 Histórico das estruturas lamelares	8
2.3 Cúpulas reticuladas	13
2.3.1 Cronologia da evolução das cúpulas no mundo	14
2.3.2 As maiores cúpulas em MLC	20
2.4 Cálculo de abóbadas reticuladas	30
2.4.1 Introdução	30
2.4.2 Software Gestrut	31
2.4.3 Cálculo de cúpulas	33
2.4.4 Cálculo de abóbadas lamelares	36
2.5 Carregamento e dimensionamento de abóbadas reticuladas	38
2.5.1 Ações atuantes na estrutura	38
2.5.2 Combinações das ações	39
2.5.3 Verificação dos elementos estruturais	41
2.5.4 Verificação global da estrutura	46
<b>C A P Í T U L O III – ANÁLISE DA SENSIBILIDADE</b>	<b>47</b>
3.1 Apresentação	47
3.2 Planejamento e análise de experimentos	47
3.2.1 Introdução	47
3.2.2 Planejamento fatorial	50
3.2.3 Superfície de Resposta	52
3.2.4 Metodologia Taguchi	53
<b>C A P Í T U L O IV – MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>63</b>
4.1 Introdução	63

4.2	Planejamento fatorial aplicado às estruturas lamelares .....	63
4.3	Metodologia Taguchi aplicada às estruturas lamelares .....	68
4.4	Modelo estrutural lamelar .....	69
<b>C A P Í T U L O V – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>		<b>71</b>
5.1	Introdução .....	71
5.2	Planejamento fatorial .....	72
5.3	Metodologia Taguchi.....	79
<b>C A P Í T U L O VI – CONCLUSÕES .....</b>		<b>83</b>
<b>C A P Í T U L O VII – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>		<b>85</b>
<b>C A P Í T U L O VIII – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>86</b>
<b>A N E X O A.....</b>		<b>92</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Os sistemas estruturais em estudo são reticulados em formato de abóbada, ou seja, coberturas côncavas, cuja malha é constituída por elementos de barra, que se interligam, compondo módulos que podem ser losangulares ou triangulares, gerando formas estruturais capazes de vencer grandes vãos.

As estruturas tridimensionais destinadas à cobertura de edificações, com formato em planta elíptico ou circular, tem a forma geométrica como um importante aliado, por se mostrar favorável quanto ao recebimento e à distribuição de cargas, oferecendo condições para que seus elementos trabalhem com certa uniformidade, em relação às solicitações, o que contribui para a sua padronização. Tem-se a predominância das solicitações axiais, com bom aproveitamento do material e valores de deslocamentos dos nós relativamente pequenos, em relação ao vão das abóbadas.

Existem evidências de que, em 3600 a.C., já se construíam arcos com o emprego de pedras naturais. O arco é uma das formas mais eficientes dos sistemas construtivos e, talvez, a mais antiga. Mais tarde, os romanos iniciaram a sua construção, usando misturas de materiais semelhantes ao concreto, tendo sido prática corrente a utilização de coberturas em abóbadas de alvenaria de pedras naturais e artificiais na maioria das construções religiosas, edificadas até o século XIX (TAKENAKA CORPORATION, 2011). Muitas construções antigas, como exemplo a *Pont du Gard*, na França, formada por dois níveis de arcos, permanecem em serviço, mostrando a eficiência do sistema construtivo (TIMOSHENKO, 1953).

A evolução histórica das abóbadas acompanhou o avanço tecnológico dos materiais estruturais. Após vasta utilização de alvenaria, as cúpulas foram sendo construídas em concreto armado que, por sua vez, foi praticamente substituído pelo aço, em projetos de abóbadas reticuladas, destinadas a cobrir grandes vãos. O desenvolvimento do estudo da madeira e o surgimento da madeira laminada colada (MLC) possibilitaram a execução de



peças com formatos e tamanhos antes impossíveis, tornando-as tão competitivas, quanto o aço e o concreto.

Em todos os casos, ressalva-se a vantagem da pré-fabricação dos elementos da malha, que apresentam certo grau de padronização, favorecendo a industrialização das construções (AVRAM; ANASTASESCU, 1984). A literatura é unânime em afirmar que o tipo estrutural em estudo é extremamente fácil e rápido de ser montado. Além disso, é notória a sua viabilidade técnica e econômica, pois se trata de um sistema tridimensional eficiente, que propicia a racionalização do uso de materiais.

Neste trabalho são apresentadas algumas realizações em abóbadas reticuladas, que se destacam no cenário internacional. Por meio do levantamento bibliográfico realizado, constata-se que o sistema estrutural em apreço tem sido amplamente utilizado, permitindo a execução de ousados projetos arquitetônicos.

A existência de numerosas cúpulas reticuladas, destinadas a cobrir grandes áreas, construídas em todo o mundo, comprova que as estruturas de cobertura com esse formato apresentam características vantajosas, no que diz respeito ao comportamento estrutural.

Embora exista em diversos países, uma elevada quantidade de abóbadas reticuladas, observa-se que, no Brasil, não é prática corrente o emprego desse tipo estrutural. Há, portanto, o interesse em se difundir a sua utilização, o que demanda o desenvolvimento de metodologias de projeto e construção, em conformidade com as normas brasileiras. E, nesse sentido, há particular interesse, neste trabalho, no emprego da madeira, justificado por diversos fatores de natureza econômica, ambiental e social.

No exterior, em diversas estruturas da construção civil, é maciço o emprego da madeira como material estrutural; no Brasil, com a atualização da norma para projetos de estruturas de madeira NBR7190:1997 (ABNT, 1997) e o avanço das pesquisas, acredita-se que a madeira de reflorestamento, como material estrutural, ganhe espaço no cenário nacional, não se restringindo a estruturas temporárias para fôrmas e cimbramentos, ou telhados residenciais convencionais. Nesse sentido, o presente estudo também propõe contribuições para a valorização desse material.

O uso da madeira é justificado por suas características positivas relacionadas à estética, conforto térmico e, sobretudo, pelo baixo consumo de energia necessária ao seu emprego. O aço gera, durante a sua produção, cerca de  $5300 \text{ kg/m}^3$  de dióxido de carbono, contra  $120 \text{ kg/m}^3$  do concreto e apenas  $16 \text{ kg/m}^3$  da madeira; além disso, a madeira armazena em torno de  $250 \text{ kg/m}^3$  de dióxido de carbono, absorvido durante a fase de crescimento da árvore (NATTERER, 1994).

Quando se tratam de estruturas de madeira, construídas com peças curvas, existe uma limitação, devido aos comprimentos convencionais que atingem algo em torno de

quatro metros, ou mais, mas sempre com restrições. Assim, é necessário compor a estrutura por meio de elementos de comprimentos menores, formando um conjunto reticulado de barras. Todavia, quando se deseja usar a madeira como material estrutural, mesmo em sistemas estruturais eficientes, tem-se restrições por parte dos engenheiros, uma vez que a madeira exige conhecimento mais específico, devido à sua anisotropia e, consequentemente, à variação das suas propriedades (NATTERER, 1994).

O conhecimento do comportamento estrutural das abóbadas reticuladas oferece importante contribuição ao meio técnico, pois propicia considerações bastante próximas do comportamento real da estrutura, conduzindo a um dimensionamento otimizado, o que resulta em maior economia nos projetos. Tal economia é imprescindível, principalmente quando se trata de grande volume de material utilizado, como dos sistemas em apreço, que se destinam a vencer grandes vãos.

Com este trabalho, buscou-se avaliar o comportamento estrutural das abóbadas reticuladas, mediante variações ocorridas nos parâmetros de projeto, para que se pudesse mensurar seu impacto no desempenho, tanto das barras, como da estrutura como um todo. Nessa análise de sensibilidade estrutural, foi utilizada a Metodologia Taguchi, juntamente à técnica de planejamento experimental e ANOVA de Pareto.

Além disso, foi realizado um tratamento estatístico para os parâmetros de projeto intervenientes, em busca do equacionamento das superfícies de resposta (compostas pelas variáveis significativas) relativas às verificações de estados limites últimos (resistência e estabilidade das barras) e de utilização (deslocamento vertical dos nós). Destaca-se que essas verificações foram embasadas no texto normativo da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), pois considerou-se a madeira como material estrutural. Para esse estudo, foi elaborada uma metodologia que se presta à análise de outros materiais estruturais e de textos normativos de outros países, bastando que se adequem as expressões de verificações.

Constata-se que a aplicação do planejamento estatístico, simultaneamente à Metodologia de Taguchi e da ANOVA de Pareto, constitui uma ferramenta interessante para a análise de sensibilidade estrutural de abóbadas reticuladas. Além disso, verifica-se que a metodologia desenvolvida para a automatização de verificações normativas, via equacionamentos estatísticos, permite ao projetista a obtenção de valores ótimos de parâmetros de projeto, em busca de maior economia neste.

O trabalho está estruturado nos seguintes capítulos: II – *Estruturas em Formato de Abóbada Reticulada* (levantamento de realizações mundiais em abóbadas reticuladas, informações geométricas dos arranjos de malhas, procedimentos para carregamento e cálculo, bem como verificações normativas à luz da NBR 7190:1997); III – *Análise da Sensibilidade* (fundamentos teóricos das ferramentas estatísticas empregadas e da

Metodologia Taguchi); *IV – Materiais e Métodos* (descrição da metodologia elaborada para a aplicação dos fundamentos teóricos estatísticos aos sistemas reticulados lamelares, com automatização de todos os procedimentos); *V – Resultados e Discussões* (apresentação dos equacionamentos obtidos por meio da técnica de superfícies de resposta, relacionados às verificações normativas, envolvendo as variáveis significativas referentes às estruturas lamelares; bem como dos resultados da análise de sensibilidade estrutural aplicada a tais sistemas); *V – Conclusões* e *VI – Sugestões para Trabalhos Futuros*.

## **CAPÍTULO II**

### **ESTRUTURAS EM FORMATO DE ABÓBADA RETICULADA**

#### **2.1 Definição**

Entende-se por abóbada toda estrutura côncava. Os sistemas estruturais em formato de abóbada reticulada são constituídos por elementos de barra que se interligam na superfície curva, compondo uma malha de modulação losangular ou triangular.

A abóbada se denomina cúpula quando é constituída por um arco, que gira em torno do seu próprio eixo, e cuja área coberta tem formato circular. Normalmente, sua malha possui módulos triangulares.

Já as abóbadas lamelares, cuja malha é constituída por módulos losangulares, podem cobrir áreas com formato de círculo ou de polígonos regulares. Seu desenvolvimento pode ser em arco circular, parabólico, gótico (ou ogival, em duas águas constituídas por dois arcos laterais) ou, ainda, em quatro águas.

#### **2.2 Abóbadas lamelares**

Os sistemas reticulados lamelares são constituídos por elementos de barra denominados lamelas (peças relativamente longas e com seção transversal de pequena espessura, semelhantes a tábuas) que se interligam, compondo as unidades losangulares (CALLIA, 1951). Da Figura 2.1 à Figura 2.4, tem-se exemplos de estruturas lamelares construídas em madeira serrada.

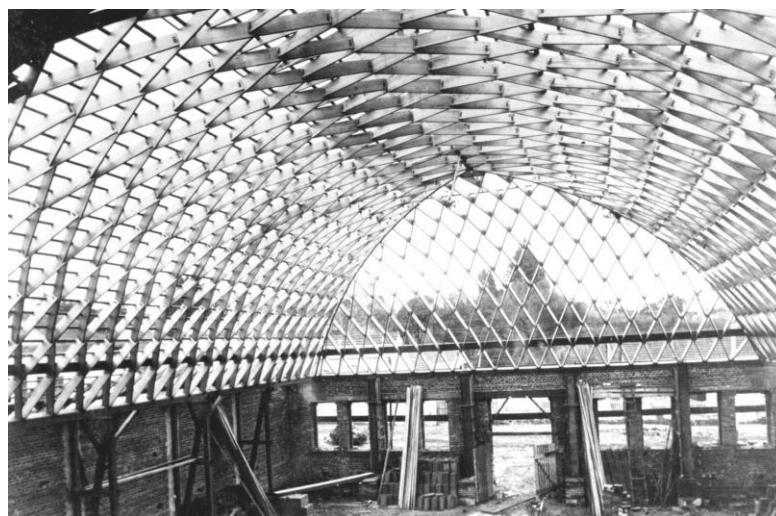


Figura 2.1 – Abóbada lamelar de quatro águas em madeira, construída em Curitiba, pela empresa “Hauff”, em 1927.

Fonte: (CESAR, 1991).

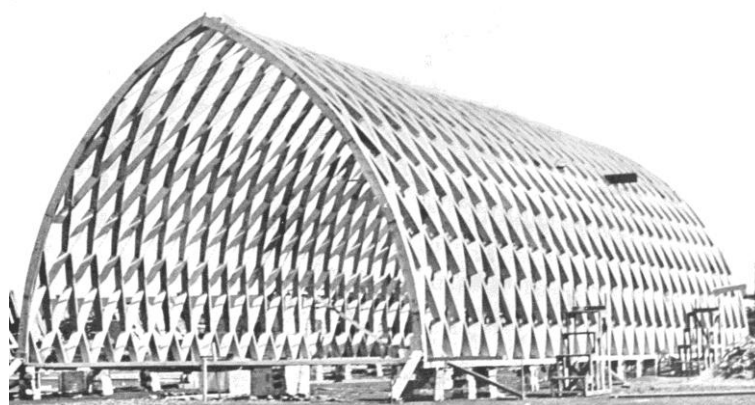


Figura 2.2 – Abóbada lamelar em formato de arco gótico, construída em madeira.

Fonte: (CASSIE; NAPPER, 1958).

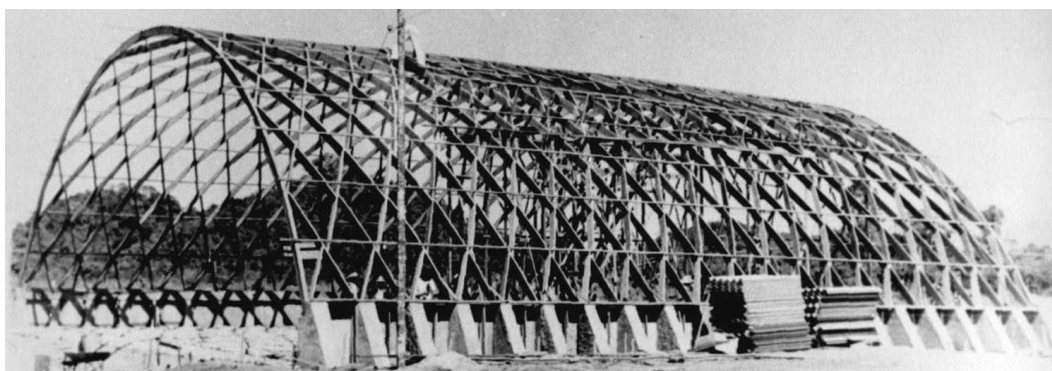


Figura 2.3 – Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, construída no Rio de Janeiro pela empresa “Sociedade Tekno Ltda.”, em 1950.

Fonte: (CESAR, 1991).



(a) vista frontal da estrutura lamelar



(b) vista global da cobertura acabada

Figura 2.4 – Protótipo de abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, construído no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira LaMEM - EESC - USP. Área coberta: 5 m x 4 m.

Fonte: (FERREIRA, 1999).

O sistema estrutural do tipo lamelar gera uma forma tridimensional leve e visualmente agradável, conjugada ao eficiente comportamento estático (abóbada), com a vantagem de uma composição harmônica de distribuição de elementos e, consequentemente, de esforços, descaracterizando planos específicos de rigidez. Podem ser destacadas outras vantagens, quanto ao uso desse tipo de estrutura:

- a principal vantagem se refere ao aspecto da industrialização das construções, já que as lamelas são padronizadas e podem ser confeccionadas em ambiente industrial;

- o sistema lamelar é de fácil e rápida montagem, e sua construção requer mão de obra com pouca especialização;
- há a possibilidade de se fixarem os elementos de vedação diretamente sobre a estrutura, dispensando-se o uso de peças intermediárias, como as terças;
- há a possibilidade de utilização de peças de comprimento reduzido, que se adapta ao caso de madeiras de florestamento, em se utilizando tal material estrutural;
- a abóbada lamelar apresenta bela superfície interna, conferida pela modulação losangular desse sistema tridimensional.

### **2.2.1 Histórico das estruturas lamelares**

O período compreendido entre o final dos anos 20 e meados dos anos 50 do século XX corresponde ao terceiro período da indústria da construção civil no Brasil, no qual o subsetor de edificações apresentou uma intensa produção. Isto ocorreu devido à mudança da economia brasileira, de agroexportadora para industrial (GRANDI, 1985).

O ramo das empresas que tinham sua produção voltada para a construção de estruturas de madeira se expandiu, muitas delas fundadas por engenheiros e/ou carpinteiros de origem europeia como, por exemplo, a empresa “Hauff”. Esses imigrantes foram responsáveis pela introdução de novos sistemas construtivos no Brasil, como o sistema lamelar.

A partir do exemplo da “Hauff”, foram surgindo várias empresas que adotaram o sistema estrutural lamelar de madeira na construção de edificações que abrangessem grandes áreas: “Sociedade Tekno Ltda.”, “Callia e Callia”, “A. Spilborghs e Cia. Ltda.”, dentre outras (CALLIA, 1951).

As estruturas lamelares foram bastante empregadas entre as décadas de 20 e 60 do século passado para cobrir ambientes que abrangessem grandes áreas, como galpões industriais, ginásios, auditórios, pavilhões de exposição, garagens, depósitos, igrejas, salões de clube, dentre outros. Segundo Lothers (1971), o sistema estrutural lamelar foi introduzido na Europa em 1908 e, nos Estados Unidos, em 1925. No Brasil, isso ocorreu em 1922 (PERILLO, 1997).

De acordo com Schurwan (1989), a cobertura do tipo lamelar em madeira foi inventada na Alemanha, para uma edificação denominada Zollinger, em 1908. A técnica construtiva deste tipo estrutural foi patenteada por uma empresa em Nova York em 1920, com franquias em 20 cidades dos Estados Unidos. O mesmo autor afirma que a mão de obra para a sua execução requer operários com pouco tempo de experiência, pois se trata de um sistema que apresenta facilidade construtiva.

Segundo Schurwan (1989), o sistema lamelar em madeira foi largamente utilizado nas décadas de 30 a 50 do século XX, quando se tinha pouca produção de aço; em 1950, grandes estruturas de cobertura passaram a utilizar elementos pré-moldados de aço, tendo se tornado mais populares que a madeira.

A Figura 2.5 mostra uma estrutura lamelar de madeira construída em São Paulo na década de 50 do século passado, pela empresa “A. Spilborghs e Cia. Ltda”.



Figura 2.5 – Abóbada lamelar semicilíndrica de madeira, construída em São Paulo em 1950. Fonte: (ESTRUTURA LAMELAR, 1951).

A empresa “Sociedade Tekno Ltda.” construiu, em 1950, uma estrutura lamelar de madeira em sua sede, na cidade de São Paulo, com dimensões de projeção horizontal de 25 m x 40 m. Alguns aspectos dessa estrutura estão apresentados na Fig. 2.6.

Cabe acrescentar que a “Sociedade Tekno Ltda.” construiu estruturas lamelares de madeira apenas de 1950 a 1955, totalizando quase 200 abóbadas lamelares semicilíndricas, a grande maioria executada no Estado de São Paulo. Além disso, ressalta-se que grande emprego do sistema lamelar por empresas brasileiras ocorreu para vãos de até 25 m, porque vãos maiores exigiam tábuas com seções especiais obtidas por encomendas, fator que acabava por encarecer a estrutura. Na década de 60, essa empresa passou a construir estruturas em aço. O emprego do aço em projetos de grandes telhados sobrepujou o da madeira, surgindo novas alternativas a sistemas estruturais para coberturas (PERILLO, 1997).





(a) aspecto geral interno

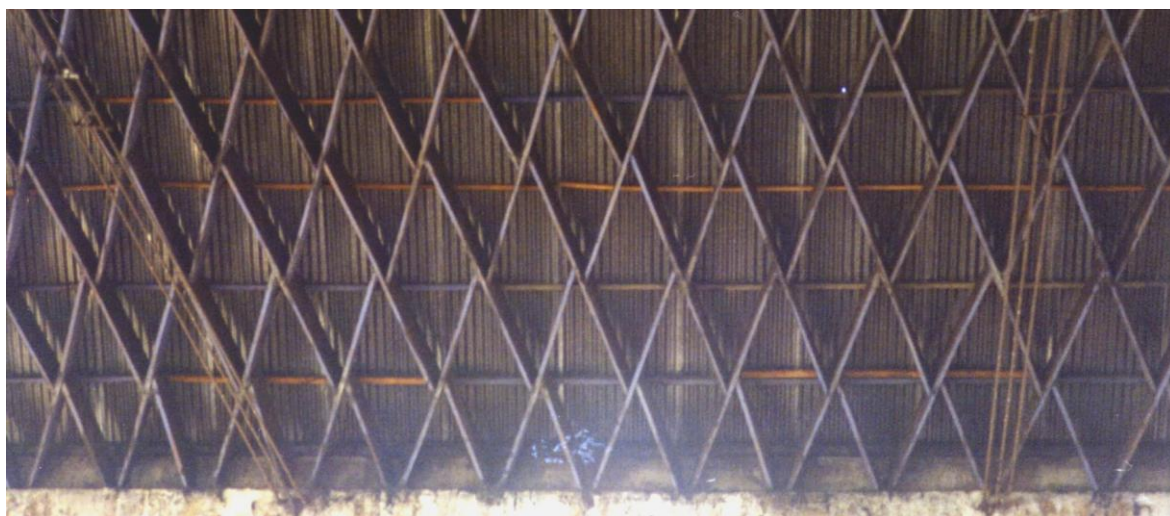


(b) vista interna da ligação interlamelar

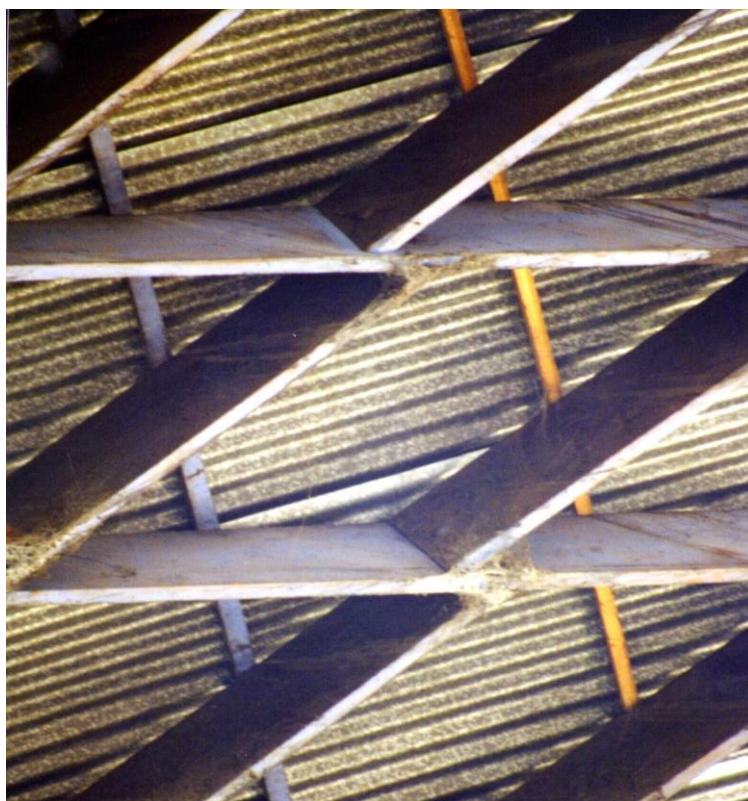
Figura 2.6 – Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira construída pela empresa paulistana “Sociedade Tekno Ltda.” em sua sede, em 1950. Dimensões em planta 25 m x 40 m.

Fonte: (PERILLO, 1997).

A empresa “Callia e Callia Ltda.” executou uma estrutura lamelar de madeira em Piracicaba–SP, na década de 50, para cobrir um armazém de açúcar (Refinadora Paulista S/A), de dimensões em projeção horizontal de, aproximadamente, 37 m x 75 m (CALLIA, 1951). Percebeu-se o bom estado de conservação das peças, e da estrutura como um todo, quando da visita realizada em agosto de 1997, embora constatando que o edifício havia sido abandonado (Fig. 2.7).



(a) vista interna de um trecho da malha lamelar



(b) vista da ligação interlamelar

Figura 2.7<sup>1</sup> – Abóbada lamelar semicilíndrica de madeira, construída na década de 50 pela empresa “Callia e Callia Ltda.”, em Piracicaba – SP. Área coberta: 37 m x 75 m.

Na Figura 2.8 até a Figura 2.11, são apresentadas algumas estruturas lamelares de madeira construídas em outros países.

---

<sup>1</sup> Fotos tiradas pela autora, em agosto de 1997, da estrutura lamelar de uma edificação abandonada, em Piracicaba – SP.



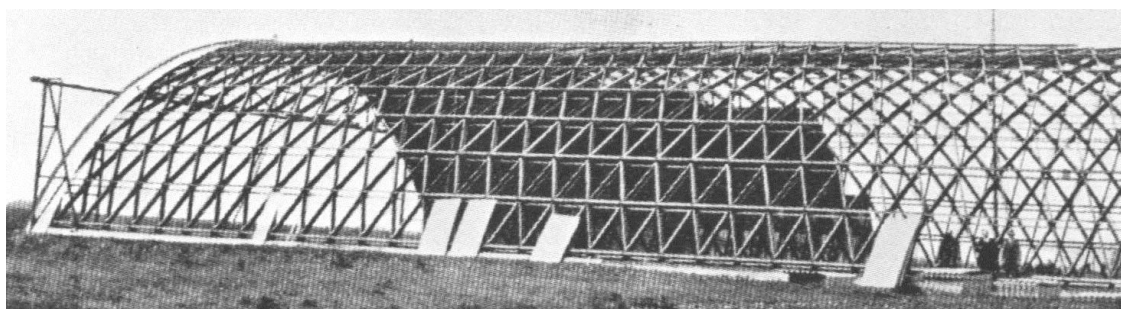


Figura 2.8 – Abóbada lamelar cilíndrica em madeira construída para um hangar em Heston, Middlesex, EUA.

Fonte: (CASSIE; NAPPER, 1958).

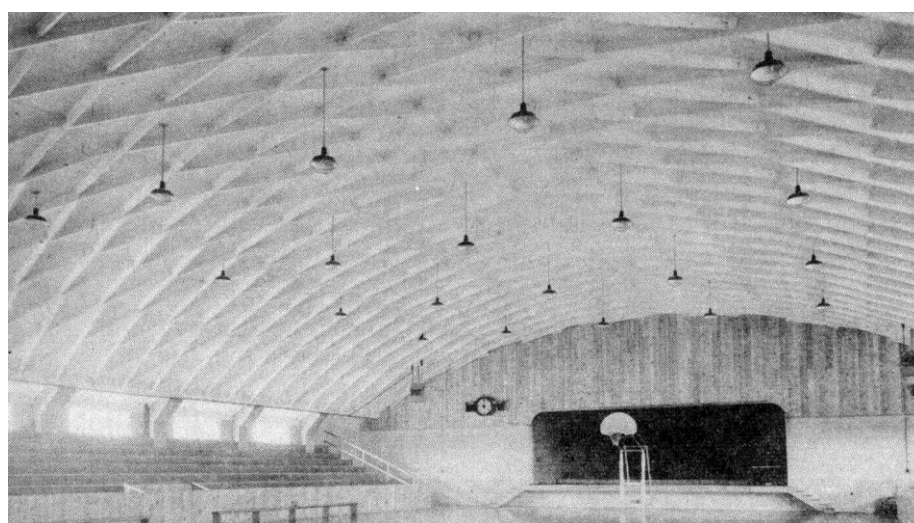


Figura 2.9 – Abóbada lamelar semicilíndrica em madeira, do ginásio “Sports Arena” - EUA.

Fonte: (LOTHERS, 1971).

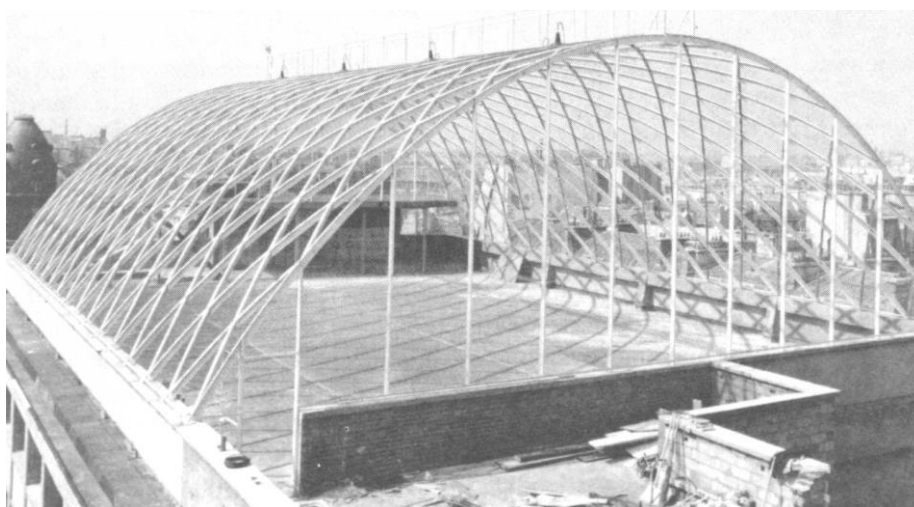


Figura 2.10 – Abóbada lamelar semicilíndrica em aço, construída na cobertura de um edifício em Paris, para uma quadra de tênis.

Fonte: (MAKOWSKI, 1985).

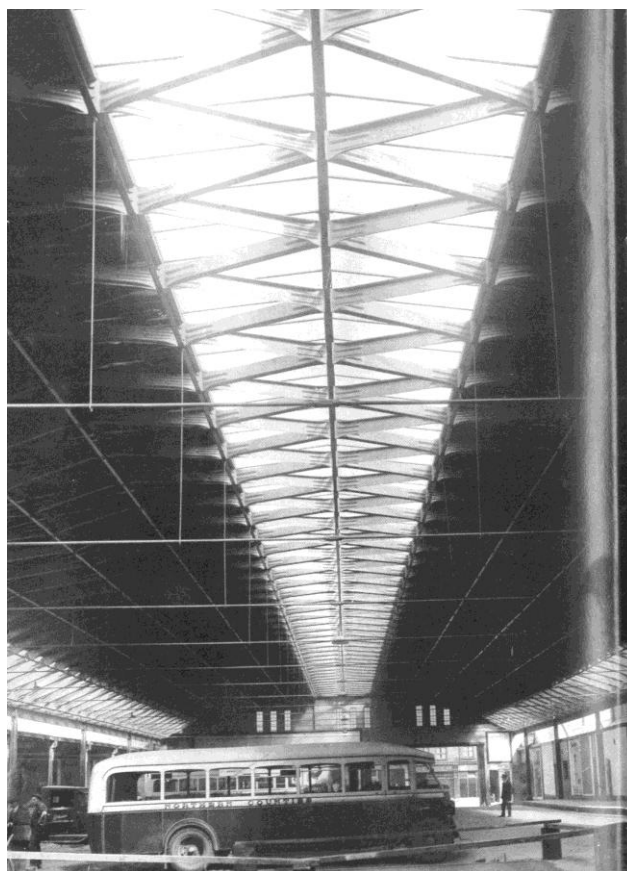


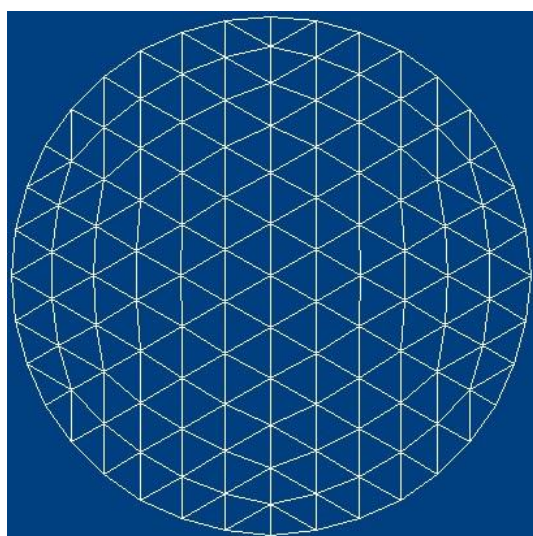
Figura 2.11 – Estrutura lamelar em aço para cobertura de uma estação rodoviária em Belfast, Irlanda, com vão de 24 m.

Fonte: (CASSIE; NAPPER, 1958).

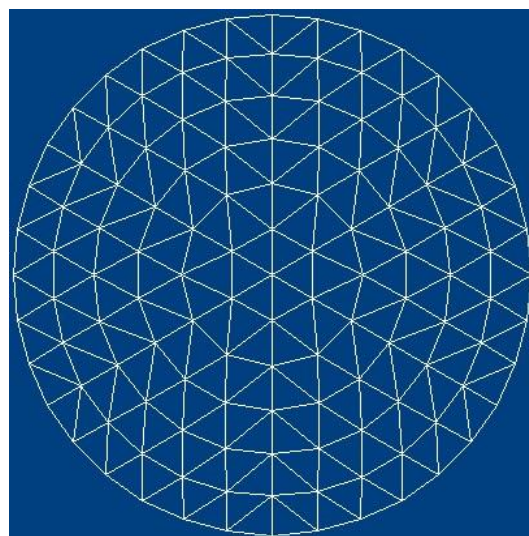
## 2.3 Cúpulas reticuladas

Constatou-se, na literatura disponível, que as cúpulas reticuladas são constituídas por malhas com modulação triangular. A Figura 2.12 ilustra quatro tipos de arranjos da malha triangular, a saber:

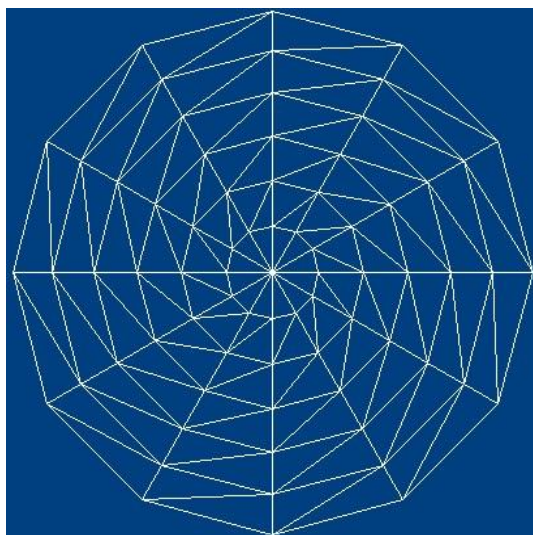
- ❶ constituída a partir de segmentos praticamente paralelos, cujas interseções formam os triângulos reticulados (Fig. 2.12-a);
- ❷ constituída por circunferências concêntricas, cujas fatias são divididas em triângulos (Fig. 2.12-b);
- ❸ caracterizada por apresentar modulação trapezoidal, dividida em dois triângulos, por meio de um segmento diagonal (Fig. 2.12-c);
- ❹ caracterizada por apresentar modulação trapezoidal dividida em quatro triângulos, por meio de dois segmentos diagonais (Fig. 2.12-d).



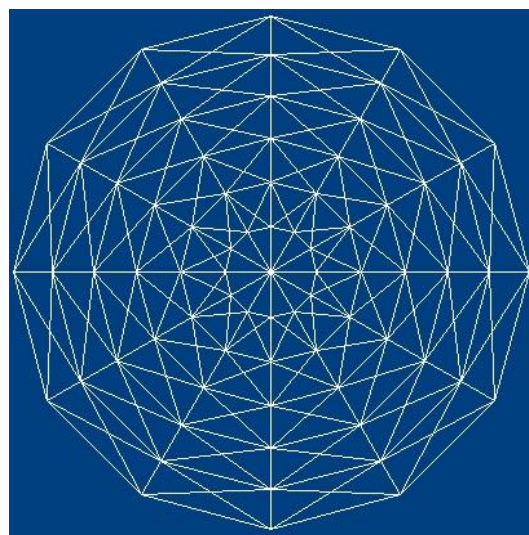
(a) malha constituída a partir de linhas praticamente paralelas



(b) malha constituída a partir de circunferências concêntricas



(c) malha com trapézios divididos por uma diagonal



(d) malha com trapézios divididos por duas diagonais

Figura 2.12 – Representação de alguns arranjos de malhas triangulares empregados em cúpulas esféricas.

### 2.3.1 Cronologia da evolução das cúpulas no mundo

Há dois mil anos, cúpulas em alvenaria tinham diâmetros inferiores a dez metros. No século XX, os projetos estruturais passaram por um rápido progresso e, com isso, foram sendo construídas, em larga escala, cúpulas de diversos tamanhos (TAKENAKA CORPORATION, 2011).

As cúpulas para grandes vãos foram surgindo paralelamente ao avanço tecnológico, notadamente o da informática, que tem possibilitado o cálculo global e a realização de estruturas tridimensionais, destinadas à cobertura de grandes áreas.

Por meio do levantamento bibliográfico realizado, constata-se que grande parte das maiores cúpulas reticuladas estão na Europa, América do Norte e Japão. Alguns exemplos são apresentados a seguir, segundo o material estrutural empregado (alvenaria, concreto, aço e madeira laminada colada).

Acrescenta-se que, segundo Takenaka Corporation (2011), com as novas tecnologias, tais como estruturas de cobertura com membranas pneumáticas e com cabo de aço protendido, tem-se conseguido executar coberturas com vãos livres superiores a 200 metros.

### ***Cúpulas em alvenaria***

Considera-se como marco na história das coberturas côncavas, o *Treasury of Atreus*, situado na cidade de Mycena, na Grécia, construído em 1400 a.C., em alvenaria, com aproximadamente 15 metros de diâmetro. Depois deste, as coberturas em formato de cúpula foram empregadas na arquitetura de praticamente todas as obras de edificação destinadas a igrejas e mesquitas, assumindo, assim, um simbolismo religioso em diversas regiões do mundo (TAKENAKA CORPORATION, 2011).

Na Tabela 2.1 estão listadas cúpulas em alvenaria com destaque mundial, com ordenação cronológica; algumas delas ilustradas na Fig. 2.13.

Tabela 2.1 – Dados de algumas das principais cúpulas construídas em alvenaria.

<b>Material</b>	<b>Denominação</b>	<b>Ano<sup>(1)</sup></b>	<b>Localização</b>	<b>Vão<sup>(2)</sup> (m)</b>
<b>Alvenaria</b>	<i>Pantheon</i>	124	Roma – Itália	43
	<i>Hagia Sophia</i>	537	Istambul – Turquia	32
	<i>Santa Maria del Fiore</i>	1420	Florença – Itália	42
	<i>San Pietro</i>	1593	Roma – Itália	42
	<i>Saint-Paul's Cathedral</i>	1710	Londres – Inglaterra	33

<sup>(1)</sup> ano de construção    <sup>(2)</sup> diâmetro da área coberta

Fonte: (TAKENAKA CORPORATION, 2011).





(a) *Santa Maria del Fiore*



(b) *Saint Paul's Cathedral*

Figura 2.13 – Duas das maiores cúpulas em alvenaria mais conhecidas mundialmente.

Fonte: (TAKENAKA CORPORATION, 2011).

### ***Cúpulas em concreto armado***

O advento do concreto armado possibilitou vencer vãos maiores, com elementos mais esbeltos que os de alvenaria. O concreto armado permite que sejam moldadas malhas em formatos e modulações variadas, com elementos estruturais reticulados, conforme ilustra a Fig. 2.14, cujas estruturas são caracterizadas na Tab. 2.2.



(a) *Palazzetto dello Sport-Small*



(b) *Norfolk Dome*

Figura 2.14 – Duas das maiores cúpulas em concreto armado.

Fonte: (COLUMBIA UNIVERSITY, 2011).

Tabela 2.2 – Dados de algumas das principais cúpulas construídas em concreto armado.

Material	Denominação	Ano <sup>(1)</sup>	Localização	Vão <sup>(2)</sup> (m)
Concreto Armado	<i>Leipzig Market</i> <sup>(3)</sup>	1928	Leipzig – Alemanha	76
	<i>Algeciras Market</i> <sup>(3)</sup>	1933	Algeciras – Espanha	48
	<i>Palazzetto dello Sporto-Small</i> <sup>(4)</sup>	1952	Roma – Itália	80
	<i>Palazzetto dello Sporto-Large</i> <sup>(4)</sup>	1960	Roma – Itália	100
	<i>University of Georgia Stadium</i> <sup>(5)</sup>	1963	Georgia – EUA	122
	<i>Norfolk Dome</i> <sup>(4)</sup>	1970	Virgínia – EUA	134
	<i>King Dome</i> <sup>(3)</sup>	1976	Seattle – EUA	202

<sup>(1)</sup> ano de construção    <sup>(2)</sup> diâmetro da área coberta

Fontes: <sup>(3)</sup>TAKENAKA CORPORATION, 2011; <sup>(4)</sup>NERVI, 1963; <sup>(5)</sup>COLUMBIA UNIVERSITY, 2011.

### Cúpulas em aço

As coberturas se tornaram mais esbeltas que as de concreto armado, ao se utilizarem elementos estruturais treliçados de aço. Na Figura 2.15 são apresentadas famosas cúpulas reticuladas com este material, com alguns de seus dados contidos na Tabela 2.3.



(a) Astrodome<sup>(1)</sup>



(b) Nagoya Dome<sup>(2)</sup>

Figura 2.15 – Duas das maiores cúpulas em aço mais conhecidas mundialmente.

Fontes: <sup>(1)</sup>(COLUMBIA UNIVERSITY, 2011); <sup>(2)</sup>(TAKENAKA CORPORATION, 2011).



Tabela 2.3 – Dados de algumas das principais cúpulas construídas em aço.

Material	Denominação	Ano <sup>(1)</sup>	Localização	Dimensões (m)	
				D <sup>(2)</sup>	L x C <sup>(3)</sup>
Aço	<i>Astrodome</i> <sup>(4)</sup>	1965	Houston – EUA	196	-
	<i>Louisiana Super Dome</i> <sup>(4)</sup>	1975	New Orleans – EUA	207	-
	<i>Toronto Sky Dome</i> <sup>(4)</sup>	1989	Toronto – Canadá	208	-
	<i>Fukuoka Dome</i> <sup>(4)</sup>	1993	Fukuoka – Japão	212	-
	<i>Namihaya Dome</i> <sup>(4)</sup>	1996	Osaka – Japão	37372 m <sup>2</sup>	
	<i>Osaka Dome</i> <sup>(4)</sup>	1997	Osaka – Japão	167	-
	<i>Nagoya Dome</i> <sup>(4)</sup>	1997	Nagoya – Japão	187	-
	<i>Dinosaur Museum</i> <sup>(5)</sup>	2000	Fukui – Japão	8792 m <sup>2</sup>	
	<i>Botanic Garden of Wales</i> <sup>(6)</sup>	2000	Londres – Inglaterra	-	60 x 125
	<i>Oita Main Stadium</i> <sup>(5)</sup>	2001	Oita – Japão	51830 m <sup>2</sup>	
	<i>Sapporo Dome</i> <sup>(4)</sup>	2001	Sapporo – Japão	218	-
	<i>Big Eye</i> <sup>(4)</sup>	2001	Oita – Japão	274	-

<sup>(1)</sup> ano de construção    <sup>(2)</sup> diâmetro da área coberta    <sup>(3)</sup> largura x comprimento da área coberta

Fontes: <sup>(4)</sup>(TAKENAKA CORPORATION, 2011); <sup>(5)</sup>(KUROKAWA, 2011); <sup>(6)</sup>(AHA, 2011).

### **Cúpulas em madeira laminada colada (MLC)**

Quando se trata de estrutura de madeira construída com peças curvas, existe uma limitação devido aos comprimentos convencionais que atingem algo em torno de quatro metros, ou superiores, mas sempre com restrições. Assim, é necessário compor o sistema estrutural com elementos de comprimentos menores, formando um conjunto reticulado de barras.

A construção de cúpulas em madeira para vencer grandes vãos livres (diâmetros superiores a 150 m) somente foi possível com o advento da madeira laminada colada, que permitiu a sua inserção, de forma competitiva, no cenário até então dominado pelo aço e pelo concreto.

A utilização da madeira é justificada por suas características positivas relacionadas à economia, ao conforto térmico, à estética e, sobretudo, ao reduzido consumo de energia. A produção do concreto gera cerca de oito vezes mais  $\text{CO}_2$  que a madeira, e o aço cerca de trezentas vezes mais. Além disso, a madeira é um material estrutural renovável, podendo ser obtida a partir de florestas artificiais (NATTERER, 1994).

Segundo Karlsen (1976), em substituição ao antigo processo de construção de estruturas reticuladas para coberturas, que normalmente eram executadas *in loco*, empregando madeira serrada e ligações pregadas, atualmente é mais comum a utilização de trechos pré-fabricados, em canteiro industrial, com madeira laminada colada.

Na Figura 2.16 são mostradas duas das maiores cúpulas em MLC do mundo, com algumas de suas características apresentadas na Tabela 2.4.



(a) Arizona Skydome



(b) Tacoma Dome

Figura 2.16 – Duas das maiores cúpulas em madeira laminada colada (MLC).

Fonte: <sup>(1)</sup>(WWSI, 2011)

Tabela 2.4 - Dados de algumas das principais cúpulas construídas em MLC.

Material	Denominação	Ano <sup>(1)</sup>	Localização	Dimensões (m)	
				D <sup>(2)</sup>	L x C <sup>(3)</sup>
Madeira Laminada Colada	<i>Gymnasium Dome</i> <sup>(4)</sup>	-	Ashiro – Japão	37	-
	<i>Swimming Pool</i> <sup>(4)</sup>	-	Wyoming – EUA	40	-
	<i>Columbia Park Pool</i> <sup>(4)</sup>	-	Oregon – EUA	40	-
	<i>Charles Wright Academy</i> <sup>(4)</sup>	-	Washington – EUA	-	43 x 67
	<i>Chiles Center</i> <sup>(4)</sup>	-	Oregon – EUA	92	-
	<i>Arizona Skydome</i> <sup>(4)</sup>	1977	Arizona – EUA	153	-
	<i>Tacoma Dome</i> <sup>(4)</sup>	1981	Tacoma – EUA	162	-
	<i>Michigan University Stadium</i> <sup>(5)</sup>	1982	Marquette – EUA	160	-
	<i>Delphinarium</i> <sup>(6)</sup>	1990	Bruxelas - Bélgica	64	-
	<i>Odate Jukai Dome</i> <sup>(5)</sup>	1997	Odate – Japão	-	178 x 157
	<i>Ginásio de Esportes Jones Minosso</i> <sup>(7)</sup>	2004	Lages, Santa Catarina - Brasil	79	-
	<i>Centro de Lazer Las Arenas</i> <sup>(8)</sup>	2011	Espanha	78	-

<sup>(1)</sup> ano de construção    <sup>(2)</sup> diâmetro da área coberta    <sup>(3)</sup> largura x comprimento da área coberta

Fontes: <sup>(4)</sup>(WWSI, 2011); <sup>(5)</sup>(TAKENAKA CORPORATION, 2011); <sup>(6)</sup>(SGI, 2011); <sup>(7)</sup>(FERREIRA; PARTEL, 2010). <sup>(8)</sup>(MATAS, 2011).

### 2.3.2 As maiores cúpulas em MLC

A seguir estão apresentadas informações sobre uma das maiores e mais famosas cúpulas em MLC, de todo o mundo: a Cúpula de Tacoma (162 m de vão livre, construída em 1981) e da maior cúpula construída no Brasil (em Lages, Santa Catarina, com 79 m de vão livre, construída em 2004). Também é comentado sobre uma das maiores e mais recentes cúpula em MLC construídas na Europa (do centro de lazer “Las Arenas”, na Espanha, com 78 m de vão livre, construída em 2011).

#### **Cúpula de Tacoma**

De acordo com Eberwein (1989), a cúpula de Tacoma, situada no estado de Washington, é a segunda maior abóbada do mundo construída em madeira laminada colada, após a japonesa Odate Jukai Dome, que cobre uma área de 157 m x 178 m. A estrutura de Tacoma cobre um ginásio esportivo cuja projeção circular em planta tem

diâmetro de 162 m, e área de 20612 m<sup>2</sup>. A altura, medida a partir do piso interno da área coberta é de aproximadamente 33 m. A empresa *Western Wood Structures* desenvolveu este projeto e executou a cobertura, com o emprego do sistema estrutural denominado Varax (WWSI, 2011), esquematizado na Fig. 2.17.

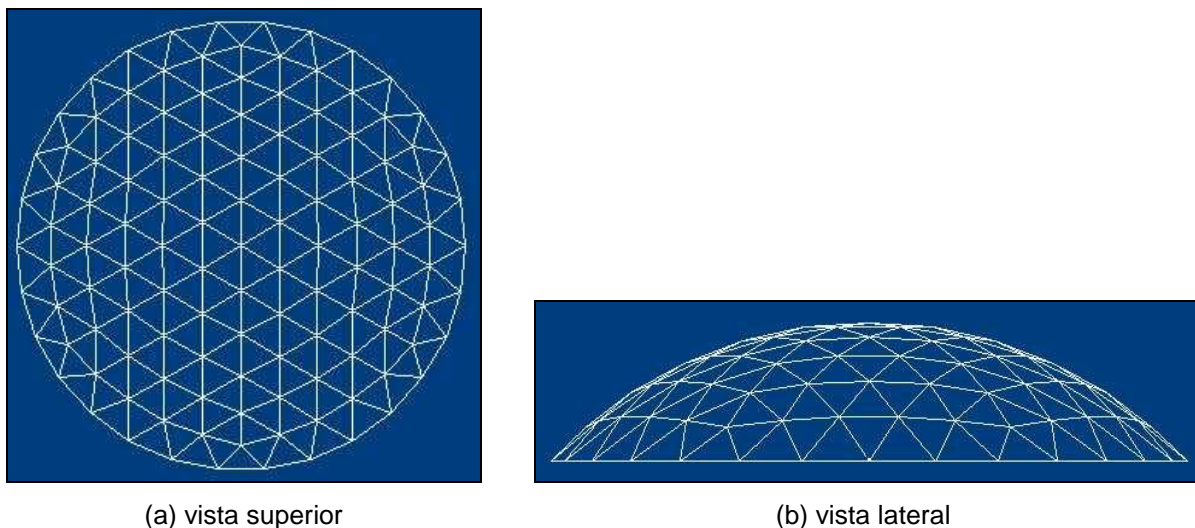


Figura 2.17 – Representação da malha da cúpula de Tacoma.

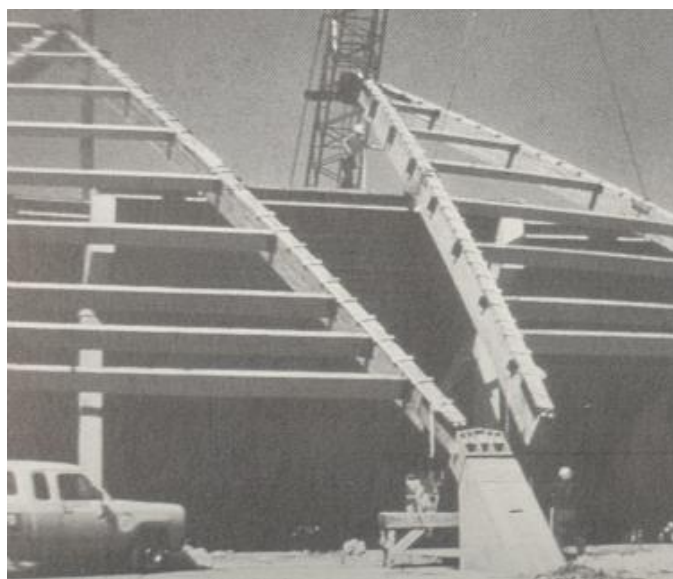
Os elementos principais apresentam seção transversal com altura de 76 cm de altura e com largura que varia de 17 cm a 22 cm. O elemento maior apresenta cerca de 15 m de comprimento. Já os elementos interiores aos triângulos apresentam seção transversal com altura que varia de 23 cm a 46 cm e largura de 13 cm (EBERWEIN, 1989).

A montagem da estrutura foi realizada por meio da confecção de trechos de malha pré-montados (triângulos constituídos pelas barras principais, travadas internamente pelas barras secundárias), içados por guias e fixados a partir dos apoios do contorno, percorrendo-o até fechar a malha em seu meio, de forma circular (Fig. 2.18). Tal fixação foi executada por operários, suspensos em cestos por outros guindastes, que uniam as extremidades dos elementos principais com conectores metálicos.

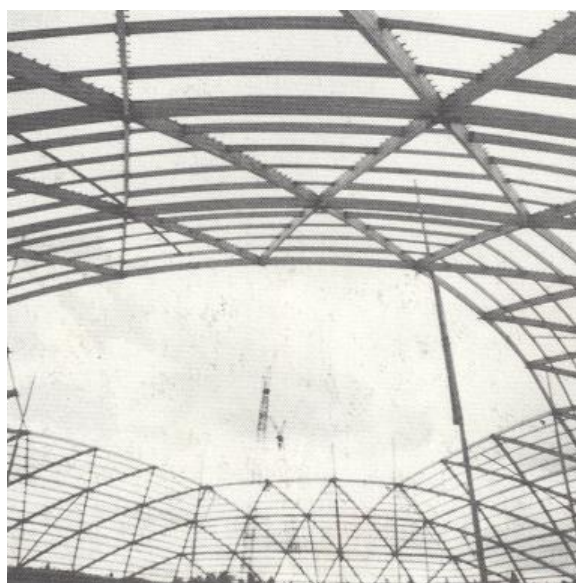
O interessante é que, na medida em que esses trechos da malha iam sendo fixados, a estrutura se autosuportava, dispensando o uso de escoramentos, e já eram fixados os elementos de fechamento da cobertura. Tais informações foram extraídas de Eberwein (1989).



(a) fixação de um módulo da malha no aparelho de apoio



(b) vista superior da fixação das unidades triangulares nos aparelhos de apoio da estrutura



(c) vista inferior de praticamente metade da malha montada

Figura 2.18 – Alguns detalhes da construção da cúpula de Tacoma.

Fonte: (VON BÜREN, 1985).

### ***Cúpula de Lages – Santa Catarina<sup>2</sup>***

O ginásio poliesportivo “Jones Minosso”, da Prefeitura Municipal de Lages - Santa Catarina, inaugurado em outubro de 2004, é coberto por cúpula em madeira laminada

---

<sup>2</sup> As informações contidas neste item foram repassadas pelo Eng. Henrique Partel, da Empresa “Engetrel Ltda”.



colada, com o maior vão livre da América do Sul. Os 79 m de diâmetro da cobertura abrangem uma área livre de aproximadamente 5000 m<sup>2</sup>.

Destaca-se que o ginásio comporta cerca de 3500 pessoas assentadas em arquibancada, e apresenta uma altura central de quase 19 m, sendo 13,5 m referentes à flecha da cúpula – o que lhe confere uma relação flecha/vão de 17,1 %. O sistema estrutural empregado foi o Varax, semelhante ao da cúpula de Tacoma.

O projeto da cúpula de cobertura do referido ginásio foi realizado pela empresa “Engetrel Ltda.”, de projetos estruturais em madeira, situada em São Carlos - SP; e executado pela empresa “Battistella Indústria e Comércio Ltda.” de Curitiba - PR, que forneceu a madeira tratada serrada e laminada colada em *Pinus taeda* (Stella® Madeira Tratada). O programa computacional utilizado para o cálculo da cúpula reticulada foi o Gestrut (GESUALDO, 2009), tendo sido a autora desta tese a engenheira calculista do projeto estrutural. A madeira foi caracterizada e classificada pelo Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira, da Escola de Engenharia de São Carlos (LaMEM - EESC - USP).

São apresentadas a seguir, as etapas sequenciadas do processo utilizado em sua construção.

A malha foi executada a partir de trechos pré-montados de vigas principais em MLC, com seção transversal de 11,5 cm x 36,4 cm e comprimentos em torno de 6 m, que constituem a modulação triangular, intertravadas por terças em MLC, com seção transversal de 5 cm x 25 cm, por sua vez, travadas, superiormente, por caibros, de seção 5 cm x 7,5 cm, conforme ilustra a Fig. 2.19.



Figura 2.19 – Pré-montagem de um trecho triangular, onde se visualiza a fixação das terças entre duas vigas principais, cujas extremidades estão fixadas no conector metálico.

Os nós da malha foram executados com elementos conectores em aço, constituídos de um anel cilíndrico e seis chapas soldadas ao longo do seu comprimento (Fig. 2.20), embutidas nas extremidades das vigas principais dos trechos triangulares.

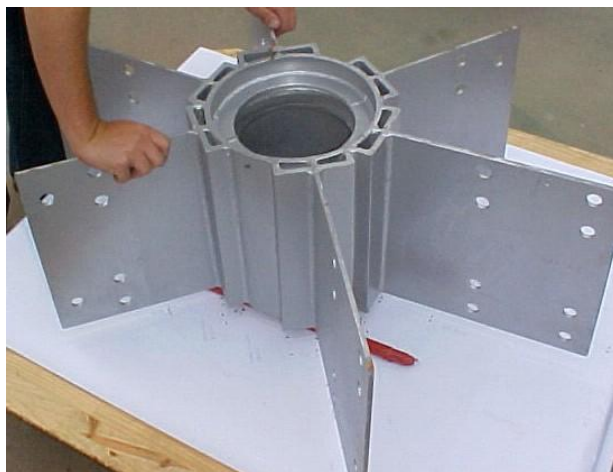


Figura 2.20 – Conectores de aço utilizados nas ligações entre as vigas principais da malha.

Os trechos triangulares pré-montados foram fixados por meio de aparelhos de apoio em aço, na estrutura de apoio em concreto armado, constituído por uma viga-cinta protendida e pilares. Primeiramente, os conectores foram chumbados na viga de concreto armado e, depois, os triângulos reticulados foram içados e fixados em tais conectores, com as extremidades das vigas de madeira parafusadas nas chapas dos aparelhos de ligação, ficando estas embutidas na madeira.

Para a montagem da malha, inicialmente, foram fixadas todas as unidades triangulares do contorno externo da cúpula, com a utilização de escoramentos para apoiar as suas extremidades livres, entre as quais houve fixação das vigas principais, criando triângulos sem travamento interno, que foram, em seguida, preenchidos pelas terças internas aos mesmos (Fig. 2.21 e Fig. 2.22).

Depois de montado o primeiro anel circular, sucedeu-se a fixação do segundo, encaixando-se as extremidades dos triângulos que iam sendo içados, nas extremidades livres dos já fixados e, assim procedeu-se até fechar a malha em seu centro, para posterior execução do lanternim.

Na Figura 2.23 é mostrado um nó interno da malha, no qual o conector metálico une seis extremidades de vigas principais, ou seja, seis triângulos da malha reticulada.



Figura 2.21 – Posicionamento dos trechos triangulares na estrutura de apoio de contorno.



Figura 2.22 – Vista da malha durante a sua montagem.



Figura 2.23 – Vista inferior de uma ligação interna da malha reticulada.



Enquanto uns operários executavam a montagem da malha triangular principal, outros iam fixando as terças e caibros nos trechos de fechamento dos triângulos e, posteriormente, as placas de forro, com a mesma sequência de montagem da malha principal, ou seja, contornando-se a cobertura, Fig. 2.24.

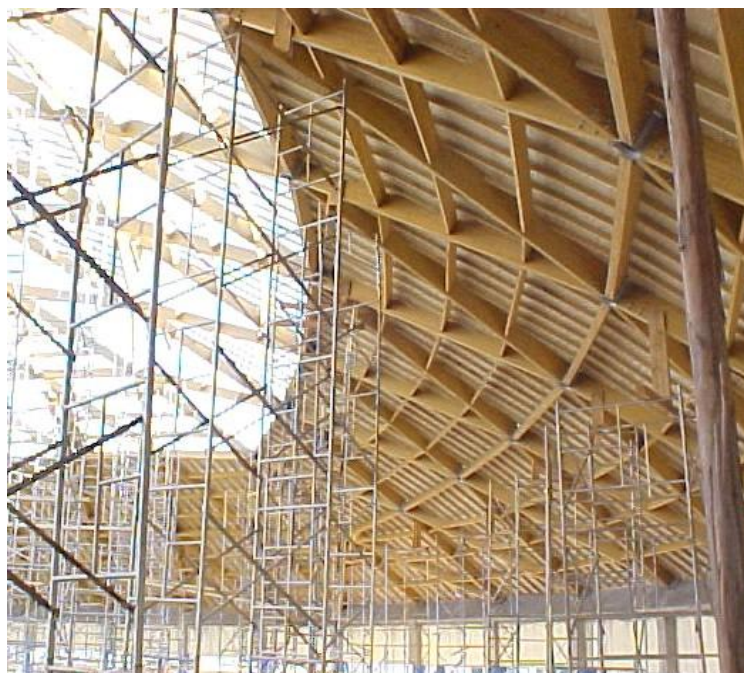


Figura 2.24 – Vista inferior da cobertura com as placas de forro executadas nos dois primeiros anéis da malha triangular principal.

Depois de fixada a camada de placas de forro, foi disposta manta asfáltica para impermeabilização em toda a sua superfície da cobertura e, acima desta, uma malha de ripas com dimensões da seção transversal de 3,0 cm x 4,8 cm, para posterior fixação das telhas de madeira. A Figura 2.25 mostra uma vista superior da telha fixada na malha.



Figura 2.25 – Trecho do telhado mostrando as telhas de madeira fixadas na trama de ripas.

Após concluída a execução da cobertura, foi realizada a retirada dos escoramentos, do centro para o contorno da cúpula. Relata-se que houve um deslocamento vertical, e para baixo, de 11 mm, correspondente ao nó central da cúpula, e que, passado um mês, repetiu-se tal medição, determinando-se 10 mm adicionais para o mesmo deslocamento, representando um indicador das boas condições de trabalho da estrutura em questão. Na Figura 2.26 e na Figura 2.27 tem-se as imagens da cobertura acabada.



Figura 2.26 – Vista interna global da cobertura acabada.



Figura 2.27 – Vista externa global do ginásio.

Acrescenta-se que, para a construção da cúpula foram necessários, aproximadamente:

- ⌚ 175 m<sup>3</sup> de madeira para a malha principal (vigas e terças);
- ⌚ 180 m<sup>3</sup> de madeira para caibros, forro e ripas;
- ⌚ 195.000 peças de telhas de madeira;



- 🔧 13,5 m<sup>3</sup> de madeira para a execução do lanternim;
- 🔧 8 toneladas de aço para elementos de ligação.

### ***Cúpula do centro de lazer “Las Arenas” – Espanha***

Registra-se que todas as informações apresentadas a seguir foram extraídas de MATAS (2011). O projeto corresponde à adaptação da antiga arena “Praça de Touros”, em um centro de entretenimento moderno, mantendo-se a fachada original do século XIX. A cúpula tem 78 m de diâmetro e 8 m de flecha central (o que lhe confere uma relação flecha/vão de 10,2 %), e suas barras são constituídas por madeira laminada colada (MLC), Fig. 2.28.

A malha apresenta modulação triangular disposta entre oito anéis concêntricos, sendo que, na cumeeira, tem-se um anel metálico que recebe as 28 extremidades de barras, que convergem para a posição central da cúpula, Fig. 2.29.



Figura 2.28 – Vista interna da cúpula em MLC do centro de lazer “Las Arenas”, na Espanha.  
Fonte: (MATAS, 2011).

Os conectores são formados por placas metálicas, com geometria adaptada a cada tipo de nó. As placas são parafusadas internamente às extremidades das barras, fixadas em fendas, Fig. 2.30.

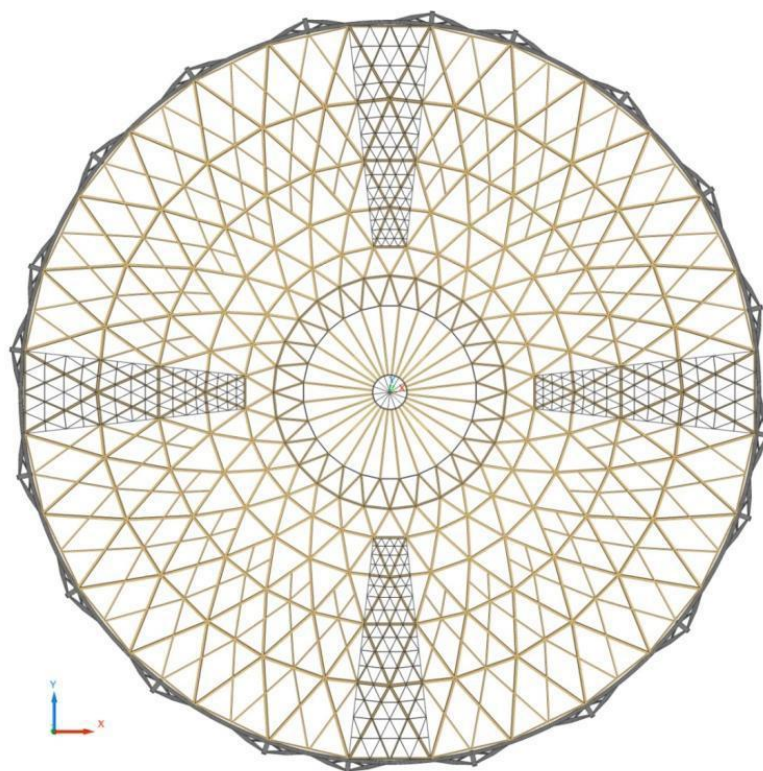
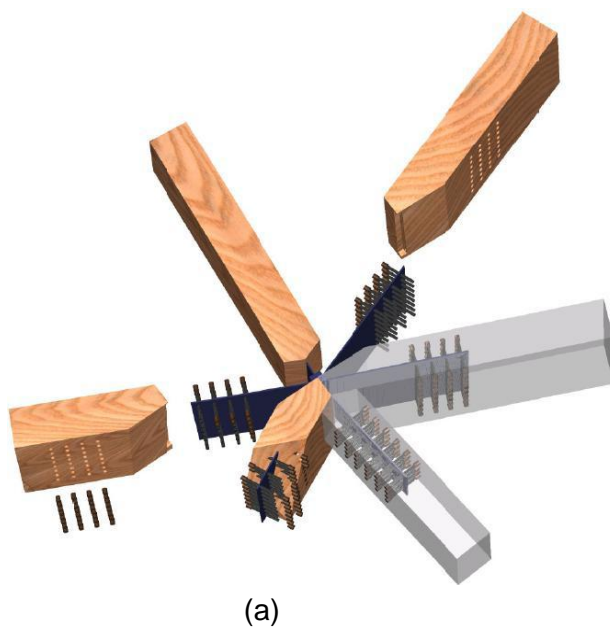


Figura 2.29 – Esquema da geometria da malha que compõe a cúpula de “Las Arenas”.

Fonte: (MATAS, 2011).



(a)



(b)

Figura 2.30 – Tipo de nó utilizado nas uniões entre as extremidades das barras: (a) esquema de fixação dos conectores; (b) vista de um nó com conectores embutidos.

Fonte: (MATAS, 2011).

## **2.4 Cálculo de abóbadas reticuladas**

### **2.4.1 Introdução**

O cálculo de estruturas, principalmente as convencionais, ainda segue um roteiro consagrado, baseado em simplificações capazes de reduzir o trabalho despendido pelo calculista, mesmo numa época em que os recursos computacionais são crescentes.

Assim sendo, há uma tendência de se automatizarem computacionalmente metodologias e procedimentos usuais e simplificados. Exemplo disto é a utilização do esquema estrutural convencional do tipo tesoura de duas águas, em que o conjunto estrutural é subdividido em subestruturas planas representadas pelas tesouras. Dessa forma, a estrutura completa, que é tridimensional, é considerada plana, sendo complementada por uma estrutura secundária, conhecida como contraventamento. Por isso, é comum serem encontradas estruturas desse tipo com problemas de estabilidade, pois a função efetiva da estrutura no espaço fica reduzida ao caso plano.

Contudo, os esquemas estruturais do tipo tridimensional, por apresentarem um cálculo mais elaborado e exigirem um processo construtivo igualmente mais elaborado, são evitados, em detrimento de um melhor desempenho das estruturas de forma global.

Com a crescente utilização de microcomputadores, as considerações anteriores obrigatoriamente, deverão ser reconsideradas, desde que as pesquisas e a produção de programas computacionais mostrem as facilidades e vantagens, especialmente quanto ao cálculo das estruturas tridimensionais.

As malhas reticuladas tridimensionais contêm, normalmente, elevada quantidade de nós e de barras e, além disso, apresentam complexidade na geração de seus dados. Ao se calcularem tais estruturas, geralmente eram adotadas simplificações, transformando-as em um conjunto de estruturas planas, o que implicava significativa redução de precisão de cálculo. O cálculo global desta estrutura tridimensional era praticamente impossível, antes do advento da informática.

Atualmente, é possível o cálculo rigoroso das estruturas lamelares tridimensionais, consideradas globalmente, devido à existência de recursos computacionais cada vez mais avançados. A preocupação que se deve ter quando da utilização dos pacotes computacionais para se calcularem tais estruturas, se refere à sua correta modelagem.

### **2.4.2 Software Gestrut**

O programa Gestrut (GESUALDO, 2009) para cálculo de estruturas tridimensionais reticuladas foi implementado para o caso das abóbadas em malha reticulada, com as diversas configurações geométricas citadas neste trabalho. Esse programa destina-se à análise de qualquer forma estrutural, porém as cúpulas recebem tratamento especial quanto à geração automatizada de dados. Acrescenta-se que os fundamentos de análise matricial, utilizados na elaboração do programa computacional, foram baseados no método dos deslocamentos, como pode ser visto em Gere e Weaver (1980), Przemieniecki (1968) e Rubinstein (1966).

Considerando que a preparação dos dados para análise computacional representa uma importante etapa de cálculo, o Gestrut possui um pré-processador de entrada e geração de dados, que possibilita a modelagem das malhas, de maneira fácil e rápida, com a visualização das características geométricas da estrutura gerada, valendo-se da representação esquemática da malha, na medida em que vão sendo inseridos os dados de entrada. O programa permite que, de forma iterativa, sejam geradas várias malhas, até que se encontre a que melhor se adéque à necessidade arquitetônica requerida, dispensando cálculos preliminares dos elementos geométricos da modulação reticulada e da cúpula, como um todo. Isto facilita o trabalho de concepção geométrica. Depois de pré-concebida, a estrutura é carregada determinando-se os esforços solicitantes nas barras, os deslocamentos dos nós e as reações de apoio da estrutura.

Os cálculos estruturais foram desenvolvidos, usando o programa computacional Gestrut, comparados com programas consagrados no meio científico, especialmente porque esse software permite facilmente a geração automatizada de dados para análise em outras ferramentas computacionais.

No caso da malha losangular, característica das estruturas lamelares, cada nó reúne, ao mesmo tempo, o meio de uma lamela (contínua) e as extremidades de duas outras lamelas (articuladas), ou seja, em cada unidade lamelar em formato de X, tem-se uma lamela inteira e duas meias lamelas, conforme ilustrado pela Fig. 2.31. Cada lamela corresponde a duas barras na estrutura tridimensional, onde cada barra apresenta uma extremidade contínua (correspondente ao meio do comprimento da lamela) e outra extremidade articulada.

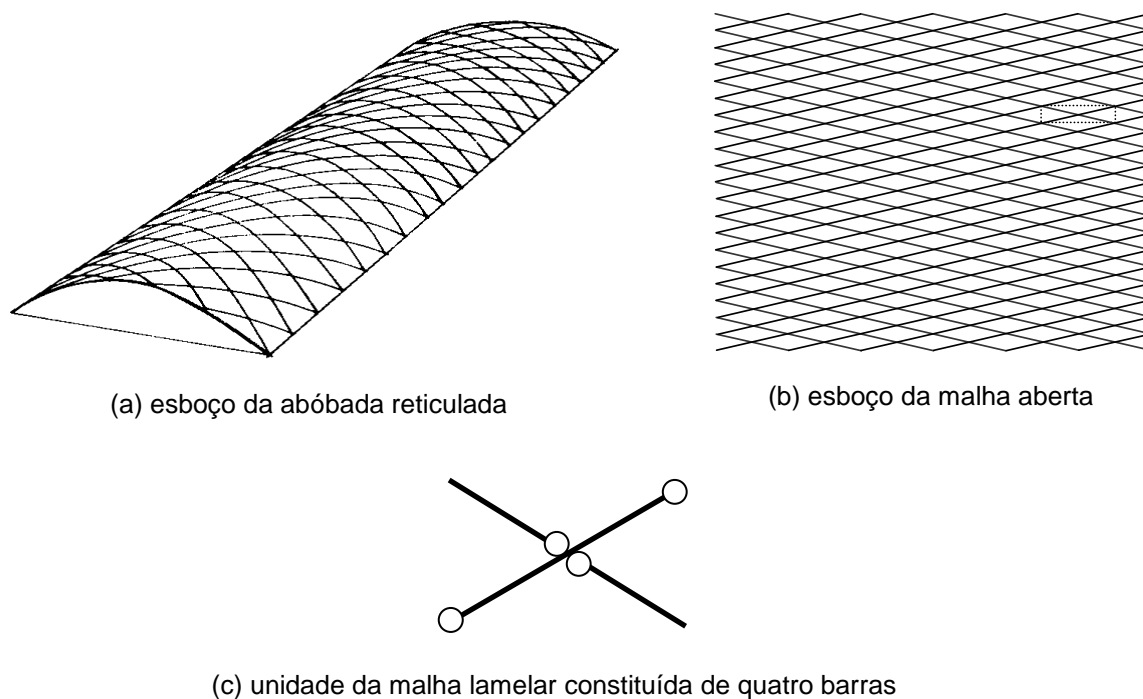


Figura 2.31 – Representação da malha da abóbada lamelar cilíndrica.

Já no caso das abóbadas reticuladas, com modulação triangular, as barras podem ter ambas extremidades contínuas ou articuladas.

Cabe acrescentar, neste trabalho, as coordenadas locais utilizadas para as extremidades dos elementos de barra do programa em alusão (Fig. 2.32). Para cada nó da estrutura, consideram-se seis coordenadas globais, referentes a três translações e a três rotações.

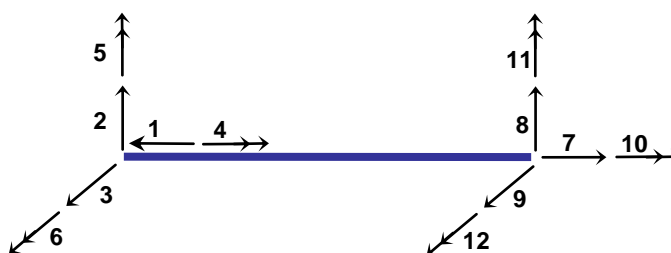


Figura 2.32 – Coordenadas locais referentes às extremidades das barras da estrutura.

Considerando tais estruturas trabalhando, tridimensionalmente, consegue-se significativa redução de esforços e deslocamentos das mesmas.



### 2.4.3 Cálculo de cúpulas<sup>3</sup>

A geração de dados para o sistema estrutural em análise é complexa, por ser a estrutura tridimensional e cada barra ter diferentes inclinações, em relação às variadas direções, que caracterizam a estrutura reticulada. Outro aspecto refere-se à determinação das cargas distribuídas, geradas pelas telhas, bem como as cargas de vento. O programa Gestrut facilita a geração desses dados, garantindo facilidade e confiabilidade ao usuário.

A Figura 2.33 mostra a tela do programa em alusão, para entrada de dados elástico-geométricos da cúpula reticulada (sendo o desenho da malha definido pela escolha de um dos três tipos e pelo seu número de setores e divisão) e a Fig. 2.34 mostra a tela que representa a malha gerada, com a numeração dos nós, barras e condições de apoio. Salienta-se que o programa desenha a malha gerada, permitindo a sua visualização ampliada, sob quaisquer rotações, segundo os eixos x, y, z.

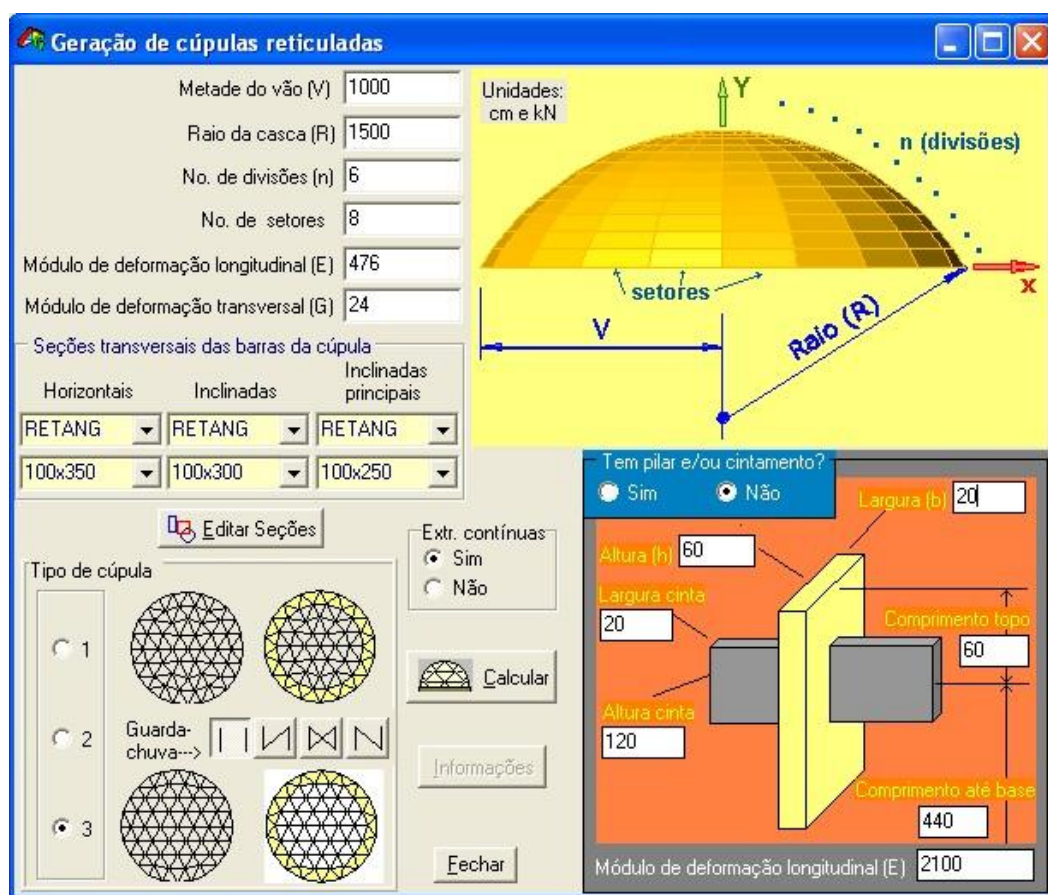


Figura 2.33 – Tela de entrada de dados do Gestrut para cálculo de cúpulas reticuladas.

<sup>3</sup>As figuras deste item foram obtidas a partir do programa Gestrut (GESUALDO, 2009).



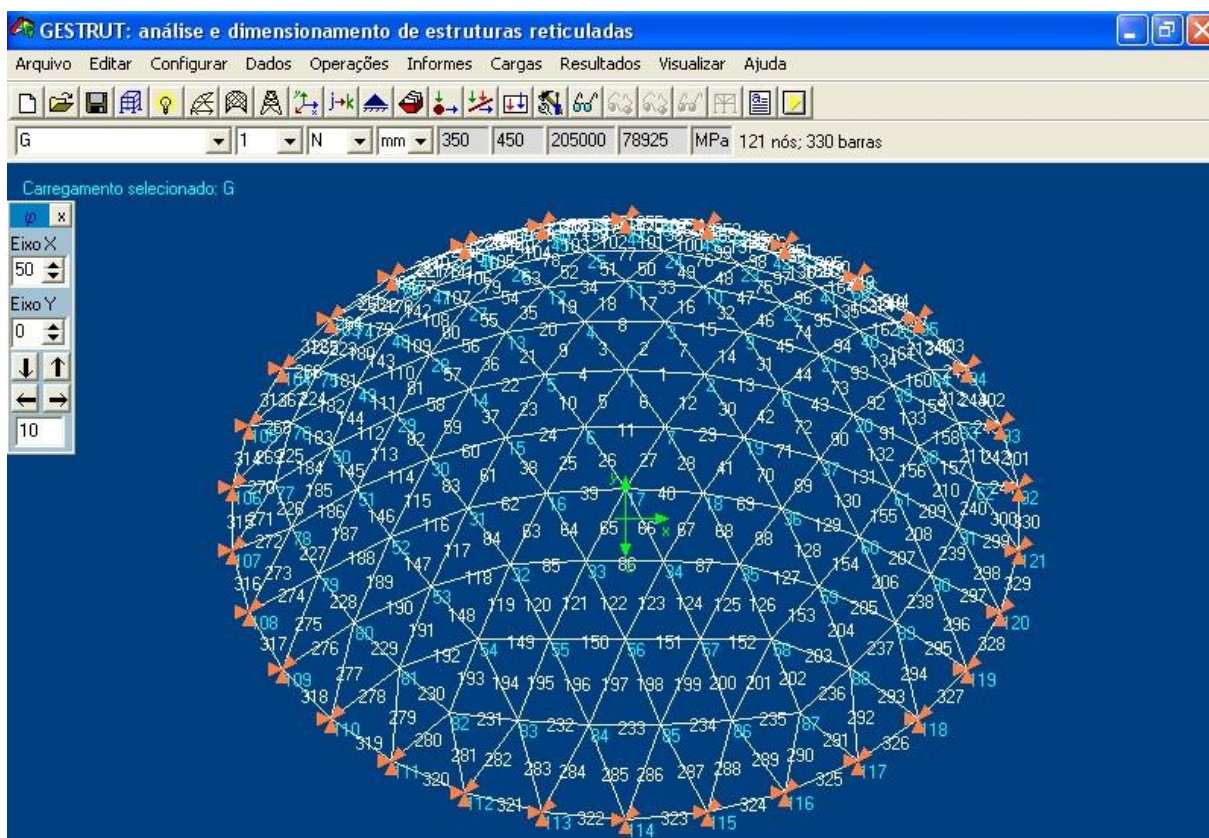


Figura 2.34 – Representação esquemática da malha obtida após a entrada de dados.

Os dados referentes às características elásticas e mecânicas das barras poderão ser facilmente modificados dentro do programa. As propriedades de área e inércias são automaticamente calculadas a partir de um banco de dados acoplado ao programa, com a possibilidade de edição da seção transversal, que pode ter formato diferente da retangular convencional.

Conforme mencionado, outra possibilidade refere-se às condições de continuidade das extremidades de barras. Para cada estrutura gerada, o programa quantifica as barras para cada comprimento diferente que se tenha, a soma dos comprimentos de todas as barras, o volume total de madeira necessário para a confecção das peças, além da flecha da cúpula, em função do raio de curvatura, inserido pelo usuário.

Destaca-se a facilidade de se carregar a estrutura com cargas distribuídas por área, com forças de vento, com o peso próprio das barras, gerado automaticamente ao se fornecer o peso específico da madeira. Além disso, o programa faz a combinação dos carregamentos, mapeia os esforços nas barras com colorações diferenciadas (Fig. 2.35) para facilitar a visualização quantitativa de sua distribuição na estrutura e, também, desenha a malha deformada na escala desejada (Fig. 2.36).



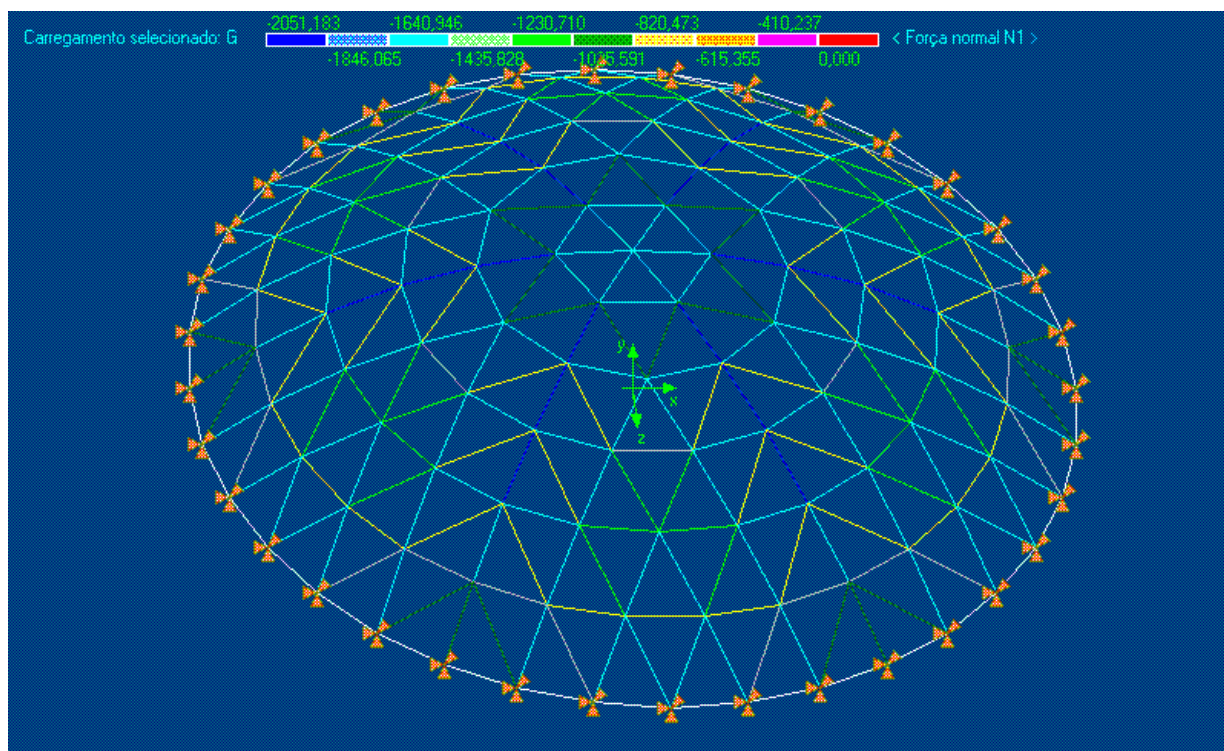


Figura 2.35 – Mapeamento de esforço normal nas barras.

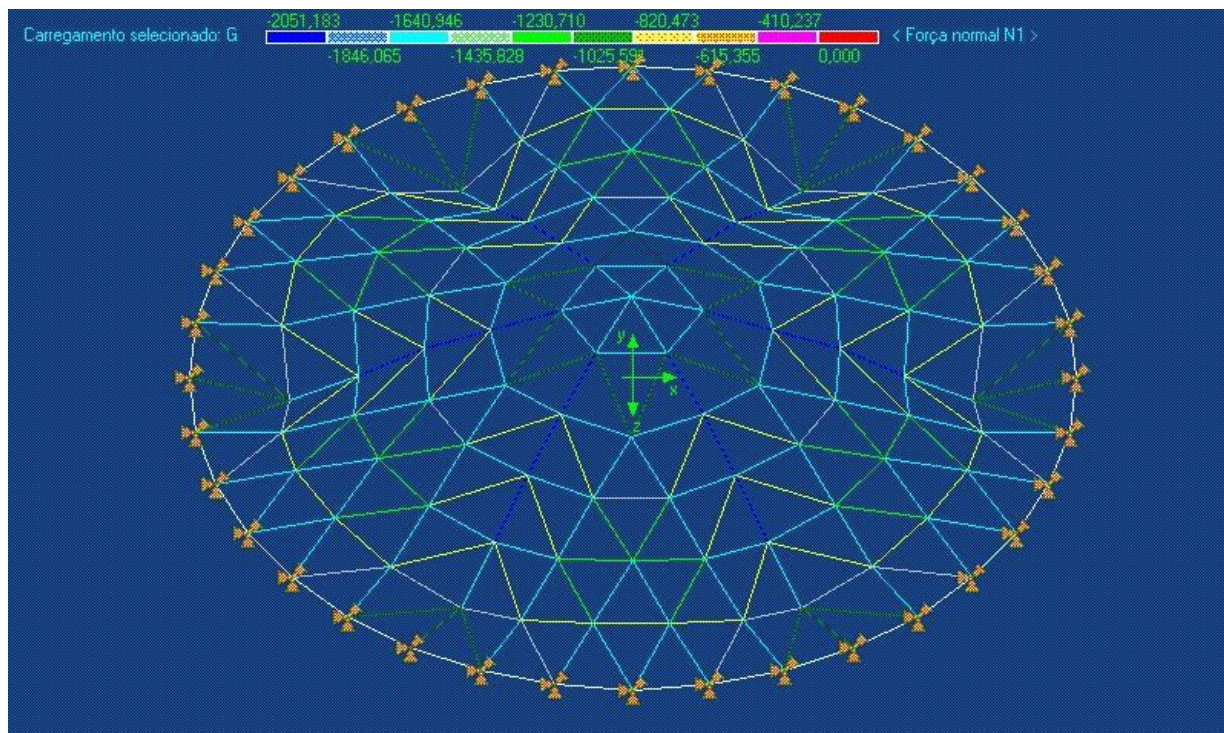


Figura 2.36 – Desenho da malha deformada com deslocamentos verticais ampliados em dez vezes.

#### **2.4.4 Cálculo de abóbadas lamelares**

As mesmas vantagens citadas no item anterior são válidas para o cálculo das coberturas lamelares, evidenciando-se, aqui, o aspecto peculiar da ligação de suas malhas, trabalhoso de se realizar quando, de sua modelagem em programas convencionais, facilitado pelo ambiente específico de pré-processamento de dados implementado no Gestrut.

O Gestrut calcula abóbadas reticuladas lamelares e, para a geração da malha, o usuário fornece o número de suas divisões, ao longo da largura e do comprimento da cobertura. Este programa também permite o cálculo de coberturas lamelares retas para telhado de duas águas, denominadas lamelares de eixo reto, que não pertencem ao escopo deste trabalho.

Acrescenta-se a possibilidade de se dimensionar a malha conjuntamente aos elementos de apoio, tais como tirantes, vigas de apoio lateral, arcos de extremidade ou intermediários à malha e pilares. Assim, é possível dimensionar os elementos de apoio, com maior precisão de cálculo, reduzindo simplificações e consumo de material. Também aqui, o tratamento de dados para a geração e cálculo da estrutura global é facilitado pelo programa.

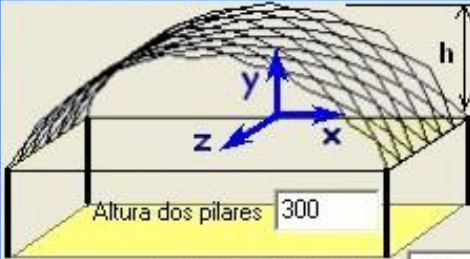
Na Figura 2.37 é mostrada a tela de entrada de dados, com algumas informações imediatas que o usuário utiliza de forma iterativa, para cada alteração feita em alguns deles, e a Figura 3.8 mostra o desenho da malha gerada, com possibilidade de apresentar nós e barras numerados e apoios e condições de extremidades das barras.

A Figura 2.38 revela, em cada nó da malha, o encontro de duas extremidades de barras articuladas e duas contínuas e as lamelas, constituídas por duas barras da estrutura.

Analogamente ao caso de cúpulas, a partir da inserção do carregamento e da definição das condições de apoio da estrutura, obtém-se e visualizam-se, rapidamente, os resultados referentes a deslocamentos de nós, esforços de barras e reações de apoio, para as combinações necessárias das cargas atuantes.



**Gerador de estruturas lamelares**



Altura dos pilares: 300

Raio do arco: 6000

Tipo de eixo:  
☐ eixo reto  
☒ eixo circular

☒ Tem tirantes ligando pilares  
☐ Tem barras ligando cumeeira  
☒ Tem barras nos arcos de fechamento  
☐ Tem apoios nos arcos de fechamento  
☒ Tem barras ligando pilares (direção z)  
☐ Todas extremidades de barras são contínuas

Altura do ponto central (h): 500

No. de divisões em X: 10

No. de divisões em Z: 36

No. de divisões entre apoios (pilares): 3

Largura da cobertura (X): 1000

Comprimento da cobertura (Z): 1500

Módulo de deformação longitudinal (E): 476

Módulo de deformação transversal (G): 24

Seções transversais das lamelas:  
 RETANG  
 25x200

Informação dos tirantes:  
 CIRCUL  
 12.7x12.7

Módulo de deformação longitudinal (E): 20500

Comprimento das lamelas: 108,4394cm  
 Ângulo entre lamelas: 45,1930°  
 Altura central: 320,8696cm  
 Soma dos comprimentos: 142.279,2769 cm  
 Menor comprimento: 41,6667 cm (barra 1522, ...)  
 Maior comprimento: 1000,0000 cm (barra 1441, ...)  
 Volume: 5.310.834,2878 cm³  
 Total de nós: 841  
 Total de barras: 1643  
 No. de barras diferentes: 5

Editar Seções

Calcular

Fechar

Figura 2.37 – Tela de entrada de dados do Gestrut para cálculo de abóbadas lamelares.

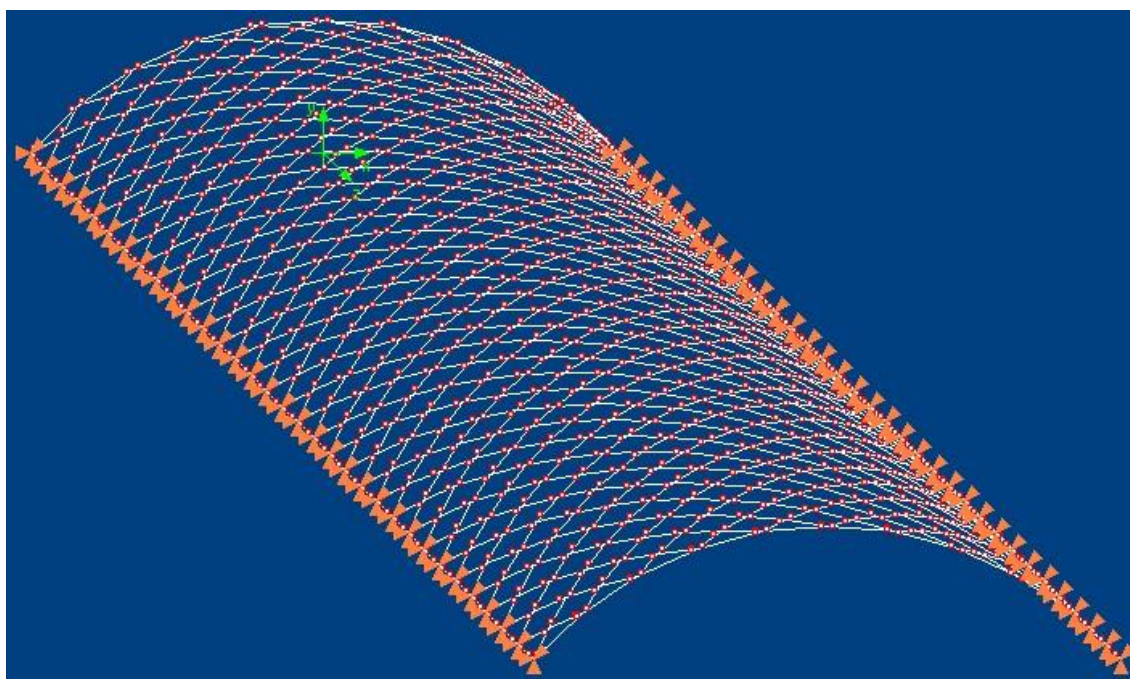


Figura 2.38 – Desenho da malha lamelar gerado após a entrada de dados.

## 2.5 Carregamento e dimensionamento de abóbadas reticuladas

Neste item, são apresentadas as prescrições normativas, à luz da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), os tipos de ação e suas combinações; os estados limites últimos e de utilização e as verificações quanto à resistência e estabilidade estrutural das barras e da estrutura global, referentes ao carregamento e dimensionamento de abóbadas reticuladas.

### 2.5.1 Ações atuantes na estrutura

Para o sistema estrutural em questão, devem ser consideradas as ações permanentes (peso próprio dos elementos principais e secundários da estrutura, proveniente de telhas, dos elementos de fixação e outras) e a ações variáveis (sobrecarga e vento). A ação do vento deve ser considerada, segundo as prescrições contidas no Anexo E da NBR 6123:1988 (ABNT, 1988). A sobrecarga usualmente considerada em projetos de coberturas é de  $0,25 \text{ kN/m}^2$  (FERREIRA; PARTEL, 2010).

O programa Gestrut (GESUALDO, 2009) gera as cargas provenientes do peso próprio das estruturas em estudo, considerando-as concentradas sobre os nós da malha ou distribuídas ao longo dos comprimentos das barras, bastando, para isso, fornecer as características geométricas da seção transversal das barras e a densidade do material de que são constituídas. Além disso, cargas distribuídas sobre a cobertura, como as decorrentes de telha ou sobrecargas prescritas em textos normativos, também podem ser aplicadas nos nós da malha, de forma fácil e rápida.

As cargas devido à ação do vento, conforme a NBR 6123:1988 (ABNT, 1988), para as estruturas analisadas, apresentam distribuição complexa em sua superfície, através de trechos nos quais as pressões do vento são iguais, definidas pelas isobáricas constantes no texto normativo em questão. Considerando sua atuação perpendicular à superfície, é fácil a inserção desta carga nos nós da malha, com o auxílio do módulo do programa Gestrut para esse fim.

Ressalva-se que as cargas de vento, distribuídas ortogonalmente à superfície da cobertura, são aplicadas nos nós, multiplicadas pelas áreas dos respectivos módulos triangulares, decompostas segundo os eixos ortogonais e inseridas nos nós da malha reticulada. As cargas devido a telhas ou sobrecargas, também distribuídas por área, são da mesma forma aplicadas, diferindo no aspecto de que a área considerada é projetada no plano horizontal xz.

### 2.5.2 Combinações das ações

De acordo com o item 5 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), as ações atuantes nas estruturas devem ser combinadas, constituindo os carregamentos. Para a estrutura de cobertura em questão, o carregamento é do tipo normal, pois inclui apenas as ações decorrentes do uso previsto para a construção.

Segundo o item 5.2.1 da norma supracitada, o carregamento normal corresponde à classe de carregamento permanente, referente às ações que atuam durante toda a vida útil da estrutura (por exemplo, peso próprio da estrutura, elementos de fixação, telha e outros), e carregamento de longa duração, para as ações que atuam por mais de seis meses durante a vida útil da estrutura (por exemplo, vento e sobrecarga).

Os carregamentos devem ser considerados na verificação da segurança, em relação aos estados a partir dos quais a estrutura apresenta desempenhos inadequados às finalidades da construção, que são:

- 🔹 **Estados limites últimos** – estados que, por sua simples ocorrência, determinam a paralisação, no todo ou em parte, do uso da construção, tais como ruptura ou deformação plástica excessiva dos elementos de barra e conectores metálicos, transformação da estrutura em um sistema hipostático e instabilidade.
- 🔹 **Estados limites de utilização** – estados que, por sua ocorrência, repetição ou duração, causam efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas para o uso normal da construção, ou que são indícios de comprometimento de sua durabilidade. Nas estruturas em estudo, são avaliadas as deformações excessivas, que afetem a utilização normal da construção, comprometam o seu aspecto estético e causem danos aos materiais utilizados para fechamento.

Para essas estruturas, devem ser consideradas as situações de projeto duradouras, definidas pelo item 5.3.2 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997) como as que ocorrem durante a vida útil da estrutura. Nesse caso, para a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, são consideradas as combinações últimas normais de carregamento e, para os estados limites de utilização, as combinações de longa duração (combinações quase permanentes), conforme expresso a seguir.

### *Combinações em estados limites últimos*

#### *Combinações últimas normais:*

As ações devidas ao vento e à sobrecarga são ações variáveis de naturezas diferentes, sendo muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea, com seus respectivos valores característicos. Como exemplo, normalmente, em dia de vento intenso, é muito difícil se realizar a manutenção em telhado, preferindo o operário trabalhar em situação menos perigosa.

De acordo com o item 5.2.1 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), para se levar em conta a maior resistência da madeira, sob ação de cargas de curta duração, na verificação da segurança em relação a estados limites últimos, em que a carga de vento representa a ação variável principal, faz-se uma redução de 25 por cento do valor característico dessa ação, como mostra a Eq. 2.1.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_Q \cdot (0,75 \cdot W_k + \psi_{0Q} \cdot Q_k) \quad (2.1)$$

em que:

$F_{Gi,k}$  : valores característicos das ações permanentes;

$W_k$  : valor característico da ação variável principal: vento;

$Q_k$  : valor característico da ação variável secundária: sobrecarga;

$\gamma_{Gi}$  e  $\gamma_Q$  : coeficientes de ponderação relativos às ações permanentes e variáveis, respectivamente. Seus valores são obtidos nas Tabelas 3, 4 e 6 da referida norma;

$\psi_{0Q}$  : fator de combinação para sobrecarga, obtido na Tabela 2 da referida norma.

A outra combinação última é feita considerando o vento como ação variável secundária e a sobrecarga, como principal. Nesse caso, não é feita a redução da ação do vento, como apresentado na Eq. 2.2.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} \cdot F_{Gi,k} + \gamma_Q \cdot (Q_k + \psi_{0w} \cdot W_k) \quad (2.2)$$

em que:



$\psi_{ow}$  : fator de combinação para o vento, obtido na Tabela 2 da referida norma.

### *Combinações em estados limites de utilização*

#### Combinações de longa duração:

As combinações de longa duração são consideradas no controle usual das deformações das estruturas e, nessas, todas as ações variáveis atuam com os seus valores correspondentes à classe de longa duração, expressos pelo fator de combinação apresentado pela Eq. 2.3.

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_2 \cdot Q_k \quad (2.3)$$

em que:

$F_{Gi,k}$  : valores característicos das ações permanentes;

$\psi_2$  : fator de combinação para a sobrecarga, obtido através da Tabela 2 da referida norma, já que, para o vento, o seu valor é nulo;

$Q_k$  : valor característico da sobrecarga, pois a parcela devido ao vento, para esta expressão, será nula.

### **2.5.3 Verificação dos elementos estruturais**

#### *Peças de seções simples*

#### Resistência:

O esforço predominante nas barras da abóbada lamelar cilíndrica é o de compressão axial. As barras são flexocomprimidas, pois apresentam continuidade em uma de suas extremidades, já que cada lamela é considerada como sendo duas barras para o cálculo da estrutura (Fig. 2.39).

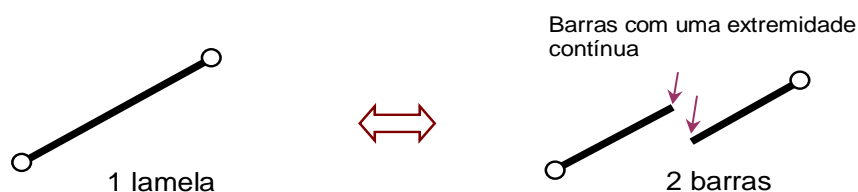


Figura 2.39 – Condições de extremidade das barras.

De acordo com o item 7.3.6 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), a condição de segurança relativa à resistência das seções transversais submetidas à flexocompressão é expressa pela mais rigorosa das expressões definidas na Eq. 2.4 e na Eq. 2.5, aplicada ao ponto mais solicitado da borda mais comprimida da seção transversal da peça:

$$\left( \frac{\sigma_{Nc0,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (2.4)$$

$$\left( \frac{\sigma_{Nc0,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (2.5)$$

em que:

- ☞  $\sigma_{Nc0,d}$  : valor de cálculo da parcela de tensão normal atuante devido apenas à força normal de compressão;
- ☞  $\sigma_{My,d}$  e  $\sigma_{Mx,d}$  : tensões máximas devidas às componentes de flexão, atuantes segundo as direções principais;
- ☞  $f_{c0,d}$  : resistência de cálculo da madeira à compressão paralela às fibras;
- ☞  $k_M$  : coeficiente de correção que vale 0,5 para seção retangular.

Caso ocorra inversão de esforços, devido à ação do vento, as barras flexotracionadas serão verificadas através do item 7.3.5 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997).

Segundo Ferreira (1999), as barras das estruturas lamelares são solicitadas a esforços cisalhantes e momentos de torção, porém, bem inferiores aos de flexão composta, supracitados. Sua verificação é realizada através das recomendações descritas no item 7.4 da norma brasileira em apreço.

Estabilidade:

Deve ser verificada para os dois eixos da seção transversal das barras (Fig. 2.40). O valor de  $\lambda$  é determinado pela Eq. 2.6:

$$\lambda = \frac{L_0}{i} \quad (2.6)$$

em que:

- $L_0$  – comprimento teórico de referência, que é metade do comprimento da lamela para a verificação da estabilidade com relação ao eixo y, e igual ao comprimento da lamela, para a verificação da estabilidade com relação ao eixo z;
- $i$  – raio de giração da seção transversal da peça, com relação ao eixo em que se esteja verificando a estabilidade.

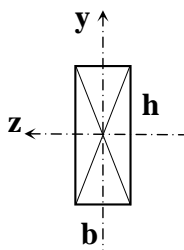


Figura 2.40 – Representação dos eixos centrais de inércia da seção transversal da barra.

Portanto, os índices de esbeltez, referentes aos dois eixos, y e z, são determinados pelas Eq. 2.7 e Eq. 2.8.

$$\lambda_y = \frac{L_0}{i_y} = \frac{\ell_{\text{lamela}}/2}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}} = \frac{\ell_{\text{lamela}}/2}{\sqrt{\frac{h \cdot b^3/12}{h \cdot b}}} = \frac{\ell_{\text{lamela}} \cdot \sqrt{12}}{2 \cdot b} \quad (2.7)$$

$$\lambda_z = \frac{L_0}{i_z} = \frac{\ell_{\text{lamela}}}{\sqrt{\frac{I_z}{A}}} = \frac{\ell_{\text{lamela}}}{\sqrt{\frac{h^3 \cdot b/12}{h \cdot b}}} = \frac{\ell_{\text{lamela}} \cdot \sqrt{12}}{h} \quad (2.8)$$

Normalmente, as peças são esbeltas ( $80 < \lambda \leq 140$ ) e o item 7.5.5 da NBR 7190:1997 prescreve que, para peças esbeltas submetidas, na situação de projeto, à flexocompressão,

com os esforços de cálculo  $N_d$  e  $M_{1d}$ , deve ser verificada a segurança, em relação ao estado limite último de instabilidade, por meio de teoria de validade experimentalmente comprovada.

Ainda, segundo esse item normativo, considera-se atendida a condição de segurança relativa ao estado limite último de instabilidade se, no ponto mais comprimido da seção transversal da peça, for respeitada a condição expressa pela Eq. 2.9, em que:

- ☞  $\sigma_{Nc0,d}$  – valor de cálculo da tensão de compressão devido à força normal de compressão;
- ☞  $f_{c0,d}$  - resistência de cálculo da madeira à compressão paralela às fibras;
- ☞  $\sigma_{M,d}$  - valor de cálculo da tensão de compressão devido ao momento fletor  $M_d$  calculado por meio da Eq. 2.10.

$$\frac{\sigma_{Nc0,d}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{M,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (2.9)$$

$$M_d = N_{c0,d} \cdot e_{1,ef} \cdot \left( \frac{F_E}{F_E - N_{c0,d}} \right) \quad (2.10)$$

As variáveis contidas na Eq. 2.10 são determinadas, como apresentado a seguir.

- ☞ Carga crítica de Euler ( $F_E$ ):

$$F_E = \frac{\pi^2 \cdot E_{c0,ef} \cdot I}{L_0^2} \left\{ \begin{array}{l} E_{c0,ef} : \text{valor efetivo do módulo de elasticidade paralelo} \\ \text{às fibras da madeira, de acordo com o item 6.4.9} \\ \text{da NBR 7190 : 1997;} \\ I : \text{momento de inércia da seção transversal da peça relativo} \\ \text{ao plano de flexão, em que se está verificando a condição} \\ \text{de segurança.} \end{array} \right. \quad (2.11)$$

- ☞ Excentricidade efetiva de primeira ordem ( $e_{1,ef}$ ):

$$e_{1,ef} = e_i + e_a + e_c \quad \left\{ \begin{array}{l} e_i : \text{excentricidade de primeira ordem, decorrente} \\ \text{da situação de projeto;} \\ e_a : \text{excentricidade acidental devido às imperfeições} \\ \text{geométricas das peças;} \\ e_c : \text{excentricidade suplementar de primeira ordem,} \\ \text{que representa a fluência da madeira.} \end{array} \right. \quad (2.12)$$

$$e_i \quad \left\{ \begin{array}{l} = \frac{M_{1,d}}{N_{c0,d}} = \frac{M_{1g,d} + M_{1q,d}}{N_{c0,d}} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{1g,d} \text{ e } M_{1q,d} : \text{valores de cálculo dos} \\ \text{momentos devido às cargas permanentes} \\ \text{e variáveis} \end{array} \right. \\ \geq \frac{h}{30} \quad \left\{ \begin{array}{l} h : \text{altura da seção transversal da peça} \\ \text{referente ao plano de verificação.} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.13)$$

$$e_a \quad \left\{ \begin{array}{l} = \frac{L_0}{300} \\ \geq \frac{h}{30} \quad \left\{ \begin{array}{l} h : \text{altura da seção transversal da peça} \\ \text{referente ao plano de verificação.} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.14)$$

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \cdot \left\{ \exp \left[ \frac{\phi \cdot [N_{g,k} + (\psi_1 + \psi_2) \cdot N_{q,k}]}{F_E - [N_{g,k} + (\psi_1 + \psi_2) \cdot N_{q,k}]} \right] - 1 \right\} \quad (2.15)$$

em que:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{ig} = \frac{M_{1g,d}}{N_{g,d}} \\ \phi : \text{coeficiente de fluência normalizado} \\ N_{g,k} \text{ e } N_{q,k} : \text{valores característicos da força normal devidos às} \\ \text{cargas permanentes e variáveis} \\ \psi_1 \text{ e } \psi_2 : \text{coeficientes de combinação normalizados} \end{array} \right.$$

Caso as peças sejam medianamente esbeltas ( $40 < \lambda \leq 80$ ), a verificação é feita como para as peças esbeltas, apenas desconsiderando-se a excentricidade  $e_c$ .

### *Peças de seção composta*

Sendo as seções dos elementos estruturais de barras constituídas por composição de madeira serrada ou madeira laminada colada, em formato de “I” ou “T”, compostas por elementos justapostos solidarizados continuamente por pinos ou adesivos estruturais, consideram-se as seções como maciças, em que a área é a soma de cada elemento constituinte e o momento de inércia efetivo, obtido pela Eq. 2.16.

$$I_{ef} = \alpha_r \cdot I_t \quad (2.16)$$

em que:

$I_t$  : momento de inércia total da seção transversal da peça, considerada maciça;

$\alpha_r$  : coeficiente de redução, com valor definido em função do tipo de seção:

- 0,85 para seções I;
- 0,95 para seções T.

Sendo a seção constituída por madeira laminada colada, calcula-se a área reduzida de sua seção transversal, de acordo com o tipo de emenda realizado entre as lâminas:

$$A_{red} = \alpha_r \cdot A_{ef} \quad (2.17)$$

em que:

$A_{ef}$  : área da seção transversal da peça, considerada maciça;

$\alpha_r$  = coeficiente de redução, com valor definido, em função do tipo de seção:

- 0,85 para emendas biseladas;
- 0,90 para emendas dentadas (*finger joints*).

Se alma for em MLC, o dimensionamento à flexão é feito, considerando-se apenas a contribuição das mesas tracionadas e comprimidas no cálculo das tensões normais.

#### **2.5.4 Verificação global da estrutura**

Segundo o item 9.2.1 da NBR 7190:1997, deve ser verificada a segurança em relação ao estado limite de deformações excessivas que afetem a utilização normal ou seu aspecto estético, considerando-se apenas as combinações de ações de longa duração. A flecha efetiva ( $u_{ef}$ ), determinada com o carregamento expresso pela Eq. 2.3, não pode superar 1/200 (0,5 %) do vão da estrutura.

## CAPÍTULO III

### ANÁLISE DA SENSIBILIDADE

#### 3.1 Apresentação

Neste capítulo são abordadas, conceitualmente, as ferramentas estatísticas de *planejamento e análise de experimentos*, utilizadas para a obtenção de variáveis significativas dos sistemas estruturais em estudo e superfícies de resposta, com relação aos estados limites relativos à verificação normativa das estruturas lamelares. Aborda, também, a *Metodologia Taguchi*, para a mensuração da sensibilidade ocasionada pela variação de cada parâmetro de projeto, no comportamento global desse tipo estrutural.

#### 3.2 Planejamento e análise de experimentos

##### 3.2.1 Introdução

O planejamento de experimentos representa o conjunto de ensaios a serem realizados com critérios estatísticos e científicos, tendo como objetivo verificar a influência de diversas variáveis nos resultados de um processo ou de um sistema. Trata-se de uma maneira de decidir, antes da realização dos experimentos, que configurações, em particular, devem ser simuladas, de forma a se obter a informação desejada, com a quantidade mínima de simulações (BARROS NETO et al., 2002).

Esta ferramenta se deve a Ronald Aylmer Fisher, pioneiro na aplicação da variância como meio eficaz para análise estatística de projetos experimentais. Essencialmente, o planejamento experimental é a técnica de projetar eficientemente experimentos e analisar os resultados (MONTGOMERY, 2001).



Muito do que se conhece em engenharia é desenvolvido por meio de testes ou experiências. Frequentemente, engenheiros trabalham em áreas problemáticas, em que nenhuma teoria científica, ou de engenharia, é completamente aplicável. Assim, a experiência e a observação dos dados resultantes constituem as únicas maneiras de se resolver o problema. Mesmo que haja uma boa teoria científica básica em que se possa confiar para a explicação do fenômeno de interesse, é quase sempre necessário conduzir testes ou experimentos para confirmar a teoria (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

Barros Neto et al. (2002) asseguram que a atividade estatística mais importante não é a análise de dados e, sim, o planejamento dos experimentos, em que esses dados devem ser obtidos. Quando isso não é feito de forma adequada, o resultado, muitas vezes, é uma grande quantidade de números estéreis, que estatístico algum conseguiria obter quaisquer conclusões. A essência de um bom planejamento consiste em se projetar um experimento forte que seja capaz de fornecer exatamente o tipo de informação que se busca. E, para isso, há que se saber, em primeiro lugar, o que se está procurando, pois um bom experimentador é, antes de tudo, uma pessoa que necessita saber o que quer.

Ronald Aylmer Fisher, autor de muitas técnicas utilizadas em planejamento de experimentos, escreveu uma advertência eloquente: “Chamar o especialista em estatística depois que o experimento foi feito pode ser o mesmo que pedir a ele para fazer um exame *post-mortem*. Talvez ele consiga dizer de que foi que o experimento morreu” (BARROS NETO et al., 2002). Isto pode ser evitado, desde que se planeje, cuidadosamente, a realização do experimento e se utilizem as ferramentas estatísticas apropriadas. Com essa precaução, além de minimizar os custos operacionais, o pesquisador terá a garantia de que os resultados do experimento irão conter informações relevantes para a solução do problema de partida (BOX; HUNTER; HUNTER, 1978).

Montgomery (1991) afirma que, na análise dos resultados dos experimentos, busca-se identificar o efeito produzido na resposta, quando da variação dos níveis dos fatores de controle do experimento. Os efeitos são classificados como principal, quando representa a variação média da resposta resultante da mudança de nível de um fator, mantendo-se outros fixos, ou de interação, quando a variação da resposta é decorrente da mudança combinada dos níveis de dois ou mais fatores. O autor apresenta a seguinte terminologia:

- 🔊 **Variáveis de resposta:** variáveis que sofrem algum efeito no experimento, quando mudanças são produzidas nos fatores. Nos testes, podem existir uma ou mais variáveis de resposta, importantes a avaliar.
- 🔊 **Fatores de controle:** são variáveis com valores alterados no experimento, com a finalidade de avaliar o efeito produzido nas variáveis de resposta e, assim, identificar os principais fatores do processo.

- 🔊 **Fatores de ruído:** conhecidos, ou não, influenciam nas variáveis de resposta do experimento, alguns podem ser controlados, outros não. Nesse caso, cuidados devem ser tomados na hora de realizar os testes. Esse processo evita que os efeitos produzidos pelos fatores de controle, que estão sendo avaliados no experimento, fiquem misturados com os efeitos de fatores de ruído, ou por ele mascarados.
- 🔊 **Níveis dos fatores:** condições de operação dos fatores de controle do processo ou sistema. Ao realizar os experimentos procura-se determinar os níveis ótimos do fator de controle ou o valor mais próximo do definido pelos projetistas.
- 🔊 **Tratamentos:** combinações específicas dos níveis dos fatores de controle no experimento, isto é, cada uma das corridas do experimento representará um tratamento.
- 🔊 **Efeito principal:** mudança da variável-resposta produzida pela mudança no nível do fator de controle.
- 🔊 **Aleatorização:** processo para definir a ordem dos tratamentos no experimento, podendo ser por meio de sorteio ou por limitações específicas do experimento.
- 🔊 **Repetição:** processo de repetir cada um dos tratamentos no experimento.

Em um planejamento de experimentos, um fator (variável independente) é uma variável experimental, qualitativa ou quantitativa, que está sendo investigada para determinar o seu efeito sobre uma resposta. Os valores específicos dos fatores são denominados níveis, os quais podem ser determinados *a priori*. Estatisticamente, recomenda-se utilizar dois níveis para cada fator ou, no máximo três, pois o número de ensaios aumenta muito, se a quantidade de níveis aumenta (MASON; GUNST; HESS, 1989).

Destacam-se algumas vantagens da utilização das técnicas estatísticas de planejamento experimental (MONTGOMERY, 2001):

- 🔊 reduz o número de ensaios, sem perder a qualidade das informações;
- 🔊 permite que o experimento seja realizado com diversas variáveis, simultaneamente, observando-se os seus efeitos, separadamente;
- 🔊 possibilita a seleção das variáveis que influenciam no sistema;
- 🔊 representa-se o processo por meio de expressões matemáticas;
- 🔊 elaboram-se conclusões, a partir dos resultados qualitativos.

Montgomery (1991) indica um procedimento para o planejamento de experimentos e a análise dos resultados, a saber:

- 🔊 reconhecimento e definição do problema que, em grande parte, depende da experiência já adquirida em estudos de processos semelhantes;

- ⓪ escolha dos fatores (variáveis) e das faixas de valores em que esses fatores serão avaliados, definindo-se o nível específico (valor) a ser empregado em cada ensaio;
- ⓪ escolha adequada da variável de resposta, garantindo a objetividade na análise dos resultados;
- ⓪ delineamento dos experimentos: quantidade de ensaios, ordem para a sua execução, necessidade de aleatorização ou não;
- ⓪ execução dos experimentos, monitorando-os e controlando-os. Esta etapa é extremamente importante, pois garante a validade experimental, exigindo do pesquisador um conhecimento profundo dos instrumentos, equipamentos e métodos de controle e monitoramento;
- ⓪ análise dos resultados, com o uso de métodos estatísticos, a fim de que as conclusões estabelecidas sejam objetivas;
- ⓪ elaboração das conclusões que permitirão tomada de decisões a respeito do processo em estudo.

A seguir, são apresentadas algumas recomendações, propostas por Montgomery (1991), sobre o uso de métodos estatísticos para o planejamento experimental:

- ⓪ deve-se usar o conhecimento técnico específico, e não estatístico, sobre o problema;
- ⓪ deve-se simplificar ao máximo possível o delineamento experimental;
- ⓪ deve-se reconhecer a diferença entre o que é significativo estatisticamente e o que é significativo na prática, seja industrial, seja de pesquisa e
- ⓪ é necessário ter-se o entendimento de que a experimentação é um processo iterativo.

### **3.2.2 Planejamento fatorial**

O planejamento fatorial é uma técnica bastante utilizada, quando se tem duas ou mais variáveis independentes (fatores), uma vez que permite uma combinação de todas as variáveis em todos os níveis, possibilitando a análise de uma variável, sujeita a todas as combinações das demais (MONTGOMERY, 1991).

Inicialmente, não se conhecem as variáveis mais importantes para o sistema que se está estudando. Nesse caso, talvez o conhecimento do pesquisador se limite a uma pequena experiência prática ou alguma informação bibliográfica. Nessas condições, o primeiro passo seria realizar uma triagem e descartar as variáveis não significativas, para não perder tempo e dinheiro. Uma maneira de se alcançar esse objetivo é com o emprego

de planejamentos fatoriais fracionários, extremamente econômicos, que podem ser usados para estudar dezenas de fatores de uma só vez (BARROS NETO et al., 2002).

Tendo sido identificados os fatores importantes, a próxima etapa seria avaliar quantitativamente a sua influência sobre a resposta de interesse, bem como as possíveis interações de uns fatores com os outros. Para se fazer isso, podem ser empregados os planejamentos fatoriais completos, dependendo do dispêndio de tempo e recursos que isto possa demandar (BARROS NETO et al., 2002).

Quando se objetiva otimizar um sistema, ou seja, maximizar ou minimizar algum tipo de resposta – podendo haver, ao mesmo tempo, a necessidade de satisfazer alguns critérios – a técnica mais conveniente é a metodologia de superfícies de resposta (BARROS NETO et al., 2002).

Um caso particular é o planejamento fatorial com  $k$  fatores e dois níveis, conhecido como Planejamento Fatorial  $2^k$ . Os fatores e os níveis são pré-determinados, configurando-se esse planejamento um modelo de efeitos fixos, a partir do qual, definem-se as variáveis que influenciam o sistema proposto. Com isso, parte-se para uma abordagem mais específica, somente com as variáveis realmente significativas.

No caso de experimento fatorial completo, todas as possíveis combinações dos níveis dos fatores serão avaliadas. Assim, é possível detectar e estimar as interações entre os fatores ou obter uma maior precisão dos efeitos principais de cada fator. Porém, há que se avaliar a possibilidade real de se executarem todos os experimentos (BOX; HUNTER; HUNTER, 1978).

Segundo Mendenhall (1991), em qualquer planejamento fatorial, é conveniente se trabalhar com variáveis codificadas, que podem ser tanto quantitativas como qualitativas. Isso para que se garanta que a matriz de experimentos seja inversível. Nesse caso, não se utilizam valores de medidas numéricas, para nenhuma variável. Por exemplo, em um experimento com três fatores ( $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ), pode-se testar cada variável independente em dois níveis (-1, +1). Nesse caso, o número -1 se refere ao valor inferior desta variável, e o +1, ao superior. A matriz de planejamento para o experimento fatorial  $2^3$  é representada na Tab. 3.1. A resposta de cada ensaio, ou tratamento, é descrita pela coluna  $y_i$ . É importante ressaltar que a ordem de realização do teste pode ser definida aleatoriamente.

Na matriz de planejamento, as colunas representam o conjunto de fatores investigados (variáveis independentes) e as linhas representam os diferentes níveis ou as combinações desses fatores, com seus valores quantitativos ou qualitativos, em níveis codificados: -1 e +1.

Tabela 3.1 – Matriz de planejamento fatorial  $2^3$ .

Nº Experimento	Fatores de Controle			Ordem do Teste	Resposta ( $y_i$ )
	$x_1$	$x_2$	$x_3$		
1	-1	-1	-1	6	$y_1$
2	+1	-1	-1	8	$y_2$
3	-1	+1	-1	1	$y_3$
4	+1	+1	-1	2	$y_4$
5	-1	-1	+1	5	$y_5$
6	+1	-1	+1	3	$y_6$
7	-1	+1	+1	4	$y_7$
8	+1	+1	+1	7	$y_8$

Fonte: MONTGOMERY (2001).

Uma abordagem feita no planejamento fatorial  $2^k$  é a utilização de uma fração do experimento completo, conhecido como planejamento fatorial fracionário, bastante utilizado quando se tem um grande número de fatores (BARROZO, 2010).

Como exemplo, em um planejamento fatorial  $2^k$  completo, com sete variáveis, tem-se um total de 128 experimentos, o que pode ser inviável de se realizar, tanto em laboratório como por análise numérica. Entretanto, se for utilizada uma fração 1/4, ter-se-á um total de 32 experimentos e, ainda assim, pode ser mantida a qualidade dos resultados para posterior análise (BARROZO, 2010).

### 3.2.3 Superfície de resposta

A superfície de resposta é uma ferramenta estatística bastante poderosa, com a finalidade de produzir uma equação matemática robusta, validando para a próxima fase de controle os fatores influenciadores (variáveis significativas), bem como suas interações, nos resultados de interesse, inerentes a determinado processo (BARROS NETO et al., 2002).

Podem considerar as variáveis através de seus valores codificados, em níveis considerados no planejamento experimental, ou valores reais e dimensionalmente definidos. Além da análise das influências dos fatores nas respostas, a superfície de resposta pode ser utilizada para otimizar respostas, o que é possível caminhando-se nesta superfície em busca das regiões ótimas de máximo ou mínimo desejados – o que não será realizado aqui.

### 3.2.4 Metodologia Taguchi

Há o interesse em se conhecer os fundamentos da Metodologia Taguchi para aplicá-la à análise da sensibilidade estrutural das abóbadas reticuladas, tendo em vista a praticidade e eficácia desta ferramenta estatística que alia a engenharia com a qualidade. Adianta-se que o que se pretende aqui, especificamente, com este método, é a mensuração dos efeitos causados no comportamento estrutural desses sistemas, mediante perturbações ocorridas nos parâmetros de projeto.

#### Introdução:

A estratégia convencional de controle da qualidade caminha no sentido de buscar controles mais rígidos para o sistema de produção, o que implica custos crescentes e conduz a um ponto em que o retorno econômico, associado ao investimento, passa a ser decrescente (DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989).

A proposta de Taguchi (TAGUCHI, 1987 apud DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989, p.63) busca reverter essa tendência. Sua premissa básica é simples: ao invés de se concentrarem esforços no processo de produção (equipamentos, ferramentas, mão de obra, etc.), para assegurar a qualidade consistente de um produto, deve-se procurar projetar um produto robusto o suficiente para garantir alta qualidade, a despeito das possíveis variações no processo de produção, bem como no ambiente de uso desse produto.

O termo robusto pode ser aplicado para produtos e processos que apresentem desempenho compatível à qualidade exigida e sejam relativamente insensíveis a fatores de difícil controle. O conceito de projeto robusto foi inicialmente proposto por Taguchi. Consiste na melhoria da qualidade do produto ou do processo pela exploração das interações entre os fatores controláveis e os de ruído utilizando a metodologia do planejamento experimental (DOLTSINIS et al., 2005).

Taguchi dá uma grande ênfase à aproximação entre a engenharia e a qualidade. Afirma que, produzindo com determinados objetivos ou requisitos de maneira a minimizar a variação da *performance* de um determinado produto, vai-se aumentar a sua qualidade, bem como a satisfação dos clientes. O objetivo de Taguchi é minimizar o ruído, nome dado por ele à variação da *performance* (ROSS, 1996).

Este método utiliza um arranjo ortogonal, uma forma de projeto fatorial fracionário, contendo um conjunto representativo de todas as possíveis combinações das condições experimentais. A utilização da técnica de Taguchi pode levar a uma comparação equilibrada dos níveis dos parâmetros de processo e a uma redução significativa do número total de simulações (PADMANABHAN et al., 2007).

### Definição:

O método de Taguchi (FOWLKES; CREVELING, 1995) consiste na realização de certo número de experimentos, baseados em matrizes ortogonais, que minimizam os efeitos de um parâmetro sobre os outros. Os resultados são filtrados por uma ferramenta estatística chamada “*signal to noise ratio*” ou razão entre o sinal (resposta da função) e o ruído (variáveis parametrizadas), que mostra a influência de cada parâmetro no comportamento do sistema.

### Histórico:

Após a Segunda Guerra Mundial, a indústria japonesa estava destruída e sem condições de competir com a indústria americana, forte e saudável, vinda de um grande desenvolvimento ocorrido durante a guerra. O Japão tinha que lidar com problemas sérios, como falta de matéria-prima de qualidade e maquinário obsoleto. Nesse ambiente, a indústria japonesa encontrou um conjunto de técnicas desenvolvidas nos EUA durante a guerra, chamadas controle estatístico de processos. A utilização dessas técnicas não só impulsionou as indústrias japonesas, tornando-as competitivas, como, também, deu início à formação e ao desenvolvimento de profissionais altamente qualificados e voltados à melhoria de processos. Em seguida, novas tecnologias foram criadas – em grande parte, baseadas em técnicas estatísticas – com o objetivo de fabricar produtos competitivos e de alta qualidade, ainda que baratos. A chave para a obtenção de produtos com tais características é a redução e o controle da variabilidade do processo (ROY, 1990).

Um importante personagem nesse processo de transformação da indústria japonesa em uma indústria competitiva e de alta qualidade é Genichi Taguchi. Na busca pela redução da variabilidade, Taguchi foi quem primeiro despertou para o fato de que se deve procurar o ajuste dos fatores de que se tem controle, de modo a tornar o processo robusto às variações impostas por fatores não controláveis (ou seja, fontes de variação não-controláveis, que na, maioria das vezes, nem são identificáveis), em contraposição à abordagem em voga na época, de tentar controlar esses fatores. Obter um processo robusto sob o aspecto descrito significa dizer que a variabilidade será reduzida (ou minimizada), pois o processo estará imune aos efeitos dos fatores não controláveis, que provocam o aumento da variabilidade, (TAGUCHI, 1987 apud DE ANDRADE, 2003, p.4).



*Função perda de qualidade:*

Para Taguchi (1987 apud DE ANDRADE, 2003, p.12), o conceito de qualidade está associado, quantitativamente, à perda imposta à sociedade pelo produto ou serviço, cujo desempenho é abaixo das expectativas. Em outras palavras, são as perdas sofridas pela sociedade (cliente, fabricante e outro), quando um produto não atinge o desempenho esperado. Com isso, pode-se definir perda como a medição desta, associada à ausência de qualidade (ou desempenho fora do valor alvo) para cada um dos valores possíveis da característica de qualidade.

O significado de aperfeiçoamento da qualidade é alterado para solucionar problemas por meio da redução da variabilidade em torno do valor alvo. O principal foco do aperfeiçoamento da qualidade é a redução de custos. O valor monetário é um conveniente índice de desempenho, facilmente apreciado pelos tomadores de decisão (GOH, 1993).

Para quantificar a função perda, Taguchi utiliza uma aproximação por série de Taylor de segunda ordem, em torno do valor alvo  $T$  (valor nominal de uma característica de interesse de certo produto; valor ideal para a resposta do produto). Com isso, a expressão da função perda tem forma apresentada pela Eq. 3.1, em que  $L$  é a função perda (representa a perda na qualidade, em valores monetários) e  $y$  a medida da característica de qualidade, o valor real de uma característica de interesse de certo produto e corresponde ao seu desempenho (DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989).

$$L(y) \cong L(T) + \frac{L'(T) \cdot (y - T)}{1!} + \frac{L''(T) \cdot (y - T)^2}{2!} \quad (3.1)$$

No entanto,  $L(T) = 0$ , pois quando a *performance* atinge o valor ideal ( $y = T$ ), a perda é nula, pela própria definição de função perda. E, também,  $L'(T) = 0$ , por ser mínimo local. Então, tem-se a função perda quadrática expressa pela Eq. 3.2.

$$L(y) \cong \frac{L''(T) \cdot (y - T)^2}{2!} = k(y - T)^2 \quad (3.2)$$

em que  $k = \frac{L''(T)}{2!}$  é uma constante econômica de proporcionalidade, que varia conforme o processo e as características do produto, também denominada coeficiente de perda de qualidade.

Essa constante poderá ser obtida, conhecendo-se o valor de  $L(y)$  para um particular valor de  $y$ . Na Fig. 3.1 tem-se uma representação desta função.

A função perda de Taguchi estabelece uma medida financeira para o cálculo do desvio de uma característica do produto, em relação ao valor nominal. O gráfico demonstra a função perda associada ao estar dentro, ou fora, dos limites de especificação. O alvo central  $T$  representa o nível ideal do parâmetro de projeto e é denominado valor nominal. Os dois limites de especificação LSE e LIE, superior e inferior, respectivamente, são os limites de especificação simétricos padronizados. O eixo vertical é a medida do valor de perda devido ao desvio da característica do nível desejado (DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989).

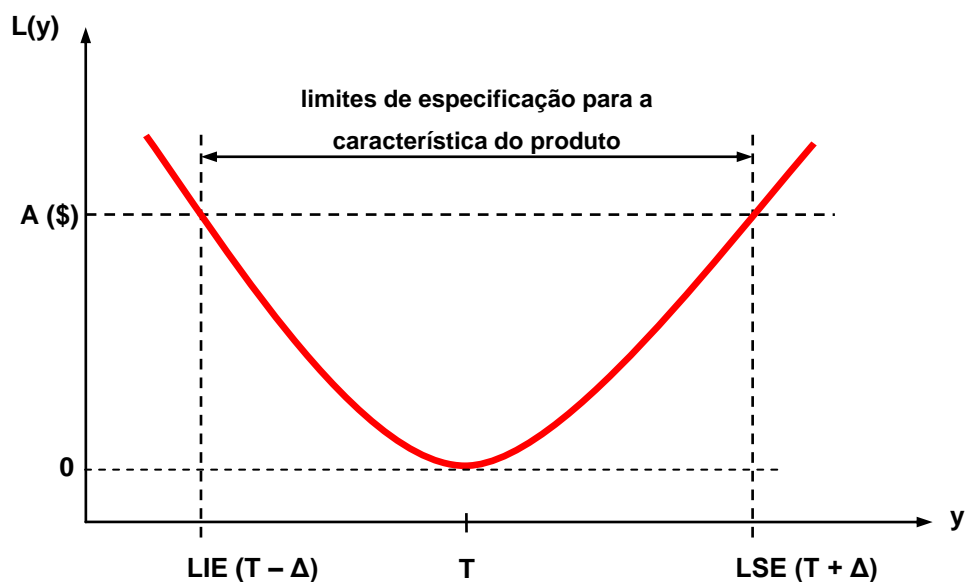


Figura 3.1 – Função perda de qualidade de Taguchi em função da *performance* do produto.

Fonte: adaptado de De Almeida e De Toledo (1989).

Supondo que a tolerância para a característica seja  $T \pm \Delta$  e que o produto tenha um desempenho não satisfatório quando  $y$  ultrapassara esse intervalo e, ainda que o custo para se reparar ou descartar o produto nesse ponto seja de  $A$  unidades monetárias, obtém-se o valor da constante econômica, pela Eq. 3.3.

$$A = k(y - T)^2 = k\Delta^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{A}{\Delta^2} \quad (3.3)$$

Deve-se ressaltar que  $L(y) = k(y - T)^2$  é a perda por unidade do produto. Entretanto, para a produção de  $n$  unidades, a perda média para o consumidor, devido à variação de desempenho, é dada pelo valor esperado desta função de perda quadrática, para todos os valores  $n$  de  $y$ , ou seja, para  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Com isso, a perda média seria representada pela Eq. 3.4.

$$L(y) = k \cdot \frac{1}{n} \left[ (y_1 - T)^2 + (y_2 - T)^2 + \dots + (y_n - T)^2 \right] \quad (3.4)$$

Além deste caso, em que o valor nominal é o melhor para a característica, tem-se dois outros especiais: o primeiro é o caso em que quanto menor o valor da característica, melhor é a situação. Exemplo: quando a característica em questão é a quantidade de impurezas num produto. O segundo é aquele em que quanto maior o valor da característica melhor é a situação. Exemplo: quando a característica é a resistência de uma peça mecânica (DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989).

#### A relação sinal-ruído (S/N):

Taguchi sugere o uso de uma estatística denominada *razão sinal-ruído (S/N)* como *estatística de desempenho*. Os parâmetros de projeto associados à máxima razão sinal-ruído garantem a qualidade robusta, isto é, o desempenho menos sensível às variações de ruído (DE ALMEIDA; DE TOLEDO, 1989).

O conceito da razão sinal-ruído tem a sua origem na engenharia elétrica, especificamente na área de comunicações. Na transmissão de dados e, em particular no módulo receptor, é importante fazer a melhor distinção possível entre a mensagem transmitida (sinal) e a variação aleatória própria do sistema (ruído), que faz com que o sinal seja erroneamente interpretado pelo módulo receptor.

A quantidade S/N é definida como a razão entre a potência média do sinal e a potência média do ruído. Assim, o sistema é tão melhor quanto maior for sua razão sinal-ruído, pois possibilita separar, de forma mais clara, a mensagem do ruído. Taguchi adaptou esse conceito e o introduziu em sua metodologia, a fim de atingir o objetivo de determinar os fatores de ruído e seus níveis ótimos, maximizando S/N.

Existem diversas fórmulas propostas para a razão sinal-ruído e a escolha de uma delas depende do objetivo do experimento, no que se refere à característica da qualidade (ROY, 1990).

A fim de aumentar a robustez do projeto, Taguchi recomenda uma transformação logarítmica da relação sinal-ruído, com desvio médio quadrático (*Mean Square Deviation* - MSD) para a análise dos resultados (ROY, 1990).

Tendo-se os valores  $y_1, y_2, \dots, y_n$  que correspondem a um conjunto de valores que medem a característica de um produto, representando sua *performance*, a razão sinal-ruído (S/N) de Taguchi, é definida, para cada situação desejada com relação ao desempenho do produto:

🔊 “Melhor no valor nominal”:

$$S / N = 10 \cdot \log \left( \frac{\bar{y}^2}{s^2} \right) \quad (3.5)$$

em que:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2$$

🔊 “Quanto menor, melhor”:

$$S / N = -10 \cdot \log \left( \frac{1}{n} \cdot \sum y_i^2 \right) \quad (3.6)$$

🔊 “Quanto maior, melhor”:

$$S / N = -10 \cdot \log \left( \frac{1}{n} \cdot \sum \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (3.7)$$

O logaritmo é utilizado para melhorar a relação sinal-ruído, pois suas propriedades tornam a medida mais aditiva ao senso estatístico. Uma resposta aditiva é aquela na qual a influência de cada fator de controle é relativamente independente de efeitos dos outros fatores de controle. Isto significa que os efeitos dos fatores de controle em uma medida simplesmente são adicionados, sem a complicação de existirem termos cruzados. Em outras palavras, o logaritmo ajuda a aumentar a independência numérica dos fatores de controle medidos em relação aos outros. A função logarítmica é o meio matemático de fazer

a resposta menos sensível ao ruído, suprimindo o efeito numérico da interação entre os fatores de controle (FOWLKES; CREVELING, 1995).

### Aplicação do método:

A aplicação da Metodologia Taguchi envolve os seguintes procedimentos: seleção dos fatores de controle, seleção do número de níveis dos fatores, seleção do arranjo ortogonal, execução dos ensaios e análise de resultados. Resumindo o método, inicialmente deve-se escolher o número de parâmetros a ser otimizado, e quantos valores diferentes terão cada parâmetro (ROSS, 1996).

Escolhe-se, então, uma matriz ortogonal que satisfaça essas condições. A matriz determina a combinação de valores de parâmetros a ser usada em cada experimento. Após a realização dos experimentos, inicia-se a análise dos resultados, utilizando-se comumente a ANOVA. O objetivo principal desse tipo de estratégia é obter, com o mínimo de corridas experimentais, o máximo de informação sobre o efeito dos parâmetros sobre o processo.

A matriz ortogonal é usada para a realização de experimentos, e, no método de Taguchi, é requerida unicamente uma parte de uma matriz fatorial completa. O tratamento das informações é escolhido de forma a prover informação suficiente para determinar os efeitos dos fatores.

A matriz ortogonal impõe a ordem de realização dos experimentos. Ortogonal refere-se ao balanço de várias combinações de fatores, sendo que um fator sempre tem o mesmo peso que os outros nos experimentos. Ortogonal também se refere ao fato de que o efeito de cada fator pode ser acessado independentemente dos efeitos de outros fatores.

Encontram-se, na literatura, dois tipos de arranjos ortogonais, os arranjos com dois níveis ( $L_4$ ,  $L_8$ ,  $L_{12}$  e  $L_{32}$ ) e os arranjos com três níveis ( $L_9$ ,  $L_{18}$  e  $L_{27}$ ). O número na designação do arranjo indica o número de alternativas nele contidas, por exemplo, um arranjo  $L_8$  tem oito alternativas (realização de oito experimentos).

A Tabela 3.2 e a Tabela 3.3 mostram exemplos de arranjos ortogonais, em que a primeira coluna representa o número da simulação e as colunas subsequentes representam os parâmetros de projeto, sendo as linhas correspondentes às simulações com os níveis de cada parâmetro a ser analisado. Deve-se ressaltar que os fatores são atribuídos às colunas e as condições de ensaio são ditadas pelas linhas. A principal propriedade matemática deste tipo de matriz é o fato de que, se uma matriz ortogonal for multiplicada pela sua transposta, o resultado é uma matriz identidade (FOWLKES; CREVELING, 1995).

### Análise de variância (ANOVA):

A análise de Variância (ANOVA) é um método estatístico utilizado para interpretar os dados experimentais e para tomada de decisões, baseado nas causas de variação de um experimento. Trata-se de um teste de comparação de médias, mas que usa a variância, como base de comparação.

Os fatores (isto é, variáveis independentes) são condições externas que podem (ou não) afetar os resultados, ou seja, influenciar a variável dependente. No modelo ANOVA podem existir um ou mais fatores. Dentre os inúmeros tipos de ANOVA, pode-se exemplificar (MARTINEZ; FERREIRA, 2008) os arranjos  $L_4$  e  $L_8$ , conforme Tab. 3.2 e Tab. 3.3, respectivamente.

Tabela 3.2 – Arranjo ortogonal  $L_4$  de Taguchi.

Nº Experimentos	1	2	3
1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1

Tabela 3.3 – Arranjo ortogonal  $L_8$  de Taguchi.

Nº Experimentos	1	2	3	4	5	6	7
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
3	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
4	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
5	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
6	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
7	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
8	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1

- ANOVA a um fator: procura-se comparar as médias da variável dependente, considerando apenas um fator (variável independente), com três ou mais níveis (grupos distintos).
- ANOVA a dois fatores: pretende-se comparar as médias da variável dependente considerando dois fatores em simultâneo, provenientes de amostras independentes.
- ANOVA projeto misto: o objetivo é comparar as médias da variável dependente, considerando dois fatores em simultâneo, um proveniente de medições repetidas e outro de amostras independentes.
- ANOVA de Pareto: é um método simplificado da ANOVA, usando os princípios de Pareto. É um método rápido e fácil para análise de resultados experimentais. Não requer a tabela completa da ANOVA e não utiliza o teste F. Baseia-se na recomendação de Taguchi, em que se deve realizar uma transformação logarítmica do desvio médio quadrático (MSD) e a relação S/N para análise dos resultados, já que a identificação da condição ótima, com isso, é muito mais consistente.

A seguir, são apresentadas as formulações relativas à ANOVA de Pareto, que é utilizada neste estudo.

A partir dos valores da relação sinal-ruído, obtidos para cada experimento, calcula-se o valor médio global, através da Eq. 3.8 (PADMANABHAN et al., 2007), em que  $n$  é a quantidade total de experimentos.

$$\overline{S/N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S/N)_i \quad (3.8)$$

A soma dos quadrados devida à variação da média total é dada pela Eq. 3.9. Segundo Padmanabhan et al. (2007), esta representa a medida da variação de todos os tratamentos, em que  $m$  é o número resultante do produto da quantidade de níveis pela quantidade de parâmetros de projeto considerados.

$$SS = \sum_{i=1}^m \left[ (S/N)_i - \overline{S/N} \right]^2 \quad (3.9)$$

A soma dos quadrados devida à variação da média total, para cada parâmetro, é dada pela Eq. 3.10, em que  $N$  é a quantidade de níveis considerado para as variáveis (normalmente, 2 ou 3). Segundo Padmanabhan et al. (2007), esta representa a medida da variação de cada tratamento.



$$SS_i = \sum_{i=1}^N \left[ (S/N)_i - \overline{S/N} \right]^2 \quad (3.10)$$

Finalmente, a influência de cada fator em cada resposta do sistema é obtida através da Eq. 3.11, que, no caso das estruturas em abóbada reticulada, quantifica a contribuição percentual de cada parâmetro de projeto no comportamento estrutural de tais sistemas:

$$C\% = 100 \cdot \frac{SS_i}{SS} \quad (3.11)$$

## CAPÍTULO IV

### MATERIAIS E MÉTODOS

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentadas as considerações feitas sobre as aplicações das ferramentas estatísticas ao tipo estrutural lamelar, abordadas no Capítulo III deste trabalho.

Também é apresentada a metodologia completa do trabalho, com as variáveis de interesse e suas faixas de valor, os materiais adotados e suas propriedades.

#### 4.2 Planejamento fatorial aplicado às estruturas lamelares

Visando ao estudo das abóbadas reticuladas, foram avaliadas que variáveis são independentes entre si, mediante a realização do tratamento estatístico fatorial, para identificação da sua significância perante as respostas de interesse, quando do cálculo, e verificação desses sistemas estruturais.

Destaca-se que o material estrutural foi a madeira serrada, denominada aqui por: Classe C (Coníferas) e Classe D (Dicotiledôneas) e, foi avaliado o sistema estrutural lamelar.

Considerando-se as verificações normativas já comentadas neste trabalho, específicas às abóbadas reticuladas, concluiu-se a necessidade de se estudarem três superfícies de resposta, relacionadas à:

- 🔩 deslocamento vertical máximo dos nós da estrutura reticulada (Estado Limite de Utilização);
- 🔩 verificação das barras quanto à flexocompressão (Estado Limite Último) e
- 🔩 verificação das barras quanto à estabilidade (Estado Limite Último).

Na Tabela 4.1 são apresentados os parâmetros a serem considerados no planejamento experimental, bem como seus valores, inferior e superior (níveis).

Tabela 4.1 – Variáveis utilizadas para a análise das abóbadas lamelares e seus níveis.

VARIÁVEIS	Nível Inferior	Nível Superior
Vão da estrutura (largura) – V	5 m	20 m
Comprimento da estrutura – L	5 m	50 m
Flecha da abóbada – f	15%	25%
Ângulo interlamelar – $\beta$	40°	50°
Índices de esbeltez das barras – $\lambda_y$	80	140
Altura da seção transversal das barras – h	10 cm	25 cm
Espessura das lamelas – e	2 cm	3 cm
Classe da madeira (C – Coníferas ou D – Dicotiledôneas)	C-20 / D-20	C-30 / D-60

A escolha dos parâmetros se deveu ao estudo teórico realizado pela autora e à sua experiência com dimensionamento de estruturas lamelares. A seguir, são justificados os valores dos níveis adotados para cada um desses parâmetros.

- ☞ vão da estrutura: 5 m e 20 m;

Justificativa: são valores que possibilitam a concepção de coberturas destinadas desde a pequenas áreas residenciais (como garagens) até a galpões industriais, hangares, igrejas, ginásios, dentre outros. Vãos, cujas demandas de mercado são consideráveis, no tocante a coberturas de áreas retangulares.

- ☞ comprimento da estrutura (extensão, profundidade da área coberta): 5 m e 50 m;

Justificativa: vale a mesma justificativa do vão.

- ☞ flecha da abóbada: de 15% a 25% do vão;

Justificativa: de acordo com Ferreira (1999) este é o intervalo recomendado para projetos, de modo a favorecer o seu comportamento estrutural.

- ☞ ângulo interlamelar: 40° a 50°;

Justificativa: tal faixa é recomendada por Ferreira (1999), pois equilibra o consumo de material estrutural, que seria maior nas duas as situações extremas: ângulo abaixo do nível menor (a malha ficaria mais densa) e ângulo acima do nível maior (os esforços seriam maiores, demandando maior consumo de material).

- ☞ índice de esbeltez das barras: 80 e 140;

Justificativa: pode-se considerar que as lamelas, por sua própria configuração geométrica, são sempre esbeltas. Levando-se em consideração as diretrizes

propostas por Ferreira (1999), para a concepção de uma estrutura lamelar, inicialmente, o projetista adota o limite máximo normativo para o índice de esbeltez da barra  $e$ , ao final, chega a um valor próximo a este, em busca de uma estrutura econômica. Com isso, optou-se pela adoção dos extremos relativos ao intervalo desse índice para peças esbeltas. Destaca-se que, este índice se refere à flambagem mais crítica, que ocorre em torno do eixo vertical da seção transversal da peça ( $\lambda_y$ ).

- U altura da seção transversal das lamelas: 10 cm e 25 cm;

Justificativa: a partir da experiência da autora, para o intervalo de vão considerado, essas alturas de lamelas são adequadas, podendo ser, desde sarrafos, até tábuas.

- U espessura das lamelas: 2 cm a 3 cm;

Justificativa: tais dimensões são condizentes com os valores extremos utilizados para a altura da seção transversal; adequam-se à proposta geométrica da lamela, que é a de ser longa, esbelta, de pequena espessura e, além disso, comercialmente viável.

- U classes de resistência do material constitutivo das barras: de 20 MPa a 30 MPa (para as Coníferas) e de 20 MPa a 60 MPa (para as Dicotiledôneas);

Justificativa: são consideradas todas as possibilidades de classe de madeira prescritas pela norma NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), Tab. 4.2 e Tab. 4.3. Ressalta-se que, nesse texto normativo, a classe da madeira é denominada pela letra C e, no presente estudo, a classe foi diferenciada por C para as Coníferas e D para as Dicotiledôneas, para facilitar a redação e a identificação deste parâmetro, pelo leitor.

Tabela 4.2 – Classes de resistência das Coníferas.

Classes	$f_{c0k}$ MPa	$f_{v0,k}$ MPa	$E_{c0,m}$ MPa	$\rho_{aparente}$ kg/m <sup>3</sup>
<b>C20</b>	20	4	3500	500
<b>C25</b>	25	5	8500	550
<b>C30</b>	30	6	14500	600

Fonte: adaptado de NBR 7190:1997 (ABNT, 1997).

Tabela 4.3 – Classes de resistência das Dicotiledôneas.

Classes	$f_{c0k}$ MPa	$f_{v0,k}$ MPa	$E_{c0,m}$ MPa	$\rho_{aparente}$ kg/m <sup>3</sup>
<b>C20</b>	20	4	9500	650
<b>C30</b>	30	5	14500	800
<b>C40</b>	40	6	19500	950
<b>C60</b>	60	8	24500	1000

Fonte: adaptado de NBR 7190:1997 (ABNT, 1997).

Com isso, têm-se oito variáveis, o que corresponde a 256 experimentos ( $2^8$ , sendo dois níveis e oito fatores) para cada tipo de madeira, totalizando 512 ensaios para o planejamento fatorial completo. Como este tem elevado número de corridas experimentais, optou-se pela utilização do planejamento fatorial fracionário.

Foi utilizada uma fração 1/4 correspondente a 64 ( $2^{8-2}$ ) experimentos, com Resolução V, o que significa que ocorrerá confundimento apenas entre os efeitos principais e as interações com quatro fatores; e entre as interações com dois fatores e três fatores. Segundo Barrozo (2010), os efeitos dos confundimentos de três níveis ou mais podem ser desprezados, o que significa que os 64 experimentos escolhidos, serão suficientes para retratar os resultados, sem necessidade de repetição.

Cada experimento foi modelado no software Gestrut, tendo-se como ações as cargas devidas ao peso próprio estrutural, ao peso de telhas (considerada em polycarbonato alveolar) e de elementos de ligação (normalizado como 3% do peso próprio estrutural) e sobrecarga de 0,25 kN/m<sup>2</sup>. Com isso, foram obtidos os valores dos esforços nas barras e deslocamentos nodais.

Foram implementados algoritmos no ambiente do software MatLab<sup>®</sup> (THE MATHWORKS, 2007) para se efetuar a verificação automatizada de todas as barras, segundo os critérios relacionados a deslocamento nodal, resistência e estabilidade das barras, de acordo com a NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), cujas expressões estão apresentadas no Capítulo II deste trabalho.

Para a realização do tratamento estatístico, foi utilizado o software Statistica<sup>®</sup> (STATSOFT, 2004), tomando-se os valores mais críticos encontrados pelo software MatLab<sup>®</sup>, por meio das verificações realizadas, para as barras e os nós, relativos a cada estado limite supracitado.

Ressalva-se que as expressões normalizadas tem um limite superior igual à unidade, no tocante à verificação da resistência e da estabilidade das barras. Porém, quanto ao deslocamento nodal, o limite é equivalente a 0,5% do vão da estrutura. Para que os deslocamentos também fossem referenciados à unidade, optou-se por dividir as flechas obtidas, via software Gestrut, pelo valor máximo normativo de flecha, normalizando-se esses resultados.

A seguir são descritos os passos seguidos na implementação da metodologia de cálculo concebida para esse estudo:

**(1º).** No software Statistica®, foi montada a matriz com os níveis das variáveis, para o planejamento fatorial fracionário adotado.

**(2º).** Para cada experimento, modelou-se a estrutura lamelar via software Gestrut.

**(3º).** No software Gestrut foi feita a consideração de todas as combinações de ações para estados limites últimos e de utilização.

**(4º).** No software Gestrut, cada estrutura gerada, correspondente a cada um dos experimentos, foi calculada para todas as combinações de ações.

**(5º).** Por meio do pós-processamento do software Gestrut, os resultados de cada ensaio (esforços solicitantes das barras e deslocamentos nodais) foram salvos em um arquivo de extensão txt.

**(6º).** A partir do algoritmo implementado, o software MatLab® busca cada arquivo *txt* e faz a verificação normativa completa dos resultados gerados pelo programa computacional Gestrut, referente à flexocompressão e estabilidade das barras, e máximo deslocamento vertical nodal.

**(7º).** O software MatLab® salva todos os resultados de verificação normativa em planilhas com extensão *x/s*, selecionando e armazenando os máximos valores obtidos de cada equação de verificação normativa, para cada estrutura considerada.

**(8º).** Em seguida, os valores críticos armazenados são inseridos no software Statistica®, para cada experimento considerado, e se procede à determinação das variáveis significativas (considerando-se uma significância estatística de até 5%).

**(9º).** Finalmente, são obtidas as equações das superfícies de resposta, para cada um dos estados limites considerados, com a eliminação das variáveis que não são significativas. Destaca-se que nesses equacionamentos, são também consideradas as interações ocorridas entre variáveis, que sejam significativas (adotando valor para a significância estatística de 5%).



### 4.3 Metodologia Taguchi aplicada às estruturas lamelares

O método de planejamento experimental ortogonal proposto por Taguchi foi utilizado para delinear as simulações numéricas. Para cada fator analisado, foram assumidos dois níveis, cujos valores foram os mesmos já comentados no Capítulo III. O arranjo utilizado foi o L8, que corresponde a oito ensaios experimentais.

Neste estudo de sensibilidade, as respostas de interesse corresponderam, não às expressões normativas de verificação mas, sim, os esforços solicitantes das barras:

- Ⓢ N: esforço normal, axial;
- Ⓢ  $M_z$ : momento fletor em torno do eixo z da seção transversal das barras, conforme adotado neste estudo (vide Fig. 2.40);
- Ⓢ  $M_y$ : idem  $M_z$ , para o eixo y;

e os deslocamentos nodais da estrutura global (F: deslocamento vertical dos nós da malha).

Isso se justifica porque, neste estudo, há o interesse de se investigar sobre a influência de cada variável significativa no comportamento estrutural as abóbadas reticuladas e estas respostas são a de maior interesse ao engenheiro calculista, quando do dimensionamento de sistemas lamelares.

Após a montagem do planejamento experimental segundo o arranjo ortogonal supracitado, buscou-se, com o auxílio do mesmo algoritmo implementado e comentado no item anterior, os maiores valores ocorridos para cada uma das respostas deste estudo, para cada uma das oito estruturas geradas para o arranjo de Taguchi.

Registra-se que, antes da montagem do arranjo ortogonal, foi utilizado o mesmo procedimento comentado no item anterior, por meio do planejamento fatorial fracionário já elaborado, para a obtenção das variáveis não significativas correspondentes, agora, a estas respostas de interesse e, não mais, às verificações normativas.

Desses cálculos, concluiu-se que, dentre as oito variáveis de projeto consideradas, o ângulo interlamelar ( $\beta$ ) não teve efeito significativo, tendo sido excluído desta análise de sensibilidade. Na Tabela 4.4 é mostrado o arranjo ortogonal montado, com os valores dos níveis (- 1 e + 1) dos fatores intervenientes, que estão apresentados na Tab. 4.1.

Posteriormente, as respostas obtidas foram tratadas através do método estatístico ANOVA de Pareto, considerando-se a transformação logarítmica do desvio médio quadrático, a fim de se quantificar o impacto de cada parâmetro de projeto, no comportamento estrutural, para cada estado limite analisado. Para tanto, foram utilizadas as expressões referentes às equações, de Eq. 3.8 à Eq. 3.10.

Tabela 4.4 – Arranjo ortogonal  $L_8$  de Taguchi, para as estruturas lamelares avaliadas.

ENSAIOS	PARÂMETROS ( variáveis significativas das estruturas lamelares )						
	V (m)	L (m)	f (%)	$\lambda_y$	e (cm)	h (cm)	C / D
1	20	50	15	140	3	25	30 / 60
2	20	50	25	80	2	10	20 / 20
3	20	5	15	140	3	10	20 / 20
4	20	5	15	80	2	25	30 / 60
5	5	50	15	140	2	25	20 / 20
6	5	50	15	80	3	10	30 / 60
7	5	5	25	140	2	10	30 / 60
8	5	5	25	80	3	25	20 / 20

#### 4.4 Modelo estrutural lamelar

A seguir, estão listadas as condições de contorno, os materiais, as ações e os carregamentos considerados para o modelo estrutural lamelar (Fig. 4.1) adotado:

- 🔧 apoios laterais: nós com restrições a deslocamentos e com giros livres;
- 🔧 apoios nos demais nós do contorno da malha: nós com liberdade de giro e livres para transladarem na direção longitudinal da estrutura;
- 🔧 material considerado: madeira serrada (Coníferas e Dicotiledôneas);
- 🔧 divisões da malha: calculadas, para cada experimento, em função das características geométricas da estrutura global e do índice de esbeltez das barras ( $\lambda_y$ );
- 🔧 ação permanente devida ao peso próprio: obtida por geração automatizada no software Gestrut, para cada experimento, a partir do peso específico aparente da madeira referente à sua Classe. Essas ações foram consideradas como forças concentradas nos nós;
- 🔧 ação permanente devida a elementos de ligação: adotado o valor recomendado pela NBR 7190:1997 (ABNT, 1997) de 3% do peso próprio estrutural. Tais ações foram consideradas como forças concentradas nos nós;

- ⓪ ação permanente devida à telha: foi considerada a placa de polycarbonato alveolar, com 8 mm de espessura, adequada ao fechamento de telhados lamelares com os vãos adotados nos ensaios realizados. Foi utilizado o peso médio de  $1,5 \text{ kg/m}^2$ , com base em informações técnicas do produto, obtidas de diversas fontes de sua comercialização, disponíveis no mercado;
- ⓪ ação variável, decorrente de sobrecarga de projeto: considerada distribuída ao longo da superfície cilíndrica da estrutura, com valor de  $0,25 \text{ kN/m}^2$ , usualmente empregado em projetos de estrutura de coberturas;
- ⓪ carregamentos: para cada estado limite último e de utilização (vide Capítulo II) foram equacionadas as expressões de combinação das ações supracitadas.

Destaca-se que não foi considerada a carga de vento porque, para tanto, seriam necessárias informações da edificação e seu uso, que vão além do escopo da estrutura de cobertura, que é o objeto do presente estudo. Além disso, aumentar-se-ia, consideravelmente, a quantidade de variáveis avaliadas.

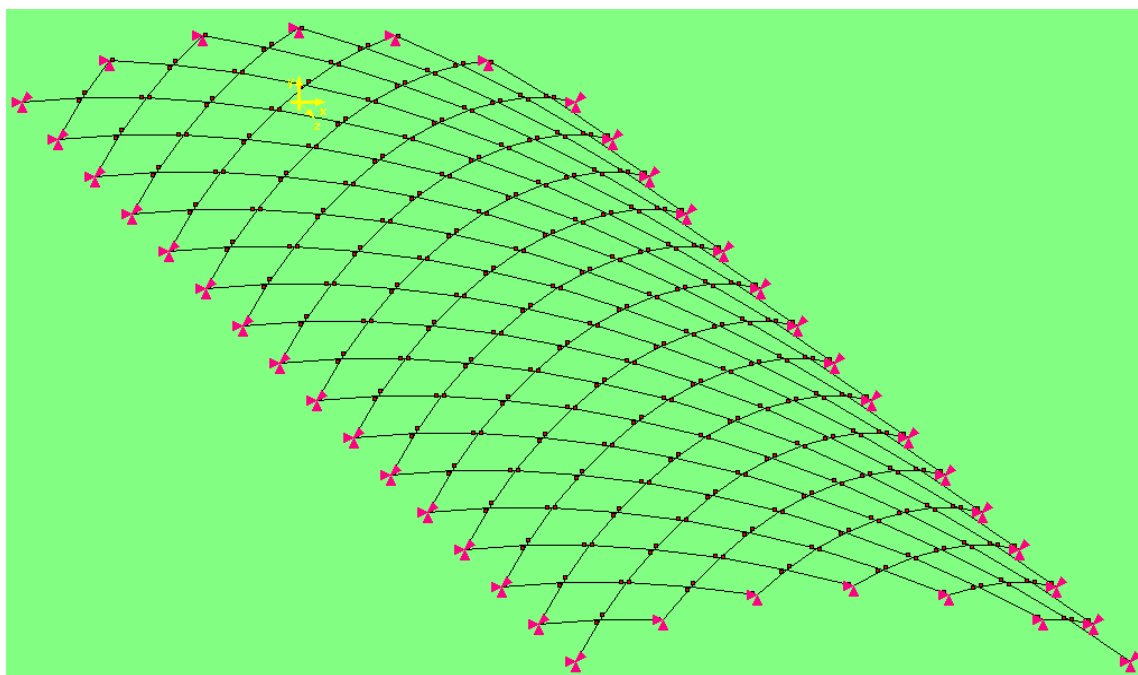


Figura 4.1 – Representação esquemática do modelo estrutural lamelar.

## **CAPÍTULO V**

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

#### **5.1 Introdução**

A expressiva quantidade de cúpulas reticuladas encontradas a partir da pesquisa bibliográfica realizada representa uma garantia prática da eficiência desses sistemas, no que se refere ao seu comportamento estrutural, além de evidenciar aspectos de distinta beleza, viabilidade econômica e ambiental.

As estruturas tridimensionais reticuladas do tipo cúpula representam sistemas estruturais altamente eficientes, em termos de distribuição de esforços. Além disso, possuem facilidade construtiva, tanto na confecção das peças, como na montagem da malha, representando uma boa alternativa para sistemas pré-fabricados.

Vários tipos estruturais tem sido utilizados para construir cúpulas e, sem dúvida, o avanço tecnológico com o desenvolvimento de softwares utilizados na análise estrutural tridimensional tem permitido aos projetistas, concepção e realização de projetos cada vez mais arrojados e ousados.

Os arranjos abobadados permite um grande número de possibilidades em termos de distribuição de barras e relações entre os parâmetros envolvidos. Devido à elevada quantidade de variáveis envolvidas na definição de uma malha para a cúpula, entende-se que os resultados das análises contidas neste trabalho sirvam de orientação para a obtenção de parâmetros geométricos, em busca do consumo racional de madeira.

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir da aplicação das ferramentas estatísticas comentadas no Capítulo III, considerando-se a metodologia descrita no Capítulo IV, para as estrutura lamelares de madeira.

## 5.2 Planejamento Fatorial

Por meio da análise estatística realizada, foram obtidas as variáveis significativas para cada um dos seis arranjos de estados limites *versus* tipo de madeira, o que está apresentado na Tab. 5.1.

As seguintes nomenclaturas foram adotadas para as variáveis de projeto, cujos níveis foram apresentados no Capítulo IV:

- [ 1 ] **V** = vão da estrutura (largura da área coberta);
- [ 2 ] **L** = comprimento da estrutura (extensão, profundidade da área coberta);
- [ 3 ] **f** = flecha da abóbada;
- [ 4 ]  **$\beta$**  = ângulo interlamelar;
- [ 5 ]  **$\lambda_y$**  = índice de esbeltez das barras;
- [ 6 ] **h** = altura da seção transversal das lamelas;
- [ 7 ] **e** = espessura das lamelas;
- [ 8 ] **C** = Coníferas ou **D** = Dicotiledôneas.

Tabela 5.1 – Variáveis não significativas obtidas para cada estado limite analisado.

ESTADO LIMITE	Classe da Madeira	[ 1 ] <b>V</b>	[ 2 ] <b>L</b>	[ 3 ] <b>f</b>	[ 4 ] <b><math>\beta</math></b>	[ 5 ] <b><math>\lambda_y</math></b>	[ 6 ] <b>h</b>	[ 7 ] <b>e</b>	[ 8 ] <b>C ou D</b>
Flexocompressão	Coníferas								
	Dicotiledôneas								
Estabilidade	Coníferas								
	Dicotiledôneas								
Deslocamento Vertical	Coníferas								
	Dicotiledôneas								

A seguir são apresentadas as nomenclaturas que foram utilizadas para as variáveis significativas das equações referentes às superfícies de resposta obtidas (da Eq. 5.1 à Eq. 5.6). Destaca-se que nestas expressões são utilizadas as seguintes unidades de medida para os parâmetros envolvidos: **m** (vão, comprimento e flecha da abóbada); **cm** (espessura e altura da seção transversal da lamela); **grau** (ângulo interlamelar); **MPa** (Classe C ou D). Ao final de cada expressão, tem-se o resíduo, fornecido pelo software Statistica®, referente a cada superfície de resposta.

- ☞  $FC_C$  – valor referente à verificação do estado limite último de flexocompressão das barras, para as Coníferas.

$$FC_C = -0,3711 + 0,1171V + 0,0906L + 0,1256\beta - 0,0641\lambda + 0,2776h - 0,2627C - 3,6890 \cdot 10^{-3} V.L + 9,3370 \cdot 10^{-3} V.\beta + 8,6400 \cdot 10^{-4} V.\lambda - 1,4500 \cdot 10^{-2} V.h - 4,1950 \cdot 10^{-3} V.C - 2,4350 \cdot 10^{-3} L.\beta + 2,1470 \cdot 10^{-3} L.h + 5.1$$

$$6,9200 \cdot 10^{-4} f.C - 6,0370 \cdot 10^{-3} \beta.h + 2,4080 \cdot 10^{-3} \lambda.C \pm 0,0333$$

- ☞  $FC_D$  – valor referente à verificação do estado limite último de flexocompressão das barras, para as Dicotiledôneas.

$$FC_D = -5,3814 + 0,1908V + 0,0702L + 0,1063\beta - 2,36 \cdot 10^{-2} D + 0,1701h - 3,1500 \cdot 10^{-3} V.L - 1,1880 \cdot 10^{-2} V.h - 2,89 \cdot 10^{-3} V.D + 8,12 \cdot 10^{-3} V.\beta - 2,14 \cdot 10^{-3} L.\beta + 1,4000 \cdot 10^{-4} L.\lambda + 1,5 \cdot 10^{-3} L.h + 4,6 \cdot 10^{-4} f.e - 5,04 \cdot 10^{-3} \beta.h + 6 \cdot 10^{-5} \lambda.D + 1,7 \cdot 10^{-3} h.D \pm 0,0418$$

- ☞  $E_C$  – valor referente à verificação do estado limite último de estabilidade das barras, para as Coníferas.

$$E_C = -77419,3 + 1606,3V + 467,3L + 636,0\lambda + 266,4h + 2279,6C + 20,5V.L + 15,6V.\lambda - 61,5V.h - 93,8V.C - 20,8L.h + 5,1L.\lambda - 30,7L.C - 15,4\lambda.h - 23,4\lambda.C + 92,2h.C \pm 0,0947$$

- ☞  $E_D$  – valor referente à verificação do estado limite último de estabilidade das barras, para as Dicotiledôneas.

$$E_D = -3,3448 + 0,138V + 2,46 \cdot 10^{-2} \lambda + 0,124h + 4,411 \cdot 10^{-2} D + 1,82 \cdot 10^{-3} V.\lambda - 7,02 \cdot 10^{-3} V.h - 2,98 \cdot 10^{-3} V.D + 4,1 \cdot 10^{-4} L.\lambda - 1,32 \cdot 10^{-3} L.h - 4,8 \cdot 10^{-4} L.D - 4,3 \cdot 10^{-4} f.\lambda - 1,09 \cdot 10^{-3} \lambda.h - 4,3 \cdot 10^{-4} \lambda.D + 1,64 \cdot 10^{-3} h.D + 0,0677$$

- ☞  $F_C$  – valor referente à verificação do estado limite de utilização, quanto ao deslocamento nodal vertical dos nós da estrutura global, para as Coníferas.

$$\begin{aligned}
F_C = & 22,1255 + 22,7185V + 65,8794f - 7,5384\lambda - 98,9315e + \\
& + 65,8794f - 12,7304C - 0,0705V.\lambda - 4,2359V.e - 0,4273V.C + \\
& + 0,4233V.f + 0,1594L.f - 0,1010L.\beta - 0,6417f.\beta - 0,1060f.\lambda + \quad 5.5 \\
& 0,1163L.h - 6,3766f.e - 0,6356f.C + 0,1045\beta.\lambda + 0,0554\beta.h + \\
& 1,0576\lambda.e + 0,1065\lambda.C - 1,5521h.e + 6,3419e.C + 0,0316
\end{aligned}$$

☞  $F_D$  – valor referente à verificação do estado limite de utilização, quanto ao deslocamento nodal vertical dos nós da estrutura global, para as Dicotiledôneas.

$$\begin{aligned}
F_D = & 89,1751 - 0,375\lambda - 2,5492h - 10,7465e - 0,5851D - 8,5.10^{-3}V.L + \\
& + 4,1.10^{-3}V.\lambda - 1,85.10^{-2}V.\beta - 3,8.10^{-3}L.f + 2,22.10^{-2}V.f + \quad 5.6 \\
& + 5,2.10^{-3}L.\beta + 7.10^{-4}\beta.\lambda - 1,08.10^{-2}f.\beta + 7,3.10^{-3}\lambda.h + 2,8.10^{-3}\lambda.D + \\
& + 0,4299h.e + 1,11.10^{-2}h.D + 0,0742
\end{aligned}$$

De maneira prática, as expressões analíticas das superfícies de respostas podem auxiliar o projetista na obtenção de parâmetros ideais, no mínimo em fase de pré-dimensionamento.

Isso porque, por meio de tais equacionamentos, é possível obter valores para algumas variáveis de projeto, a partir de dados pré-definidos, ou seja, de outras variáveis que estejam determinadas (por disponibilidade no mercado local, como espécies e dimensões comerciais de peças; ou imposição de projeto; como dimensões da área a ser coberta).

Com essas expressões, o engenheiro também poderá antever, antes da elaboração de um projeto estrutural, se alguma proposta arquitetônica, oriunda da necessidade de um cliente, é viável ou não.

De maneira prática, as expressões analíticas das superfícies de respostas são muito úteis ao projetista, pois, através delas é possível encontrar valores ótimos para algumas variáveis de projeto, dimensionando-se nos limites unitários impostos pelo texto normativo. Usualmente, o projetista concebe valores e verifica, através das imposições normativas. Aqui, é-lhe apresentada uma ferramenta para o processo inverso, ou seja, dos limites, obterem-se valores, para uma ou mais variáveis desconhecidas.

A seguir, é apresentado um exemplo de aplicação numérica.

Caso se tenha uma área a ser coberta com dimensões 7,5 m x 22,5 m, utilizando-se madeira da classe C-25, das Coníferas, pode-se estimar um valor ótimo para a altura da seção transversal das lamelas. Suponha-se que projeto arquitetônico sugira para a altura da abóbada, o valor de 20 por cento do vão; que será adotado o maior índice de esbeltez ( $\lambda_y$ ) admitido pela norma (140), em busca da estrutura o mais econômica possível; e serão



considerados 2 cm para espessura das peças, e ângulo interlamelar de 45°. Aqui poder-se ia calcular mais uma ou até duas variáveis, pois se tem três equações para cada espécie de madeira.

Levando-se os valores destas variáveis nas três expressões correspondentes à verificação normativa das Coníferas (Eq. 5.1, Eq. 5.3 e Eq. 5.5), são obtidos os seguintes resultados, para cada uma das três verificações:

- deslocamento vertical nodal máximo:  $h = 12,9$  cm;
- flexocompressão das barras:  $h = 6,1$  cm;
- estabilidade das barras:  $h = 10,5$  cm.

Portanto, conclui-se que a altura da peça deve ser superior a 12,9 cm para que atenda aos requisitos de segurança normatizados.

A seguir, são mostrados alguns resultados obtidos para as análises de flecha, flexocompressão e estabilidade, visualizadas em gráficos que representam as superfícies de resposta geradas pelo programa computacional Statistica®.

Ressalta-se que, para o traçado desses gráficos, o software Statistica® considera os valores médios para as variáveis que não estão consideradas nos eixos de plotagem, ou seja, como domínio das funções-resposta. Com isso, analisa-se o comportamento de cada par de variáveis, fixando-se os valores das demais. Por exemplo, na Figura 5.1, tem-se a superfície de resposta referente ao estado limite último de estabilidade das Dicotiledôneas, tendo como variáveis de plotagem a altura da seção transversal da lamela e o vão da abóbada. As demais variáveis significativas são assumidas com valores médios.

Através do gráfico da Figura 5.1, percebe-se que, quanto maior for o vão, maior deve ser a altura da lamela, para que a estrutura esteja segura com relação à estabilidade. Obviamente, os gráficos podem mostrar tendências, aquém ou acima do limite normativo unitário, revelando regiões de dimensionamento inadequado, além dos recomendados pela norma.

Na Figura 5.2, tem-se uma representação da superfície de resposta para as Coníferas, referente ao estado limite de flexocompressão das barras, revelando que as estruturas lamelares apresentam melhores resultados para comprimentos iguais ou maiores que os vãos. A imagem mostra que quanto maior a proporção entre comprimento e vão, melhor é o comportamento estrutural.

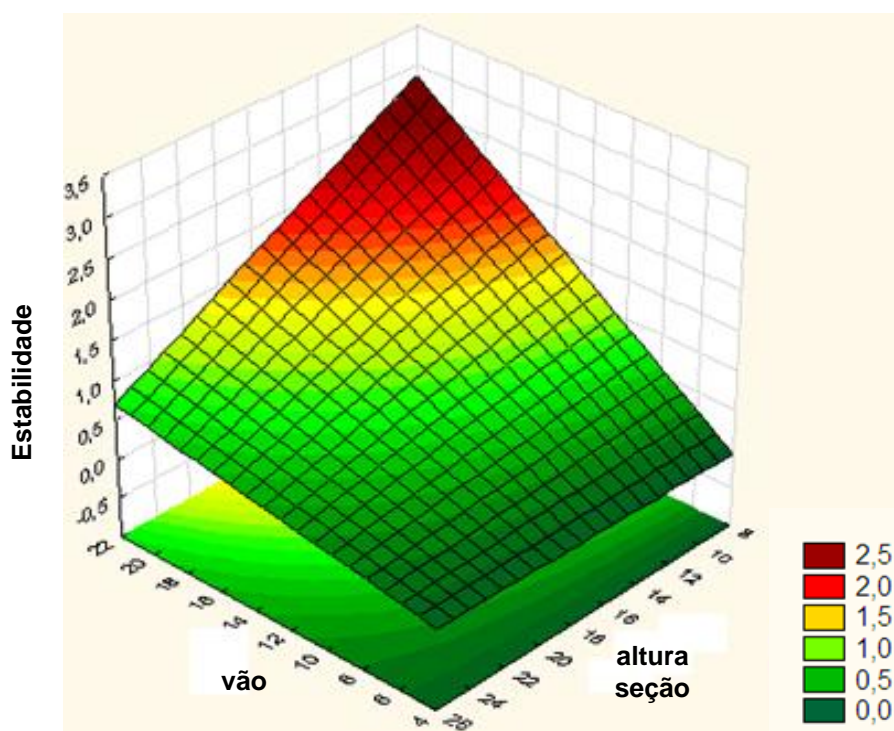


Figura 5.1 – Representação esquemática da superfície de resposta referente à verificação da estabilidade das Dicotiledôneas, com as variáveis de plotagem: vão da abóbada [m] x altura da seção transversal das barras [cm].

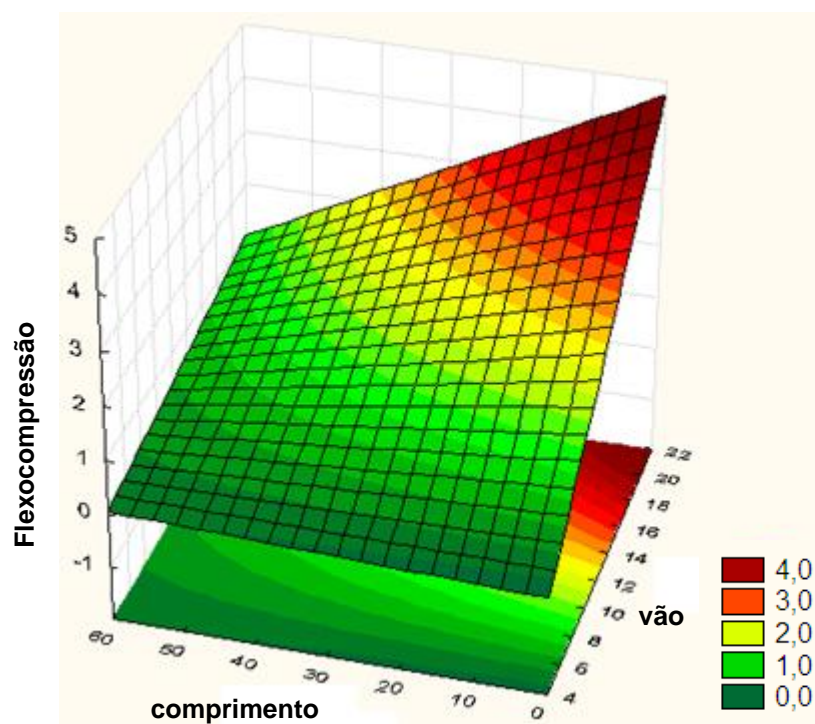


Figura 5.2 – Representação da superfície de resposta de verificação de flexocompressão das Coníferas, para o domínio: comprimento da abóbada [m] x vão da abóbada [m].

Na Figura 5.3 vê-se a imagem da superfície de resposta das Coníferas relacionada à verificação do deslocamento vertical dos nós da malha reticulada, considerando-se como variáveis gráficas: o vão e a flecha da abóbada.

Essa imagem evidencia que, no tocante aos deslocamentos nodais, quanto maior o vão, menor deve ser a flecha da abóbada lamelar, ou seja, mais abatida deve ser a sua curvatura. Esse aspecto de comportamento estrutural é coerente pois, quando mais encurvada a estrutura, mais dividida será a malha, o que sugere o aumento dos deslocamentos nodais.

Além do comentado, o fato de haver maior quantidade de material estrutural em cúpulas com maior concavidade, o peso próprio e os deslocamentos também o serão, e comparados com cúpulas mais abatidas. Essa constatação representa uma importante informação sobre o comportamento estrutural de abóbadas lamelares, pois é favorável à economia de projetos de coberturas.

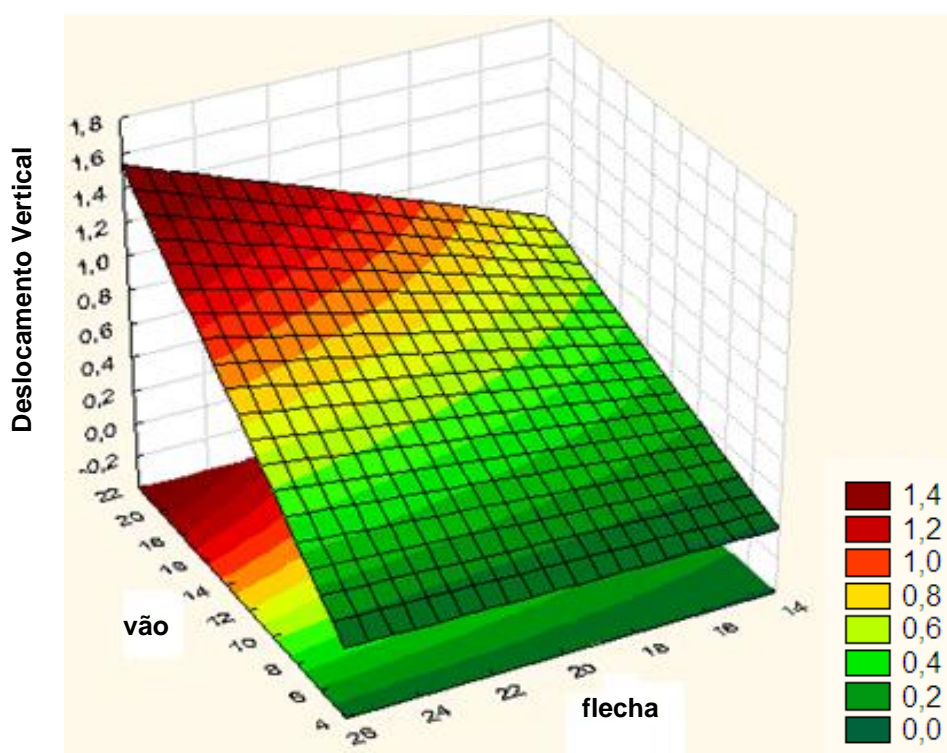


Figura 5.3 – Representação da superfície de resposta de verificação do deslocamento nodal vertical das Coníferas, para o domínio: vão da abóbada [m] x flecha da abóbada [m].

Observando-se outras características de comportamento estrutural dos sistemas lamelares, no tocante à verificação de seus deslocamentos nodais, atentando-se para a Fig.

5.4, verifica-se que, quanto maior o vão da estrutura, maiores devem ser os comprimentos das peças.

Essa informação é de relevância, pois justifica a característica peculiar das lamelas, peças esbeltas, com pequena espessura. Quanto mais esbeltas, melhor seu desempenho quanto a este estado limite normativo. A razão de tal comportamento se deve ao fato de que, quanto menores os comprimentos das barras, maior quantidade de nós terá a malha, e maiores serão os deslocamentos verticais globais.

Por outro lado, o gráfico da Figura 5.5 revela que, no tocante à verificação de estado limite último de estabilidade, ocorre o contrário, ou seja, quanto maior for o vão da estrutura, menor deverá ser o índice de esbeltez das barras ( $\lambda_y$ ), o que também é extremamente coerente.

A partir de tais observações, constata-se que a interseção dessas duas situações de verificação normativa possibilite a obtenção de faixas de valores ótimos para esses parâmetros de projeto.

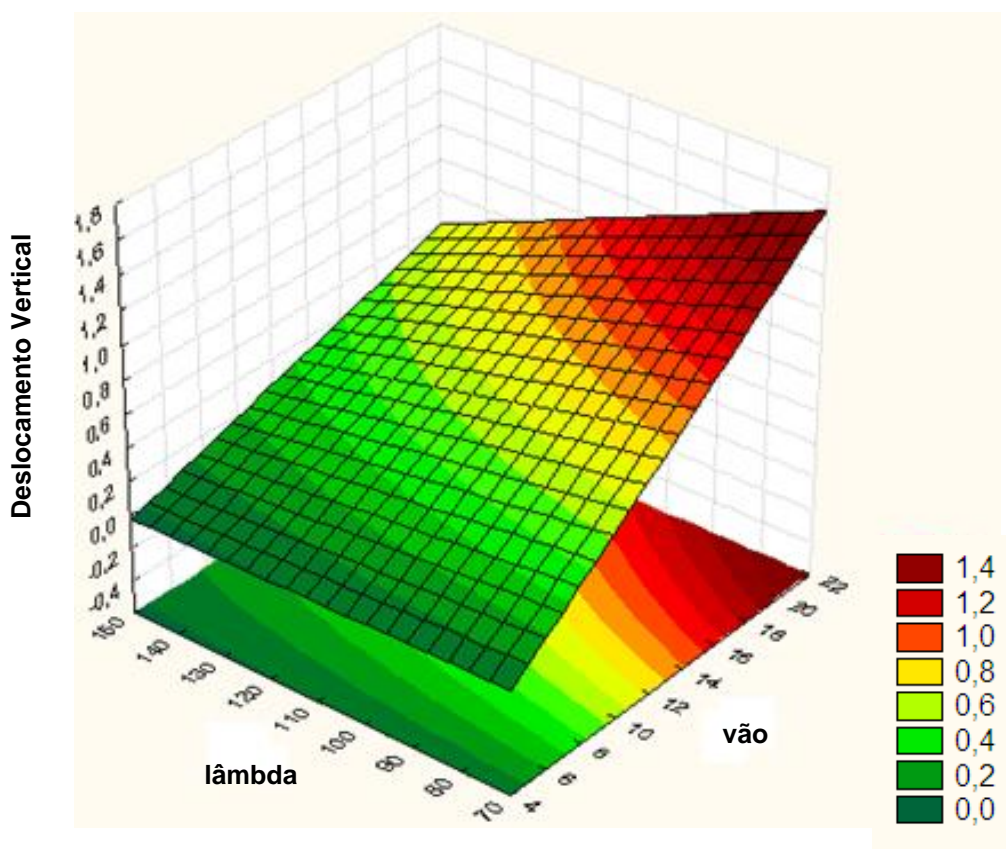


Figura 5.4 – Representação da superfície de resposta de verificação do deslocamento nodal vertical das Coníferas, para o domínio: índice de esbeltez das barras ( $\lambda_y$ ) x vão da abóbada [m].

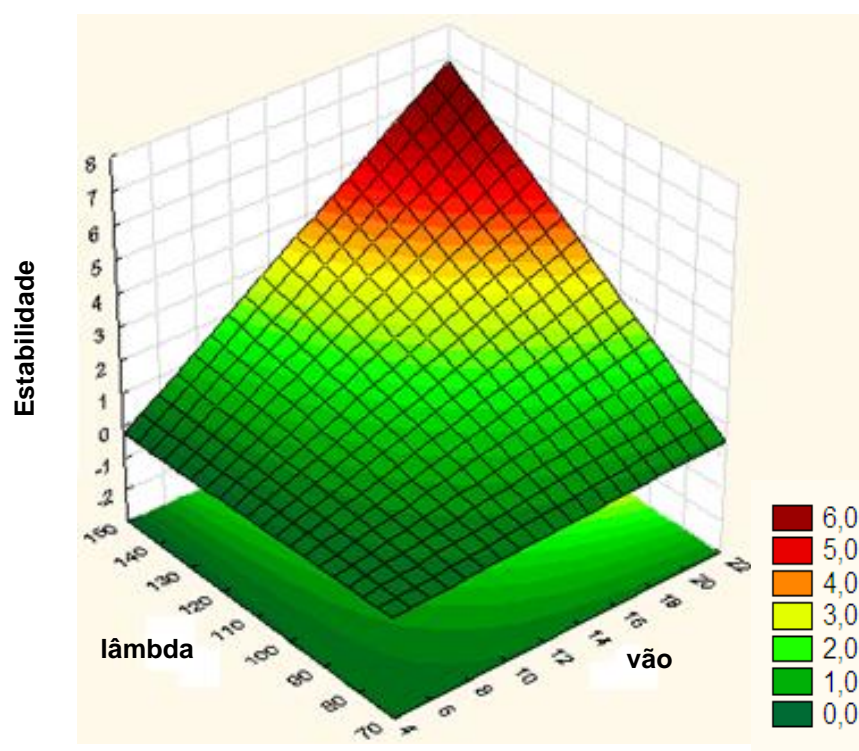


Figura 5.5 – Representação da superfície de resposta de verificação do estabilidade das Coníferas, para o domínio: índice de esbeltez das barras ( $\lambda_y$ ) x vão da abóbada [m].

A partir de outras plotagens, conclui-se que, quanto maior for o comprimento da abóbada, maior deve ser o ângulo interlamelar, para a verificação de estado limite de flexocompressão; e o contrário acontece entre o ângulo interlamelar e o vão da área coberta. Tais resultados garantem que haja uma faixa ótima dessa variável, que atenda o cruzamento dessas duas tendências opostas, porém de assegurada convergência.

Constatou-se que, ao se compararem as plotagens das superfícies de resposta de Coníferas e Dicotiledôneas, os extremos de valores das faixas de respostas normativas nos gráficos foram, predominantemente, menores para as Dicotiledôneas, confirmando o seu melhor comportamento estrutural, para uma mesma classe de resistência, em virtude de sua maior rigidez.

### 5.3 Metodologia Taguchi

Na Tabela A.1 (Anexo A) estão apresentados os resultados obtidos para cada experimento (Coníferas), relativos aos valores máximos determinados para cada função-resposta ( $y_i$ ) de interesse na investigação de interesse ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ).



Também, são mostrados os valores quadráticos de cada resposta, para posterior aplicação da ANOVA de Pareto. Observar que, para cada valor, em nível inferior e superior de cada um dos parâmetros, escrevem-se os oito arranjos ortogonais de Taguchi, organizados nesta tabela, para que se visualizem as variações de cada um desses. Portanto, a disposição ocorre de forma diferenciada à matriz ortogonal de Taguchi, pois todos os valores desse arranjo (total de 56, decorrentes dos oito ensaios para as sete variáveis significativas) ficam posicionados em colunas verticais, para cada função-resposta ( $N$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ).

São mostrados na Tabela A.2 (Anexo A), os valores da razão sinal-ruído ( $S/N$ ) calculados para cada uma das oito corridas experimentais, a partir da expressão de Taguchi “quanto menor melhor” (Eq. 3.6), arranjados para cada nível inferior e superior de cada uma das sete variáveis significativas. Seu valor médio global foi calculado por meio da Eq. 3.8, para cada tipo de resposta (vide rodapé da Tabela A.2):

$$\overline{S/N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S/N)_i = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (S/N)_i$$

$$\overline{S/N}_1 = -15,7125$$

$$\overline{S/N}_2 = -35,6008$$

$$\overline{S/N}_3 = -15,6411$$

E seus valores médios parciais, referentes a cada nível (inferior e superior) de cada um dos parâmetros de projeto, também estão apresentados na Tab. A.2.

A soma dos quadrados devida à variação da média total para cada parâmetro ( $SS_i$ ) é obtida com a Eq. 3.10, que representa a medida da variação de cada tratamento. Tal somatório terá apenas duas parcelas, pois se tem dois níveis, no planejamento fatorial considerado.

$$SS_i = \sum_{i=1}^N [(S/N)_i - \overline{S/N}]^2 = \sum_{i=1}^2 [(S/N)_i - \overline{S/N}]^2$$

Na Tabela A.3 estão apresentados estes valores, correspondentes a cada parâmetro de projeto. Por exemplo, para a variável vão ( $V$ ), esta soma, referente à resposta  $y_1$ , relativa ao esforço normal ( $N$ ), é calculada por (aqui são mostradas apenas quatro casas decimais, para os dados, mas estes foram assumidas mais casas, em todos os cálculos):

$$(SS_1)_V = [(-5,2121) - (-15,7127)]^2 + [(-26,2129) - (-15,7127)]^2$$

$$(SS_1)_V = 220,51807$$

A soma dos quadrados devida à variação da média total é dada pela Eq. 3.9. Esta representa a medida da variação de todos os tratamentos. Obviamente, aqui, a soma considerada no cálculo anterior é estendida a todos os parâmetros de projeto em alusão (sete variáveis significativas). Com isso, ter-se-á o total de quatorze parcelas para cada somatório de cada superfície de resposta:

$$SS = \sum_{i=1}^m [(S/N)_i - \overline{S/N}]^2 = \sum_{i=1}^{14} [(S/N)_i - \overline{S/N}]^2$$

$$SS_1 = 323,8878$$

$$SS_2 = 352,7982$$

$$SS_3 = 738,3584$$

Finalmente, a influência de cada fator em cada resposta é calculada através da Eq. 3.11, que quantifica a contribuição percentual de cada parâmetro de projeto no comportamento estrutural desses sistemas. Os valores obtidos estão mostrados na Tab. A.3.

O mesmo foi feito para as Dicotiledôneas (vide Tab. A.4 até Tab. A.6). Além disso, todo o procedimento de cálculo foi efetuado para a análise das deflexões nodais, tanto para Coníferas como para Dicotiledôneas.

Na Tabela 5.2 estão apresentados todos os resultados obtidos, no tocante à porcentagem de impacto que a variação de cada fator causa em cada natureza de comportamento estrutural avaliado.

A partir dos valores obtidos e mostrados na Tab. 5.2, percebe-se que a variável de maior impacto em todas as respostas foi o vão, atingindo 88%, com relação à flexão no plano vertical. Constata-se que, com relação à solicitação das barras, o vão teve menor influência no momento de flexão em torno do eixo vertical da seção transversal das barras e de todas as respostas, o vão teve menor impacto nos deslocamentos nodais.

O fator que causou menos influência nas respostas foi o comprimento da estrutura. Outro aspecto interessante a ser observado é com relação ao tipo de madeira utilizado. Todos os resultados se evidenciaram bem próximos, indicando proporcionalidade e independência dos materiais utilizados.



Tabela 5.2 – Quadro-resumo da porcentagem de influência de cada variável de projeto em cada uma das superfícies de resposta avaliadas.

Variável de Projeto	CONÍFERAS (%)				DICOTILEDÔNEAS (%)			
	N	Mz	My	F	N	Mz	My	F
V	68,1	88,0	24,5	22,6	66,3	88,4	23,4	21,6
L	0,00	0,0	0,0	2,0	0,0	0,0	0,0	1,9
f	2,4	0,0	0,1	0,6	3,1	0,0	0,1	0,8
$\lambda_y$	6,2	1,7	6,2	1,9	7,0	1,6	6,6	1,7
e	0,5	0,1	2,1	1,6	0,6	0,0	2,2	1,3
h	21,3	10,2	60,9	69,0	20,0	9,8	59,6	72,5
C ou D	1,5	0,0	6,2	2,2	2,9	0,2	7,9	0,1

Percebe-se, também, a grande sensibilidade nas respostas, mediante a perturbação da altura da seção transversal das barras, sendo esta mais influente nos deslocamentos nodais da estrutura.

Tais resultados, além de revelar características do comportamento global frente ao arranjo geométrico que se conceba para os sistemas estruturais lamelares, oferece dados essenciais à otimização de tais sistemas, com enfoque nas combinações, por seus críticos efeitos: vão da estrutura *versus* esforço normal nas barras e altura da seção transversal das barras *versus* deslocamentos nodais.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÕES

Com esta pesquisa, foi possível constatar a existência de um grande número de abóbadas reticuladas, construídas em todo o mundo, o que representa uma garantia prática da eficiência desses sistemas estruturais, além de evidenciar aspectos de sua notória beleza arquitetônica.

Foram obtidas expressões para as superfícies de resposta que contemplam as verificações normativas das estruturas lamelares (resistência e estabilidade das barras e deslocamentos nodais verticais), permitindo ao calculista dimensioná-las de maneira prática e eficiente, em busca de valores ótimos para as variáveis intervenientes.

Através da análise estatística realizada, constatou-se que a flecha da abóbada foi significativa apenas para a verificação de estado limite de utilização das Coníferas.

Destaca-se que a metodologia de cálculo elaborada para a obtenção das superfícies de resposta pode ser estendida à análise de outros sistemas reticulados projetados em madeira, como, por exemplo, as cúpulas. Em se tratando de outro material estrutural, como o aço, basta que se adequem as verificações normativas específicas; o mesmo procedimento valendo para textos normativos de outros países.

Observando-se os traçados das superfícies de resposta, concluiu-se que as estruturas lamelares apresentam melhores respostas referentes à resistência das barras, quanto maior for a relação entre o comprimento da abóbada e o seu vão. No tocante aos deslocamentos nodais, quanto maior for o vão, menor deve ser a flecha da abóbada lamelar, ou seja, mais abatida deve ser a cobertura. Essa constatação é favorável à economia de projetos.

Visualizando-se as superfícies de resposta, percebeu-se a clara possibilidade de otimização de dois parâmetros da malha lamelar, por convergência de verificações normativas: comprimento das barras (e, conseqüentemente, sua esbeltez) e ângulo interlamelar. No primeiro caso, a esbeltez é variada com o vão da abóbada, nas verificações de deslocamento nodal e estabilidade das barras. O mesmo ocorre para o ângulo

interlamelar, interrelacionado com o vão e com o comprimento da estrutura, sendo ambas situações, para estado limite último de flexocompressão das barras.

A partir da análise de sensibilidade realizada para as estruturas lamelares de madeira, constatou-se que o ângulo interlamelar não foi significativo para nenhuma das respostas avaliadas. Verificou-se que o vão da estrutura é o fator que possui maior influência no esforço axial das barras (chegando a 68% para as Coníferas). Por outro lado, o parâmetro que menos influencia o esforço normal das barras é o comprimento da estrutura. Já os deslocamentos nodais são mais sensíveis à altura da seção transversal das peças (ultrapassa 72% de influência para as Dicotiledôneas) e sofrem menos influência da flecha da abóbada. Quanto à flexão das barras, a variável de maior impacto é o vão da estrutura (atingindo 88% tanto para as Coníferas como para as Dicotiledôneas) e a de menor, o tipo de madeira empregado.

Constatou-se que a aplicação do planejamento estatístico, conjuntamente ao Método de Taguchi e da ANOVA, constitui uma ferramenta interessante ao estudo do comportamento estrutural de abóbadas reticuladas. Os procedimentos implementados à análise de sensibilidade podem ser utilizados a qualquer outro sistema reticulado tridimensional, independente do material estrutural empregado. Nesse sentido, há que se enfatizar o avanço dos programas computacionais, que facilitou sobremaneira o trabalho do engenheiro estrutural.

Os resultados obtidos nesta pesquisa representam uma importante contribuição para o estudo de estruturas em formato de abóbada reticulada, notadamente as lamelares em madeira, auxiliando o calculista na obtenção de projetos mais eficazes e econômicos.

## CAPÍTULO VII

### SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir do desenvolvimento desta pesquisa, novos horizontes foram abertos e surgiu o interesse em se prosseguir nas investigações acerca das abóbadas reticuladas, a saber:

- 🔧 avaliação da sensibilidade de cúpulas reticuladas;
- 🔧 estudo comparativo de abóbadas reticuladas executadas em madeira serrada e em aço tubular;
- 🔧 estudo da confiabilidade estrutural em sistemas com formato de abóbada reticulada;
- 🔧 estudo da deformabilidade das ligações lamelares;
- 🔧 otimização paramétrica/robusta de sistemas em formato de abóbada reticulada;
- 🔧 análise de incertezas – geração de metamodelos robustos com vistas a pequenas perturbações.

## CAPÍTULO VIII

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHA - Anthony Hunt Associates Ltd., 2011, **National Botanic Garden of Wales - Middleton Hall Carmarthenshire**. Disponível em: <<http://www.anthonyhuntassociates.co.uk/>>. Acesso em: 17 ago. 2011.

ALMEIDA FILHO, R.G. **Planejamentos Fatoriais Fracionados para Análise de Sensibilidade de Modelos de Simulação de Eventos Discretos**. 2006. 135p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT, **NBR 6120 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**, Rio de Janeiro, 1982. 6p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT, **NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações**, Rio de Janeiro, 1988, 110p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT, **NBR 7190 – Projeto de Estruturas de Madeira**, Rio de Janeiro, 1997, 107p.

AVRAM, C.; ANASTASESCU, D. **Space Structures - Development in Civil Engineering, 9: Particular Structures**. Amsterdam: Elsevier Science Publisher, 1984. Cap. 5. p.101-137.

BARROS NETO, B.; SCARMINIO, I.S.; BRUNS, R.E. **Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria**. 2ª ed. Campinas: Unicamp, 2002. 401p.

BARROZO, M.A.S. **Planejamento de Experimentos**. Uberlândia: UFU, 2010. 110p. Notas de Aulas.

BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. **Statistics for Experimenters – An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building**. New York: John Wiley & Sons, 1978.

CALLIA, E. Estruturas Lamelares. **Revista Politécnica**. São Paulo, v.47, n.162. p. 83-91, jul/ago, 1951.

CASSIE, W.F.; NAPPER, J.H. **Structures in Building**. London: The Architectural Press, 1958. p. 218-257.

CESAR, S.F. **As Estruturas Hauff de Madeira no Brasil**. 1991. 203p. Dissertação de Mestrado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

COLUMBIA UNIVERSITY. **Timeline: Importat Precedents in Stadium Design**. Disponível em: <<http://www.87d87umbia.edu/cu/gsapp/BT/DOMES/TIMELN/timeline.html>>. Acesso em: 15 ago. 2011.

DE ALMEIDA, H.S.; DE TOLEDO, J.C. Método Taguchi: Qualidade voltada para o Projeto do Produto e do Processo. **Revista de Administração**, São Paulo, v.4, n.24, p.62-68, out/dez., 1989.

DE ANDRADE, L.S. **Estudo Comparativo de Técnicas para identificar Fatores de Ruído em Experimentos Fatoriais**. 2003, 99p. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

DESERT DOMES, **Making the World a Fuller Place**. Disponível em: <<http://www.desertdomes.com>>. Acesso em: 05 set. 2010.

DOLTSINIS, I.; KANG, Z.; CHENG, G. **Robust Design of Non-Linear Structures Using Optimization Methods**.<sup>87ª</sup> Ed. Comput. Methods Appl. Mech. Eng, 2005. Vol. 194. 1779-1795.

EBERWEIN, B.D., 1989, **Classic Wood Structures**, Missouri: ASCE. p. 123-131: World's Largest Wood Dome.

ESTRUTURA LAMELAR, 1951, **Revista Politécnica**, São Paulo, v.47, n.160, p.11, mar/abr.

FERREIRA, N.S.S. **Estruturas Lamelares de Madeira para Coberturas**, 1999, 217p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

FERREIRA, N.S.S. Estruturas Lamelares de Madeira. In: CALIL JUNIOR, C.; MOLINA, J.C. **Coberturas em Estruturas de Madeira: Exemplos de Cálculo**. São Paulo: PINI, 2010, p.163-184.

FERREIRA, N.S.S.; PARTEL, H. Projeto e Construção de uma Estrutura de Cobertura em Cúpula utilizando o Sistema VARAX e MLC. In: CALIL JUNIOR, C.; MOLINA, J.C. **Coberturas em Estruturas de Madeira: Exemplos de Cálculo**. São Paulo: PINI, 2010, p.185-201.

FOWLKES, W.Y.; CREVELING C.M. **Engineering Methods for Robust Product Design: Using Taguchi Methods In Technology And Product Development**. Addison- Wesley Publishing Company, 1995. 432p.

GERE, J.M.; WEAVER, W. **Matrix Analysis of Framed Structures**. 2. ed. New York: Van Nostrand Reinhold Co.,1980. 492p.

GESUALDO, F.A.R., GESTRUT – **Análise e Dimensionamento de Estruturas Reticuladas**, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, /Software, versão educativa/. 2009.

GOH, T.N. **Taguchi Methods**: Some Technical, Cultural and Pedagogical Perspectives. Quality and Reability Engineering International, volume 9, p. 185-202, 1993.

GRANDI, S.L. **Desenvolvimento da Indústria da Construção no Brasil**, 1985, 298p.Tese de Doutorado – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas,



Universidade de São Paulo, São Paulo.

KARLSEN, G. G. **Wooden Structures**. Moscow: Mir Publ, 1976. Parte VIII, p.366-416: Spatial Wooden Structures.

KUROKAWA, K. **Works e Projects**. Disponível em: <[http://www.kisho.co.jp/022\\_Worksandprojects.htm](http://www.kisho.co.jp/022_Worksandprojects.htm)>. Acesso em: 3 ago. 2011.

LOTHERS, J.E. **Cálculo Superior de Estructuras de Acero**. 3.ed., México: Compañía Editorial Continental, 1971, 89P254-283: El Techo Lamella.

MAKOWSKI, Z.S. **Analysis, Design and Construction of Braced Barrel Vaults**. New York: Elsevier Applied Science Publishers, 1985. Cap.1, p.1-35: History of Development of Various Types of Braces Barrel Vaults and Review of Recent Achievements All Over the World.

MARTINEZ, L., FERREIRA, A., **Análise de Dados com SPSS: Primeiros Passos**, 2ª Edição. Escolar Editora, 2008. 178p.

MASON, R.L.; GUNST, R.F.; HESS, J.L., **Statistical Design and Analysis of Experimenters, with Applications to Engineering and Science**. New York: John Wiley & Sons, 1989.

MATAS, D.R. *Cupula Centro de Ocios La Arena*. **Anais do CIMAD 11 – 1º CONGRESO IBERO-LATINO AMERICANO DE LA MADERA EM LA CONSTRUCCIÓN**, Coimbra, Jun., p.1-11. 2011.

MENDENHALL, W. **Statistical for the Engineering and the Sciences**. New York: Dellen Publishing Company, 1991.

MONTGOMERY, D.C. **Design and Analysis of Experiments**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.

MONTGOMERY, D.C. **Introduction to Statistical Quality Control**. New York: John Wiley e Sons, Inc, 2001.

MONTGOMERY, D.C., RUNGER, G.C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. 3.ed. New York: John Wiley and Sons, 2003.

NATTERER, J. Lightweight Structures in Timber. In: PROCEDURES OF PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE (PTEC '94), 1994, Gold Coast Australia.

NERVI, P.L. **Nuevas Estructuras**. Barcelona: Gustavo Gili, 1963. 168 p.

OKABE, E.P. **Metodologia de Projeto para o Desenvolvimento de Suspensão Veicular**. 2003, 158p. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PADMANABHAN, R., OLIVEIRA, M. C., ALVES, J. L., MENEZES, L. F. Influence of Process Parameters on the Deep Drawing of Stainless Steel. **Finite Elements in Analysis and Design**. Vol. 43. p.1062-1067, 2007

PERILLO, E. **Comunicação Pessoal**, São Paulo: Sede da Empresa TEKNO S.A., 1997.

PRZEMIENIECKI, J.S. **Theory of Matrix Structural Analysis**. New York: McGraw-Hill, 1968, 468p.

ROSS, P.J. **Taguchi Techniques for Quality Engineering**: Loss Function, Orthogonal Experiments, Parameter and Tolerance Design. 2ª Ed. New York: McGraw-Hill, 1996. 329p.

ROY, R. **A Primer on the Taguchi Method**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 245p.

RUBINSTEIN, M.F. **Matrix Computer Analysis Structures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1966. 402p.

SCHURWAN, S.L. **Classic Wood Structures**. Missouri: ASCE, 1989, p.56-59: The Arena – A Classic Wood Structure Still in Use Today.

SGL, **Delphinarium de Bruges**. Disponível em: <<http://sgigroupe.be/en/projets>>. Acesso

em: 23 ago. 2011.

STATSOFT, 2004, Inc. STATISTICA<sup>®</sup>, /Data analysis software system, version 7/.

TAKENAKA CORPORATION, **Stadiums**. Disponível em: <[http://www.takenaka.co.jp/takenaka\\_e/stadiums\\_e/index.html](http://www.takenaka.co.jp/takenaka_e/stadiums_e/index.html)>. Acesso em: 10 ago. 2011.

THE MATHWORKS, 2007, Inc. MATLAB<sup>®</sup>, /The language of technical computing, version R2007b/.

TIMOSHENKO, S.P. **History of Strength of Materials**. New York: McGraw-Hill, 1953.

URNER, K. **Geodesic Domes: The Geometry**. Disponível em: <<http://www.grunch.net/synergetics/domes/domegeo.html>>. Acesso em: 03 ago. 2011.

VON BÜREN, C. **Funktion & Form**. Alemanha: BirkHäuser Verlag Basel, 1985, p.46-47: Architekt und Ingenieur: Ingenieur – Architektur.

WWSI, **Work in Wonders with Wood**. Disponível em: <<http://www.westernwoodstructures.com/index.html>>. Acesso em: 21 ago. 2011.

## ANEXO A

### RESULTADOS DA ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM ESTRUTURAS LAMELARES

Tabela A.1 – Respostas obtidas referentes a cada estado limite e seus valores quadráticos, para as Coníferas.

CONÍFERAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	Resposta (y <sub>i</sub> )			(y <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>		
			(y <sub>1</sub> ) N [ kN ]	(y <sub>2</sub> ) Mz [ kN.cm ]	(y <sub>3</sub> ) My [ kN.cm ]	(y <sub>1</sub> ) <sup>2</sup>	(y <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>	(y <sub>3</sub> ) <sup>2</sup>
Vão da Abóbada (m) – V								
Nível 1	5	5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Nível 2	20	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
Comprimento da Abóbada (m) – L								
Nível 1	5	3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Nível 2	50	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
Flecha da Abóbada (%) – f								
Nível 1	15	3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
Nível 2	25	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24

Tabela A.1 (continuação)

CONÍFERAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	Resposta (y <sub>i</sub> )			(y <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>		
			(y <sub>1</sub> ) N [ kN ]	(y <sub>2</sub> ) Mz [ kN.cm ]	(y <sub>3</sub> ) My [ kN.cm ]	(y <sub>1</sub> ) <sup>2</sup>	(y <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>	(y <sub>3</sub> ) <sup>2</sup>
Índice de Esbeltez das Barras – λ <sub>y</sub>								
Nível 1	80	2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Nível 2	140	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
Espessura das Lamelas (cm) – e								
Nível 1	2	2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
Nível 2	3	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Altura da Seção Transversal da Lamela (cm) – h								
Nível 1	10	2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86
Nível 2	25	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Classe da Madeira – C								
Nível 1	20	2	-35,256	349,129	66,899	1243,01	121890,82	4475,47
		3	-6,764	198,214	0,858	45,76	39288,76	0,74
		5	-2,895	25,915	5,231	8,38	671,60	27,37
		8	-0,973	7,337	0,492	0,95	53,83	0,24
Nível 2	30	1	-7,689	181,143	4,005	59,11	32812,86	16,04
		4	-95,342	326,523	465,317	9090,17	106617,15	216519,81
		6	-1,835	7,118	0,796	3,37	50,66	0,63
		7	-2,133	31,394	8,238	4,55	985,60	67,86

Tabela A.2 – Análise de Variância (ANOVA) para as Coníferas.

CONÍFERAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	$(S/N)_i$			$(\overline{S/N})_i$		
			$(S/N)_1$	$(S/N)_2$	$(S/N)_3$	$(\overline{S/N})_1$ N	$(\overline{S/N})_2$ Mz	$(\overline{S/N})_3$ My
Vão da Abóbada (m) – V								
Nível 1	5	5	-9,233	-28,271	-14,372	-5,2121	-23,1413	-6,1358
		6	-5,273	-17,047	1,985			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Nível 2	20	1	-17,717	-45,160	-12,053	-26,2129	-48,0603	-25,1464
		2	-30,945	-50,860	-36,508			
		3	-16,604	-45,943	1,331			
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
Comprimento da Abóbada (m) – L								
Nível 1	5	3	-16,604	-45,943	1,331	-15,6332	-35,8671	-16,0452
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Nível 2	50	1	-17,717	-45,160	-12,053	-15,7919	-35,3345	-15,2369
		2	-30,945	-50,860	-36,508			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
Flecha da Abóbada (%) – f								
Nível 1	15	3	-16,604	-45,943	1,331	-17,6740	-35,3847	-16,1027
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
Nível 2	25	1	-17,717	-45,160	-12,053	-13,7510	-35,8169	-15,1794
		2	-30,945	-50,860	-36,508			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Índice de Esbeltez das Barras – $\lambda_y$								
Nível 1	80	2	-30,945	-50,860	-36,508	-18,8913	-33,8738	-20,4295
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Nível 2	140	1	-17,717	-45,160	-12,053	-12,5337	-37,3278	-10,8526
		3	-16,604	-45,943	1,331			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			

Tabela A.2 (continuação)

CONÍFERAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	$(S/N)_i$			$(\overline{S/N})_i$		
			$(S/N)_1$	$(S/N)_2$	$(S/N)_3$	$(\overline{S/N})_1$ N	$(\overline{S/N})_2$ Mz	$(\overline{S/N})_3$ My
Espessura das Lamelas (cm) – e								
Nível 1	2	2	-30,945	-50,860	-36,508	-14,8508	-35,9466	-12,8772
		3	-16,604	-45,943	1,331			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
Nível 2	3	1	-17,717	-45,160	-12,053	-16,5743	-35,2551	-18,4050
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Altura da Seção Transversal das Barras (cm) – h								
Nível 1	10	2	-30,945	-50,860	-36,508	-21,5860	-39,8365	-30,6379
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
Nível 2	25	1	-17,717	-45,160	-12,053	-9,8390	-31,3651	-0,6442
		3	-16,604	-45,943	1,331			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Classe da Madeira – C								
Nível 1	20	2	-30,945	-50,860	-36,508	-14,1359	-35,5960	-10,8475
		3	-16,604	-45,943	1,331			
		5	-9,233	-28,271	-14,372			
		8	0,238	-17,310	6,160			
Nível 2	30	1	-17,717	-45,160	-12,053	-17,2891	-35,6056	-20,4346
		4	-39,586	-50,278	-53,355			
		6	-5,273	-17,047	1,985			
		7	-6,581	-29,937	-18,316			
					Média:	-15,7125	-35,6008	-15,6411

Tabela A.3 – Influência percentual dos parâmetros de projeto em cada resposta estrutural considerada, para as Coníferas.

CONÍFERAS						
Parâmetros de Projeto	$(SS_1)_i$	$(SS_2)_i$	$(SS_3)_i$	$C_1$ [%] N	$C_2$ [%] Mz	$C_3$ [%] My
Vão	220,51807	310,47645	180,70181	68,1	88,0	24,5
Comprimento	0,01259	0,14181	0,32669	0,00	0,0	0,0
Flecha	7,69494	0,09338	0,42627	2,4	0,0	0,1
Índice de Esbeltez	20,20924	5,96500	45,85899	6,2	1,7	6,2
Espessura	1,48519	0,23909	15,27846	0,5	0,1	2,1
Altura	68,99645	35,88242	449,80981	21,3	10,2	60,9
Classe da Madeira	4,97132	0,00005	45,95637	1,5	0,0	6,2



Tabela A.4 – Respostas obtidas referentes a cada estado limite e seus valores quadráticos, para as Dicotilédôneas.

DICOTILEDÔNEAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	Resposta (y <sub>i</sub> )			(MSD) <sub>i</sub>		
			(y <sub>1</sub> ) N [ kN ]	(y <sub>2</sub> ) Mz [ kN.cm ]	(y <sub>3</sub> ) My [ kN.cm ]	(MSD) <sub>1</sub>	(MSD) <sub>2</sub>	(MSD) <sub>3</sub>
Vão da Abóbada (m) – V								
Nível 1	5	5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Nível 2	20	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
Comprimento da Abóbada (m) – L								
Nível 1	5	3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Nível 2	50	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
Flecha da Abóbada (%) – f								
Nível 1	15	3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
Nível 2	25	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32

Tabela A.4 (continuação)

DICOTILEDÔNEAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	Resposta (y <sub>i</sub> )			(MSD) <sub>i</sub>		
			(y <sub>1</sub> ) N [ kN ]	(y <sub>2</sub> ) Mz [ kN.cm ]	(y <sub>3</sub> ) My [ kN.cm ]	(MSD) <sub>1</sub>	(MSD) <sub>2</sub>	(MSD) <sub>3</sub>
Índice de Esbeltez das Barras – λ <sub>y</sub>								
Nível 1	80	2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Nível 2	140	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
Espessura das Lamelas (cm) – e								
Nível 1	2	2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
Nível 2	3	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Altura da Seção Transversal da Lamela (cm) – h								
Nível 1	10	2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16
Nível 2	25	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Classe da Madeira – D								
Nível 1	20	2	-37,270	369,393	70,790	1389,07	136450,95	5011,25
		3	-7,467	218,755	0,948	55,76	47853,60	0,90
		5	-3,390	30,836	6,154	11,49	950,85	37,87
		8	-1,125	8,483	0,568	1,26	71,96	0,32
Nível 2	60	1	-9,664	227,547	5,054	93,40	51777,61	25,55
		4	-121,007	414,513	593,331	14642,69	171821,25	352041,47
		6	-2,618	10,132	1,144	6,85	102,66	1,31
		7	-2,527	38,224	9,857	6,39	1461,09	97,16

Tabela A.5 – Análise de Variância (ANOVA) para as Dicotiledôneas.

DICOTILEDÔNEAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	$(S/N)_i$			$(\overline{S/N})_i$		
			$(S/N)_1$	$(S/N)_2$	$(S/N)_3$	$(\overline{S/N})_1$ N	$(\overline{S/N})_2$ Mz	$(\overline{S/N})_3$ My
Vão da Abóbada (m) – V								
Nível 1	5	5	-10,604	-29,781	-15,783	-7,00914	-25,0282	-7,97632
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Nível 2	20	1	-19,704	-47,141	-14,073	-27,5625	-49,4103	-26,5187
		2	-31,427	-51,350	-36,999			
		3	-17,463	-46,799	0,464			
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
Comprimento da Abóbada (m) – L								
Nível 1	5	3	-17,463	-46,799	0,464	-17,0482	-37,3419	-17,489
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Nível 2	50	1	-19,704	-47,141	-14,073	-17,5235	-37,0966	-17,006
		2	-31,427	-51,350	-36,999			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
Flecha da Abóbada (%) – f								
Nível 1	15	3	-17,463	-46,799	0,464	-19,5206	-37,2612	-17,9882
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
Nível 2	25	1	-19,704	-47,141	-14,073	-15,051	-37,1772	-16,5068
		2	-31,427	-51,350	-36,999			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Índice de Esbeltez das Barras – $\lambda_y$								
Nível 1	80	2	-31,427	-51,350	-36,999	-20,6157	-35,5964	-22,1782
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Nível 2	140	1	-19,704	-47,141	-14,073	-13,956	-38,8421	-12,3168
		3	-17,463	-46,799	0,464			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			

Tabela A.5 (continuação)

DICOTILEDÔNEAS								
Parâmetro	Nível	Exp. no.	$(S/N)_i$			$(\overline{S/N})_i$		
			$(S/N)_1$	$(S/N)_2$	$(S/N)_3$	$(\overline{S/N})_1$ N	$(\overline{S/N})_2$ Mz	$(\overline{S/N})_3$ My
Espessura das Lamelas (cm) – e								
Nível 1	2	2	-31,427	-51,350	-36,999	-16,3255	-37,4774	-14,3944
		3	-17,463	-46,799	0,464			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
Nível 2	3	1	-19,704	-47,141	-14,073	-18,2462	-36,9611	-20,1006
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Altura da Seção Transversal das Barras (cm) – h								
Nível 1	10	2	-31,427	-51,350	-36,999	-22,9352	-41,2821	-32,0308
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
Nível 2	25	1	-19,704	-47,141	-14,073	-11,6365	-33,1564	-2,46415
		3	-17,463	-46,799	0,464			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Classe da Madeira – D								
Nível 1	20	2	-31,427	-51,350	-36,999	-15,1288	-36,6253	-11,8495
		3	-17,463	-46,799	0,464			
		5	-10,604	-29,781	-15,783			
		8	-1,021	-18,571	4,920			
Nível 2	60	1	-19,704	-47,141	-14,073	-19,4428	-37,8132	-22,6455
		4	-41,656	-52,351	-55,466			
		6	-8,359	-20,114	-1,168			
		7	-8,053	-31,647	-19,875			
					Média:	-17,2858	-37,2192	-17,2475

Tabela A.6 – Influência percentual dos parâmetros de projeto em cada resposta estrutural considerada, para as Dicotiledôneas.

DICOTILEDÔNEAS						
Parâmetros de Projeto	$(SS_1)_i$	$(SS_2)_i$	$(SS_3)_i$	$C_1$ [%] N	$C_2$ [%] Mz	$C_3$ [%] My
Vão	211,2203	297,2426	171,9092	66,3	88,4	23,4
Comprimento	0,112961	0,0301	0,116624	0,0	0,0	0,0
Flecha	9,98854	0,003529	1,097298	3,1	0,0	0,1
Índice de Esbeltez	22,17588	5,267416	48,62341	7,0	1,6	6,6
Espessura	1,844488	0,133293	16,28006	0,6	0,0	2,2
Altura	63,83065	33,0137	437,0947	20,0	9,8	59,6
Classe da Madeira	9,305498	0,705623	58,27632	2,9	0,2	7,9