

Figura 4.7 - Malha não-uniforme e distâncias associadas a face  $e$ .

Para a interpolação das velocidades e da densidade sobre a face, utiliza-se uma aproximação linear entre os pontos da seguinte forma:

$$\phi_e = f_e \phi_P + (1 - f_e) \phi_E, \quad (4.18)$$

onde o fator de interpolação  $f_e$  é a razão entre as distâncias mostrada na Fig. (4.7), dada por:

$$f_e = \frac{(\delta x)_e^+}{(\delta x)_e} \quad (4.19)$$

Para a viscosidade, utiliza-se:

$$\phi_e = \left( \frac{1 - f_e}{\phi_P} + \frac{f_e}{\phi_E} \right)^{-1} \quad (4.20)$$

#### 4.1.4 Discretização do modelo de Spalart-Allmaras

A discretização espacial da equação de transporte para a viscosidade turbulenta do modelo de Spalart-Allmaras, Eq. (3.27), é apresentada abaixo. Foi utilizado o mesmo método de discretização espacial empregado na discretização da equação de Navier-Stokes.

- Termo advectivo

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\nu} u_j) = \frac{1}{\Delta x_j} (u_{i,j+1} \tilde{\nu}_e - u_{i,j} \tilde{\nu}_w) + \frac{1}{\Delta y_i} (v_{i+1,j} \tilde{\nu}_n - v_{i,j} \tilde{\nu}_s) \quad (4.21)$$

A variável auxiliar ( $\tilde{\nu}$ ) está localizada no centro da malha. Assim, para calcular os valores

sobre as faces deve-se interpolar com valores dos pontos vizinhos:

$$\begin{aligned}\overline{\tilde{v}}_e &= f(\tilde{v}_{i,j+1}, \tilde{v}_{i,j}) & \overline{\tilde{v}}_w &= f(\tilde{v}_{i,j}, \tilde{v}_{i,j-1}), \\ \overline{\tilde{v}}_n &= f(\tilde{v}_{i+1,j}, \tilde{v}_{i,j}) & \overline{\tilde{v}}_s &= f(\tilde{v}_{i,j}, \tilde{v}_{i-1,j}).\end{aligned}\tag{4.22}$$

- Termo de produção

O termo de produção de viscosidade turbulenta do modelo de Spalart-Allmaras é proporcional à norma do tensor das taxas de deformação:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}\tag{4.23}$$

A discretização é apresentada abaixo:

$$S_{ij}S_{ij} = S_{11}^2 + 2S_{12}^2 + S_{22}^2\tag{4.24}$$

$$S_{11} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \left(\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta x_j}\right)\tag{4.25}$$

$$S_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} = \left(\frac{v_{i+1,j} - v_{i,j}}{\Delta y_i}\right)\tag{4.26}$$

$$S_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\overline{u}_N - \overline{u}_S}{\Delta y_i}\right) + \left(\frac{\overline{v}_E - \overline{v}_W}{\Delta x_j}\right) \right]\tag{4.27}$$

onde as velocidades interpoladas são funções das seguintes variáveis:

$$\begin{aligned}\overline{u}_N &= f(u_{i,j}, u_{i,j+1}, u_{i+1,j}, u_{i+1,j+1}) & \overline{u}_S &= f(u_{i,j}, u_{i,j+1}, u_{i-1,j}, u_{i-1,j+1}), \\ \overline{v}_E &= f(v_{i,j}, v_{i+1,j}, v_{i,j+1}, v_{i+1,j+1}) & \overline{v}_W &= f(v_{i,j}, v_{i+1,j}, v_{i,j-1}, v_{i+1,j-1}).\end{aligned}\tag{4.28}$$

- Termo difusivo (conservativo)

O termo difusivo conservativo para um escoamento isotérmico e incompressível pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \left[ (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial^2 \tilde{\nu}}{\partial x_j \partial x_j} + \left( \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] &= (\nu_{i,j} + \tilde{\nu}_{i,j}) \left[ \frac{\tilde{\nu}_{i,j+1} - 2\tilde{\nu}_{i,j} + \tilde{\nu}_{i,j-1}}{\Delta x m_j^2} + \frac{\tilde{\nu}_{i+1,j} - 2\tilde{\nu}_{i,j} + \tilde{\nu}_{i-1,j}}{\Delta y m_i^2} \right] \\ &+ \left( \frac{\tilde{\nu}_{i,j+1} - \tilde{\nu}_{i,j-1}}{\Delta x m_j + \Delta x m_{j+1}} \right) \left( \frac{\tilde{\nu}_{i,j+1} - \tilde{\nu}_{i,j-1}}{\Delta x m_j + \Delta x m_{j+1}} \right) + \left( \frac{\tilde{\nu}_{i+1,j} - \tilde{\nu}_{i-1,j}}{\Delta y m_i + \Delta y m_{i+1}} \right) \left( \frac{\tilde{\nu}_{i+1,j} - \tilde{\nu}_{i-1,j}}{\Delta y m_i + \Delta y m_{i+1}} \right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

- Termo difusivo (não-conservativo)

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = \left( \frac{\tilde{\nu}_{i,j+1} - \tilde{\nu}_{i,j}}{\Delta x m_j} \right) \left( \frac{\tilde{\nu}_{i,j+1} - \tilde{\nu}_{i,j}}{\Delta x m_j} \right) + \left( \frac{\tilde{\nu}_{i+1,j} - \tilde{\nu}_{i,j}}{\Delta y m_i} \right) \left( \frac{\tilde{\nu}_{i+1,j} - \tilde{\nu}_{i,j}}{\Delta y m_i} \right) \quad (4.30)$$

#### 4.1.5 Discretização para a função indicadora

Assim como para a pressão, a função indicadora e as variáveis  $G_x$  e  $G_y$  estão localizadas no centro da malha euleriana. A Eq. (3.11) para caso bidimensional pode ser rescrita como:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} \quad (4.31)$$

Para a discretização da função indicadora também foi utilizado o esquema de diferenças centradas, sendo os termos da Eq. (4.31), discretizados dados por:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{I_{i,j+1} - 2I_{i,j} + I_{i,j-1}}{\Delta x m_j^2} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = \frac{I_{i+1,j} - 2I_{i,j} + I_{i-1,j}}{\Delta y m_i^2} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = \frac{(Gx_{i,j+1} + Gx_{i,j}) - (Gx_{i,j-1} + Gx_{i,j})}{2\Delta x_j} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial y} = \frac{(Gy_{i,j} + Gy_{i+1,j}) - (Gy_{i-1,j} + Gy_{i,j})}{2\Delta y_i} \quad (4.35)$$

Substituindo as Eqs. de (4.32) à (4.35) na Eq. (4.31), obtém-se:

$$\frac{I_{i,j+1} - 2I_{i,j} + I_{i,j-1}}{\Delta x m_j^2} + \frac{I_{i+1,j} - 2I_{i,j} + I_{i-1,j}}{\Delta y m_i^2} =$$

$$\frac{(Gx_{i,j+1} + Gx_{i,j}) - (Gx_{i,j-1} + Gx_{i,j})}{2\Delta x_j} + \frac{(Gy_{i,j} + Gy_{i+1,j}) - (Gy_{i-1,j} + Gy_{i,j})}{2\Delta y_i}$$
(4.36)

Para a solução do sistema linear representado pela Eq. (4.36) também é utilizado o MSI.

## 4.2 Discretização do domínio lagrangiano

A Eq. (3.3) é responsável pelo acoplamento entre os domínios lagrangiano e euleriano. Como já foi visto o termo de força lagrangiano é avaliado a partir da solução das equações de Navier-Stokes, que é obtida numericamente. Deve-se portanto obter uma forma discreta para o termo fonte de força euleriano  $f_i$ , que é escrita como:

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \sum_k D_{ij} (\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{F}(\vec{x}_k, t) \Delta s^2(\vec{x}_k),$$
(4.37)

onde  $\Delta s^2(\vec{x}_k)$  é o volume de controle por unidade de profundidade, centrado em cada ponto lagrangiano. Esta equação é válida para escoamentos bidimensionais.

Como as malhas dos dois domínios são geometricamente independentes, nem sempre é possível que os pontos lagrangianos coincidam exatamente com os pontos eulerianos. Isso faz com que a implementação computacional da função Delta de Dirac seja inapropriada, uma vez que poderá levar à formação de um campo de forças descontínuo sobre a interface. Para contornar esse problema, deve-se substituir a função  $\delta$  por uma aproximação também discreta que permite uma distribuição suave da força lagrangiana nos pontos da malha euleriana. Foi utilizada uma função distribuição  $D_{ij}$ , proposta por Juric e Tryggvason (1996), definida pelas seguintes equações:

$$D_{ij}(\vec{x}_k) = \prod_{m=1}^N \frac{f[(x_k - x_i)/\Delta]}{\Delta},$$
(4.38)

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r) & \text{se } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - f_1(2 - \|r\|) & \text{se } 1 < \|r\| < 2 \\ 0 & \text{se } \|r\| > 2 \end{cases},$$
(4.39)

$$f_1(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8}, \quad (4.40)$$

onde  $r$  é o raio de influência da função distribuição, podendo ser  $(x_k - x_i)/\Delta$  ou  $(y_k - y_i)/\Delta$ , dependendo da direção para a qual a propriedade é distribuída, sendo  $\Delta$  o tamanho da malha euleriana.

A função  $D_{ij}$  age como uma função peso tendo um comportamento semelhante a uma função Gaussiana. Desta forma a função distribuição guarda a propriedade de integral unitária no intervalo  $[-\infty, +\infty]$ . Esta propriedade garante a conservação da quantidade distribuída. Na Fig. (4.8) pode-se observar como é feita a distribuição dos pesos pela função  $D_{ij}$ , onde apenas os pontos dentro de uma faixa de  $2\Delta$  do ponto de interesse contribuem para o processo de distribuição.

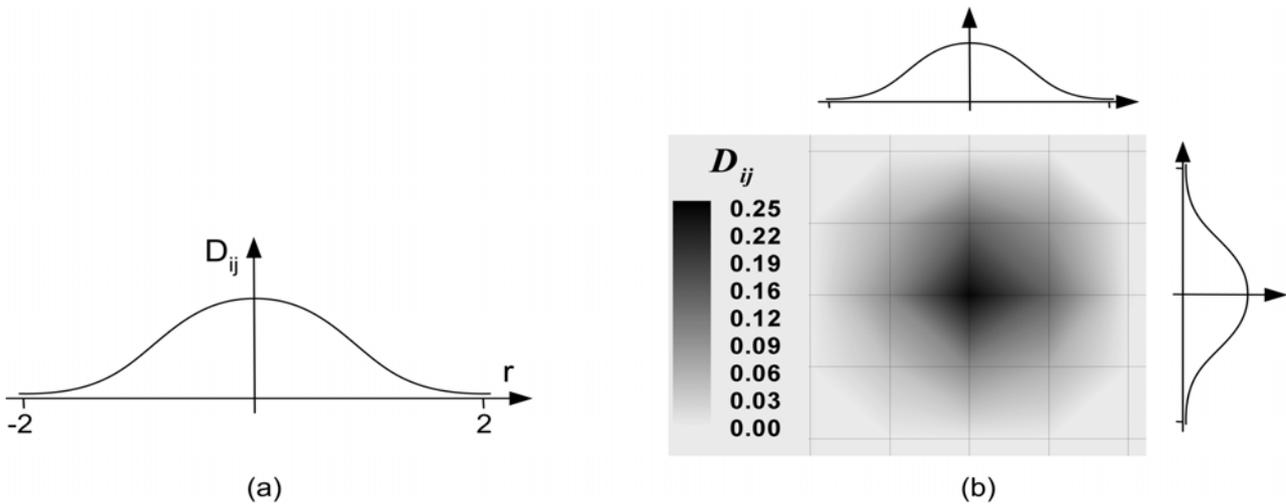


Figura 4.8 - Função distribuição  $D_{ij}$  aplicada em uma malha bidimensional ( $N = 2$ ).

Para o cálculo de cada uma das parcelas da densidade de força lagrangiana, Eq. (3.4), é necessário conhecer, a priori, os campos de velocidade e pressão do escoamento. Como se sabe, esses campos são calculados na malha euleriana, devendo-se então obtê-los sobre os pontos lagrangianos os quais, em geral, não são coincidentes com os pontos da malha euleriana. Sendo assim os campos de velocidade e pressão são interpolados em pontos auxiliares próximos à interface.

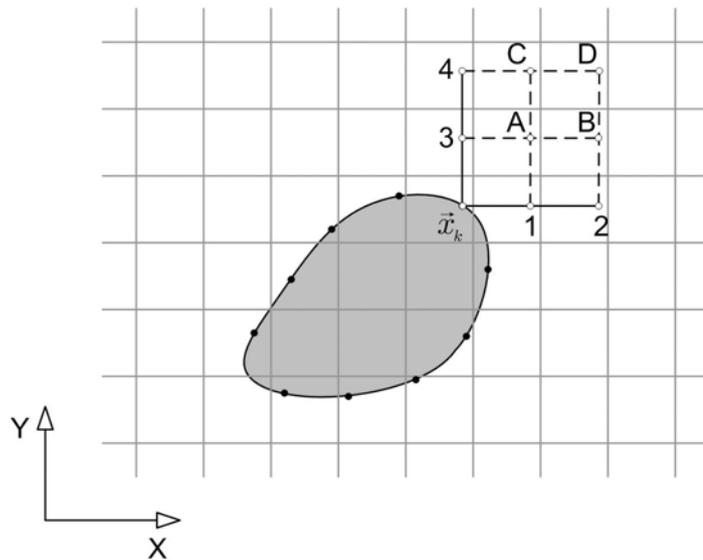


Figura 4.9 - Pontos auxiliares utilizados no esquema de interpolação para cálculo das forças lagrangianas.

A Fig. (4.9) ilustra como são definidos os pontos auxiliares utilizados no esquema de interpolação da velocidade para o cálculo das derivadas que compõem os termos de força da Eq. (3.4). Tendo como base um ponto lagrangiano qualquer ( $\vec{x}_k$ ), adota-se mais dois pontos distantes de  $\Delta$  e  $2\Delta$  em direções paralelas da malha euleriana; na direção  $X$  os pontos 1 e 2, e na direção  $Y$  os pontos 3 e 4. Pontos extras  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são necessários para calcular os termos cruzados da componente viscosa ( $F_v$ ) da força lagrangiana.

Os campos de velocidade são transportados da malha euleriana para os pontos auxiliares pela função  $D_{ij}$ , centrada em cada ponto auxiliar. Para interpolação das velocidades são utilizados pontos internos e externos a interface. Isso porque o escoamento interno é também resolvido pelas equações de Navier-Stokes, sendo portanto, fisicamente coerente. Em geral, o escoamento interno induzido apresenta sentido contrário ao escoamento externo. Desta forma, o uso dos pontos internos, ajuda a recuperar a condição de não-deslizamento, atuando de maneira semelhante a uma malha virtual.

Na Fig. 4.10 e Fig. 4.11 é ilustrado o esquema de interpolação das componentes horizontal e vertical da velocidade, sobre o ponto auxiliar 3. É definida, computacionalmente, uma caixa, representada aqui pela linha pontilhada. Avalia-se então, para cada um destes pontos, os pesos da função distribuição (Eq. 4.38) centrada no ponto auxiliar 3. Esse procedimento reduz o custo computacional evitando que seja avaliada a função distribuição para todos os pontos da malha



Uma vez interpoladas as velocidades para todos os pontos auxiliares, pode-se então calcular as componentes da força lagrangiana  $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$ . Para isso é necessário calcular as derivadas da velocidade para os pontos auxiliares, o que é feito utilizando-se uma aproximação por polinômios de Lagrange de segunda ordem ( $m = 2$ ). São necessários  $m + 1$  pontos e a função de interpolação ( $\phi$ ) é dada pela combinação linear dos polinômios de Lagrange ( $q_i$ ):

$$\phi(x) = \sum_{i=0}^m \phi_i q_i(x), \quad (4.41)$$

onde:

$$q_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^m \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (4.42)$$

Assim na direção  $X$  para os pontos  $k, 1$  e  $2$  da Fig. 4.9, tem-se a seguinte função de interpolação para uma propriedade qualquer ( $\phi$ ):

$$\phi = \frac{(x_i - x_1)(x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k + \frac{(x_i - x_k)(x_i - x_2)}{(x_1 - x_k)(x_1 - x_2)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k)(x_i - x_1)}{(x_2 - x_k)(x_2 - x_1)} \phi_2 \quad (4.43)$$

A primeira e segunda derivadas na direção  $X$  são dadas por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{(x_i - x_1) + (x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_2)}{(x_1 - x_k)(x_1 - x_2)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_1)}{(x_2 - x_k)(x_2 - x_1)} \phi_2, \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\phi_k}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} + \frac{2\phi_1}{(x_1 - x_k)(x_1 - x_2)} + \frac{2\phi_2}{(x_2 - x_k)(x_2 - x_1)}. \quad (4.45)$$

Analogamente para a direção  $Y$ , tem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{(y_i - y_3) + (y_i - y_4)}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)} \phi_k + \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_4)}{(y_3 - y_k)(y_3 - y_4)} \phi_3 + \frac{(y_i - y_k) + (y_i - y_3)}{(y_4 - y_k)(y_4 - y_3)} \phi_4, \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{2\phi_k}{(y_k - y_3)(y_k - y_4)} + \frac{2\phi_3}{(y_3 - y_k)(y_3 - y_4)} + \frac{2\phi_4}{(y_4 - y_k)(y_4 - y_3)}. \quad (4.47)$$

Para a interpolação do campo de pressão, utilizam-se valores apenas dos pontos externos à interface, o que é feito com o auxílio de uma função indicadora que identifica quais os pontos da malha euleriana pertencem ao corpo imerso no escoamento como, por exemplo, a função proposta por Unverdi e Tryggvason (1992). Entretanto, este procedimento causa um inconveniente, pois exclui os pontos que já haviam sido escolhidos pela função distribuição e isto

interfere na ponderação dos pesos, resultando em um fator final menor que 1. Dessa forma a propriedade avaliada sobre o ponto auxiliar estará eventualmente sub-avaliada. Uma alternativa a este problema é recalcular os pesos da função distribuição após excluir os pontos internos. Este é o procedimento utilizado atualmente e vêm apresentando bons resultados, em problemas com interfaces móveis.

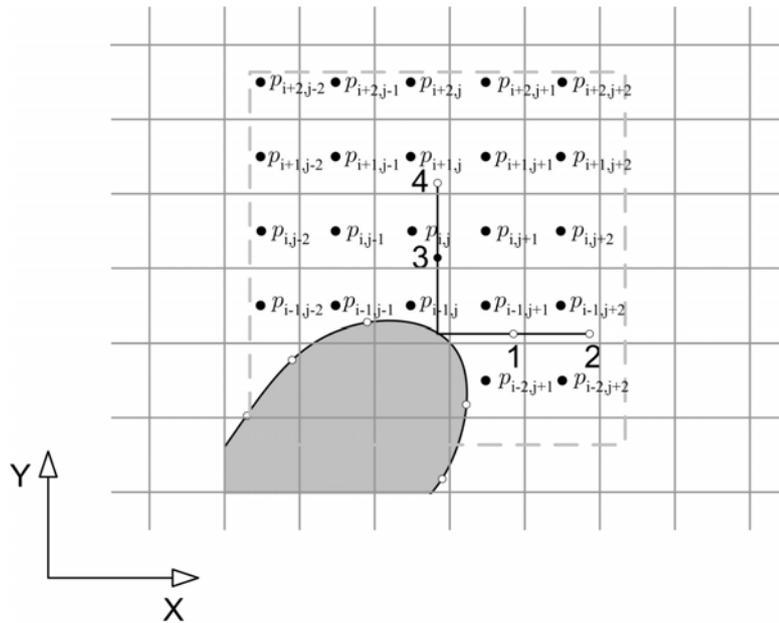


Figura 4.12 - Esquema de interpolação da pressão para o ponto auxiliar 3.

Observe que estão sendo usados apenas quatro pontos auxiliares para a pressão, o ponto  $k$  (que para as velocidades estava localizado sobre a interface) é tomado a uma distância  $h$  da interface na direção normal, como ilustrado pela Fig. (4.13). A pressão nesse ponto é determinada da mesma forma que os demais pontos auxiliares (excluindo os pontos internos) o ponto na direção normal é usado apenas para o cálculo da pressão na superfície do corpo imerso.

As derivadas para a força de pressão são calculadas utilizando diferenças centradas com os demais pontos auxiliares (dois pontos em cada direção):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_4 - p_3}{y_4 - y_3}. \tag{4.48}$$

Resta ainda a modelagem do termo de força de aceleração. Esse é o termo de maior influência no cálculo da força lagrangiana total, sendo aproximado pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial u_{k i}}{\partial t} = \frac{u_{k i} - u_{f k i}}{\Delta t}, \tag{4.49}$$

onde  $u_{k_i}$  é a velocidade de movimentação da interface e  $u_{fk_i}$  é a velocidade do fluido nos pontos que coincidem com a interface. Esta parcela de força pode ser interpretada como uma forçagem que garante que a velocidade de uma partícula de fluido junto ao corpo tenha a mesma velocidade da interface.

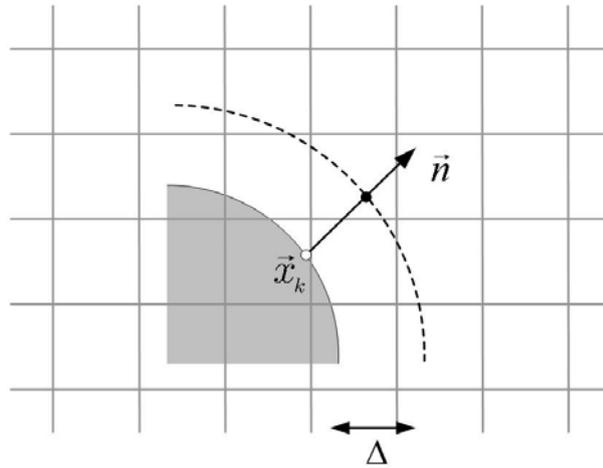


Figura 4.13 - Determinação da pressão sobre o ponto da interface.



## Capítulo V

### Resultados e Discussão Simulações sem Modelagem da Turbulência

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o método IB/VPM aplicados à simulação de corpos deformáveis, a baixos números de Reynolds. A primeira seção destaca resultados de simulações de escoamentos sobre fronteiras móveis. Foram simulados escoamentos sobre um corpo rombudo de geometria variável no tempo. Partindo-se inicialmente de um escoamento em regime permanente é imposta uma lei de deformação ao corpo. Os resultados são comparados a resultados em regime permanente, experimentais e numéricos encontrados na literatura, de maneira que se pudesse isolar e avaliar os efeitos transientes causados pela variação da velocidade de movimentação da fronteira no escoamento e sobre os coeficientes de pressão e arrasto. O modelo apresentou uma boa coerência física e concordância com os resultados de referência. Esta etapa gerou importantes considerações que foram acrescentadas à formulação do VPM de maneira que se pudesse adequar o método para simulação de casos com geometrias móveis.

Os resultados obtidos na etapa anterior foram promissores, o que motivou o uso do método em problemas de otimização de forma, apresentados na segunda seção deste capítulo. Este caso de aplicação difere do anterior, uma vez que a alteração da geometria é agora feita pelo otimizador. Sendo assim, não segue nenhuma lei de movimentação, o que pode levar a geometrias não factíveis e portanto, constitui um problema mais complicado do que o caso anterior. Um caso de problema inverso foi testado, para um dado escoamento sobre um corpo qualquer busca-se encontrar a geometria do corpo que satisfaça uma condição prescrita. Foi utilizado um algoritmo de otimização estocástico, conhecido como *Simulated Annealing*. Por fim, são apresentadas neste capítulo as motivações que levaram ao estudo e implementação de modelos de turbulência no âmbito de fronteira imersa para simulações a altos números de Reynolds.

### 5.1 Interfaces móveis: cilindro de diâmetro variável no tempo

O método IB/VPM vem sendo utilizado com sucesso na simulação de escoamentos sobre corpos imersos estacionários, como apresentado por Lima e Silva *et al.* (2003). Esta etapa do trabalho descreve a primeira aplicação do método na simulação de problemas com fronteira móvel, publicado por Oliveira *et al.* (2004), que apresentou resultados da simulação de um escoamento laminar sobre um cilindro de diâmetro variável no tempo. A escolha por este problema de fato se deve à dificuldade em se conseguir experimentos para superfícies móveis que possam ser utilizados na validação dos desenvolvimentos numéricos. Um caso experimental de fronteira móvel que é referenciado por Udaykumar *et al.* (2001) e Zhao e Forhad (2003) como sendo bastante utilizado na validação de problemas de fronteira móvel, foi apresentado por Pedley e Stephanoff (1985). Trata-se de um escoamento no interior de um canal para o qual tem-se inicialmente um escoamento de Poiseuille que é modificado pela oscilação harmônica de uma seção da parede do canal, levando ao aparecimento de um trem de ondas que se propagam pelo escoamento. Entretanto este caso teste não foi considerado apropriado para o presente trabalho uma vez que o foco é o estudo de escoamentos sobre corpos rombudos. Escoamentos sobre cilindros possuem uma extensa documentação, sendo possível conduzir experimentos numéricos transientes de modo a reproduzir situações clássicas de cilindros rígidos disponíveis na literatura, como se pretende mostrar no decorrer desta seção.

Na Fig. 5.1 mostra-se o domínio de cálculo e as características da malha utilizada nas simulações desta seção para escoamentos sobre cilindros de diâmetro variável no tempo. Testes de independência de malha e influência do domínio foram realizados por Lima e Silva *et al.* (2003), os quais foram utilizados como referência para as simulações aqui apresentadas. A configuração inicial escolhida foi um escoamento sobre um cilindro imerso de diâmetro  $D_0$ . Utilizou-se um domínio de  $15D_0$  de largura por  $30D_0$  de comprimento, discretizado por uma malha cartesiana uniforme de  $250 \times 500$  pontos. O corpo imerso foi representado por uma malha lagrangiana de 104 pontos, com o centro do corpo posicionado a  $16,5D_0$  da entrada e no plano central do domínio. Como condições de contorno foram impostas condições de Neumann para a velocidade nas laterais e saída do domínio, enquanto na entrada do domínio foi imposto um perfil uniforme de velocidades. Para a correção de pressão foi imposta derivada nula na entrada e correção de

pressão nula nas demais faces do domínio de cálculo.

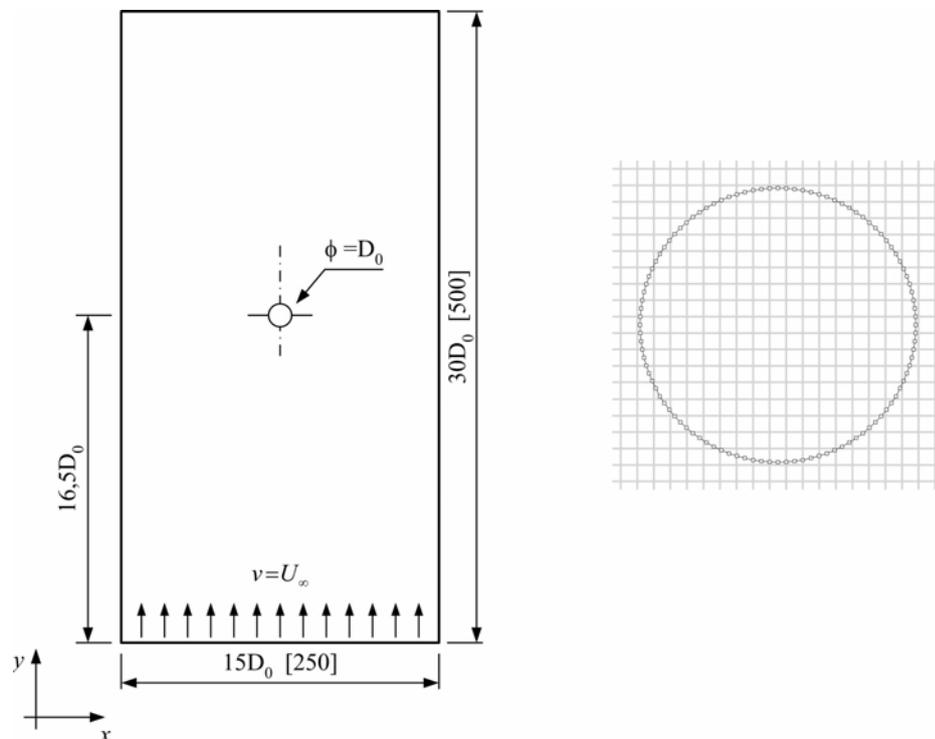


Figura 5.1 - Esquema ilustrativo do domínio de cálculo e malhas euleriana e lagrangiana na região próxima ao cilindro.

### 5.1.1 Escoamento sobre um cilindro com diâmetro crescente

Uma lei de deformação linear para o diâmetro do cilindro foi definida, através de uma rotina que recalcula as novas coordenadas dos pontos lagrangianos a cada iteração no tempo. Note que é necessário calcular apenas as posições dos pontos lagrangianos, sendo que a malha euleriana permanece inalterada.

O primeiro caso simulado foi o aumento progressivo de um cilindro de diâmetro  $D(t)$ , imerso em um escoamento, para número de Reynolds  $Re_D = 20$ . Inicialmente, espera-se que o escoamento se estabeleça sobre um cilindro de diâmetro inicial  $D_0$ . Após o escoamento completamente estabelecido, inicia-se a variação do diâmetro do cilindro, até se atingir um diâmetro de  $2D_0$ , configuração que caracteriza um escoamento a  $Re_D = 40$ . As simulações foram mantidas propositalmente abaixo do número de Reynolds crítico, sabendo-se que a transição desse escoamento para o regime instável ocorre para  $Re_D \gtrsim 47$ . A variação do diâmetro com o tempo é

dada por:

$$D(t) = D_0 + V_{mov} t, \quad (5.1)$$

onde  $V_{mov}$  é a velocidade de movimentação e  $t$  representa o tempo.

Como não existem dados na literatura para esse tipo de escoamento (sobre um cilindro de diâmetro variável) adotou-se, propositalmente, uma velocidade de movimentação da fronteira muito baixa, de maneira que se conseguisse reproduzir numa simulação transiente, um conjunto de eventos semelhantes a um conjunto de resultados estáticos. Essa situação foi denominada de *quasi-estática*. Este caso permite uma boa avaliação quantitativa dos resultados obtidos com os dados existentes na literatura, para escoamentos a diferentes Reynolds (20 – 40) em situações estáticas.

Uma maneira clássica da apresentação desses resultados é um gráfico do coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) em função do número de Reynolds, sendo, inclusive, encontradas na literatura correlações empíricas que fornecem o  $C_D$  em função de  $Re_D$ , para uma larga faixa de escoamentos sobre cilindros. O coeficiente de arrasto é dado por:

$$C_D = \frac{F_D}{(1/2) \rho U_\infty^2 D}, \quad (5.2)$$

onde  $F_D$  é a força de arrasto, definida como sendo a componente da força sobre o corpo na direção do escoamento, a qual pode ser calculada usando tanto a força euleriana  $f_y$  quanto a força lagrangiana  $F_y$ :

$$F_D = - \int_{\Gamma} f_y dx = - \int_0^L F_y ds, \quad (5.3)$$

onde  $\Gamma$  é um círculo externo ao cilindro e  $L$  é o perímetro do cilindro.

Foram feitos testes preliminares, sendo imposta uma velocidade constante de crescimento do cilindro igual a 0,001 [m/s]. Os resultados da simulação são apresentados no gráfico da Fig. 5.2, que mostra o coeficiente de arrasto no cilindro para vários valores do número de Reynolds. Pode-se constatar que a curva correspondente a  $V_{mov} = 0,001$  [m/s] ajustou-se bem aos resultados numéricos de situações estáticas simuladas por Lima e Silva (2002). Isto demonstra que o cálculo dinâmico de  $C_D$  reproduz os dados das simulações estáticas.

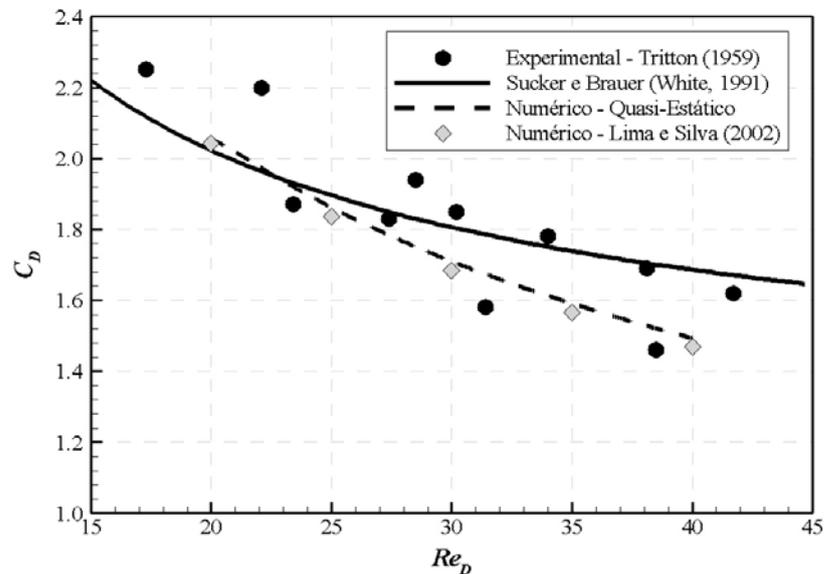


Figura 5.2 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para o escoamento em torno de um cilindro.

Na Fig. 5.2 também são apresentados resultados experimentais obtidos por Tritton (1959) e uma correlação empírica, Eq. 5.4, obtida por Sucker e Brauer (White, 1991):

$$C_D \approx 1,18 + \frac{6,8}{Re_D^{0,89}} + \frac{1,96}{Re_D^{0,5}} - \frac{0,0004 Re_D}{1 + 3,64 \times 10^{-7} Re_D^2}. \quad (5.4)$$

Como se pode observar a curva simulada se ajusta bem aos pontos do gráfico, sendo obtido um erro médio de aproximadamente 7% com relação aos valores experimentais. Esse erro para o coeficiente de arrasto é considerado aceitável, aproximadamente igual ao erro médio para a correlação empírica que é de 6%. É importante enfatizar que a curva relativa à simulação do presente trabalho foi inteiramente obtida numa única simulação transiente, sendo a variação de  $Re_D$  devida à variação do diâmetro  $D(t)$ .

### 5.1.2 Influência da velocidade de movimentação

Propôs-se, nesta seção, avaliar a influência da velocidade de crescimento do cilindro sobre o escoamento. Para isso, foram simulados escoamentos para três valores de  $V_{mov}$ , além do caso anterior quasi-estático, que serviu de referência na comparação dos resultados. Foram verificados efeitos sobre o coeficiente de arrasto, sobre o comprimento da bolha de recirculação e sobre o coeficiente de pressão, os quais são mostrados a seguir.

### Coeficiente de arrasto

A Fig. 5.3 apresenta o coeficiente de arrasto em função de  $Re_D$  para diferentes velocidades de crescimento do cilindro. A curva *quasi-estático*, como já foi mostrado, se refere a  $V_{mov} = 0,001 [m/s]$ . Nesse gráfico observa-se a influência de  $V_{mov}$  sobre o coeficiente de arrasto. Verifica-se que um aumento de  $V_{mov}$  desloca a curva do coeficiente de arrasto para cima. Esta elevação dos valores de  $C_D$  para um mesmo valor de  $Re_D$ , quando se aumenta  $V_{mov}$ , acontece por razões puramente físicas. O que está sendo simulado é um regime transiente, com bolhas de recirculação que não correspondem ao estado estacionário para o mesmo valor de  $Re_D$ .

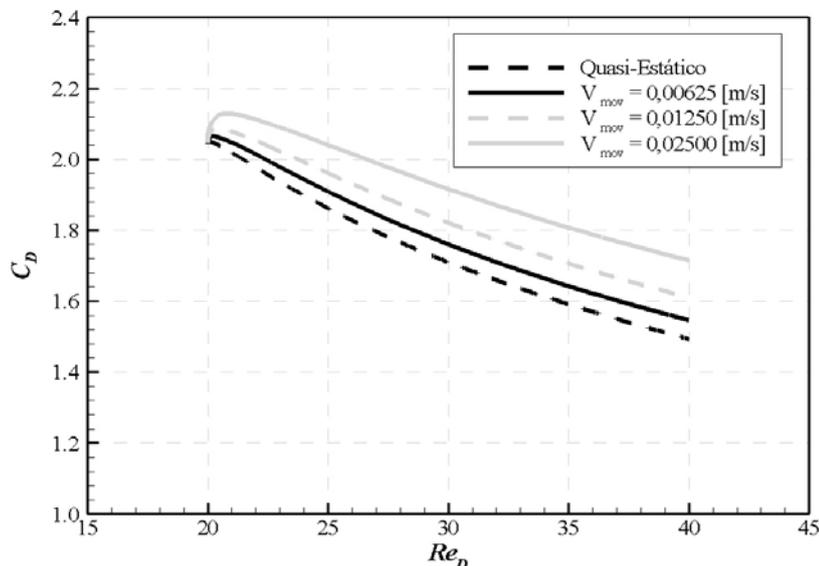


Figura 5.3 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para várias velocidades de crescimento do cilindro.

O deslocamento da curva se deve ao comportamento do  $C_D$  logo nos primeiros instantes da simulação, quando se verifica um aumento do coeficiente de arrasto à medida que se aumenta o diâmetro do cilindro. Esse aumento inicial contraria a tendência observada experimentalmente nos resultados estáticos. Após um curto período de crescimento, o valor do  $C_D$  volta a cair com o aumento do número de Reynolds. A tendência inicial de aumento do  $C_D$  torna-se mais relevante com o aumento da velocidade de crescimento,  $V_{mov}$ .

Fisicamente, no momento que se inicia o aumento do diâmetro do cilindro, a força que o escoamento exerce sobre o cilindro deve ser ligeiramente maior do que uma situação estática. Isto porque a movimentação relativa do cilindro em relação ao escoamento leva ao aparecimento

de uma força de aceleração sobre as partículas do fluido. Esta força é, obviamente, diretamente proporcional à velocidade de movimentação do cilindro, o que explica o aumento inicial do  $C_D$  no início da simulação.

#### *Comprimento da bolha de recirculação*

Através de observações experimentais é possível constatar que para escoamentos sobre um cilindro existe a formação de duas bolhas de recirculação. Sabe-se também que para escoamentos abaixo do Reynolds crítico estas bolhas se mantêm simétricas e estáveis, o que também é verificado pela teoria da estabilidade linear. O comprimento da bolha ( $L_W$ ) é definido como a distância entre os dois pontos de estagnação à jusante do cilindro, como ilustrado na Fig. 5.4.

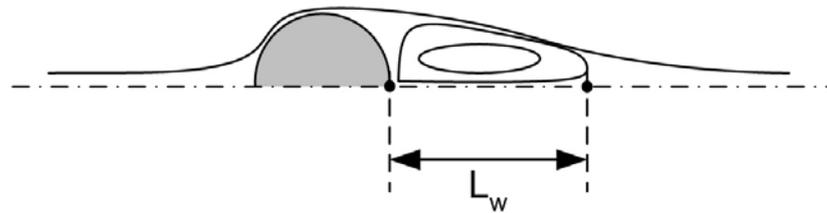


Figura 5.4 - Comprimento da bolha de recirculação formada à jusante do cilindro.

Foi também verificado o efeito da velocidade de movimentação da interface sobre o comprimento das bolhas de recirculação atrás do cilindro. Para isto, determinou-se o comprimento das bolhas de recirculação imediatamente após o cilindro atingir o diâmetro  $2D_0$ , ou seja, escoamento a  $Re_D = 40$ . A determinação de  $L_W$  foi feita para cada um dos diferentes valores de  $V_{mov}$ . O resultado é apresentado na Tab. 5.1. O comprimento da bolha de recirculação para o caso quasi-estático foi de  $L_W = 2,54$  o que corresponde ao valor obtido por Lima e Silva *et al.* (2003). Para as demais simulações observa-se que o comprimento da bolha decresce com o aumento da velocidade de crescimento do cilindro, chegando a uma diferença de 37% no comprimento para a maior velocidade de crescimento ( $V_{mov} = 0,025 [m/s]$ ).

Na Fig. 5.5 são apresentados os resultados da visualização de linhas de corrente para um escoamento a  $Re_D = 40$ , ao final do regime transiente de movimentação  $V_{mov} = 0,025 [m/s]$  (linhas pretas) e resultados de um escoamento sobre um cilindro estacionário (linhas cinzas).

Tabela 5.1 - Comprimento da bolha de recirculação,  $L_w$ , para  $Re_D = 40$  utilizando várias velocidades de movimentação

$V_{mov}$ [m/s]	$L_w/2D_0$
0,001(Quasi-Estático)	2,54
0,00650	2,22
0,01250	1,95
0,02500	1,60
Lima e Silva <i>et al.</i> (2003)	2,54

É bastante evidente a diferença geométrica entre as linhas de corrente, comparando as duas situações. Observe que o resultado correspondente à situação transiente apresenta uma redução no tamanho da bolha de recirculação com o aumento de  $V_{mov}$ , o que era esperado do ponto de vista físico, uma vez que o aumento do diâmetro do cilindro exerce um efeito de compressão sobre a bolha de recirculação, reduzindo o seu comprimento. Quando o cilindro permanece com diâmetro constante o regime estacionário é atingido e o valor estático é recuperado. Neste momento as linhas de corrente correspondentes às duas situações coincidem.

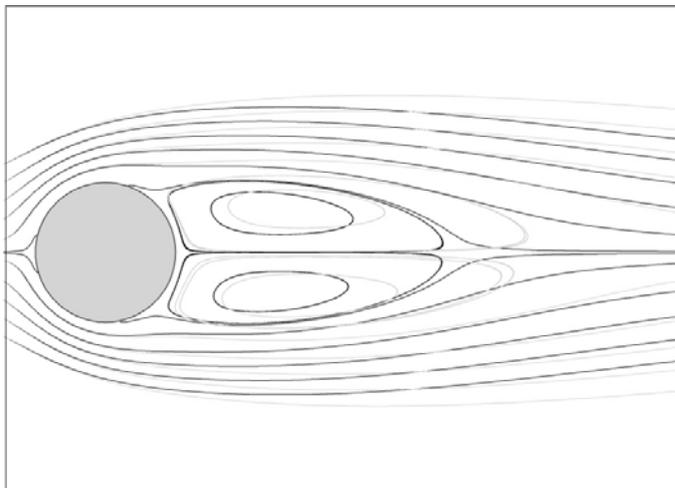


Figura 5.5 - Comparação das linhas de corrente ao final da movimentação (em preto) com as linhas de corrente para a situação estática (em cinza).

### *Coeficiente de pressão*

O coeficiente de pressão na superfície do cilindro é definido como sendo a diferença de

pressão entre a superfície do cilindro e a pressão da corrente livre:

$$C_p = \frac{p_k - p_\infty}{(1/2)\rho U_\infty^2}, \quad (5.5)$$

onde  $p_k$  é a pressão sobre um ponto lagrangiano  $k$  na superfície do cilindro.

O gráfico da Fig. 5.6 apresenta o coeficiente de pressão na superfície do cilindro em função do ângulo, para os diferentes valores de  $V_{mov}$  e resultados estáticos obtidos por Dennis e Chang (1970). O  $C_p$  foi determinado imediatamente após o cilindro atingir a sua configuração final, diâmetro  $2D_0$ . O coeficiente de pressão apresentou ligeiro decréscimo no seu valor ao se aumentar  $V_{mov}$ , para quase todos os pontos na superfície do cilindro  $30^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ . Somente na região próxima do ponto de estagnação frontal,  $0^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$ , ocorreu o inverso, onde foi verificado um aumento no valor do  $C_p$ . Isso ocorre porque na região à montante, o crescimento do cilindro tende a comprimir o fluido aumentando a pressão em  $p_k$ . À jusante o efeito é contrário.

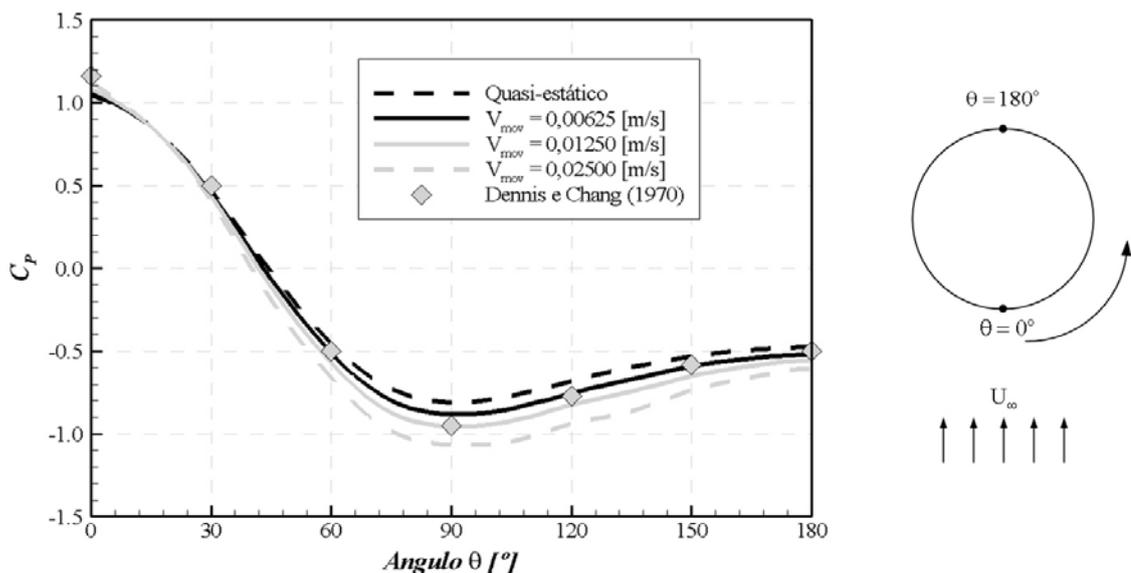


Figura 5.6 - Distribuição do coeficiente de pressão para várias velocidades de crescimento do cilindro ao final da simulação,  $Re_D = 40$ .

### Visualização do escoamento

Nas Figs. 5.7 e 5.8 tem-se, respectivamente, a evolução temporal dos campos de vorticidade e de pressão do escoamento sobre o cilindro de diâmetro variável, para uma velocidade

de crescimento do cilindro de  $0,025 [m/s]$ . A situação inicial  $Re_D = 20$  é atribuída no tempo 0 s. São então apresentadas visualizações dos campos para vários instantes das simulações, que se referem aos tempos físicos do escoamento para: 0, 1, 3 e 4 segundos.

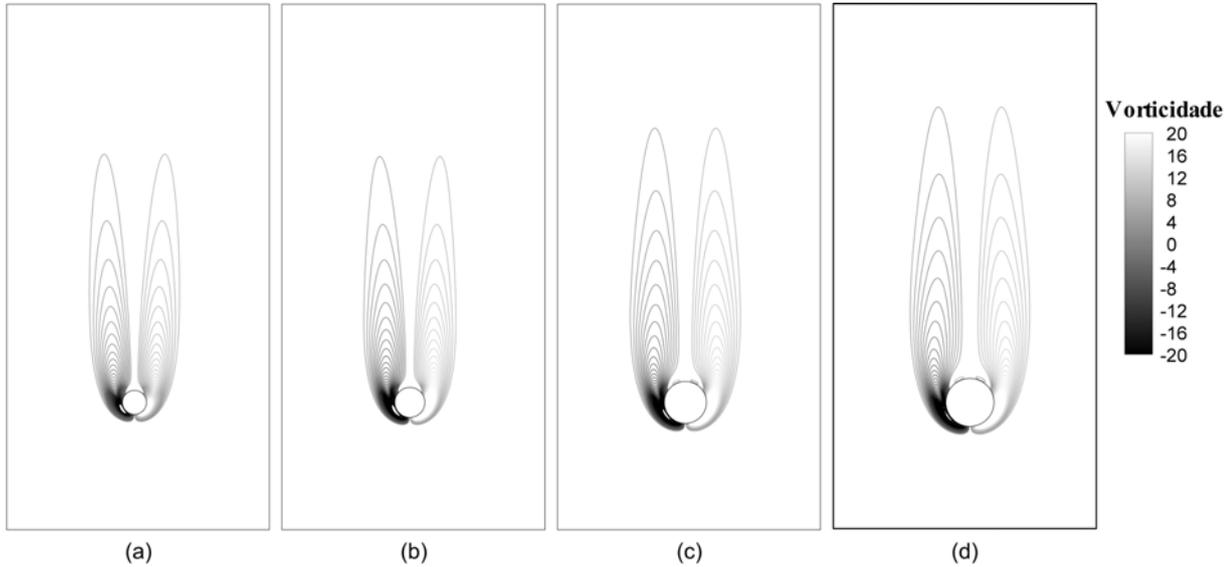


Figura 5.7 - Evolução temporal do campo de vorticidade durante o crescimento do cilindro para  $V_{mov} = 0,025 [m/s]$ .

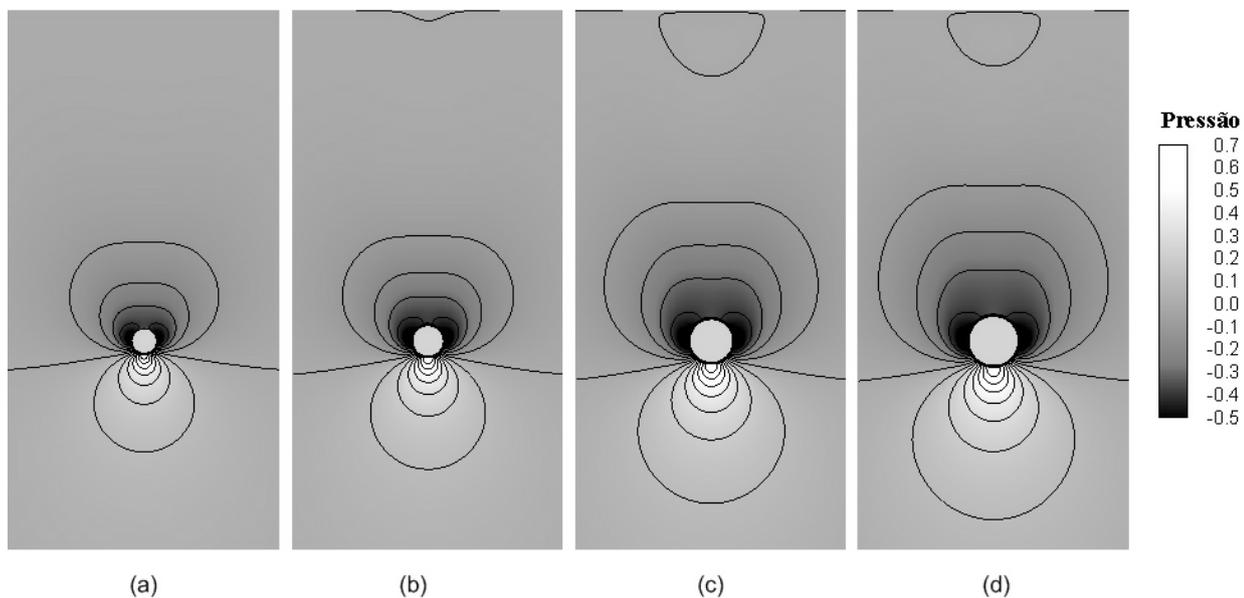


Figura 5.8 - Evolução do campo de pressão durante o crescimento do cilindro para  $V_{mov} = 0,025 [m/s]$ .

Para esta mesma velocidade de movimentação é apresentada, na Fig. 5.9, a visualiza-

ção das linhas de corrente do escoamento sobre o cilindro em crescimento. O escoamento se desenvolve no sentido ascendente das figuras, com formação de recirculações horárias (bolha da esquerda) e anti-horárias (bolha da direita).

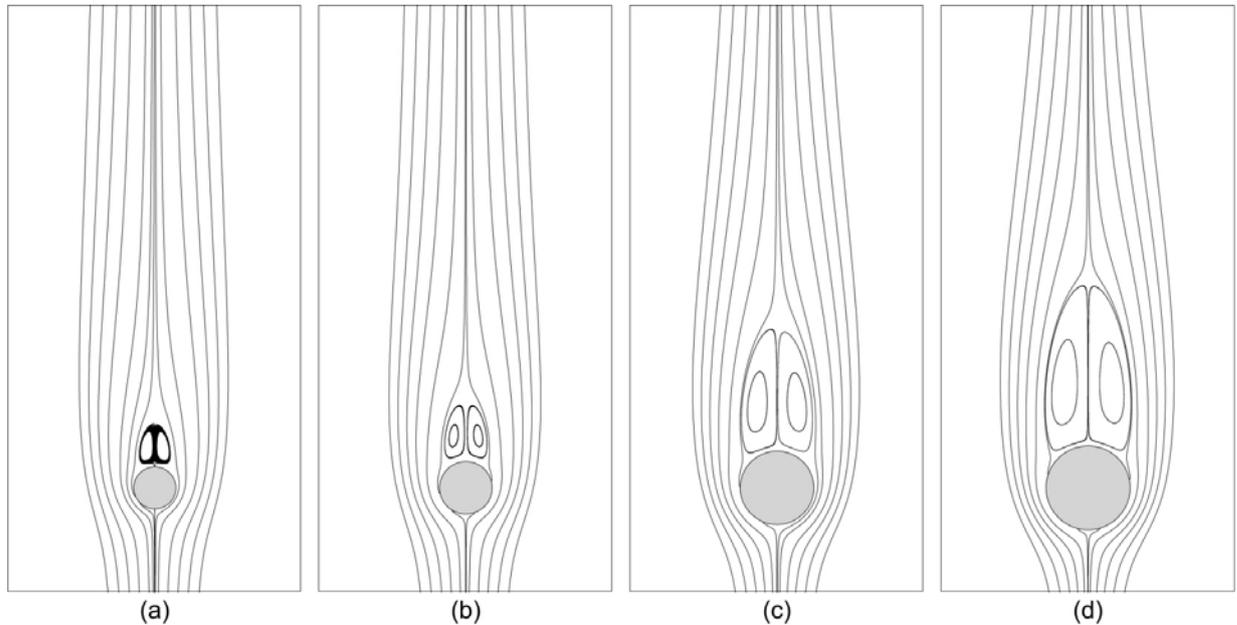


Figura 5.9 - Evolução temporal das linhas de corrente durante o crescimento do cilindro para  $V_{mov} = 0,025[m/s]$ .

Qualitativamente observa-se uma boa coerência dos resultados obtidos na simulação, sendo que ao seu final, as recirculações são perfeitamente simétricas, como já era esperado, visto que todo o processo se dá dentro do regime laminar estável. As linhas de corrente acompanharam bem a alteração da geometria do corpo ficando sempre externas ao cilindro, mesmo durante a alteração do diâmetro, mostrando que as partículas de fluido não cruzam a superfície do cilindro. Isto mostra uma boa performance da metodologia para escoamentos sobre geometrias deformáveis.

### 5.1.3 Movimentação intermitente

Outro caso simulado foi a simulação do crescimento intermitente do cilindro. Partindo da condição inicial  $Re_D = 20$ , inicia-se o crescimento do cilindro a uma velocidade constante  $V_{mov} = 0,025$  até a condição de  $Re_D = 25$  (ou diâmetro de  $1,25D_0$ ). Neste ponto a movimentação da fronteira é interrompida ( $V_{mov} = 0$ ), sendo que a simulação continua. Espera-se novamente o estabelecimento do regime permanente, só então se inicia novamente o crescimento do cilindro

com a mesma velocidade de movimentação. Segue-se nessa seqüência, com pontos de parada em  $Re_D = 25, 30, 35$  e  $40$ . O resultado desta simulação é apresentado no gráfico da Fig. 5.10, de  $C_D$  em função de  $Re_D$ .

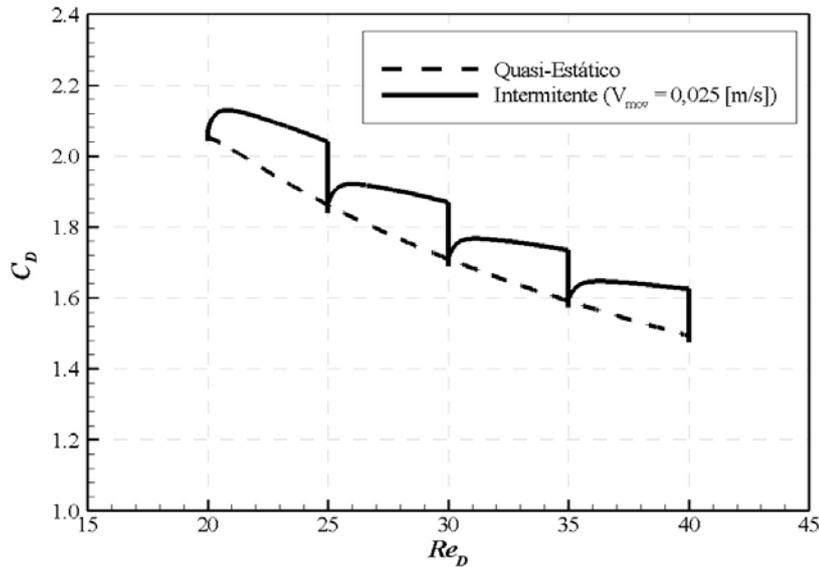


Figura 5.10 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para um crescimento intermitente do cilindro a  $V_{mov} = 0,025 [m/s]$ .

O objetivo dessa simulação é verificar se ao cessar o crescimento do cilindro, seria possível recuperar o estado de regime permanente, deixando o escoamento se desenvolver normalmente. Como se observa na Fig. 5.10, em todos os pontos de parada do crescimento, foi possível atingir a condição estática, o que é mostrado pela queda brusca da curva de  $C_D$  em direção a curva *quasi-estática*.

#### 5.1.4 Movimentação cíclica

Nesta simulação é imposto um movimento de crescimento do cilindro de  $D_0$  para  $2D_0$  ( $V_{mov} = 0,0125 [m/s]$ ) e um posterior decrescimento de  $2D_0$  para  $D_0$  ( $V_{mov} = -0,0125 [m/s]$ ). Entre os pontos de inversão de movimento na simulação, aguarda-se o estabelecimento do regime permanente. O gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para essa simulação é apresentado na Fig. 5.11. Observa-se o efeito de histerese, sendo as curvas de  $C_D$  distintas nas fases de crescimento e decrescimento do diâmetro do cilindro.

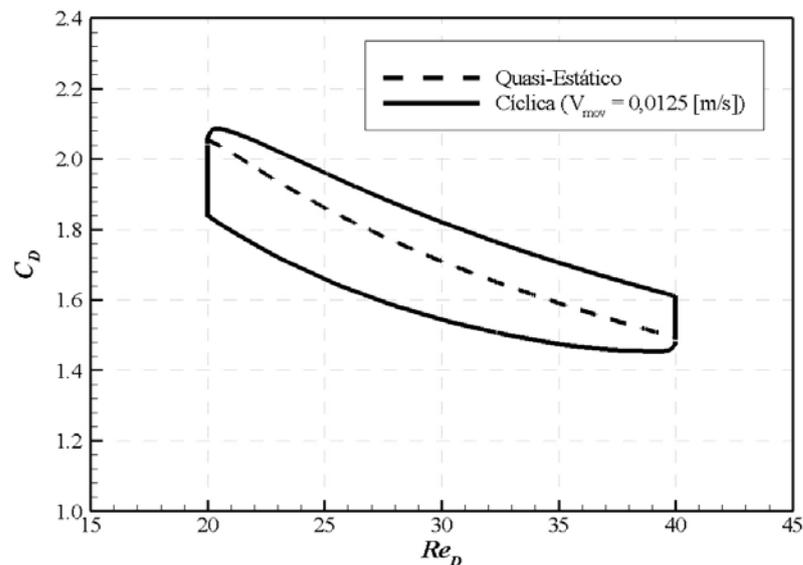


Figura 5.11 - Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para uma movimentação cíclica a  $V_{mov} = 0,0125$  [m/s].

Os resultados obtidos nas simulações foram considerados consistentes. Foi observada uma boa coerência física nos resultados. Para se comparar quantitativamente os dados, foi proposta a simulação de uma situação *quasi-estática*, ou seja, foi imposta uma velocidade de movimentação da fronteira bastante baixa de modo que se pudesse reproduzir em uma simulação transiente um conjunto de eventos estáticos. Isto foi conseguido impondo a velocidade de movimentação da fronteira como 0,10% da velocidade do fluido na entrada do domínio. Como se pôde observar a curva *quasi-estática* para o coeficiente de arrasto concorda com um bom nível de precisão com os resultados experimentais em regime permanente, encontrados na literatura. Também foram feitas simulações para mais três diferentes velocidades de movimentação da interface, a fim de avaliar a influência da velocidade no escoamento sobre o cilindro. Com isto foram verificados os efeitos físicos relevantes sobre o coeficiente de arrasto, comprimento da bolha de recirculação e coeficiente de pressão na superfície do cilindro. Apesar de não se ter encontrado nenhuma referência que descreva esses efeitos, os resultados obtidos são fisicamente coerentes.

Também é interessante observar a capacidade do método em recuperar o estado estático ao se interromper a movimentação da interface. Esta capacidade é importante sobretudo em aplicações voltadas à otimização, na qual a geometria do corpo sofre alterações impostas pelo otimizador, sendo necessário o código CFD conseguir recuperar o estado físico real para aquela

nova situação. Nesse sentido, pode-se observar nas Fig 5.10 e Fig. 5.11 esta característica.

## 5.2 Método inverso aplicado a otimização de forma

O objetivo desta seção é avaliar a potencialidade do método IB/VPM em problemas de otimização de forma utilizando o método inverso.

### 5.2.1 Definição do problema

O problema a ser abordado consiste em determinar a forma ótima de um corpo rombudo qualquer, imerso em um dado escoamento de maneira que se obtenha uma distribuição de pressão prescrita. O caso teste foi especificado da seguinte maneira: partindo de uma geometria inicial definida como um cilindro circular de diâmetro  $D = 0,2$ , imerso em um escoamento a um número de Reynolds  $Re_D = 20$ , deseja-se obter a geometria correspondente para uma dada distribuição de pressão. Foi definida como condição desejada a distribuição de pressão sobre uma elipse, com semi-eixos de comprimento  $2D$  em  $X$  e  $D$  na direção  $Y$ . A Fig. 5.12 mostra as distribuições de pressão inicial, para o cilindro, e final para a elipse.

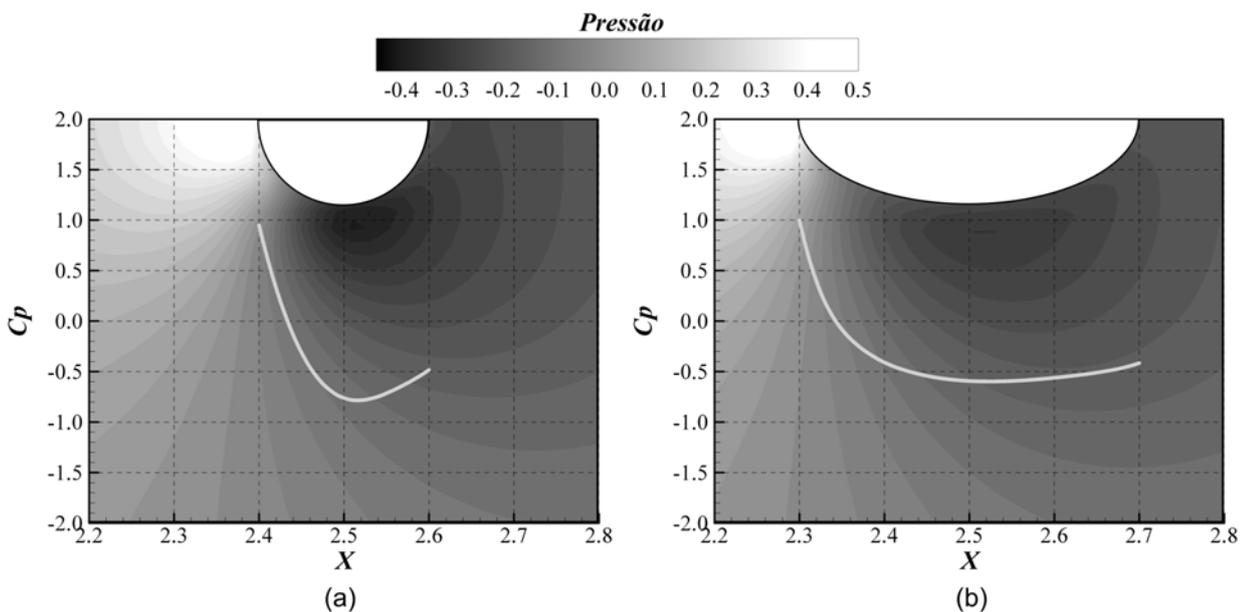


Figura 5.12 - Distribuição do coeficiente de pressão: (a) cilindro e (b) elipse.

Assim, espera-se que o otimizador seja capaz de alterar a geometria de modo a obter a

forma da elipse, caso a solução seja única. As distribuições do coeficiente de pressão sobre o cilindro circular (projeto inicial) e sobre o cilindro elíptico (projeto final) são apresentadas na Fig. 5.12(a) e Fig. 5.12(b), respectivamente.

A função objetivo foi definida como sendo o erro RMS entre a variável de referência  $\phi^{ref}$  e a variável observada  $\phi$ :

$$Fobj = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\phi_i^{ref} - \phi_i)^2}, \quad (5.6)$$

onde  $n$  é o número de pontos lagrangianos usados para definir o corpo imerso. Foram utilizados um total de 300 pontos. A variável de referência  $\phi^{ref}$  correspondente ao projeto desejado e  $\phi$  à variável observada, ou seja, o projeto atual escolhido pelo otimizador. No presente trabalho, a função objetivo foi definida em função do coeficiente de pressão ( $C_p$ ) e da coordenada horizontal dos pontos lagrangianos ( $x_k$ ), ficando assim definida:

$$Fobj = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ (C_{p_i}^{elipse} - C_{p_i})^2 + (x_{k_i}^{elipse} - x_{k_i})^2 \right]}. \quad (5.7)$$

A princípio, com 300 pontos lagrangianos definindo a geometria do corpo, em um espaço bi-dimensional, tem-se 600 variáveis de projeto. Este número excessivo de variáveis de projeto é desnecessário e implica em um alto custo computacional para o otimizador. Optou-se por construir a geometria utilizando *splines* e *pontos de controle*, com isso consegue-se uma boa redução do número de variáveis de projeto e também garante-se que o otimizador escolha projetos mais factíveis. Admite-se, ainda, que a geometria possui simetria com respeito ao plano  $X$ , como ilustrado na Fig. 5.13. Foram definidos 12 pontos de controle para representar o corpo imerso. Com a hipótese de simetria estes pontos de controle se reduzem a apenas 7 pontos, uma vez que pontos de controle que definem a parte simétrica da geometria são apenas espelhados.

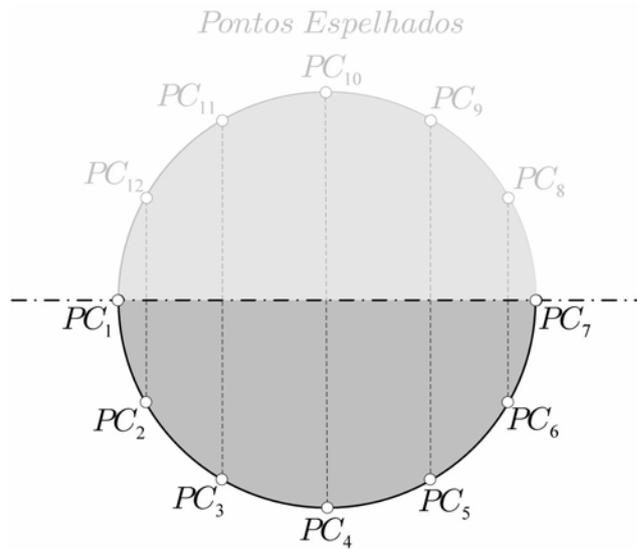


Figura 5.13 - Pontos de controle utilizados para a definição da geometria.

Cada ponto de controle foi parametrizado, através de um vetor  $\vec{r}_i$  que une o centro da geometria até cada um dos pontos de controle  $PC_i$ , como ilustrado na Fig. 5.14. O vetor tem direção fixa aceitando apenas variações de comprimento. Com isso, reduz-se o número de variáveis de projeto. Ao invés de um par coordenado para cada ponto de controle, tem-se agora, como variável, somente o comprimento de cada vetor. Assim, o número de variáveis de projeto é igual ao número de pontos de controle utilizados para a definição da geometria.

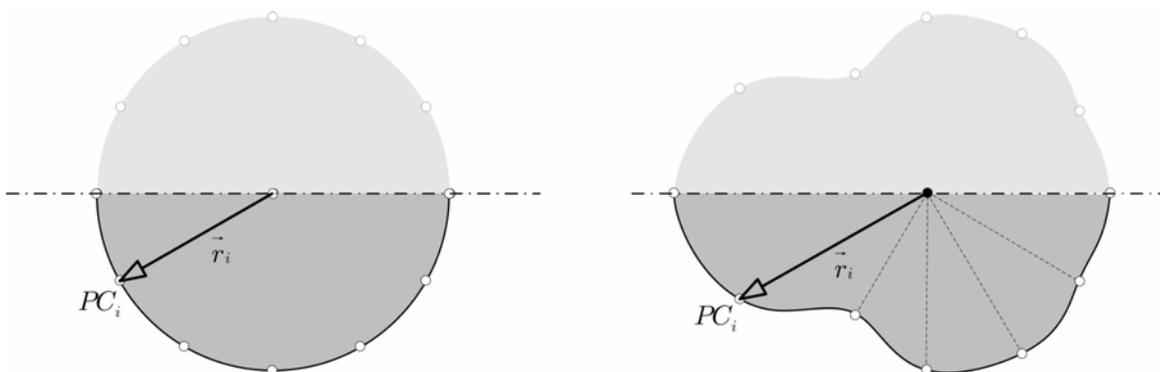


Figura 5.14 - Parametrização dos pontos de controle.

Escolhidas as variáveis de projeto, definem-se agora as restrições laterais para o problema. O projeto inicial, como já mencionado, é um cilindro circular. Assim, o valor inicial para as 7 variáveis de projeto é de  $\vec{r}_i = 0, 1$ . Todas as variáveis estão sujeitas às mesmas restrições.

Definiu-se a restrição lateral inferior como  $\vec{r}_{inf} = 0,05$  e restrição lateral superior para  $\vec{r}_{sup} = 0,25$ . Na Fig. (5.15) é mostrado um esquema ilustrativo do espaço de projeto.

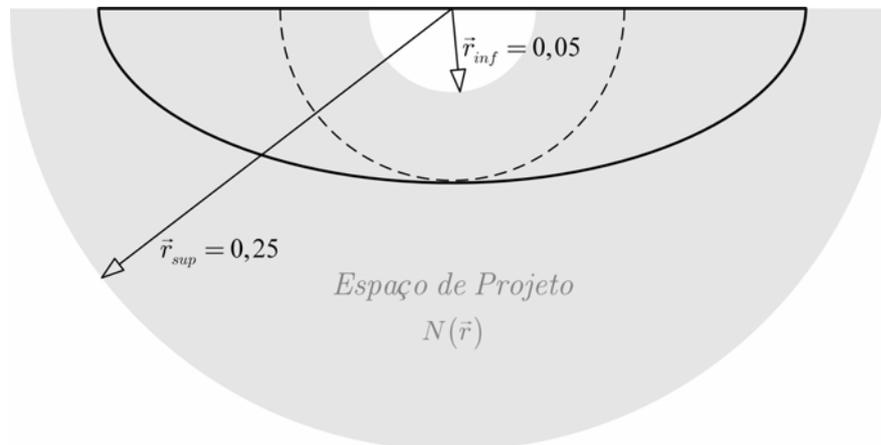


Figura 5.15 - Espaço de projeto definido pelas restrições laterais inferior ( $\vec{r}_{inf}$ ) e superior ( $\vec{r}_{sup}$ ); - - - - projeto inicial e — projeto ótimo.

Após cada novo projeto escolhido pelo otimizador, é necessário obter a solução do escoamento para somente então avaliar a função objetivo. Foi estabelecido um critério de convergência para o código CFD, ou seja, quando a variação do coeficiente de arrasto sobre o corpo, avaliado a cada  $1tU/D$ , for inferior a 1%, considera-se que o regime permanente foi estabelecido e avalia-se a função objetivo. Este critério foi definido com base na evolução temporal do coeficiente de arrasto para o escoamento sobre a elipse, Fig. (5.16).

Como já foi visto anteriormente, nos testes da Fig. (5.10), o método IB/VPM permite recuperar a solução de um problema estático quando se interrompe a movimentação da geometria. Esta característica é bastante desejada em problemas de otimização, uma vez que pode-se aproveitar a solução do projeto anterior para uma convergência mais rápida, sem a necessidade de calcular todo o escoamento a cada chamada da função objetivo. Com isso o custo computacional a cada chamada da função objetivo é inferior a 10% do custo necessário para resolver um novo projeto desde o início. Além disso, não existe a necessidade de reconstruir a malha usada para discretizar as equações do fluido, processo que pode ser computacionalmente custoso caso o otimizador escolha configurações inviáveis.

### 5.2.2 Descrição do otimizador – Simulated Annealing

O *Simulated Annealing* é um método estocástico, ou seja, a escolha das variáveis de

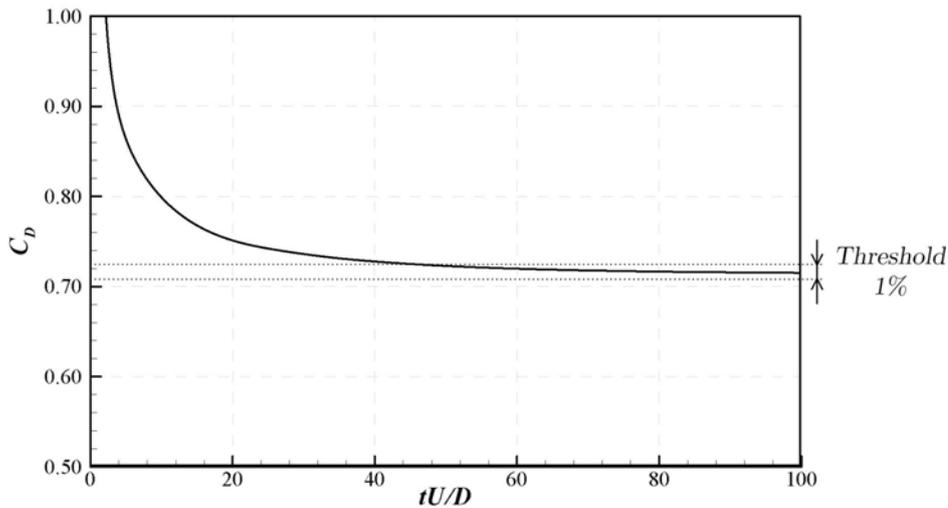


Figura 5.16 - Critério de convergência da função objetivo (IB/VPM).

projeto depende de acontecimentos probabilísticos e o ótimo global é alcançado pela convergência assintótica de probabilidade. Esse método foi proposto por Kirkpatrick *et al.* (1983) e faz analogia com o procedimento de recozimento de metais. Esse processo é caracterizado pelo aquecimento do metal a uma dada temperatura seguido por um resfriamento suficientemente lento. Com isso os átomos assumem posições na estrutura cristalina de forma a atingir um nível mínimo de energia.

Esta técnica começa sua busca a partir de uma solução inicial qualquer, e para uma dada temperatura  $T$  o algoritmo perturba randomicamente a solução inicial  $s$  gerando uma solução vizinha qualquer  $s'$  dentro do espaço de projeto  $N(s)$ . Quanto maior o valor de  $T_0$  maior pode ser a perturbação. Calcula-se a variação de energia do sistema  $\Delta E$  e se  $\Delta E < 0$ , quer dizer que a função foi minimizada e essa nova configuração dos átomos é aceita como a nova solução  $s \leftarrow s'$ . Se o nível de energia do sistema aumentou  $\Delta E > 0$  a nova configuração de átomos pode ser rejeitada ou também aceita, dependendo da seguinte função probabilística:

$$P = e^{-\Delta E/kT}, \quad (5.8)$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann (ver Fig 5.17).

Se a temperatura  $T$  é alta,  $P$  é próximo do valor unitário o que aumenta a probabilidade de aceitar uma solução de maior energia. Ao passo que se  $T$  é baixo faz com que  $P$  esteja próximo de zero, reduzindo assim a probabilidade de se adotar uma solução de pior custo. Inicialmente o sistema sai de uma temperatura inicial elevada  $T_0$  e após um número fixo de iterações

( $iterSA_{max}$ ) a temperatura é então reduzida através de alguma lei de resfriamento ( $T \leftarrow \alpha \times T$ ). O número fixo de iterações em cada temperatura é necessário para que o sistema possa atingir o equilíbrio térmico nesta temperatura.

Tem-se assim uma maior probabilidade de se fugir dos mínimos locais logo nas primeiras iterações. À medida que  $T$  se aproxima de zero o algoritmo se comporta como um método de descida e diminui a probabilidade de se aceitar movimentos de piora. O algoritmo do *Simulated Annealing* básico é apresentado abaixo:

---

#### Algoritmo – *Simulated Annealing*

---

```

 $s^* \leftarrow s$ ;
 $iterT \leftarrow 0$ ;
 $T \leftarrow T_0$ ;
enquanto ( $T > 0$ ) faça
    enquanto ( $iterT < iterSA_{max}$ ) faça
         $iterT \leftarrow iterT + 1$ ;
         $s' \leftarrow \text{rand}()$  com  $s' \in N(s)$ ;
         $\Delta = f(s') - f(s)$ ;
        se ( $\Delta < 0$ )
            então
                 $s \leftarrow s'$ ;
                se ( $f(s^*) < f(s')$ ) então  $s^* \leftarrow s'$ ;
            senão
                 $x \leftarrow \text{rand}()$  com  $x \in [0, 1]$ ;
                se ( $x < e^{-\Delta/kT}$ ) então  $s \leftarrow s'$ ;
        fim-se;
    fim-enquanto;
     $T \leftarrow \alpha \times T$ ;
     $iterT \leftarrow 0$ ;
fim-enquanto;
 $s \leftarrow s^*$ ;
Retorne  $s$ ;

```

---

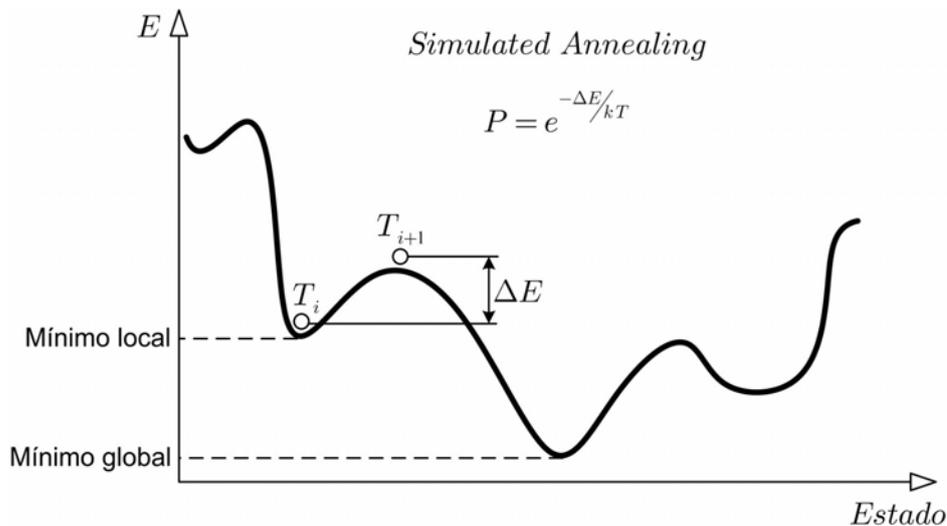


Figura 5.17 - Esquema de funcionamento do *Simulated Annealing*, distribuição da energia.

O *Simulated Annealing* é vantajoso pois não requer o uso de derivadas da função objetivo e por isso não é afetado por descontinuidades ou não-linearidades da função. É um método relativamente robusto que consegue obter boas soluções mesmo para problemas de otimização de difícil solução. A obtenção do mínimo global depende principalmente do critério de resfriamento que, se suficientemente lento, conduz ao mínimo global. Entretanto, isso implica em um tempo de processamento elevado, que aumenta exponencialmente com o aumento do número de variáveis de projeto. Existem alternativas para melhorar o desempenho deste algoritmo, como a proposta de Ingber (1989) denominada VFR (*Very Fast Re-annealing*) que teve o código distribuído livremente pela internet e recebeu inúmeras contribuições de voluntários, o que ajudou no desenvolvimento e aperfeiçoamento do código. Hoje o código é conhecido como ASA – *Adaptive Simulated Annealing* (Ingber, 1993) e ainda é mantido por Ingber e está na versão 26.7. Detalhes da formulação matemática do método podem ser encontrados em Ingber (1996).

### 5.2.3 Resultados

Foram testados no presente trabalho o otimizador ASA e também uma implementação padrão do *Simulated Annealing*, acoplados ao código IB/VPM. Na Fig. 5.18 é apresentado o resultado da avaliação da função objetivo, Eq. (5.7), para os vários projetos escolhidos pelo otimizador. Foram necessárias cerca de 5000 avaliações da função objetivo até se conseguir o projeto ótimo, que consiste em minimizar o erro RMS entre o projeto atual e a condição de distribuição de pressão prescrita, sendo o erro mínimo obtido de 2,72.

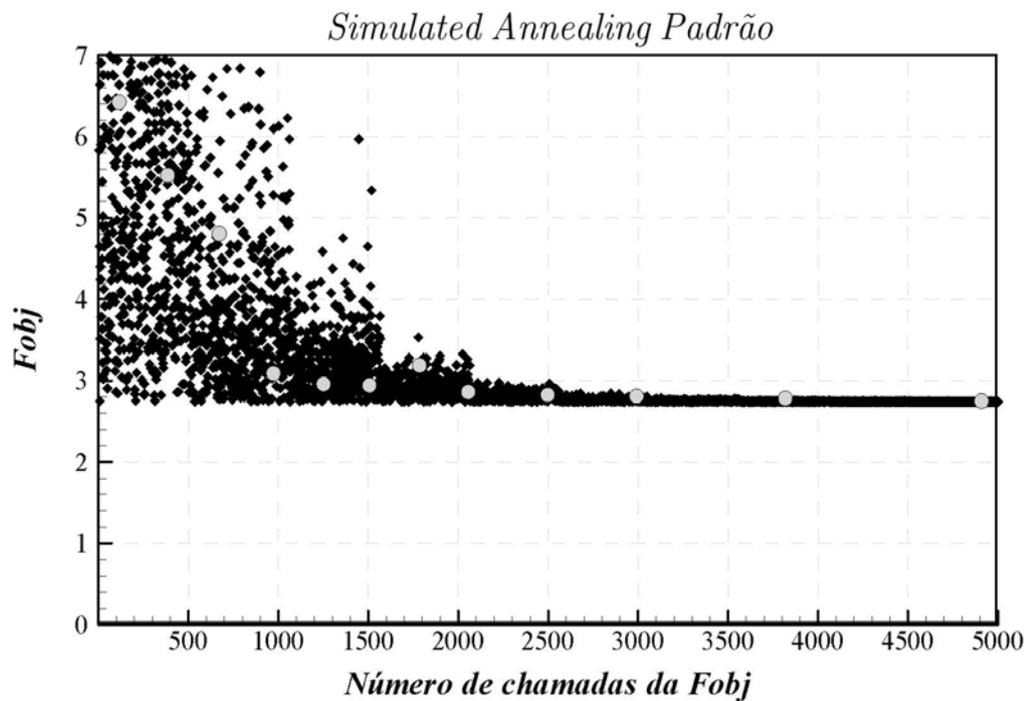


Figura 5.18 - Histórico da função objetivo, obtido com a implementação padrão do *Simulated Annealing*.

Inicia-se o *Simulated Annealing* com uma elevada temperatura inicial. Em consequência disto, é alta a probabilidade do algoritmo aceitar uma solução de pior custo. Por esta razão nas primeiras iterações observa-se um grande espalhamento dos pontos na Fig. 5.18, o que significa que o otimizador testa de maneira aleatória combinações das variáveis em todo o espaço de projeto. Soluções que se distanciam do ótimo são freqüentemente aceitas como projeto, como se pode ver pelos elevados valores da função objetivo. Com o decréscimo da temperatura inicial, devido à lei de resfriamento imposta, a probabilidade de se aceitar piores soluções também se reduz e como se pode observar a partir da iteração 1500, as escolhas do otimizador se concentram mais próximas dos valores ótimos. Acima da iteração de número 3000, a função objetivo já convergiu para um valor muito próximo do ótimo, mesmo assim o otimizador, continua fazendo pequenas alterações nas variáveis de projeto. No entanto, não se consegue nenhuma melhora significativa do valor ótimo e com isto, são gastas aproximadamente 2000 chamadas da função objetivo. Isto representa um custo computacional de 40% de todo o processo de otimização.

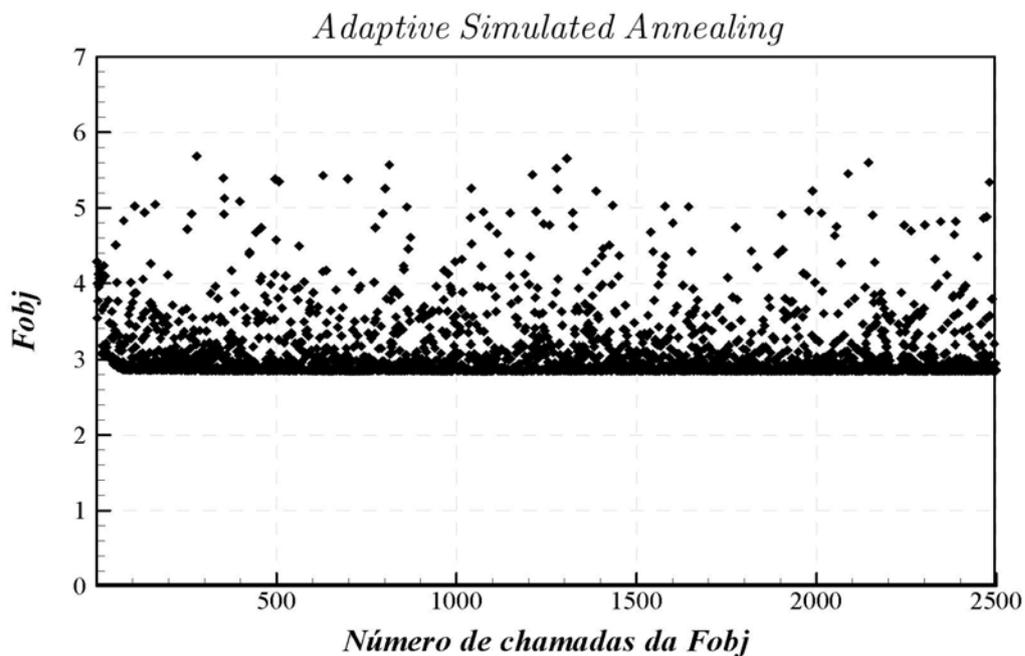


Figura 5.19 - Histórico da função objetivo, obtido com código ASA (Ingber, 1993).

Na Fig. 5.19, é mostrado o histórico de avaliações da função objetivo com o otimizador ASA. Foram gastas pouco mais de 2500 iterações para se concluir o procedimento de otimização. O procedimento de escolha dos projetos é diferente da implementação padrão do *Simulated Annealing*. Observe que o espalhamento dos pontos é menor e ocorre durante toda a otimização. A convergência foi conseguida com um número significativamente menor de iterações, porém o erro RMS mínimo obtido com o ASA foi de 2,82, um pouco maior que o valor minimizado com a implementação padrão do *Simulated Annealing*. Aparentemente o ASA convergiu para um mínimo local e em consequência disto não se conseguiu atingir a geometria desejada.

O projeto ótimo obtido com cada um dos algoritmos de otimização é mostrado na Fig. 5.20 para o *Simulated Annealing* padrão e na Fig. 5.21 para o ASA. As linhas em cinza, mostram a geometria desejada e a distribuição de pressão prescrita e as linhas em preto mostram os resultados obtidos ao final do procedimento de otimização. O resultado obtido com o *Simulated Annealing* foi bem próximo do coeficiente de pressão prescrita e conseqüentemente levou à obtenção de uma forma bastante próxima da elipse.

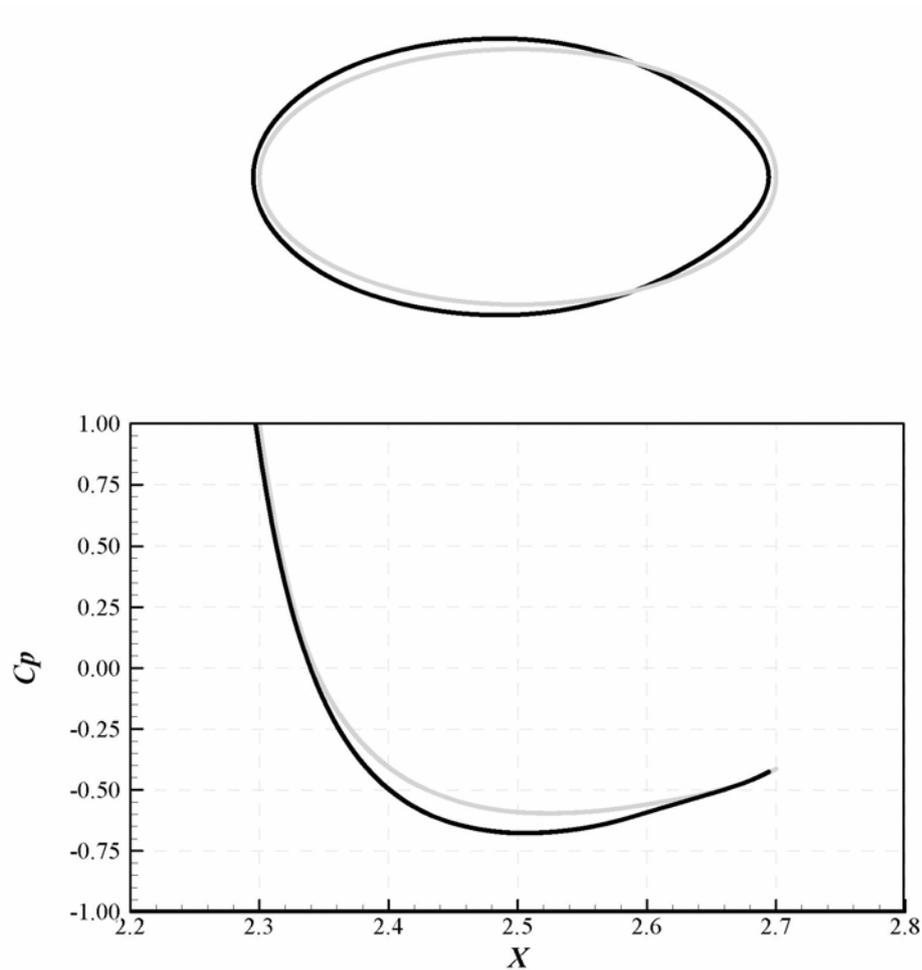


Figura 5.20 - Projeto ótimo obtido com o *Simulated Annealing* padrão.

Com o ASA não se conseguiu atingir o projeto desejado, pois a geometria final obtida difere bastante da geometria desejada. Entre todas as soluções testadas está foi a que levou a um menor valor da função objetivo. Entretanto, não atendeu as condições prescritas. Assim, pode-se dizer que o otimizador convergiu para um mínimo local. Entretanto, cabe aqui ressaltar, que o ASA não foi devidamente explorado. Trata-se um uma rotina bastante completa que conta com mais de 300 opções para ajuste do otimizador. Neste teste, limitou-se a utilizar o ASA com as opções padrão e como com o *Simulated Annealing* já se havia conseguido atingir razoavelmente bem a distribuição de pressão prescrita, não se investiu maiores esforços em se obter uma melhor configuração dos parâmetros do ASA.

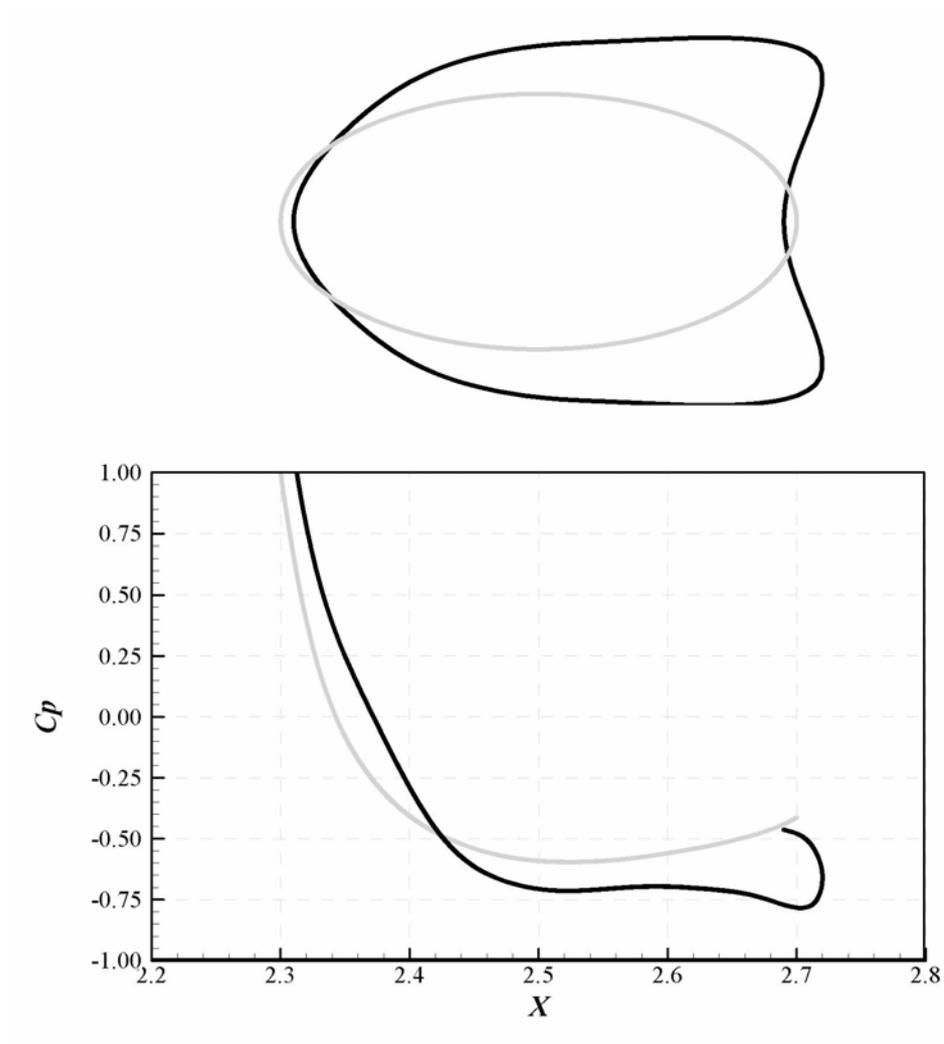


Figura 5.21 - Projeto ótimo obtido com o código ASA (Ingber, 1993).

O resultado obtido ao final do procedimento de otimização para cada uma das variáveis de projeto é apresentado na Tab. (5.2).

Tabela 5.2 - Projeto ótimo obtido com os algoritmos de otimização.

Variáveis de projeto	Projeto ótimo SA	Projeto ótimo ASA	Projeto desejado
$r_1$	0,205	0,190	0,20
$r_2$	0,162	0,161	0,15
$r_3$	0,121	0,141	0,11
$r_4$	0,107	0,137	0,10
$r_5$	0,114	0,164	0,11
$r_6$	0,146	0,249	0,15
$r_7$	0,194	0,190	0,20
Função Objetivo	2,72	2,84	—

Com os resultados pôde-se constatar que a função objetivo definida é pouco sensível a mudanças nas variáveis de projeto. Observe que existe uma grande diferença nos valores das variáveis para os dois projetos obtidos, no entanto a variação na função objetivo foi de apenas 4%, o que dificulta o papel do otimizador.

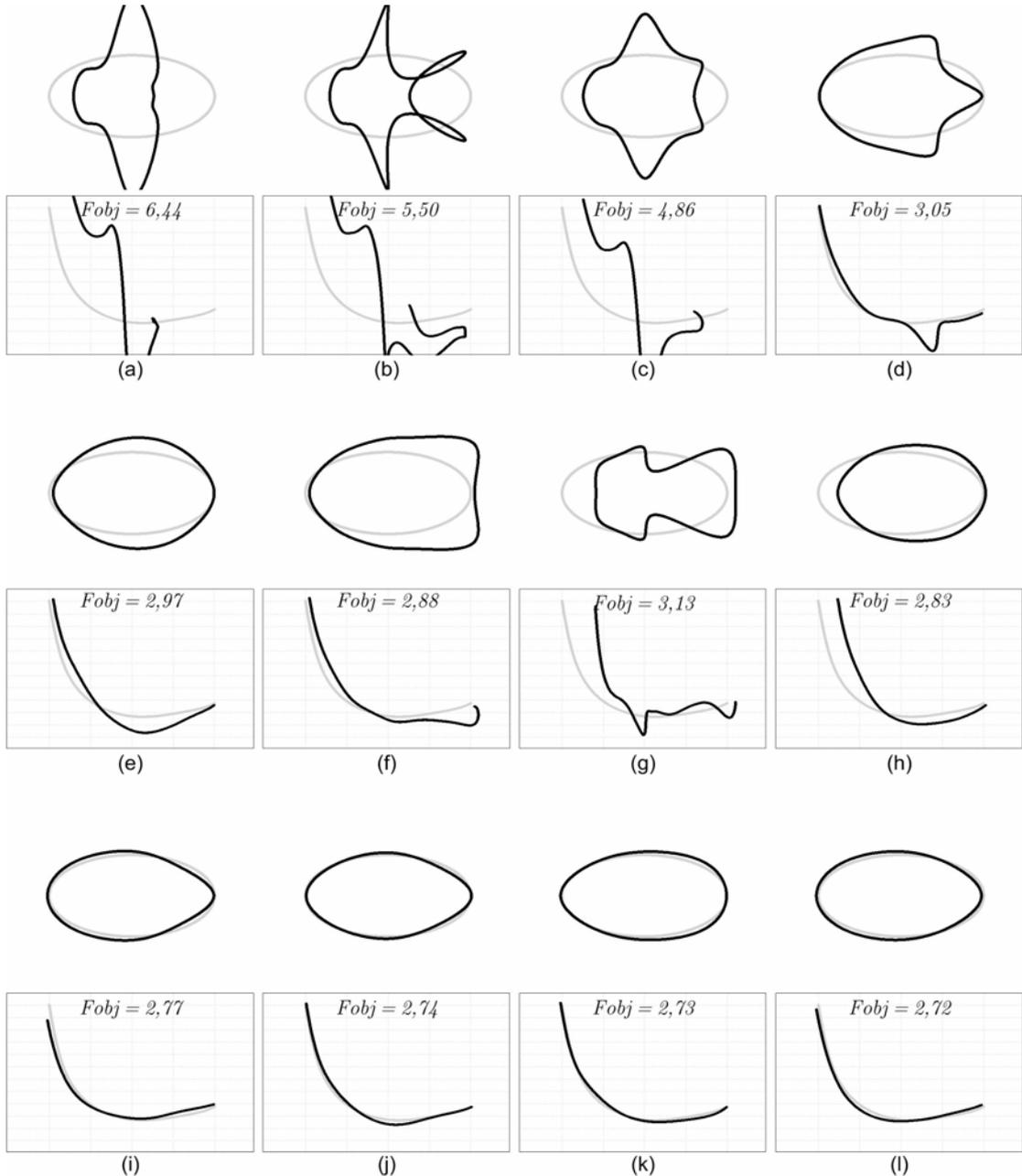


Figura 5.22 - Histórico dos projetos obtidos com o *Simulated Annealing* padrão.

Na Fig. 5.22 são mostradas as geometrias e distribuições do coeficiente de pressão, obtidos para vários projetos testados ao longo do procedimento de otimização, com a implementação padrão do *Simulated Annealing*. Os projetos nos quadros de (a) a (l) são representados pelos pontos em cinza destacados na Fig. 5.18. Fazendo analogia ao processo de recozimento, como colocado anteriormente, no início do procedimento de otimização tem-se uma elevada temperatura e portanto, é alta a energia cinética dos átomos, os quais são representados pelas variáveis de projeto. Desta forma uma elevada temperatura inicial implica elevadas variações das variáveis de projeto. Por isso, tem-se uma elevada diversidade de soluções por todo o espaço de projeto logo no início do algoritmo. Na seqüência (a-d) na Fig. 5.22, observa-se a grande diversidade de formas, as quais estão ainda muito distantes da condição prescrita.

Uma das vantagens dos métodos de IB, quando aplicados a problemas de otimização, pode ser evidenciada na Fig. 5.22(b). Observe que eventualmente o otimizador pode escolher uma geometria infactível, uma vez que seria impossível gerar uma malha que se ajustasse a este corpo. Neste sentido, além do custo de remalhagem do domínio, deve-se previamente checar de alguma forma a coerência da geometria. Com o método IB, não existe a necessidade de testar se a geometria é factível ou não. O escoamento é simplesmente resolvido e mesmo que se obtenha como solução um escoamento fisicamente inconsistente, essa solução será automaticamente descartada pelo otimizador, uma vez que não implica em melhora da função custo.

Com o avanço do algoritmo, os projetos vão tendendo de maneira assintótica, seguindo a lei de resfriamento, ao projeto ótimo. Na seqüência (e-h) os valores da função objetivo já são bem menos dispersos, mantendo-se concentrada em uma região que o otimizador julga estar localizado o projeto ótimo. As variações já seguem um certo padrão, como se vê nas formas bem semelhantes escolhidas pelo *Simulated Annealing* nesta etapa. Para escapar dos prováveis mínimos locais, eventualmente, o algoritmo aceita soluções de pior custo, como se pode ver na Fig. 5.22(g).

Por fim, quando a temperatura inicial já é suficientemente baixa, acima da iteração de número 2500, as alterações nas variáveis de projeto são bastante pequenas, como pode ser observado na seqüência das Fig. 5.22(i-l). Se o processo de resfriamento foi suficientemente lento, é bastante provável que o otimizador consiga encontrar o mínimo global e haja convergência do algoritmo para um valor ótimo. Isso foi conseguido com relativo sucesso, ao final das iterações onde a função objetivo foi minimizada para o valor de 2,72 e a geometria ótima estava bem próxima da geometria desejada.

Estes testes serviram para validar a metodologia IB em problemas de otimização de forma. Os resultados apesar de preliminares, foram muito satisfatórios e comprovaram a potencialidade do método frente a diferentes aplicações.

### 5.3 Porque modelar a turbulência ?

Como foi visto anteriormente, à medida que se aumenta o número de Reynolds tem-se a necessidade do uso de malhas cada vez mais finas, o que dependendo do problema, pode conduzir a um custo computacional muitas das vezes proibitivo. Uma alternativa é o uso de aproximações como a modelagem da turbulência. Entretanto, modelar a turbulência é um problema complexo e que ainda não se tem uma formulação única. Desta forma, é comum encontrar formulações que funcionem bem para determinada classe de problemas, mas não consigam fornecer resultados consistentes para outros tipos de escoamentos.

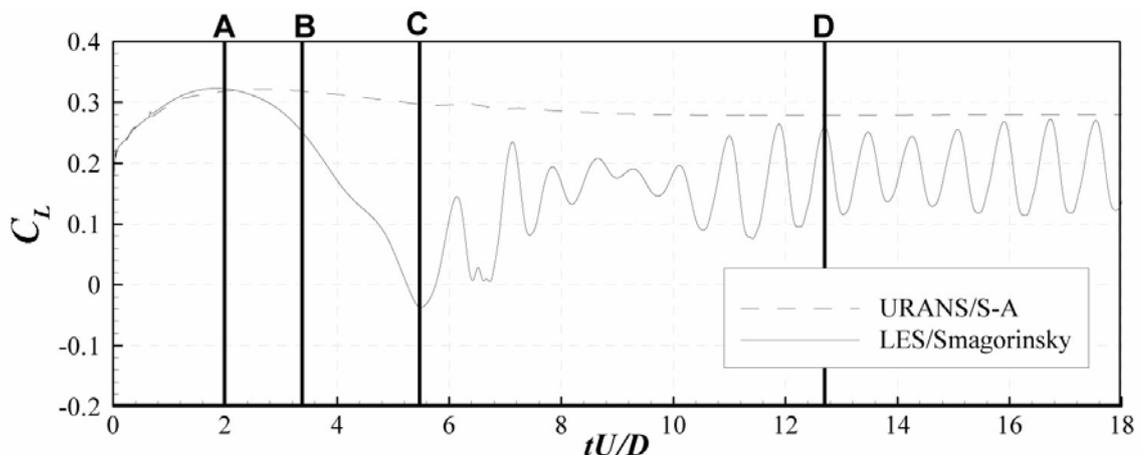


Figura 5.23 - Evolução temporal do coeficiente de sustentação, aerofólio NACA 0012 a  $Re_D = 10^4$  e ângulo de ataque  $\alpha = 8^\circ$ : — URANS/S-A e - - - - LES/Smagorinsky.

A motivação em se testar outros modelos de turbulência veio da necessidade de se obter um cálculo mais consistente para a viscosidade efetiva nas regiões parietais. O modelo de Smagorinsky, até então utilizado, apresenta uma deficiência pois ele não é capaz de amortecer a viscosidade efetiva junto às paredes. Este comportamento não é fisicamente consistente. Resultados preliminares de simulações sobre aerofólios mostram que o modelo de Smagorinsky conduz a um descolamento prematuro da camada limite mesmo para baixos ângulos de ataque. Isso pode ser constatado na Fig. 5.23 onde é apresentado o histórico do coeficiente de sustenta-

ção da simulação de um escoamento a número de Reynolds  $10^4$  sobre um aerofólio NACA 0012 para um ângulo de ataque de  $8^\circ$ .

Referências na literatura indicam que, para este ângulo de ataque, este escoamento não deveria se descolar do aerofólio. Resultados da simulação com o modelo de Smagorinsky são apresentados na Fig. 5.23, onde observa-se que inicialmente o coeficiente de sustentação aumenta até alcançar um valor próximo de  $C_L = 0,3$  quando em *A* a sustentação cai rapidamente até *C*, quando então passa a oscilar, indicando desprendimentos sucessivos de vórtices. Na mesma figura são mostrados também resultados de simulações com o modelo de Spalart-Almaras. Este modelo proporciona um tratamento mais adequado da viscosidade turbulenta nas regiões parietais sendo mais apropriado para escoamentos aerodinâmicos. Inicialmente o coeficiente de sustentação previsto com o modelo S-A assemelha-se ao previsto pelo modelo de Smagorinsky. A diferença ocorre a partir do ponto *A*. Observe que o coeficiente de sustentação alcança um valor de aproximadamente  $C_L = 0,29$  e se mantém constante ao longo de toda a simulação sem apresentar nenhum tipo de oscilação.

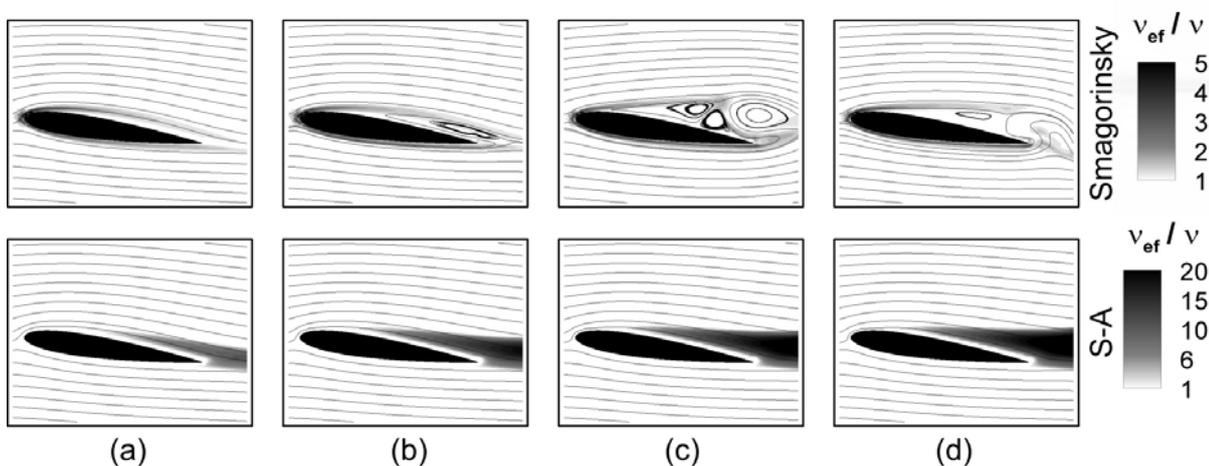


Figura 5.24 - Evolução temporal de linhas de corrente e campo de viscosidade efetiva calculados com modelo de Smagorinsky e S-A.

Na Fig. 5.24 são apresentados os campos de viscosidade efetiva e visualização das linhas de corrente para os pontos em destaque na Fig. 5.23. Comparando os quadros da Fig 5.24(a) observa-se que o modelo de Smagorinsky apresenta um menor nível de viscosidade turbulenta. O valor máximo da viscosidade efetiva é de 5 vezes a viscosidade molecular contra um valor máximo de 20 vezes para o modelo S-A. Entretanto a viscosidade calculada pelo modelo de Smagorinsky concentra-se principalmente junto ao bordo de ataque do aerofólio, o que leva as

linhas de corrente a se afastarem do aerofólio, como pode ser observado na Fig 5.24(b). Junto ao bordo de fuga já é possível visualizar uma bolha de recirculação e com isso a presença de escoamento reverso na superfície superior do aerofólio. A bolha cresce continuamente e em Fig 5.24(c) se desprende levando a camada limite sobre o aerofólio ao completo descolamento e o coeficiente de sustentação alcança o valor mínimo (ponto  $C$  da Fig. 5.23).

O comportamento do modelo S-A é bastante diferente, a viscosidade máxima é calculada na região da esteira. Enquanto que sobre o aerofólio, a viscosidade turbulenta é próxima de zero e o escoamento permanece junto ao aerofólio. Este modelo de turbulência reproduz melhor o comportamento físico do escoamento junto ao aerofólio e conseqüentemente leva a uma predição mais acurada do coeficiente de sustentação.

Na Fig. 5.25(a) é mostrado em detalhe o escoamento sobre o aerofólio. Observe como a viscosidade turbulenta junto à parede do aerofólio age como um obstáculo às linhas de corrente ajudando a promover o descolamento da camada limite. O mesmo não acontece com o modelo S-A, Fig. 5.25(b) onde, as linhas de corrente se desviam do aerofólio mas permanecem coladas junto a superfície superior, sem descolamento da camada limite.

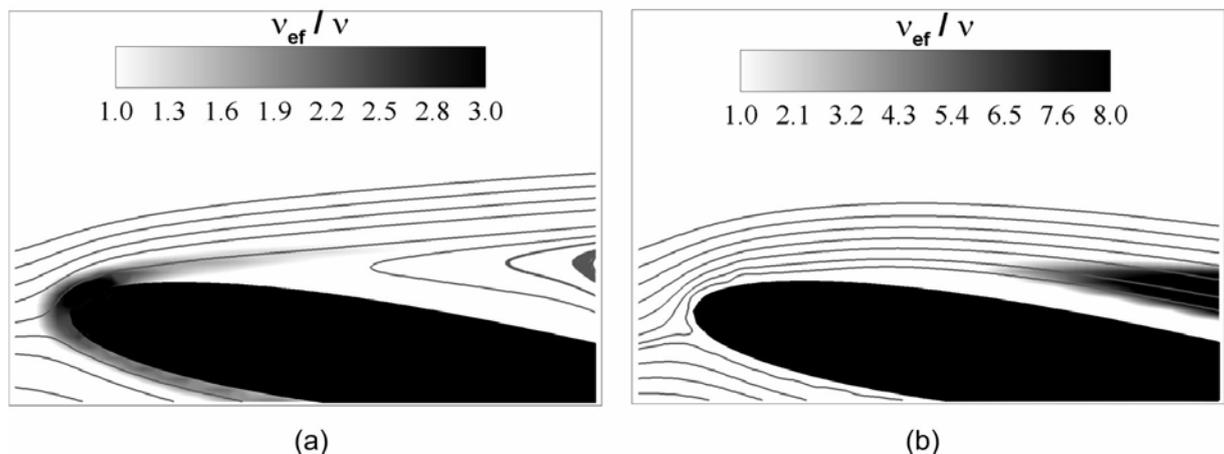


Figura 5.25 - Detalhe do escoamento sobre o aerofólio na região do bordo de ataque: (a) Smagorinsky/LES e (b) URANS/S-A.

Estes são apenas resultados preliminares; um estudo mais detalhado destes modelos de turbulência no âmbito do método IB/VPM é apresentado na primeira seção do próximo capítulo.



## Capítulo VI

### Resultados e Discussão Simulações com Modelagem da Turbulência

Este capítulo é dividido em duas partes. Na primeira são apresentados resultados da extensão do método IB/VPM para simulação de escoamentos a altos Reynolds. Esta etapa envolve essencialmente a implementação dos termos cruzados para força viscosa do modelo VPM e a modelagem da turbulência. Foram utilizadas três diferentes metodologias de modelagem da turbulência: Equações Médias de Reynolds Transiente (URANS – *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*), Modelagem Híbrida da Turbulência (DES – *Detached Eddy Simulation*) e Simulações de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*). Para o cálculo da viscosidade turbulenta, foi utilizado o modelo sub-malha de Smagorinsky para a metodologia LES e o modelo de Spalart-Almaras (S-A) para URANS e DES. As metodologias LES e DES são usadas numa aproximação bidimensional. Para a validação das metodologias em conjunto com o método IB/VPM foram realizadas simulações de escoamentos sobre cilindros circulares estacionários. Os resultados obtidos com o método foram comparados com resultados numéricos e experimentais de outros autores.

Na segunda parte, destaca-se a aplicação do método IB/VPM para problemas práticos de fronteiras móveis. Foram simulados escoamentos a números de Reynolds moderados (até  $Re_c = 10^4$ ) sobre aerofólios em movimento oscilatório de arfagem para elevadas amplitudes e também alguns resultados preliminares para altas frequências de oscilação. Foi realizada uma detalhada investigação do efeito dos principais parâmetros sobre a dinâmica do escoamento, demonstrando assim a potencialidade do método IB/VPM para problemas desta natureza. Resultados dos coeficientes de forças aerodinâmicas e visualização do escoamento foram comparados a resultados numéricos e experimentais.

## 6.1 Simulações de escoamentos sobre cilindros circulares para altos números de Reynolds

Nesta seção são apresentados resultados de simulações a altos Reynolds para escoamentos bidimensionais sobre cilindros circulares. Foram implementados junto com o método de fronteira imersa três diferentes modelos de turbulência: modelo de Spalart-Allmaras em sua formulação URANS, Spalart-Allmaras para formulação DES e o modelo sub-malha de Smagorinsky dentro do conceito de LES. No texto, daqui em diante, para simplificar a notação, os modelos e tipos de modelagem serão referenciados como: URANS, DES e LES.

Pretende-se com isto avaliar a capacidade de aplicação do método IB/VPM para escoamentos a altos números de Reynolds. Foi então escolhido como caso teste, a simulação de escoamentos sobre um cilindro circular estacionário, por se tratar de um caso clássico na literatura. Este escoamento é muito bem documentado e existe uma abundante literatura acerca do assunto obtida através de experimentos e também de simulações numéricas. Além da grande quantidade de dados quantitativos, disponíveis para uma ampla faixa de Reynolds, conhece-se bem a fenomenologia do escoamento.

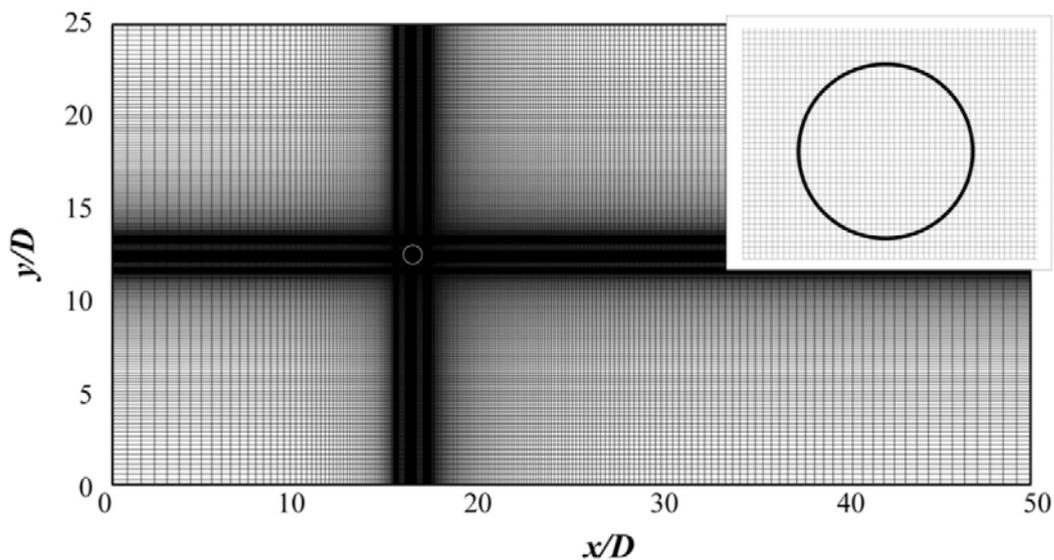


Figura 6.1 - Malha utilizada na discretização do domínio para simulações do cilindro estacionário, destaque para a região do cilindro modelado com o método da fronteira imersa.

Todas as simulações foram conduzidas em uma malha cartesiana não-uniforme, mostrada na Fig. 6.1. O domínio de cálculo tem um comprimento de  $50D$  e uma altura de  $25D$ . A malha utilizada possui três regiões distintas em cada direção, com um maior refinamento sobre a região de interesse onde está situado o cilindro, mostrado em destaque na Fig. 6.2. Nesta região é utilizada uma malha uniforme definida em uma caixa quadrada de lado  $2D$ , centrada sobre o cilindro. Para as demais regiões é utilizada uma malha não-uniforme com um fator de expansão constante. A primeira seção da malha, na direção  $x$ , se estende até a posição  $15,5D$  e foram usados 80 pontos; a última seção tem  $32,5D$  de comprimento discretizado com 140 pontos. Na direção  $y$ , devido à simetria do domínio, as seções de malha uniforme nesta direção são idênticas e possuem  $11,5D$  de altura com 96 pontos cada.

Um cilindro de diâmetro característico  $D$  utilizado nas simulações foi posicionado a  $16,5D$  da face esquerda do domínio e centrado verticalmente em  $12,5D$ , como mostrado na Fig. 6.2. Foi imposto um perfil uniforme de velocidade  $u = U_\infty$  na entrada do domínio, de maneira que o escoamento se desenvolve da esquerda para a direita. Como demais condições de contorno foram impostas, nas outras faces, condições de Neumann para a velocidade. Para a correção de pressão ( $p'$ ) foi imposta derivada nula na entrada do domínio e zero para as demais faces.

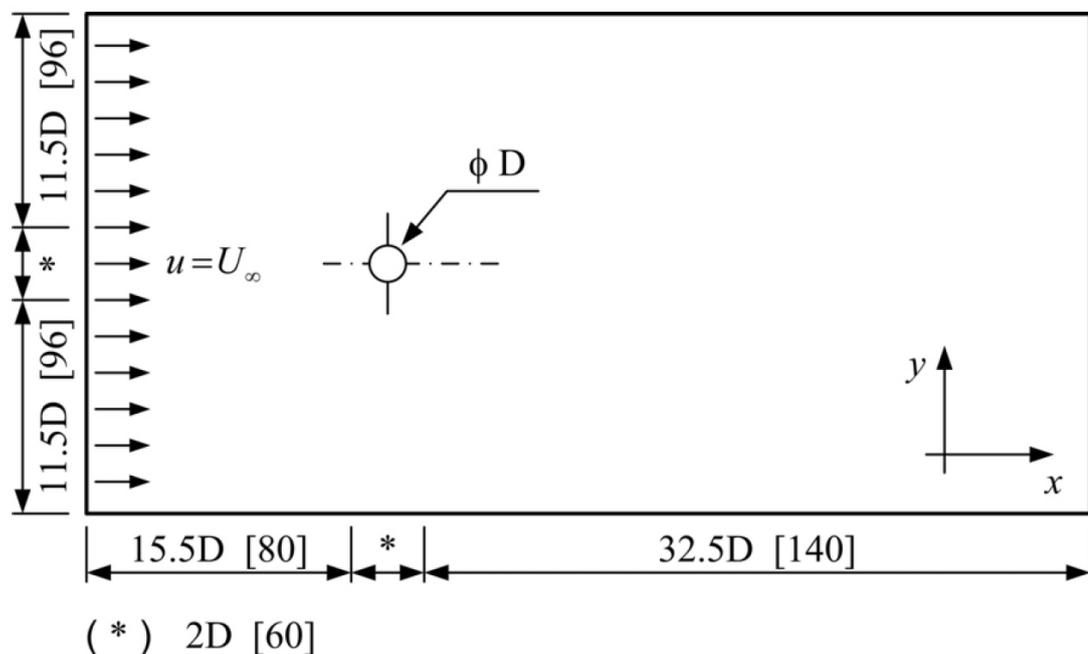


Figura 6.2 - Esquema do domínio de cálculo e posicionamento do cilindro.

### 6.1.1 Refinamento de malha

Para garantir a independência da solução com relação à malha e também para a escolha da malha mais apropriada a ser utilizada nas demais simulações de acordo com a modelagem de turbulência empregada, foi realizado um estudo de refinamento de malha. A malha foi definida em termos da quantidade de pontos usados por diâmetro do cilindro imerso. Os principais resultados são mostrados na Fig. 6.3.

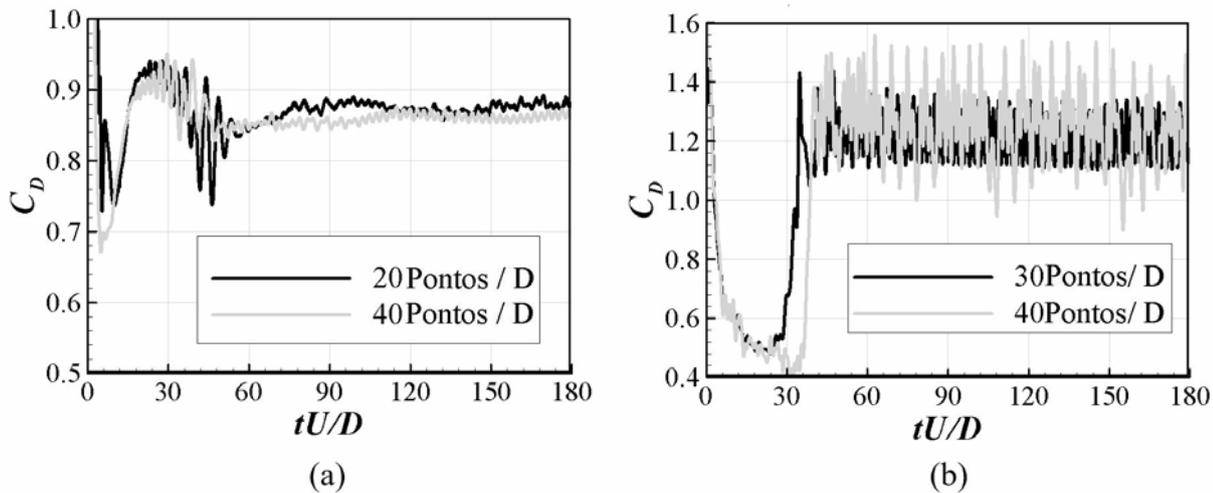


Figura 6.3 - Evolução temporal do coeficiente de arrasto: (a) URANS e (b) LES.

Como já é sabido, a malha exerce um papel crucial com respeito à modelagem da turbulência, agindo como um filtro espacial, determinando assim o tamanho das estruturas que serão calculadas ou modeladas. Surge daí a necessidade de realizar os testes de independência de malha para cada uma das metodologias. Na Fig. 6.3(a) é mostrada a evolução temporal do coeficiente de arrasto obtido com a metodologia URANS para o caso a  $Re_D = 5 \times 10^5$ . Usando a malha de 20 pontos por diâmetro obteve-se um coeficiente de arrasto médio  $C_D = 0,8751$  contra um  $C_D = 0,8625$  para a simulação utilizando 40 pontos por diâmetro. O coeficiente de arrasto obtido com ambas as malhas foram em média bem próximos, com uma diferença de 1,4%, tendo assim sido verificada a independência do resultado quanto a malha.

Para LES foram realizadas simulações a  $Re_D = 10^4$  e a diferença encontrada no coeficiente de arrasto médio foi de aproximadamente 5% entre as duas malhas (20 pontos/ $D$  e 40 pontos/ $D$ ). Houve assim, a necessidade de realizar outro teste com uma malha de 30 pontos/ $D$ , onde foi obtida uma diferença de 0,2% no coeficiente de arrasto médio em relação à malha de 40 pontos/ $D$ . Os resultados para os quais se conseguiu independência são apresentados na Fig.

6.3(b). Como já era esperado, o teste de independência de malha mostra que modelos do tipo URANS são em geral menos sensíveis com relação ao refinamento de malha.

Baseado neste estudo definiu-se a malha euleriana, Tab. 6.1, que foi utilizada nas demais simulações, apresentadas nesta seção. Não foi realizado nenhum teste de independência de malha para a metodologia DES, pois optou-se por utilizar a mesma malha escolhida para LES. Como foi verificado, o modelo S-A é menos restritivo em relação ao refinamento de malha e conseqüentemente essa malha é suficientemente refinada para a metodologia DES.

Tabela 6.1 - Número de pontos da malha euleriana utilizada nas simulações

Modelo de turbulência	Número de pontos da malha	Resolução sobre o cilindro
URANS	$203 \times 169$	20 pontos/ $D$
DES	$274 \times 252$	30 pontos/ $D$
LES	$274 \times 252$	30 pontos/ $D$

Definidas as malhas apresenta-se a seguir a validação das simulações. Foram calculados os principais parâmetros que caracterizam o escoamento sobre cilindros: coeficiente de arrasto, número de Sthrouhal, distribuição do coeficiente de pressão, ponto de descolamento, perfis de velocidade e flutuação de pressão. Estes resultados foram comparados com trabalhos numéricos e experimentais disponíveis na literatura. Foi também analisada a influência das metodologias de modelagem da turbulência sobre os resultados obtidos.

### 6.1.2 Resultados para os coeficientes das forças

Foram realizadas simulações de 5 casos na faixa de Reynolds,  $10^4 \leq Re_D \leq 10^6$ , para cada uma das três metodologias de modelagem da turbulência aqui apresentadas, totalizando 15 casos. Na Fig. 6.4 é apresentado o histórico temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação para o caso a Reynolds  $Re_D = 10^4$ . As simulações foram realizadas durante  $180 tU/D$  unidades de tempo adimensional que foi suficiente para obter uma boa estatística do escoamento. Foi utilizado um passo de tempo fixo de  $0,001 tU/D$ . É interessante destacar as características das modelagens da turbulência, verificadas sobre o coeficiente de sustentação. Observou-se que os resultados para LES possuem uma elevada amplitude de oscilação se comparados com os resultados obtidos com URANS e DES. Apesar disto o coeficiente de sustentação médio foi aproximadamente o mesmo para todas as modelagens, oscilando em torno de zero.

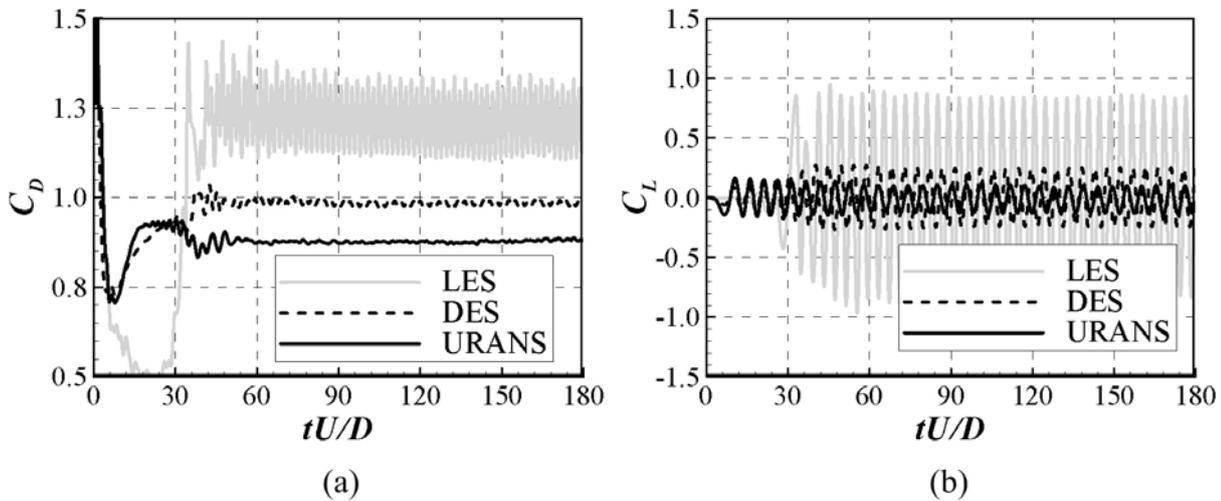


Figura 6.4 - Evolução temporal dos coeficientes de força para  $Re_D = 10^4$ : (a) coeficiente de arrasto e (b) coeficiente de sustentação

Valores médios para o coeficiente de arrasto foram calculados para cada simulação, durante os últimos  $80 tU/D$ , quando se observa um regime estatisticamente bem definido. Os resultados são mostrados na Tab. 6.2, onde também são apresentados valores de referência encontrados na literatura.

Tabela 6.2 - Coeficiente de arrasto médio obtido nas simulações e resultados experimentais.

Número de Reynolds	Coeficiente de arrasto médio ( $C_D$ )			Sucker e Brauer (White 1991) Eq. (5.4)	Wieselsberger (Schlichting 1979) Dados Exp.
	Presente trabalho				
	URANS	DES	LES		
$1 \times 10^4$	0,8782	0,9840	1,2203	1,091	1,139
$5 \times 10^4$	0,8958	0,9332	1,1903	1,166	1,209
$2 \times 10^5$	0,8746	0,9422	1,1900	1,178	1,138
$5 \times 10^5$	0,8751	0,9394	1,2184	—	0,295
$1 \times 10^6$	0,8787	0,9434	1,2082	—	0,350

Os resultados das simulações são comparados a uma correlação empírica clássica proposta por Sucker e Brauer em 1975 (White, 1991), dada pela Eq. (5.4). Esta correlação é válida para números de Reynolds na faixa de  $10^{-4} \leq Re_D \leq 2 \times 10^5$ . Acima desta faixa esta correlação não é mais válida, devido a chamada crise na força de arrasto, como será comentado mais adiante. Portanto, acima de  $Re_D = 2 \times 10^5$  foram utilizados dados medidos experimentalmente por Wieselsberger apresentados em Schlichting (1979).

O comportamento do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds é mos-

trado na Fig. 6.5. Os resultados das simulações do presente trabalho foram comparados com medições de Wieselsberger. Os círculos são os resultados das simulações realizadas com o IB/VPM para baixos Reynolds e, portanto sem a necessidade de uso de modelagem da turbulência. Estes resultados estão aqui apresentados apenas em caráter qualitativo, ilustrando a acuracidade dos resultados da metodologia para um ampla faixa do número de Reynolds ( $10^0 \leq Re_D \leq 10^5$ ). Inicialmente o coeficiente de arrasto diminui com o aumento do número de Reynolds até atingir um patamar aproximadamente constante em torno de  $C_D = 1,1$  entre  $10^3 \leq Re_D \leq 2 \times 10^5$ , ainda no regime sub-crítico. Para este regime as simulações forneceram resultados satisfatórios, como se pode verificar na Fig. 6.5. Os resultados de LES apresentaram um bom ajuste com os resultados experimentais, já os resultados do coeficiente de arrasto médio obtidos com DES e URANS ficaram bastante próximos entre si. Entretanto, ambas metodologias tenderam a subestimar os coeficientes de força.

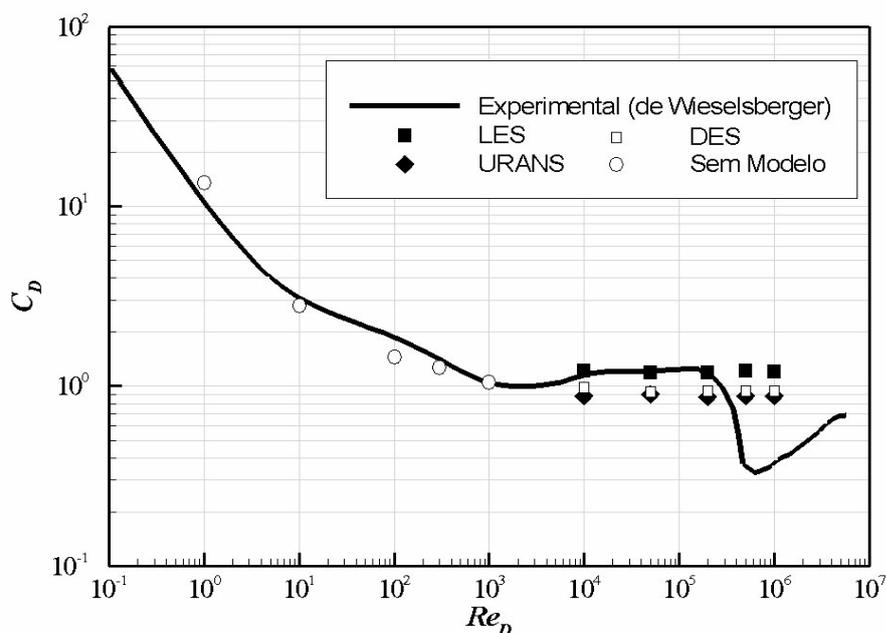


Figura 6.5 - Coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para um cilindro circular estacionário.

Para o regime supercrítico ( $Re_D \gtrsim 2 \times 10^5$ ) ocorre um fenômeno comumente referenciado na literatura como *drag crisis*, que é uma queda brusca no coeficiente de arrasto, como observado nos dados de Wieselsberger (Fig. 6.5). A origem física da crise no arrasto é a transição do regime laminar para o turbulento da camada limite junto ao cilindro à montante do ponto de

descolamento. A presença de estruturas turbulentas no interior da camada limite faz com que a camada limite ganhe mais energia. Com uma camada limite mais energizada o ponto de descolamento é postergado, suportando maiores gradientes de pressão adversos. Com uma pressão mais elevada à jusante do cilindro, tem-se um menor gradiente de pressão e conseqüentemente a parcela do arrasto devido à força de pressão cai nesta faixa do número de Reynolds. Uma vez que o efeito de pressão é predominante na composição do arrasto, o valor de  $C_D$  também é reduzido nesta região do número de  $Re_D$ .

Para todos os casos simulados acima do regime supercrítico ( $Re_D = 5 \times 10^5$  e  $10^6$ ) não se obteve um bom ajuste com os dados experimentais com nenhuma das metodologias de modelagem da turbulência, o que já era esperado. Cabe aqui destacar que a predição da crise nos coeficientes está associada ao cálculo preciso da camada limite junto ao cilindro. Sabe-se que os efeitos tridimensionais do escoamento desempenham um papel crucial na transição da camada limite para o regime turbulento. Desta forma acredita-se que não é possível simular a crise de arrasto com um código  $2D$  sem algum tratamento especial para o cálculo da camada limite. A predição de resultados na região supercrítica é uma tarefa complicada mesmo para um código tridimensional, como mostrado por Wang *et al.* (2001) e também por Catalano *et al.* (2003), que usaram LES aliado à modelagem de parede. Estes tópicos não foram aqui explorados, pois fogem ao objetivo do trabalho.

### 6.1.3 Freqüência de desprendimento de vórtices

O número de Strouhal ( $St$ ), que representa a freqüência adimensional de desprendimento de vórtices, é mostrado na Tab. 6.3, onde também são apresentados resultados obtidos com uma correlação dada pela Eq. (6.1):

$$St \approx 0,212 \left( 1 - \frac{12,7}{Re_D} \right). \quad (6.1)$$

Esta correlação foi proposta por Roshko (1967), elaborada a partir de seus estudos experimentais. Para esta faixa de Reynolds acima de  $Re_D > 10^4$  a freqüência de desprendimento de vórtices é aproximadamente constante, mantendo-se em torno de 0,21. As simulações aqui apresentadas são transientes e permitem evidenciar a esteira de estruturas turbilhonares. A determinação da freqüência de formação das estruturas foi feita analisando o sinal do coeficiente de sustentação.