

**PRISCILA FERREIRA BARBOSA DE SOUSA**

**ESTUDOS DE PROCESSOS TÉRMICOS DECORRENTES DA  
USINAGEM: APLICAÇÃO DE PROBLEMAS INVERSOS EM  
FURAÇÃO**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
2009**



**PRISCILA FERREIRA BARBOSA DE SOUSA**

**ESTUDOS DE PROCESSOS TÉRMICOS DECORRENTES DA  
USINAGEM: APLICAÇÃO DE PROBLEMAS INVERSOS EM  
FURAÇÃO**

**Tese** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Guimarães

Co-orientador: Valério Luiz Borges

**UBERLÂNDIA - MG**

**2009**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

- S725e Sousa, Priscila Ferreira Barbosa de, 1981-  
Estudos de processos térmicos decorrentes da usinagem: aplicação de problemas inversos em furação [manuscrito] / Priscila Ferreira Barbosa de Sousa. - 2009.  
172 f. : il.  
Orientador: Gilmar Guimarães.  
Co-orientador: Valério Luiz Borges.  
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
Inclui bibliografia.  
1. Calor - Transmissão - Teses. 2. Calor - Condução - Teses. 3. Problemas inversos (Equações diferenciais) - Teses. I. Guimarães, Gilmar. II. Borges, Valério Luiz, 1979- III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

---

CDU: 536.24

Dedico este trabalho ao meu sobrinho João Vitor que me ensinou que devemos agradecer e aproveitar a vida, que é o bem mais precioso que temos.



## Agradecimentos

À minha família pelo amor irrestrito e incentivo. O apoio de vocês é fundamental sempre.

Ao orientador, pai, mestre, amigo, Gilmar Guimarães, por sua calma, cumplicidade e paciência.

Ao meu co-orientador Valério Borges, que entre uma fralda e outra contribuiu muito com seus ensinamentos.

Aos amigos do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, Felipe, o casal mais querido João e Karina, Gaby, Débora, Igor, Almir, Jana, e tantos outros.

Aos amigos do LEPU – Laboratório de Ensino e Pesquisa em Usinagem da Universidade Federal de Uberlândia.

Às amigas e companheiras da vida toda, Aline, Ana Paula e Marcella, que me agüentaram cantar, gritar e espernear nos meus acessos de extrema felicidade ou gigantesca tensão.

À coordenação do programa de pós-graduação da Universidade Federal de Uberlândia em especial as meninas, Kelly, Lucimara e Tatiana por escutarem minhas tantas fofocas.

Aos quebradores de galho Baltazar, Lazinho e Reginaldo por sempre estarem prontos pra ajudar.

Ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudo.



# SUMÁRIO

<b>Lista de símbolos</b> .....	xi
<b>Resumo</b> .....	xv
<b>Abstract</b> .....	xvii
<b>Capítulo I</b>	
<b>Introdução</b> .....	19
<b>Capítulo II</b>	
<b>Revisão bibliográfica</b> .....	23
2.1 - Introdução .....	23
2.2 - Estudos sobre campos térmicos decorridos da furação durante implantes dentários .....	23
2.3 - Predição de temperatura na interface de corte .....	27
2.4 - Problemas Inversos aplicados a processos de furação .....	31
<b>Capítulo III</b>	
<b>Conceitos e Fundamentos: Modelo térmico de um processo de furação</b> .....	35
3.1 - Abordagem térmica do processo de furação e proposta de solução .....	35
3.2 - Modelagem térmica de um processo de furação: problema direto .....	37
3.3 - Discretização numérica do problema direto .....	40
3.3.1 - Obtenção das equações discretizadas. Domínio fixo .....	40
3.3.2 - Implementação numérica da malha ajustável ao domínio móvel durante o proceso de furação .....	46
3.3.2.1 - Modelo de furação com um rasgo retangular.....	46
3.3.2.2 - Modelo de furação com um furo circular .....	49

3.4 - Análises de resultados visando a validação parcial do algoritmo .....	51
3.4.1 - Validação parcial do modelo 3D: Domínio fixo .....	51
3.4.2 - Malha ajustável ao domínio móvel: caso teste com uma fonte fixa em um tempo intermediário .....	58
3.4.3 - Resultados preliminares para o problema que simula termicamente um processo de furação com broca helicoidal.....	60
3.4.3.1 - Casos testes simulados .....	61
3.4.3.2 - Validação de um caso parcial usando código ANSYS para um problema mais simples.....	64
3.5 - Implementação do código na plataforma DPT existente no LTCM .....	69

## Capítulo IV

<b>Conceitos e Fundamentos:Técnicas Inversas</b> .....	73
4.1 - Abordagem do processo de furação usando técnicas inversas .....	73
4.2 - Método de Observadores Dinâmicos baseados em Funções de Green .....	75
4.2.1 - Descrição da técnica .....	75
4.2.2 - Evolução da técnica .....	89
4.2.2.1 - Identificação da função transferência analítica.....	89
4.2.2.2 - Uso de múltiplos sensores simultâneos .....	93
4.3 - Verificação das modificações na técnica de Observadores Dinâmicos Baseada em Funções de Green .....	95
4.3.1 - Função transferência analítica.....	95
4.3.2 - Múltiplos sensores .....	101
4.3.2.1 - Múltiplos sensores: caso teste simulado .....	101
4.3.2.2 - Múltiplos sensores: teste experimental .....	103

## Capítulo V

<b>Análise de resultados</b> .....	109
5.1 - Simulações de problemas inversos aplicados a um processo de furação_ ..	109
5.1.1 - Processo de furação em chapa retangular. Caso teste 1 .....	110
5.1.2 - Processo de furação em uma peça cilíndrica de aço. Caso teste 2 .....	115
5.2 - Identificação térmica do meio investigado (aço microligado) .....	121
5.2.1 - Composição do aço microligado .....	121
5.2.2 - Bancada experimental .....	121
5.3 - Solução de problemas inversos aplicados a um processo real de furação em uma peça de aço microligado HSLA .....	124

5.3.1 - Bancada experimental .....	124
5.3.2 - Evolução das temperaturas experimentais .....	127
5.3.3 - Comparação entre temperaturas calculadas e experimentais .....	142
<b>Capítulo VI</b>	
<b>Conclusões</b> .....	151
6.1 - Considerações finais .....	151
6.2 - Sugestões para trabalhos futuros .....	153
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	155
<b>Anexo</b> .....	161



## LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS LATINAS

$a_i$	Coeficientes denominador	
$b_i$	Coeficientes numerador	
$G$	Função Transferência	
$J$	Funcional	
$k$	Condutividade térmica	W/mK
$L$	Comprimento	m
$m$	Grau do polinômio numerador	
$n$	Grau do polinômio denominador	
$N$	Ruído	
$P$	Direção de busca	
$q$	Taxa de transferência de calor	W
$r$	Número de tempos futuros	
$r_i$	Posição em coordenadas cartesianas	
$rp$	Ripple	
$S_1$	Superfície de incidência da taxa de calor	m <sup>2</sup>
$t$	Tempo	s
$T$	Temperatura	°C
$T_o$	Temperatura inicial	°C
$x$	Direção axial	m
$Y$	Temperatura experimental	°C
$y$	Direção axial	m
$z$	Direção axial	m



## LETRAS GREGAS

$\alpha$	Difusividade térmica	m <sup>2</sup> /s
$\Delta t$	Intervalo de medição da temperatura	s
$\Delta x$	Distância entre nós na direção $x$	m
$\omega$	Frequência	rad/s
$\varepsilon$	Ruído aleatório	
$\theta$	Diferença de Temperatura	°C
$\lambda$	Multiplicador de Lagrange	
$\beta$	Comprimento do passo de busca	
$\gamma$	Passo de busca	
$\tau$	Tempo, variável auxiliar	

## Índices inferiores

$h$	Condutor obtido por funções de Green
$H$	Condutor
$N$	Ruído
$Q$	Sinal
$L$	Domínio de Laplace
$Z$	Domínio "z"
$k$	Sequência no tempo discreto
$-k$	Sequência inversa no tempo discreto
$C$	Frequência de corte; mecanismo de correção ( $G_C$ )
$M$	Medido; passo de tempo (Método sequencial)

## Índices Superiores

$-$	Função no Domínio de Laplace
$*$	Corrompido por ruído
$+$	Problema térmico auxiliar; Função de Green
$\wedge$	Estimado



Sousa, P. F. B., **Estudos de Processos Térmicos Decorrentes da Usinagem: Aplicação de Problemas Inversos em Furação**, 2009, 172f, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.

### Resumo

A geração de calor devido ao atrito é um problema comum nos diversos processos de usinagem. Entretanto seus efeitos são geralmente mais severos em processos de furação, uma vez que, a ferramenta se encontra inserida em uma área restrita da peça e permanece em contato com o cavaco durante um longo tempo. A dificuldade da obtenção da temperatura na interface cavaco-ferramenta mesmo para condições de corte simples, requer, por sua vez, o desenvolvimento de uma técnica eficiente. Nesse sentido, o principal objetivo deste trabalho é apresentar uma nova metodologia que possibilite a obtenção da taxa de transferência de calor na interface de corte e do campo de temperatura na peça a partir da solução numérica do problema térmico de furação e do uso de técnicas inversas de solução de problemas de transferência de calor. De forma diferente da maioria dos trabalhos encontrados na literatura nos quais as brocas são estudadas, optou-se pela abordagem direta do problema de furação modelando-se termicamente a peça. O método inverso baseado em funções de Green e observadores dinâmicos é modificado neste trabalho sendo incorporando-se avanços importantes com o objetivo de se aumentar a robustez, confiança nos resultados e permitir a aplicação específica aos problemas de estimativas de fonte de calor móvel. Dentre as vantagens da nova técnica proposta estão a capacidade de incorporação dos parâmetros de ajuste que variam em função do nível de ruído presente nos dados experimentais, do uso do conceito de função de transferência global e da incorporação de soluções analíticas para a obtenção das funções transferência. Resultados simulados e experimentais são apresentados. Os experimentos realizados neste trabalho são relativos a um processo de furação em amostras de material em aço microligado a partir do uso de brocas de metal duro sob condições de usinagem específicas e constantes. Embora este estudo tenha sido aplicado a um processo de furação específico, o procedimento aqui desenvolvido pode ser aplicado em condições gerais a qualquer processo de furação, incluindo a furação em ossos, motivação inicial deste trabalho.

---

*Palavras Chave: problemas inversos, condução de calor, processos de furação, campos de temperatura.*



Sousa, P. F. B., **Thermal Studies of Cutting Process. Inverse Problem Application in Drilling**, 2009, 172p, Doctorate Thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.MG.

### Abstract

Heat generation is a common problem during any type of cutting, but particularly during a drilling due to the difficulty of conducting heat away from the cutting edge and the fact that the chips remain in contact with the tool for a relatively long time in a hole. Cutting temperatures have strongly influenced both the tool life and the metallurgical state of machined surfaces. Since the direct temperature measurements at the tool-piece interface are very complex this work proposes the estimation of the temperature and the heat flux at the tool-piece interface using the inverse heat conduction problem technique. The aim of the present paper is to develop a three-dimensional inverse algorithm in transient conditions for heat flux and drilling temperature estimation. While various studies modeling the drill are found in the literature, this work focuses the thermal model of the piece to obtain the interface temperature. This work presents a modified procedure to use the concept of dynamic observers based on Green's functions to solve inverse problems. The modification presented here proposes two different improvements in the original technique: i) A different method of obtaining the transfer function model,  $G_H$ , using analytical functions instead of numerical procedures, and ii) Definition of a new concept of  $G_H$  to allow the use of more than one response temperature. Obtaining the heat transfer functions represents an important role in the observer method and is crucial to allow the technique to be directly applied to three-dimensional heat conduction problems with moving heat source. The thermal model is obtained by a numerical solution of the transient three-dimensional heat diffusion equation that considers drill as a heat source moving. To determine the solution equation the finite volume method is used. Several tests using cemented carbide tools drilling a micro allowed steel piece were performed in order to check the model and to estimate the heat flux rate and the temperature at interface tool-piece.

---

*Keywords: Inverse problems, heat conduction, drilling process, temperature field*



# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A geração de calor devido ao atrito é um problema comum nos diversos processos de usinagem. Entretanto seus efeitos são geralmente mais severos em processos de furação, uma vez que, a ferramenta se encontra inserida em uma área restrita da peça e permanece em contato com o cavaco durante um longo tempo. No processo de furação, fatores como, a velocidade de corte, o formato da broca, a pressão exercida para o avanço da ferramenta, a densidade do material a ser perfurado, a eficiência ou não do sistema de resfriamento e lubrificação, a profundidade do furo entre outros, são variáveis que têm influência direta na geração de calor. Como temperaturas excessivas podem prejudicar de forma permanente tanto o material usinado como a ferramenta, o controle da temperatura durante os processos de furação tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores.

A dificuldade da obtenção da temperatura na interface cavaco-ferramenta mesmo para condições de corte simples, requer, por sua vez, o desenvolvimento de uma técnica eficiente. Nesse sentido, o principal objetivo deste trabalho é apresentar uma nova metodologia que possibilite a obtenção da taxa de transferência de calor na interface de corte e do campo de temperatura na ferramenta a partir da solução numérica do problema térmico de furação e do uso de técnicas inversas de transferência de calor.

A motivação deste estudo vem de um problema de bioengenharia que é ainda mais sensível à geração de calor, a perfuração do osso da mandíbula para preparação da base de implantes. No caso de implantes dentários o aquecimento excessivo pode causar danos principalmente devido à dificuldade de difusão do calor gerado e das limitações de uso de fluido refrigerante devido ao perigo de infecção na área.

Na realidade, devido ao processo de furação e conseqüente aquecimento uma zona necrótica, inevitavelmente, se formará ao redor do local preparado. A amplitude dessa zona necrótica dependerá, principalmente, do calor gerado pelas brocas, em função do atrito, durante as cirurgias (MATTHEW; HIRSCH, 1972). Sendo assim, o osso poderá reagir de

maneiras diferentes em resposta a essa zona necrótica: formação de tecido fibroso, resultando em ausência de fixação e de reparação óssea acompanhada de morte celular, ou completa reposição de osso novo, resultando em osseointegração (ERICKSSON; ALBREKTSSON,1983). Desta forma, o controle da temperatura tem um papel fundamental no sucesso da reabilitação com implantes.

Observa-se que a medição direta deste campo de temperatura usando sensores de contato na interface da ferramenta é extremamente difícil devido ao movimento de corte e a presença de cavaco. Ainda, o uso de métodos convencionais tais como termografia ou termopares inseridos na peça em posições adjacentes à broca usualmente apresentam limitações. Citam-se, por exemplo, a resolução de sensores infravermelhos e a interferência do cavaco na zona de corte. No caso de termopares inseridos, a inconsistência estrutural do osso representa um problema para a fixação dos termopares internamente (HILLERY; SHUAIB, 1999)

Uma boa alternativa para se obter o campo de temperatura é a aplicação de técnicas inversas na determinação do fluxo de calor gerado, uma vez que essas técnicas dependem de informações de temperatura obtidas em pontos acessíveis.

Problemas inversos possuem aplicações relevantes em várias áreas de atuação humana, com especial destaque para engenharia e medicina, podendo ser empregados sob diversas formas. A principal característica deste tipo de abordagem é a obtenção da solução do problema físico de maneira indireta, ou seja, o problema pode ser resolvido a partir de informações oriundas de sensores localizados em pontos de fácil acesso.

Assim o uso de temperaturas experimentais aliado às técnicas inversas permite a obtenção da solução do problema térmico, que neste estudo é representado pela determinação do campo de temperatura em um meio (peça) sendo usinado (por um processo de furação). O campo de temperatura na peça, incluindo a região de contato de corte, é então determinado a partir de estimativas do fluxo de calor gerado na interface de corte e efetivamente transferido para a peça. Por se tratar de um problema prático existente na engenharia são muitas as variáveis envolvidas. Essa característica exige então o desenvolvimento de um procedimento inverso específico para a sua abordagem e solução completa. Essa é a proposta deste trabalho: o desenvolvimento de um procedimento inverso que inclui o projeto experimental, o desenvolvimento do modelo térmico e algoritmo de otimização para a estimativa do fluxo de calor e do campo de temperatura decorrentes de um processo de furação.

Na busca desse objetivo, apresenta-se no Capítulo 2 uma breve revisão de propostas para a obtenção de temperaturas decorrentes dos mais variados processos de furação. A revisão apresenta diversas técnicas experimentais, abordagens teóricas e, mais

recentemente, as primeiras tentativas de solução desse problema por meio de técnicas inversas.

No Capítulo 3, o modelo térmico desenvolvido é apresentado. De forma diferente da maioria dos trabalhos encontrados na literatura nos quais as brocas são estudadas, optou-se pela abordagem direta do problema de furação modelando-se termicamente a peça. Como o problema térmico possui certa complexidade, alguns estágios preliminares na obtenção e validação do modelo proposto foram executados. Dentre esses estágios, a obtenção das equações discretizadas para fonte móvel e parada e, características particulares de sua implementação numérica são tratados também nesse capítulo.

O desenvolvimento do procedimento inverso, por sua vez, é apresentado separadamente no Capítulo 4. A técnica inversa baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos desenvolvida inicialmente por Sousa (2006) é neste trabalho modificada incorporando-se à esta técnica avanços importantes com o objetivo de se aumentar a robustez, confiança nos resultados e permitir a aplicação específica aos problemas de estimativas de fonte de calor móvel. As alterações e contribuição à técnica são apresentadas em detalhes nesse capítulo. Dentre as vantagens da nova técnica proposta citam-se a capacidade de incorporação dos parâmetros de ajuste que variam dependendo do nível de ruído presente nos dados experimentais, o uso do conceito de função de transferência global e a incorporação de soluções analíticas para a obtenção das funções transferência.

Resultados simulados e experimentais são apresentados no Capítulo 5. Como problemas inversos representam uma classe de problemas matematicamente “mal postos”, a simulação de casos testes é muito importante para a economia de custos do projeto experimental e para a identificação prévia das regiões de maior ou menor sensibilidade. O exame prévio dessas regiões permite se antecipar e evitar eventuais dificuldades na obtenção da solução inversa. É importante mencionar que os experimentos realizados neste trabalho são relativos a um processo de furação em amostras de material em aço microligado a partir do uso de brocas de metal duro sob condições de usinagem específicas e constantes.

Embora este estudo tenha sido aplicado a um processo de furação específico, o procedimento aqui desenvolvido pode ser aplicado em condições gerais a qualquer processo de furação, incluindo a furação em osso, motivação inicial deste trabalho. As conclusões alcançadas com este trabalho e propostas para a sua continuidade são apresentadas no Capítulo 6.



## CAPÍTULO II

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### **2.1 – Introdução**

Esta revisão encontra-se dividida em três partes distintas: Na primeira são apresentados alguns trabalhos nos quais se estabelece o problema térmico decorrido de furação em ossos. Na segunda, apresentam-se os principais métodos experimentais para a obtenção da temperatura na interface cavaco-ferramenta e trabalhos que modelam termicamente o processo, porém considerando o calor gerado na interface de corte como conhecido. Na terceira parte são apresentados alguns trabalhos existentes na literatura que aplicam técnicas inversas para a obtenção do campo de temperatura e fluxo de calor gerado na interface de corte.

#### **2.2 – Estudos sobre campos térmicos decorridos da furação durante implantes dentários**

Como já mencionado, durante implantes dentários, o problema de furação e conseqüentemente a geração de calor torna-se um assunto ainda mais delicado, visto que, o tecido ósseo é caracterizado por ser mal condutor de calor apresentando baixos valores de condutividade e difusividade térmica. Parte deste calor é dissipado pela presença de sangue, fluidos de tecido e fluido refrigerante. Entretanto, esses canais de dissipação, não são suficientes para reduzir a temperatura na região perfurada, que pode alcançar altos valores ao longo do processo de furação resultando em termonecrose, isto é, morte das células do tecido ósseo devido às altas temperaturas. Assim, durante implantes dentários, o processo cirúrgico deve ser cuidadosamente executado para que o osso apresente uma reabilitação completa, ou seja, ocorra o fenômeno da osseointegração.

Segundo Lundskog (1972) a necrose pode ser induzida se o osso for exposto por mais de 30 s a temperaturas superiores a 50 °C. Mortiz e Henrique (1947) estabeleceram que quando as células do epitélio são expostas a uma temperatura de 70 °C, estas são danificadas imediatamente, assim como expostas a uma temperatura de 55 °C durante 30 s, e que o resultado será o mesmo se o osso estiver a uma temperatura de 45 °C durante 5 h. Em geral, a literatura indica que se a temperatura sobe acima de 55 °C em um período superior a 1,5 minutos, o osso pode levar várias semanas para sua completa recuperação (HILLERY; SHUAIB, 1999).

Na realidade, devido ao processo de perfuração e conseqüente aquecimento uma zona necrótica, inevitavelmente, se formará ao redor do local preparado. A amplitude dessa zona necrótica dependerá, principalmente, do calor de fricção gerado pelo contato da broca com o osso durante as cirurgias (MATTHEWS; HIRSCH, 1972). Sendo assim, o osso poderá reagir de maneiras diferentes em resposta a essa zona necrótica: i) ocorre a formação de tecido fibroso, resultando em ausência de fixação e de reparação óssea acompanhada de morte celular, ou ii) ocorre a completa reposição de osso novo, resultando em osseointegração (ERICKSSON; ALBREKTSSON, 1983).

Encontram-se, na literatura, diversos trabalhos envolvendo a determinação da temperatura no osso, resultante do processo de furação. Em sua maioria se baseiam em estudos experimentais, usando ossos de animais mortos tais como, porco, coelho, boi, ou mesmo ossos humanos; e métodos convencionais para aquisição de temperatura sendo eles, termopares inseridos no osso em posições adjacentes à broca e mais recentemente, a termografia. Em geral, as análises experimentais visam estabelecer a relação dos parâmetros de corte com o calor gerado no osso, fornecendo uma boa indicação de como seria o comportamento térmico do osso humano vivo quando submetido à diferentes conjuntos de parâmetros de corte.

Ohashi *et al.* (1994) apresentam um estudo experimental realizado em tíbias de coelhos. As influências da velocidade de rotação do motor e da irrigação direta na área perfurada nas alterações térmicas sofridas pelo osso são avaliadas. Usando mandíbula bovina e a seqüência de furação proposta por Branemark (1985), Benington *et al.* (1996), obtiveram a distribuição da temperatura, durante o processo de furação à seco, para o furo e ao seu redor com o uso de termografia.

Hillery e Shuaib (1999) usam ossos, bovino e humano, numa seqüência de experimentos com termopares inseridos. O estudo fornece uma boa indicação sobre a melhor combinação de diâmetro da broca e velocidade de corte, de forma a manter a temperatura no osso dentro dos limites aceitáveis. Em 2000, usando osso humano, Bachus *et al.* (2000) concluíram que a relação entre a pressão exercida e a temperatura é

inversamente proporcional, ou seja, quanto maior a pressão exercida menor a temperatura gerada no osso. Sharawy e Weller (2002), por meio de um experimento com maxila de porco e termopares inseridos, concluíram que a velocidade de corte é inversamente proporcional a temperatura, i.e., maiores velocidades, resultam em menores temperaturas. Usando como material de estudo o osso bovino, Shin e Yoon (2006) concluem, com base em temperaturas medidas por termômetros infravermelhos, que para se obter uma menor temperatura máxima no osso deve-se optar por uma velocidade de avanço maior e profundidade de corte menor.

Udiljak *et al.* (2007), através de uma série de experimentos em ossos humanos, obtiveram um modelo matemático que prevê a relação entre a temperatura gerada no osso e os parâmetros do processo de furação mais relevantes: velocidade de corte, velocidade de avanço e ângulo de ponta da broca. Os processos de furação clássica e de alta velocidade foram analisados para dois tipos de brocas, broca cirúrgica clássica e broca dupla fase. O estudo experimental visou determinar a melhor combinação de parâmetros, melhor processo e a geometria da broca indicada para reduzir o aumento da temperatura no osso durante a furação óssea, para preparação de base de implantes. Medidas de temperatura, obtidas por termopares inseridos e termografia, foram usadas nas análises.

Trabalhos experimentais podem ainda ser citados como o de Augustin *et al.* (2008a) que apresentam um estudo experimental feito com osso fresco de porco e termopares inseridos para medir a temperatura e, no mesmo ano (AUGUSTIN *et al.*, 2008b) repetem o experimento com monitoramento de temperaturas com sensores infravermelhos.

Os estudos experimentais fornecem um bom indicativo de quais parâmetros devem ser controlados para evitar temperaturas excessivas, entretanto os métodos convencionais de obtenção da temperatura usualmente apresentam problemas. A termografia pode ser uma boa solução apenas se algumas limitações, como resolução do sensor e a interferência do cavaco na zona de corte, forem aliviadas. Devido à inconsistência estrutural do osso o uso de termopares inseridos em posições adjacentes à broca não representa um método satisfatório de medição dos efeitos da temperatura.

Uma solução, comumente aplicada no estudo de processos de furação, para redução de gastos e promover a realização de experimentos mais conclusivos, é o uso de simulações numéricas preliminares. Todavia trabalhos envolvendo simulações para aplicação em implantes ainda são pouco difundidos e abordam o problema superficialmente. Em 2008 um experimento simulado foi apresentado por Yuan-Kun *et al.* (2008), um modelo de elementos finitos 3D foi usado para representar a broca. O objetivo era avaliar, numericamente, a influência da temperatura inicial da broca na temperatura máxima no osso durante a furação. Concluiu-se, como esperado, que uma menor temperatura inicial da

broca garante uma menor temperatura máxima no osso e, segundo a análise numérica, velocidades de corte baixas também contribuem para o aumento da temperatura máxima no osso.

Bertolete M. C. (2009) por meio de análise experimental faz uso da temperatura como critério de fim de vida da ferramenta. No estudo o autor avalia a influência dos parâmetros de corte na vida útil de brocas dentárias de variados materiais, a vida é considerada final quando, durante a furação, a temperatura no osso, medida ao redor do furo por meio de termopares inseridos do tipo T, alcança o valor de 47 °C que representa uma temperatura crítica para o tecido ósseo, podendo gerar uma zona necrótica irrecuperável se perdurar por muito tempo. Resultados apontam que o material mais indicado para a furação óssea é o aço inoxidável martensítico e também que avanços maiores propiciam uma temperatura menor. Essa análise experimental fornece boas indicações para a escolha dos parâmetros de corte, entretanto como dito anteriormente o uso de termopares inseridos apresenta restrições como o cuidado com a inconsistência estrutural do osso e também a impossibilidade de se medir a temperatura na interface de corte. Sendo o osso um mau condutor de calor a difusão acontece lentamente, assim, quando a temperatura medida pelo termopar for de 47 °C a temperatura no interior do furo e na interface de corte será significativamente superior a aceitável.

Uma interessante abordagem, amplamente aplicada na solução de problemas de furação e também ainda pouco explorada para a aplicação em implantes dentários, é o uso de técnicas inversas na exploração do problema térmico de furação em osso. A principal característica deste tipo de abordagem é a obtenção da solução do problema físico de maneira indireta, como por exemplo, a determinação de campos térmicos em superfícies sem acesso, como no caso da determinação da distribuição de temperatura no osso durante a preparação de implantes dentários. Nesse caso as condições de contorno não são conhecidas e são de difícil acesso. Logo, usando técnicas inversas, o problema pode ser resolvido a partir de informações oriundas de sensores localizados em pontos acessíveis.

Um problema comum no uso de técnicas inversas é o ruído presente nos dados de experimentais. As medições devem ser conduzidas de forma a minimizar as interferências, fornecendo dados de temperatura de qualidade e com menor ruído possível. A prática mais comum de aquisição de dados de temperatura, aplicada em vários estudos, é o uso de termopares inseridos na broca o mais próximo possível da fonte de calor. Dessa forma, os termopares ficam muito próximos ao movimento de rotação da ferramenta, o que pode prejudicar a aquisição de dados devido ao excesso de vibração. Outra opção seria o uso de termopares inseridos no osso, em posições adjacentes à broca. Entretanto, devido à inconsistência estrutural do osso, esse não representa um método satisfatório de medição

dos efeitos da temperatura. Uma proposta para minimizar fontes de ruído nos dados de entrada, seria a obtenção de temperaturas na parte externa do osso em um ponto que tenha sensibilidade suficiente para garantir as informações necessárias para a solução inversa obtendo-se resultados com uma qualidade superior.

A motivação inicial deste trabalho é o desenvolvimento de uma técnica que possa ser aplicada na estimativa e no controle térmico de um processo de furação durante implantes dentários. Entretanto, entende-se que o controle da furação durante implantes requer um grande estágio de desenvolvimento tanto da técnica inversa em si quanto do próprio efeito térmico em um processo de furação clássico em materiais convencionais. Em outras palavras, a aplicação na furação óssea representa um segundo estágio no desenvolvimento de técnicas para o estudo térmico decorrentes de processos de furação. Assim, apresenta-se a seguir, revisões de trabalhos na literatura que lidam com a medição de temperatura, com a formulação de modelos térmicos e com a proposição de técnicas para o controle térmico em processos de furação clássicos. O desenvolvimento de uma técnica que possa ser aplicada a qualquer processo de furação passa, assim, a ser o grande objetivo a ser alcançado neste trabalho.

### **2.3 – Predição de temperatura na interface de corte**

A identificação do calor gerado na interface e conseqüentemente do campo térmico, na interface de corte são instrumentos importantíssimos para o controle do processo de furação. Encontram-se na literatura vários trabalhos que abordam a influência de inúmeras variáveis do processo na distribuição de temperatura resultante, tanto na ferramenta como na peça usinada. Citam-se, por exemplo, o formato da broca, tipos de revestimentos, velocidade de corte e a existência ou não de fluidos refrigerantes e lubrificantes. Como um dos objetivos principais é a otimização e a melhoria dos processos, a maioria dos trabalhos existentes buscam a identificação da temperatura de interface de corte peça-ferramenta-cavaco focando o estudo na ferramenta (broca).

Nesse caso, como a medição direta de temperatura em uma peça girando é de difícil execução, os trabalhos experimentais normalmente usam o artifício da velocidade relativa, mantendo-se a broca fixa enquanto a peça gira. Ainda, do ponto de vista de modelagem térmica do problema, uma grande parte dos trabalhos encontrados na literatura consideram o fluxo de calor gerado na interface com uma grandeza conhecida, embora o conhecimento a priori do fluxo de calor na interface de corte seja muito difícil, pois são inúmeras as variáveis que controlam o processo térmico. Essa estratégia é bastante usada para a

previsão ou predição de campos térmicos na ferramenta, na interface ou na peça.

Citam-se, por exemplo, na literatura os trabalhos de Chen (1996), Shen *et al.* (1997), Shatla e Altan (2000), Nayebi *et al.* (2008) e Bono e Ni (2001).

Chen (1996) avaliou a influência da seção circular da broca no aumento da temperatura a partir de uma modelagem numérica do problema térmico na ferramenta. A abordagem numérica usa uma aproximação variacional do método de elementos finitos em um modelo térmico 3D-transiente. Para a solução do modelo térmico três hipóteses são consideradas para as condições de contorno da broca: fluxo de calor conhecido na região de corte, temperaturas conhecidas em determinada posição da broca e isolamento em regiões afastadas. Embora seja interessante do ponto de vista de modelo térmico e use dados de fluxo de calor na interface a partir de dados da literatura com condições de corte bem estabelecidas, essa abordagem não enfrenta de forma direta um problema real de furação, com todas as variáveis envolvidas.

Usando o mesmo procedimento Shen *et al.* (1997) modelam numericamente uma broca para a análise da influência da forma da broca e da velocidade de corte e taxa de alimentação na distribuição de temperatura na ferramenta durante a furação. Analogamente ao trabalho anterior Shen *et al.* (1997) consideram o fluxo de calor conhecido para o cálculo das temperaturas do problema direto. Nesse caso, porém, são inseridos termopares na peça em posições o mais próximo possível da interface de corte. O modelo desenvolvido demonstrou ser uma ferramenta útil na escolha de parâmetros de furação ressaltando-se as condições particulares onde o fluxo de calor gerado na broca pode ser usado. As mesmas observações podem ser feitas ao trabalho de Shatla e Altan (2000) que usaram um modelo analítico para prever a temperatura na lâmina de corte de acordo com o ângulo de entrada e velocidade de corte. Nesse trabalho, os autores usaram ainda hipóteses e modelos oriundos de cortes ortogonais de usinagem.

Outra abordagem analítica foi apresentada por Nayebi *et al.* (2008). Nesse caso, o modelo direto permite prever o sentido do fluxo do cavaco, o comprimento de contato entre o cavaco e a ferramenta e a distribuição de temperatura na interface ferramenta-cavaco, que tem um efeito importante no desgaste da ferramenta. O modelo térmico unidimensional e permanente introduziu conceitos de temperatura de fricção e usou dados empíricos para a pressão de contato, força na interface e fluxo de calor gerado. Nesse trabalho foram usados dados experimentais disponíveis na literatura para a comparação com os resultados obtidos.

Numa abordagem diferenciada, Bono e Ni (2001) apresentam um modelo numérico capaz de prever distorções térmicas no diâmetro e cilindridade de furos perfurados à seco. Os furos resultantes de perfurações à seco são caracterizados por apresentarem pobre acabamento superficial e forma de sino, ou seja, com diâmetros que aumentam com a

profundidade. O modelo desenvolvido, usando um *software* comercial, foi validado por testes experimentais através da comparação das temperaturas experimentais e calculadas, apresentando resultados razoáveis, com desvios máximos de 4 %. O modelo prevê a variação do diâmetro, devido às alterações térmicas, estabelecendo uma relação entre diâmetro e profundidade para furações a altas velocidades. As medições de temperatura nesse caso são realizadas por meio da inserção de termopares no interior da broca, via canais de resfriamento e levados o mais perto possível da interface de corte. Os sensores são colados em canais (*slots*) que por sua vez são aterrados à broca. Os sinais dos sensores são captados por um anel acoplado à peça bem próximo aos sensores. Como anteriormente, o modelo permite o conhecimento prévio do fluxo de calor gerado na interface.

Outra forma, bastante comum, de se obter informações sobre como as variáveis do processo de furação atuam na temperatura é a análise exaustiva de experimentos controlados, nos quais a exatidão dos resultados depende de diversos fatores tais como: a qualidade dos equipamentos, a formulação dos experimentos, a análise dos dados experimentais, as condições externas, entre outros. Kalidas *et al.* (2001), realizaram testes experimentais para avaliar a influência de diferentes revestimentos na variação da temperatura de brocas de torção revestidas. Três revestimentos foram analisados, TiAlN/TiN[22], TiAl[22] e MoS<sub>2</sub>[22], visando avaliar a influência de cada tipo de revestimento na temperatura máxima da peça e acabamento do furo. Os experimentos foram realizados à seco e diferentes taxas de alimentação foram testadas. O estudo experimental conclui que os revestimentos citados não influenciam de forma expressiva na temperatura. Entretanto, constatou-se que na furação à seco, uma maior taxa de alimentação resulta em menores temperaturas na peça. Novamente, a abordagem experimental foi a inserção de termopares no interior da ferramenta.

Também numa avaliação experimental, Zeilmann e Weingaertner (2006) apresentam um estudo que analisa a temperatura da broca durante a furação com a presença de uma quantidade mínima de lubrificante. Situação com lubrificação interna (via ferramenta), externa e à seco foram analisadas. O estudo constata que para garantir uma menor temperatura na broca a melhor opção é a aplicação de lubrificante internamente, via ferramenta.

Mais recentemente têm sido usadas técnicas mais modernas de medição de temperatura. Ueda *et al.* (2007), com base em temperaturas medidas experimentalmente, com uso de fibra ótica, constatam que o processo de lubrificação por névoa de óleo reduz em 20-25 % a temperatura máxima na broca quando comparada com a temperatura medida no corte à seco.

Bagci e Ozcelik (2005), (2006a), (2006b), (2007) apresentam uma seqüência de trabalhos que avaliam a influência de parâmetros do processo de furação na temperatura da broca. Em um primeiro momento, os autores apresentam um estudo no qual se determina a distribuição de temperatura na broca durante perfurações seqüenciais (BAGCI; OZCELIK, 2005). Neste caso, os resultados experimentais são comparados com temperaturas calculadas numericamente, usando o método dos elementos finitos (*software Third Wave AdvantEdgeTM*). Novamente o calor na interface é suposto conhecido e os termopares são inseridos nos orifícios da broca. O aparato experimental desenvolvido prevê que a broca seja fixa enquanto a peça a ser furada gira. Logo após, Bagci e Ozcelik (2006a), avaliam experimentalmente a influência de parâmetros como profundidade de furação, velocidade de rotação e taxa de alimentação, para processo de furação à seco, passo à passo e contínuo. Não satisfeitos com os resultados obtidos os autores experimentam, ainda em 2006 (BAGCI; OZCELIK, 2006b), uma nova aproximação para o projeto experimental, usando os parâmetros experimentais baseados no método *Taguchi*. Nesse caso, os resultados experimentais para furação à seco apresentam melhor aproximação com os dados calculados pelo software *Third Wave AdvantEdgeTM*. Em 2007, uma seleção mais completa de experimentos foi apresentada (BAGCI; OZCELIK, 2007). A influência das variáveis: taxa de alimentação, velocidade de rotação e posicionamento do fluido refrigerante, na variação da temperatura da broca foi analisada. Constatou-se que a taxa de alimentação, a velocidade de rotação e o fluido refrigerante têm grande influência na temperatura máxima da broca. Como principal contribuição dessa seqüência de estudos estabeleceu-se um modelo matemático, com base nos dados experimentais, usando análise de regressão múltipla entre a velocidade do eixo, a pressão do líquido refrigerante e a taxa de alimentação, com a temperatura da broca. O modelo matemático desenvolvido fornece uma boa estimativa para resultados experimentais em ligas de alumínio do tipo Al2014 e representa um bom indicativo do melhor conjunto de parâmetros para garantir menor temperatura na broca e, com isso, menor desgaste da ferramenta.

O cálculo do campo de temperatura durante processos de furação via modelos, numérico ou analítico, fornecem uma boa indicação para a escolha dos parâmetros de corte de forma a diminuir o calor gerado, reduzindo o custo experimental. Porém, como o processo de furação depende de inúmeras variáveis, externas e internas, o uso de hipóteses restritivas torna-se bastante comum. Esse procedimento, entretanto, dificulta uma formulação realística. O conhecimento do fluxo de calor gerado na interface representa a maior dificuldade no uso dessas técnicas.

## 2.4 – Problemas Inversos aplicados a processos de furação

Observa-se, que o conhecimento do calor gerado na interface de corte é a melhor forma de se obter uma estimativa do comportamento térmico, tanto da ferramenta como da peça, durante processos de furação. Entretanto, a determinação da intensidade do fluxo de calor imposto na interface ferramenta/peça é uma variável difícil de se medir experimentalmente, uma vez que, a ferramenta encontra-se em movimento de rotação, está inserida na peça em um espaço restrito e ainda existe a presença de cavaco. Nesse caso, uma boa alternativa, é a determinação dessa variável por meio de técnicas inversas, que estimam o fluxo de calor imposto em uma região a partir de temperaturas medidas na ferramenta ou mesmo na peça. Uma vez conhecido o calor imposto na interface de corte é possível estimar o perfil de temperatura completo para o material e/ou para a ferramenta.

Battaglia e Kusiak (2005) estimaram o fluxo de calor em cada lâmina de uma broca de carboneto de duplo corte usada em processos de furação de alta velocidade. Nesse caso, a identificação do modelo direto é feita usando o método de identificação de sistemas não inteiros, no qual o modelo direto pode ser obtido segundo um único experimento, que consiste na aplicação de fluxo de calor mensurável na área da ferramenta que é solicitada durante o processo de furação, ou seja, nas lâminas de corte. As vantagens desse processo de obtenção do modelo direto residem, por exemplo, na não necessidade da determinação da geometria complexa da broca ou mesmo das propriedades termofísicas do material da ferramenta, entretanto, a ferramenta encontra-se estática durante o experimento de identificação do modelo direto, o que prejudica a reprodução das condições de contorno reais do processo e efeitos que influenciam na temperatura experimental como, convecção e radiação são desprezados. A solução inversa é baseada na função de especificação constante. Os resultados obtidos para o fluxo de calor, comprovam que a intensidade do fluxo imposto a cada uma das lâminas de corte é igual. A aproximação atual pode, por exemplo, ser usada a fim de caracterizar o desgaste da ferramenta.

Sung (2005) apresenta um modelo inverso baseado em observadores dinâmicos que descreve o comportamento térmico em processos de furação. Os modelos diretos, uni e bidimensional, são obtidos analiticamente usando equações de estado, conceitos de análise modal e técnica de redução de modo. No trabalho apresentado por Sung (2005), o modelo térmico direto para o processo de furação é representado por uma fonte de calor circular imposta no centro de um cilindro, tanto para o caso 1D quanto para o 2D. Os resultados para a distribuição de temperatura obtidos por ambos os modelos foram comparados com resultados numéricos calculados por um modelo de elementos finitos, apresentando boa concordância. Usando a temperatura calculada diretamente acrescida de um ruído de  $\pm 2^\circ\text{C}$ ,

e o método de observadores dinâmicos, estimou-se o fluxo de calor imposto no caso unidimensional. A estimativa obtida acompanha o perfil do fluxo de calor imposto no problema direto, porém, com forte oscilação. Para o caso bidimensional, Sung (2005) constatou através da análise do modelo direto que a variação térmica obtida na peça, quando se compara o uso de fonte móvel e estática, é praticamente igual. Sendo assim, o Sung (2005) propõe que o uso de observadores aliado ao modelo direto 2D com fonte de calor fixa pode ser uma boa ferramenta para estimativa de temperatura na interface de corte de processos reais de furação. Entretanto, resultados para o problema inverso 2D não são apresentados, assim como, nenhum teste experimental é realizado.

Em outro caso de aplicação de técnicas inversas, Li e Shih (2007), determinaram a temperatura e deformação na ponta de uma broca espiral durante processo de furação de alta produtividade de titânio. Nesse trabalho, os autores usam um modelo térmico tridimensional de elementos finitos, previamente validado por resultados experimentais, e um método inverso de transferência de calor baseado na minimização de função objetivo. Quatro termopares são inseridos na broca para a medição das temperaturas, realizadas com a broca fixa e com a peça girando. O fluxo de calor é estimado pelo algoritmo inverso e com o auxílio de correlações empíricas que o relacionam à força de corte. O trabalho não apresenta detalhes sobre o modelo térmico desenvolvido.

Huang *et al.* (2007) estimaram o fluxo de calor aplicado na superfície de corte de uma broca, em um problema de condução de calor tridimensional. O algoritmo inverso usa o método do passo de descida (*SDM*) com equação adjunta e um código comercial, *CFX4.4*, para resolver o problema direto. São apresentadas estimativas de fluxos de calor para casos simulados numericamente e experimentais. Os resultados mostram que a técnica inversa não exige nenhum tipo de informação prévia da variável desconhecida, podendo a estimativa inicial para o fluxo de calor ser arbitrária. Os resultados obtidos, para os casos numéricos, demonstram que a técnica pode estimar o fluxo de calor com base em informações capturadas por termopares localizados próximos à interface de corte (termopares foram localizados na broca, sistema broca fixa). Os resultados estimados apresentaram boas aproximações quando comparados com os resultados experimentais. A técnica demonstrou ser uma boa ferramenta na determinação do fluxo de calor na interface de corte. Entretanto, o fato de se fixar a broca e girar a peça representa uma limitação quanto ao processo de furação convencional. A opção pela modelagem térmica da broca representa também uma dificuldade adicional uma vez que sua geometria é complexa, o que acarreta em um maior custo computacional no refinamento de malha e de uma maior dificuldade no estabelecimento das condições de contorno. A exigência das temperaturas

experimentais serem medidas muito próximas da interface de corte da ferramenta representa também uma dificuldade adicional.

Como observado nos vários trabalhos aqui apresentados, o problema térmico decorrente da furação não é um problema de solução trivial. Dificuldades como geometria da broca, peça ou ferramenta girando na presença de cavacos, altos gradientes de temperatura não permitem a abordagem simples de um modelo térmico direto.

Neste trabalho propõe-se o desenvolvimento de um modelo térmico e de uma técnica inversa que possam ser aplicados em processos de furação. Para isso, o uso de sensores aplicados à superfície da peça (fixa), caracterizando-a como uma técnica não destrutiva e de fácil implementação, é proposto. A técnica inversa, por sua vez, deve ser robusta de forma a obter as soluções mesmo em condições nas quais as incertezas quanto às propriedades térmicas, coeficientes de perda de calor e de medições estão fortemente presentes. A seguir são apresentados a modelagem térmica proposta e o desenvolvimento do algoritmo inverso a ser aplicado. Uma vez que a técnica proposta é geral para processo de furação, uma seqüência natural deste trabalho é sua aplicação a problemas de furação em ossos.



## **CAPITULO III**

### **CONCEITOS E FUNDAMENTOS: MODELO TÉRMICO DE UM PROCESSO DE FURAÇÃO**

#### **3.1.- Abordagem térmica do processo de furação e proposta de solução**

A geração de calor devido ao atrito e o conseqüente aumento indesejável de temperatura na região de contato entre peça-ferramenta é um problema comum nos diversos processos de usinagem. Nos processos de furação os efeitos da geração de calor são geralmente mais severos uma vez que a ferramenta encontra-se inserida em uma área restrita da peça e permanece em constante contato com o cavaco. Nesse caso, o controle do calor gerado durante o processo de furação é essencial para a vida útil da ferramenta, bem como para assegurar a integridade do material a ser trabalhado. Entretanto, a intensidade do calor gerado e a distribuição de temperatura na interface de corte são difíceis de serem determinados.

A medição direta deste campo de temperatura usando sensores de contato na interface entre a broca e a peça é extremamente complexa devido às condições físicas do processo de furação como o movimento da broca e a presença de cavacos. Como já mencionado, métodos convencionais, tais como termografia ou termopares inseridos na peça em posições adjacentes à broca, têm sido bastante usados, porém usualmente apresentam alguns problemas. A termografia, por outro lado, representa uma boa solução apenas se algumas limitações, tais como, a resolução do sensor e a interferência do cavaco na zona de corte forem minimizadas. Devido a várias limitações experimentais, dentre elas a resistência de contato em materiais condutores e sua própria característica destrutiva, o uso de termopares inseridos em posições adjacentes à broca não representa um método satisfatório para a investigação dos efeitos da geração de calor no processo de furação.

Uma boa alternativa é a aplicação de técnicas inversas para a determinação do fluxo de calor gerado na interface. Observa-se que o sucesso dessas técnicas não depende da

medição direta de temperatura na interface, mas de um bom modelo térmico, de procedimentos de otimização e de informações experimentais oriundas de posições acessíveis. Esse é o caminho proposto neste estudo cuja técnica de otimização usada é a técnica inversa baseada em funções de Green e observadores dinâmicos, proposta inicialmente por Sousa (2006). O desenvolvimento dessa técnica permitiu a evolução na construção de um algoritmo inverso com maior rapidez e robustez. Assim, o algoritmo desenvolvido neste trabalho, pode ser aplicado a problemas térmicos tridimensionais com fonte calor variável, com respostas experimentais de temperatura a partir de mais de um sensor de temperatura, e com a incorporação de funções de Green analíticas.

As características principais de técnicas de problemas inversos em condução de calor podem ser resumidas em três passos distintos:

- i) Modelagem térmica do problema em questão baseando-se, usualmente, na equação de difusão de calor. Este passo representa, de fato, o estabelecimento do problema direto;
- ii) Desenvolvimento e ou aplicação de técnicas de otimização tendo como possíveis objetivos a estimativa de: parâmetros físicos, como propriedades térmicas; fluxos de calor superficiais; fonte de calor interna ou; temperaturas superficiais em faces inacessíveis;
- iii) Medição de variáveis dependentes em pontos acessíveis do domínio em estudo. Especificamente, neste caso, são usadas medições de temperatura na peça em locais distantes da interface de corte.

Verifica-se assim que o problema térmico decorrente de um processo de furação se enquadra perfeitamente nesta classe de problemas, isto é, deseja-se conhecer a temperatura na interface de corte uma vez que a medição direta desta grandeza é difícil de ser obtida experimentalmente de forma direta.

O procedimento inverso, neste caso, é o uso de informações de temperaturas medidas em regiões de fácil acessibilidade e a partir de técnicas de otimização estimar-se as componentes do fluxo térmico na interface de corte. Uma vez obtido o fluxo de calor, obtém-se o campo de temperatura em qualquer ponto desejado, inclusive na interface peça-cavaco-ferramenta. Essa é, portanto, a proposta principal deste trabalho, ou seja, aplicar e desenvolver técnicas inversas em condução de calor para a obtenção do fluxo térmico que flui para a peça durante um processo de furação. Uma vez obtido o fluxo de calor, pode-se também obter o campo de temperatura na interface de corte e em toda a ferramenta.

Este capítulo trata exclusivamente da modelagem térmica do processo de furação referida no passo (i) (problema direto). O desenvolvimento das técnicas de otimização (problema inverso) e do projeto experimental são apresentadas respectivamente nos Capítulos 4 e 5.

### 3.2. - Modelagem térmica de um processo de furação: problema direto

A Figura (3.1) apresenta a modelagem do problema térmico decorrente da furação em dois instantes distintos ( $t_1$  e  $t_2$ ). A geração de calor durante o processo de furação é indicada por uma distribuição de fluxo de calor  $q''(t)$  sobre uma área circular definida pelo diâmetro da broca ( $D=2 \times r_b$ ). Se o fluxo de calor é desconhecido então o problema térmico é definido como um problema inverso de condução de calor. Ao contrário, se  $q''(t)$  é conhecido, assim como todas as outras condições de contorno, estabelece-se o problema direto. Nesta modelagem considera-se que todas as faces externas da peça estão expostas a um meio convectivo e, portanto sujeitas a um coeficiente de transferência de calor por convecção variável  $h_i = h(x,y,z,t)$ .

Dessa forma, a simulação térmica do processo de furação prevê que à medida que o tempo passa e o material da peça vai sendo arrancado um furo cilíndrico passa a existir no interior da peça. Nesse caso, o problema térmico deve considerar a mudança no contorno da peça em cada instante de tempo durante o processo de furação sendo que, o fluxo de calor gerado devido o atrito é imposto sempre na base deste cilindro.

Observa-se que a máxima temperatura durante o processo de furação é gerada na ponta da broca, nas lâminas primárias de corte, não ocorrendo variações significativas de temperatura no corpo da ferramenta, (CHEN, 1996), (SHEN *et. al*, 1997) (SHATLA; ALTAN, 2000). Essa observação permite a hipótese de fluxo de calor imposto apenas na base do cilindro enquanto as paredes, laterais da peça e adjacentes ao furo, são consideradas expostas à convecção.

Em outras palavras, o modelo térmico considera o efeito da broca como sendo representado por um fluxo de calor líquido imaterial que por sua vez é entregue á peça devido ao atrito entre a broca, peça e cavaco. Observa-se ainda que, como o grande interesse é a identificação das altas temperaturas na interface de corte, a ferramenta também poderia ser modelada. Entretanto, duas dificuldades adicionais surgiriam com a escolha deste caminho: a geometria complexa da broca e o seu movimento rotacional. Observa-se que tanto a montagem experimental representada pela fixação de termopares

em uma peça girante, como a modelagem térmica de uma broca de geometria complexa tornariam a tarefa muito mais complicada.

Retornando à Fig. 3.1, o modelo térmico tridimensional transiente é representado por uma amostra inicialmente a uma temperatura  $T_0$ . A amostra é então submetida a uma taxa de calor,  $q''(t)$ , na superfície,  $S_1$ , que se desloca em relação à profundidade de furação de acordo com o tempo e velocidade de avanço,  $u_y$  na Fig. 3.1. As demais superfícies são consideradas expostas à convecção.

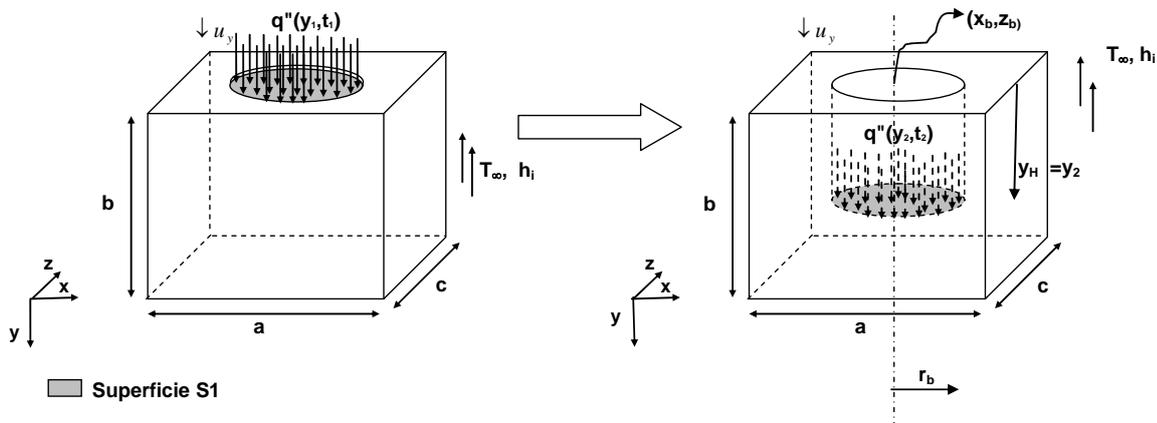


Figura 3.1 - Esquema do modelo térmico tridimensional transiente.

Então, no problema direto as seguintes hipóteses são consideradas:

1. As propriedades térmicas do material usinado são consideradas constantes. ( $k$  e  $\alpha$ )
2. As superfícies externas e as paredes do furo encontram-se expostas à convecção com coeficiente de convecção constante e igual para todas as superfícies.
3. A posição do fluxo de calor é determinada diretamente pela velocidade da broca e instante considerado.

Considerando essas condições, o problema térmico pode ser descrito pela equação da difusão de calor escrita por,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1a)$$

na região  $R$  ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ,  $0 < z < c$ ) e  $t > 0$ , sujeita às condições de contorno na interface de corte:

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=ux} = q_1(y,t) = q_1 \times \delta(y - u \times t) \text{ em } S_1 \quad (3.1b)$$

nas faces externas:

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = h_1(T_{y=b} - T_\infty) \quad (3.1c)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_2(T_{x=0} - T_\infty) \quad (3.1d)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = h_3(T_{x=a} - T_\infty) \quad (3.1e)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_4(T_{z=0} - T_\infty) \quad (3.1f)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=c} = h_5(T_{z=c} - T_\infty) \quad (3.1g)$$

as paredes internas do cilindro (furo) também estão expostas à convecção e podem ser representadas pelas equações,

$$k \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial y} \Big|_{y=y_H} = h_7(T(x,y,z)_{y=y_H} - T_\infty) \quad \text{sendo } (x, z) < (x_b, z_b) \text{ ou}$$

$$-k \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial y} \Big|_{y=y_H} = h_7(T(x,y,z)_{y=y_H} - T_\infty) \quad \text{sendo } (x, z) > (x_b, z_b)$$

nas regiões onde  $z$  e  $x$  coincidem com o círculo gerado pela broca de diâmetro  $D_b$  cujo centro está localizado na coordenada  $(x_b$  e  $z_b)$  como mostra a Figura 3.1b.

A condição inicial do problema é dada por,

$$T(x,y,z,0) = T_0 \quad (3.1d)$$

Nas Eqs.(3),  $y_H$  representa a profundidade de corte no instante  $t$ , ou seja, a profundidade é identificada pelo produto da velocidade de corte,  $u$ , versus o tempo de furação,  $t_H$

$$y_H = t_H \times u \quad (3.2)$$

e  $\delta(y - u \times t)$  representa a função delta de Dirac cujo valor não nulo refere-se apenas ao instante (e posição) onde ocorre a furação.

A solução numérica do problema direto, mostrado na Fig. 3.1, é desenvolvida usando-se o método dos Volumes Finitos (PATANKAR, 1980) em coordenadas retangulares. Apresentam-se, nas seções seguintes algumas etapas que envolveram o desenvolvimento, a discretização e a validação do modelo térmico tridimensional numérico.

### 3.3. - Discretização numérica do problema direto

#### 3.3.1 - Obtenção das equações discretizadas. Domínio fixo

A discretização da solução numérica foi desenvolvida segundo o método dos Volumes Finitos usando-se meios volumes na fronteira, malha estruturada e não uniforme e formulação totalmente implícita. Parte dessa discretização é apresentada a seguir.

A malha numérica é estruturada quando as células possuem uma determinada lei de construção, apresentando sempre o mesmo número de vizinhos, sendo composta por células que também podem ser chamadas de volumes elementares ou volumes finitos. Assim, o método dos Volumes Finitos pode ser definido em nível de volume elementar, como um balanço que satisfaz os princípios de conservação da energia a partir da solução de integrais no espaço (volume de controle) e no tempo. A Figura 3.2, mostra, esquematicamente, um fragmento da malha numérica criada para resolver o problema 3D de transferência de calor.

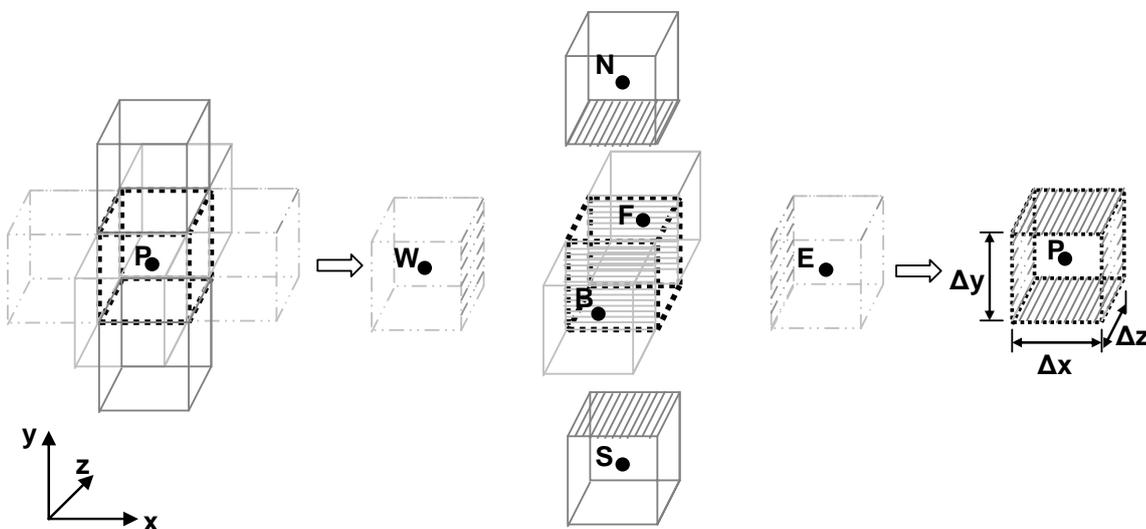


Figura 3.2 - Malha numérica estruturada.

Observa-se nas Figs. 3.2 e 3.3 que os seis vizinhos se comunicam diretamente com o volume P. Adota-se, neste trabalho, uma nomenclatura para cada nó de acordo com a sua posição em relação ao nó de interesse. Logo, conforme mostrado na Fig. 3.3 os nós vizinhos no mesmo plano do nó de interesse (P), são nomeados como W, E (oeste e leste), N e S (Norte e Sul), enquanto os nós vizinhos situados na direção do eixo z, são denominados, B e F, (para traz e para frente), sendo essa nomenclatura mantida em todo trabalho.

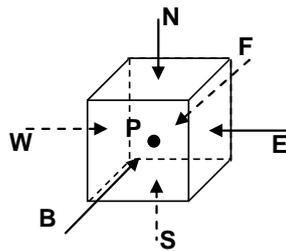


Figura 3.3 - Disposição e nomenclatura de um nó interior.

A equação em volumes finitos para o volume P, que representa um nó no interior do cubo, mostrado na Fig. 3.3, pode ser obtida a partir da integração numérica da Eq. (3.1a) no volume finito P e no intervalo de tempo  $\Delta t$ , ou seja,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_n^s \int_b^f \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) dx dy dz dt = \frac{1}{\alpha} \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_n^s \int_b^f \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (3.3)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta y \Delta z + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_s - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_n \right) \Delta x \Delta z + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_f - \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_b \right) \Delta x \Delta y \right) dt = \frac{1}{\alpha} \int_w^e \int_n^s \int_b^f (T^{t+\Delta t} - T^t) dx dy dz \quad (3.4)$$

$$\left( \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta y \Delta z + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_s - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_n \right) \Delta x \Delta z + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_f - \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_b \right) \Delta x \Delta y \right) \Delta t = \frac{1}{\alpha} (T_p^{t+\Delta t} - T_p^t) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.5)$$

Aplicando-se as derivadas numéricas baseando-se no método das diferenças finitas na Eq (3.5), obtém-se:

$$\left( \left( \frac{T_E - T_P}{\Delta x} - \frac{T_W - T_P}{\Delta x} \right) \Delta y \Delta z + \left( \frac{T_S - T_P}{\Delta y} - \frac{T_N - T_P}{\Delta y} \right) \Delta x \Delta z + \left( \frac{T_F - T_P}{\Delta z} - \frac{T_B - T_P}{\Delta z} \right) \Delta x \Delta y \right) =$$

$$= \frac{\overbrace{\Delta x \Delta y \Delta z}^V}{\alpha \Delta t} (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t) \quad (3.6)$$

e rearranjando

$$\left( \left( \frac{T_E - 2T_P + T_W}{\Delta x} \right) \Delta y \Delta z + \left( \frac{T_S - 2T_P + T_N}{\Delta y} \right) \Delta x \Delta z + \left( \frac{T_F - 2T_P + T_B}{\Delta z} \right) \Delta x \Delta y \right) =$$

$$\frac{\overbrace{\Delta x \Delta y \Delta z}^V}{\alpha \Delta t} (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t) \quad (3.7)$$

Como dito anteriormente, a formulação numérica desenvolvida neste trabalho é totalmente implícita. A formulação implícita pode ser definida a partir de uma função de interpolação no tempo, ou seja,

$$T = \theta T^{t+\Delta t} + (1 - \theta) T^t \quad (3.8)$$

onde a variável  $\theta$  assume o valor zero para a formulação explícita e *um* para a formulação totalmente implícita. Logo, usando-se  $\theta = 1$  na Eq. (3.8) a Eq.(3.7) torna-se,

$$\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta z} T_E^{t+\Delta t} + \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} T_W^{t+\Delta t} + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_N^{t+\Delta t} + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} T_S^{t+\Delta t} + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_B^{t+\Delta t} + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} T_F^{t+\Delta t}$$

$$- \left( \frac{2\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{2\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{2\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \frac{V}{\alpha \Delta t} \right) T_P^{t+\Delta t} = -\frac{V}{\alpha \Delta t} T_P^t \times (-1) \quad (3.9)$$

ou,

$$A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_B T_B^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} + A_P T_P^{t+\Delta t} = B \quad (3.10)$$

na qual

$$A_E = -\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x}, \quad A_W = -\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x}, \quad A_N = -\frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y}, \quad A_S = -\frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y}, \quad A_B = -\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z}, \quad A_F = -\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z}$$

$$A_P = \frac{2\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{2\Delta x \Delta z}{\Delta y} + \frac{2\Delta x \Delta y}{\Delta z} + \frac{V}{\alpha \Delta t} \quad e \quad B = \frac{V}{\alpha \Delta t} T_P^t$$

(3.11)

A Equação (3.10) representa a equação de difusão de calor numérica para um nó no interior do sólido, sujeito apenas à condução de calor.

Outra característica, da solução numérica desenvolvida, é o uso de meios volumes nas fronteiras. No problema abordado as condições de contorno podem ser dos três tipos: convecção, fluxo imposto ou isolamento ( $h=0$ ), Fig 3.4.

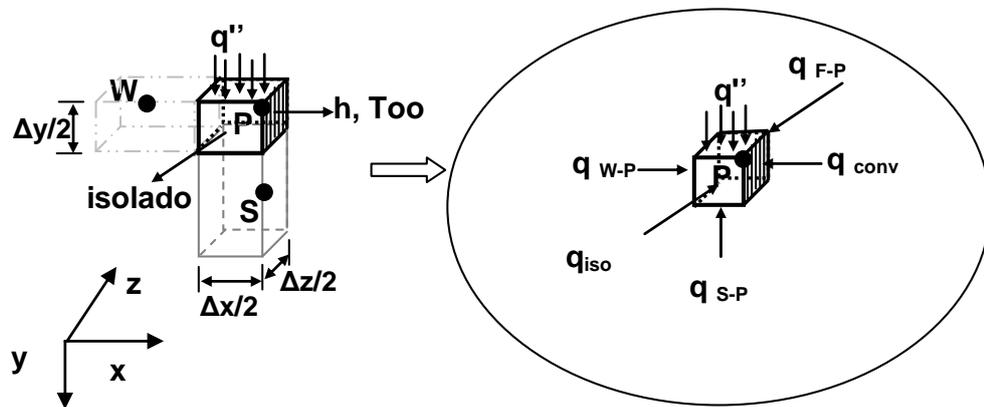


Figura 3.4 - Representação esquemática de um nó de canto sujeito a condições de contorno do tipo fluxo de calor prescrito ( $q''$ ), convecção ( $q_{conv}$ ) ou isolamento ( $q_{iso}$ ).

As equações discretizadas numericamente para as condições da Fig. 3.4 podem ser escritas de forma geral como

$$-\underbrace{\frac{\Delta y \Delta z}{4\Delta x}}_{A_W} T_W^{t+\Delta t} - \underbrace{\frac{\Delta x \Delta z}{4\Delta y}}_{A_S} T_S^{t+\Delta t} - \underbrace{\frac{\Delta x \Delta y}{4\Delta z}}_{A_F} T_F^{t+\Delta t} +$$

$$+ \underbrace{\left( \frac{\Delta y \Delta z}{4\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta z}{4\Delta y} + \frac{\Delta x \Delta y}{4\Delta z} + \frac{h}{k} \frac{\Delta y \Delta z}{4} + \frac{V}{\alpha \Delta t} \right)}_{A_P} T_P^{t+\Delta t} =$$

$$\underbrace{\frac{q}{k} \frac{\Delta x \Delta z}{4\Delta y} + \frac{h}{k} \frac{\Delta y \Delta z}{4} T_\infty + \frac{V}{\alpha \Delta t} T_P^t}_B$$

(3.12)

ou de forma compacta como,

$$A_W T_W^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} + A_P T_P^{t+\Delta t} = B \tag{3.13}$$

Assim o problema direto se reduz à solução de um sistema de equações algébricas lineares do tipo  $[A]*[T] = [B]$ , onde  $T = T^{t+\Delta t}$ .

As Eqs. 3.10 e 3.13 mostram a matriz generalizada representativa de um problema 3D, com n x m x p números de nós nas direções x, y e z respectivamente.

$$\begin{bmatrix} A_{P_1} & A_{E_1} & 0 & A_{N_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{F_1} & 0 & 0 & 0 \\ A_{W_2} & A_{P_2} & A_{E_2} & 0 & A_{N_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{F_2} & 0 & 0 \\ 0 & A_{W_3} & A_{P_3} & A_{E_3} & 0 & A_{N_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{F_3} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & A_{B_{n-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{S_{n-2}} & 0 & A_{W_{n-2}} & A_{P_{n-2}} & A_{E_{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & A_{B_{n-1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{S_{n-1}} & 0 & A_{W_{n-1}} & A_{P_{n-1}} & A_{E_{n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{B_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{S_n} & 0 & A_{W_n} & A_{P_n} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \\ \vdots \\ \bar{T}_{n-2} \\ \bar{T}_{n-1} \\ \bar{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_{n-2} \\ B_{n-1} \\ B_n \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

A solução do sistema acima é obtida usando o método iterativo S.O.R (Successive Over Relaxation). Nos métodos iterativos o número de operações aritméticas não pode ser pré-determinado, entretanto, esses métodos são caracterizados por não exigir muita memória computacional e são especialmente apropriados quando o número de equações (nº de nós) é grande. O método de sobrerelaxações sucessivas (S.O.R) consiste em um método iterativo, que procura acelerar o processo de convergência do sistema linear. O S.O.R. pode ser facilmente deduzido a partir do método de Newton-Raphson (RUGGIERO; LOPES, 1996), cujo objetivo é determinar o zero da função F (Fig. 3.5).

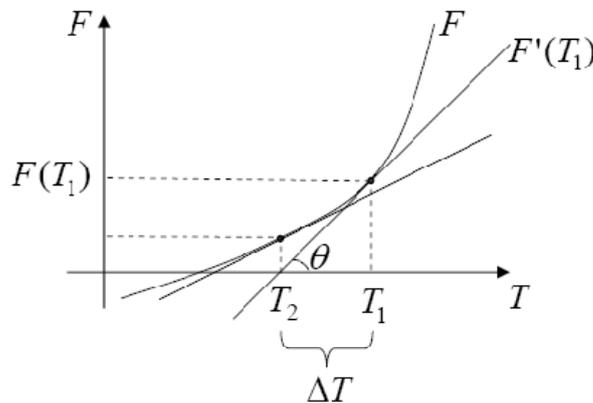


Figura 3.5 - Método Newton-Raphson.

O método de Newton-Raphson é considerado um dos processos eficiente para o cálculo de raízes de equações e pode ser descrito pela equação:

$$T_i = T_i - w \frac{F(T_i)}{F'(T_i)} \quad (3.15)$$

onde  $T_i$  é a temperatura no nó  $i$  da malha numérica,  $F'(T_i)$  é a derivada de  $F$  no ponto  $T_i$  e  $w$  é o coeficiente de relaxação, que serve para acelerar avançar mais rapidamente a solução, quando o processo está lento ( $1 < w < 2$ ), ou desacelerar quando o processo estiver avançando demasiadamente, podendo causar divergência ( $0 < w < 1$ ). Em transferência de calor o valor de  $w$  depende fortemente da distância entre nós ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ) e do intervalo de tempo. A função  $F$ , é determinada com base na Eq. (3.10), reescrita abaixo:

$$A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_B T_B^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} + A_P T_P^{t+\Delta t} = B$$

onde

$$F(T_P) = A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_B T_B^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} + A_P T_P^{t+\Delta t} - B \quad (3.17)$$

$$\text{Logo } F'(T_P) = A_P$$

Substituindo as Eqs. (3.16) e (3.17) na Eq. (3.15), obtém-se,

$$T_P^{t+\Delta t} = T_P^{t+\Delta t} - w \frac{(A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_B T_B^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} + A_P T_P^{t+\Delta t} - B)}{A_P} \quad (3.18)$$

A convergência do método iterativo, S.O.R., é obtida quando a diferença entre  $T_P$ , calculado pela expressão anterior [Eq. (3.18)], e  $T_P$  atualizado pela Eq. (3.10) for inferior a um erro predefinido,  $\varepsilon$ , ou seja,

$$\left| T_P^{t+\Delta t} - \left( \frac{A_E T_E^{t+\Delta t} + A_W T_W^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_B T_B^{t+\Delta t} + A_F T_F^{t+\Delta t} - B}{-A_P} \right) \right| < \varepsilon \quad (3.19)$$

Sendo assim, o programa somente avançará no tempo quando todos os nós satisfizerem a Eq. (3.19). Os resultados obtidos numericamente foram comparados com

duas soluções analíticas como forma de validar a solução numérica 3D, os resultados são apresentados a seguir.

### 3.3.2. - Implementação numérica da malha ajustável ao domínio móvel durante o processo de furação

#### 3.3.2.1 - Modelo de furação com um rasgo retangular

Uma característica importante do processo de furação, do ponto de vista da modelagem térmica está na fonte de calor que neste caso é móvel e avança à medida que o material vai sendo arrancado, além do domínio (peça) mudar em cada instante devido à perda de material. Assim, embora as equações discretizadas obtidas na seção anterior sejam parte da solução do problema, resta-nos ainda a abordagem da variação temporal, tanto da fonte quanto do domínio em estudo. Inicialmente essa abordagem será apresentada na forma hipotética de um processo de furação cujo resultado seria um rasgo retangular. O caso real de furação com uma broca helicoidal é apresentado logo a seguir, usando-se o mesmo procedimento, porém fazendo os ajustes necessários à geometria do furo. A apresentação das equações, desta forma, procura apenas ser um pouco mais didática e refletir os estágios no desenvolvimento da solução do problema direto.

A Figura 3.6 representa o processo de furação em dois tempos distintos. Para uma melhor representação desse processo, inicialmente, o furo é representado por um rasgo transversal.

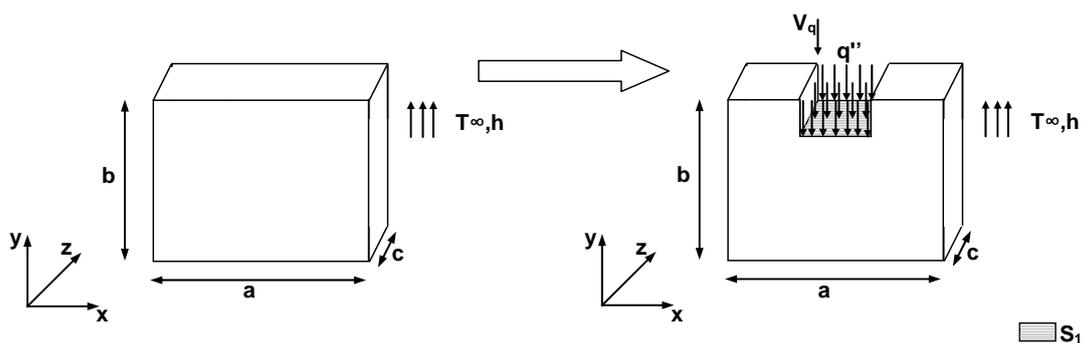


Figura 3.6 - Representação de uma malha variável com rasgo transversal: a) Tempo  $t=0$  b) Tempo  $t=t_1$

O problema térmico, mostrado acima, consiste de um fluxo de calor retangular imposto no centro de um paralelepípedo. À medida que o tempo evolui a base do rasgo

retangular se desloca, ou seja, ganha profundidade, formando um rasgo cujas faces internas passam a ser expostas a um meio convectivo.

Numericamente, a formação do rasgo é obtida por meio da retirada de volumes de controle de acordo com a evolução do tempo e da velocidade. Assim a malha, estruturada e não uniforme, é refinada na direção e sentido positivo de  $y$ , ou seja, no sentido da velocidade de avanço. Dessa forma é possível assegurar que a cada passo no tempo se retire da malha exatamente a profundidade avançada. A implementação numérica do rasgo se dá por meio da identificação da posição da broca e da manipulação dos nós cujo domínio não mais existe. Ou seja, caso em um determinado instante a broca já esteja em posição avançada, o nós relativos ao material não mais existente são simplesmente ignorados no cálculo das temperaturas. Nesse caso, os nós no interior do rasgo continuam existindo na malha numérica, porém são simplesmente retirados dos cálculos, deixando de existir para a solução e alterando a posição do contorno, quer na região do fluxo imposto quer nas superfícies expostas à convecção.

A habilidade de adaptação à geometria variável no tempo é obtida mediante a definição de novas variáveis tais como: dimensões do rasgo e velocidade de avanço da broca, que por sua vez, são parâmetros de entrada e devem alimentar o algoritmo desenvolvido em C++. Uma vez identificada a posição da broca, em cada instante, a geometria variável é estabelecida com a *função área*, responsável pelo cálculo das áreas ( $A_P$ ,  $A_W$ ,  $A_E$ ,  $A_N$ ,  $A_S$ ,  $A_B$ ,  $A_F$ ) sujeitas à condução de calor, fluxo de calor, isolamento ou convecção. A *função área* tem, portanto, a finalidade de detectar a localização do fluxo de calor em um determinado passo de tempo e cortar os volumes, assumindo perdas de calor por convecção nas regiões onde não há mais material e adaptando-os à geometria da base do rasgo. As novas formas para os volumes e áreas em um determinado instante em que o material foi arrancado são mostradas na Fig. 3.7.

Os volumes que compõem a base do rasgo, mantém sua formulação como meios volumes na fronteira assumindo uma forma de L. Observa-se que a área do lado direito ( $A_E$ ) está dividida em relação às condições de contorno, ou seja, metade está na fronteira e, portanto exposta a convecção e a outra metade está no sólido, isto é, sujeita apenas à condução. O mesmo acontece com a área superior, ( $A_N$ ).

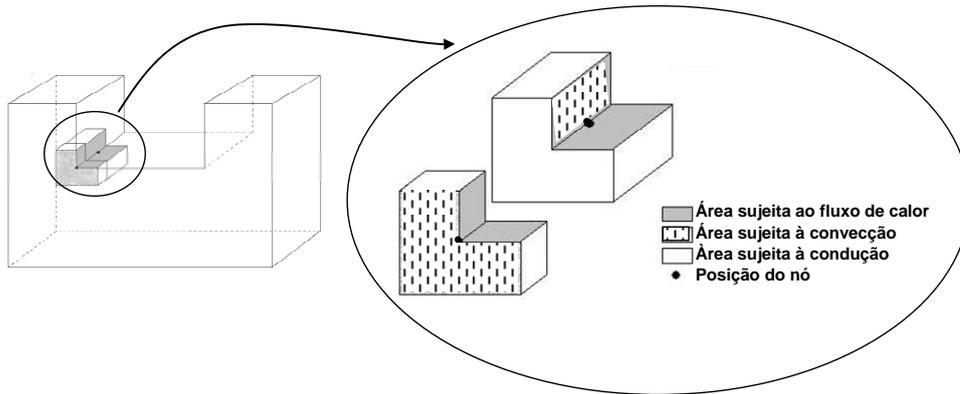


Figura 3.7 - Representação de um meio volume na fronteira onde o material é arrancado devido ao processo de furação.

Para exemplificar e esclarecer as alterações feitas apresenta-se o desenvolvimento da equação em volumes finitos para o nó P, Fig. 3.8.

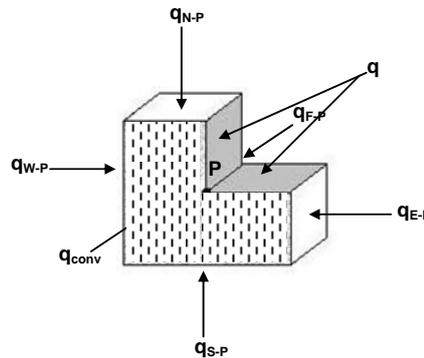


Figura 3.8 - Balanço de energia em um meio volume localizado na fronteira na interface de corte.

Aplicando-se um balanço de energia no volume representado na Fig. 3.8 obtém-se,

$$\begin{aligned}
 & - \underbrace{\frac{\Delta y \Delta z}{2 \Delta x}}_{A_W} T_W^{t+\Delta t} - \underbrace{\frac{\Delta y \Delta z}{4 \Delta x}}_{A_E} T_E^{t+\Delta t} - \underbrace{\frac{\Delta x \Delta z}{4 \Delta y}}_{A_N} T_N^{t+\Delta t} - \underbrace{\frac{\Delta x \Delta z}{2 \Delta y}}_{A_S} T_S^{t+\Delta t} - \underbrace{\left[ \frac{\Delta y / 2 (\Delta x + \Delta x / 2)}{\Delta z} \right]}_{A_F} T_F^{t+\Delta t} + \\
 & + \left( \frac{\Delta y \Delta z}{2 \Delta x} + \frac{\Delta y \Delta z}{4 \Delta x} + \frac{\Delta x \Delta z}{4 \Delta y} + \frac{\Delta x \Delta z}{2 \Delta y} + \frac{h}{k} \left[ \frac{\Delta y}{2} (\Delta x + \Delta x / 2) \right] + \frac{\left[ \frac{\Delta y}{2} (\Delta x + \Delta x / 2) \right]}{\Delta z} + \frac{V}{\alpha \Delta t} \right) T_P^{t+\Delta t} = \\
 & = \frac{q}{k} \frac{\Delta y \Delta z}{4} + \frac{q}{k} \frac{\Delta x \Delta z}{4} + \frac{h}{k} \left[ \frac{\Delta y}{2} (\Delta x + \Delta x / 2) \right] T_\infty + \frac{V}{\alpha \Delta t} T_P^t
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Com as alterações propostas é possível simular o problema 3D, com geometria variável, apresentado nesta seção, que preferencialmente seria o modelo representativo da peça. A escolha desse modelo facilitaria a adaptação da geometria, uma vez que o código é desenvolvido em malha estruturada. Entretanto, o modelo da Fig. 3.6, apesar de simples e mais fácil de implementar, não é uma representação satisfatória do problema real uma vez que o furo é circular com o diâmetro da broca. A modelagem do furo é então apresentada a seguir.

### 3.3.2.2 - Modelo de furação com um furo circular

Uma vez obtida as equações discretizadas e definido o procedimento de adaptação da malha numérica à geometria variável, apresenta-se o procedimento para a adaptação a um fluxo circular. A Figura 3.9 apresenta o problema de furação em dois tempos distintos.

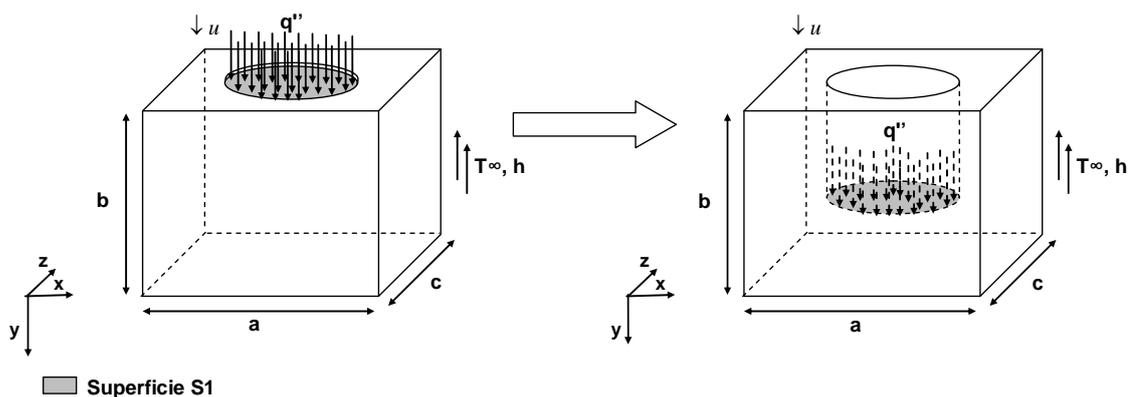


Figura 3.9 - Modelo térmico proposto para a solução de um problema direto durante um processo de furação com broca helicoidal.

Observa-se que neste estágio o código desenvolvido já conta com a habilidade de resolver problemas 3D com malha variável, podendo gerar um rasgo transversal que varia gradativamente sua profundidade com o tempo. Nesta seção apresentam-se as últimas alterações feitas no código numérico, desenvolvido em volumes finitos, para que este seja possível simular o problema de furação.

A formulação em volumes finitos para os nós interiores e paredes externas, neste caso, segue a forma da Eq.(3.10), conforme demonstrado na seção 3.1.1. Para adaptar o código computacional ao problema proposto uma das alterações necessárias é a mudança da área de atuação do fluxo, neste caso um círculo. Como se trata de malha estruturada, uma circunferência pode ser aproximada refinando-se a malha na face onde o fluxo é imposto, de modo que, quanto mais fina a malha melhor a aproximação.

Originalmente o código é capaz de refinar a malha de forma a localizar a posição exata de termopares, ou seja, na malha gerada existirá um nó localizado precisamente na posição de cada termopar analisado, o que possibilita a obtenção de soluções mais precisas, não sendo necessário refinar todo o volume, reduzindo assim o número de equações e garantindo um menor tempo computacional. Para gerar a área de atuação do fluxo, usou-se uma função que gera os pontos de uma circunferência com base no raio e posição do centro do furo. Esses pontos, referentes ao contorno da circunferência, foram inseridos nos dados de entrada para a geração da malha. Usando a capacidade, já existente no código, de refinar a malha apenas nas proximidades de determinados pontos, gera-se a rede nodal de modo que, cada um dos pontos da circunferência seja um nó.

No sentido do fluxo, ou seja, no eixo  $y$  a malha é construída com base na velocidade de avanço da broca, ou seja, a distância de um nó ao outro ( $\Delta y$ ) é exatamente igual ou múltiplo do produto da velocidade de avanço pelo passo no tempo ( $u \cdot \Delta t$ ). Dessa forma não se perde nenhuma informação na variação da malha a cada passo da broca. A cada passo no tempo a base do cilindro se desloca aumentando a profundidade do furo gerado pela furação e os nós que se encontram dentro do cilindro, que representam o material retirado, são retirados da solução deixando assim de existir.

Localizados os nós da circunferência e assim delimitada a área do fluxo, resta, para concluir o código de geração do furo, reajustar a função área. Essa adaptação consiste em inserir os novos volumes de fronteira, que novamente, assumem formas pouco convencionais, tendo lados submetidos a dois tipos de contornos simultaneamente.

Os volumes sujeitos a fluxo de calor, base do cilindro, podem assumir três diferentes formas como mostrado a seguir, Fig. 3.10.

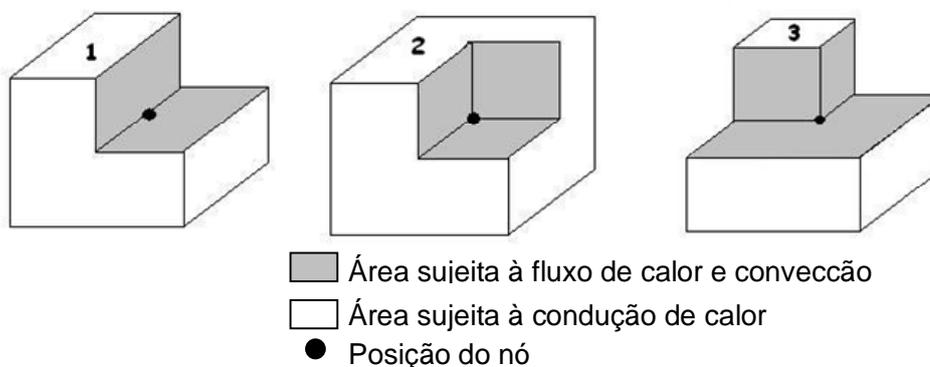


Figura 3.10 - Exemplos de volumes de fronteira que surgem à medida que material é arrancado

A união desses três volumes forma a base do cilindro, como mostra a Fig. 3.11.

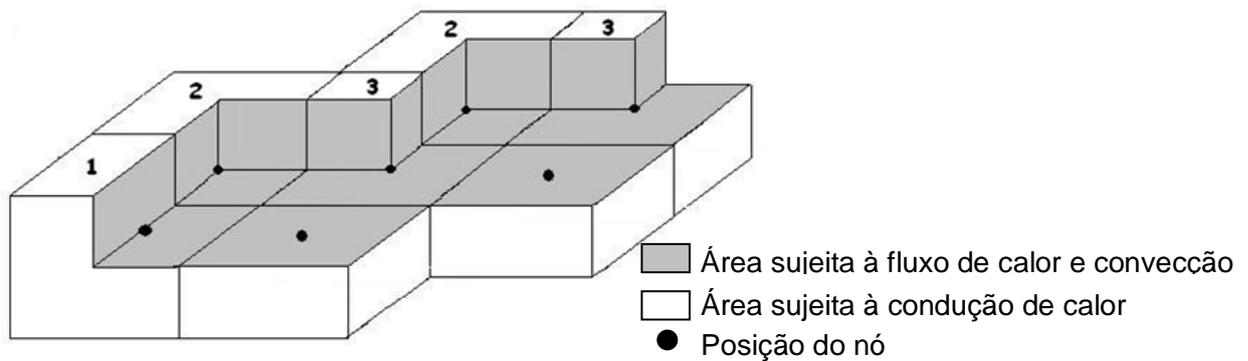


Figura 3.11 - Base do cilindro.

A equação em volumes finitos para esses volumes é obtida como já demonstrado na Seção 3.1.2. É importante lembrar que em todos os esquemas apresentados para os volumes gerados, a distância entre nós permanece constante e igual em todas as direções, entretanto no código numérico as dimensões  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  podem ser diferentes entre si e ainda a posição de um nó em relação ao outro no mesmo eixo, pode ser na maioria dos casos variável, ou seja,  $\Delta x_1 \neq \Delta x_2$ .

A seguir são apresentados alguns resultados com o intuito de se validar a solução do problema direto, ainda que parcialmente. Inicialmente, soluções analíticas de problemas mais simples com malha fixa são usadas e em seguida soluções com rasgo retangular e furo circular são obtidos. O programa desenvolvido em volumes finitos para o caso proposto foi comparado com resultados obtidos por um modelo resolvido em Ansys, sendo que o caso de comparação consiste de um cubo com um cilindro estático no centro.

### 3.4 - Análises de resultados visando a validação parcial do algoritmo desenvolvido

#### 3.4.1 - Validação parcial do modelo 3D: Domínio fixo

Inicialmente, para a validação parcial do código computacional, comparou-se a solução numérica com a solução analítica de um problema térmico 3D transiente em um cubo sem furo. O modelo escolhido para a obtenção da solução analítica é representado na Fig. 3.12

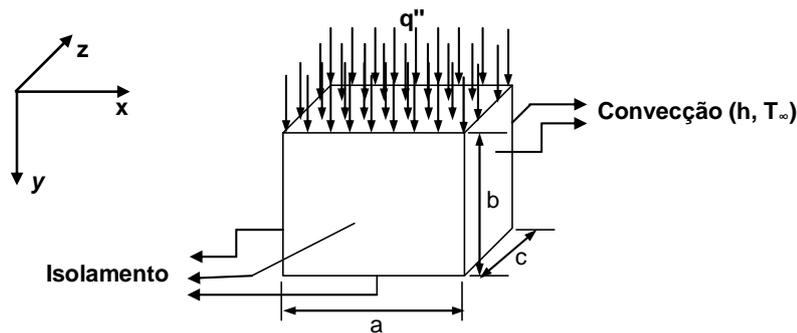


Figura 3.12 - Problema térmico 3D transiente submetido a uma fonte fixa de calor.

Ou seja, o caso particular escolhido envolve uma fonte de calor fixa,  $q=10^5 \text{ W/m}^2$ , aplicada na superfície superior (face N) enquanto três superfícies são isoladas (face W, B e S) e duas superfícies restantes expostas a um meio convectivo com coeficiente de convecção  $h=20 \text{ W/m}^2\text{K}$  (faces F e L) e temperatura ambiente  $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ . As dimensões do cubo são iguais à  $0,01\text{m}$ , o material simulado é aço inoxidável AISI 340 com valores de condutividade térmica ( $k$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ), respectivamente, de  $14,9 \text{ W/mK}$  e  $3,95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . A Figura 3.13 apresenta esquematicamente o posicionamento dos 5 termopares simulados. A solução numérica é então comparada com duas diferentes soluções analíticas para assegurar a precisão dos resultados.

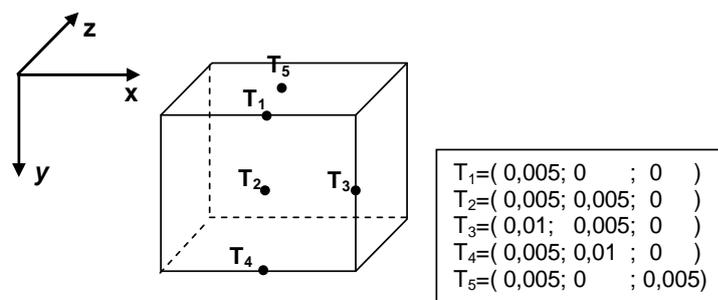


Figura 3.13 - Posições das temperaturas usadas para a comparação entre as soluções

As temperaturas para cada posição mostrada na Fig. 3.13 foram calculadas para 4 tempos diferentes e são mostradas nas Tabelas 3.1-3.3. Duas soluções analíticas disponíveis na literatura foram usadas para a validação da solução numérica. A Tabela 3.1 apresenta a solução analítica obtida por Fernandes (2009) denominada (TA\*) enquanto a Tabela 3.2 apresenta a solução analítica desenvolvida por Walker e Beck (2008) denominada (TA\*\*) que apresenta o resultado de temperatura com precisão de 8 casas

decimais. Nas tabelas os valores são apresentados com 4 casas decimais para que se possa comprovar a precisão das soluções.

Tabela 3.1 - Evolução transiente de temperaturas para posições descritas na Figura 3.13 usando solução analítica apresentada por Fernandes (2009)

<b>Tempo [s]</b>	<b>T1 [°C]</b>	<b>T2 [°C]</b>	<b>T3 [°C]</b>	<b>T4 [°C]</b>	<b>T5 [°C]</b>
<b>10</b>	78.5104	53.6418	53.5233	45.5350	78.4294
<b>20</b>	104.9440	79.8081	79.5584	71.4339	104.8189
<b>30</b>	130.8409	105.6996	105.3202	97.3200	130.6725
<b>40</b>	156.4606	131.3192	130.8113	122.9395	156.2494
<b>50</b>	181.8111	156.6698	156.0348	148.2901	181.5576

Tabela 3.2 - Evolução transiente de temperaturas para posições descritas na Figura 3.13 usando soluções analíticas baseadas em Walker e Beck (2008)

<b>Tempo [s]</b>	<b>T1 [°C]</b>	<b>T2 [°C]</b>	<b>T3 [°C]</b>	<b>T4 [°C]</b>	<b>T5 [°C]</b>
<b>10</b>	78.5065	53.6298	53.5241	45.5302	78.4709
<b>20</b>	104.9397	79.7957	79.5592	71.4288	104.8603
<b>30</b>	130.8366	105.6872	105.3209	97.3149	130.7139
<b>40</b>	156.4563	131.3068	130.8121	122.9344	156.2909
<b>50</b>	181.8068	156.6573	156.0356	148.2850	181.5991

Tabela 3.3. – Evolução transiente de temperaturas para posições descritas na Figura 3.13 usando solução numérica

<b>Tempo [s]</b>	<b>T1 [°C]</b>	<b>T2 [°C]</b>	<b>T3 [°C]</b>	<b>T4 [°C]</b>	<b>T5 [°C]</b>
<b>10</b>	79.0379	53.10246	53.04448	45.06705	77.94484
<b>20</b>	105.311	78.8629	78.67728	70.31487	104.1748
<b>30</b>	130.8337	104.3660	104.0525	95.79825	129.6550
<b>40</b>	156.0806	129.6119	129.1719	121.0434	154.8598
<b>50</b>	181.0722	154.6034	154.0381	146.0349	179.8098

As comparações entre as soluções são apresentadas nas Figs. 3.14 - 3.17. Observa-se que qualquer que seja a solução analítica usada os maiores desvios são inferiores a 1.6%, o que representa um valor satisfatório para soluções numéricas. Os erros são melhores observados nas Figs. 3.15 e 3.17 que apresentam os desvios relativos calculados entre a solução numérica e cada uma das soluções analíticas.

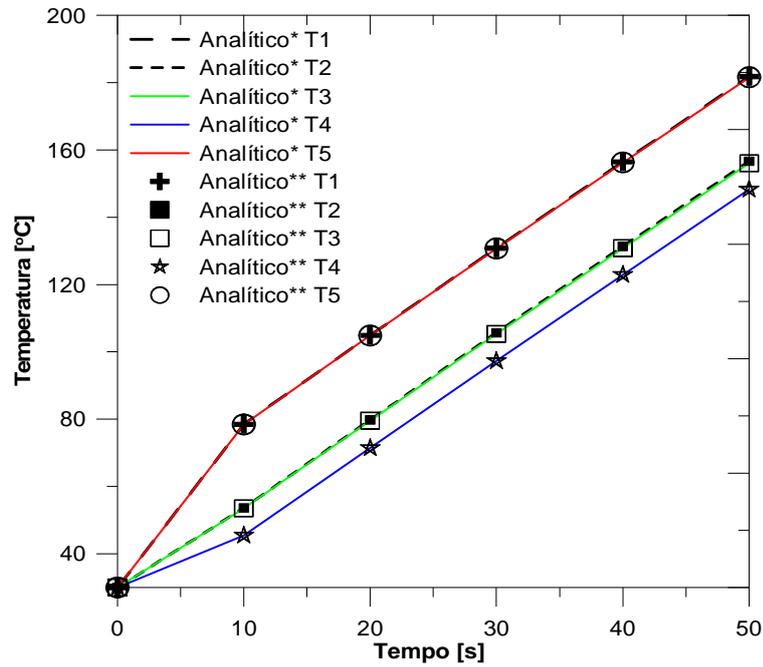


Figura 3.14 - Comparação entre temperaturas obtidas com soluções analíticas,  $T_A^*$ , e soluções numéricas usando o código desenvolvido neste trabalho.

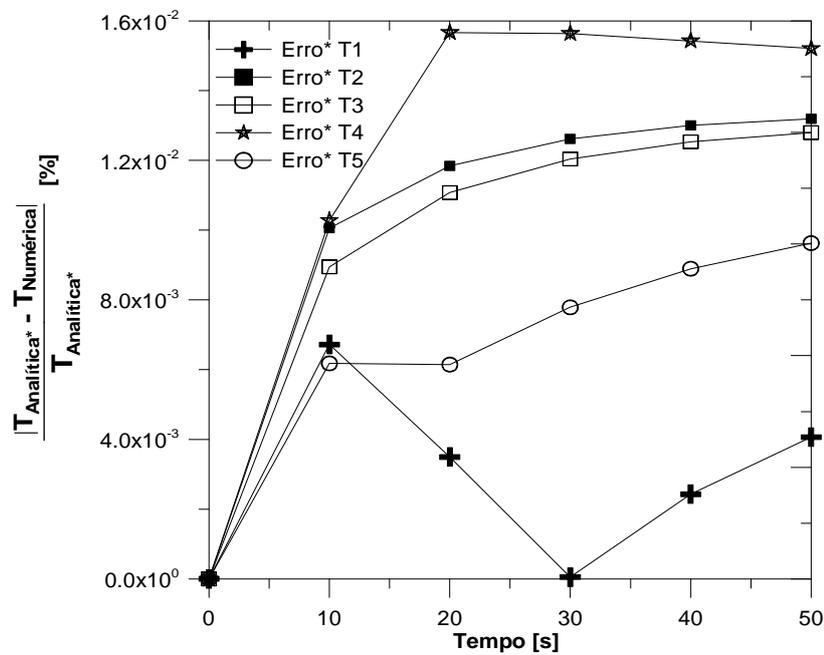


Figura 3.15 - Erro relativo entre as temperaturas calculadas com soluções analíticas,  $T_A^*$ , e soluções numéricas usando o código desenvolvido neste trabalho.

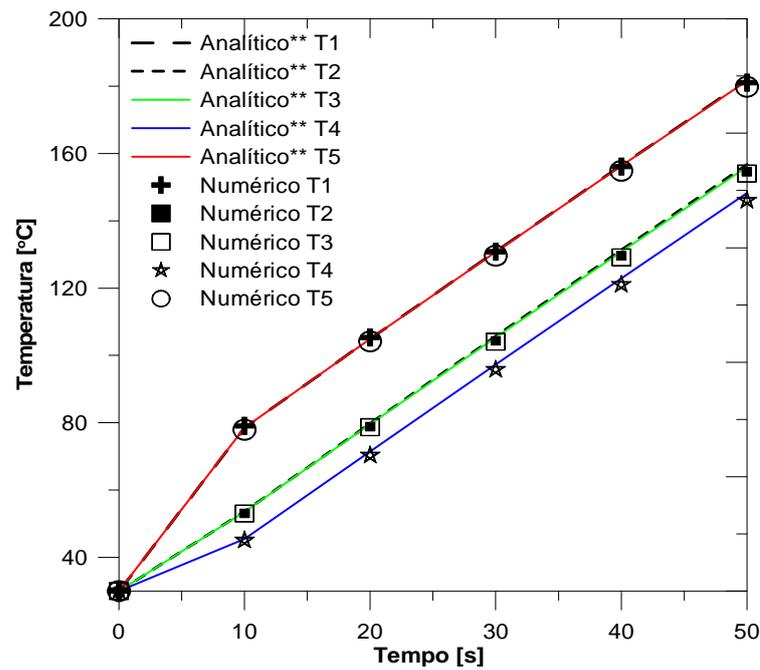


Figure 3.16 - Comparação entre temperaturas obtidas com soluções analíticas,  $TA^{**}$ , e soluções numéricas usando o código desenvolvido neste trabalho.

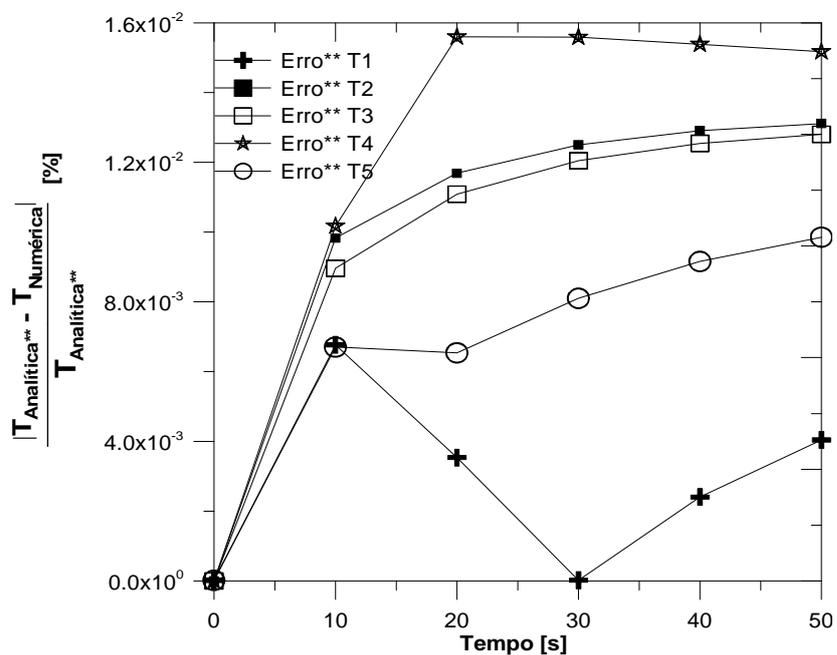


Figura 3.17 - Erro relativo entre as temperaturas calculadas com soluções analíticas,  $TA^{**}$ , e soluções numéricas usando o código desenvolvido neste trabalho.

Embora o problema 3D apresentado na Figura 3.13 represente um problema mais simples, as soluções analíticas disponíveis na literatura não são triviais ou de simples implementação. Por exigir implementação numérica e por serem baseadas em série

convergentes e portanto dependerem de um certo número mínimo de autovalores, são apresentadas nas Figuras 3.18-3.19 comparações entre as próprias soluções analíticas, cujo valor exato depende certamente da implementação numérica da solução.

Observa-se nas Figuras 3.18 e 3.19 que os valores das temperaturas são absolutamente convergentes, obtendo-se desvios absolutos inferiores a  $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$  ou erros relativos de temperaturas inferiores a  $0,052\%$  (região crítica). Na realidade essa região é crítica (0 - 10 s) em razão das metodologias usadas nas diferentes soluções analíticas, sendo que Walker e Beck (2008) consideram séries diferentes para tempos inferiores a 10 s. A Tabela 3.4 apresenta os desvios relativos entre as duas soluções.

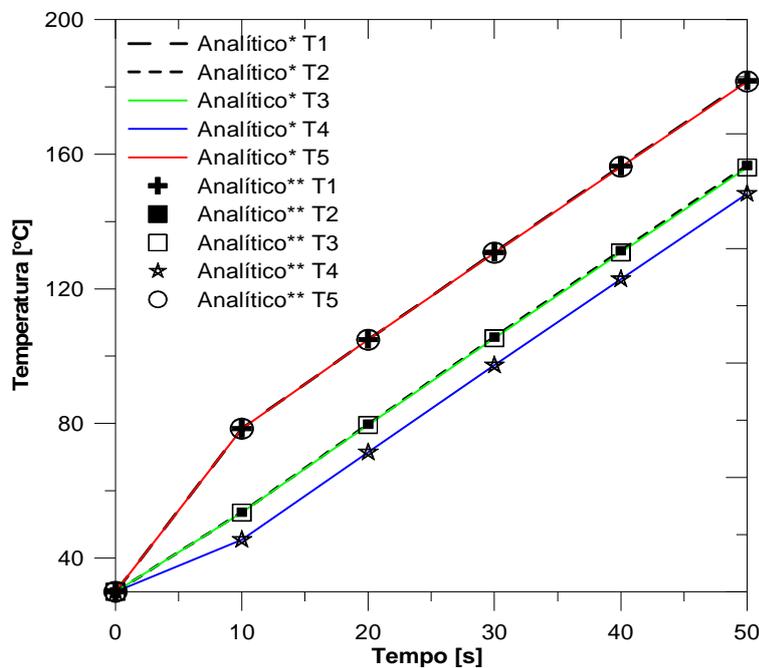


Figura 3.18 - Comparação entre temperaturas obtidas com soluções analíticas, TA\* e TA\*\*.

Tabela 3.4 - Desvio relativo entre temperaturas obtidas com soluções analíticas, TA\* e TA\*\* considerando TA\*\* como referência.

Tempo [s]	Desvio % T1	Desvio % T2	Desvio % T3	Desvio % T4	Desvio % T5
10	0.0049	0.0223	0.00157	0.01036	0.0528883
20	0.0040	0.01550	0.00107	0.00708	0.0395676
30	0.0032	0.01172	0.00072	0.00518	0.0317481
40	0.0027	0.00943	0.00064	0.00410	0.0265675
50	0.0023	0.00793	0.00053	0.00343	0.0228817

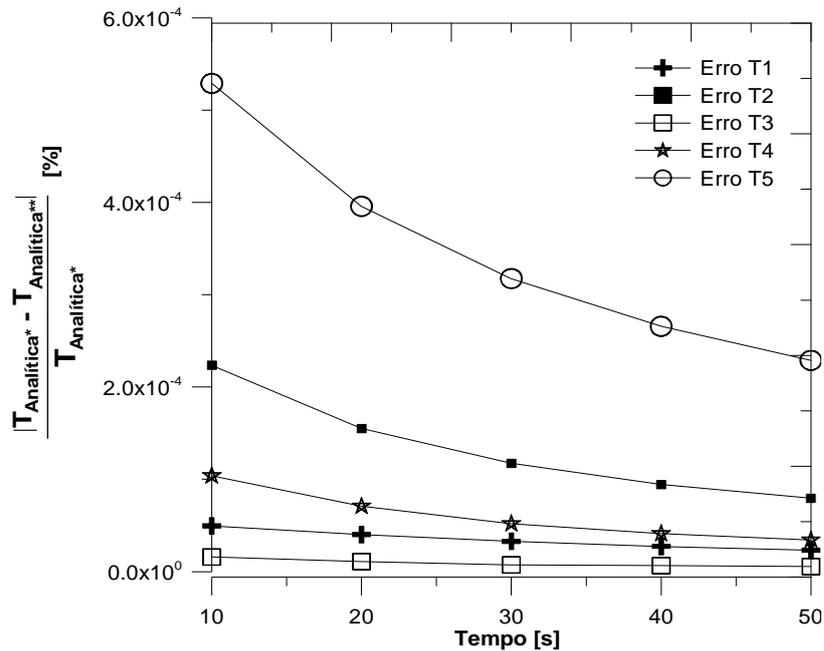


Figura 3.19 – Desvios Absolutos entre temperaturas obtidas com soluções analíticas, TA\* e TA\*\*.

Observa-se que a distância entre os termopares e a fonte de calor é determinante no comportamento da temperatura para cada posição, os termopares T1 e T5 apresentam maiores temperaturas por estarem posicionados na região de imposição da fonte de calor, enquanto que o termopar T4 apresenta o menor gradiente de temperatura por se encontrar mais distante da fonte de calor. Também se conclui que a variação de temperatura mais significativa se encontra no sentido do eixo y, uma vez que os termopares posicionados na mesma altura apresentam perfis térmicos muito semelhantes, como acontece para os termopares T1 e T5 e, T2 e T3.

Percebe-se que o desvio relativo, Fig. 3.19, decresce para todos os sensores com o tempo, esse comportamento era esperado uma vez que a solução analítica de Walker e Beck (2008) trabalha com o conceito de partições no tempo (BECK *et al.*, 1992) para tratar tempos menores e a solução de Fernandes (2009) não.

Conclui-se da comparação entre as soluções analíticas que essa adequação para tempos menores é desnecessária visto que o desvio é da ordem de 0.05%, sendo assim o problema pode ser tratado durante todo tempo da mesma forma, simplificando a solução.

### 3.4.2 - Malha ajustável ao domínio móvel: caso teste com uma fonte fixa em um tempo intermediário

A Figura 3.20 apresenta o caso teste usado para implementar numericamente as condições estabelecidas no meio volume e dadas pela Eq. (3.20). As variáveis, dimensões e todos os detalhes necessários para resolver o problema direto são mostrados na Fig. 3.20. O material simulado é aço inoxidável AISI 304.

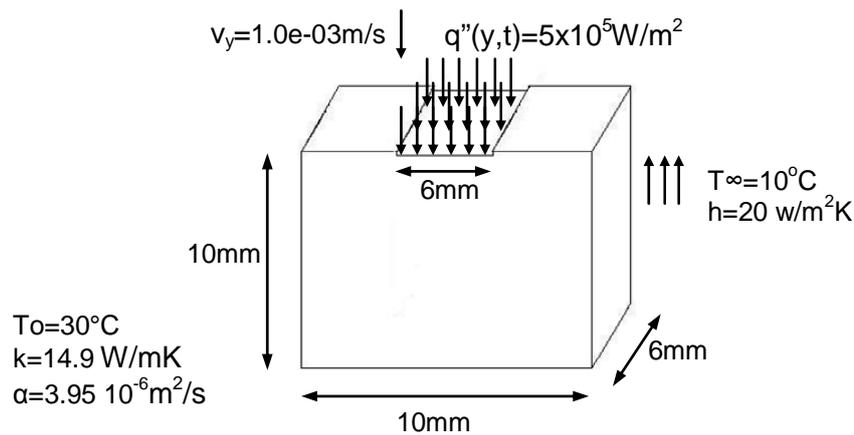
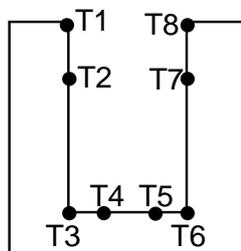


Figura 3.20 - Caso teste para verificação da implementação do rasgo retangular.

A Figura 3.21 mostra as posições dos termopares simulados. A evolução da temperatura no tempo para todos os sensores é mostrada na Fig. 3.22. O tempo total de simulação é de 10 s e a condição de fluxo na fronteira permanece ativa apenas nos primeiros 5 s (tempo de furação). Durante os segundos finais o fluxo de calor imposto é nulo.



Sensor	x[mm]	y[mm]
T1	2	10
T2	2	8
T3	2	2
T4	4	2
T5	6	2
T6	8	2
T7	8	8
T8	8	10

Figura 3.21 - Posição dos termopares ( $z=6\text{mm}$ ).

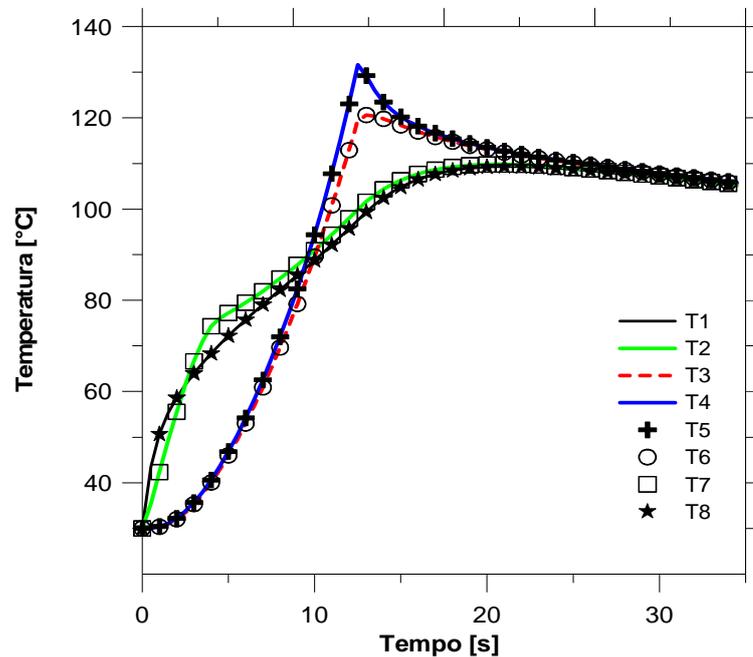


Figura 3.22 - Perfis de temperatura para as posições mostradas na Fig. 3.21

Observa-se que o problema representado pela Fig. 3.20 é simétrico, o que se confirma pelos resultados. Para este caso intermediário nenhuma validação foi desenvolvida. Entretanto, o código numérico conta com uma função que calcula a variação de energia para cada passo no tempo. A conservação de energia pode ser descrita por

$$\dot{E}_{entra} - \dot{E}_{sai} = \dot{E}_{armazenada} \Rightarrow e = (\dot{E}_{entra} - \dot{E}_{sai}) - \dot{E}_{armazenada} \quad (3.22)$$

A diferença, ( $e$ ), expressa pela Eq. (3.22), deveria ser zero. No entanto, como se trata de uma solução numérica essa diferença deve se manter o mais próximo possível de zero. Para a solução apresentada o valor dessa diferença é da ordem de  $10^{-4}$ , o que garante que a conservação da energia ( $e$ ) permanece em torno de zero, representando um bom indício de que a solução numérica está correta.

O campo de temperatura completo para o problema proposto é apresentado a seguir. A seqüência de figuras mostra a evolução da temperatura com o tempo. Também é possível observar a progressão do rasgo, bem como o aquecimento e posterior resfriamento.

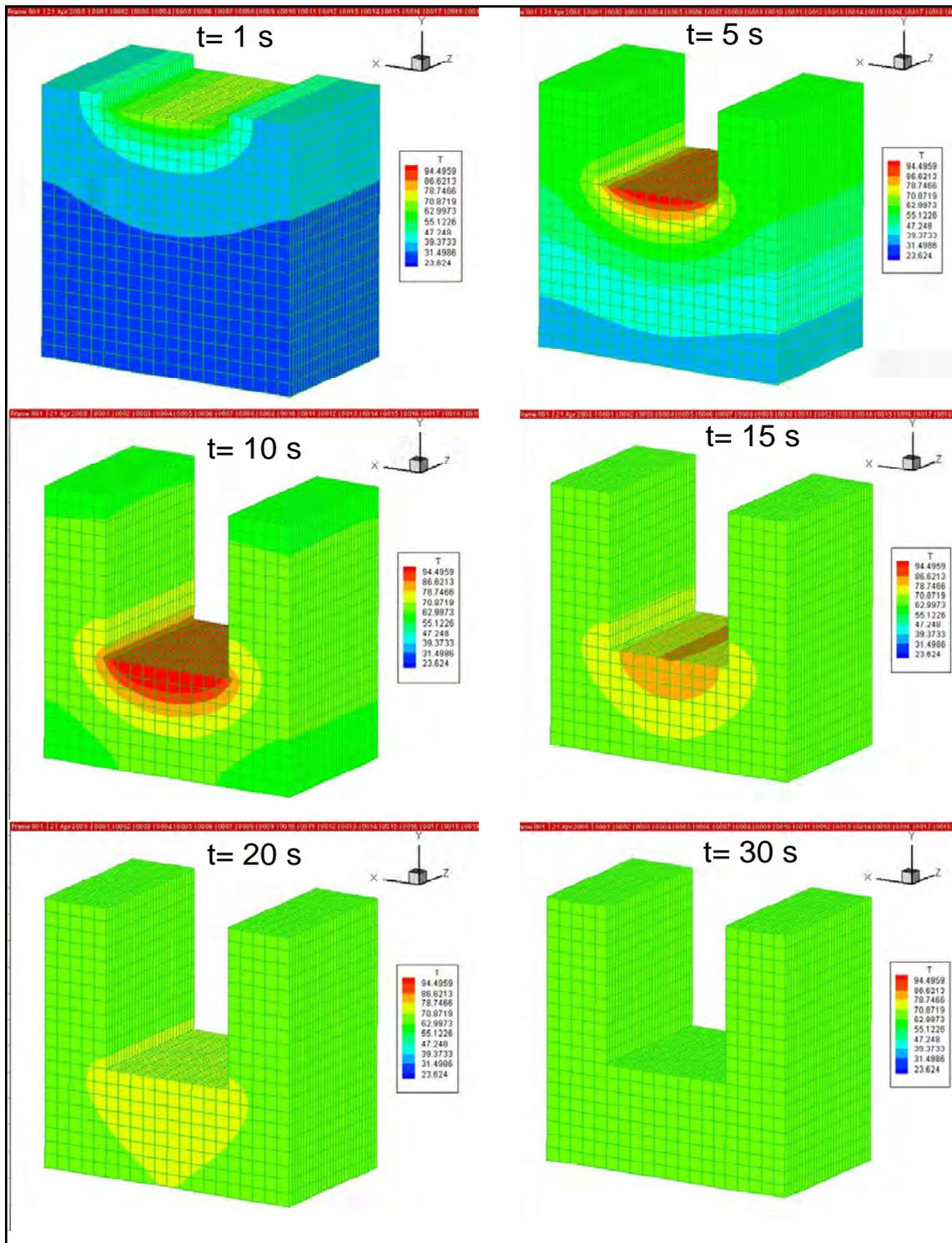


Figura 3.23 - Campo de temperatura simulado para a evolução de um rasgo retangular

3.4.3 - Resultados preliminares para o problema que simula termicamente um processo de furação com broca helicoidal

### 3.4.3.1 - Casos teste simulado

O modelo térmico de furação consiste da representação de uma peça sendo perfurada. O processo de furação é modelado usando o método de volumes finitos, sendo um modelo térmico 3D com malha cartesiana estruturada e não uniforme. O modelo reproduz uma peça cúbica com um furo no centro. Esta subseção apresenta resultados simulados preliminares e também os primeiros passos para a validação. O modelo proposto é mostrado na Fig. 3.25 que também apresenta as dimensões e posições dos termopares simulados.

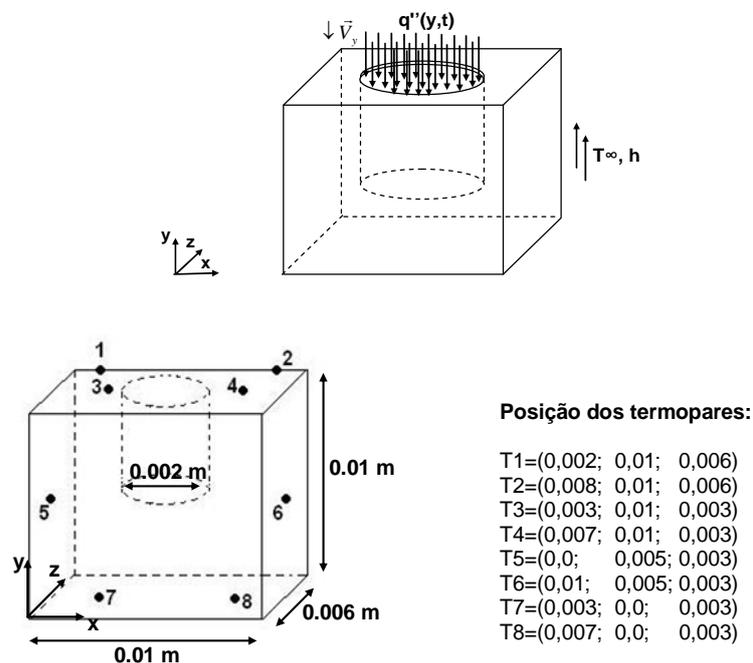


Figura 3.24 - Problema proposto e posições dos termopares.

No caso simulado, Fig. 3.24, o fluxo de calor imposto é igual a  $10^5 \text{ W/m}^2$  e localiza-se na base do cilindro. O fluxo imposto simula o calor gerado devido ao atrito, fruto do contato entre a broca e a peça. O fluxo de calor é ativo durante os primeiros 10 segundos de simulação e após a furação (10 segundos) o fluxo de calor se extingue e começa o resfriamento. O material simulado é o aço inoxidável AISI 304 que apresenta valores de condutividade ( $k$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ), respectivamente, de  $14.9 \text{ W/mK}$  e  $3.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ . A temperatura inicial do bloco é de  $30^\circ\text{C}$  e a temperatura ambiente é de  $10^\circ\text{C}$ . O coeficiente de convecção do meio é igual a  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . O intervalo de aquisição de temperatura é de 0.2 segundos e a velocidade de avanço da broca é de  $1 \text{ mm/s}$ . A Figura 3.25 mostra a evolução da temperatura com o tempo para os 8 termopares simulados, conforme esquema mostrado na Fig. 3.24, durante 30 segundos de simulação.

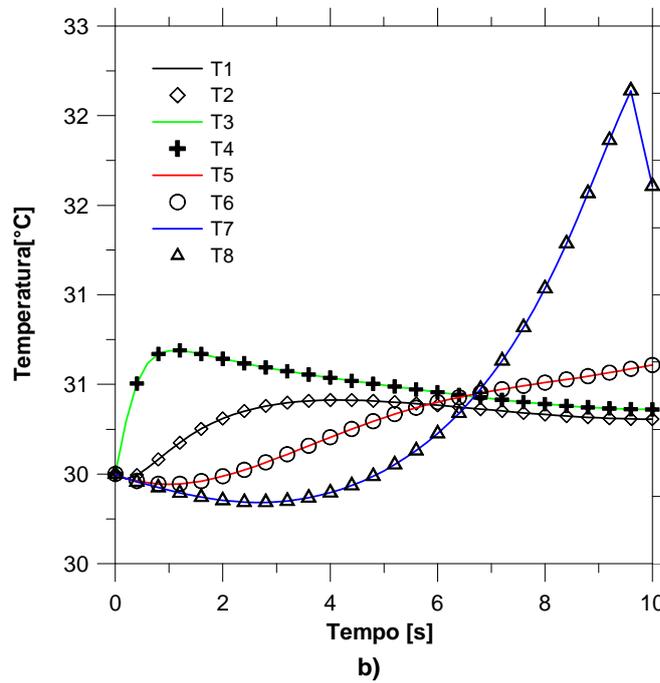
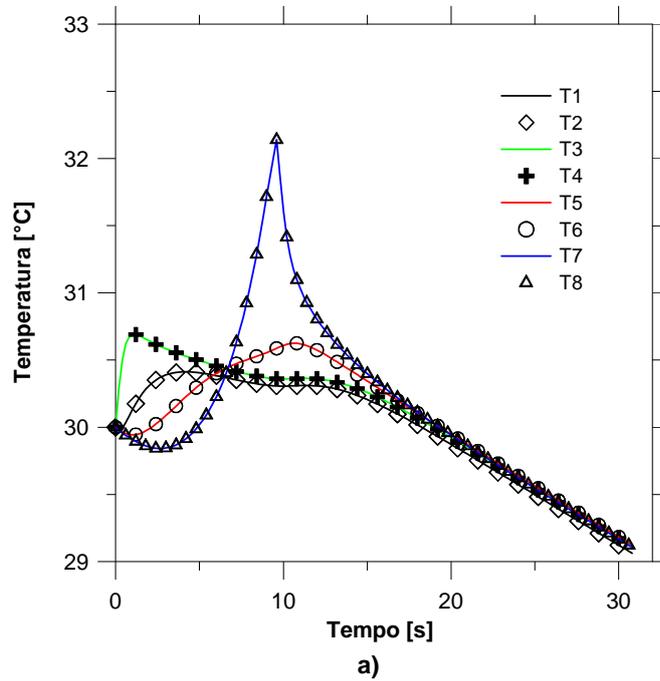


Figura 3.25 - Perfis de temperatura: (a) tempo total de simulação; (b) período de furação.

O campo de temperatura completo é apresentado nas Figs. 3.26 e 3.27, que mostram a metade da geometria simulada.

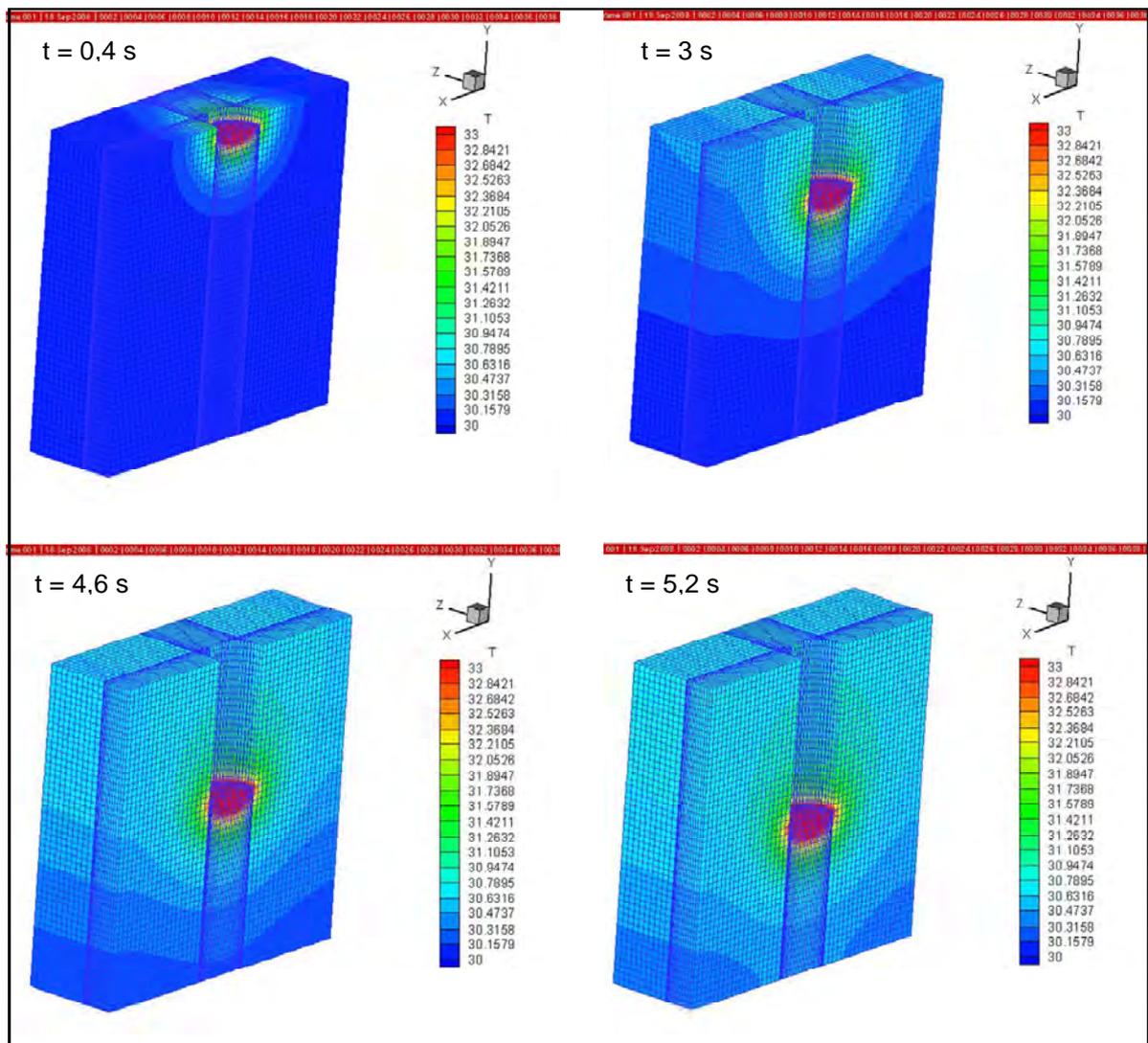


Figura 3.26 - Campo de temperatura na metade da geometria.

Observa-se na Figura 3.26 a evolução do furo, da região aquecida e de seu efeito difusivo nas regiões adjacentes. A Figura 3.27 apresenta a evolução da temperatura a partir do tempo 6,8 s com ênfase na máxima temperatura e resfriamento. O processo de resfriamento começa assim que cessa o processo de furação. O calor se difunde do centro do furo, onde a temperatura é máxima, para as paredes expostas a convecção, seguindo o sentido do gradiente de temperatura. Com a ausência de fonte de calor o processo difusivo é controlado pela convecção e continua ativo até que a temperatura da peça usinada entre em equilíbrio com o ambiente.

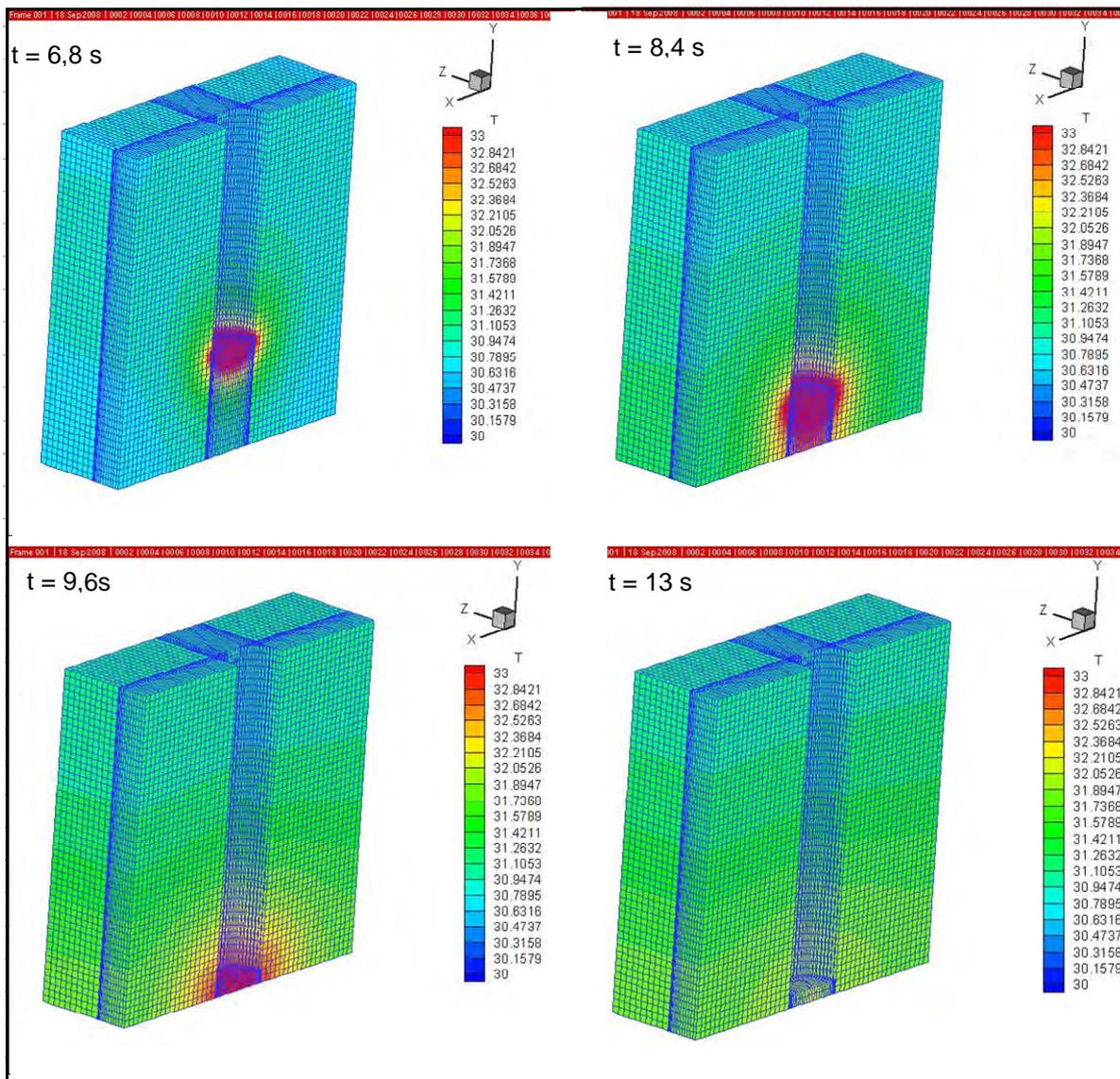


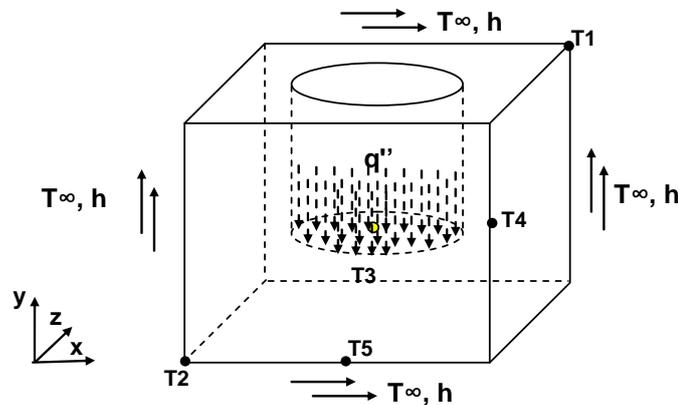
Figura 3.27 - Campo de temperatura na metade da geometria.

Ainda nas Figs. 3.26 e 3.27 percebe-se a similaridade do modelo constatando-se a precisão e coerência do código computacional desenvolvido.

### 3.4.3.2 - Validação de um caso parcial usando código ANSYS para um problema mais simples

Existem várias formas de se validar um código numérico sendo uma das mais interessantes a comparação dos resultados numéricos com soluções analíticas. Entretanto, nem sempre as soluções analíticas são disponíveis, o que usualmente ocorre para problemas com geometrias complexas ou variáveis. Existem, neste caso, duas alternativas. O uso de experimentos ou de códigos numéricos de concepções diferentes. Essa seção apresenta uma comparação entre os resultados obtidos pelo código numérico desenvolvido

e resultados calculados usando-se o software comercial Ansys 7.0 baseado em elementos finitos. No caso simulado o furo não é variável, Fig. 3.28.



**Posição dos Termopares**

T1	(x, y, z) =	(0,01; 0,01; 0,006 )
T2	(x, y, z) =	(0,0; 0,0; 0,0 )
T3	(x, y, z) =	(0,005; 0,005; 0,0 )
T4	(x, y, z) =	(0,01; 0,005; 0,0 )
T5	(x, y, z) =	(0,005; 0,0; 0,0 )

Figura 3.28 - Caso simulado para comparação.

Nesse caso simulado, o fluxo de calor imposto na base do cilindro é igual a  $10^5$  W/m<sup>2</sup>, durante 100 s. O material simulado é o aço inoxidável AISI 304, com propriedades térmicas descritas na seção anterior. A temperatura inicial do sólido é de 30°C e a temperatura ambiente é 10°C. O coeficiente de convecção é 20 W/m<sup>2</sup>K. As dimensões do cubo e o diâmetro do cilindro são os mesmos mostrados na Fig.3.25. Nesse caso a profundidade do cilindro é fixa e igual à 0.005 m. A Figura 3.29 apresenta os perfis de temperatura para os 5 termopares simulados. Os desvios, relativo e absoluto, são apresentados, respectivamente, nas Figs. 3.30 e 3.31.

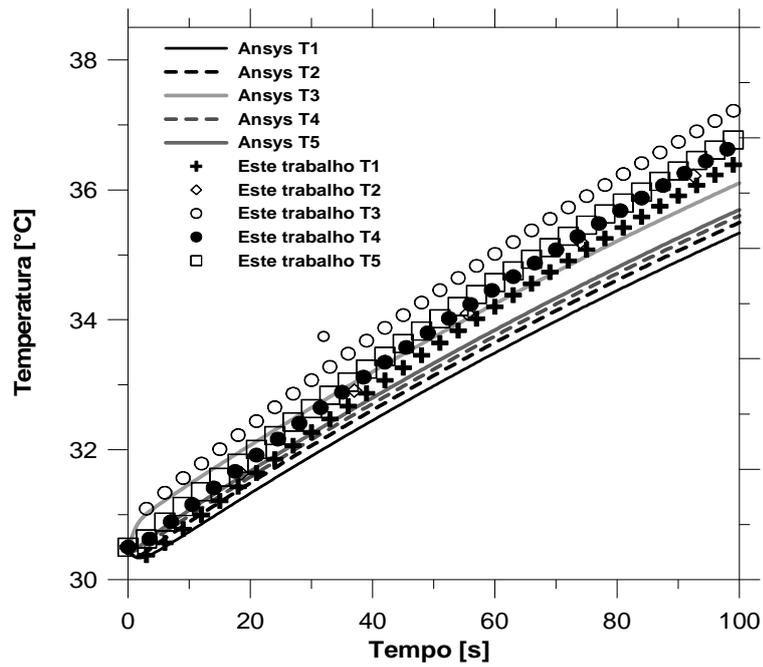


Figura 3.29 - Comparação entre os perfis de temperatura calculados usando o código Ansys e pelo presente trabalho.

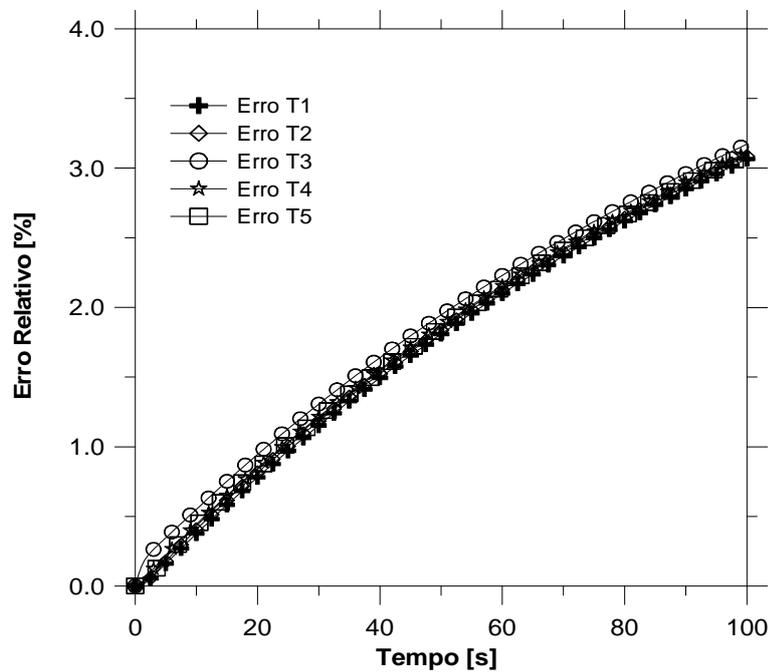


Figura 3.30 - Erro relativo entre as temperaturas calculadas usando o código Ansys e pelo presente trabalho.

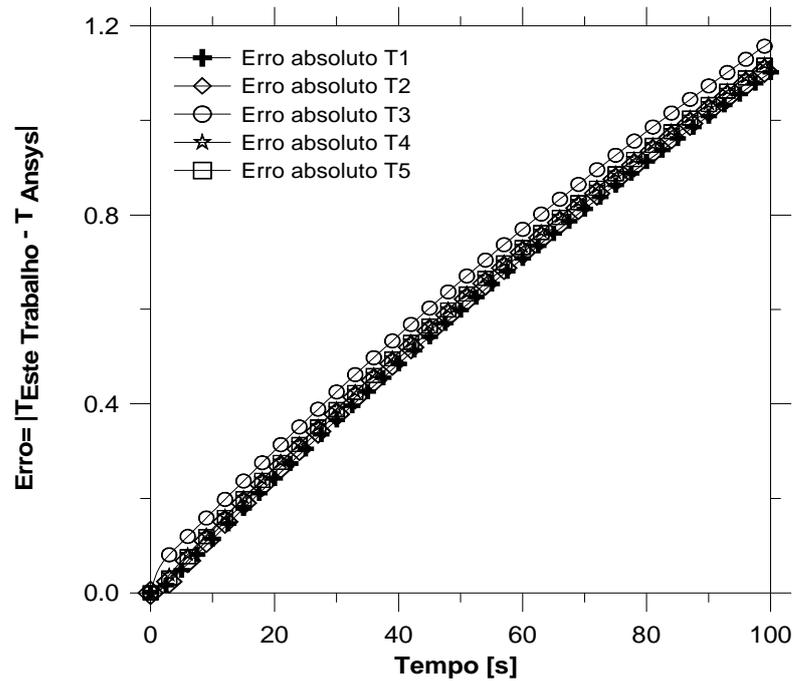


Figura 3.31 - Erro Absoluto entre as temperaturas calculadas usando o código Ansys e pelo presente trabalho.

Observa-se uma boa concordância entre as duas soluções ocorrendo um desvio inferior a  $1.2\text{ }^{\circ}\text{C}$  entre elas. O fator negativo é o aumento do desvio com o tempo. Buscando explorar as causas dos desvios, um caso 3D de geometria simples e solução analítica conhecida é resolvido. O esquema do problema 3D e as posições dos termopares simulados são rerepresentados na Fig. 3.32.

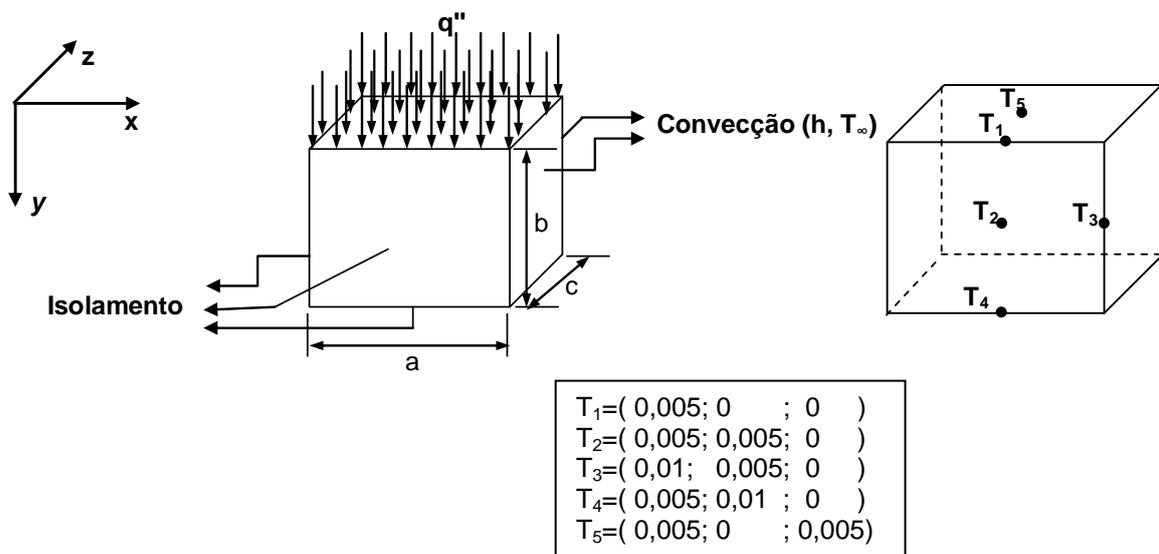


Figura 3.32 - Problema 3D de geometria simples.

As dimensões do cubo  $L$ ,  $W$  e  $R$  são iguais a  $10^{-02}$  m, a condutividade térmica ( $k$ ) do material simulado é  $14.9 \text{ W/mK}$  e sua difusividade térmica ( $\alpha$ ) é  $3.95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

O cubo encontra-se inserido em um meio com coeficiente de convecção ( $h$ ) de  $20 \text{ W/m}^2\text{K}$ . A temperatura inicial do cubo é  $30^\circ\text{C}$  e a temperatura ambiente ( $T_\infty$ ) também é de  $30^\circ\text{C}$ .

As Figuras 3.33 a 3.35 mostram os desvios entre os resultados analíticos e os numéricos.

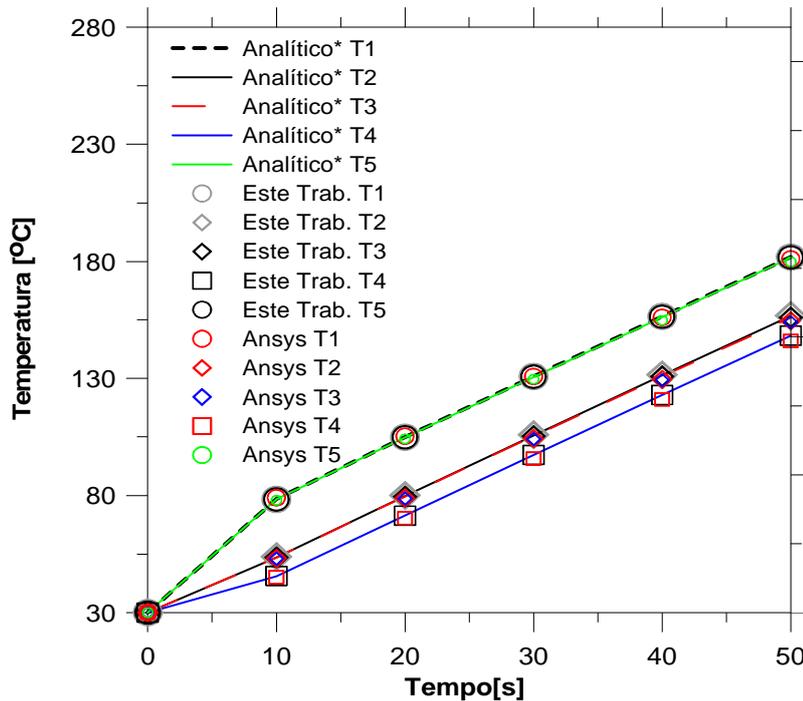


Figura 3.33 - Perfis de temperatura: analítico, Ansys e obtido neste trabalho.

Observa-se que os resultados obtidos com o Ansys e com o código em volumes finitos são praticamente concordantes com a solução analítica. Logo ambos códigos numéricos podem ser considerados satisfatórios quando comparados com a solução analítica.

Outro teste foi realizado visando a análise da relação entre refinamento da malha e precisão: uma boa aproximação numérica deve diminuir o erro com o refinamento da malha. A Figura 3.34 mostra a variação do desvio máximo versus a variável  $\Delta y$ .

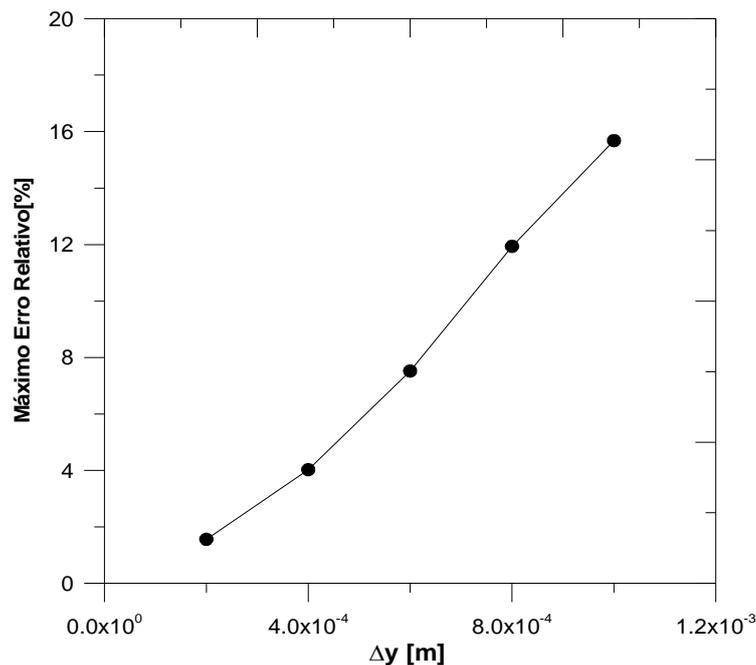


Figura 3.34 - Análise do efeito da relação malha X precisão.

A curva mostrada na Fig. 3.34 assegura que, no código desenvolvido, o erro decresce com o refinamento da malha. Como mencionado anteriormente, a validação do código desenvolvido foi concluída por meio de experimentos controlados a serem realizados no LTCM - Laboratório de Transferência de Calor e Massa - na Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Os testes são apresentados no Capítulo 5.

### 3.5 - Implementação do código na plataforma DPT existente no LTCM

O DPT (Determinação de Propriedades Termofísicas) é um software desenvolvido e em estágio de constante atualização no LTCM - Laboratório de Transferência de Calor e Massa – UFU (BORGES, 2008). Esse software tem aplicação na solução de problemas diretos de condução de calor multidimensionais bem como problemas inversos. Uma de suas funções principais é o auxílio na determinação de propriedades termofísicas. O programa resolve problemas diretos tridimensionais em geometrias retangulares e cilíndricas, usando coordenadas cartesianas e o método de volumes finitos.

Uma vez que o DPT tem diversas funções de processamento e de pós-processamento, o que facilita bastante a realização de análises numéricas, optou-se em implementar o algoritmo numérico desenvolvido nas seções anteriores. Uma vez inserido no DPT, o problema de furação pode agora ser resolvido para sólidos de diferentes formas. As Figuras 3.35 e 3.36 mostram as geometrias assumidas nas simulações e experimentos.

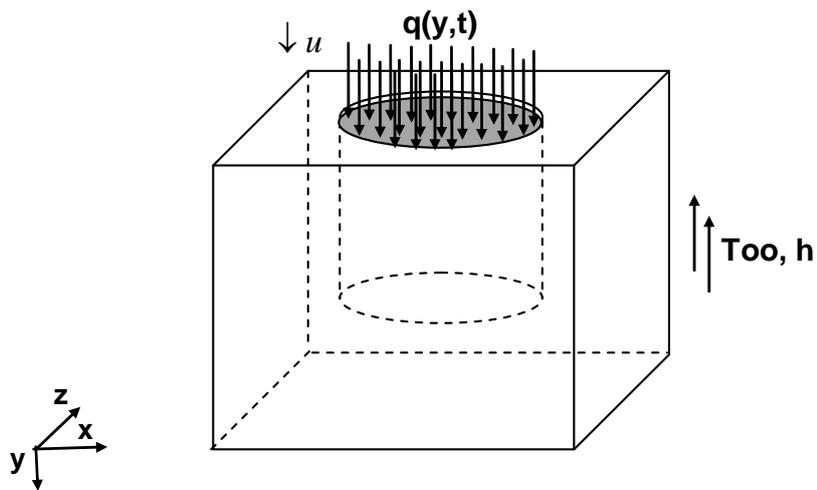


Figura 3.35 - Modelo térmico proposto peça cúbica.

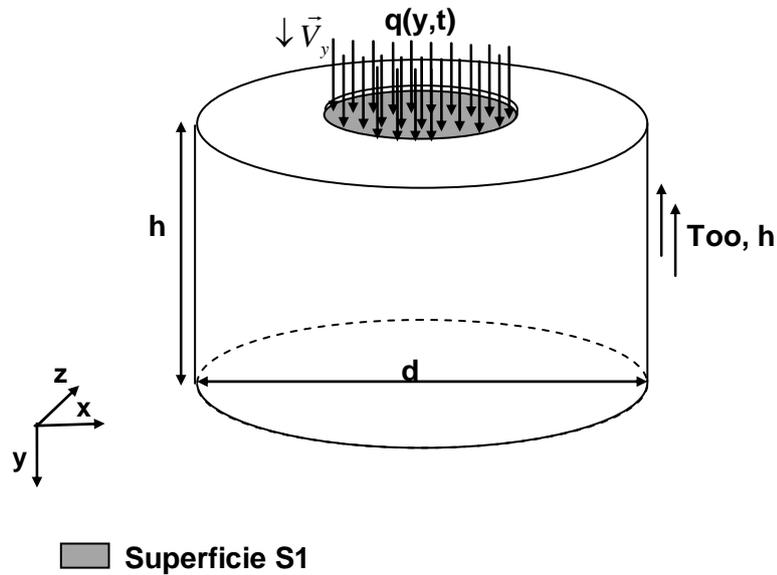


Figura 3.36 - Modelo térmico proposto peça cilíndrica.

No caso de geometrias cilíndricas o programa DPT gera uma malha retangular e faz uso apenas dos pontos de interesse, ou seja, pontos que sejam parte do cilindro. A Figura 3.37 mostra o esquema da malha e a região de cálculo no plano  $xz$ . As Figuras 3.38 e 3.39 mostram a interface do programa na qual é possível visualizar a malha, a geometria e a posição dos termopares para uma peça cilíndrica.

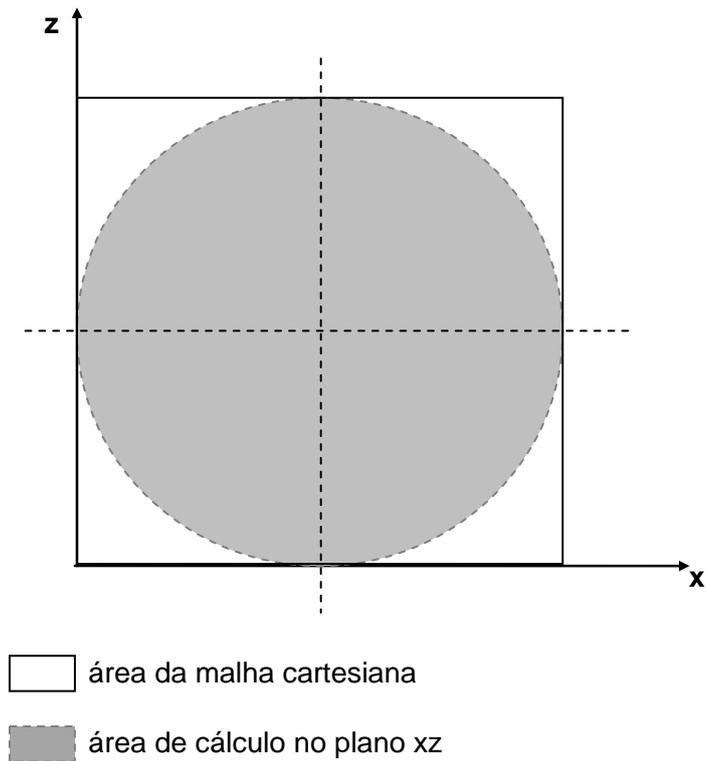


Figura 3.37 - Vista do plano xz.

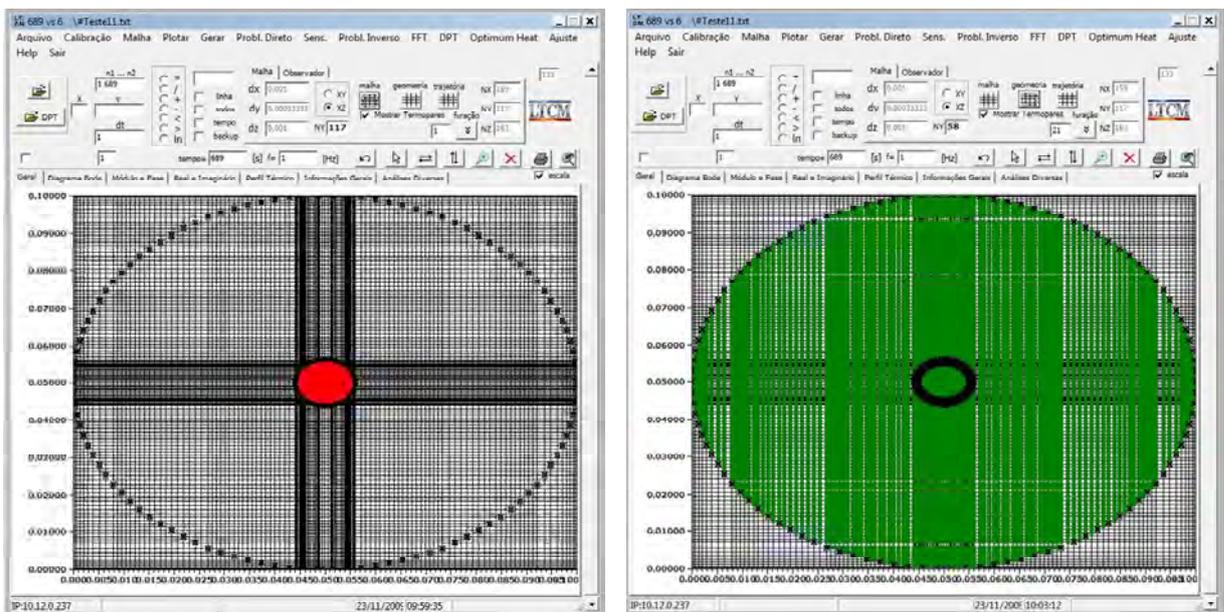


Figura 3.38 - Vista do plano xz malha e geometria.

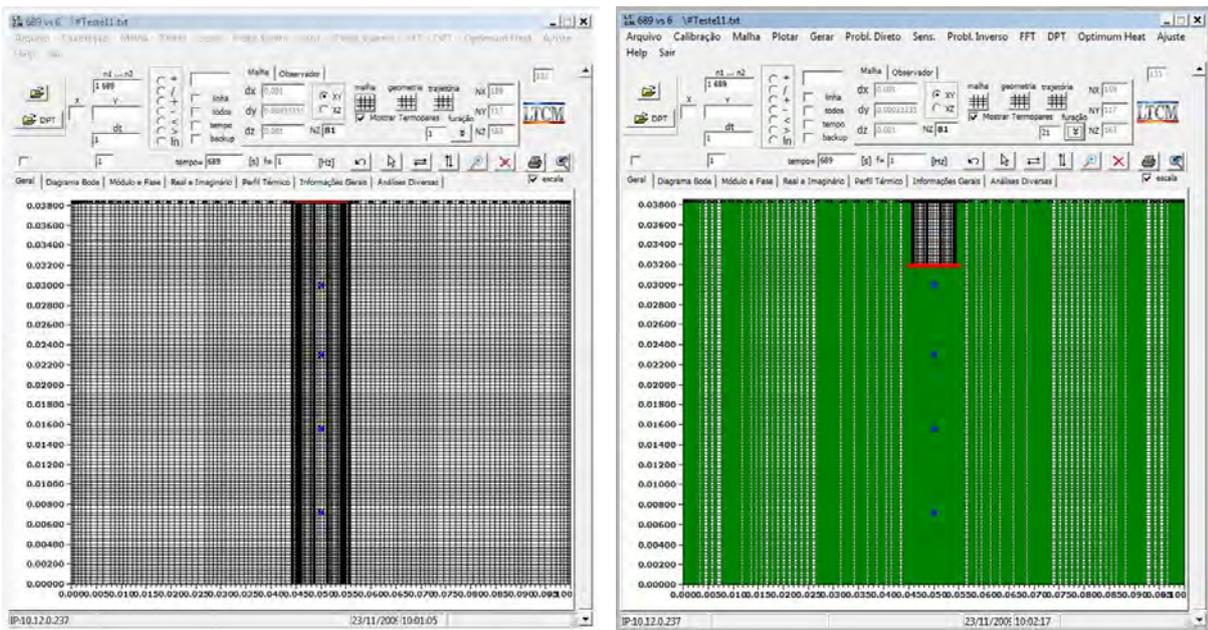


Figura 3.39 - Vista do plano xy malha e geometria.

Nas Figuras 3.38 e 3.39 observa-se que a malha usada no cálculo é a compreendida no cilindro, a geometria considerada nos cálculos aparece em verde. Os pontos em vermelho representam a área do fluxo de calor e os pontos em azul a posição dos termopares. Assim, deste ponto em diante o DPT é usado na solução do problema direto de furação. As técnicas inversas requerem a solução do problema direto, por isso é necessário um modelo térmico que represente bem o processo.

## **CAPITULO IV**

### **CONCEITOS E FUNDAMENTOS: TÉCNICAS INVERSAS**

#### **4.1 - Abordagem do processo de furação usando técnicas inversas**

Em muitos casos de engenharia, a solução de um problema direto pode ser complexa e muitas vezes de difícil obtenção. Nesse caso, os problemas inversos surgem como alternativa para a solução de problemas que não possuem, ou possuem solução direta muito complexa.

Sendo assim, os problemas inversos possuem aplicações relevantes em várias áreas de atuação humana, com especial destaque para engenharia e medicina, podendo ser aplicados sob diversas formas. A principal característica desse tipo de abordagem é a obtenção da solução do problema físico de maneira indireta, como por exemplo, a determinação de campos térmicos em superfícies sem acesso, a obtenção da função resposta em frequência de uma estrutura complexa ou ainda, o diagnóstico de alguma doença por tomografia computadorizada. Nos casos citados, as condições de contorno não são conhecidas ou são de difícil acesso. Diante disso, o problema pode ser resolvido a partir de informações oriundas de sensores localizados em pontos acessíveis.

Em problemas diretos de condução de calor, se o fluxo de calor (a causa) é conhecido o campo de temperatura (o efeito) pode então ser determinado. Em contrapartida em um problema inverso estima-se a causa a partir do conhecimento do efeito em algum ponto de fácil acesso. Assim o uso de temperaturas experimentais permite a obtenção da solução do problema térmico que pode ser: a obtenção das propriedades térmicas, obtenção do fluxo de calor superficial, obtenção da fonte de calor interna ou ainda a obtenção da temperatura superficial numa face sem acesso direto.

A Figura 4.1 reapresenta o modelo térmico do processo de furação cuja solução do problema direto foi descrita e apresentada no Capítulo 3. Observa-se, neste caso, que em

um processo real de furação não há como se prever a quantidade de calor gerada na interface de corte que é efetivamente entregue à peça. O não conhecimento deste fluxo de calor define assim o problema inverso em condução de calor a ser resolvido neste trabalho.

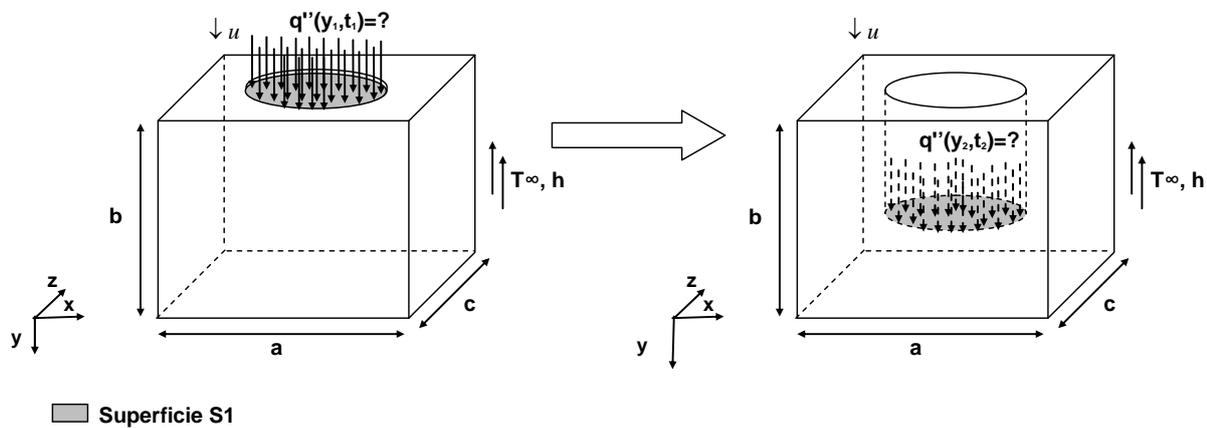


Figura 4.1 - Modelo térmico de um processo de furação com broca helicoidal. Definição de um problema inverso.

Como já mencionado, a principal característica dos problemas inversos é a obtenção da solução do problema físico de maneira indireta. Nesse caso, propõe-se a obtenção do fluxo de calor a partir do uso de informações oriundas de sensores, esquematicamente, localizados em pontos acessíveis.

Este trabalho propõe o uso de duas técnicas de otimização:

- i) o desenvolvimento de uma técnica baseada em observadores dinâmicos (SOUSA, 2006) muito comum em problemas de controle
- ii) o uso do método seqüencial (BECK; BLACKWELL, 1985).

Apresentam-se nas próximas seções os conceitos básicos das duas técnicas inversas que são aplicadas no problema térmico decorrente do processo de furação. Uma maior atenção será dada à técnica de observadores dinâmicos destacando-se principalmente as contribuições deste trabalho na evolução atual deste procedimento inverso, cuja técnica encontra-se ainda em desenvolvimento. Resultados que validam as alterações propostas bem como uma breve descrição do método seqüencial são apresentados no final deste capítulo.

## 4.2. – Método de Observadores Dinâmicos Baseados em Funções de Green.

A técnica de observadores dinâmicos baseada em funções de Green inicialmente proposta por Sousa, (2006) baseia-se na definição e obtenção da função transferência de um sistema dinâmico usando-se funções de Green e técnicas de controle.

Essa técnica tem aplicação imediata em problemas multidimensionais e permite uma abordagem indistinta de um problema térmico uni, bi ou tridimensional, desde que as condições de contorno não ativas sejam homogêneas e o fluxo de calor desconhecido seja imposto em uma determinada região. A técnica inversa, ainda, incorpora parâmetros de ajuste que variam dependendo do nível de ruído presente nos dados experimentais. O algoritmo interpreta o problema inverso de condução de calor como um filtro passa-baixo das componentes do sinal de fluxo verdadeiro, enquanto rejeita as componentes de alta frequência evitando uma excessiva amplificação do efeito do ruído na estimativa.

Dentre as características dessa técnica inversa, cita-se o baixo tempo computacional apresentado, sendo robusta quanto à sensibilidade a ruídos presentes nas medições experimentais, conseguindo boas estimativas mesmo quando se trata de dados com alto índice de interferência. Além disso, a técnica apresenta um processo simples de implementação e é competitiva, se comparada às técnicas conhecidas de otimização do ponto de vista da obtenção de resultados. Para melhor entender o funcionamento da técnica, faz-se uso de um problema 3D de condução de calor, mostrado a seguir.

### 4.2.1. – Descrição da técnica

Seja o problema térmico tridimensional transiente representado pela Fig. 4.2 e descrito pela equação da difusão de calor, Eq. (4.1):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.1a)$$

na região R ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ,  $0 < z < c$ ) e  $t > 0$ , sujeito às condições de contorno:

$$\begin{aligned} -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= q_1(t) \text{ em } S_1 \quad (0 \leq x \leq x_H, \quad 0 \leq z \leq z_H) \\ -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0 \text{ em } S_2 \quad (x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1) \end{aligned} \quad (4.1b)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=c} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (4.1c)$$

e à condição inicial

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (4.1d)$$

onde  $S$  é definido por  $(0 \leq x \leq a, 0 \leq z \leq c)$  e  $x_H$  e  $z_H$  são os limites da região  $S_1$  onde a taxa de calor é aplicada conforme Fig. 4.2.

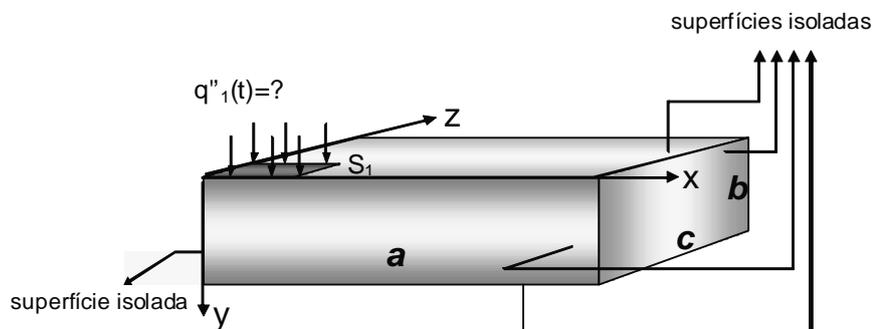


Figura 4.2 - Problema original, 3D transiente.

A solução das Eqs. (4.1) pode ser dada em termos de função de Green como,

$$T(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^t \left[ \int_0^{x_H} \int_0^{z_H} G^+_H(x, y, z, t/\tau) \Big|_{y'=0} q_1(\tau) dx' dz' \right] d\tau \quad (4.2)$$

ou ainda,

$$T(x, y, z, t) = \int_{\tau=0}^t [G_H(x, y, z, t/\tau) q_1(\tau)] d\tau \quad (4.3)$$

nas quais,

$$G_H(x, y, z, t/\tau) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{x_H} \int_0^{z_H} G^+_H(x, y, z, t/\tau) \Big|_{y'=0} dx' dz'$$

Então aplicando-se a definição de convolução (OZISIK, 1993), representada pelo símbolo (\*), a Eq. (4.3) para uma temperatura localizada na superfície oposta da amostra, pode ser escrita como,

$$T(x, y, z, t) = G_H(x, y, z, t - \tau) * q_1(\tau) \quad (4.4)$$

Se ainda, o modelo térmico da Fig. 4.2 puder ser representado por um sistema dinâmico do tipo entrada/saída, como mostrado na Fig. 4.3, então aplicando transformada de Laplace (OZISIK, 1993) em ambos os lados da Eq. (4.4) obtém-se,

$$\bar{T}(x, y, z, s) = \bar{G}_H(x, y, z, s) \bar{q}_1(s) \quad (4.5)$$

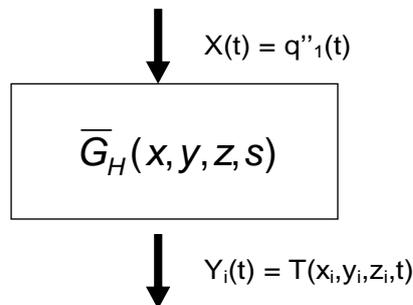


Figura 4.3 - Sistema dinâmico equivalente ao modelo térmico.

Observa-se que a transformada de Laplace de uma função  $F(t)$  é definida pela Eq.(4.6),

$$\mathcal{L}[F(t)] = \bar{F}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt \quad (4.6)$$

A obtenção da função transferência  $\bar{G}_H(x, y, z, s)$  se completa por meio do uso de um problema auxiliar, que possui as mesmas características físicas do problema original, porém impondo-se um sinal de entrada de valor unitário na mesma localização do fluxo de calor do problema original ( $S_1$ ) e com temperatura inicial zero.

#### *Problema térmico auxiliar*

O problema auxiliar citado anteriormente pode ser descrito como,

$$\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T^+}{\partial t} \quad (4.7a)$$

na região R ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ,  $0 < z < c$ ) e  $t > 0$ , sujeito às condições de contorno:

$$-k \frac{\partial T^+}{\partial y} \Big|_{y=0} = 1 \text{ em } S_1 \quad (0 \leq x \leq x_H, \quad 0 \leq z \leq z_H) \quad (4.7b)$$

$$-k \frac{\partial T^+}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \text{ em } S_2 \quad (x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1)$$

$$\frac{\partial T^+}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T^+}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial T^+}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial T^+}{\partial z} \Big|_{z=c} = \frac{\partial T^+}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0 \quad (4.7c)$$

e à condição inicial

$$T^+(x, y, z, 0) = 0 \quad (4.7d)$$

Analogamente à solução do problema térmico original pode-se obter, usando-se funções de Green, a solução do problema térmico auxiliar,

$$T^+(x, y, z, t) = G_H(x, y, z, t - \tau) * 1 \quad (4.8)$$

uma vez que,  $L[1] = \frac{1}{s}$ , tem-se

$$\bar{T}^+(x, y, z, s) = \bar{G}_H(x, y, z, s) \frac{1}{s} \quad (4.9)$$

Como o sistema dinâmico equivalente é linear, invariante e fisicamente realizável (BENDAT; PIERSON, 1986) a função resposta  $\bar{G}_H(x, y, z, s)$  é a mesma qualquer que seja o conjunto entrada/saída. Logo, da Eq. (4.9) obtém-se,

$$\bar{G}_H(x, y, z, s) = s \bar{T}^+(x, y, z, s) \quad (4.10)$$

Assim, para a identificação completa de  $\bar{G}_H(x, y, z, s)$ , resta a obtenção de  $\bar{T}^+(x, y, z, s)$  em uma determinada posição, ou seja,  $\bar{T}^+(r_i, s)$ , onde  $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ . Obtém-se  $T^+(r_i, s)$  por meio de um procedimento simples e eficaz. Baseando-se nos princípios de correlação entre dois sinais ergóticos do tipo entrada e saída (BENDAT, PIERSON, 1986), como mostra a Fig. 4.4, a função resposta em frequência,  $\bar{G}_h(r_i, s)$ , pode ser definida em qualquer intervalo de amostragem  $t_a$ , ou seja,

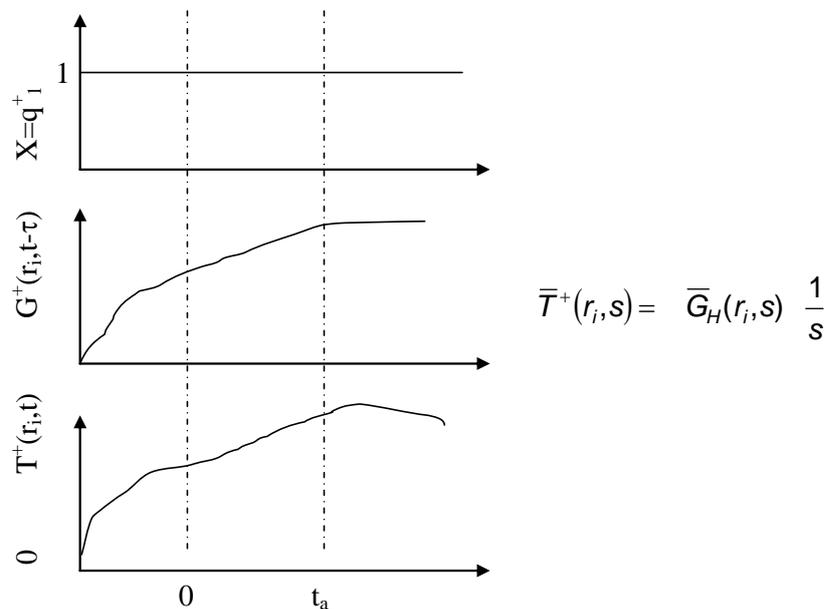


Figura 4.4 - Exemplo de amostragem para o cálculo da correlação entre dois sinais dinâmicos.

Portanto, por conveniência se a função  $T^+(r_i, s)$  pode ser aproximada por um polinômio no intervalo de amostragem  $[0, t_a]$  então, nesse caso, pode-se escrever,

$$T^+(r_i, t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + \quad (4.11)$$

Tomando-se a transformada de Laplace da Eq. (4.11) obtém-se (OZISIK, 1993),

$$\bar{T}^+(r_i, s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots + \quad (4.12)$$

e portanto da Eq.(4.10) pode ser escrita como,

$$\bar{G}_H(r_i, s) = s \bar{T}^+(r_i, s) = s \left[ \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots + \right] \quad (4.13)$$

ou ainda,

$$\bar{G}_H(r_i, s) = a_1 + \frac{a_2}{s} + \frac{a_3}{2s^2} + \frac{a_4}{6s^3} + \dots + \quad (4.14)$$

Algumas observações podem ser feitas sobre a obtenção da Eq. (4.14). Observa-se que da teoria de frações parciais, se  $\bar{G}_H(r_i, s)$  é expresso em frações parciais, sua inversão pode ser prontamente obtida. Pode-se ainda, com o mesmo procedimento, abordar indistintamente um problema térmico uni, bi ou tridimensional, desde que as condições de contorno não ativas sejam homogêneas e o fluxo de calor desconhecido seja imposto em uma determinada região. Apresenta-se a seguir um resumo dos passos básicos para a obtenção de  $\bar{G}_H(r_i, s)$ :

- i) Obtenção numérica da solução do problema  $T^+(r_i, t)$ .
- ii) Obtenção do ajuste polinomial de  $T^+(r_i, t)$  (coeficientes) em um intervalo de amostragem  $[a, t_a]$ . (Eq. 4.11)
- iii) Obtenção de  $\bar{T}^+(r_i, s)$  mediante a aplicação da transformada de Laplace do ajuste polinomial de  $T^+(r_i, t)$ .
- iv) Obtenção de  $\bar{G}_H(r_i, s)$ , Eq. (4.14) e identificação dos coeficientes  $a_i$ .

Uma vez determinada a função  $\bar{G}_H(r_i, s)$  resta a obtenção das funções  $G_Q$ ,  $G_N$  e a implementação do algoritmo baseado nos observadores.

*Obtenção dos estimadores  $G_Q$ ,  $G_N$  e implementação do algoritmo inverso.*

O problema térmico descrito pelas Eqs. (4.1) pode ser representado por um sistema dinâmico mostrado na Fig. 4.5 em diagrama de bloco como (BLUM; MARQUARDT, 1997):

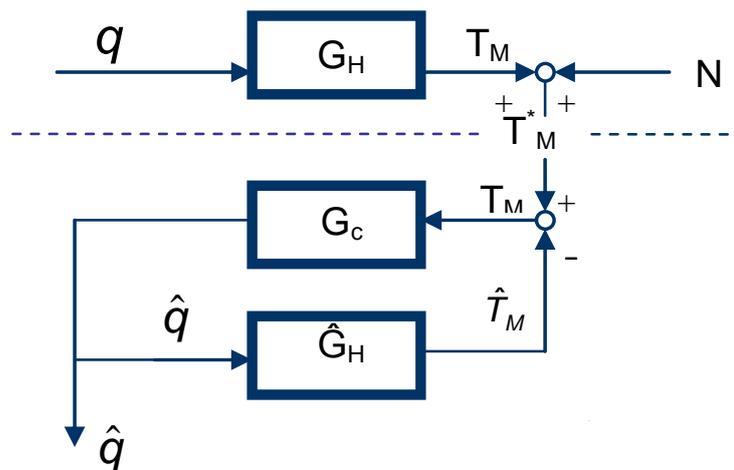


Figura 4.5 - Diagrama de bloco de um sistema dinâmico (BLUM; MARQUARDT, 1997).

Na Figura 4.5 observa-se que o problema se divide em duas partes: parte real, acima da linha tracejada, na qual o fluxo de calor desconhecido  $q$  é imposto a um condutor  $G_H$ , resultando em um sinal medido  $T_M$  corrompido por um ruído  $N$ ; e o estimador, no qual uma estimativa  $\hat{q}$  do fluxo de calor real é calculada a partir da temperatura de entrada  $T_M^*$ . O algoritmo de solução determina o fluxo de calor estimado tal que a temperatura medida estimada  $\hat{T}_M$  obtida por meio de um modelo de referência  $\hat{G}_H$  (que se assume precisamente conhecido,  $\hat{G}_H = G_H$ ) se aproxime da temperatura real medida  $T_M^*$ . Internamente, o mecanismo de correção pode ser representado pela dinâmica de realimentação (*feedback*) de obtenção do erro, ou seja,  $(T_M^* - \hat{T}_M)$ . Esse mecanismo de correção  $G_C$  pode ser pensado como um controlador que ajusta a variável manipulada  $\hat{q}$  de forma a fazer com que a variável controlada  $\hat{T}_M$  siga a referência  $T_M^*$ .

Logo, do diagrama de bloco observa-se que:

i) o fluxo de calor desconhecido aplicado ao condutor  $G_H$  resulta na temperatura medida  $T_M^*$  corrompida por um ruído  $N$ ,

$$T_M^* = T_M + N = G_H q + N \quad (4.15)$$

ii) o fluxo de calor estimado  $\hat{q}$  é calculado a partir de uma entrada de valores medidos de temperatura  $T_M^*$ . O estimador pode então ser representado pela função de transferência em malha fechada,

$$\hat{q} = \frac{G_C}{1 + G_C G_H} T_M^* \quad (4.16)$$

que caracteriza o comportamento do algoritmo de solução. As funções de transferência do sinal e do ruído,  $G_Q$  e  $G_N$  são encontradas, respectivamente, combinando-se as Eqs. (4.15) e (4.16),

$$\hat{q} = \underbrace{\frac{G_C G_H}{1 + G_C G_H}}_{G_Q} q + \underbrace{\frac{G_C}{1 + G_C G_H}}_{G_N} N \quad (4.17)$$

Da Equação (4.17) obtém-se:

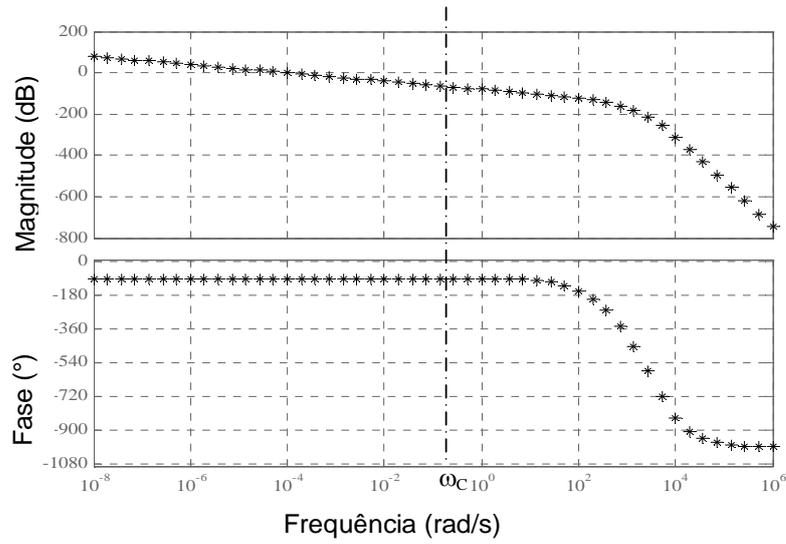
$$G_N = G_Q G_H^{-1} \quad \text{ou} \quad |G_N(j\omega)| = \frac{|G_Q(j\omega)|}{|G_H(j\omega)|} \quad (4.18)$$

Observa-se na Eq. (4.17) que se a estimativa fosse “exata”, os valores de  $G_Q$  e  $G_N$  deveriam, respectivamente, ser 1 e 0 (um e zero). Dessa forma o fluxo de calor estimado seria exatamente igual ao real,  $\hat{q} = q$ . Como na prática não existe nenhum experimento livre de erros, para uma estimativa ideal  $G_Q$  e  $G_N$  deveriam tender a 1 e 0 (um e zero), respectivamente.

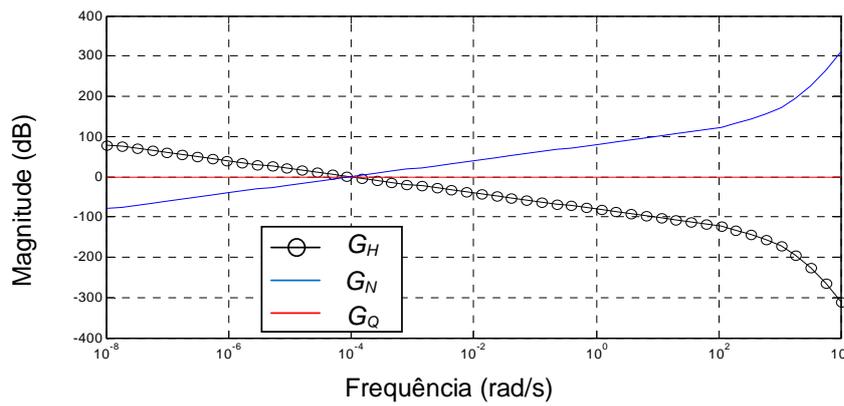
Na Equação (4.18) observa-se que a função de transferência do ruído,  $G_N$ , se relaciona de forma diferente com as funções  $G_H$  e  $G_Q$ , ou seja, ela é inversamente proporcional à função de transferência do condutor,  $G_H$ , e diretamente proporcional à função de transferência do sinal,  $G_Q$ .

Como o objetivo é a redução de  $G_N$ , ( $G_N \rightarrow 0$ ), a função de transferência do sinal deve obedecer à imposição  $G_Q \ll G_H$ . Caso ocorra o contrário a função  $G_N$  será amplificada impossibilitando a estimativa.

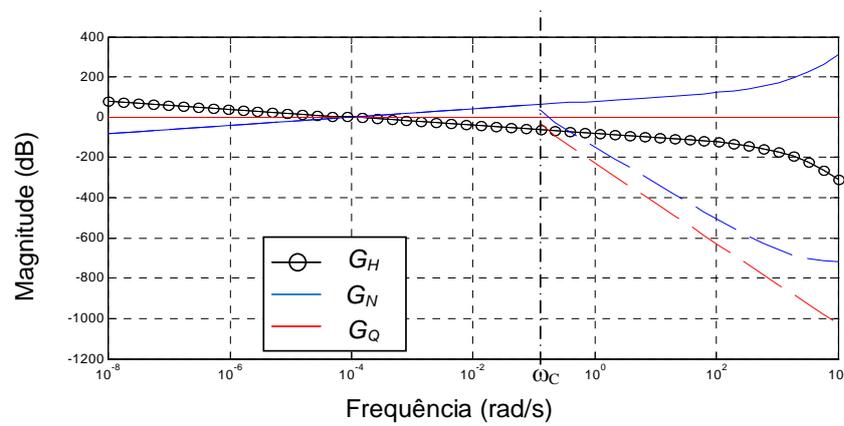
A Figura 4.6 (a) apresenta o comportamento espectral da função de transferência do condutor unidimensional,  $G_H$ , que por sua vez será responsável pela escolha da função de transferência do sinal ( $G_Q$ ). As Figuras 4.6 (b) e 4.6 (c) ilustram como o comportamento de  $G_H$  influencia na escolha de  $G_Q$  e na precisão do resultado estimado, uma vez que  $G_N$  é estabelecida da pela relação entre  $G_H$  e  $G_Q$ .



(a)



(b)



(c)

Figura 4.6 – Análise  $G_H$ ,  $G_Q$  e  $G_N$ : (a) Diagrama de Bode da função transferência do condutor 1D -  $G_H$ , (b)  $G_Q=1$  e (c)  $G_Q$  como sendo um filtro passa-baixa.

Como  $G_Q$  deve tender a 1 (um), percebe-se que  $G_N$  pode ser amplificado apenas observando o comportamento de  $G_H$ . Ou seja, da Eq. (4.18) nota-se que se  $G_Q = 1$  então

$|G_N| = \frac{1}{|G_H|}$  e, portanto, quando  $G_H$  tender à zero,  $G_N$  tenderá a infinito, Fig. 4.6 (b).

Esse aumento indesejável pode ser evitado por meio da escolha de uma frequência de corte ( $\omega_C$ ) para  $G_Q$ , de forma a evitar valores muito baixos de  $G_H$ .

Ainda da Eq. (4.18) observa-se que, se  $G_Q$  tender a zero, a partir de  $\omega_C$ ,  $G_N$  não será amplificado ( $G_N \rightarrow 0$ ) se e somente se  $G_Q$  decair mais rapidamente que  $G_H$ . Quanto mais rápido for o decaimento de  $|G_Q|$  além de  $\omega_C$ , menor a sensibilidade do algoritmo a ruídos, Fig. 4.6 (c).

Um aspecto importante sobre a técnica baseada em observadores dinâmicos é a forma como ela aborda a função de correção  $G_C$ . Diferente das técnicas que usam filtros e focam no projeto da função transferência de correção,  $G_C$ , o método baseado em observadores usa a estrutura de um observador, como apresentado no diagrama de blocos na Fig. 4.5, apenas como um “pensamento experimental” para demonstrar as correlações entre a função de transferência do sinal e do ruído. Desta forma a equação que se refere ao estimador e que está de acordo com as características do filtro no domínio da frequência das Eqs. (4.16) e (4.17) podem ser escrita como,

$$\bar{q}(s) = \bar{G}_N(s) \times \bar{T}_M^*(s) \quad (4.19)$$

Conclui-se que o comportamento da função de transferência do sinal se assemelha ao comportamento de um filtro passa-baixo. Assim a amplificação do ruído medido  $|G_N|$  para um dado filtro passa banda do sinal da função transferência  $G_Q$  pode ser minimizado, maximizando o “roll-off” de  $|G_Q|$ . Entende-se por “roll-off”, a inclinação com que o frequência cai a partir da frequência de corte ( $\omega_C$ ) da função transferência  $G_Q$ .

Logo, a formulação da função de transferência do sinal,  $G_Q$ , deve ser tal que satisfaça as propriedades de filtragem desejadas:

- i) comportamento passa-baixo;
- ii) curva monotônica;
- iii) queda no sinal mais acentuada possível a partir da frequência de corte.

Os principais critérios para escolha de um filtro apropriado são:

- i) sua estrutura (recursivo ou não recursivo);
- ii) o seu tipo e;
- iii) sua ordem.

Quanto à formulação, o filtro escolhido é o recursivo (IIR), *i.e.*, a saída depende não só do valor da entrada, mas também do valor da saída anterior. Quanto ao tipo, opta-se pelo Chebychev tipo I, pois a resposta da magnitude da frequência cai monotonicamente além da frequência de corte como anteriormente requerido. No domínio de Laplace a função transferência do filtro Chebychev tipo I assume a seguinte forma:

$$\bar{G}_Q(s) = \frac{k_{cheb}}{(s - s_{Cheb1})(s - s_{Cheb2}) \cdots (s - s_{Chebn_Q})} \quad (4.20)$$

A ordem do polinômio de Chebychev é determinada pelo esquema da discretização espacial do modelo e pela ordem do mesmo e deve satisfazer a condição de  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |G_N| = 0$ . Com o filtro escolhido, pode-se obter a função de transferência do estimador ( $G_N$ ), por meio da relação entre a função de transferência do modelo condutor ( $G_H$ ) e a função de transferência do filtro ( $G_Q$ ), Eq. (4.18).

A Equação (4.16) que descreve o estimador pode ser escrita na forma,

$$\bar{G}_N(s) = \frac{\bar{q}(s)}{\bar{T}_M^*(s)} \quad (4.21)$$

Ou literalmente expressa pela Eq. (4.22),

$$\bar{G}_N(s) = \frac{\sum_{i=0}^{m_N} b_{N,L,i} s^i}{\sum_{i=0}^{n_N} a_{N,L,i} s^i} = \frac{\bar{q}(s)}{\bar{T}_M^*(s)} \Leftarrow \text{Função transferên cia} \quad (4.22)$$

Observa-se que o domínio  $s$  de Laplace, definido pela Eq.(4.22) é contínuo. Entretanto, os sinais de temperatura são medidos e representam sinais discretos. Esse conflito deve ser superado para que os dados de temperatura e fluxo possam ser manipulados, ou seja, o domínio contínuo deve ser discretizado. Uma alternativa à aplicação direta de transformada discreta de Laplace na Eq.(4.22) é o uso da transformação bilinear. Nesse caso, o domínio  $s$  (contínuo) é transformado em um domínio  $z$  (discreto) pela definição (PROAKIS; MAONOLAKIS,1996),

$$s = \frac{2}{T_d} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \Rightarrow \text{transformação bilinear}$$

assim,

$$G_N = \frac{b_{N,z,0} + b_{N,z,1}z^{-1} + \cdots + b_{N,z,n_n-1}z^{-(n_n-1)} + b_{N,z,n_n}z^{-n_n}}{1 + a_{N,z,1}z^{-1} + \cdots + a_{N,z,n_n-1}z^{-(n_n-1)} + a_{N,z,n_n}z^{-n_n}}$$

Ou seja,

$$G_N = \frac{\sum_{i=0}^{m_N} b_{N,z,i}z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n_N} a_{N,z,i}z^{-i}}, \quad \text{mas } G_N = \frac{\hat{q}(z)}{T_M^*(z)} \quad (4.23)$$

logo, da Eq (4.23)

$$\hat{q}(z) = \frac{\sum_{i=0}^{m_N} b_{N,z,i}z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n_N} a_{N,z,i}z^{-i}} T_M^*(z) \quad (4.24)$$

Desenvolvendo a Eq (4.24) tem-se que,

$$\begin{aligned} \hat{q}(z) + \hat{q}(z) \sum_{i=1}^{n_N} a_{H,z,i}z^{-i} &= \sum_{i=0}^{m_N} b_{H,z,i}z^{-i} T_M^*(z) \\ \hat{q}(z) &= \sum_{i=0}^{m_N} b_{H,z,i}z^{-i} T_M^*(z) - \sum_{i=1}^{n_N} a_{H,z,i}z^{-i} \hat{q}(z) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Da teoria de transformada “z” inversa,  $\mathcal{Z}^{-1}$  :

$$\begin{cases} \mathcal{Z}^{-1}\{U(z)z^{-i}\} = \{U(k-i)\} \\ \mathcal{Z}^{-1}\{U(z)\} = \{U(k)\} \end{cases} \quad (4.26)$$

Aplicando a Eq. (4.26) na Eq. (4.25) obtém-se a equação diferença:

$$\mathcal{Z}^{-1}\{\hat{q}(z)\} = \mathcal{Z}^{-1}\left\{\sum_{i=0}^{m_N} b_{N,z,i}z^{-i} T_M^*(z)\right\} - \mathcal{Z}^{-1}\left\{\sum_{i=1}^{n_N} a_{N,z,i}z^{-i} \hat{q}(z)\right\}$$

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{m_N} b_{N,Z,i} T_M^*(k-i) - \sum_{i=1}^{n_N} a_{N,Z,i} \hat{q}(k-i) \quad (4.27)$$

Como o observador é um esquema “*on-line*”, *i.e.*, estima o fluxo requerido com base em medidas de temperaturas no tempo, atual e passado, isso acarreta uma mudança ou atraso de fase, interferindo nos valores estimados. Se o problema inverso for resolvido “*off-line*”, o atraso de fase pode ser removido, adaptando uma filtragem de trás para frente.

O atraso no domínio  $z$  (plano complexo) tem, portanto, influência no domínio do tempo. Por filtragem reversa de um sinal discreto no tempo  $f_k$  ( $k=1, \dots, L$ ), entenda-se filtrar a seqüência reversa  $f_{-k}(L, \dots, 1)$  no tempo. Assim, a seqüência  $f_k$  corresponde no domínio  $z$  à seqüência  $F(z)$  e a seqüência reversa,  $f_{-k}$ , corresponde ao conjugado  $\bar{F}(z)$ , ou seja,

$$f_k \rightarrow F(z) \quad e \quad f_{-k} \rightarrow \bar{F}(z)$$

Dessa forma a filtragem se dá aplicando-se os passos:

$$1^\circ \text{ passo: } q_F(z) = G_N(z) T_M^*(z);$$

$$2^\circ \text{ passo: } q_B(z) = G_Q(z) \bar{q}_F(z);$$

$$3^\circ \text{ passo: } \hat{q}(z) = \bar{q}_B(z).$$

Ou seja, o fluxo de calor  $q_F(z)$  é filtrado no domínio  $z$  por meio de seu conjugado  $\bar{q}_F(z)$  (passo 2). Um novo valor do fluxo,  $q_B(z)$  obtido deve então ser revertido para a obtenção do valor estimado sem atraso  $\hat{q}(z)$ .

É possível mostrar que a estimativa refinada  $\hat{q}(z)$  apresenta fase zero (BLUM; MARQUARDT, 1997). Substituindo a Eq. (4.15), na equação do primeiro passo obtém-se:

$$q_F = G_N(G_H q + N)$$

Passando pelo segundo passo, *i.e.*, revertendo a função  $q_F$  tem-se:

$$q_B = G_Q \bar{G}_N (\bar{G}_H \bar{q} + \bar{N})$$

E por fim no terceiro passo, obtém-se a estimativa alisada,

$$\hat{q} = \bar{G}_Q G_N (G_H q + N)$$

$$\begin{aligned}
&= \overline{G_Q} G_N G_H q + \overline{G_Q} G_N N \rightarrow \text{da Eq. (4.18)} \Rightarrow \overline{G_Q} G_Q q + \overline{G_Q} G_N N \\
&= |G_Q|^2 q + \overline{G_Q} G_N N
\end{aligned}$$

Daí observa-se as características de valor real e conseqüentemente da fase zero da função de transferência refinada do sinal,

$$\begin{aligned}
|G_Q|^2 &= 1 \quad (\omega \leq \omega_C) \\
&< |G_Q|^2 & (\omega > \omega_C)
\end{aligned}$$

e ainda que as propriedades de amplificação do ruído,

$$\begin{aligned}
|G_Q| |G_N| &= |G_N| \quad (\omega \leq \omega_C) \\
&< |G_N| & (\omega > \omega_C)
\end{aligned}$$

são melhoradas mediante do refinamento. O fato da função de transferência do ruído alisada ser complexa e conseqüentemente de fase diferente de zero, não tem influência na estimativa.

Um procedimento análogo pode ser feito no tempo. O fluxo estimado  $\hat{q}(k)$  da Eq. (4.27) é revertido no tempo. Após a reversão ele é recalculado pela Eq. (4.28) que é equivalente ao alisamento na freqüência no domínio  $\mathbf{z}$  (Passo 2),

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{m_0} b_i q(k-i) - \sum_{i=1}^{n_0} a_i \hat{q}(k-i) \Rightarrow \text{Equação diferença} \quad (4.28)$$

Dessa forma é possível estimar-se o fluxo desconhecido, a partir das Eqs. (4.27) e (4.28). Com os valores medidos de temperatura, pelos termopares, faz-se uma primeira estimativa do fluxo, por meio da Eq. (4.27). Reverte-se a seqüência obtida no tempo e filtra-se esse fluxo com a Eq. (4.28). Revertendo a seqüência de fluxo filtrada, têm-se o fluxo estimado.

A técnica inversa baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos tem apresentado, como já mencionado, um desempenho competitivo com outras técnicas inversas mais usuais. Entretanto, este trabalho, se dedica, ainda, à exploração dessa

técnica, promovendo aprimoramentos, que possam levá-la a um desempenho superior, aumentando a robustez e estabilidade, requisitos fundamentais para o sucesso de uma boa solução inversa. As alterações propostas são mostradas a seguir.

#### 4.2.2 – Evolução da técnica

##### 4.2.2.1 – Identificação da função transferência analítica

Como visto, na descrição da técnica original, se o sistema dinâmico é linear e fisicamente invariável a resposta da função de transferência  $G_H(r_i, s)$  é a mesma, sendo  $r_i$  uma representação generalizada para coordenadas cartesianas, podendo representar um problema uni, bi ou tridimensional, independente do par entrada/saída (SOUSA, 2006). Assim, a função de transferência do modelo ( $G_H(r_i, s)$ ) pode, então, ser obtida por meio de um problema auxiliar que nada mais é do que uma versão homogênea do problema original. O problema auxiliar é então resolvido para a mesma região com temperatura inicial zero e uma fonte de pulso unitário localizada na mesma região da fonte de calor no problema original. A solução obtida para o problema auxiliar, desenvolvido na seção anterior, é representada por  $\bar{T}^+(r_i, s)$ . Isto significa que  $G_H(r_i, s)$  pode ser obtida usando-se a relação:

$$\bar{G}_H(r_i, s) = s\bar{T}^+(r_i, s) \quad (4.29)$$

na qual  $s$  e  $\bar{T}^+(r_i, s)$  representam, respectivamente, a transformada no domínio de Laplace de uma constante unitária, calor imposto no problema auxiliar,  $L[1] = 1/s$ , e a transformada de Laplace da resposta do sistema térmico a esse fluxo unitário,  $\bar{T}^+(r_i, t)$ .

Da forma como foi concebida, a técnica inversa determina  $G_H$ , ou seja, a função transferência do sistema térmico, segundo uma série de aproximações numéricas. Entretanto é possível obter a função transferência analiticamente, tendo assim a resposta exata para o sistema. Para demonstrar a uso da solução analítica, analisa-se um modelo 2D, apresentado na Fig. 4.7, que pode ser descrito pela equação de difusão a seguir, Eqs. (4.30).

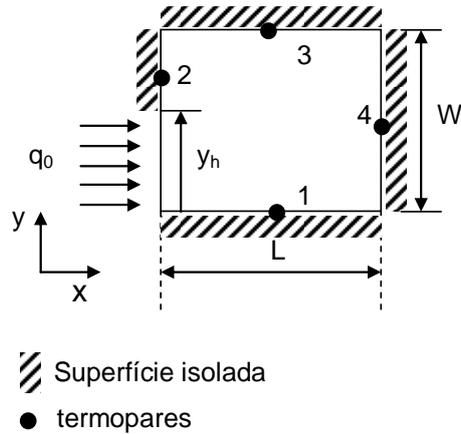


Figura 4.7 - Problema térmico definido para obtenção de função transferência analítica.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.30a)$$

Na região R ( $0 < x < L$ ,  $0 < y < W$ ) e  $t > 0$ , sujeita às condições de contorno,

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = q(t) \quad \text{em } S_1 (0 \leq y \leq y_h) \quad (4.30b)$$

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{em } S_2 (y \geq y_h)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=W} = 0 \quad (4.30c)$$

E a condição inicial,

$$\theta(x, y, 0) = T(x, y, t) - T_o$$

A solução analítica para o problema auxiliar da Fig. 4.7, regido pelas Eqs. 4.30, pode ser obtida, analiticamente, em termos de funções de Green. O problema auxiliar é definido pela imposição de um fluxo unitário, na mesma região onde o fluxo de calor é imposto no problema original e temperatura inicial igual a zero. Assim,

$$q = 1 W/m^2 \text{ na superfície } S_1 \text{ e } q=0 \text{ na superfície } S_2 \quad (4.31)$$

Logo, a solução do problema dado pelas Eqs. (4.30) em termos de funções de Green é,

$$\theta^+(x, y, t) = \frac{\alpha}{k} \int_{y'=0}^{y_H} \int_{\tau=0}^t G_{xy}(x, y, t/x', y', t-\tau) \Big|_{x'=0} d\tau dy' \quad (4.32)$$

na qual,

$$G_{xy}(x, y, t/x', y', t-\tau) = G_x(x, t/x', \tau) G_y(y, t/y', \tau)$$

Como as condições de contorno são homogêneas e iguais em ambas as direções x e y, as funções de Green em cada direção podem ser escritas como,

$$G_x = \frac{1}{L} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-A_m t} \cos(\beta_m x/L) \cos(\beta_m x'/L)}{N_1} \quad (4.33)$$

$$G_y = \frac{1}{W} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-B_n t} \cos(\gamma_n y/L) \cos(\gamma_n y'/W)}{N_2} \quad (4.34)$$

nas quais  $\frac{1}{N_1} = \frac{2}{L}$ ,  $\frac{1}{N_2} = \frac{2}{W}$ ,  $\beta_m = m\pi$ ,  $\gamma_n = n\pi$ ,  $A_m = \left(\frac{\beta_m}{L}\right)^2$  e  $B_n = \left(\frac{\gamma_n}{W}\right)^2$

Substituindo as Eqs (4.33 - 4.34) na Eq.(4.32) tem-se

$$\begin{aligned} \theta^+(x, y, t) = & \left[ \sum_{m=1}^{\infty} A x_m + \sum_{n=1}^{\infty} A y_n + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A x y_{mn} \right] + A_1 t - \\ & - \left[ \sum_{m=1}^{\infty} A x_m e^{-A_m t} + \sum_{n=1}^{\infty} A y_n e^{-B_n t} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A x y_{mn} e^{-F_{mn} t} \right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

na qual,

$$F_{mn} = (A_m + B_n) = \left( \frac{\beta_m^*{}^2}{L^2} + \frac{\gamma_n^*{}^2}{W^2} \right) \alpha$$

$$A_1 = \frac{\alpha W_1}{k WL}$$

$$A_{y_n} = \frac{\alpha}{kL} \cos(\gamma_n^* y/W) W \frac{\text{sen}(\gamma_n^* W_1/W)}{N_2(\gamma_n^*) \gamma_n^*} \frac{1}{B_n}$$

$$A_{x_m} = \frac{1}{kL} W_1 W^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(\beta_m^* x/L)}{N_1(\gamma_n^*)} \frac{1}{A_m}$$

$$A_{xy_{mn}} = \frac{\alpha}{k} \left( \frac{\cos(\beta_m^* x/L)}{N_1} \frac{\cos(\gamma_n^* y/W)}{N_2} \right) W \frac{\text{sen}(\gamma_n^* W_1/W)}{\gamma_n^*} \frac{1}{F_n}$$

Aplicando a transformada de Laplace na Eq (4.35) obtém-se,

$$\bar{\theta}^+(x, y, s) = \left[ T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} Ax_m + \sum_{n=1}^{\infty} Ay_n + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Axy_{mn} \right] \frac{1}{s} + A_1 \frac{1}{s^2} -$$

$$- \left[ \sum_{m=1}^{\infty} Ax_m \frac{1}{s + A_m} + \sum_{n=1}^{\infty} Ay_n \frac{1}{s + B_n} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Axy_{mn} \frac{1}{s + F_{mn}} \right]$$

(4.36)

Dessa forma, a função de transferência no domínio de Laplace pode ser obtida substituindo Eq. (4.36) na Eq. (4.29),

$$\bar{G}_H(x, y, s) = s \bar{\theta}^+(x, y, s) = \left[ T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} Ax_m + \sum_{n=1}^{\infty} Ay_n + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Axy_{mn} \right] +$$

$$+ A_1 \frac{1}{s} - \left[ \sum_{m=1}^{\infty} Ax_m \frac{s}{s + A_m} + \sum_{n=1}^{\infty} Ay_n \frac{s}{s + B_n} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Axy_{mn} \frac{s}{s + F_{mn}} \right]$$

(4.37)

Se a inversão da Eq.(4.37) é responsável pela obtenção do fluxo de calor, então os zeros dessa função representam os pólos do algoritmo inverso no domínio-z. Nesse caso, uma análise do comportamento de  $G_H$  em determinadas posições permite que somente valores positivos e diferentes de zero sejam usadas na inversão contribuindo para uma maior estabilidade e robustez do algoritmo. A equação de transferência do modelo térmico foi aplicada com êxito em problemas 2D, apresentando resultados compatíveis e em alguns casos melhores que a técnica original, que usa função de transferência numérica (SOUSA, 2006). A equação de transferência analítica para um problema 3D encontra-se em desenvolvimento.

#### 4.2.2.2 – Uso de múltiplos sensores simultâneos

A técnica inversa Baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos, como visto, tem como base a função resposta do sistema térmico ( $G_H$ ), que é obtida fazendo-se uso da teoria de funções de Green e da definição de sistemas dinâmicos equivalentes. A função resposta,  $G_H$ , é determinada usando-se um sistema térmico auxiliar. A Figura 4.8 apresenta um modelo térmico 2D e o sistema dinâmico equivalente conforme concebido originalmente. Observa-se que o sistema de uma entrada e uma saída, impossibilita o uso de mais de um termopar.

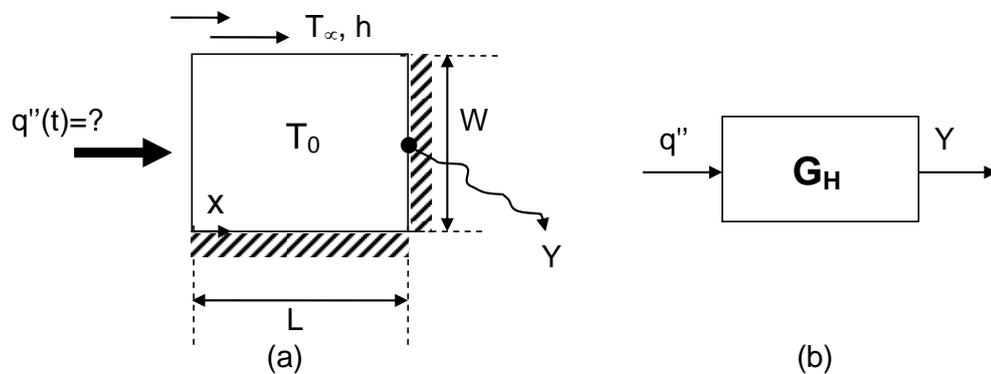


Figura 4.8 - Modelo térmico: (a) sistema físico; (b) sistema dinâmico do tipo uma entrada uma saída.

Da teoria de funções de Green sabe-se que o modelo térmico pode ser representado pela equação:

$$T(x, t) = \int_{\tau=0}^t [G_{h1}(x, y, t/\tau) q_1(\tau)] d\tau \quad (4.38)$$

Dessa forma, a partir da evolução da temperatura adquirida por um termopar pode-se estimar o fluxo de calor. Entretanto, da teoria de sistemas dinâmicos, sabe-se que um sistema dinâmico pode ser composto por uma entrada e múltiplas saídas, o que analogamente pode ser entendido como sendo um sistema térmico com dois sensores, como mostra a Fig. 4.9.

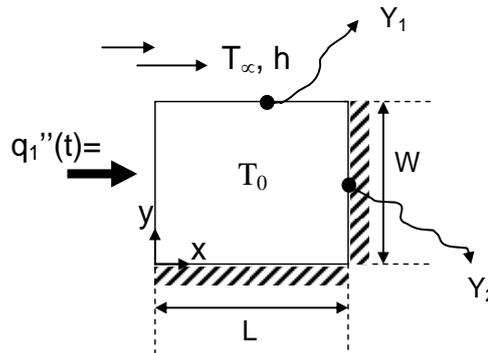


Figura 4.9 - Modelo Térmico 2D usando dois sensores de medição.

Resolvendo o problema por funções de Green tem-se:

$$T(L, W/2, t) = T_1(t) = \int_{\tau=0}^t [G_{H1}(x_1, y_1, t/\tau) q_1(\tau)] d\tau \tag{4.39}$$

$$T(L/2, W, t) = T_2(t) = \int_{\tau=0}^t [G_{H2}(x_2, y_2, t/\tau) q_1(\tau)] d\tau \tag{4.40}$$

Observa-se nas Eqs. (4.39) e (4.40) a função de Green para as duas posições onde estão localizados os termopares. Assim, é necessário desenvolver uma equação que corresponda às duas saídas simultaneamente. Da teoria de sistemas e controle observa-se na Fig. 4.10 que:

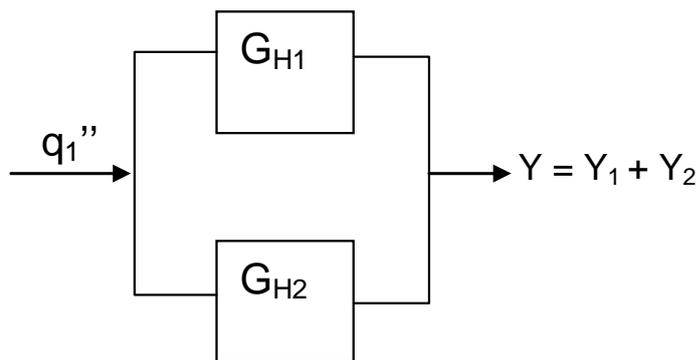


Figura 4.10 - Uma entrada/múltiplas saídas.

Dessa forma, pode-se obter uma função de Green que corresponda aos dois sensores. Matematicamente tem-se:

$$Y(t) = T_1(t) + T_2(t) = \int_{\tau=0}^t [G_{H1}(t-\tau) + G_{H2}(t-\tau)] q_1(\tau) d\tau \quad (4.41)$$

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) = G_{H12}(s) q_1(s) \quad (4.42)$$

Logo, para se estimar o fluxo de calor com maior confiabilidade, pode-se fazer uso de mais de um sensor de temperatura, bastando para isso aplicar a Eq. (4.42).

### 4.3 – Verificação das modificações na técnica de Observadores Dinâmicos Baseada em Funções de Green

Esta seção visa avaliar a eficiência das modificações propostas quanto ao uso de funções transferência analíticas bem como do uso de mais de um sensor de temperatura. Tais contribuições são fundamentais para o sucesso da técnica inversa quando aplicada a problemas reais como o representado pelo processo de furação.

Observa-se que neste caso, o grau de incerteza em vários parâmetros como propriedades térmicas do material investigado variando com a temperatura, coeficientes de troca de calor convectivos e incerteza de medição podem contribuir para a instabilidade dos resultados, aumentando de forma decisiva a necessidade de um algoritmo mais robusto,

As próximas seções apresentam dois casos teste. Primeiro, um novo procedimento para obter  $G_H$  analiticamente é comparado com o trabalho anterior (SOUSA, 2006) que também é baseado em funções de Green, com obtenção da função resposta do sistema térmico por meio de aproximação numérica e intervalo amostral. Segundo, apresenta-se o conceito de função de transferência global, que permite a utilização de mais de um sensor de temperatura simultaneamente para estimar o fluxo de calor imposto.

#### 4.3.1 – Função transferência analítica

O problema 2D descrito na subseção 4.2.2.1 é revisto nesta seção. A distribuição de temperatura para o problema direto é gerada por meio da solução das Eqs. (4.30), considerando uma evolução de fluxo de calor conhecida ( $q(t)$ ).

A Figura 4.11 apresenta novamente o problema 2D e as Eqs (4.30) são reescritas a seguir.

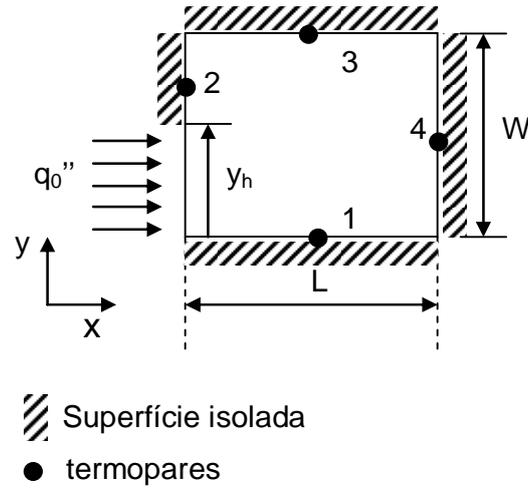


Figura 4.11 - Caso teste bidimensional simulado

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.43a)$$

Na região R ( $0 < x < L$ ,  $0 < y < W$ ) e  $t > 0$ , sujeita às condições de contorno,

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = q(t) \quad \text{em } S_1 (0 \leq y \leq y_h) \quad (4.46b)$$

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{em } S_2 (y \geq y_h)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=W} = 0 \quad (4.43c)$$

e condição inicial de,

$$\theta(x, y, 0) = T(x, y, t) - T_o$$

Erros aleatórios são adicionados a essas temperaturas (Eq. 4.44). As temperaturas corrompidas são então usadas como dados de entrada, no algoritmo inverso, para reconstruir o fluxo de calor imposto,

$$Y(L, t) = T(L, t) + \varepsilon_j \quad (4.44)$$

na qual  $\varepsilon_j$  representa um número randômico dentro do intervalo de  $[0,1]$ . Os testes simulam uma amostra de aço inox AISI 304 exposta a uma fonte de calor.

Dois tipos de fluxos de calor são impostos a amostra:

- i) fluxo de calor senoidal e,
- ii) fluxo de calor triangular.

O parâmetro  $\varepsilon_j$  assume valores na faixa de  $\pm 5$  °C para o caso senoidal e, na faixa de  $\pm 1$  °C no caso de fluxo triangular. Ambos os ruídos representam 5 % da temperatura máxima em cada caso.

As Figuras 4.12 e 4.13 apresentam a temperatura calculada para a posição 1, para os fluxos de calor senoidal e triangular respectivamente. O esquema do problema e a posição do termopar 1 são mostrados na Fig. 4.11. A Figura 4.14 apresenta os módulos e as fases das  $G_{Hs}$  obtidas usando aproximação numérica da função de Green (SOUSA, 2006) e o método analítico proposto neste trabalho. Observa-se que os valores de módulo e fase são quase idênticos para valores de frequência abaixo de 1 rad/s.

A Tabela 4.1 detalha as coordenadas de cada sensor mostrado na Fig. 4.11, entretanto nesta simulação apenas o sensor 1 tenha sido usado.

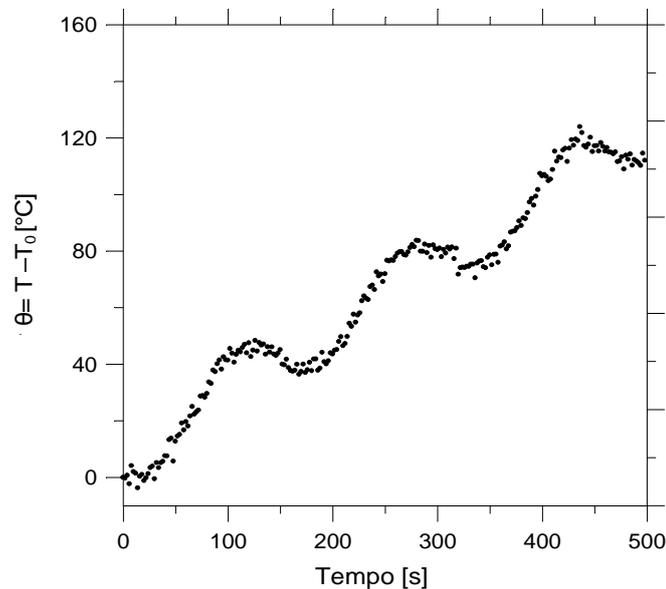


Figure 4.12 - Temperatura experimental simulada numericamente na posição 1 para fluxo de calor senoidal.

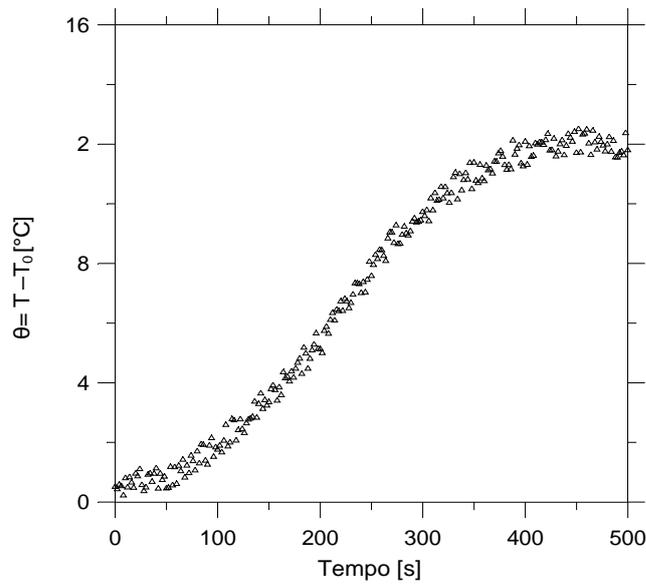


Figure 4.13 - Temperatura experimental simulada numericamente na posição 1 para fluxo de calor triangular.

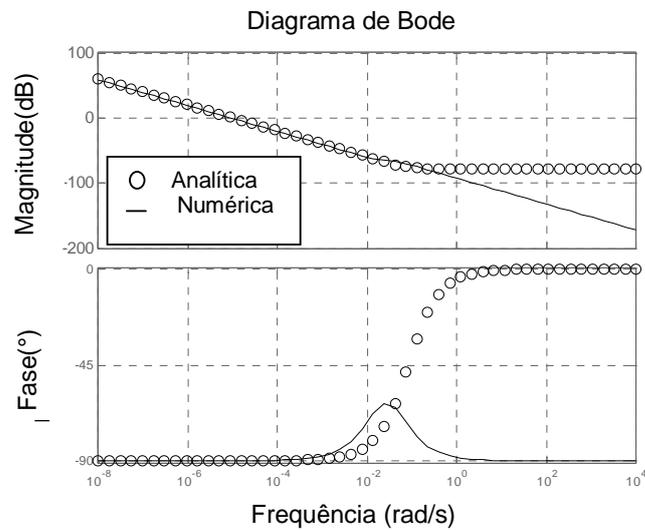


Figura 4.14 - Modulo e fase da função de transferência do modelo térmico,  $G_H$ .

Tabela 4.1 - Geometria e posições dos termopares simulados para os Teste 1.

$y_H=0.01m$	$L=0.01m$	$W=0.03 m$
Posição	$x_i 10^{-3}[m]$	$y_i 10^{-3}[m]$
1	5.0	0.0
2	0.0	15.0
3	10.0	15.0
4	5.0	30.0

Os fluxos de calor estimados a partir da temperatura adquirida pelo sensor 1 são mostrados nas Figs 4.15 e 4.17 que apresentam uma comparação entre o fluxo de calor estimado usando a função de transferência analítica, o fluxo de calor calculado com a técnica original (SOUSA, 2006) e o fluxo de calor real imposto para os dois testes, ou seja, fluxo de calor senoidal e triangular. Observa-se que os resultados apresentam boa concordância entre si.

A grande vantagem de se usar a forma analítica da  $G_H$  é a facilidade de obter os valores de temperatura para qualquer posição no modelo, enquanto que na técnica original, com aproximação numérica, cada termopar deve ser tratado individualmente, o que requer mais passos e com isso maior tempo computacional. Além disso, a estimativa obtida com a função analítica é mais próxima do fluxo real que a obtida com a técnica original, como pode ser observado nas Figs. 4.16 e 4.18, que apresentam os desvios entre os fluxos calculados pelas técnicas inversas, original e modificada, e o fluxo de calor real imposto. Em ambos os testes o fluxo estimado com a técnica modificada, ou seja, usando a  $G_H$  analítica, fornece melhores resultados.

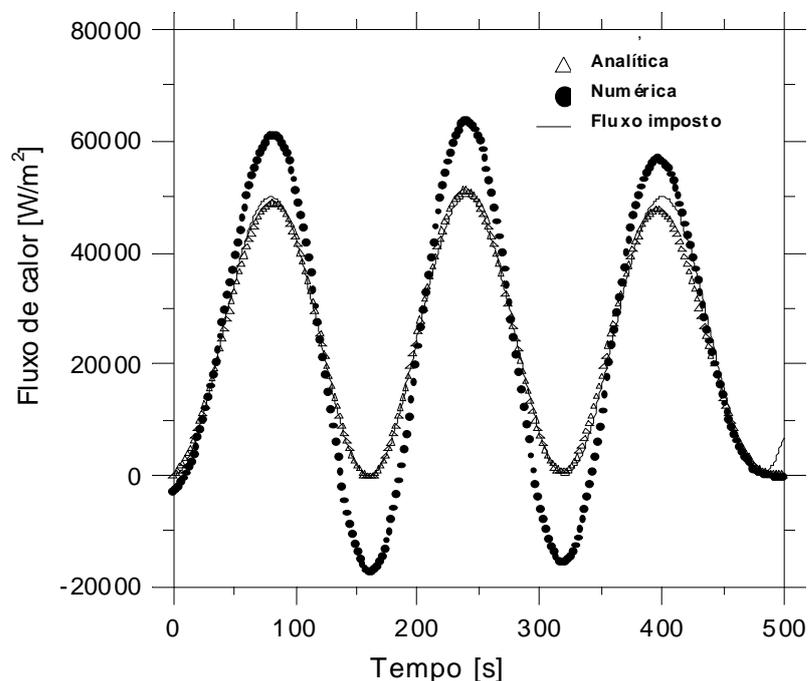


Figura 4.15 - Comparação entre o fluxo de calor senoidal estimado e o imposto: componentes do fluxo de calor.

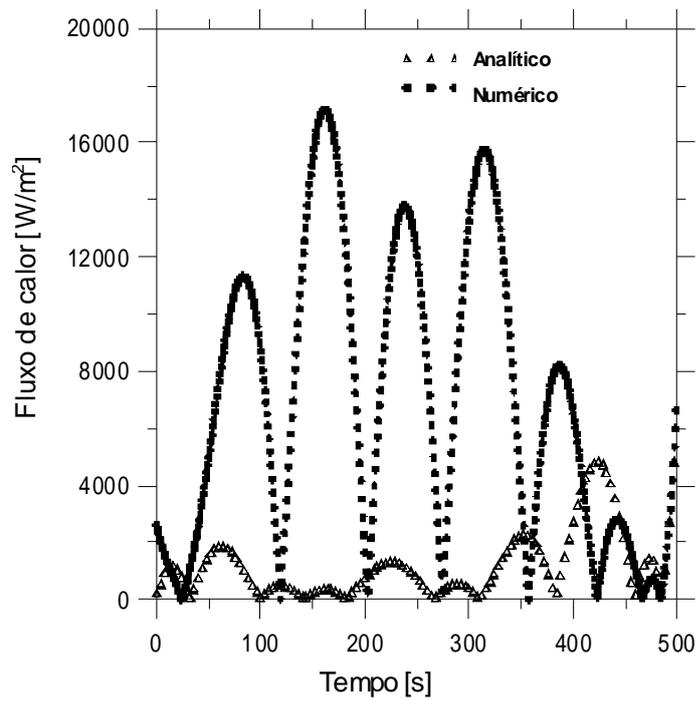


Figura 4.16 - Comparação entre o fluxo de calor senoidal estimado e o imposto: erro absoluto.

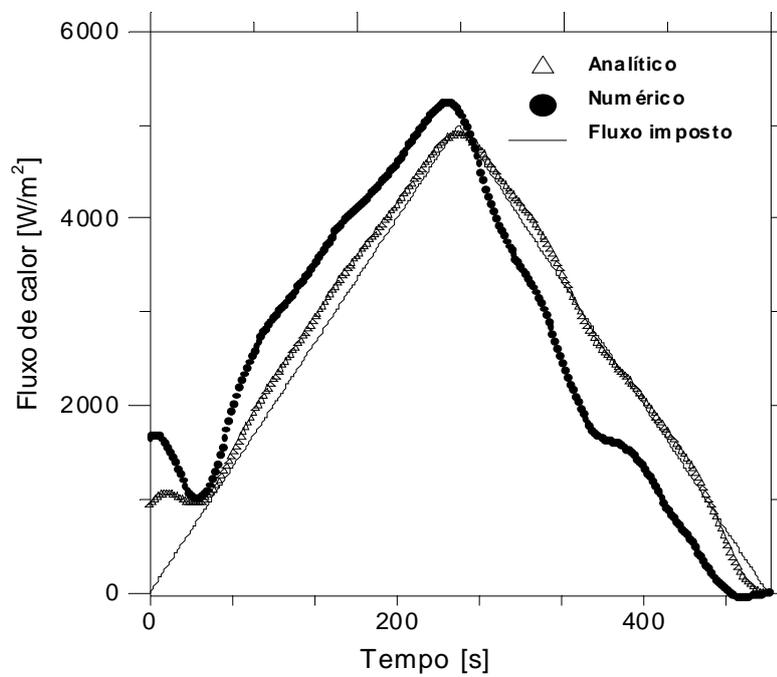


Figura 4.17 - Comparação entre o fluxo de calor triangular estimado e o imposto: componentes do fluxo de calor.

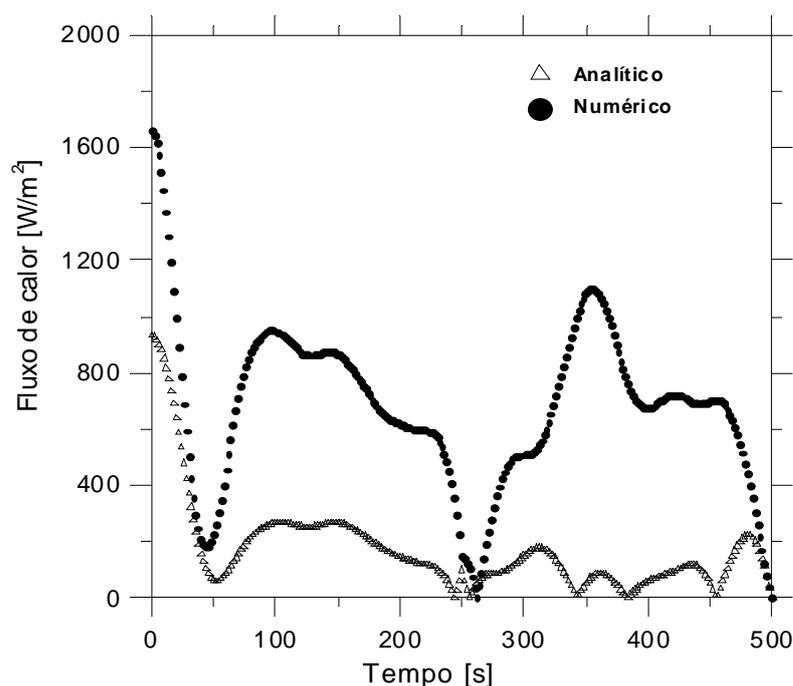


Figura 4.18 - Comparação entre o fluxo de calor triangular estimado e o imposto: erro absoluto.

#### 4.3.2 – Múltiplos sensores.

Se o uso de temperaturas experimentais pode reconstruir uma fonte de calor desconhecida, então o uso de mais de uma temperatura simultaneamente deve fornecer informações mais completas, atenuando os efeitos de ruídos e proporcionando equilíbrio e uma estimativa mais exata. Casos simulados e experimentais são testados para a verificação desta hipótese.

##### 4.3.2.1 – Múltiplos sensores: caso teste simulado

A Figura 4.19 apresenta uma comparação entre a estimativa do fluxo de calor obtida a partir de informações de um único sensor e a estimativa, para o fluxo de calor, obtida usando uma função de transferência global, ou seja, equivalente aos quatro termopares simultaneamente.

As coordenadas dos termopares simulados são apresentadas na Tabela 4.1. Observa-se que, usando-se a função de transferência global, Eq. (4.42), resultados melhores podem ser obtidos, Fig. 4.19.

A Figura 4.20 apresenta a comparação entre o fluxo de calor calculado com a  $G_H$  analítica e o fluxo de calor estimado usando a função de transferência global, obtida com aproximação numérica. A Figura 4.21 mostra o erro residual.

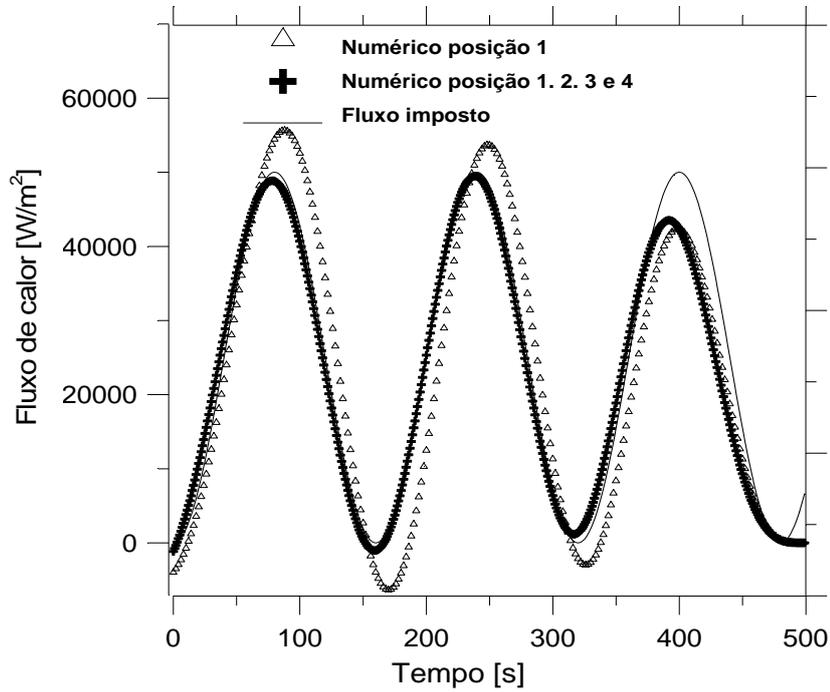


Figura 4.19 - Comparação entre os fluxos de calor senoidal estimado e o imposto usando  $G_H$  numérica.

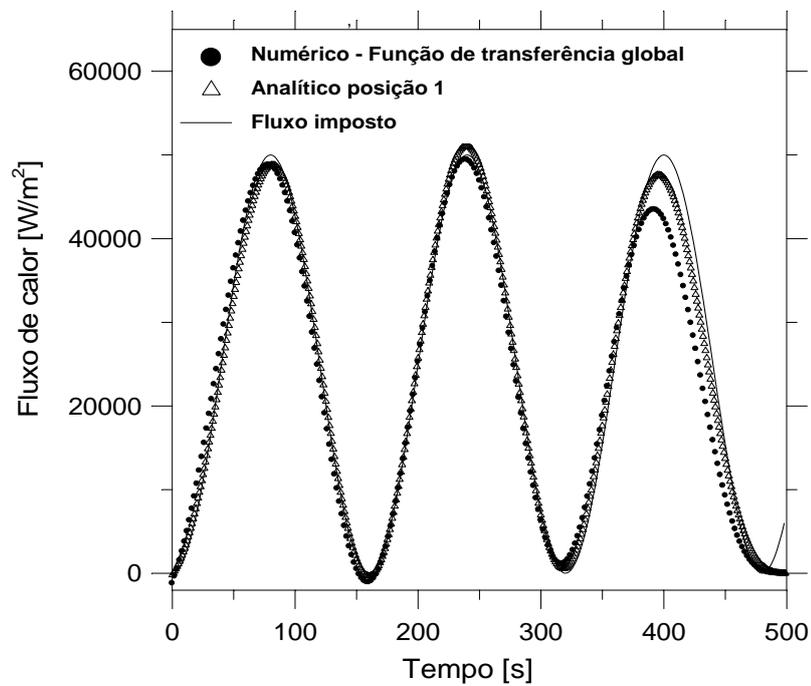


Figura 4.20 - Comparação entre os fluxos de calor senoidal estimado e o fluxo imposto usando  $G_H$  obtido numérica e analiticamente.

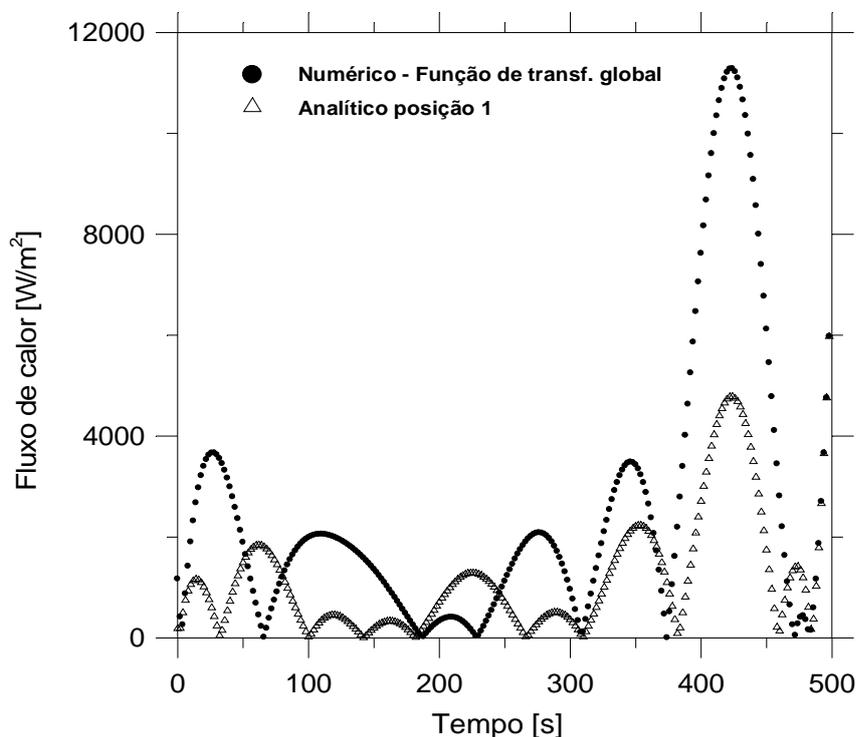


Figura 4.21- Erro residual da comparação entre os fluxos de calor senoidal estimado e o fluxo imposto usando  $G_H$  obtido numérica e analiticamente.

Os bons resultados obtidos demonstram a flexibilidade da técnica para lidar com um problema real, na qual vários termopares podem estar localizados na amostra.

Nota-se que apesar de ambos os resultados estarem bem próximos do fluxo de calor real imposto, o fluxo de calor estimado usando a função de transferência analítica apresenta resultados mais precisos. Esse comportamento fica claro na análise do erro residual apresentado na Fig. 4.21.

#### 4.3.2.2 – Múltiplos sensores: teste experimental

A Figura 4.22 e a Tabela 4.2 apresentam, respectivamente, a geometria e posição dos termopares na amostra de aço, AISI 304, usada no experimento controlado desenvolvido no LTCM – Laboratório de Transferência de Calor e Massa – da Universidade Federal de Uberlândia – UFU. .

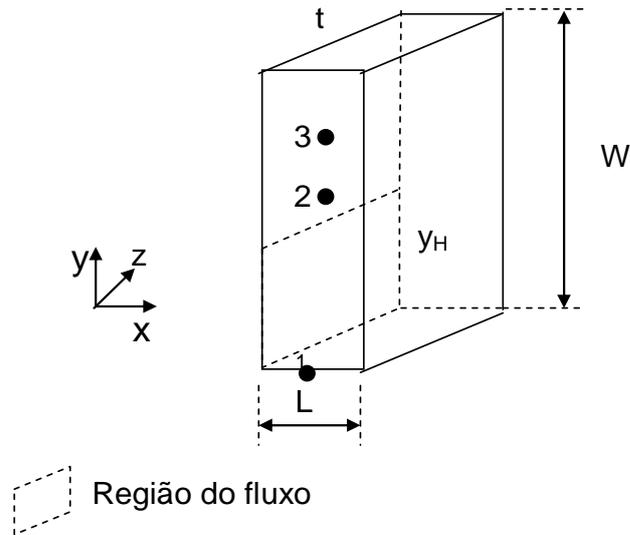


Figura 4.22 - Esquema da amostra experimental e posição dos termopares.

A amostra de aço inoxidável AISI304, usada no experimento, tem espessura de 6 mm e dimensões laterais de 50 x 138 mm. A amostra, inicialmente em equilíbrio térmico a uma temperatura  $T_0$ , é então submetida a um fluxo de calor unidirecional, reproduzindo assim um problema de condução bidimensional.

O fluxo de calor é alimentado por um aquecedor de resistência elétrica de 318  $\Omega$ , coberto por borracha de silicone, com dimensões laterais de 50 X 50 mm e espessura de 0.3 mm. As temperaturas são medidas usando-se termopares de contato (tipo k). Os sinais de tensão e temperatura são adquiridos por um sistema de aquisição de dados HP Series 75000 com voltímetro E1326B controlado por computador pessoal.

Três termopares foram fixados na amostra como mostra a Fig. 4.22. O sinal capturado para cada termopar é mostrado na Fig. 4.23.

Tabela 4.2 - Dados geométricos da amostra e posições dos termopares (caso experimental).

$y_H=0.05m$	$L=0.006m$	$W=0.138 m$	$t=0.05m$
Posição	$x_i 10^{-3}[m]$	$y_i 10^{-3}[m]$	$z_i 10^{-3}[m]$
1	11.5	62.5	25
2	0.0	62.5	25
3	10.0	86.0	25

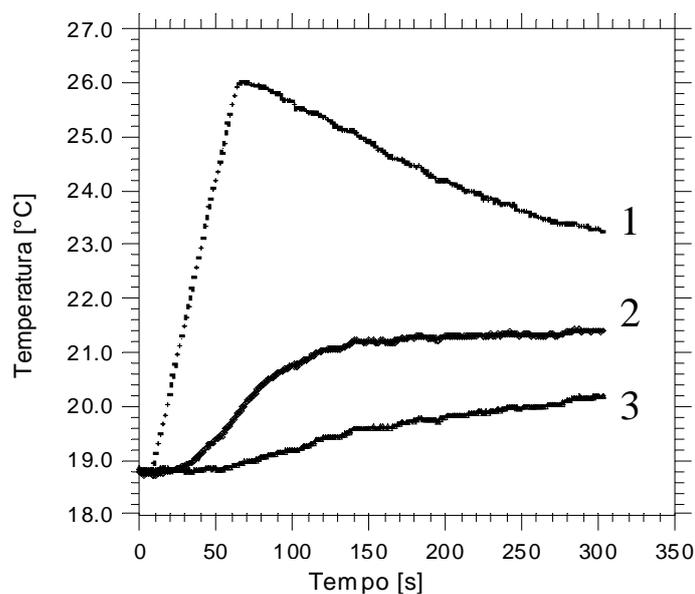


Figura 4.23- Evolução da temperatura experimental para os termopares 1, 2 e 3 (Tabela 4.2).

A Figura 4.24 mostra o fluxo de calor estimado usando a técnica da função de transferência global e o fluxo estimado pelo método da função seqüencial especificada, desenvolvida por Beck e Blackwell (1985). Visando avaliar os resultados, as temperaturas obtidas experimentalmente foram comparadas com as temperaturas estimadas, obtidas por meio da solução do problema direto considerando o fluxo de calor estimado como entrada. Essa comparação é mostrada na Fig. 4.25 para o sensor 2. O resíduo, fruto da diferença entre a temperatura experimental e a temperatura estimada pela técnica de observadores dinâmicos com função de transferência global, é apresentado na Fig. 4.26. Os resultados mostram uma diferença menor do que  $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$  que é igual à incerteza dos termopares usados no experimento.

Para assegurar a confiança dos resultados, a energia total imposta pela resistência elétrica durante o tempo total do experimento,  $368\text{ J}$ , foi comparada com faixa total de calor estimada, ou seja, a energia estimada que é obtida integrando o fluxo de calor estimado no tempo de duração do experimento. Os valores de energias estimadas foram respectivamente de  $379.5\text{ J}$  e  $390\text{ J}$  para o método seqüencial e para o método de observadores com  $G_H$  global respectivamente. Nesse caso, a incerteza foi menor que  $3\%$  para a técnica de observadores com função de transferência global. Esse resultado demonstra o potencial da técnica.

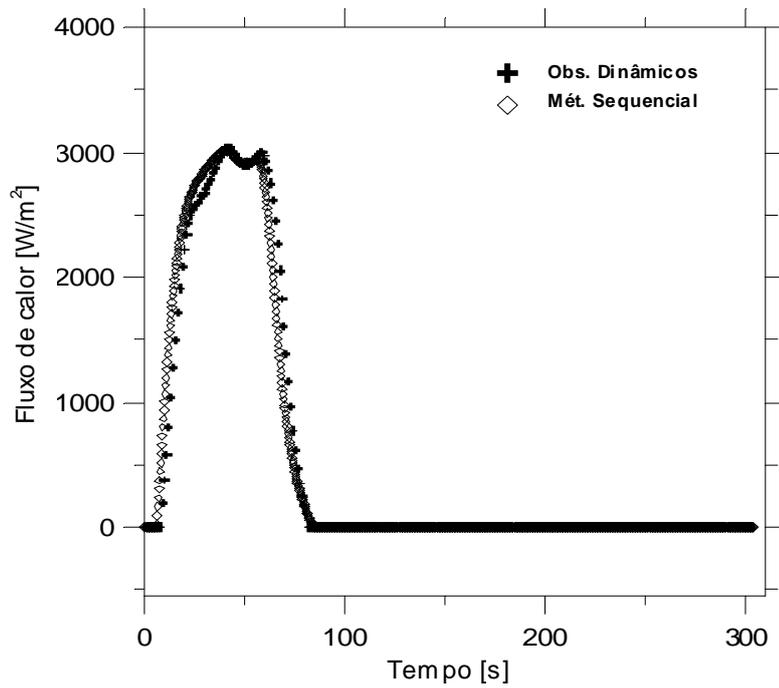


Figura 4.24 - Estimativa do fluxo de calor usando o método seqüencial e observadores dinâmicos com  $G_H$  global.

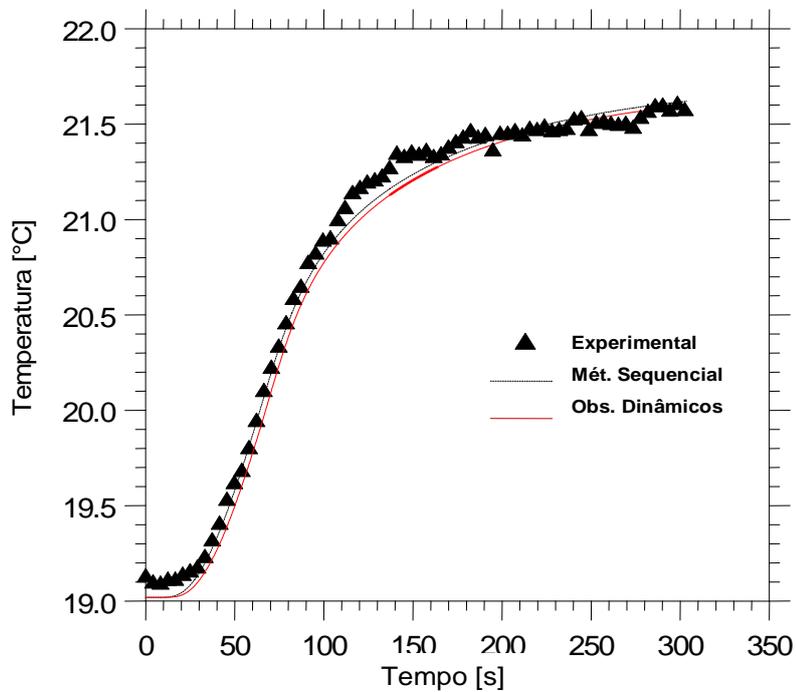


Figura 4.25 - Comparação entre as temperaturas estimadas e medida.

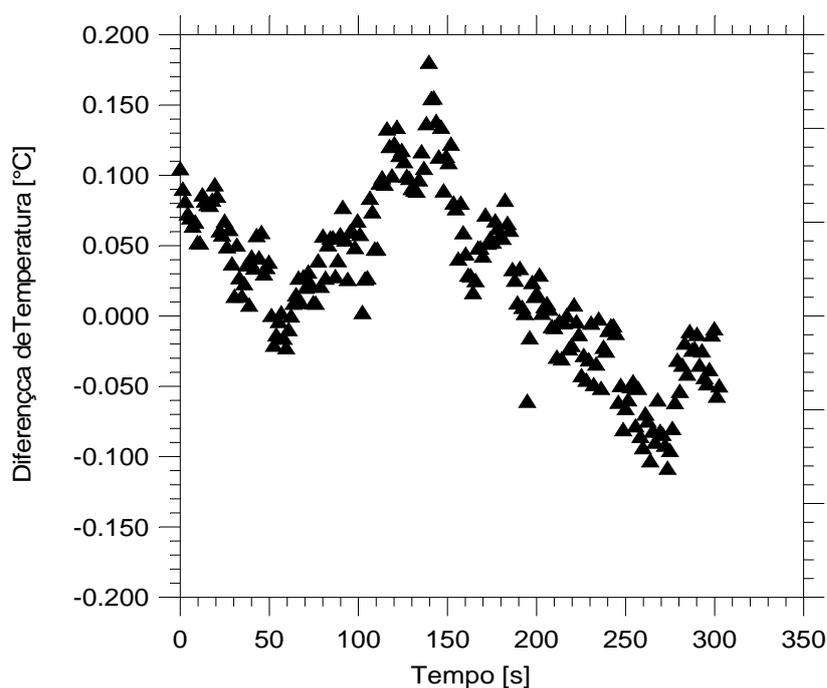


Figure 4.26 - Resíduo entre as temperaturas medida experimentalmente e estimada usando o fluxo de calor estimado pela técnica de observadores e  $G_H$  global.

A grande vantagem da técnica baseada em observadores é a facilidade e rapidez de implementação numérica para qualquer tipo de problema, 1D, 2D ou 3D. O uso da função de transferência global, garante um resultado mais preciso, aumentando a robustez e mantendo o baixo custo computacional.

A técnica de observadores dinâmicos será aplicada diretamente na solução do problema de furação. Das alterações propostas para melhoria da técnica inversa de observadores dinâmicos baseada em funções de Green apenas a função de transferência global será aplicada neste momento. Observa-se que a função de transferência global apresentou uma melhoria significativa nos resultados e pode ser aplicada a problemas tridimensionais indistintamente. A função transferência analítica, embora seja promissora ainda encontra-se em desenvolvimento e não pode ser aplicada diretamente em um problema tridimensional como o da furação.



## CAPITULO V

### ANÁLISE DE RESULTADOS

A técnica inversa baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos, apresentada no Capítulo 4, é aplicada na solução do problema de furação real. Entretanto, antes de uma abordagem direta de qualquer problema real é necessário um estudo de sensibilidade do problema investigado. Esse procedimento é importante devido às características de mau condicionamento matemático do problema inverso. Por exemplo, qual a posição ideal para a medição de temperatura? Qual o comportamento do algoritmo inverso frente às incertezas de medições? O modelo térmico a ser empregado é simulado experimentalmente? As respostas a estas e outras perguntas exigem uma análise do problema térmico e do comportamento tanto do modelo quanto do algoritmo inverso. Essa análise, visando economia de tempo e de custos deve, portanto, ser feita por meio de simulações numéricas de um problema que seja o mais próximo possível do encontrado em um processo real. Uma vez simulado o problema térmico, o passo seguinte é a abordagem direta do problema real. Este capítulo apresenta, assim, simulações numéricas de um problema de furação, a identificação das propriedades térmicas do meio a ser usinado e a identificação do campo de temperatura e da parcela de calor gerado que é efetivamente entregue à peça em um processo de furação de uma amostra de aço microligado usando uma broca de metal duro.

#### **5.1 – Simulações de problemas inversos aplicados a um processo de furação**

Nesta seção apresenta-se a estimativa do fluxo de calor decorrente de um processo de furação a partir de dados simulados. As temperaturas experimentais são simuladas numericamente por meio da solução do problema direto de difusão de calor considerando um fluxo de calor,  $q(t)$ , conhecido. Uma vez conhecido o fluxo de calor, o campo de temperatura é calculado numericamente usando-se o método de Volumes Finitos

(PATANKAR, 1980) para a solução das equações discretizadas desenvolvidas no Capítulo 3. Dois casos tridimensionais foram simulados. Primeiro, um processo de furação foi simulado em uma chapa com geometria retangular e, posteriormente em uma chapa com geometria cilíndrica. Como mencionado, para a solução do problema direto é usado o método de Volumes Finitos, sendo o algoritmo numérico proposto no Capítulo 3 implementado na plataforma DPT (BORGES, 2008), desenvolvida no LTCM.

O comportamento e a eficiência do algoritmo inverso podem ser melhor analisados se à evolução das temperaturas experimentais simuladas for acrescido um ruído ( $\varepsilon_i$ ), Eq. (5.1), cujos valores podem ser encontrados na incerteza de medição de temperatura usando os equipamentos (sensores e sistemas de aquisição) disponíveis para a abordagem do problema real. Esta temperatura é então assumida como medida “experimental”, ou seja,

$$Y(r_i, t) = T(r_i, t) + \varepsilon_j \quad (5.1)$$

Na Equação (5.1),  $r_i$ , representa as coordenadas cartesianas de um ponto. A partir das temperaturas experimentais simuladas resolve-se o problema inverso usando a técnica baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos. Os resultados das simulações numéricas são apresentados a seguir.

### 5.1.1 – Processo de furação em chapa retangular. Caso teste 1

A Figura 5.1 apresenta o esquema de uma amostra retangular sendo furada por uma broca helicoidal. A broca produz um furo em uma área  $S_1$ , onde a presença do fluxo de calor é observada, todas as outras regiões das superfícies são consideradas isoladas termicamente.

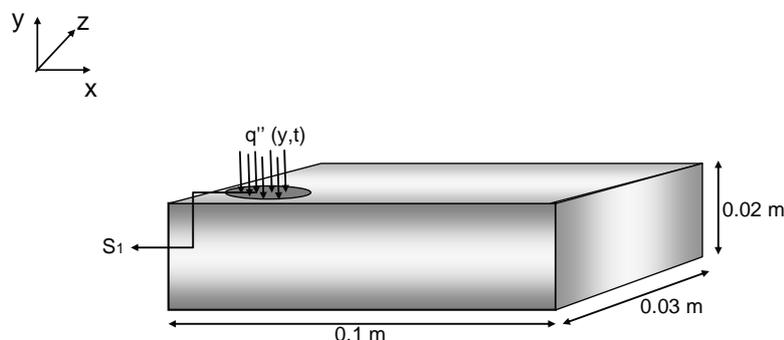


Figura 5.1 - Esquema do caso teste 1 que simula o início de um processo de furação em uma amostra retangular.

O problema térmico simulado representa uma chapa de aço inoxidável AISI 304, com condutividade e difusividade térmicas iguais a  $14,9 \text{ W/mK}$  e  $3,95 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  respectivamente. Uma vez conhecidas as dimensões geométricas (apresentadas na Fig. 5.1), propriedades térmicas e as condições de contorno, incluindo neste caso o fluxo de calor imposto,  $q(t)$ , (apresentado na Fig. 5.4) resolve-se o problema direto de furação. O processo de furação é simulado por uma fonte de calor que se move com a velocidade de avanço da broca de  $0.001 \text{ m/s}$  sendo a profundidade do furo estabelecida em  $0.015 \text{ m}$ . A Figura 5.2 apresenta uma vista superior da chapa e a posição exata na superfície onde se dará o processo de furação.

A solução do problema direto permite então o cálculo de todo o campo de temperatura na peça. Apenas para efeito de análise são apresentadas as evoluções de temperatura para duas posições na peça descritas na Tab. 5.2. A Figura 5.2, apresenta essas posições, que nesse caso, são aquelas posições dos termopares fictícios cujas temperaturas calculadas e acrescidas de ruído representam as temperaturas experimentais simuladas.

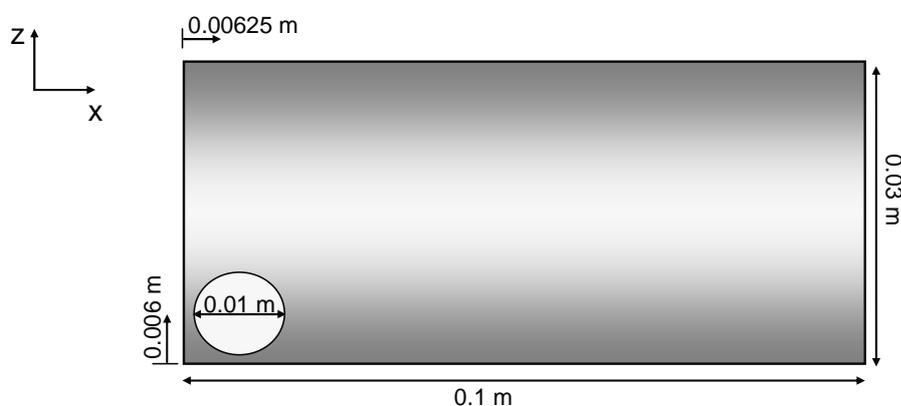


Figura 5.2 - Vista superior de uma chapa retangular indicando-se as dimensões geométricas para o caso teste 1 simulado.

Tabela 5.2 - Localização dos sensores simulados usadas como dados experimentais para as estimativas do fluxo de calor gerado na interface peça/broca. Caso teste 1.

<b>Coordenadas[m]</b>	<b>T1</b>	<b>T2</b>
<b>x</b>	0.00625	0.00625
<b>y</b>	0.020	0.0
<b>z</b>	0.006	0.015

A Figura 5.3 apresenta a malha (gerada pelo software DPT) com destaque ao seu refinamento nas regiões próximas ao furo. Observa-se ainda, um dos termopares simulados e a posição do furo, representando a área  $S_f$  onde é imposto o fluxo de calor, no plano xz, conforme esquematizado na Fig. 5.2.

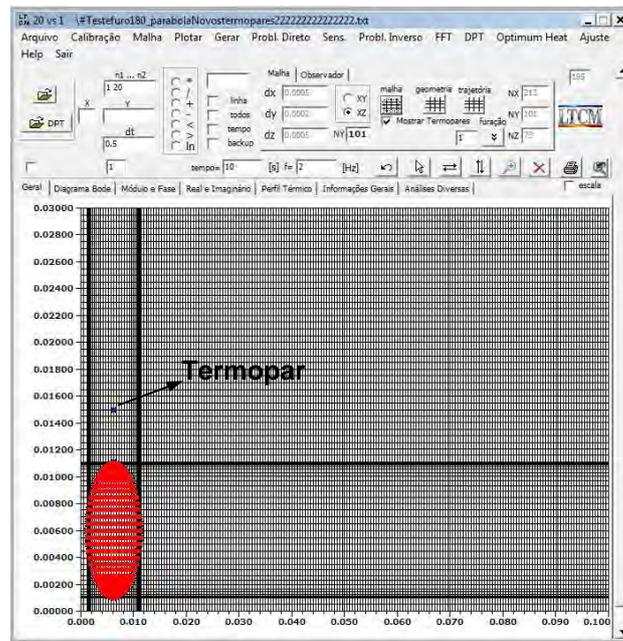


Figura 5.3 - Interface do Software DPT, vista do plano xz.

No caso simulado apresentado o fluxo de calor imposto é variável com o tempo, conforme mostra a Fig. 5.4.

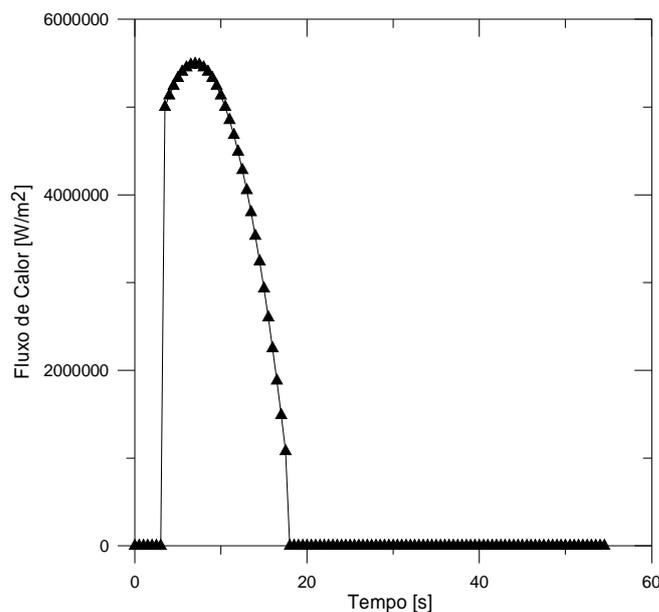


Figura 5.4 - Fluxo de calor,  $q(t)$ , imposto à amostra para o caso teste 1.

A sequência de figuras, Fig. 5.5, apresenta a evolução do problema direto, na qual percebe-se a geração do furo por meio de uma visão de um plano longitudinal da amostra (plano xy).

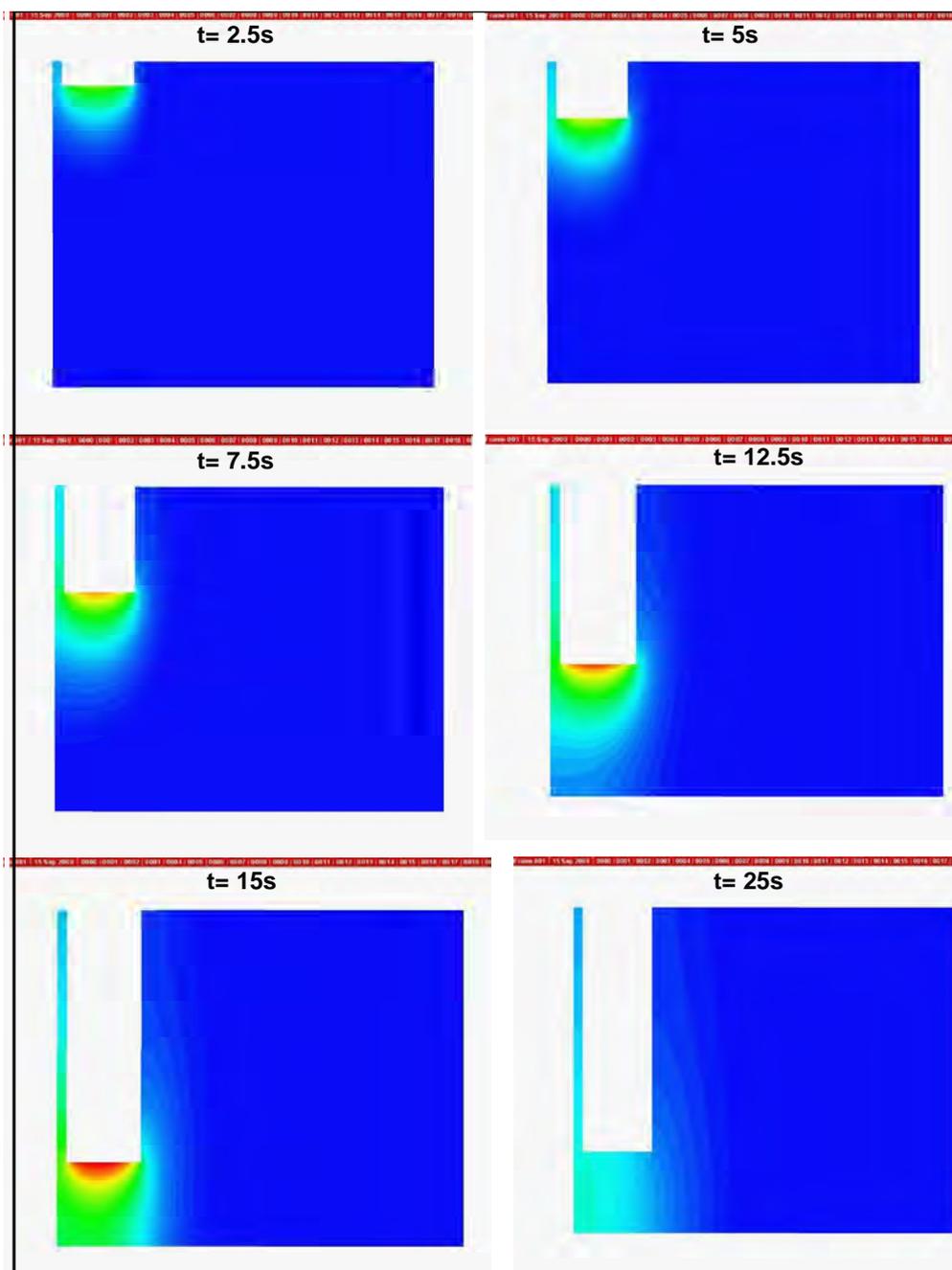


Figura 5.5 - Distribuição de temperatura na peça, no plano xy, para 6 instantes de tempo.

A Figura 5.6 mostra a evolução da temperatura para cada termopar simulado com adição de ruído ( $\varepsilon_i = \pm 1$  °C).

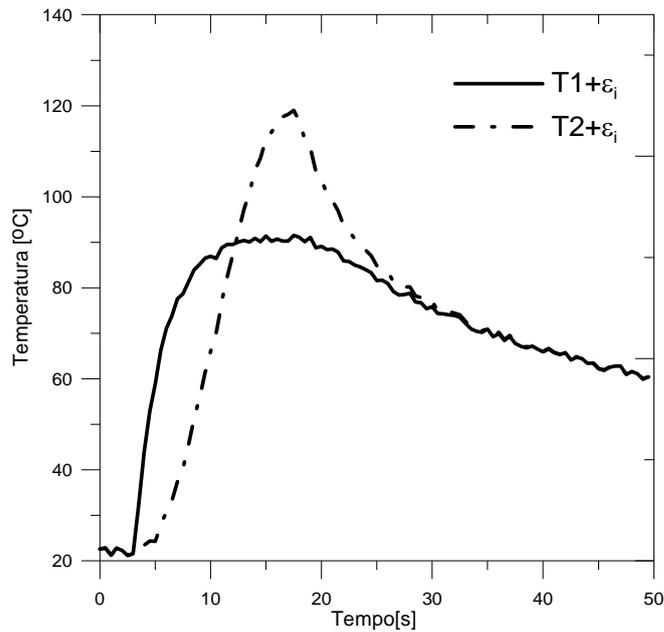


Figura 5.6 - Evolução de temperaturas nas posições 1 e 2 ( $T_1$  e  $T_2$ ) com adição de ruído

As temperaturas, apresentadas na Fig. 5.6, são então usadas como temperaturas experimentais simuladas para a estimativa do fluxo de calor imposto na amostra usando-se o procedimento inverso baseado em Funções de Green e Observadores Dinâmicos.

A Figura 5.7 apresenta o fluxo de calor estimado a partir das temperaturas simuladas com adição de erros aleatórios.

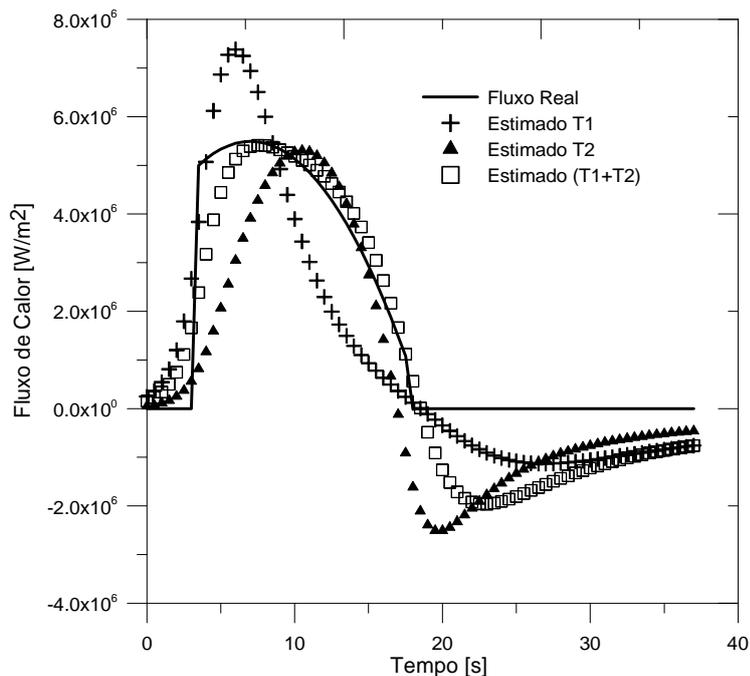


Figura 5.7 - Fluxo de calor estimado usando-se as temperaturas simuladas nas posições 1 e 2 descritas na Tab. 5.2.

Objetivando-se uma melhor visualização do fluxo de calor gerado na interface de corte, a Fig. 5.8 apresenta os mesmos resultados, porém considerando apenas o tempo de furação.

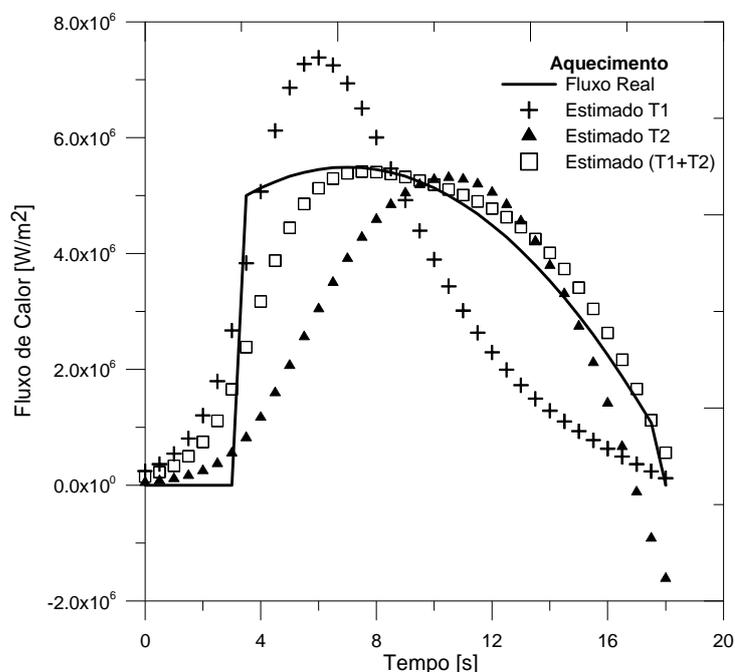


Figura 5.8 - Tempo de aquecimento, condição de fluxo ativa.

Observa-se, nas Figuras 5.7 e 5.8, que a técnica inversa é capaz de reproduzir o fluxo de calor gerado na região da interface ferramenta/peça mesmo na presença de um ruído significativo. Observa-se ainda, que a melhor estimativa é obtida quando o algoritmo inverso considera as duas temperaturas, usando-se o conceito de função de transferência global. O uso individual de apenas uma informação de temperatura experimental (1 ou 2) produz resultados de fluxo de calor estimado com um desvio (atraso ou adiantamento).

#### 5.1.2 – Processo de furação em uma peça cilíndrica de aço. Caso teste 2

Uma vez que a peça a ser usinada se trata de uma peça cilíndrica de um material não convencional (aço microligado) disponível no Laboratório de Ensino e Usinagem (LEPU), para a economia de tempo, material e melhor eficiência da técnica, uma análise prévia do comportamento da técnica desenvolvida foi testada para esta geometria. Nesse caso, simulou-se o processo de furação considerando as mesmas geometrias da ferramenta (diâmetro) e da peça. Observa-se que para a abordagem do caso real de furação as propriedades térmicas da amostra de aço microligado foram identificadas no LTCM conforme procedimento descrito na próxima seção. Porém, para análise do efeito da

geometria, considerou-se as mesmas propriedades térmicas do caso teste 1, ou seja, as propriedades térmicas do aço AISI 304.

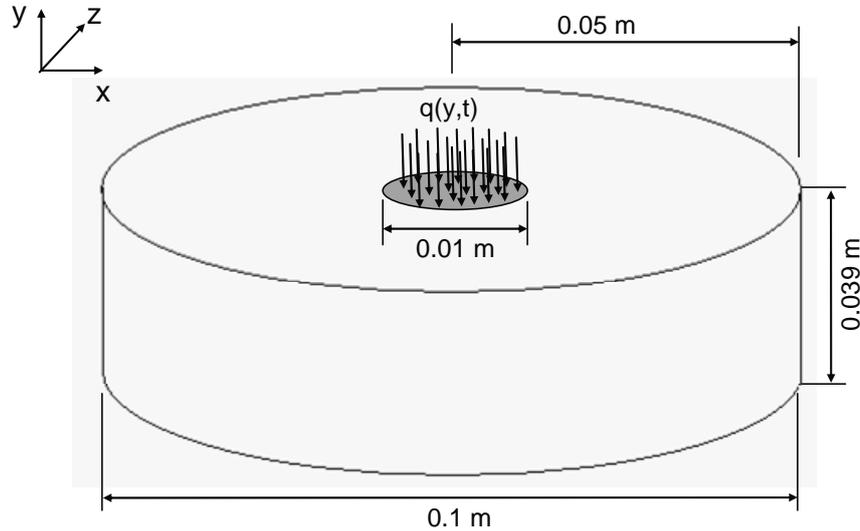


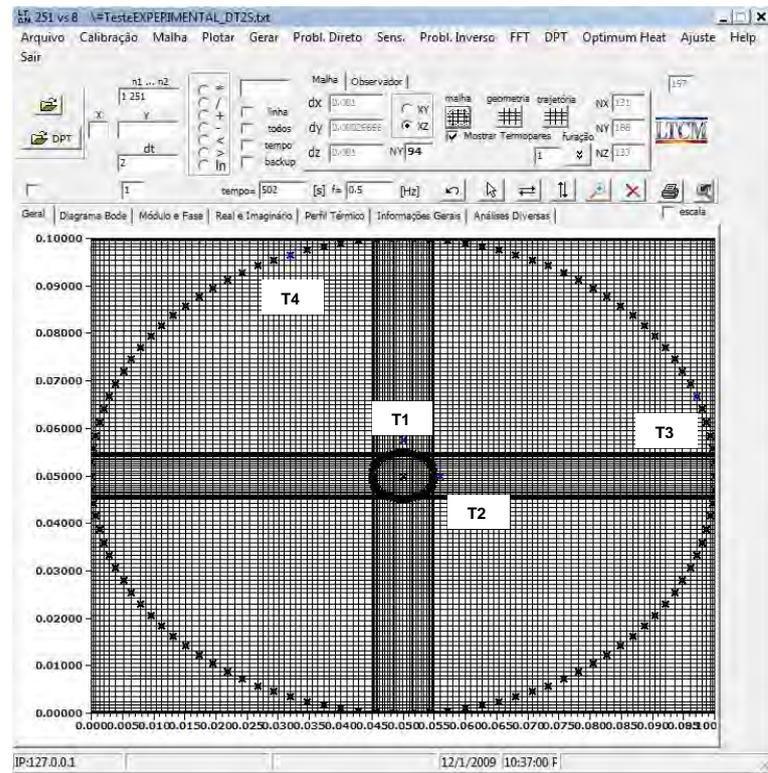
Figura 5.9. Esquema de uma peça de aço microligado simulado. Caso teste 2.

A Figura 5.9 apresenta um esquema da amostra simulada, bem como suas dimensões e posição do fluxo de calor. À medida que o tempo avança o fluxo de calor desloca segundo a velocidade da broca e o furo é gerado. A velocidade de avanço imposta é de 0.00013 m/s e a profundidade do furo será de 0.035 m.

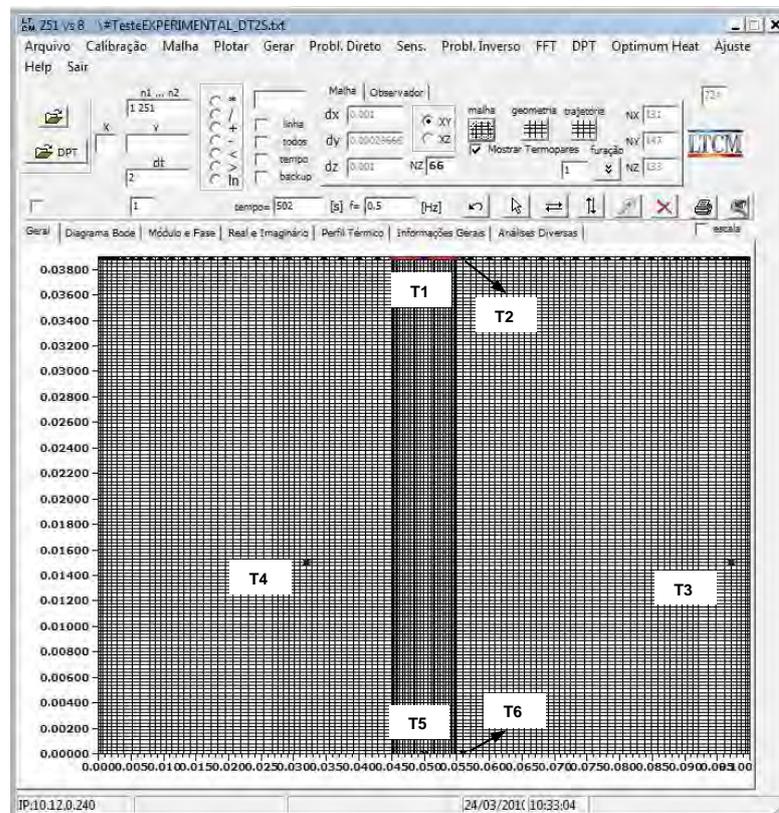
A Tabela 5.3 apresenta a posição dos termopares simulados e a Fig. 5.10 (a) e (b) apresenta a malha numérica e as posições que simulam a localização dos sensores de temperatura conforme descrito na Tab. 5.3.

Tabela 5.3 - Localização das temperaturas usadas como dados experimentais simulados para as estimativas do fluxo de calor gerado na interface peça/broca. Caso teste 2.

<b>Coordenadas[m]</b>	<b>T1</b>	<b>T2</b>	<b>T3</b>	<b>T4</b>	<b>T5</b>	<b>T6</b>
<b>x</b>	0.056	0.050	0.090	0.031	0.056	0.050
<b>y</b>	0.039	0.039	0.015	0.015	0.0	0.0
<b>z</b>	0.050	0.0575	0.0668	0.0965	0.050	0.0575



(a)



(b)

Figura 5.10 - Malha numérica com destaque para as posições dos termopares descritos na Tab. 5.3.: (a) plano xz, (b) plano xy.

Analogamente, o fluxo de calor imposto no teste 2 bem como as temperaturas calculadas com a solução do problema direto são apresentadas, respectivamente, nas Figs. 5.11 e 5.12.

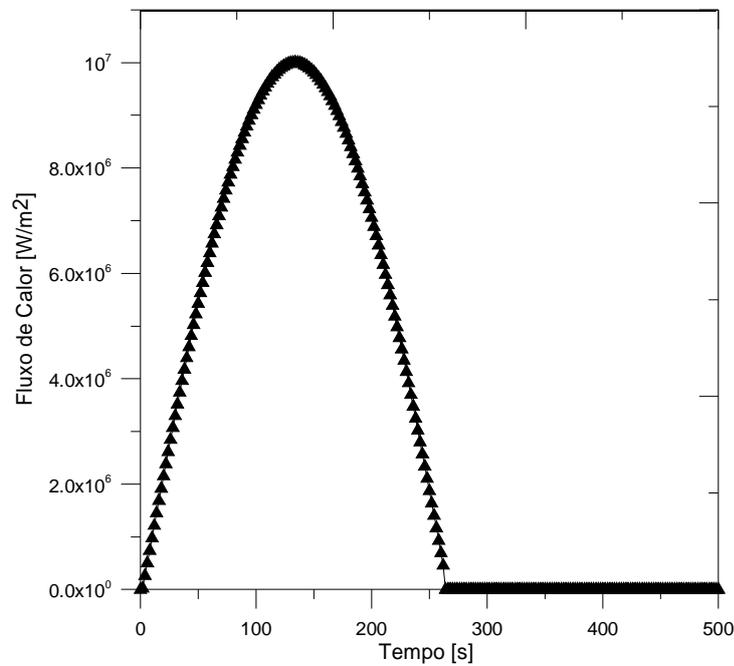


Figura 5.11 - Fluxo de calor,  $q(t)$ , imposto à amostra para o caso teste 2.

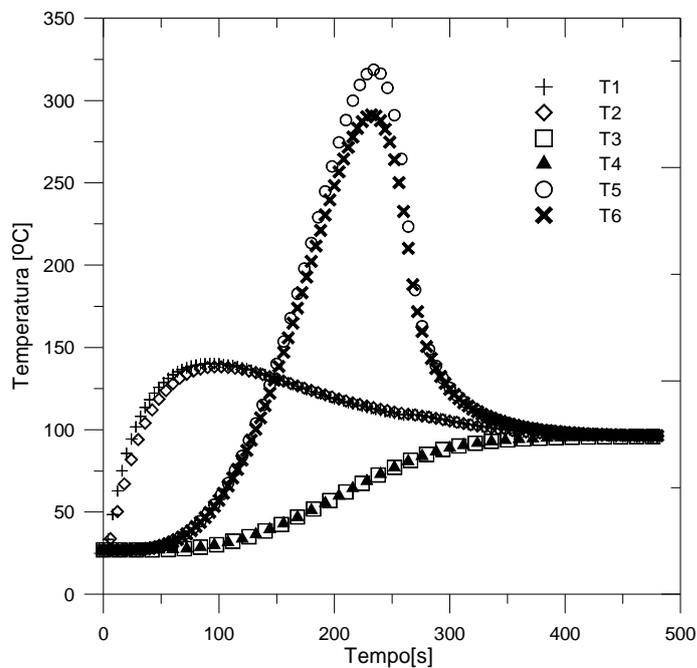


Figura 5.12 - Evolução de temperaturas nas posições de 1 a 6 (T1 a T6) com adição de ruído.

Como descrito anteriormente, as temperaturas apresentadas na Fig. 5.12 são então usadas como temperaturas experimentais simuladas para a estimativa do fluxo de calor imposto na amostra, usando-se o procedimento inverso baseado em Funções de Green e Observadores Dinâmicos.

Assim, obtém-se o fluxo de calor estimado a partir da técnica inversa. As estimativas para o fluxo de calor usando as temperaturas experimentais simuladas numericamente para cada posição são apresentadas nas Figs. 5.13 e 5.14.

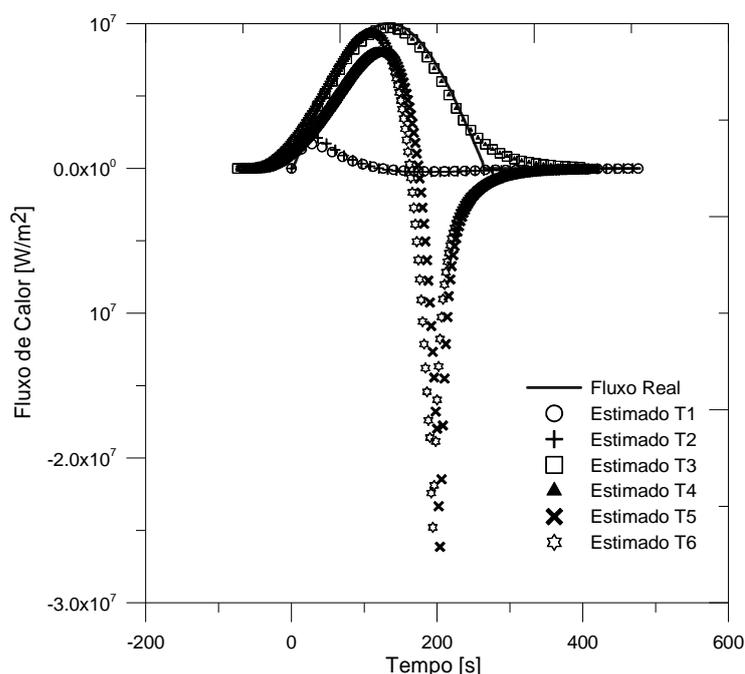


Figura 5.13 - Comparação entre o fluxo de calor imposto e suas respectivas estimativas a partir das temperaturas simuladas em cada posição como descrito na Tab. 5.3.

Nesse caso um comportamento diferente do caso teste 1 pode ser notado. Observa-se na Fig. 5.13 que duas posições obtiveram sucesso nas estimativas enquanto pode-se considerar que as outras quatro posições são inadequadas a este teste, ou seja, os termopares T1, T2, T5 e T6 estão localizados em posições que não apresentam uma sensibilidade satisfatória para a solução inversa.

A Figura 5.14 apresenta em detalhes a estimativa do fluxo de calor a partir de informações de temperatura nas posições 3 e 4 (T3 e T4). O uso da soma de todas as temperaturas não foi necessário uma vez que as estimativas para essas posições concordaram bastante com o fluxo de calor imposto.

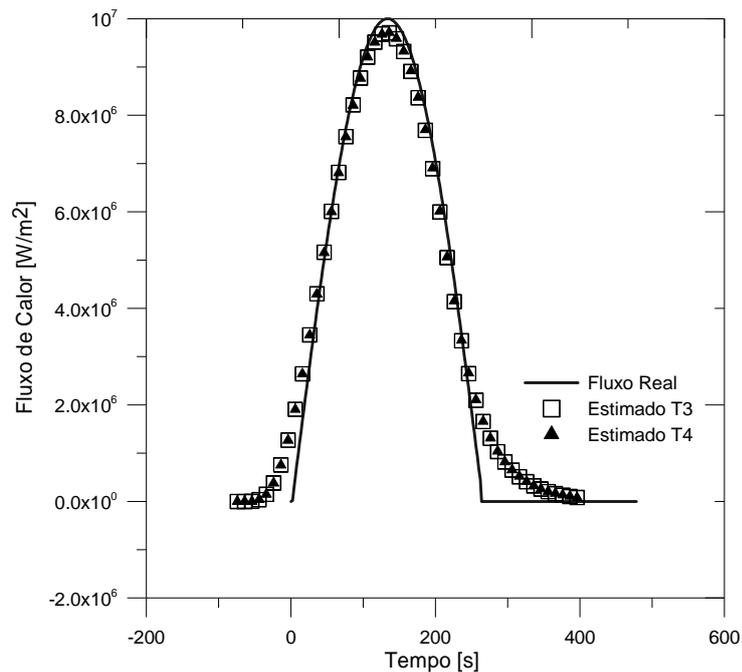


Figura 5.14 - Comparação entre o fluxo de calor imposto e suas respectivas estimativas a partir das temperaturas simuladas nas posições 3 e 4.

Essa análise aponta para possíveis problemas a serem encontrados na abordagem de um problema real de furação. Observa-se, que a localização ideal dos termopares é situada na superfície lateral da amostra, onde o comportamento do perfil de temperatura não varia tão abruptamente. Nesta seção outras posições para os sensores foram analisadas, entretanto as estimativas de fluxo de calor não foram bem sucedidas.

Posições como a superfície onde ocorre à furação embora sejam indicadas pela sua alta sensibilidade, são problemáticas devido à presença de cavaco decorrente do processo de furação. Esses cavacos, que saem à alta temperatura, causam uma grande perturbação nos sinais dos termopares localizados nesta face.

Como já mencionado, a abordagem de um problema real exige o conhecimento das propriedades térmicas do meio em estudo. Os valores dessas propriedades são, nesse caso, fundamentais para a estimativa correta do fluxo de calor gerado e entregue à peça devido ao atrito na interface peça-ferramenta.

Apresenta-se a seguir a identificação térmica do meio a ser investigado, representado por uma peça cilíndrica de aço microligado.

## 5.2. Identificação térmica do meio investigado (aço microligado)

### 5.2.1 – Composição do aço microligado

O aço usado neste trabalho foi cedido pela Empresa Villares ao LEPU- Laboratório de Pesquisa em Usinagem – da Universidade Federal de Uberlândia. O aço denominado DIN 38MnSiVS5 é um aço micro ligado (*HSLA – High-Strength Low-Alloy*), que é um aço cuja composição confere alta dureza. A composição do aço em questão é mostrada na Tab. 5.3. As propriedades térmicas deste aço foram determinadas usando-se a técnica experimental proposta por Borges (2008) que se encontra detalhada em Anexo. Apresentam-se a seguir a bancada experimental e os resultados da identificação da condutividade e da difusividade térmica do aço microligado.

Tabela 5.3 – Composição do aço microligado (HSLA) Din 38MnSiVS5

Composição	C	Si	Mn	S	P	Cr	V	N
%	0.38	0.68	1.50	0.06	0.022	0.18	0.11	0.006

### 5.2.2 – Bancada experimental

A montagem experimental é mostrada na Fig. 5.15. A bancada, que consiste de equipamentos de medição e controle responsáveis pela imposição do fluxo de calor e monitoramento dos dados como os sinais de temperatura e tensão, é composta por:

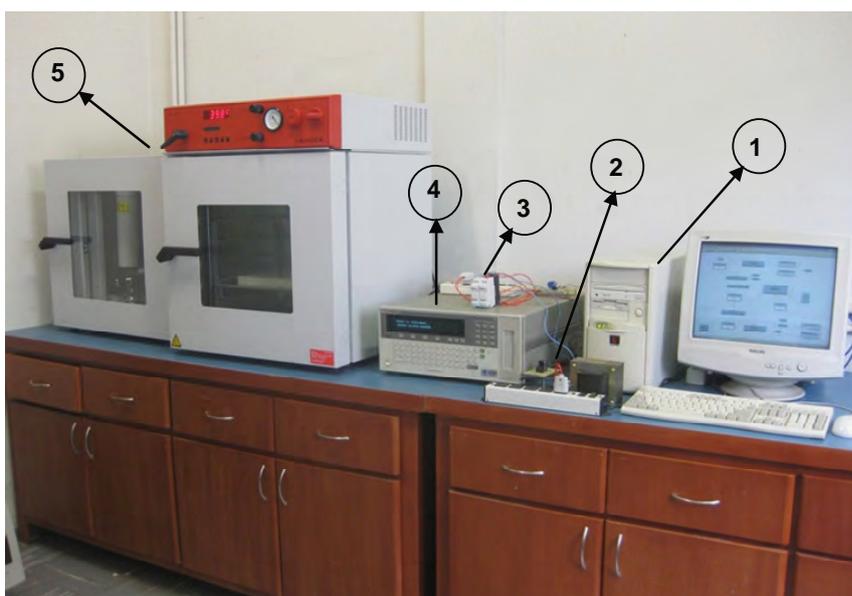


Figura 5.15 – Bancada Experimental usada para a identificação das propriedades térmicas do aço microligado *HSLA*.

1. Microcomputador Pentium e sistema de aquisição de dados.
2. Fonte de alimentação 120V/5A, construída no laboratório para gerar tensão e corrente para a resistência elétrica, na qual o calor é gerado por efeito Joule adjacente à amostra.
3. Timer eletrônico, marca SIEMENS, modelo 7PU05 escala 60s, que sincroniza a aquisição dos sinais de temperatura e o instante de imposição do fluxo de calor na amostra.
4. Sistema de aquisição de dados HP 75000 SERIES B, mostrado em detalhes na Fig. (5.16).
5. Estufa a vácuo da marca BINDER.

No interior da estufa (5), vide Fig.5.17, é montado o experimento que de fato tenta reproduzir o modelo térmico que consiste de uma amostra com aquecimento em parte de sua superfície e isolamento térmico nas demais superfícies. A Figura (5.18) apresenta o conjunto amostra/aquecedor.

As posições dos termopares e dimensões da amostra de aço micro ligado também são mostradas na Fig. 5.19. Os termopares usados são do tipo T 1Px30AWG Teflon/Teflon. O aquecedor, que gera o fluxo de calor, foi afixado à amostra por pressão com pasta térmica para melhorar o contato térmico. Na amostra de aço microligado os termopares foram afixados por meio de uma descarga capacitiva.



Figura 5.16 – Sistema de aquisição de dados HP 75000 SERIES B.



Figura 5.17 – Estufa à vácuo.



Figura 5.18 – Peça, aquecedor resistivo e posição dos termopares.

O experimento foi repetido 20 vezes. Com base nas repetições fez-se uma análise estatística e obteve-se os valores de difusividade ( $\alpha$ ) e condutividade ( $k$ ) térmicas para o aço microligado.

Os valores médios para o aço microligado determinados neste trabalho foram comparados com valores disponíveis na literatura (Chaudhuria *et al.*, 2002). Os resultados são apresentados na Tab. 5.4. Embora as composições químicas não sejam as mesmas, principalmente relativas à percentagem de carbono, os valores encontrados na medição situam-se na faixa de valores esperados para este tipo de material.

Tabela 5.4 - Resumo das propriedades térmica do aço microligado (HSLA).

Referências	$k$ (W/mK)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)
Este trabalho	40.58024	9.62257
(Chaudhuria et al, 2002)(*).	35.36	–

Uma vez desenvolvido o procedimento inverso, simuladas as posições ideais para a localização dos sensores e determinadas as propriedades térmicas, o problema real de furação está pronto para ser abordado.

### 5.3 – Solução de problemas inversos aplicados a um processo real de furação em uma peça de aço microligado HSLA

Os experimentos foram realizados no laboratório de usinagem da Universidade Federal de Uberlândia – UFU. Uma vez que o principal o objetivo deste trabalho é a determinação do fluxo de calor e o campo de temperatura na peça durante um processo de furação, a influência dos parâmetros do processo não foram analisadas. Nesse sentido, todos os experimentos foram realizados sob as mesmas condições de corte. Um total de 14 experimentos foi feito, sendo 10 experimentos sob condições normais de corte e quatro experimentos usando isolamento térmico na peça. Apresenta-se a seguir a descrição da bancada experimental e os resultados obtidos.

#### 5.3.1 – Bancada experimental

As amostras cilíndricas de aço microligado foram perfuradas usando um centro de usinagem (fresadora CNC Discovery 760) mostrada na Fig 5.20. Em cada experimento fez-se um furo no centro da peça com diâmetro de 10 mm e profundidade de 36 mm (Fig. 5.21). Durante o processo de furação 4 termopares foram soldados na superfície lateral da peça e os sinais de temperatura foram armazenados usando um sistema de aquisição de dados. As posições dos termopares foram definidas a partir dos testes simulados como descrito em seções anteriores. A Figura 5.19 mostra um esquema das amostras e o posicionamento dos 4 termopares.

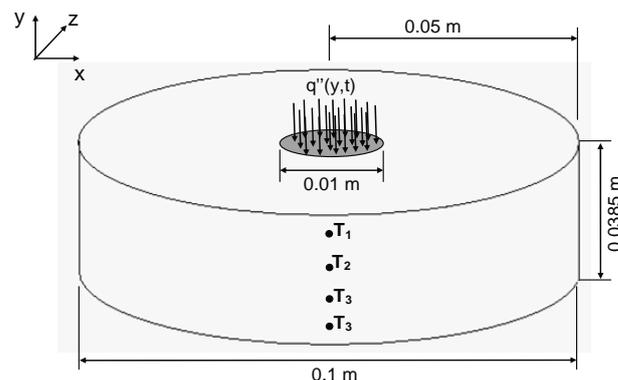


Figura 5.19 – Esquema da amostra destacando-se o posicionamento dos termopares.

Salienta-se que os parâmetros de furação usados se mantiveram constantes em todos os experimentos. O processo analisado é furação do tipo contínua a seco, sem sistema de refrigeração nem lubrificação, com velocidade de corte 2000 rpm e avanço de 20 mm/min.

A combinação de velocidade e avanço deve garantir um bom gradiente de temperatura. Pré testes foram feitos de forma a analisar possíveis combinações de avanço e velocidade e a combinação escolhida garantiu uma boa variação de temperatura. Os furos foram feitos com broca de metal duro de 10 mm de diâmetro e comprimento em balanço de 63 mm. As Figuras 5.20, 5.23 e 5.24 apresentam os equipamentos usados nos experimentos.



Figura 5.20 – Fresadora CNC Discovery 760, fabricante: ROMI.



Figura 5.21- Detalhe do posicionamento da amostra na máquina e posição dos termopares.

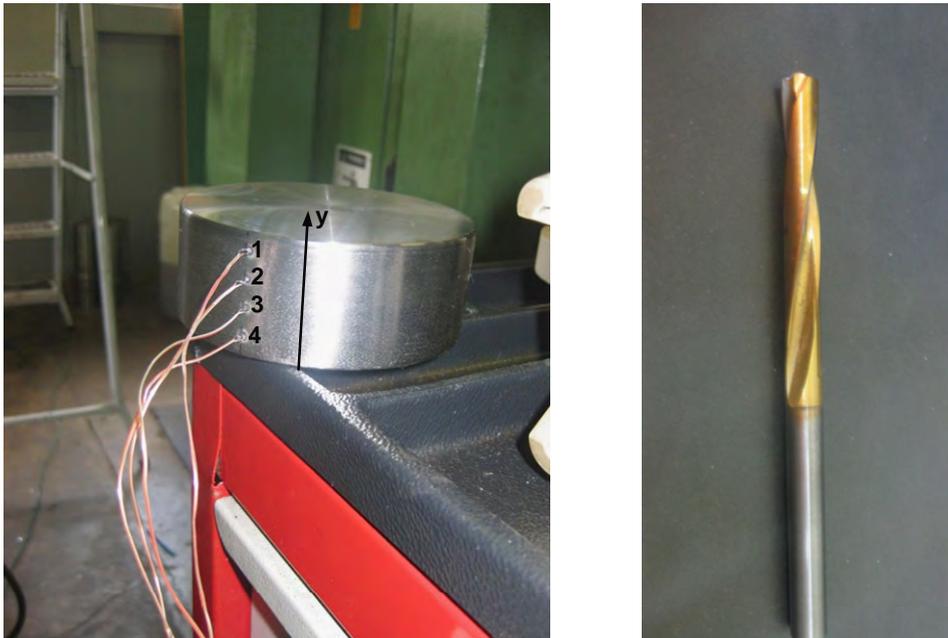


Figura 5.22 – Detalhe da peça com os 4 termopares soldados e ferramenta: broca de metal duro revestida  $\varnothing 10$  mm.



Figura 5.23 - Sistema de aquisição de dados Agilent 34970A.

A montagem completa pode ser visualizada no esquema mostrado na Fig. 5.24. O uso do centro de usinagem garante um ambiente mais homogêneo ao redor da peça, uma vez que a peça e a ferramenta permanecem fechadas no interior da fresadora CNC.

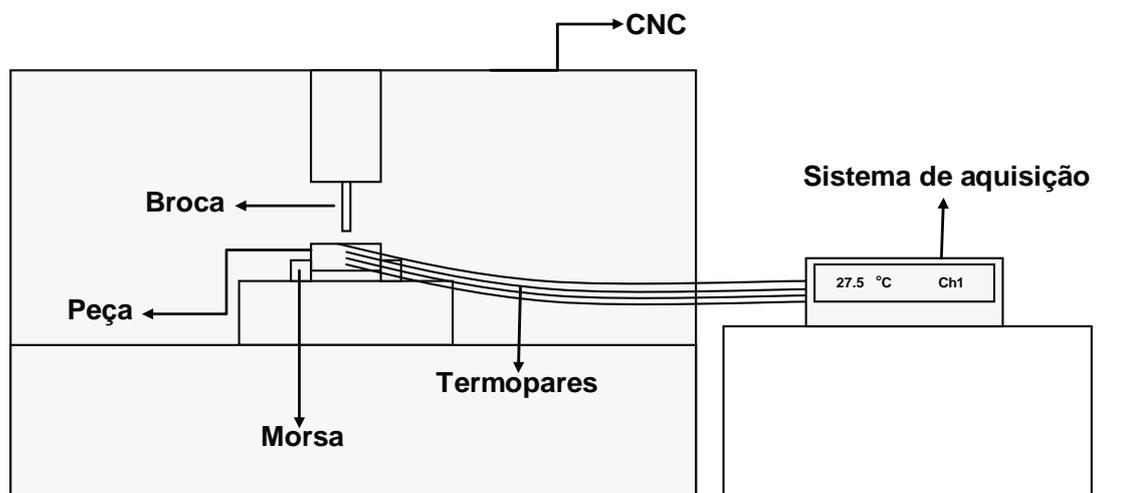


Figura 5.24 - Esquema da montagem experimental.

Na Figura 5.21 observa-se o sistema de fixação da ferramenta que é do tipo mandril cone-morse e, a ferramenta usada nos experimentos, que é uma broca de metal duro do tipo K, marca Guehring, revestida com nitreto de titânio (TiN) com dureza de 2300 vickers promovendo alta resistência ao desgaste, sendo ideal para as condições de corte adotadas. Observa-se ainda que a peça é fixada de modo a se manter suspensa e estática durante o processo de furação com auxílio de uma morsa comum, marca Vertex. Os termopares, que podem ser visualizados nas Figs. 5.21 e 5.22, são do tipo T 1Px30AWG Teflon/Teflon, e os sinais experimentais de temperatura são adquiridos usando o sistema de aquisição de dados Agilent 34970A (Fig. 5.23). A peça de aço microligado possui dimensões 38.5 mm de espessura e 100 mm de diâmetro.

### 5.3.2 – Evolução das temperaturas experimentais

Como já mencionado, 10 experimentos foram realizados a partir das condições de corte estabelecidas na seção anterior. As Figuras 5.25, 5.23 e 5.34 apresentam as evoluções dos sinais dos quatro termopares posicionados como descrito na Tab. 5.5. Observa-se que o procedimento inverso baseado em Funções de Green e Observadores Dinâmicos estima o fluxo de calor a partir da diferença entre a temperatura medida e a sua correspondente temperatura inicial,  $\theta=(T - T_0)$ . Assim, as evoluções experimentais apresentadas nestas figuras correspondem a essa diferença.

Tabela 5.5 – Localização dos termopares na peça em cada teste experimental

<b>Termopar</b> <b>Experimento</b>	<b>1</b> [m] x e <sup>-03</sup>	<b>2</b> [m] x e <sup>-03</sup>	<b>3</b> [m] x e <sup>-03</sup>	<b>4</b> [m] x e <sup>-03</sup>
01 T <sub>0</sub> =30.04 °C	x=50.0 y=33.3 z=0.0	x=50.0 y=24.1 z=0.0	x=50.0 y=15.8 z=0.0	x=50.0 y=6.7 z=0.0
02 T <sub>0</sub> =30.10 °C	x=50.0 y=33.0 z=0.0	x=50.0 y=24.7 z=0.0	x=50.0 y=14.4 z=0.0	x=50.0 y=6.4 z=0.0
03 T <sub>0</sub> =31.40°C	x=50.0 y=33.7 z=0.0	x=50.0 y=23.7 z=0.0	x=50.0 y=15.3 z=0.0	x=50.0 y=6.3 z=0.0
04 T <sub>0</sub> =31.22°C	x=50.0 y=34.0 z=0.0	x=50.0 y=26.3 z=0.0	x=50.0 y=12.3 z=0.0	x=50.0 y=8.6 z=0.0
05 T <sub>0</sub> =26.18°C	x=50.0 y=32.3 z=0.0	x=50.0 y=23.3 z=0.0	x=50.0 y=13.9 z=0.0	x=50.0 y=6.7 z=0.0
06 T <sub>0</sub> =26.26°C	x=50.0 y=33.8 z=0.0	x=50.0 y=25.2 z=0.0	x=50.0 y=15.0 z=0.0	x=50.0 y=6.4 z=0.0
07 T <sub>0</sub> =26.36°C	x=50.0 y=34.7 z=0.0	x=50.0 y=25.6 z=0.0	x=50.0 y=15.8 z=0.0	x=50.0 y=6.0 z=0.0
08 T <sub>0</sub> =26.41°C	x=50.0 y=33.4 z=0.0	x=50.0 y=23.6 z=0.0	x=50.0 y=15.8 z=0.0	x=50.0 y=6.7 z=0.0
09 T <sub>0</sub> =26.70°C	x=50.0 y=30.4 z=0.0	x=50.0 y=24.9 z=0.0	x=50.0 y=16.0 z=0.0	x=50.0 y=6.0 z=0.0
10 T <sub>0</sub> =26.68°C	x=50.0 y=33.0 z=0.0	x=50.0 y=23.0 z=0.0	x=50.0 y=13.2 z=0.0	x=50.0 y=6.6 z=0.0

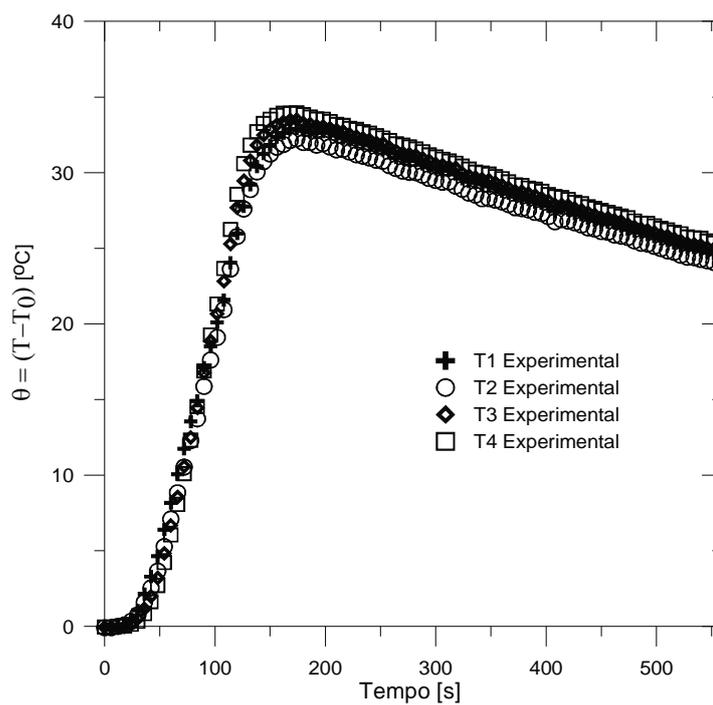


Figura 5.25 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 1).

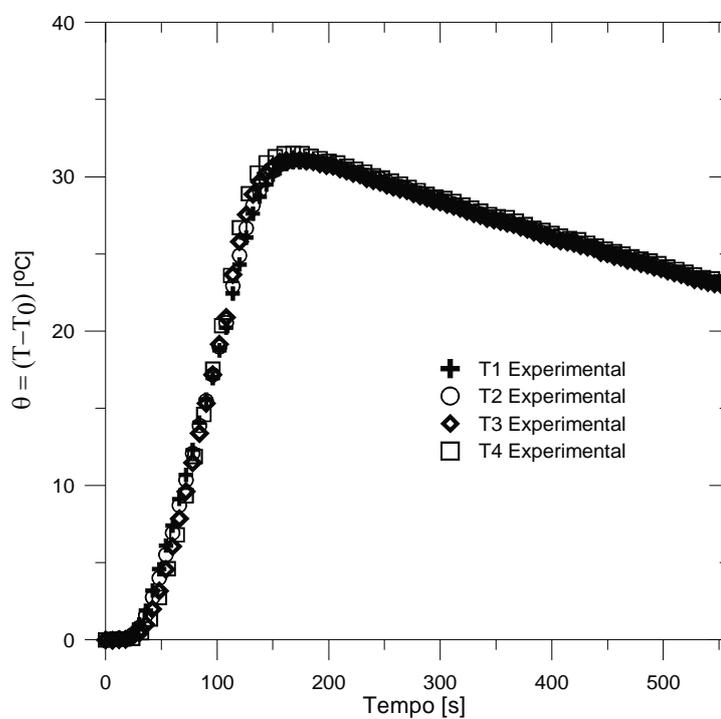


Figura 5.26 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 2).

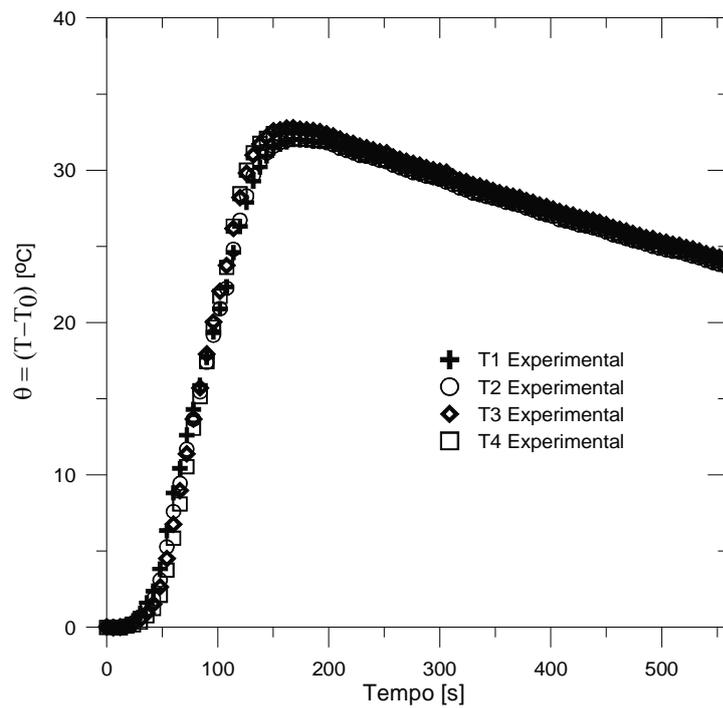


Figura 5.27 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 3).

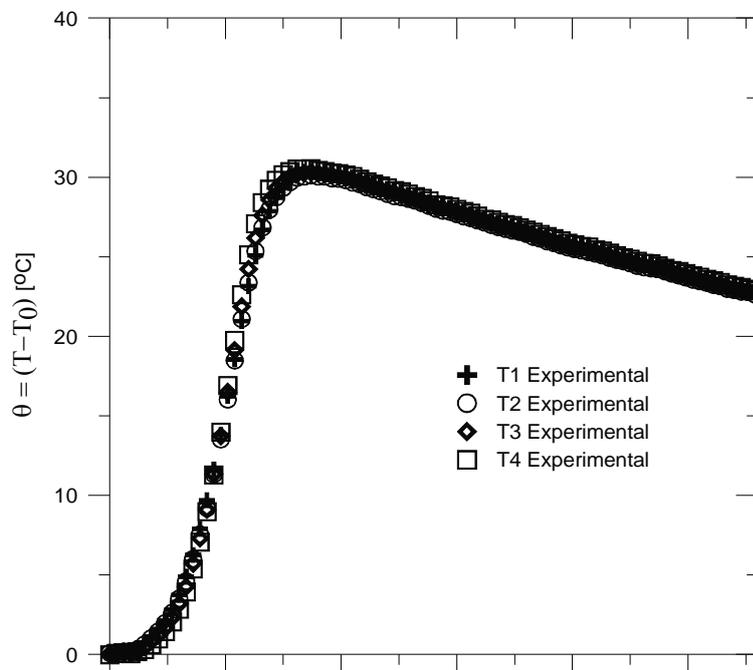


Figura 5.28 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 4).

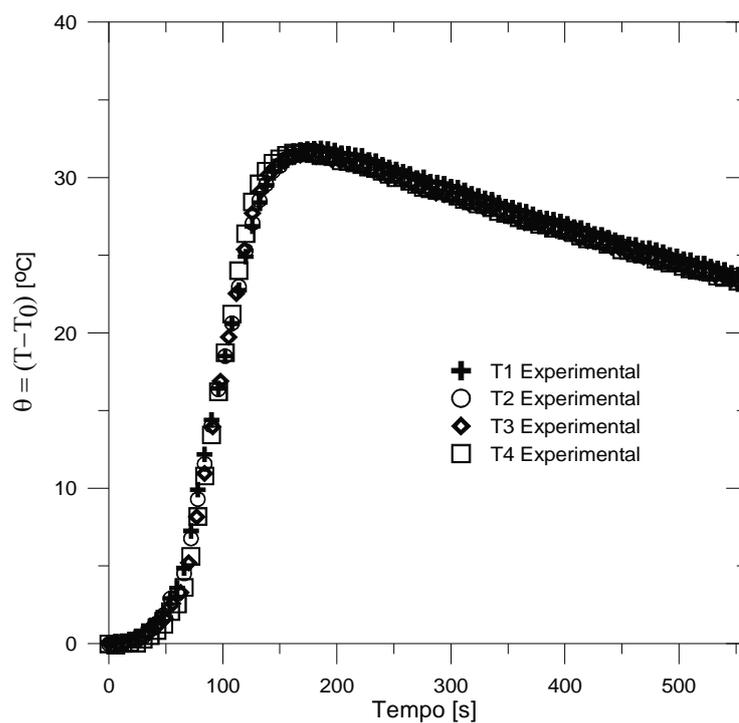


Figura 5.29 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 5).

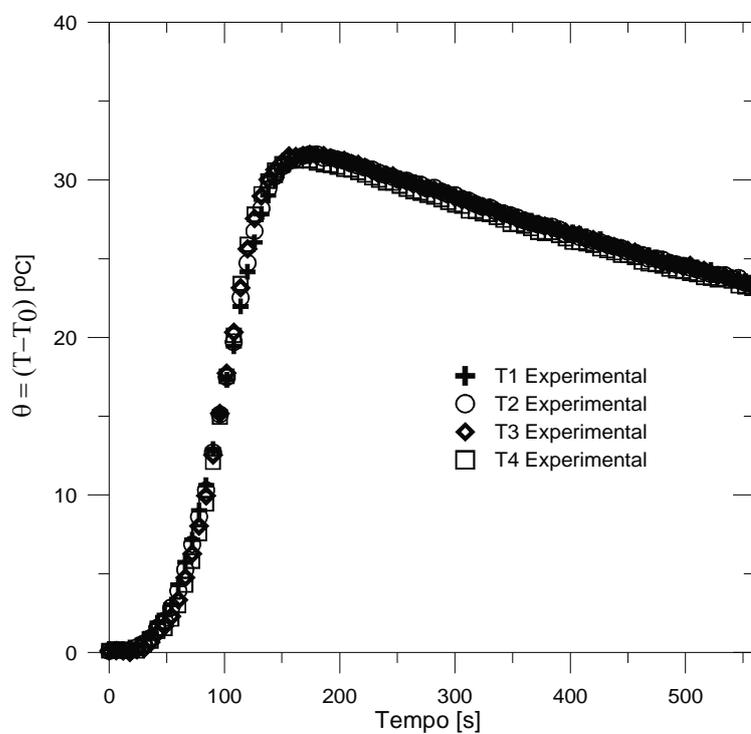


Figura 5.30 - Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 6).

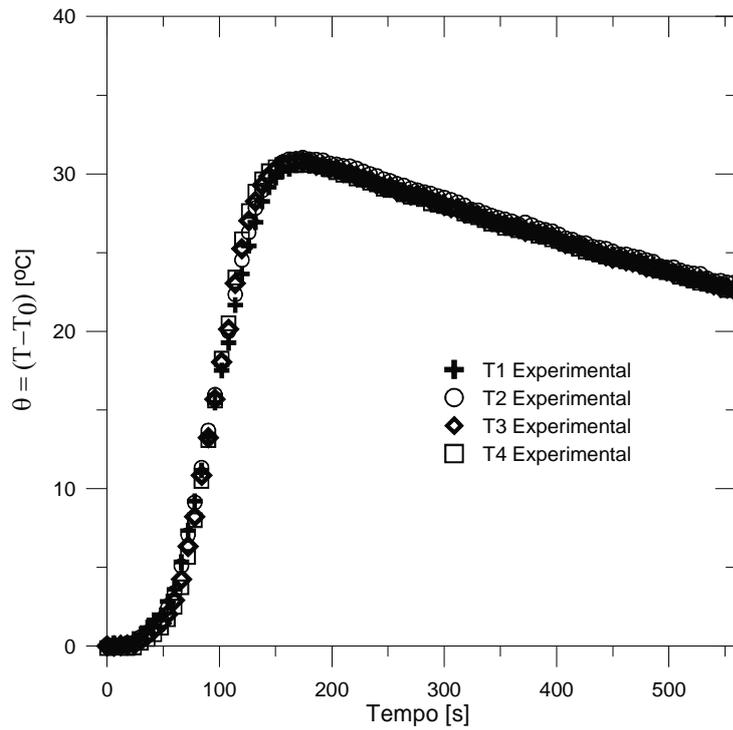


Figura 5.31. Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 7).

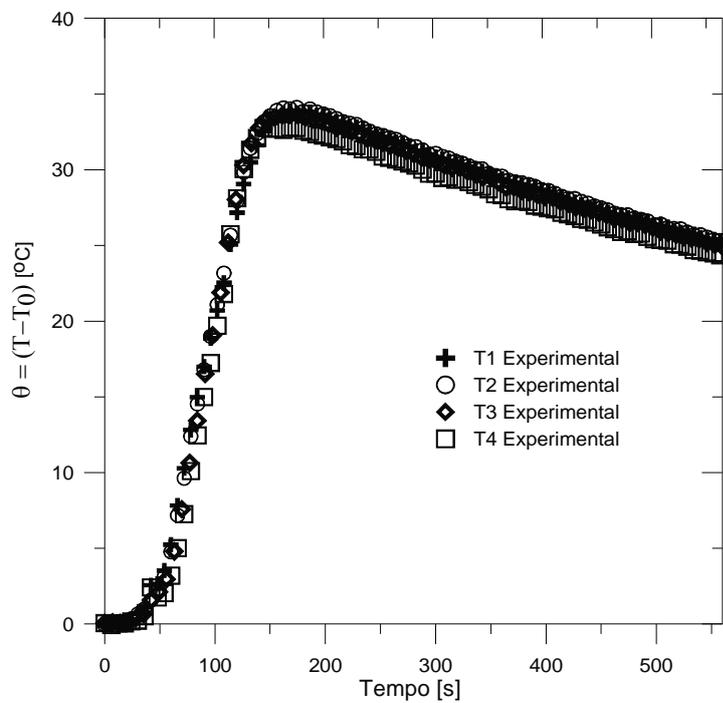


Figura 5.32. Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 8).

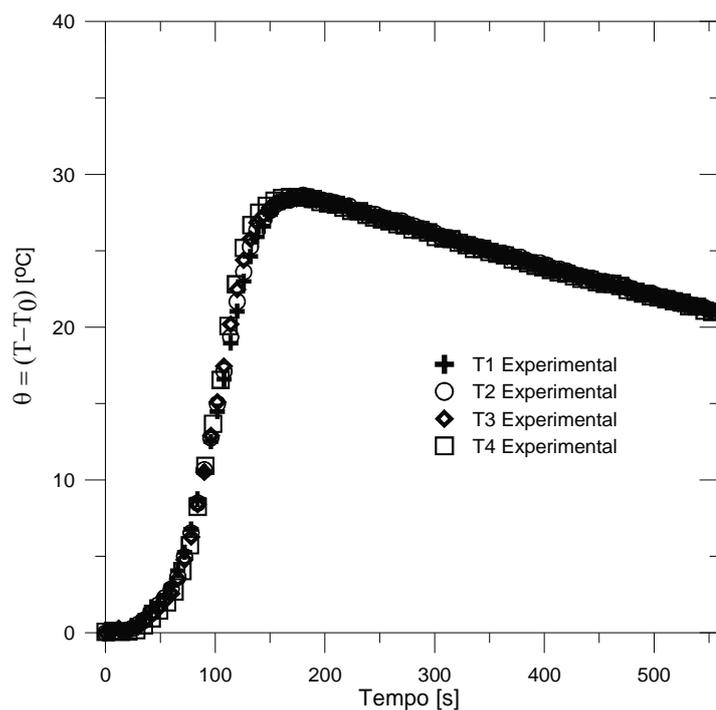


Figura 5.33. Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 9).

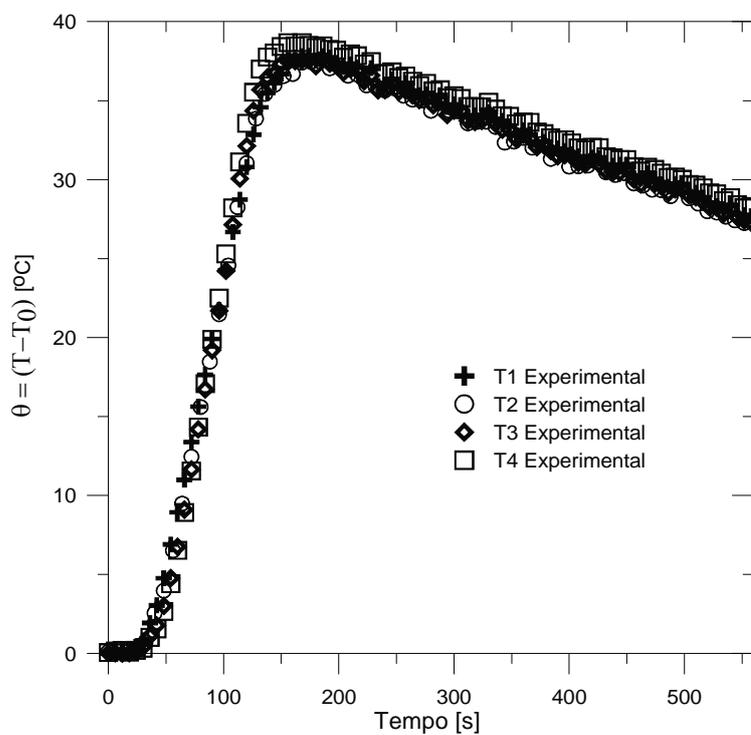


Figura 5.34. Evolução das temperaturas experimentais para os quatro termopares posicionados como descrito na Tabela 5.5 (teste 10).

Observa-se que existe uma variação da temperatura medida para os quatro termopares nos valores experimentais. Apesar das condições de corte serem as mesmas pra todos os experimentos, cabe considerar que, conforme a Tab. 5.5, a localização dos quatro termopares posicionados na amostra varia de um experimento para o outro, além disso as condições ambientes também, visto que os experimentos foram realizados em datas e horários diferentes, outro fato que deve ser mencionando e que influencia na temperatura da peça é o desgaste da broca e a temperatura da mesma.

As estimativas do fluxo de calor gerado na interface e entregues à peça foram alcançadas usando simultaneamente os sinais dos termopares nomeados por T3 e T4, ou seja, usou-se a função de transferência global considerando as posições 3 e 4 para cada um dos experimentos realizados.

Os sensores T3 e T4 foram escolhidos sem critério, o que quer dizer que é possível se estimar o fluxo de calor usando os termopares T1 e T2 ou mesmo usando os quatro sensores simultaneamente, o resultado da estimação usando as diferentes configurações não apresenta desvio significativos, podendo o fluxo de calor ser estimado por meio de qualquer uma das combinações citadas. Na prática, quando se aborda um problema inverso, estima-se a variável desconhecida com base em determinados dados experimentais e para critério de comparação usam-se dados que não foram considerados na estimação, evitando assim tendenciar o resultado. Nesse estudo usa-se os termopares T3 e T4 para a estimação do fluxo de calor e a partir da estimativa do fluxo de calor calcula-se as temperaturas nas posições 1 e 2.

As Figuras 5.35 e 5.36 apresentam os fluxos de calor estimados para cada um dos 10 experimentos. Como o comportamento destes fluxos é muito semelhante, uma análise prévia de cada resposta de temperatura apontou também para a obtenção de perfis de temperatura muito semelhantes. Assim, para evitar-se a apresentação de resultados redundantes, optou-se pela análise dos campos de temperatura calculados pelo problema direto de apenas um experimento. Assim, o fluxo de calor estimado do experimento escolhido, teste 7, representa o fluxo de calor típico proveniente das condições de usinagem, do tipo de broca e peça aqui testadas. Este fluxo é apresentado na Fig.5.36.

A Tabela 5.6 apresenta o cálculo da quantidade de energia entregue à peça, estimada para cada experimento. O desvio máximo em relação ao valor médio é de 18.7% o que comprova a repetibilidade da estimativa dos fluxos de calor.

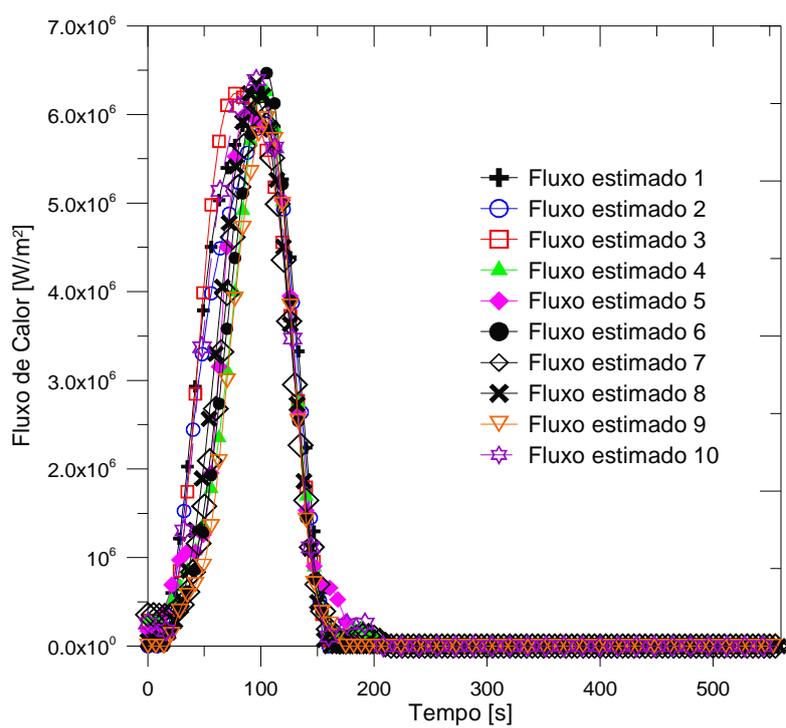


Figura 5.35 – Fluxos estimados cada Experimento.

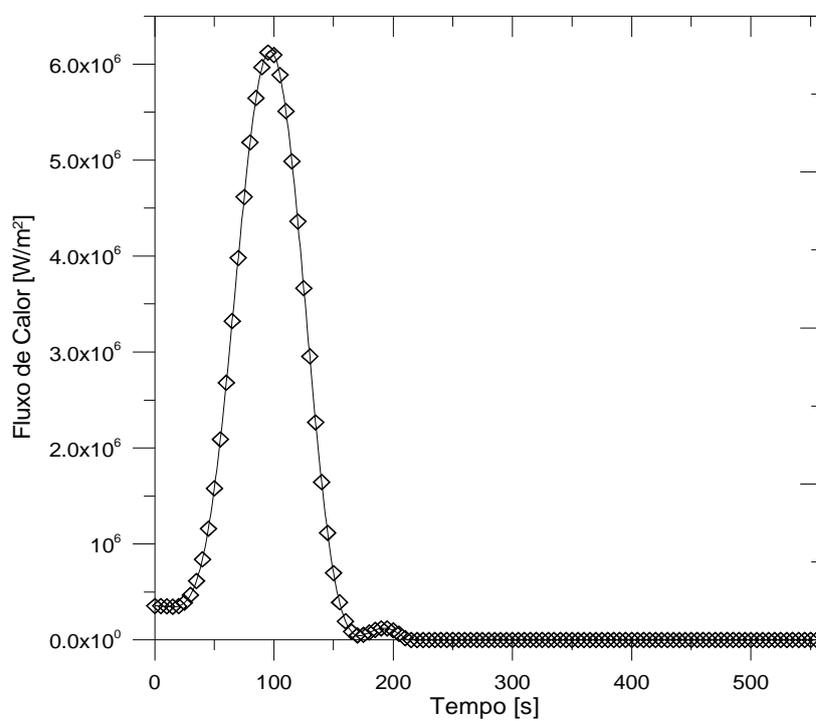


Figura 5.36 - Fluxo de calor típico (teste 7).

Tabela 5.6 – Energia total estimada entregue à peça durante a furação

Experimento	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	Média
Energia [J] x 10 <sup>4</sup>	4.45	4.01	4.24	3.41	3.70	3.36	3.45	3.61	3.05	4.25	3.75
Desvio = $\frac{ E-\bar{E} }{\bar{E}}$ [%]	18.7	6.8	13	9.2	1.4	10.5	7.9	3.9	18.7	13	

Usando o fluxo de calor padrão (teste 7) mostrado na Fig. 5.36 obtém-se a solução do problema direto, ou seja, calcula-se o campo de temperatura estabelecido na peça decorrente do processo de furação. A Figura 5.37 apresenta o esquema dos planos escolhidos para a apresentação do campo de temperatura.

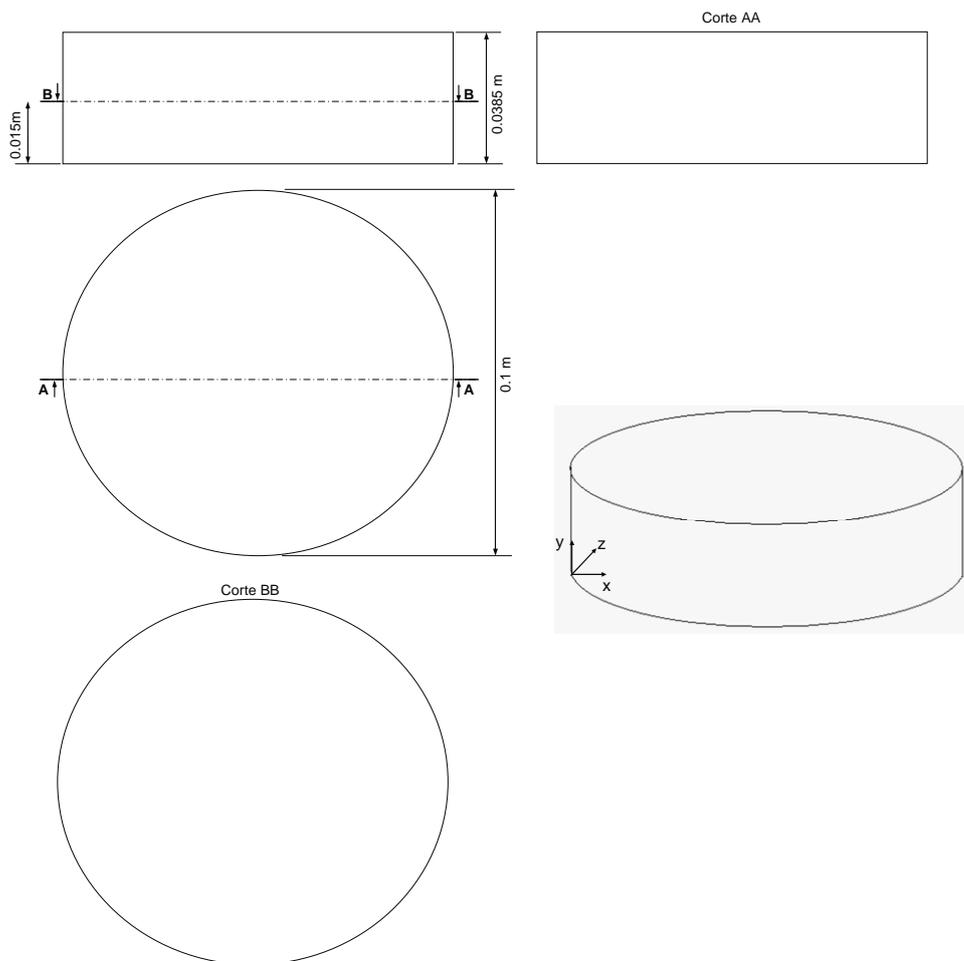


Figura 5.37 – Planos de corte para visualização do campo térmico.

As Figuras 5.38 a 5.41 apresentam a evolução do campo de temperatura para os cortes AA e BB mostrados na Fig. 5.37, para vários instantes de tempo. Percebe-se que

durante o processo de furação a interface de corte é sempre a região mais crítica em termos de altas temperaturas em cada instante analisado.

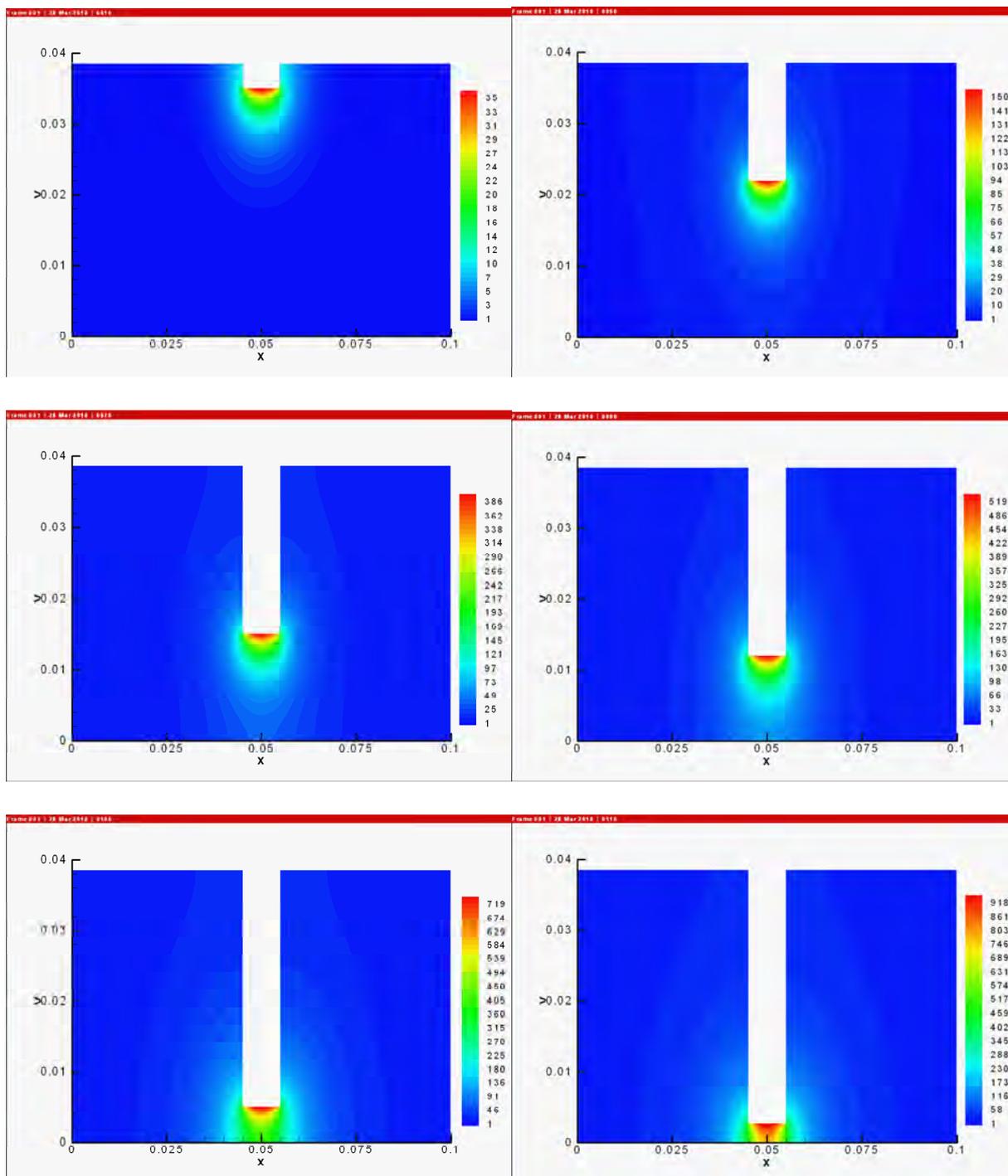


Figura 5.38 – Distribuição de temperatura  $\theta$  (temperatura inicial de 26.36 °C, teste 7) no plano de corte AA (plano xy) durante a furação para os instantes de tempo 10, 50, 70, 80, 100 e 110 s.

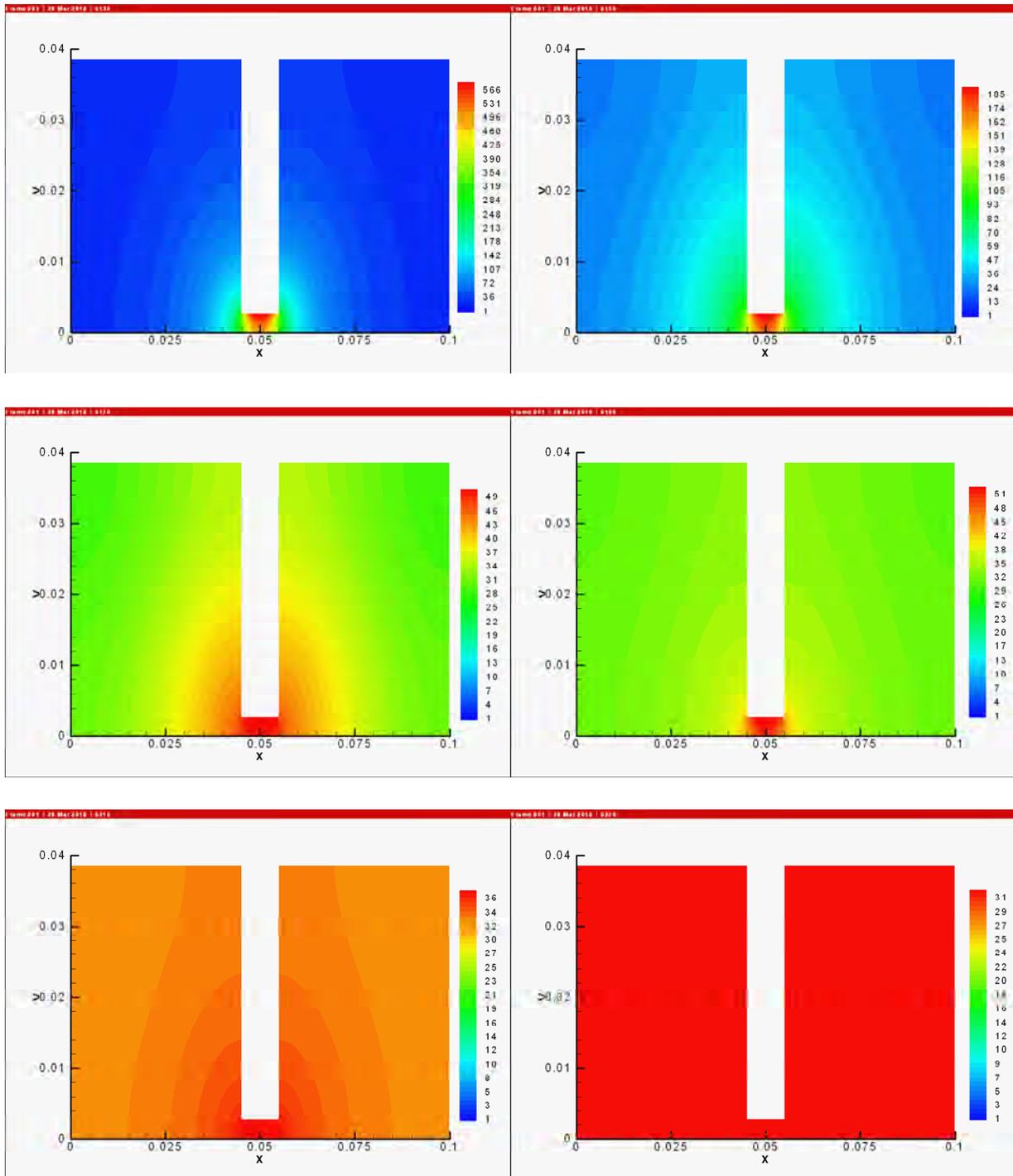


Figura 5.39 – Distribuição de temperatura  $\theta$  (temperatura inicial de 26.36 °C, teste 7) no plano de corte AA (plano xy) durante o resfriamento para os instantes de tempo 130, 150, 170, 190, 210 e 220 s.

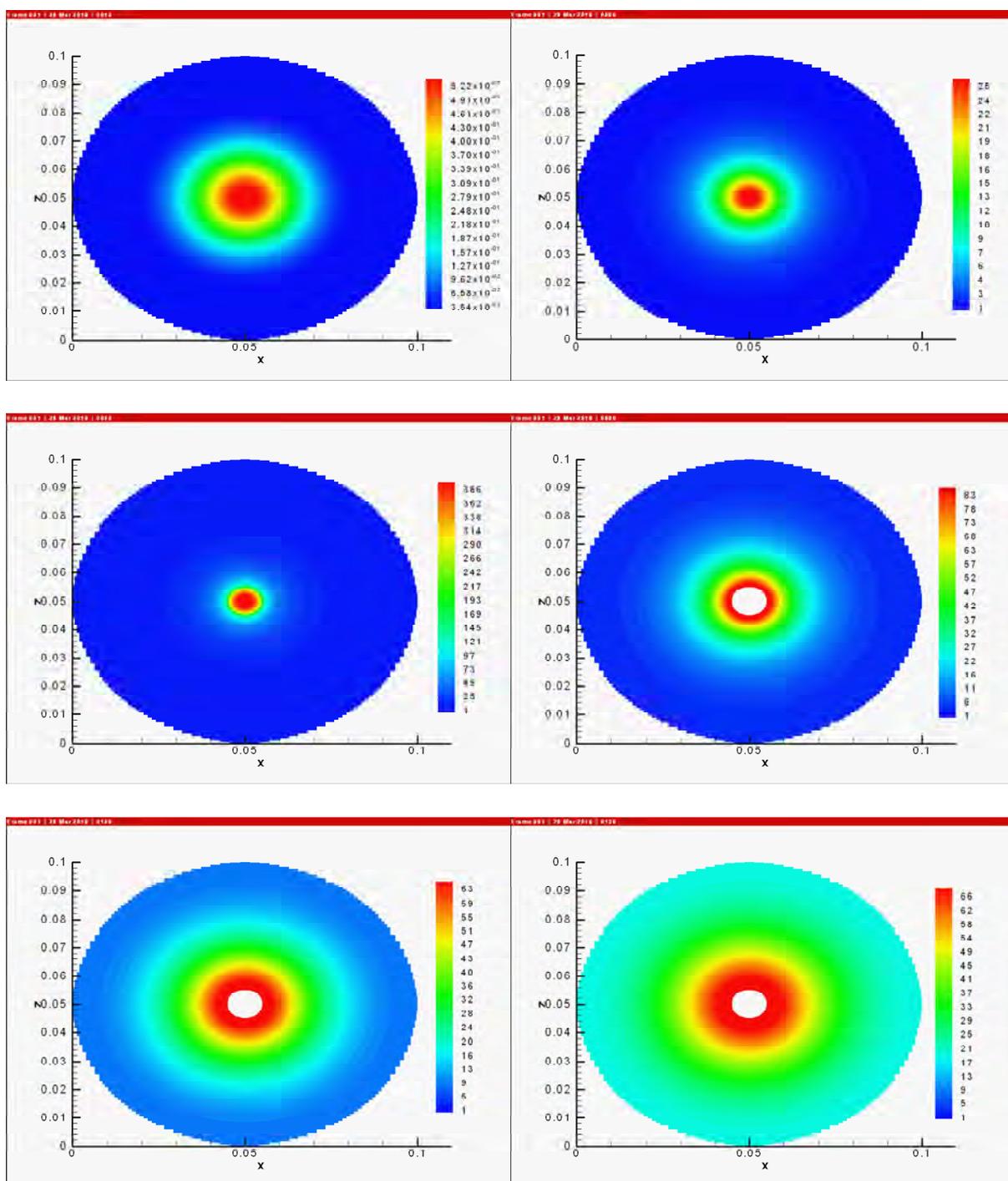


Figura 5.40 – Distribuição de temperatura  $\theta$  (temperatura inicial de 26.36 °C, teste 7) no plano de corte BB (plano xz) para os instantes de tempo 10, 50, 70, 80, 100 e 110 s.

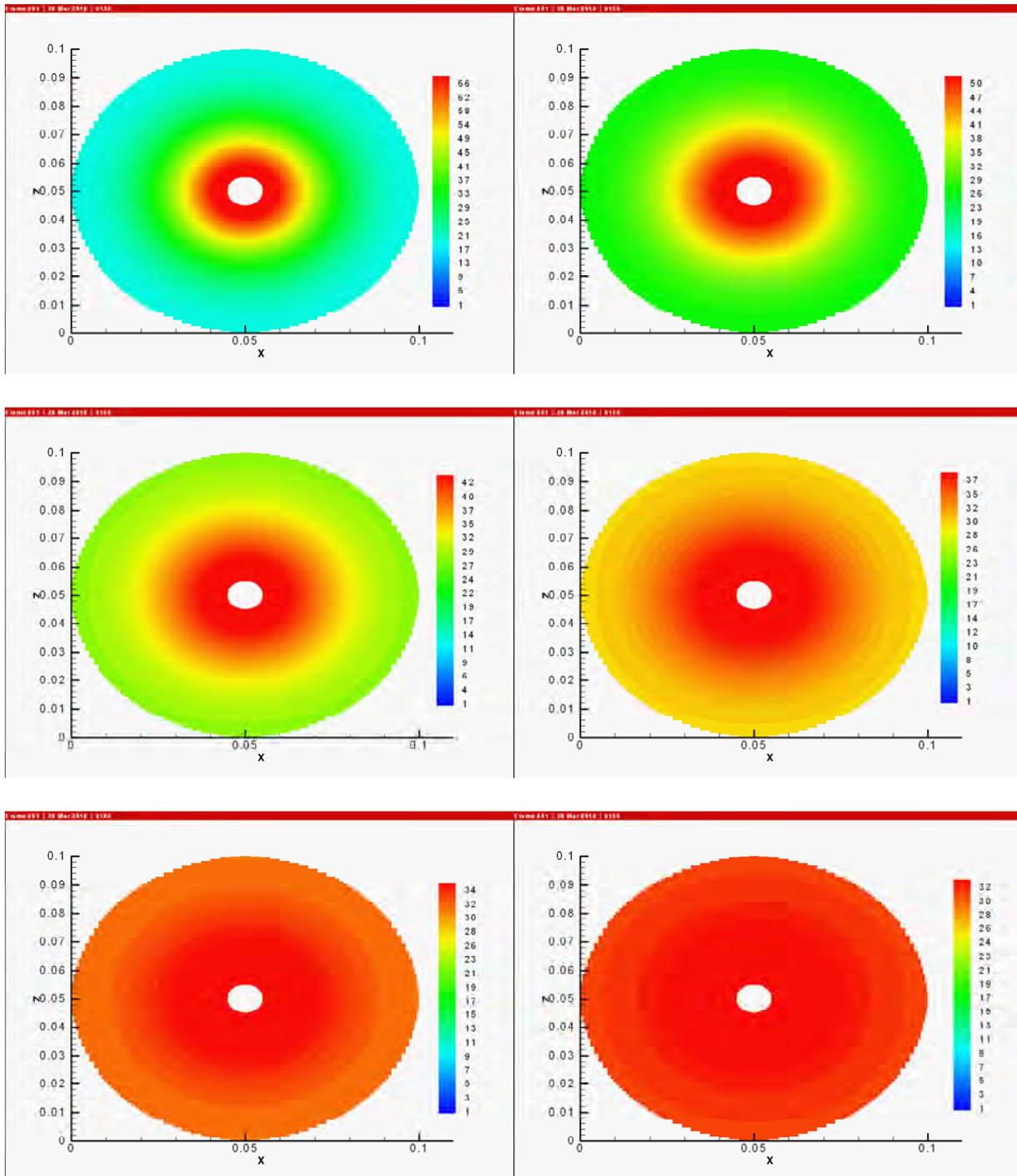


Figura 5.42 – Distribuição de temperatura  $\theta$  (temperatura inicial de  $26.36^\circ\text{C}$ , teste 7) no plano de corte BB (plano  $xz$ ) para os tempos 130, 150, 160, 170, 180, 190 s.

A temperatura máxima obtida na interface peça/ferramenta para cada instante varia à medida que o processo de furação avança. Esse comportamento se deve, principalmente, ao longo tempo de contato entre a broca e a peça. Além disso, a principal forma de perda de calor se deve à remoção de parte do calor gerado pelo cavaco que por sua vez é removido através dos sulcos helicoidais da broca. Como o processo aqui analisado é a seco (não há a presença de lubrificantes ou outro sistema de refrigeração) a temperatura na interface de corte só tende a aumentar. Esse comportamento é observado na Fig. 5.42. A Tabela 5.7 descreve a posição em relação ao eixo y versus posições da interface de corte, as coordenadas em x e z permanecem as mesmas e são iguais a  $50 \times 10^{-03}$  m. A Figura 5.43 mostra as posições dos 11 sensores localizados ao longo da altura a peça.

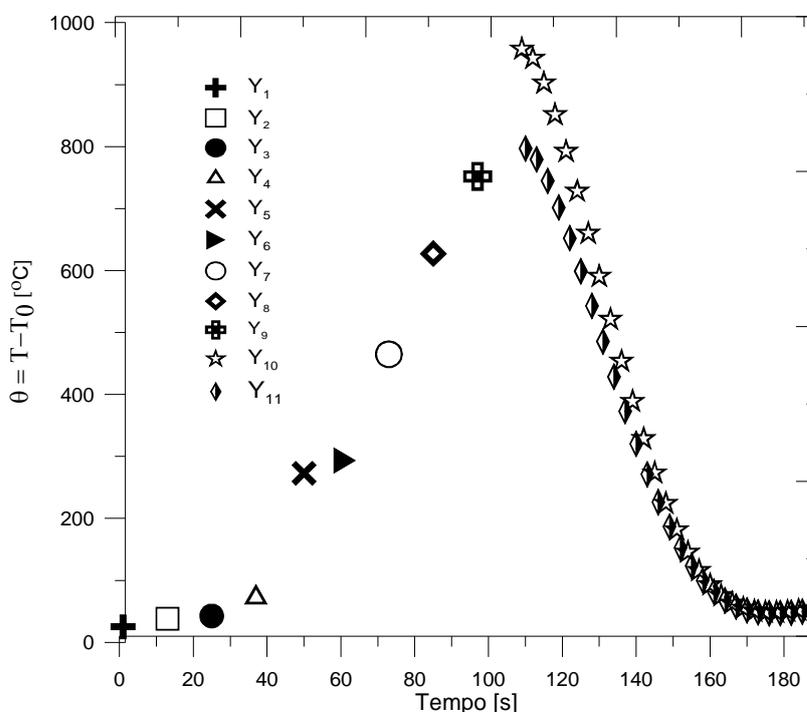


Figura 5.42 – Evolução das temperaturas máximas na interface de corte ao longo da direção de avanço durante o processo de furação conforme as posições na Tab. 5.7.

Tabela 5.7 – Posição dos termopares em relação ao eixo y ( $x = z = 50 \times 10^{-03}$  m).

Sensor	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
$Y$ [m] $\times e^{-03}$	38.17	34.25	30.33	26.33	22.32	18.29	14.26	10.22	6.22	2.5	1.6

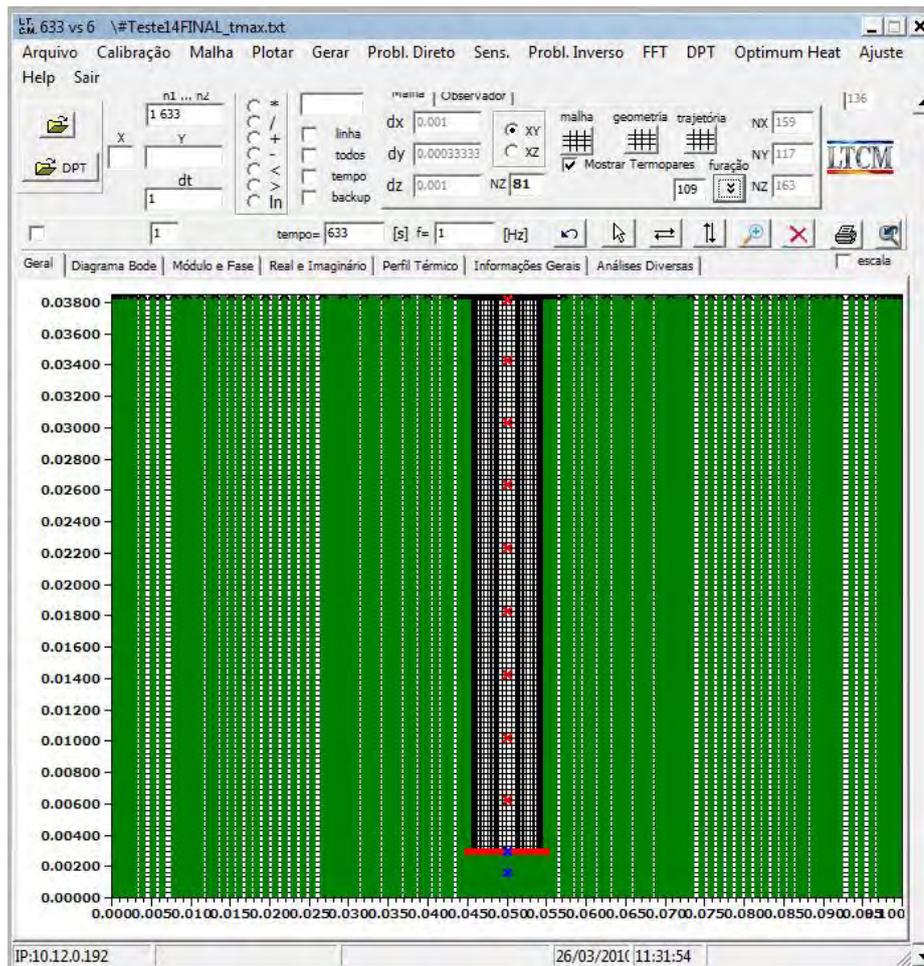


Figura 5.43. Interface do programa DPT, apresentando os 11 sensores simulados.

Observa-se na Fig. 5.42, que a temperatura máxima aumenta à medida que o furo aumenta a profundidade. Uma vez que neste processo o furo não é passante, a partir do término da furação a peça passa a ser resfriar naturalmente e as temperaturas tendem a cair o que pode ser percebido na curva da temperatura da posição 10 e 11, que representa um ponto na base do furo.

### 5.3.3 – Comparação entre temperaturas calculadas e temperaturas experimentais.

Uma forma de se avaliar a estimativa do fluxo de calor e conseqüentemente o campo de temperatura na peça é a comparação entre temperaturas calculadas no modelo e temperaturas experimentais medidas e não usadas no procedimento inverso.

Neste caso, temperaturas nas posições 1 e 2 obtidas pelos termopares são escolhidas para a comparação. A Figura 5.44 apresenta essa comparação.

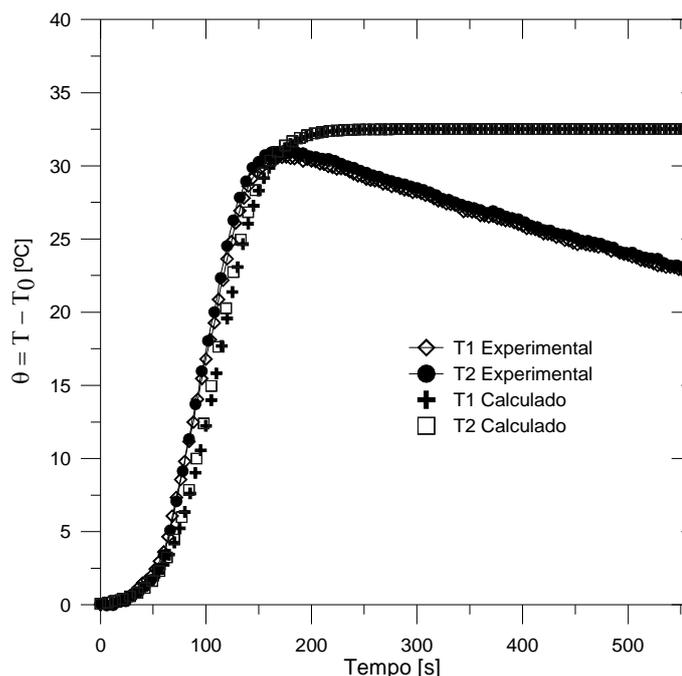


Figura 5.44 – Temperaturas experimentais e calculadas nas posições 1 e 2 usando o fluxo de calor do teste 7 e considerando no modelo térmico  $h=0 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Observa-se que as temperaturas calculadas apresentam boa concordância com as temperaturas experimentais, apresentando um desvio máximo de  $2 \text{ }^\circ\text{C}$  durante o período de aquecimento. Esse desvio pode ser explicado em razão das variáveis envolvidas no experimento que não estão previstas no modelo térmico, como por exemplo o efeito da convecção que é mais severo nas faces externas da ferramenta (região onde se localizam os termopares). Além disso, devido à alta temperatura, as propriedades térmicas podem sofrer alguma variação. Percebe-se, que após a furação, as temperaturas experimentais decaem e o desvio aumenta, isso porque no modelo térmico calculado considera-se as faces externas isoladas.

Como dito o modelo térmico desenvolvido é capaz de simular convecção. Como os experimentos foram realizados sem isolamento sabe-se que existe efeito de convecção ao redor da peça. Alguns valores de coeficientes foram testados e para um  $h = 40 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  constante ao redor da peça obteve-se uma temperatura calculada muito semelhante à temperatura experimental. Cabe ressaltar que esse valor não representa o verdadeiro coeficiente de convecção do meio durante o experimento, esse valor é resultado de tentativas visando testar o modelo e avaliar se a queda das temperaturas experimentais observada na Fig. 5.44 a partir dos 108 s é fruto da convecção.

O resultado da comparação entre as temperaturas experimentais e as temperaturas calculadas considerando um  $h = 40 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  pode ser visto na Fig. 5.45. Observa-se que as temperaturas calculadas mantêm a boa concordância mostrada anteriormente durante o aquecimento e se aproximam das temperaturas experimentais no resfriamento, mantendo uma diferença máxima de  $2 \text{ }^\circ\text{C}$ , que representa 7 % da temperatura máxima experimental.

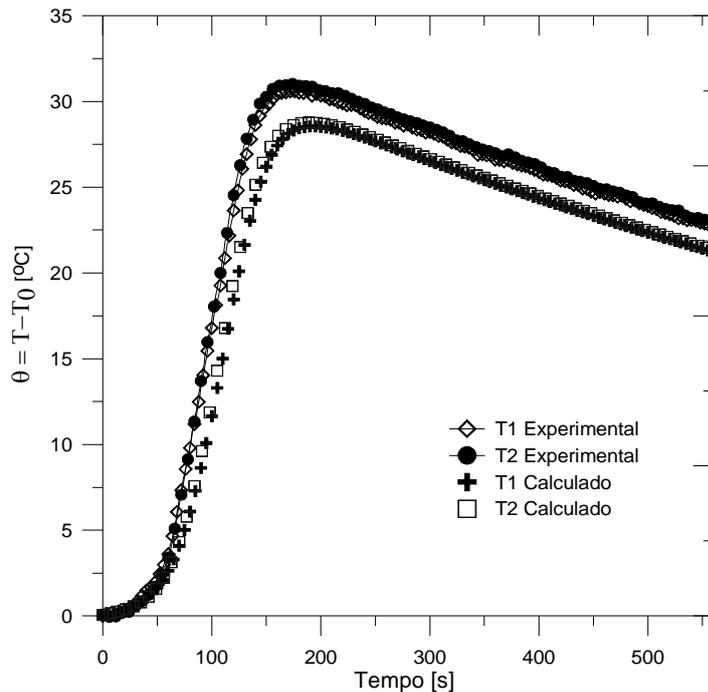


Figura 5.45 – Temperaturas experimentais e calculadas nas posições 1 e 2 usando o fluxo de calor do teste 7 e considerando um coeficiente de convecção nas faces externas como sendo  $h = 40 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

Apenas como uma alternativa para a validação dos resultados, testes com a amostra isolada foram realizados. O isolamento da peça durante a furação foi realizado encobrendo-a com lã de rocha. A montagem experimental da peça isolada pode ser visualizada na Fig. 5.46. Entretanto, embora quatro testes tenham sido planejados, apenas dois experimentos com a peça isolada foram realizados, visto que o isolante prejudicou a fixação da peça na morsa e ocasionou um acúmulo de cavaco entre a peça e o isolante.

O cavaco não retirado foi responsável pelo surgimento de problemas de fixação e vibrações não previstas no sistema, o que de fato, impediu a continuidade deste tipo de teste. Entretanto, dois experimentos foram realizados com sucesso e são apresentados nas Figs. 5.47 e 5.48. Percebe-se nesta figura que as temperaturas calculadas e experimentais tem um comportamento muito próximo e coerentes com o problema térmico.



Figura 5.46 – Montagem experimental com isolante térmico.

As temperaturas experimentais medidas nos experimentos isolados são mostradas na Figs. 5.47 e 5.48 e os fluxos de calor estimados, para cada caso, usando a técnica inversa baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos com função de transferência global, calculada a partir das posições 3 e 4, são mostrados na Fig. 5.49.

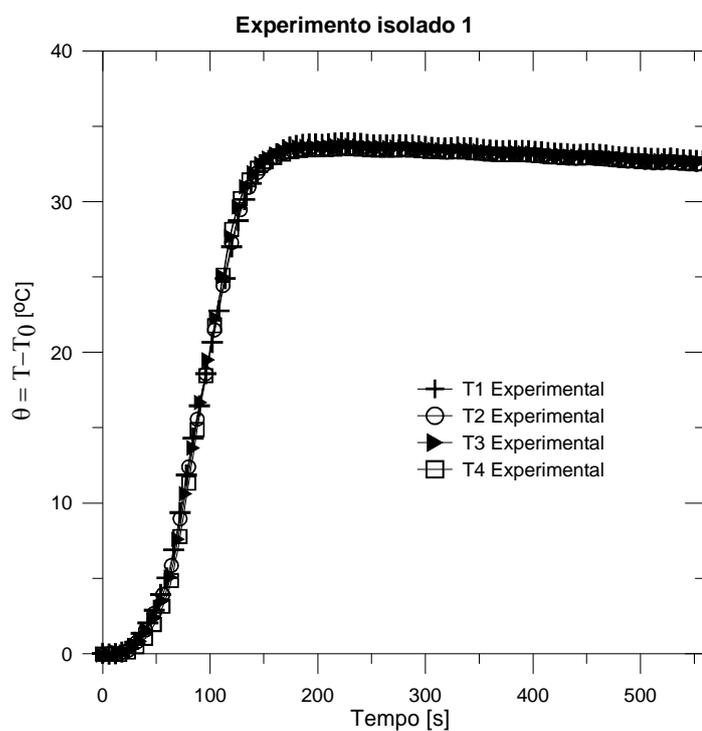


Figura 5.47 – Temperaturas experimentais nas posições 3 e 4 e usadas para as estimativas do fluxo de calor do teste 1 (peça isolada durante a furação).

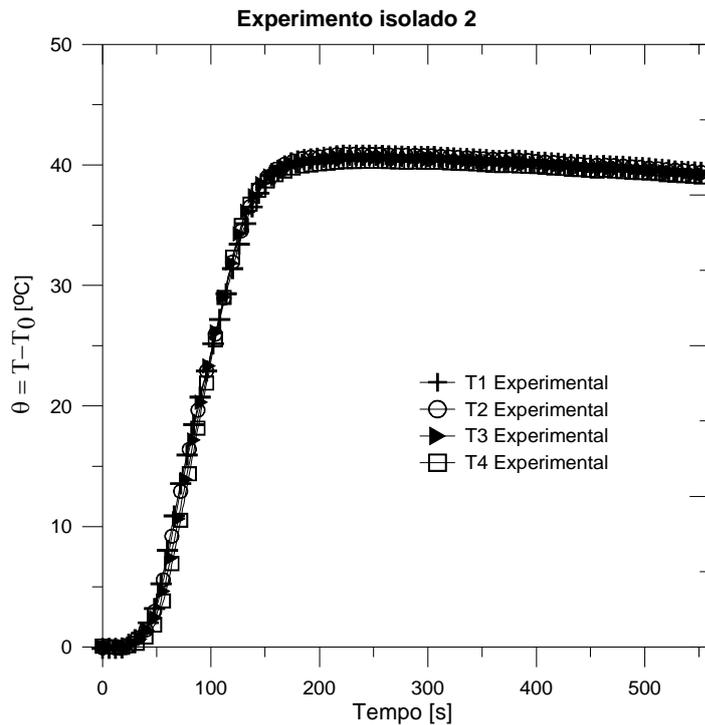


Figura 5.48– Temperaturas experimentais nas posições 3 e 4 e usadas para as estimativas do fluxo de calor do teste 2 (peça isolada durante a furação).

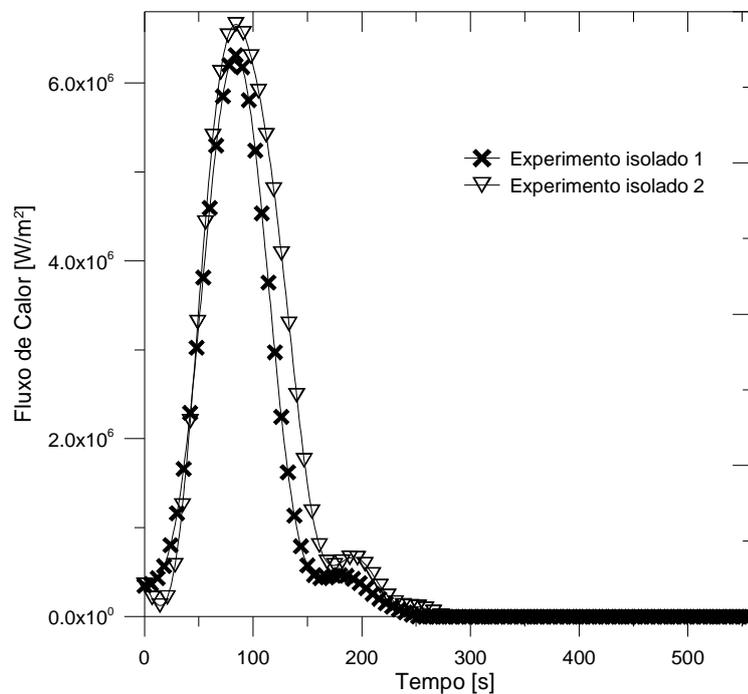


Figura 5.49 – Fluxos de calor estimados para os experimentos com a peça isolada durante o processo de furação (Fig. 5.46)

Os fluxos de calor para os dois experimentos isolados são concordantes, então a partir do fluxo estimado para o experimento isolado 1 calcula-se os perfis de temperatura

para as posições 1 e 2, que não foram usadas na técnica inversa. A comparação com as temperaturas experimentais é apresentada na Figs. 5.50.

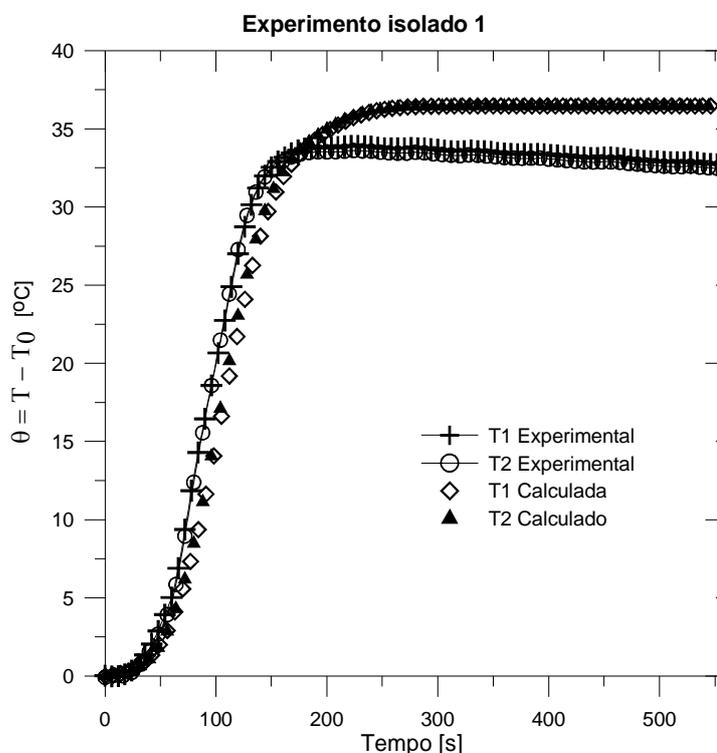


Figura 5.50 – Temperaturas experimentais e calculadas nas posições 1 e 2 usando o fluxo de calor do teste 1 considerando  $h=0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  no modelo térmico e peça isolada no processo de furação.

Observa-se que o isolamento reduziu significativamente a perda de calor depois de cessado o processo de furação e, que as temperaturas calculadas apresentam boa concordância apresentando uma diferença de  $3 \text{ }^\circ\text{C}$ , que representa 10 % da temperatura máxima experimental.

Durante a realização dos experimentos sem isolamento fez-se uso de uma câmera termográfica da marca FLIR e modelo T360. As fotos capturadas com a câmera, Figs. 5.51 e 5.52, refletem o comportamento térmico calculado e apresentado na Fig. 5.40.

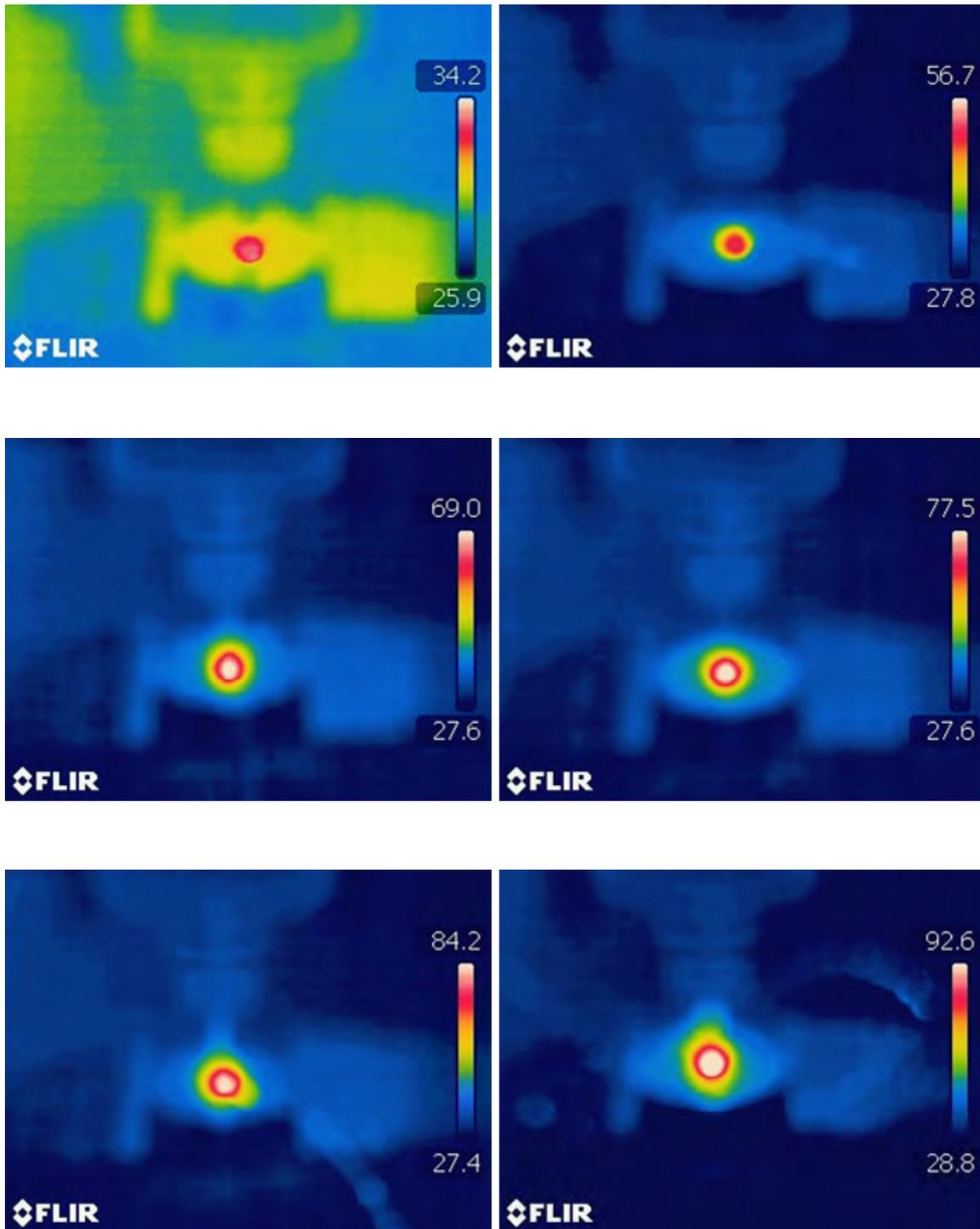


Figura 5.51 – Imagens capturadas com a câmera termográfica durante o experimento 7, aquecimento.

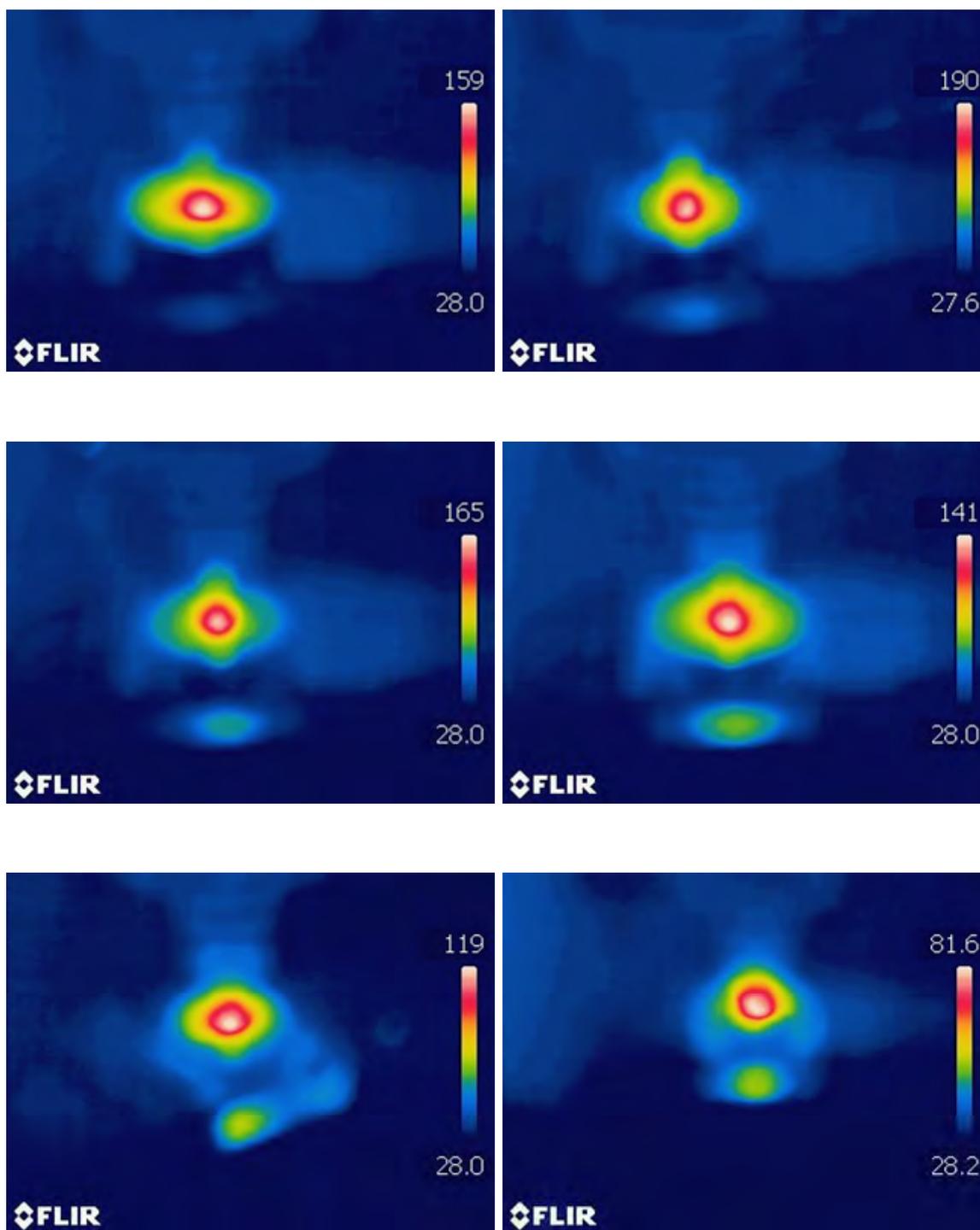


Figura 5.52 – Imagens capturadas com a câmera termográfica durante o experimento 7, resfriamento.

Com base na máxima temperatura capturada pela câmera obteve-se a curva de temperatura máxima Fig. 5.53. Observa-se que a Fig. 5.53 reproduz o comportamento mostrado anteriormente na Fig. 5.42.

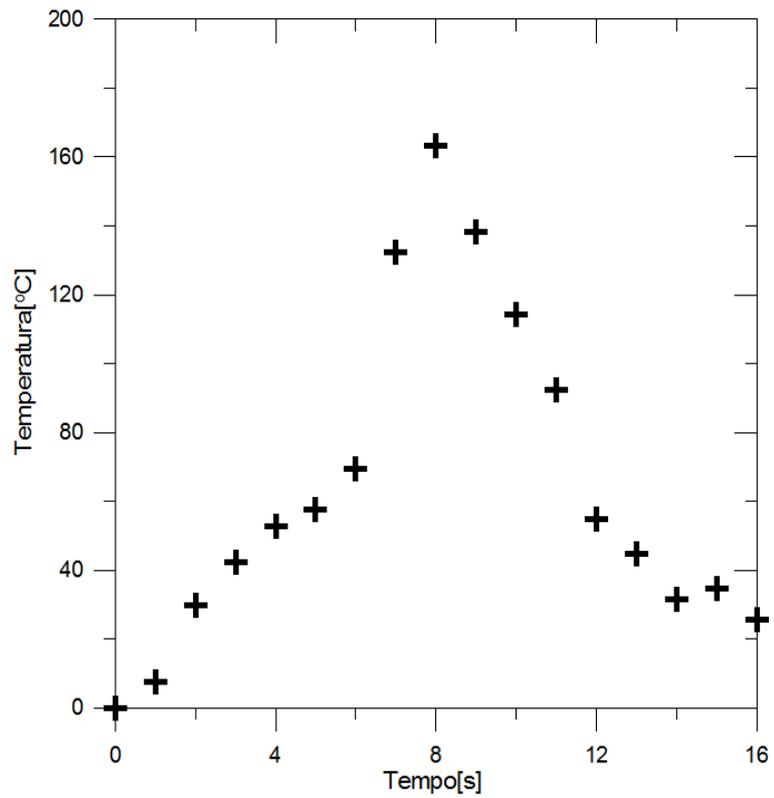


Figura 5.52 – Temperatura máxima capturada com a câmera termográfica.

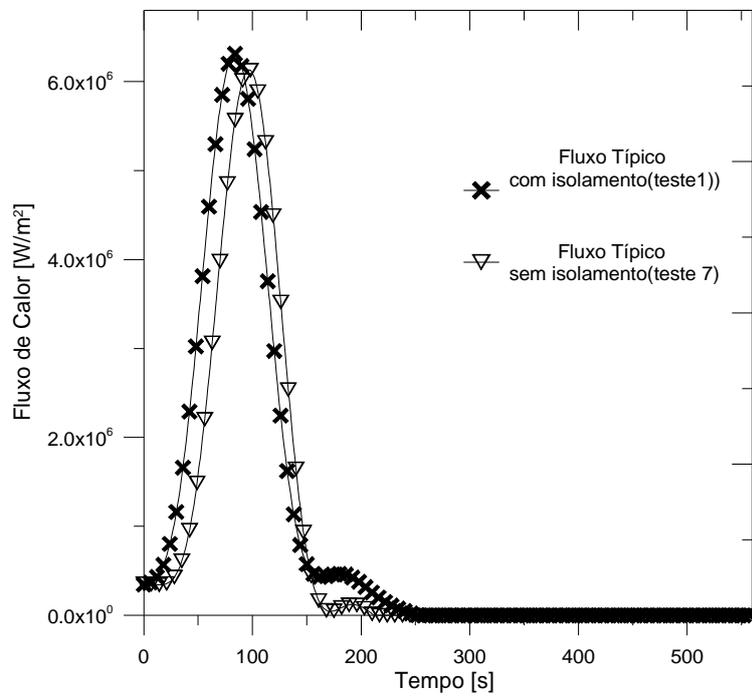


Figura 5.53 – Comparação entre fluxos de calor.

A Figura 5.53 apresenta ainda uma comparação entre os dois fluxos típicos, estimados para os experimentos com e sem isolamento, da comparação conclui-se que o calor gerado é fruto do contato peça ferramenta não sendo influenciando, como esperado, pela existência ou não de isolamento.

Os resultados calculados a partir do fluxo estimado para o problema de furação se mostram coerentes com os resultados experimentais apresentando desvios da ordem máxima de 10% o que comprova a robustez e o grande potencial da técnica inversa Baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos na solução de problemas inversos de condução de calor.



# CAPÍTULO VI

## CONCLUSÕES

### 6.1. Considerações finais

Várias abordagens analíticas, numéricas e experimentais podem ser encontradas na literatura para investigação de campos de temperatura durante o processo de furação. Observa-se, entretanto, que o problema térmico decorrente da furação não é um problema de solução trivial. Dificuldades como geometria da broca, peça ou ferramenta girando na presença de cavacos, altos gradientes de temperatura não permitem a abordagem simples de um modelo térmico direto. Este trabalho propôs o uso de sensores aplicados à superfície da peça (fixa) caracterizando-a como uma técnica não destrutiva e eficiente. A técnica inversa proposta mostrou-se robusta e geral uma vez que obteve as soluções mesmo em condições nas quais as incertezas quanto às propriedades térmicas, coeficientes de transferência de calor por convecção e de medições estão fortemente presentes.

Neste trabalho, de forma diferente da maioria, optou-se pela modelagem térmica da peça ao invés da ferramenta. Essa escolha simplificou bastante a formulação numérica do problema, uma vez que evita o tratamento numérico da geometria da broca, bastante complexa. Nesse caso, o calor gerado na interface é considerado imaterial e o procedimento é válido para qualquer tipo de broca. O problema direto trata o fluxo de calor gerado como uma fonte de calor que se move à medida que a broca avança durante o processo de furação. O modelo térmico prevê ainda a troca de calor por convecção nas superfícies da peça, exceto na região de interface (durante a furação). A solução numérica do modelo térmico tridimensional transiente desenvolvido abordou de forma eficiente o problema real de furação.

Diferentes técnicas inversas podem ser aplicadas ao problema aqui tratado. A maioria delas baseia-se, entretanto, nas técnicas de otimização de busca de parâmetros sem considerar em seu desenvolvimento o problema direto investigado. Citam-se neste

caso, os algoritmos não sequenciais como o algoritmo genético ou *simulated annealing* entre outros. Embora robustas, essas técnicas tem um custo computacional bastante elevado. Optou-se neste trabalho pelo desenvolvimento de um algoritmo sequencial que considera em sua formulação as características térmicas do modelo direto. Essa premissa conduziu ao desenvolvimento de um algoritmo inverso de alta eficiência computacional: os Observadores Dinâmicos Baseados em Funções de Green. A grande vantagem dessa técnica reside na necessidade de se calcular o problema direto apenas uma vez, enquanto que a maioria das técnicas de otimização necessita-se “chamar” a solução do problema direto várias vezes para o cálculo da função objetivo. Outra vantagem da técnica baseada em Funções de Green e Observadores Dinâmicos é o uso de uma função de transferência global que torna a técnica bastante flexível quanto à sua implementação numérica em qualquer plataforma. Observa-se que para as estimativas do fluxo de calor imposto, a técnica inversa somente necessita dos dados de temperatura medidos experimentalmente e das temperaturas do problema auxiliar (modelo direto considerando o fluxo de calor unitário), que só precisam ser calculadas uma única vez.

Dessa forma, além de evitar o cálculo do problema direto inúmeras vezes, o algoritmo inverso pode ser construído independente do algoritmo numérico usado para a solução do problema direto e, portanto, qualquer plataforma computacional pode ser empregada para o cálculo da função transferência (solução do problema auxiliar). Essa característica permite ao método um baixo custo computacional, flexibilidade na abordagem de geometrias complexas mediante o uso de *softwares* eficientes construídos sob qualquer plataforma, linguagem computacional ou métodos de solução numérica tais como, elementos finitos ou volumes finitos, indistintamente. Outro aspecto interessante da técnica é a sua simplicidade de implementação.

Uma contribuição paralela deste trabalho foi a identificação térmica do meio investigado, no caso, o aço microligado. Como a composição química desses aços variam fortemente, suas propriedades térmicas são difíceis de serem obtidas na literatura. A obtenção em laboratório dessas propriedades é fundamental para o sucesso da técnica inversa.

O modelo desenvolvido para a furação, apresentado neste estudo, aliado à técnica inversa pode ser aplicado à maioria dos problemas de furação, uma vez que é capaz de simular geometrias diversas, condições de contorno do tipo fluxo, convecção e/ou isolamento. Assim, um próximo passo pode ser a abordagem direta do problema térmico decorrente de furação em ossos.

## 6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Propõem-se como futuras ações para o contínuo desenvolvimento da técnica inversa e de suas aplicações os seguintes passos:

- Extensão desta técnica para as estimativas de problemas térmicos com fluxos de calor transientes variando com a posição e com o tempo. Essa extensão representa de fato o grande potencial de uso dos Observadores Dinâmicos Baseados em Funções de Green.
- Aplicação da técnica inversa no cálculo do campo de temperatura gerado no osso durante a preparação para base de implantes. O grande desafio neste caso é o estudo térmico da física da transferência de calor em ossos e a identificação térmica de suas propriedades.
- Uso da técnica inversa para avaliar a influência dos parâmetros de corte na geração de calor.
- Desenvolvimento de funções de transferência baseadas em funções de Green a serem aplicadas em sistemas expostos a meios convectivos e/ou radiativos. Atualmente o procedimento proposto só pode ser aplicado em sistemas cujas condições de contorno não ativas sejam homogêneas e o fluxo de calor desconhecido seja imposto em somente uma determinada região.
- Extensão desta técnica para estimativas de propriedades termofísicas em problemas de identificação de parâmetros.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUGUSTIN G., DAVILA S., MIHOCI K., UDILJAK T., VENDRINA D. S., ANTABAK A., Thermal Osteonecrosis and Bone Drilling parameters revisited . **Arch Orthop Trauma Surg.** 128:71-77 DOI 10.1007/s00402-007-0427-3, 2008

AUGUSTIN G., DAVILA S., UDILJAK T., VENDRINA D. S., BAGATIN D., Determination of spatial distribution of increase in bone temperature during drilling by infrared thermography: preliminary report. **Arch Orthop Trauma Surg.** DOI 10.1007/s00402-008-0630-x, 2008,

BACHUS K. N., RONDINA M. T., HUTCHINSON D. T., The effects of drilling force on cortical -temperatures and their duration: an in vitro study. **Medical Engineering & Physics.** 22 (2000) 685 – 691.

BAGCI E., OZCELIK B., Finite Element and Experimental Investigation of Temperature Changes on a Twist Drill in Sequential Dry Drilling. **International Journal Advanced Manufacture Technology.** DOI 10.2007/s00170-004-2417-8, 2005

BAGCI E., OZCELIK B., Investigation of the Effect of Drilling Conditions on the Twist Drill Temperature During Step-by-Step and Continuous Dry Drilling. **Materials and Design,** 27, 446-454, 2006

BAGCI E., OZCELIK B., Effect of Different Cooling Conditions on Twist Drill Temperature. **International Journal Advanced Manufacture Technology.** 34:867-877, DOI 10.1007/s00170-006-0668-2, 2007

BABUR OZCELIK, EYUP BAGCI,. Experimental and Numerical Studies on the Determination of Twist Drill Temperature in Dry Drilling: A New Approach. **Materials and Design.** 27, 920-927, 2006.

BATTAGLIA J-L, KUSIAK A., Estimation of Heat Fluxes During High-Speed Drilling. **International Journal Advanced Manufacture Technology**. 26: 750-758. DOI 10.1007/s00170-003-2039-6, 2005.

BECK, J. V.; BLACKWELL, J. C. **Inverse Heat Conduction**. 2.ed., N.Y., John e Sons, 1985. 300p.

BECK, J. V. *et al.* **Heat Conduction Using Green's Function**. Washington, DC: Hemisphere publishing, 1992.523p.

BENDAT J. S., PERSOL A. G. **Analysis e Measurement Procedures**, 2. ed., USA, Wiley-Interscience,1986. 566p.

BENINGTON I. C., BIAGIONI P. A., CROSSEY P. J., HUSSEY D. L., SHERIDAN S., LAMEY P. J., Temperature changes in bovine mandibular bone during implant site preparation: an assessment using infra-red thermography. **Journal of Dentistry**, Vol 24, No 4, pp 263 – 267,1996

BERTOLETE, M. C. Determinação da Vida de Brocas Utilizadas em Implantodontia e Influência das Condições de Corte. 2009. 158f. **Dissertação de Mestrado** - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

BLUM, J. E MARQUARDT, W. An Optimal Solution to Inverse Heat Conduction Problems Based on Frequency-Domain Interpretation e Observers, **Numerical Heat Transfer**, parte B, v. 32, p. 453-478, 1997.

BONO M., NI J., The Effects of Thermal Distortions on the Diameter and Cilindricity of Dry Drilled Holes. **International Journal of Machine Tools & Manufacture** 41, 2261-2270, 2001.

BORGES, V.L. **Desenvolvimento do Método de Aquecimento Plano Parcial Para a Determinação Simultânea de Propriedades Térmicas Sem o Uso de Transdutores de Fluxo de Calor**. 2008. 108f. Tese de Doutorado-Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

BORGES, V.L., LIMA E SILVA, S.M.M., GUIMARÃES, G., A Dynamic Thermal Identification Method Applied To Conductor And Non Conductor Materials, **Inverse Problem in Science and Engineering**, 14, pp 511-527 (2006).

BORGES V. L., SOUSA P. F. B., GUIMARÃES G. Experimental Determination of Thermal Conductivity And Diffusivity Using a Partially Heated Surface Method Without Heat Flux Transducer. In: **Inverse Problems, Design and Optimazation Symposium, IPDO**, 2007, Miami

BRANEMARK P. I., ZARB G.A., ALBREKTSSON T., Introduction to Osseointegration, In: Tissue-Integrated Protheses – **Osseointegration in Clinical Dentistry**, Chicago: Quintessence, p. 11-76, 1985.

CHAUDHURIA S. P., MAHANTIA R. K., SIVARAMAKRISHNANA C. S., SINGHB M. P., Physical properties of some thermomechanically processed microalloyed Steels, **Materials and Design**. 23 (2002), 489 – 496.

CHEN, W-C. Effect of the Cross-Sectional Shape Design of a Drill Body on Drill Temperature Distributions. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, Vol 23, No.3. pp 355-366, 1996.

ERIKSSON A, ALBREKTSSON T, GRANE B, MCQUEEN D, Thermal injury to bone. A vital-microscopic description of heat effects, **Journal Prosthetic Dentistry**. Jul;50(1):101-7. 1983.

FERNANDES, A. P. Funções de Green: Soluções Analíticas Aplicadas à Problemas Inversos em Condução de Calor. 2009. 130f. **Dissertação de Mestrado** - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

GUIMARÃES, G., PHILIPPI, P.C., THERY, P., Use of Parameters Estimation Method in the Frequency Domain for the Simultaneous Estimation of Thermal Diffusivity and Conductivity, **Review of Scientific Instruments**, 66, 2582 (1995).

HILLERY M. T., SHUAIB I., Temperature **effects** in the drilling of human and bovine bone , **Journal of Materials Processing Technology** , V. 92-93 , pp. 302-308, 1999.

HUANG C-H., JAN L-C., LI R., SHIH A. J. A three-dimensional inverse problem in estimating the applied heat flux of a Titanium drilling - theoretical and experimental studies. **Int. Journal of Heat and Mass Transfer**, 50, pp 3265-3267, 2007.

KALIDAS S., DEVOR R. E., KAPOOR S. G., Experimental investigation of the Effect of Drill Coatings on Hole Quality Under Dry and Wet Drilling Conditions. **Surface and Coatings Technology** 148,117-128, 2001.

LI R., SHIH A. J., Spiral Point Drill Temperature and Stress in High-Throughput Drilling of titanium. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**. 47, 2005-2017, 2007.

LUNDSKOG J., **Heat and bone tissue**, Scand. J. Plastic and Reconstructive Surgery, Sup. 9, 1972.

MATTHEWS L. S., HIRSCH C Temperature measured in human cortical bone when drilling. **Journal of Bone and Joint Surgery**. 54, pp. 297–308, 1972.

MORTIZ A. R., HENRIQUE F.C., The relative importance of time and surface temperature in the causation of cutaneous burns. **Am. J. Physiol.** 23, pp. 695–719, 1947.

NAYEBI A., MAUVOISIN G., VAGHEFPOUR H.. Modeling of a twist drills wear by a temperature-dependent friction law. **Journal of Materials Processing Technology** 207, 98-106, 2008.

OHASHI H., THERIN M., MEUNIER A., CHRISTEL P., The effect of drilling parameters on bone Part II The influence of drilling site. **Journal of Materials Science: Materials in Medicine**. 5 (1994) 232 – 236.

ÖZISIK M. N., **Heat Conduction**, John Wiley & Sons, New York. 1993.

PATANKAR, S.V., **Numerical Heat Transfer e Fluid Flow**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197p.

PROAKIS, J. G., MAONOLAKIS, D. G. **Digital Signal Processing: principles, algorithms, e applications**, Prentice Hall 3ed, New Jersey, 1996. 968p.

RUGGIERO, M. A. G., LOPES V. R. **Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo: Maakron Books

SHATLA M., ALTAN T. Analytical modeling of drilling and ball end milling. **Journal of Materials Processing Technology** 98, 125-133, 2000.

SHARAWY M., WELLER N., Heat generation during implant drilling : the significance of motor speed. **Journal Oral Maxillofac Surgery**, 60: 1169 – 1169, (2002)

SHEN Q., LEE T.C., LAU W.S. A Finite-Element Analysis of Temperature Distributions in Spade Drilling. **Journal of Materials Processing Technology**. 66, 112-122, 1997.

SOUSA, P. F. B., Desenvolvimento de uma técnica baseada em funções de Green e Observadores Dinâmicos para ser aplicada em problemas Inversos. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Mg. Brasil,. 2006

SOUSA P.F.B, FERNANDES A.P., BORGES V. L., DULIKRAVICH G.S., GUIMARAES G., Dynamic Observer Method Based on Modified Green's Functions for Robust and More Stable Inverse Algorithms, Proceedings of the 2008 **International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2008**, New York City, NY, USA. 2008a.

SUNG - CHONG CHUNG. Temperature estimation in drilling process by using an observer. **International Journal of Machine Tools e Manufacture**. v. XX, p. 1-11, mar 2005.

YUAN-KUN TU, HSUN-HENG TSAI, LI-WHEN CHEN, CHING-CHIEH HUANG YUNG-CHUAN CHEN, LI- CHIANG LIN. Finite Element Simulation of Drill Bit and Bone Thermal Contact During Drilling. **The 2nd International Conference on Bioinformatics and Biomedical engineering, 2008. ICBBE 2008**. Shanghai, China, 2008. p. 1268 - 1271.

UDILJAK T., CIGLAR D., SKORIC. S. Investigation Into Bone Drilling And Thermal Bone Necrosis. **Advances in Production Engineering & Management**, 2 (2007) 3, 103 – 112. ISSN 1854 – 6250, 2007

UEDA T., NOZAKI R., HOSOKAWA A.. Temperature Measurement of Cutting Edge in Drilling-Effects of Oil Mist-. **Annals of the CIRP**. Vol. 56, doi:10.1016, 2007.

VANDERPLAATS, G.N., **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**, McGraw-Hill, New York, USA, 1984.

WALKER, G.; BECK, J. V. **Analytic conduction solutions**. Feb 2008. Disponível em: <http://thermalhub.org/resources/46>.

ZEILMANN R. P., WEINGAERTNER W. L., Analysis of Temperature During Drilling of Ti6Al4V with Minimal Quantity of Lubricant. **Journal of Materials Processing Technology**. 179, 124-127, 2006.

## ANEXO

**TÉCNICA EXPERIMENTAL DE DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA E DIFUSIVIDADE TÉRMICA USANDO O MÉTODO DE AQUECIMENTO DE PARTE DA SUPERFÍCIE SEM TRANSDUTOR DE FLUXO DE CALOR. (BORGES, V.L.; GUIMARÃES, G. 2008).**

### A1. INTRODUÇÃO

Descreve-se neste anexo o desenvolvimento de uma técnica experimental que permite a obtenção da condutividade e da difusividade térmica de materiais condutores e não condutores através do uso de elementos de aquecimento e de técnicas de estimativas de funções para a obtenção do fluxo de calor imposto.

O princípio básico do procedimento é dividido em cinco passos distintos: i) desenvolvimento de um aparato experimental que permita a imposição do fluxo de calor em uma parte da amostra enquanto as superfícies remanescentes permanecem isoladas do meio; ii) obtenção de um modelo térmico deste aparato; iii) obtenção de uma grandeza proporcional ao fluxo de calor imposto na amostra,  $Q^+(t)$ , usando a técnica de estimativas de funções como os observadores dinâmicos baseados em funções de Green iv) obtenção da difusividade térmica; v) comparação entre a taxa de calor total fornecida pelo elemento de aquecimento e a grandeza proporcional ao fluxo de calor de calor imposto na amostra durante o ciclo de liga/desliga de aquecimento e a consequente obtenção da condutividade térmica.

Apresenta-se a seguir uma breve descrição da metodologia aplicada: i) modelo térmico; ii) aparato experimental; iii) técnica de problemas inversos aplicada na estimativa de funções (anexo 1) e; iv) identificação da condutividade térmica.

## A2. MODELO MATEMÁTICO - PROBLEMA DIRETO

O problema térmico proposto a ser reproduzido experimentalmente é dado por uma amostra inicialmente a uma temperatura uniforme  $T_0$ . A amostra é então submetida a um fluxo de calor  $[W/m^2]$  enquanto todas as outras superfícies mantêm-se isoladas. A Figura (1A) apresenta o modelo térmico.

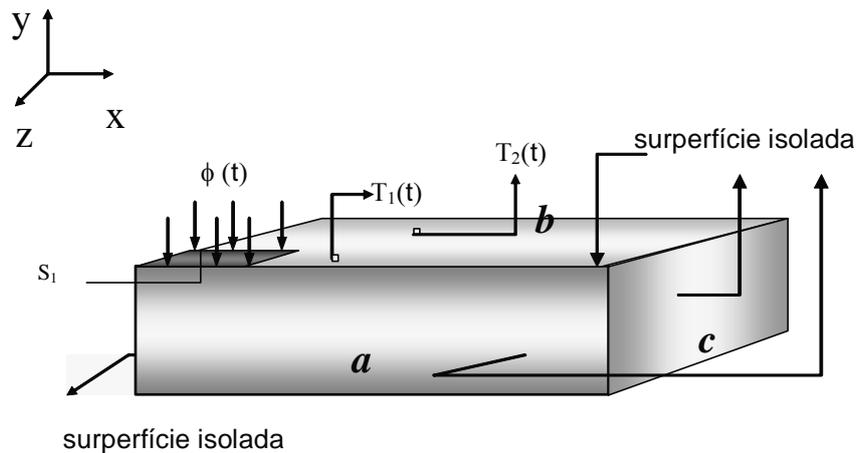


Figura 1A. Modelo térmico equivalente tridimensional transiente.

O modelo térmico pode então ser obtido da equação da difusão de calor como sendo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A1.a})$$

na região R ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ,  $0 < z < c$ ) e  $t > 0$ , sujeita às condições de contorno:

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = \phi(t) \text{ em } S_1 \quad (0 \leq x \leq x_H, \quad 0 \leq z \leq z_H) \quad (\text{A1.b})$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \text{ em } S_2 \quad (x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=c} = 0 \quad (\text{A1.c})$$

e à condição inicial

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (\text{A1.d})$$

onde  $S$  é definido por  $(0 \leq x \leq a, 0 \leq z \leq c)$  e  $x_H$  e  $z_H$  são os limites da região  $S_1$  onde o fluxo de calor é aplicado.

Define-se então os seguintes grupos adimensionais como:

$$x^+ = \frac{x}{a}, y^+ = \frac{y}{b}, z^+ = \frac{z}{c}, t^+ = \frac{\alpha_{ref} t}{b^2} \quad (A2)$$

e

$$\theta^+(x, t) = \frac{T(x, y, z, t) - T_0}{q_{ref} L / k_{ref}} = \frac{\theta(x, t)}{q_{ref} L / k_{ref}} \quad (A3)$$

onde  $\alpha_{ref}$ ,  $k_{ref}$  e  $q_{ref}$  são valores de referência para a difusividade térmica, condutividade térmica e densidade de fluxo de calor, respectivamente. Estas variáveis podem assumir, **a priori**, qualquer valor de referência como, por exemplo, o valor unitário.

Aplicando-se as definições dadas pelas Eqs. (A2)-(A3) na Eq. (A1) obtém-se o modelo térmico em sua forma adimensional como sendo:

$$\frac{\partial^2 \theta^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial y^{+2}} + \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial z^{+2}} = \frac{\partial \theta^+}{\partial t^+} \quad (A4.a)$$

na região  $R$  e  $t^+ > 0$ , sujeita às condições de contorno:

$$\begin{aligned} -\left. \frac{\partial \theta}{\partial y^+} \right|_{y^+=1} &= Q^+(t) \text{ em } S_1 \\ \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y^+=1} &= 0 \text{ em } S_2 \end{aligned} \quad (A4.b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x^+} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial x^+} \right|_{x=1} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y^+} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial z^+} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial z^+} \right|_{z=1} = 0 \quad (A4.c)$$

e a condição inicial,

$$\theta(x^+, y^+, z^+, 0) = 0 \quad (A4.d)$$

onde o fluxo de calor adimensional  $Q^+(t)$  dada por:

$$Q^+(t) = \frac{\phi(t) k_{ref}}{k q_{ref}} \quad (A5)$$

Observa-se que o problema dado pela Eq. (A4) representa um problema inverso se o fluxo de calor imposto  $Q^+(t)$  for desconhecido. O próximo passo é a construção de um aparato experimental que reproduz o modelo térmico descrito.

### A3. MONTAGEM EXPERIMENTAL

Observa-se que as condições de contorno presentes no modelo teórico devem ser garantidas experimentalmente. Isto significa que a condição de isolamento em todas as superfícies que não estão em contato (amostra e aquecedor) deve ser alcançada para que a técnica obtenha sucesso. Uma forma eficiente de se obter isolamento experimental do ponto de vista de perdas de calor convecção é a obtenção de um ambiente exposto a vácuo. A Fig. (A2) apresenta uma câmara de vácuo construída para proporcionar ao conjunto aquecedor e amostra um ambiente sem troca de calor por convecção.



Figura A2. Câmara de vácuo usada para garantir isolamento térmico nas superfícies sem contato entre amostra e aquecedor e expostas ao meio externo.

No interior da câmara de vácuo a montagem do conjunto amostra/aquecedor elétrico pode ser mostrado esquematicamente como disposto na Fig. (A3).

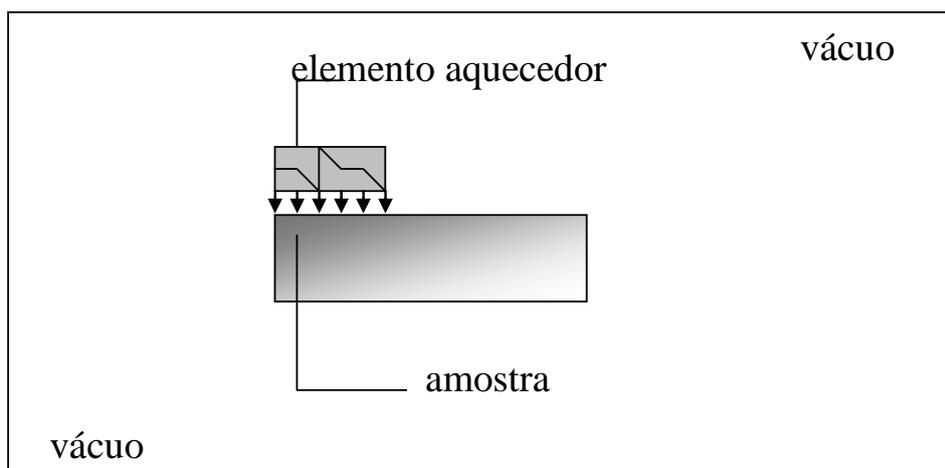


Figura A3. Esquema de montagem do elemento aquecedor resistivo em parte da amostra.

A Figura (A4) apresenta um sinal típico da taxa de calor gerada pelo elemento aquecedor resistivo. A magnitude da potência é apenas indicativa, podendo ocupar uma faixa ampla de potência.

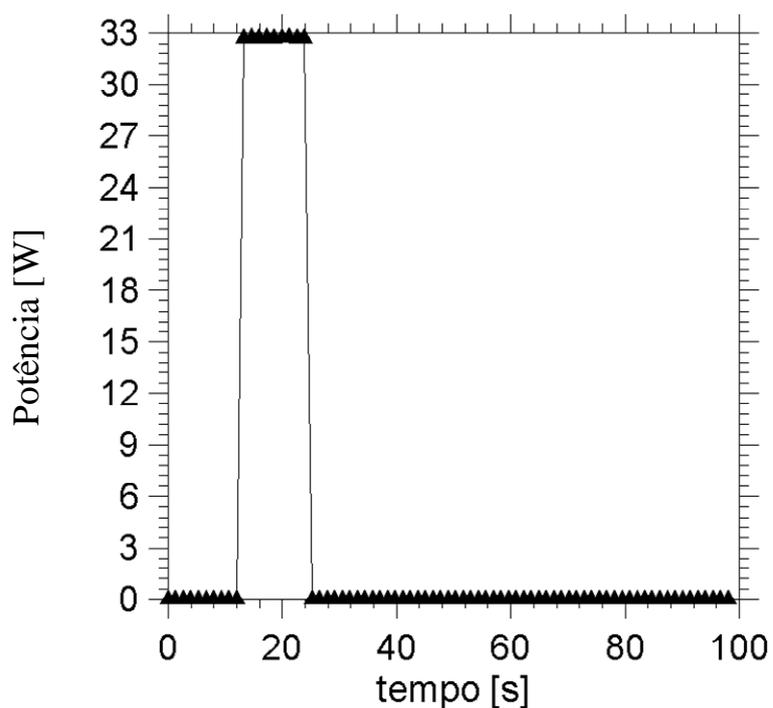


Figura A4. Sinal típico de uma taxa de calor gerada por um elemento de aquecimento resistivo do tipo liga/desliga.

#### A4. PROBLEMA INVERSO

Várias técnicas de problemas inversos podem ser empregadas para a obtenção do fluxo de calor adimensional  $Q^+(t)$  presente no problema térmico dado pela Eq. (4). Neste trabalho, propõe-se o uso da técnica de observadores dinâmicos baseados em funções de Green, descrita por (Sousa *et al.*, 2006) para a aplicação em problemas multidimensionais.

#### A5. OBTENÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA

##### A5.1 Sistema dinâmico e modelo térmico equivalente

Diferentes modelos dinâmicos podem ser obtidos do modelo térmico mostrado pela Fig. (A1), onde  $\phi$  representa o fluxo de calor,  $T_i$  a temperatura e  $i$  o índice usado para descrever a localização das temperaturas na amostra.

Para a obtenção da difusividade térmica é conveniente escolher um modelo dinâmico com a característica de uma entrada,  $X(t) = \phi(t)$  representada pelo fluxo de calor e por duas saídas, representadas pelas temperaturas em duas posições distintas na amostra,  $Y(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ , onde  $\theta$  é definido como  $T - T_0$ .

Usando funções de Green para a solução do problema térmico descrito pela Eq. (A4) e calculando a temperatura para duas posições diferentes, pode-se escrever (Borges *et al.*, 2006).

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = G_{12}^+(f)\phi(f) \quad (A23)$$

onde  $G_{12}(\tau)$  representa a função de Green do sistema térmico. No domínio da frequência,  $G_{12}(f)$  também representa a resposta em frequência,  $H(f)$ , e é definida pela transformada de Fourier de  $G_H(\tau)$ ,

$$G_{12}(f) = \int_0^{\infty} G_{12}(\tau) e^{-j2\pi\tau} d\tau \quad (A24)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$  é o número complexo unitário.

Observa-se que como o fluxo de calor  $\phi$  é perfeitamente identificado pela Eq. (26), então a função de Green  $G_{12}$  pode ser obtida experimentalmente através da Eq. (25), ou seja:

$$G_{12}^+(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} \quad (\text{A25})$$

Observa-se que como  $\phi(t)$  e  $\theta_i(t)$  são obtidos de medições discretas, a transformada de Fourier é também realizada numericamente usando-se o algoritmo de Cooley-Tukey (Discrete Fast Fourier Transform), (Bendat & Pierson, 1986).

Portanto, o modelo térmico equivalente do sistema dinâmico pode ser representado por:

$$G_{12}(f) = H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} = \frac{Y(f)}{X(f)} = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (\text{A26})$$

onde a função  $H(f)$  representa a função resposta em frequência do sistema e  $S_{xy}$  e  $S_{xx}$ , representam as densidades espectral cruzada e densidade autoespectral, respectivamente.

Observa-se ainda da Eqs. (A4) que  $H(f)$  é portanto fortemente dependente das propriedades térmicas da amostra. Ou seja, isto significa que:

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} = \text{função}(\alpha, k) \quad (\text{A27})$$

Nota-se ainda que no plano transformado  $f$ - $t$ , a variável  $H(f)$  é uma variável complexa. Neste caso ela pode ser escrita em sua forma polar como:

$$G_{12}(f) = H(f) = |H(f)|e^{-j\varphi(f)} \quad (\text{A28})$$

onde  $|H|$  e  $\varphi$  representam respectivamente o módulo e a fase de  $H(f)$ . O fator de fase pode também ser escrito como:

$$\varphi(f) = \arctan[\text{Im } H(f) / \text{Re } H(f)] \quad (\text{A29})$$

onde  $\text{Im}H(f)$  e  $\text{Re}H(f)$  são a parte imaginária e real de  $H(f)$ .

A fase da resposta em frequência  $H(f)$ , é a base para a determinação da difusividade térmica. Isto se deve ao fato do fator de fase ser somente função da difusividade térmica, que demonstra a grande conveniência de se trabalhar no domínio da frequência. A idéia básica aqui é a observação que o atraso entre o fluxo de calor e as respostas de temperaturas é uma função exclusiva da difusividade térmica (Guimarães et al., 1995).

Portanto a minimização de uma função objetivo baseada na diferença entre os valores calculados e experimentais do fator de fase é o caminho para a obtenção da difusividade térmica. Esta função pode ser escrita por:

$$S_{\varphi} = \sum_{i=1}^{N_f} (\varphi_e(i) - \varphi(i))^2 \quad (A30)$$

onde  $\varphi_e$  e  $\varphi$  são os valores experimentais e calculados do fator de fase de  $H(f)$ , respectivamente. Os valores teóricos do fator de fase são obtidos da identificação de  $H(f)$  dada pela Eq. (A29). Neste caso a saída  $Y(f)$  é a transformada de Fourier da diferença da temperatura  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  obtidas pela solução numérica da Eqs.(A4) usando o método de volume finitos (Patankar, 1980). De fato, este procedimento evita a necessidade de se obter a função de Green de forma explícita e analítica.

Os valores de  $\alpha$  serão então os valores que minimizam a Eq. (A30). Um método indicado para a minimização desse funcional é o método da seção áurea com aproximação polinomial (Vanderplaats, 1984), uma vez que a Eq. (A30) é uma função unimodal.

Neste ponto uma observação deve ser feita. A entrada do sistema dado por  $X(t) = \phi(t)$  ainda não foi inteiramente identificada. De fato o procedimento inverso descrito no item anterior identificou somente a taxa  $Q^+(t)$  proporcional a esse fluxo. Essa proporcionalidade pode ser explicitamente observada da Eq.(A5), ou seja, pode-se escrever:

$$Q^+(f) = \frac{\phi(f)}{k} \frac{k_{ref}}{q_{ref}} = K \phi(f) \quad (A31)$$

onde K representa um fator de proporcionalidade entre o fluxo e a taxa. Substituindo a Eq. (31) na Eq. (27) obtém-se:

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{K^{-1} Q^+(f)} \quad (A32)$$

E pode-se escrever ainda,

$$H^*(f) = K H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{Q^+(f)} \quad (A33)$$

Das Eq.(A29) e (A33) pode-se observar que embora a constante de proporcionalidade  $K$  afete diretamente o cálculo do valor módulo de  $H(f)$ , o seu efeito no fator de fase não é verificado. Observa-se que nesse caso, os fatores de fase de  $H(f)$  e  $H^*(f)$  são idênticos. Essa observação pode ser verificada considerando os cálculos dos fatores de fase das duas funções complexas proporcionais, ou seja, se  $H(f)$  é uma função complexa dada por:

$$H(f) = a + b j$$

onde  $a$  e  $b$  são números reais e  $j$  é a variável complexa unitária definida por  $j = \sqrt{-1}$ . Então o fator de fase de  $H$ ,  $\varphi(f)$ , e de  $H^*$ ,  $\varphi^*(f)$ , são idênticos e podem ser calculados por:

$$\varphi(f) = \arctan \left[ \frac{\text{Im} H(f)}{\text{Re} H(f)} \right] = \arctan \left[ \frac{b}{a} \right] = \arctan \left[ \frac{\text{Im} H^*(f)}{\text{Re} H^*(f)} \right] = \arctan \left[ \frac{K b}{K a} \right] = \arctan \left[ \frac{b}{a} \right] = \varphi^*(f) \quad (\text{A34})$$

Esse fato indica que a difusividade térmica tem baixa sensibilidade relacionada à amplitude dos sinais de  $X$  e  $Y$  o que por si acarreta em uma baixa sensibilidade a erros determinísticos como as incertezas de curva de calibração de sensores de temperatura.

## **A6. OBTENÇÃO SIMULTÂNEA DO FLUXO DE CALOR E DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA**

Uma vez determinado a difusividade térmica e a taxa de calor adimensional  $Q^+(t)$ , resta, portanto a obtenção fluxo de calor absorvido pela superfície,  $\phi(t)$  e da condutividade térmica da amostra.

Como já mencionado, a idéia básica usada neste trabalho é bastante simples. O princípio consiste na aplicação de um fluxo de calor, fornecido por efeito Joule de um elemento resistivo diretamente colado à superfície da amostra de interesse. Para que todo o calor gerado pelo elemento seja totalmente imposto à amostra, exige-se que todo o ambiente esteja evacuado. Desta forma o calor total fornecido à amostra pode ser obtido simplesmente multiplicando-se a tensão pela corrente imposta na resistência elétrica.

O único inconveniente deste procedimento reside então na inércia térmica do elemento de aquecimento e da própria amostra que não permitem que todo o calor imposto seja imediatamente (sem atraso) absorvido pela superfície aquecida.

A Figura A6 apresenta uma evolução típica do fluxo de calor  $Q^+(t)$  proporcional ao fluxo de calor,  $\phi(t)$ , que é absorvido na superfície da amostra.

Observando-se a evolução da taxa de calor total gerado na resistência elétrica Fig. (A2) conclui-se que o fluxo de calor será totalmente absorvido pela superfície somente após decorridos um determinado tempo  $t_f$ . Ou seja, se  $P''(t)$  representa a potência por unidade de área do aquecedor ( $W/m^2$ ) dissipada pelo elemento resistivo e  $\phi''(t)$  representa o fluxo de calor efetivamente entregue à amostra então aplicando-se o princípio da conservação da energia após um determinado tempo,  $t_f$ , pode-se escrever:

$$E_{aq} = \int_0^{t_f} P(t) dt = E_{samp} = \int_0^{t_f} \phi''(t) dt \quad (A35)$$

ou seja,

$$\int_0^{t_f} \phi''(t) dt = \int_0^{t_f} V(t) \times I(t) dt \quad (A36)$$

onde  $V(t)$  e  $I(t)$  representam a tensão e a corrente imposta no aquecedor elétrico resistivo.

Mas da definição dada pela Eq. (A5) pode-se escrever:

$$Q^+(t) = \frac{\phi(t)}{k} \frac{k_{ref}}{q_{ref}} \quad (A37)$$

ou ainda,

$$\phi(t) = k \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t) \quad (A38)$$

Logo a Eq. (36) pode ser escrita como:

$$\int_0^{t_f} k \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t) dt = \int_0^{t_f} V(t) \times I(t) dt \quad (A39)$$

ou ainda,

$$k \int_0^{t_f} \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t) dt = \int_0^{t_f} V(t) \times I(t) dt \quad (A40)$$

e portanto a condutividade térmica  $k$ , pode ser obtida por:

$$k = \int_0^{t_f} V(t) \times I(t) dt \left[ \frac{q_{ref}}{k_{ref}} \int_0^{t_f} Q^+(t) dt \right]^{-1} \quad (A41)$$

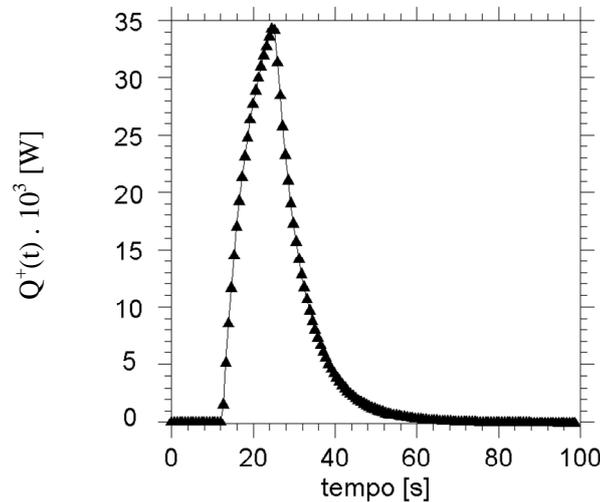


Figura 6. Sinal de  $Q^+(t)$  proporcional ao fluxo de calor imposto na superfície da amostra.

Uma vez determinado a condutividade térmica a Eq. (A38) pode então ser usada para a determinação da evolução do fluxo de calor absorvido na amostra.

## A7. COMENTÁRIOS FINAIS

Observa-se que a quantidade  $Q^+(t)$  pode ser encontrada usando-se qualquer técnica de problema inverso, sendo proposto neste trabalho a técnica de observadores dinâmicos baseados em funções de Green. Ainda com respeito à Eq. (A41),  $V(t)$  e  $I(t)$  são quantidades conhecidas e especificadas pela potência desejada. Os valores  $\alpha_{ref}$ ,  $q_{ref}$  e  $k_{ref}$  são parâmetros de referência sendo, a princípio, admitido qualquer valor, inclusive o unitário.

Nome do arquivo: TESE\_corrigeida3  
Diretório: C:\Users\Priscila\Desktop  
Modelo: C:\Users\Priscila\AppData\Roaming\Microsoft\Modelos\Normal.dot  
m  
Título:  
Assunto:  
Autor: Priscila  
Palavras-chave:  
Comentários:  
Data de criação: 26/03/2010 10:30:00  
Número de alterações: 52  
Última gravação: 31/03/2010 08:38:00  
Salvo por: ufu  
Tempo total de edição: 1.349 Minutos  
Última impressão: 31/03/2010 08:39:00  
Como a última impressão  
Número de páginas: 175  
Número de palavras: 31.862 (aprox.)  
Número de caracteres: 172.059 (aprox.)