

RICARDO CORRÊA SIMÕES

**CONTROLE MODAL ÓTIMO DE UM ROTOR
FLEXÍVEL UTILIZANDO ATUADORES
PIEZELÉTRICOS DO TIPO PILHA**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2006

RICARDO CORRÊA SIMÕES

**CONTROLE MODAL ÓTIMO DE UM ROTOR FLEXÍVEL UTILIZANDO
ATUADORES PIEZELÉTRICOS DO TIPO PILHA**

Tese apresentada ao Programa de Pos-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de **DOCTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Valder Steffen Jr.
Co-orientador: Johan Der Hagopian.

**UBERLÂNDIA -MG
2006**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S589c	<p>Simões, Ricardo Corrêa, 1976- Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezo- létricos do tipo pilha / Ricardo Corrêa Simões. - 2008. 133 f. : il.</p> <p>Orientador: Valder Steffen Jr. Co-orientador: Johan Der Hagopian</p> <p>Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Inclui bibliografia.</p> <p>1. Vibração - Teses. I. Steffen Junior, Valder. II. Der Hagopian, J. III. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 621:534</p>
-------	---

Dedicatória

Dedico esta tese à minha mãe, Estela Mares.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família, Mãe e irmãos, que sempre me apoiaram em todos os passos de minha vida.

À minha mulher, Stela, pelo carinho e compreensão dedicados à mim.

Ao meu orientador, Valder, que soube conduzir este trabalho com calma, serenidade. Quero agradecê-lo também pela disposição que sempre teve para me ajudar e pelo encorajamento que nunca deixou de passar aos seus alunos.

Ao meu co-orientador, Johan, por ter supervisionado e dirigido sabiamente toda a parte experimental desta tese.

À Jarir Mahfoud que me acompanhou durante a fase experimental e me ajudou a elaborar os artigos referentes à este trabalho.

Ao Professor José Francisco Ribeiro e à Patrick Magalhães Cardoso pelas dicas no projeto do controlador e do estimador.

Ao técnico do laboratório LDMS, Thierry Usiglio, por me ajudar a montar a bancada do rotor.

À todos os companheiros do LDMS (Laboratoire de Dynamique des Machines et Structures) do INSA-Lyon pela acolhida durante o período que lá estive.

À FEMEC-UFU, que durante 11 anos foi minha casa, pelo apoio e suporte técnico dados para a realização de minha dissertação e tese. E pelo conhecimento que eu adquiri durante todo o tempo que estive nesta escola.

À Capes pelo financiamento de minha tese de doutorado e de meu PDEE na França.

Simões, R. C. **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**, 2006, 133 f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Resumo

Este trabalho trata do controle ativo de vibração de rotores flexíveis. Um rotor horizontal de dois discos apoiado em dois mancais em suas extremidades foi estudado no que tange o aspecto de controle, tanto no âmbito numérico como experimental. As simulações numéricas foram feitas empregando-se o Método dos Elementos Finitos (MEF). Um controlador ótimo do tipo Regulador Quadrático Linear foi utilizado para atenuar as vibrações dos 4 primeiros modos de flexão do rotor. Empregou-se um método modal para reduzir o tamanho modelo e torná-lo então controlável. O uso de tal método gerou a necessidade de se estimar os estados modais através de um observador de estados. O tipo de atuador escolhido para aplicar a força de controle sobre a estrutura foi um atuador piezelétrico do tipo pilha (*piezeletric stack actuator*). Os atuadores foram dispostos ortogonalmente num plano de controle localizado num dos mancais do rotor. A determinação experimental da rigidez dos elementos que compoñham o mancal ativo, onde se localizava os atuadores, e o ajuste destes valores no MEF foi etapa conduzida cuidadosa. O sucesso da metodologia de controle se atribui em grande parte a esta etapa que permitiu um cálculo preciso da força de controle. As simulações foram feitas numa bancada experimental devidamente instrumentada para os testes. A performance do controlador modal ótimo foi testada para diversas condições de funcionamento do rotor em questão e diferentes fontes excitação. A saber: Rotor em repouso, rotor em regime de rotação permanente, rotor em regime de rotação transiente. Os resultados obtidos, tanto numéricos como experimentais, mostram o sucesso da metodologia empregada e as potencialidades do uso do tipo de atuador aqui empregado para o campo do controle ativo de vibração de rotores.

Palavras chaves: Rotores flexíveis, Controle ativo de vibrações, Controle ótimo, Método modal, Atuadores Piezelétricos.

Simões, R. C. **Optimal Modal Control of a Flexible Rotor Using Piezoelectric Stack Actuators**, 2006, 133 f. Ph. d. Thesis, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

Abstract

This work deals with active vibration control of flexible rotors. Vibratory control behavior of a horizontal rotor containing two disks and supported by bearings on its extremities was studied numerically and experimentally. Numerical simulations were performed using Finite Element Method (FEM). The target control was to attenuate the vibration of first 4 bending modes by using of a Linear Quadratic Regulator. A modal method was required to reduce the model size and make the model controllable. A state observer estimated the modal state coordinates necessary to model method. The control forces were applied over the structure by piezoelectric stack actuators. These actuators were orthogonally arranged in control plane located in one of bearings of the rotor. The experimental identification of stiffness of active bearings components and MEF model adjustment was carefully conducted. The success of methodology was intricately related to this work part, that has allowed the accurate calculation of the control force. Experiments were carried out in a rotor test rig. Optimal modal Controller performance has been tested to various operation conditions and different excitation forces, like rotor at rest, steady state rotation and transient rotation. Numerical and experimental results attest the success of control strategy and shows the potentiality of stack piezoelectric actuators in the active vibration control to rotordynamics field.

Key Words: Flexible Rotors, Active vibration control, Optimal control, Modal method, Piezoelectric Actuators.

Simbologia

Lista de símbolos latinos

$[A]$: Matriz da dinâmica do sistema.

$[B]$: Matriz de entrada de força no sistema.

$[C]$: matriz de saída do sistema.

$[A_d]$: Matriz discreta da dinâmica do sistema.

$[B_d]$: Matriz discreta de entrada de força no sistema.

$[C_d]$: matriz discreta de saída do sistema.

$[C_m]$: Matriz de elasticidade da estrutura.

$[d]$: Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a carga e deformação a campo nulo ou constante.

$\{D_e\}$: Deslocamento elétrico ou fluxo elétrico no material piezelétrico.

$[D_s]$: Matriz de amortecimento do sistema.

$[\tilde{D}_s]$: Matriz de amortecimento modal.

$\hat{e}(t)$: erro de estimação.

$[e]$: Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a carga e deformação a campo nulo ou constante.

$\{E\}$: Campo elétrico atuante sobre o material piezelétrico.

$\{F(t)\}$: Vetor de forças atuantes no sistema.

$\{\tilde{F}\}$: Vetor de forças em coordenadas modais.

$[g]$: Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a tensão e o campo à indução nula ou constante.

G_a : Ganho do amplificador de tensão.

$[G]$: Matriz giroscópica do sistema.

$[\tilde{G}]$: Matriz giroscópica modal.

$[h]$: Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a deformação e o campo resultante à indução nula ou constante

$H()$: Operador Hamiltoniano.

J : Função de custo.

K_e : Rigidez do empilhamento de pastilhas de PZT do atuador piezelétrico.

K_h : Rigidez de flexão do conjunto de hastes que suportam o mancal ativo.

- K_{h_a} : Rigidez da haste que liga o atuador piezolétrico ao cubo do mancal ativo.
- K_{ij}^2 : Coeficiente de acoplamento eletro-mecânico do material piezolétrico.
- K_{eq} : Rigidez equivalente do conjunto atuador-haste do atuador.
- $[K]$: Matriz de ganho ótimo do controlador.
- $[K_2]$: Matriz de rigidez devido o movimento transiente.
- $[\tilde{K}_2]$: Matriz de rigidez modal devido o movimento transiente.
- $[K_S]$: Matriz de rigidez do sistema.
- $[\tilde{K}_S]$: Matriz de rigidez modal do sistema.
- $[L]$: Matriz de ganho do estimador.
- m_d : Massa do disco de alumínio (cubo do mancal ativo).
- $[M]$: Matriz de massa do sistema.
- $[\tilde{M}]$: Matriz de massa modal.
- $[P_S]$: Matriz de posicionamento dos sensores.
- $\{q\}$: Vetor de coordenadas modais.
- $[Q]$: Matriz de ponderação dos estados.
- $[Q_e]$: Matriz de covariância do ruído da dinâmica do sistema.
- $[R]$: Matriz de ponderação dos esforços de controle.
- $[R_e]$: Matriz de covariância do ruído dos sensores.
- $[S]$: Matriz de Ricatti.
- $\{S_m\}$: Vetor de deformações mecânicas da estrutura na qual está colado o material piezolétrico.
- $\{T_m\}$: Vetor das tensões mecânicas atuantes na estrutura.
- u : Deslocamento de translação de um nó do rotor na direção X.
- $\{u\}$: vetor de forças de excitação e controle.
- $\{u_c\}$: Tensão de controle.
- v : Deslocamento de translação de um nó do rotor na direção Z.
- V_C : Voltagem de controle, voltagem não amplificada.
- $\{X\}$: Vetor de estado.
- $[\hat{X}]$: Vetor dos estados estimados.
- $\{Y\}$: Vetor de saída dos sensores.

Lista de símbolos gregos

α : Constante piezométrica de proporcionalidade entre a carga e a deformação do atuador.

$[\beta]$: Matriz de constante de impermeabilidade dielétrica do material piezométrico.

$\{\delta\}$: Vetor de deslocamentos nodais da estrutura.

$\delta(\)$: Operador variacional.

$[\varepsilon]$: Matriz dielétrica do material piezométrico.

$[\Phi]$: Matriz de transformação modal.

$\dot{\phi}$: Velocidade de rotação angular do rotor segundo o eixo Y.

λ : Multiplicador de Lagrange.

θ : Rotação de um nó do rotor na direção X.

ω : Velocidade de rotação do rotor.

ω_c : Velocidade de rotação crítica do rotor.

ψ : Rotação de um nó do rotor na direção Z.

S mario

1. Introdu�o	pg 1
2. Tipos de atuadores	pg 9
2.1. Atuadores magnéticos.....	pg 9
2.2. Atuadores hídricos.....	pg 11
2.3. Amortecedores eletro-reológicos ou magneto-reológicos.....	pg 12
2.4. Atuadores piezelétricos.....	pg 13
3. Equa�es do movimento de um motor flexível.....	pg 19
4. Controle �timo.....	pg 25
4.1. O Controle �timo.....	pg 26
4.1.1. O Regulador quadrático linear.....	pg 29
4.1.2. Aumento do vetor de estado.....	pg 32
4.1.3. Controlabilidade.....	pg 34
4.2. A Reconstru�o do vetor de estado.....	pg 34
4.2.1. Observabilidade.....	pg 34
4.2.2. O Observador de estado.....	pg 35
4.3. O Controlador LQG e o princípio da separa�o.....	pg 38
4.3.1. O Princípio da separa�o.....	pg 38
4.4. Controle digital.....	pg 39
4.4.1. Tipos de sinais.....	pg 40
5. Adapta�o da bancada de ensaios experimentais.....	pg 43
5.1. A Bancada.....	pg 43
5.1.1. Projeto e teste do Mancal Ativo.....	pg 44
5.2. Os Atuadores piezelétricos.....	pg 50
5.2.1. Determina�o experimental da rigidez dos atuadores.....	pg 53
5.2.2. Determina�o experimental da rigidez equivalente.....	pg 56
5.3. Ajuste do modelo de elementos finitos.....	pg 60
6. Simula�es numéricas.....	pg 63
6.1. Modelo de elementos finitos.....	pg 63
6.2. Projeto do controlador e do estimador.....	pg 66
6.2.1. Projeto do estimador.....	pg 66
6.2.2. Projeto do controlador.....	pg 68
6.3. Excita�o por desbalanceamento.....	pg 72
6.3.1. Uso de um plano de controle.....	pg 72

6.3.2. Uso de dois planos de controle.....	pg 76
6.4. Análise dos resultados.....	pg 81
7. Resultados experimentais.....	pg 83
7.1. Aparato experimental.....	pg 83
7.2. Resultados experimentais.....	pg 86
7.2.1. Rotor em repouso.....	pg 86
7.2.1.1. Função de resposta em frequência do rotor.....	pg 86
7.2.1.2. Excitação impulsiva.....	pg 88
7.2.2. Rotor em rotação em regime permanente.....	pg 90
7.2.2.1. Excitação impulsiva.....	pg 90
7.2.3. Rotor em rotação em regime transiente.....	pg 94
7.3. Análise dos resultados.....	pg 97
8. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.....	pg 99
8.1. Conclusões.....	pg 99
8.2. Sugestões pra trabalhos futuros.....	pg 101
9. Referências bibliográficas.....	pg 103
Anexo I. Modelagem matemática de rotores flexíveis-revisão.....	pg 109
A1.1. Rotor em movimento transiente.....	pg 109
A1.1.1. O Elemento de disco.....	pg 109
A1.1.2. O Elemento de eixo.....	pg 112
A1.1.2.1. Energia cinética do eixo.....	pg 113
A1.1.2.2. Energia de deformação do eixo.....	pg 117
A1.1.3. O Elemento de mancal.....	pg 123
A1.2. Equação do movimento.....	pg 123
Anexo II. Piezeletricidade.....	pg 125
A.2.1 Polarização.....	pg 126
A.2.2. Ciclo de histerese.....	pg 128
A.2.3. Equações piezelétricas.....	pg 129
A.2.4. Tipos de materiais piezelétricos.....	pg 131
A.2.5. Escolha do material piezelétrico.....	pg 132

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Uma breve história sobre a dinâmica de rotação.

A utilização de turbomáquinas como equipamentos que permitem a conversão de energia térmica (calor) em energia cinética (movimento) data da antiguidade, conforme o Portal do Templo de Herons, no século II. Do século XV ao final do século XIX, vários pensadores e cientistas foram desenvolvendo o arcabouço teórico da mecânica dos fluidos. Dentre os mais célebres, pode-se citar Da Vinci, Bernouli, Euler, Watt e Reynolds. O desenvolvimento desta ciência permitiu cada vez mais a utilização prática das turbomáquinas dentro de diversos ramos da indústria, fato que atinge seu ápice em 1944, com o desenvolvimento do Messerschmidt Me262, primeiro avião a voar impelido por um turbo-reator. Daí em diante, no campo da aeronáutica, os motores a turbo-reação suplantaram largamente os motores a pistão, estes últimos grandes e pesados se comparados com os acionados por turbo-reator.

A principal vantagem da utilização de uma turbomáquina reside no fato que ela apresenta uma alta relação potência gerada/peso-tamanho. No mais, também possui outros atrativos, tais como a simplicidade da mecânica rotacional, a utilização de sistemas de lubrificação e selagem razoavelmente simples, e o fato dos componentes mecânicos se encontrarem separados.

Com o desenvolvimento da máquina a vapor e seu uso em plantas de potência na segunda metade do século XIX, surge a necessidade de se conhecer o comportamento dinâmico das máquinas rotativas. Uma primeira análise é feita por Rankine (1869), na qual ele mostra que o movimento de um rotor constituído de um eixo dotado de massa e flexibilidade é estável, desde que operasse numa velocidade de rotação ω inferior a certo valor ω_c , definida como velocidade crítica de rotação. Entretanto, seu comportamento se torna instável para velocidades $\omega > \omega_c$. De uma forma geral durante o século XIX,

considerava-se que o funcionamento de um rotor acima de ω_c era tecnicamente impossível e, com isso, as máquinas rotativas eram projetadas para funcionar abaixo desta velocidade.

Em 1900, De Laval demonstrou experimentalmente que uma turbina a vapor poderia funcionar estavelmente, mesmo numa velocidade acima da crítica. Mas, para os construtores em geral, isto não representava nenhuma segurança, porque, à vista das aplicações práticas, algumas máquinas pareciam funcionar adequadamente, enquanto outras projetadas segundo o mesmo critério sofriam quebras graves e catastróficas.

Uma série de estudos conduzidos no ano de 1900 mostrou que existem certos intervalos de velocidade dentro dos quais, o rotor pode apresentar um nível alto de vibração. Tais intervalos contêm o que se denominou de velocidades críticas. Se de fato o rotor opera dentro de um destes intervalos pode ocorrer ruptura do mancal, devido às forças que são transmitidas a ele e, como consequência, a destruição do rotor ou sua degradação com perda rápida de eficiência da máquina.

Sucessivamente, Dunkerley considerou o rotor como um eixo elástico e os mancais como apoios rígidos, mostrando que as velocidades críticas coincidem com as frequências naturais de vibração para a direção transversal. Como um rotor não será jamais perfeitamente equilibrado quando opera numa velocidade coincidente com uma de suas frequências naturais, o desbalanceamento o excitará, automaticamente, numa condição de ressonância.

Como efeito dos estudos de Dunkerley, os projetistas começaram a projetar rotores cada vez mais rígidos, de modo que a primeira velocidade crítica fosse sempre superior à velocidade de operação. Esta tendência de projeto se opunha à necessidade contínua do aumento da velocidade de funcionamento da máquina, esta requerida por uma questão de desempenho do sistema. De qualquer forma, devido a razões de caráter econômico, era muito oneroso fabricar um rotor com um diâmetro de eixo suficientemente grande para se obter a rigidez elevada desejada.

Em 1919 Jeffcott considerou, assim como Dunkerley, um eixo elástico suportado por apoios rígidos, mas em sua análise ele incluiu a presença de amortecimento, tendo mostrado o seguinte:

- A precessão síncrona (movimento no qual o plano que contém a deformação do eixo gira com a mesma velocidade angular do eixo) é o único movimento possível.
- As forças que agem sobre o mancal crescem com a velocidade de rotação, até um valor máximo, depois desta velocidade tais forças decrescem.

O estudo de Jeffcott mostrou que era possível, e às vezes conveniente, que uma máquina rotativa operasse acima da primeira velocidade crítica. Como consequência, surgiu uma nova geração de turbinas, compressores e bombas com rotores muito mais leves, que trabalham numa velocidade bem superior à primeira velocidade crítica da máquina. Surgem os rotores super críticos.

Controle de vibração de rotores.

O atual mercado consumidor exige de forma crescente produtos que sejam sempre mais eficientes. No que diz respeito às máquinas rotativas, sua performance está ligada diretamente a sua velocidade de operação. O aumento da velocidade de operação de uma máquina pode ser obtido com a diminuição do seu peso e, com isto, os novos projetos propõem rotores cada vez mais flexíveis que funcionam em velocidade muito além de sua primeira velocidade crítica. Esta alta flexibilidade tem como consequência um nível elevado de vibração, quando o sistema opera em velocidades perto de uma de suas freqüências de ressonância. A vibração excessiva compromete o rendimento da máquina e, em uma situação extrema, pode levá-la à quebra. O nível de vibração de uma estrutura pode ser consideravelmente reduzido empregando-se técnicas de controle de vibração.

O uso do controle passivo de vibrações (c.p.v.) aparece como uma primeira alternativa. Pode-se reduzir a vibração de uma máquina adicionando material viscoelástico em seu suporte e, com isto, aumentando seu amortecimento Dutt e Toi (2003). Existem outras técnicas de c.p.v. que são habitualmente usadas, como absorvedores dinâmicos, Viana et al. (2005), e circuitos *shunts* com cerâmicas piezelétricas, Steffen e Rade (2001). Evidentemente, nem todas estas técnicas se aplicam diretamente às máquinas rotativas. Apesar da implementação da maioria dessas técnicas apresentar baixo custo, seu sucesso dependerá do bom conhecimento do problema de vibração enfrentado, bem como das propriedades do material utilizado. O uso do c.p.v. apresenta como principais limitações a falta de versatilidade, além do porte ou peso do material amortecedor a ser adicionado ao sistema, quando utilizado para controlar vibrações em baixas freqüências.

Por outro lado, com o desenvolvimento da tecnologia digital a partir da década de 70 e com o surgimento de materiais inteligentes, tais como as cerâmicas piezelétricas e os fluídos eletro ou magneto-reológicos, o uso de técnicas de controle ativo de vibração (cav) tem experimentado um grande impulso. O princípio desta técnica de controle se baseia na troca de energia entre a estrutura a ser controlada e o meio que a cerca. Para isto é necessário o uso de atuadores que exercem uma força na estrutura com a finalidade de

anular (ou reduzir) sua vibração, esta normalmente causada por fontes de perturbação externas.

Deve-se salientar, entretanto, que os mancais magnéticos se constituem no primeiro tipo de atuador utilizado para o estudo do c.a.v. em máquinas rotativas. Schweitzer e Lange (1976) investigam experimentalmente as características de um mancal magnético usado no controle ativo de um rotor. Burrows e Sahinkaya (1984) realizam o controle multi-modal de um sistema rotor-mancal magnético, e novamente Burrows e Sahinkaya (1989) fazem um estudo experimental e teórico sobre o controle de um único modo de vibração do rotor. Knospe e Tamer (1997) desenvolvem um algoritmo robusto para controlar um rotor desbalanceado suportado por mancais magnéticos. Classicamente, os mancais magnéticos ativos podem ser empregados em rotores que operam a altas velocidades para reduzir o atrito ou desgaste, mas também podem ser usados para ajustar a rigidez e o amortecimento dos mancais e podem gerar uma força transversal sem contato para realizar o controle, Schweitzer (1998), Nordmann et al (2000). Os inconvenientes no uso de mancais magnéticos são a complexidade da tecnologia envolvida e o consumo contínuo de potência elétrica, Horstel e Wölfel (2004).

Atuadores hidráulicos conseguem desenvolver forças elevadas e, assim, podem ser empregados no controle até mesmo de turbinas de várias toneladas. Encontra-se mais de uma configuração possível para os atuadores hidráulicos. Stanway e Burrows (1981) e Fürst e Ulbrich (1984) montam um mancal diretamente sobre um atuador linear e usam uma ação de controle direta. Assim, um atuador hidráulico ou eletromagnético move a sapata e com isto altera-se a folga e a condição hidrodinâmica dentro do mancal. Entretanto, o fato do atuador ter que suportar o peso do mancal e o peso próprio do rotor faz com que sejam necessários atuadores de capacidade elevada. Tal fato pode ser um inconveniente quando se trata de controlar um equipamento de grande porte. Santos (1993) propõe posicionar o atuador abaixo da sapata do mancal, ou seja, a posição da sapata seria alterada pela ação hidráulica. Este tipo de atuador apresenta a desvantagem da complexidade de suas câmaras, junto com as limitações estruturais de seus componentes. Mancais hidráulicos ativos, baseados na injeção de óleo pressurizado no interior do filme de óleo, apresentam uma concepção mais simples que a configuração descrita anteriormente, Santos (1994).

Os fluídos eletreológicos e os fluídos magnetoreológicos são materiais chamados de inteligentes, capazes de mudar suas propriedades físicas de acordo com o campo elétrico/magnético a que estão submetidos. Estes materiais são compostos por partículas ferromagnéticas em suspensão dentro de uma base de óleo. Na ausência de campo, o fluído se comporta como outro fluído viscoso qualquer, mas quando o valor do campo aumenta, o fluído se enrijece, alterando-se assim sua viscosidade e rigidez. A alteração das

propriedades é imediata, reversível e é função do valor do campo aplicado. Winslow (1947) foi o primeiro a descrever sobre o efeito eletroreológico. A partir da década de 90 o interesse na utilização destes materiais dentro do domínio do cav começa a crescer significativamente. Nikolaisen e Hoque (1990) foram os primeiros a utilizar o fluido eletroreológico para o controle de um rotor. Assim, com um amortecedor eletroreológico, eles suprimem a vibração na primeira velocidade crítica. Yao et al. (1999) fazem um estudo analítico e experimental do desempenho de um amortecedor eletroreológico tipo disco, utilizado para controlar o rotor em suas velocidades críticas. Dimaragonas e Kollias (1992) analisam a estabilidade de um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos com fluido eletroreológico e comparam a capacidade de três tipos diferentes de fluido para o controle ativo. Morishita e Mitsui (1992) utilizam um mancal do tipo *squeeze film* com fluido eletroreológico, como um amortecedor de vibrações para o controle de rotores. Zhu (2004) controla experimentalmente a vibração de um rotor flexível utilizando um amortecedor tipo disco com fluido magnetoreológico.

Cerâmicas piezelétricas já são usadas há muito tempo como sensores em inúmeras aplicações. As pesquisas dentro do domínio do c.a.v., nas últimas duas décadas, passaram a utilizar este material também como atuadores. No começo da década de 80, algumas equipes de pesquisadores começaram a usar pastilhas de Titanato Zirconato de Chumbo (PZT) coladas a superfícies de vigas, como forma de se introduzir ou suprimir vibrações nessas estruturas, conforme a aplicação considerada. Essas pastilhas, quando submetidas à tensão elétrica, exercem um momento flexor sobre a viga à qual estão coladas. Tzou (1987) demonstrou que é possível controlar os modos de flexão de uma viga usando cerâmicas piezelétricas dispostas em camadas. Palazzolo et al. (1989) desenvolvem modelos computacionais e demonstram experimentalmente o potencial de atuadores piezelétricos do tipo pilha (*stack*) de PZT, dispostos em um plano, no controle de vibração de rotores funcionando em regime transiente. Novamente, Palazzolo et al. (1993) utilizam com sucesso o mesmo tipo de atuador, desta vez dispostos nos dois planos onde se encontram os mancais da máquina. Malhis (2002) et al. usam dois atuadores piezelétricos tipo pilha para controlar uma barra em balanço e demonstram, através de simulações numérico-computacionais, a aplicabilidade destes atuadores no controle de uma máquina rotativa. Alizadeh et al. (2003) especificam a dimensão e potência do atuador necessário para controlar um rotor flexível. Neste trabalho, eles controlam experimentalmente o rotor usando duas metodologias, retorno integral e controle robusto. Um exemplo de aplicação industrial é mostrado no citado trabalho. Pastilhas de P.Z.T. foram coladas diretamente sobre o eixo de um rotor por Horst e Wolfel (2004), sendo o sinal elétrico de comando transmitido por anéis deslizantes.

A vantagem do uso do atuador piezelétrico tipo pilha disposto no mancal do rotor está na alta rigidez apresentada por este tipo de atuador. Além disso, ele apresenta um tempo de resposta muito pequeno e pode aplicar forças elevadas, permitindo uma ação de controle bastante eficiente. Além disso, o dispositivo de aplicação do esforço de controle é considerado simples, de fácil implementação prática.

A técnica de controle modal permite reduzir consideravelmente o esforço computacional necessário. Esta técnica se baseia na redução do modelo numérico que representa a estrutura, esta podendo ter seu comportamento dinâmico satisfatoriamente descrito pela utilização de um número limitado de modos que compõe seu modelo matemático. Existem várias técnicas de controle modal, sendo que algumas, como a técnica do controle modal independente, permitem uma ação de controle separada sobre cada modo da estrutura, Park (2003). Outras técnicas de controle modal trabalham com um número determinado de modos, agindo conjuntamente sobre estes modos considerados, conforme Inman (2006). Meirovitch (1992) escreve um trabalho notável sobre controle modal, abrindo novas possibilidades para o uso do controle modal. Meirovitch et al. (1983) desenvolvem estratégias de controle modal independente, que são totalmente projetadas no espaço modal, mantendo-se a independência da equação de controle para cada modo do sistema. O truncamento dos modos pode gerar sobre o controle da estrutura um fenômeno conhecido como *spillover* (derramamento). Este representa a influência dos modos não considerados no modelo truncado sobre ao controle da estrutura. O *spillover* pode ser atenuado através de técnicas numéricas ou físicas, tais como o uso de filtros analógicos ou digitais ou do uso de materiais amortecedores, como borrachas, acopladas aos atuadores Mohemani (1999), Yang e Sheu (2006).

Um controlador modal é geralmente representado na forma de uma matriz de ganho fixa, obtida pelo uso de uma lei de controle ótimo conforme encontrado no regulador quadrático linear (LQR), no regulador gaussiano linear (LQG), ou ainda nos controladores robustos tipo H_2 ou H_∞ , Ogata (1990). Entretanto, qualquer método de controle pode, em princípio, ser usado. Sua escolha, neste sentido, depende da configuração geral do sistema a ser controlado.

O controle ótimo consiste na busca de um percurso ótimo para resolver a tarefa de controle de um sistema dinâmico sobre um intervalo de tempo. A teoria do LQR é originária da teoria do controle ótimo. A idéia central do controlador LQR é a de escrever uma função de custo para, em seguida, projetar uma ação de controle que minimize esta função. A solução para este problema foi primeiramente proposta por Kalman (1963). Quando se trata de controladores modais, a função custo utiliza os estados modais, que não são possíveis de serem medidos diretamente. O uso de estimadores de estado permite reconstruir os

estados modais através da leitura dos sensores e do conhecimento da lei de controle, Gaudiller e Der Hagopian (1996). A teoria do estimador LQE (estimador quadrático linear) foi desenvolvida segundo as mesmas bases da teoria do controlador LQR, ou seja, minimizando uma função de custo previamente estabelecida.

Este trabalho trata do controle de vibrações de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha de PZT. Os atuadores são montados perpendicularmente no plano onde se encontra um dos mancais do rotor. A estratégia de controle usada é modal e, para obter o modelo modal reduzido, empregou-se uma técnica de redução pseudo-modal. O modelo matemático do sistema rotor-mancais é construído a partir do Método dos Elementos Finitos (MEF). O controlador usado é do tipo LQR, sendo que, conjuntamente, usa-se um estimador LQE. Para se verificar a possibilidade de implementação prática do controle, foram realizadas simulações computacionais. O controle foi então instalado numa bancada experimental, sendo que os resultados obtidos mostram a boa eficiência dos atuadores e da técnica de controle escolhidos. As simulações e experimentos foram feitos para a máquina operando em diferentes condições de funcionamento, a saber: regime estacionário, regime de rotação permanente e regime de rotação transiente. Em todos os casos foi possível comprovar o sucesso da metodologia desenvolvida.

O presente trabalho se acha organizado segundo nove capítulos. No capítulo 2 é feita uma apresentação sucinta dos principais tipos de atuadores usados atualmente no controle de vibrações de rotores. O capítulo 3 apresenta as equações do movimento para um rotor flexível, modelado pelo Método dos Elementos Finitos. O capítulo 4 trata da teoria de controle ótimo, do controlador LQR e do estimador de estados LQE. Os procedimentos experimentais realizados para as adaptações da bancada de teste são mostrados no capítulo 5. O capítulo 6 apresenta resultados de simulação feitos para se verificar a viabilidade e eficiência do método. O capítulo 7 mostra os resultados experimentais obtidos para o controle, sendo estes comparados no mesmo capítulo com os resultados numérico-computacionais. Finalmente, no capítulo 8 são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, além de sugestões para sua continuação. O capítulo 9 apresenta as referências bibliográficas.

CAPÍTULO II

TIPOS DE ATUADORES

Neste capítulo será feita uma descrição sucinta dos principais tipos de atuadores utilizados no controle ativo de máquinas rotativas.

A função do atuador é receber um sinal de comando, geralmente uma voltagem proveniente do circuito de controle e transformar este comando numa força que atuará sobre o sistema. Dentre os tipos de atuadores atualmente pesquisados para o controle ativo de rotores, pode-se citar: os atuadores eletromagnéticos, os piezelétricos e os hidráulicos. Todos estes tipos anteriormente citados aplicam forças laterais no eixo rotor, tanto diretamente sobre o eixo, como através de um mancal. Forças rotativas de controle também podem ser aplicadas aos rotores quando se utilizam dispositivos de balanceamento ativo, Moon et al (2005). Tais dispositivos agem redistribuindo massas de correção ao longo de um ou mais planos, para equilibrar as forças de desbalanceamento. Entretanto, o balanceamento ativo aplica-se à redução de vibrações causadas por fontes de excitações síncronas. Recentemente, amortecedores contendo fluídos magneto-reológicos ou eletro-reológicos vêm sendo usados em conjunto com técnicas de controle ativo, conseguindo-se alterar o amortecimento e a rigidez do amortecedor de acordo com uma lei de controle previamente estabelecida.

2.1. Atuadores Magnéticos

Os atuadores e mancais magnéticos aplicam força no eixo do rotor através de um campo magnético que é gerado por uma corrente elétrica que circula pelo enrolamento do atuador, como mostra a Fig. 2.1. Desta forma, a força é aplicada sobre o rotor sem que haja contato mecânico. A corrente que passa pelo enrolamento determina o valor da força de controle, para que se tenha o deslocamento final desejado.

Os mancais magnéticos apresentam as seguintes vantagens:

- Podem operar em altíssimas rotações, devido ao fato de estarem isentos de atrito mecânico;
- Por não necessitarem de lubrificação, podem operar em condições extremas de temperatura e pressão e não produzem contaminação do processo por óleos ou graxas;
- Por estarem livres de desgaste, apresentam uma vida útil elevada e baixo nível de ruído.

Mas se o princípio de operação dos mancais magnéticos é relativamente simples, a tecnologia envolvida, no entanto, é complexa e delicada, como descreve Abreu (1998). Gonçalves (2006) lista as seguintes desvantagens do uso desta tecnologia:

- Mancais com grandes dimensões: Mancais magnéticos possuem baixa capacidade de carga se comparada com a de outros tipos de mancais, o que pode implicar o uso de mancais de grande porte;
- Valor elevado do investimento inicial: O custo dos mancais em si e toda aparelhagem de controle representam um grande investimento se comparado com outras configurações de mancais.
- Necessidade de consumo contínuo de energia elétrica.

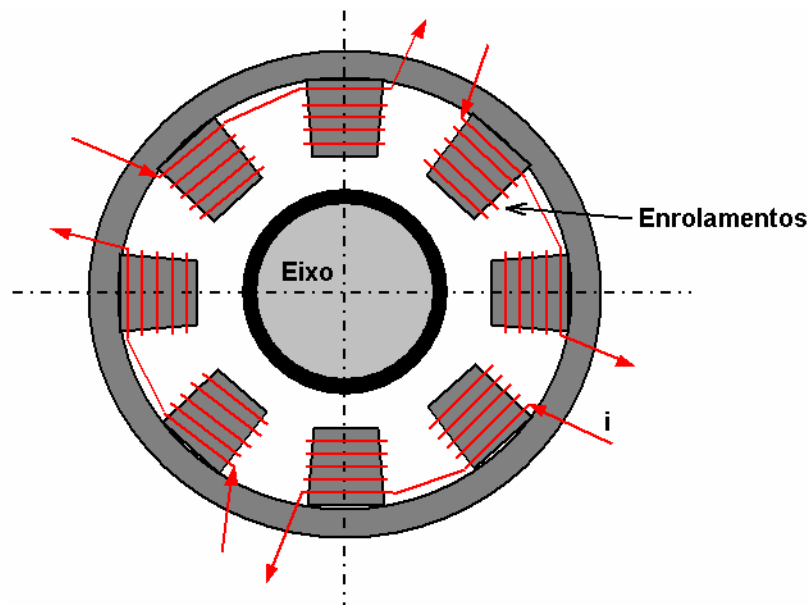


Figura 2.1. Rotor com mancal magnético.

2.2. Atuadores Hidráulicos.

A lubrificação hidrodinâmica pode ser usada para reduzir tanto o desgaste como a vibração entre as partes rotativas e estacionárias da máquina. Para reduzir o desgaste e dissipar energia de vibração, até certo limite, pode-se usar a lubrificação hidrodinâmica convencional. Para uma maior redução no nível de vibração, pode-se empregar técnicas de lubrificação ativa.

O primeiro tipo de configuração usada com este tipo de lubrificação implicava em montar o mancal sobre um atuador linear. Quando o atuador se movia, o sistema permitia alterar a folga entre a sapata e o eixo do rotor, mudando assim a condição hidrodinâmica do mancal. Entretanto, deve-se ter em mente que o fato do atuador ter que suportar o peso do mancal e o peso próprio do rotor faz com que sejam necessários atuadores de capacidade elevada.

Santos (1993) propôs um dispositivo onde o atuador hidráulico é posicionado sob as sapatas do mancal, alterando a pressão da câmara hidráulica, de forma a modificar a posição das sapatas e, desta forma, alterar-se as características dinâmicas do mancal. Este tipo de dispositivo possui câmaras complexas e seus componentes apresentam limitações estruturais.

Nicoletti e Santos (2001) utilizaram um mancal hidráulico ativo, onde a injeção de óleo no filme de lubrificante é feita diretamente através de furos nas sapatas do mancal, mostrado na Fig. 2.2. Acoplado-se servo-válvulas às sapatas em ambas as direções, horizontal e vertical, a pressão do óleo é controlada, e desta forma pode-se alterar a distribuição de pressão e temperatura dentro do mancal.

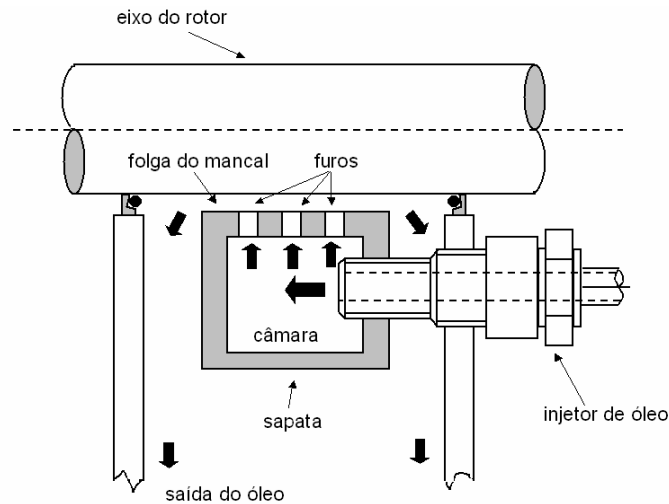


Figura 2.2 Mancal hidrodinâmico ativo

O uso de atuadores hidráulicos é particularmente interessante em máquinas rotativas de grande porte, que geralmente são suportadas por mancais hidrodinâmicos. Usando servo-válvulas acionadas por atuadores piezelétricos se consegue efetuar o controle numa freqüência de até 550 Hz, como é realizado no trabalho de Hagemeister (1999). Uma eventual limitação deste tipo de atuador está nas não linearidades apresentadas pelo circuito hidráulico.

2.3. Amortecedores eletro-reológicos ou magneto-reológicos.

Fluídos eletro-reológicos ou magneto-reológicos são materiais semicondutores compostos por partículas sólidas em suspensão numa base de óleo. Normalmente estes fluídos apresentam as características do fluído base, mas quando estes são submetidos a um forte campo elétrico ou magnético eles “coagulam”, aumentando a força de contato com as paredes dos mancais, Bonneau (1997). Tal coagulação altera as propriedades de viscosidade e rigidez do fluído. As alterações que ocorrem no fluído são graduais, reversíveis e proporcionais ao valor do campo a que ele é submetido. O tempo de resposta do fluído às mudanças no campo é da ordem de alguns milisegundos e, apesar da necessidade de tensões elétricas elevadas, a corrente requerida não excede alguns microampéres, ou seja, a potência gasta no controle é baixa.

A configuração de amortecedor magneto ou eletroreológico mais empregada é o amortecedor do tipo disco, Yao et al. (1999) e Zhu (2004), Fig. 2.3. Mancais de esmagamento “squeeze film” contendo fluído eletroreológico também foram empregados por

Morishita e Mitsui (1992), como amortecedor ativo de vibrações, visando aplicação no controle de rotores.

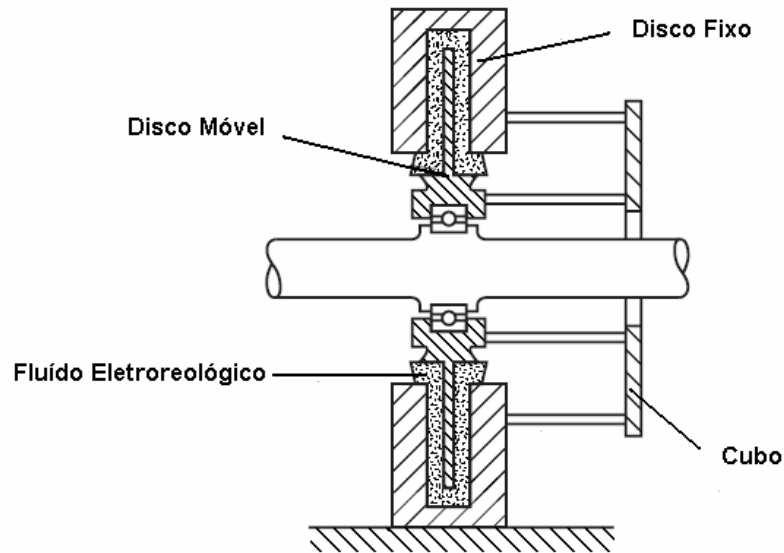


Figura 2.3 - Amortecedor eletro-reológico do tipo disco.

2.4. Atuadores Piezelétricos.

Certos materiais encontrados na natureza quando submetidos à deformação mecânica produzem cargas elétricas em suas superfícies. De forma inversa, quando é aplicada uma tensão elétrica na superfície de tais materiais, eles experimentam uma deformação mecânica. Este fenômeno é conhecido como piezeletricidade, e está relacionado com a conversão de energia mecânica em energia elétrica e vice-versa, como descrito pela equação (2.1).

$$\begin{Bmatrix} \{S_m\} \\ \{D_e\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_m] & [d]^T \\ [d] & [\varepsilon] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{T_m\} \\ \{E\} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

onde $\{D_e\}$ representa o deslocamento elétrico ou fluxo elétrico, $\{T_m\}$ é a tensão mecânica da estrutura, $[\varepsilon]$ é a matriz dielétrica, $[C_m]$ a matriz de elasticidade da estrutura, $[d]$ matriz da constante piezelétrica, $\{E\}$ campo elétrico e $\{S_m\}$ é a deformação mecânica. A equação (2.1) está desenvolvida no Anexo 2, onde discute-se este tema com mais detalhamento.

Sensores de medição contendo materiais piezelétricos já são usados de longa data, Cady (1964). Seu princípio de funcionamento é baseado no efeito piezelétrico direto (conversão de energia mecânica em energia elétrica). Nas últimas duas décadas começaram a surgir vários trabalhos (Tzou e Gadre (1989), Tzou e Tseng (1991) e Lin e Huang (1999)) empregando o efeito piezelétrico inverso (conversão de energia elétrica em mecânica) no controle ativo de estruturas. Colando-se o material sobre a estrutura e aplicando-se a este uma tensão elétrica controlada, pode-se atuar com uma força de controle previamente estabelecida.

A forma mais usual de apresentação do atuador piezelétrico é a forma laminar, Fig. 2.4. A pastilha de material (*patch*) pode ser colada na estrutura sobre a qual se pretende atuar, ou ainda ser incorporada a esta estrutura. O eixo de expansão do material é perpendicular à direção do campo elétrico. O princípio de ação consiste em criar um momento fletor que atua sobre a estrutura devido à expansão e contração do material piezelétrico colado à superfície da estrutura. Esta configuração é amplamente empregada no controle de estruturas estacionárias, como vigas e placas, Abreu (2003). Entretanto, devido à dificuldade de se transmitir o sinal de comando elétrico aos eletrodos do atuador, pastilhas não são muito utilizadas no controle ativo de rotores. Horst e Wölfel (2004) utilizam em seu trabalho pastilhas de PZT (Titanato Zirconato de Chumbo) coladas simetricamente opostas ao longo da superfície do eixo para controlar um rotor operando em alta velocidade de rotação. Para transferir o sinal de controle às pastilhas foi usado um anel deslizante com escovas de ouro.

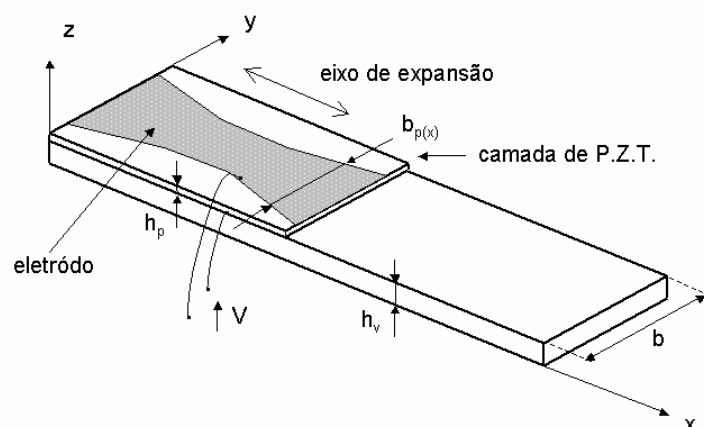


Figura 2.4 – Atuador piezelétrico do tipo pastilha de PZT colado a uma viga.

A configuração mais apropriada para efetuar o controle de rotores é a do empilhamento de discos de PZT (*stack*), Palazzolo et al. (1989), pois estes possuem alta

rigidez e devido este fato são montados diretamente no mancal da máquina. Isto traz simplicidade para montagem do rotor e para a transmissão do sinal de comando.

Este tipo de atuador é formado por uma pilha de cerâmicas piezelétricas dispostas uma sobre a outra, sendo que, sobre a face de cada cerâmica, se encontra um eletrodo que conecta as cerâmicas eletricamente em paralelo, Fig. 2.5. O eixo de expansão, as direções do campo elétrico e de polarização são perpendiculares às faces dos discos (no Anexo 2 tal direção é definida como sendo a direção 3). A equação (2.1), reescrita para da esta direção de expansão, toma a seguinte forma:

$$S_{m_3} = C_{m_{33}} T_{m_3} + d_{33} E_3 \quad (2.2-a)$$

$$D_{e_3} = d_{33} T_{m_{33}} + \varepsilon_{33} E_3 \quad (2.2-b)$$

Para uma mesma tensão, quanto mais elevado for o campo elétrico, maior será a expansão do atuador, que aumenta com o número de discos usados na pilha. A área dos discos é escolhida em função dos esforços mecânicos suportados pelo atuador. Quando o atuador não estiver acoplado a nenhuma estrutura mecânica, o deslocamento de sua extremidade livre é então dado por:

$$\Delta l_3 = n d_{33} V \quad (2.3)$$

onde n é o número de discos utilizados na montagem do atuador, d_{33} é a constante piezelétrica para a direção longitudinal e V é a tensão elétrica a que os discos estão submetidos.

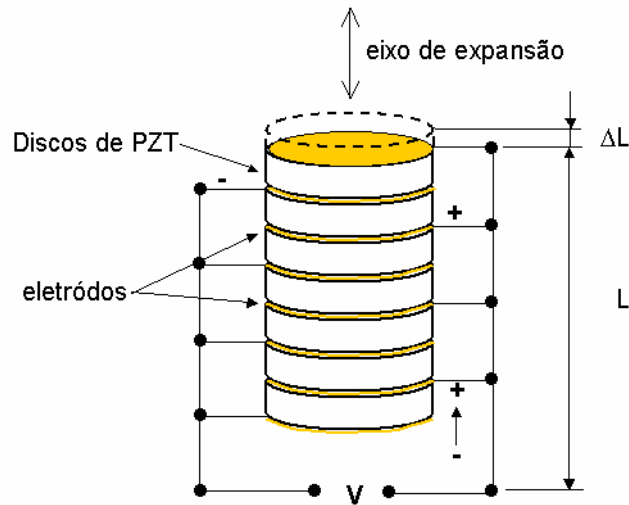


Figura 2.5 – Representação esquemática de um atuador piezelétrico do tipo pilha.

Quanto ao valor da tensão elétrica, os atuadores de pilha podem ser classificados como de baixa ou de alta tensão. Ambos os tipos suportam esforços mecânicos da mesma ordem de grandeza. Os atuadores de baixa tensão requerem uma corrente elevada, enquanto os atuadores de alta tensão funcionam com baixas correntes elétricas. Para os experimentos realizados dentro deste estudo serão utilizados atuadores de alta tensão. Prefere-se trabalhar com este último tipo de atuador pelo fato de ser mais seguro lidar com valores de tensão maiores e menores valores de corrente.

Como dito anteriormente os atuadores de pilhas são posicionados nos mancais dos rotores, Fig. 2.6. Isto porque não seria possível ligá-los diretamente ao eixo do rotor, por se tratar de uma parte rotativa. A utilização de atuadores piezelétricos nos mancais apresenta as seguintes vantagens citados em Palazzolo et al. (1993):

- A própria pilha de discos piezelétricos, devido a sua alta rigidez, se constitui num dispositivo de suporte para o rotor, de forma a utilizar a energia resultante apenas para controlar o rotor (diferentemente do mancal magnético que, para funcionar, deve ser primeiramente energizado);
- O rotor não experimenta o fenômeno de histerese devido ao aumento de temperatura associado aos ciclos de deformação do rotor, algo que ocorre freqüentemente nas aplicações envolvendo mancais magnéticos;
- Os atuadores piezelétricos não introduzem danos devido à magnetização acidental das partes rotativas ou estacionárias;

- Tais atuadores são compactos e leves, sendo que os atuadores do tipo pilha (*stack*) aplicam forças maiores do que aquelas obtidas com mancais magnéticos de mesmas dimensões;
- Exibem uma banda passante larga e apresentam resposta dinâmica rápida.

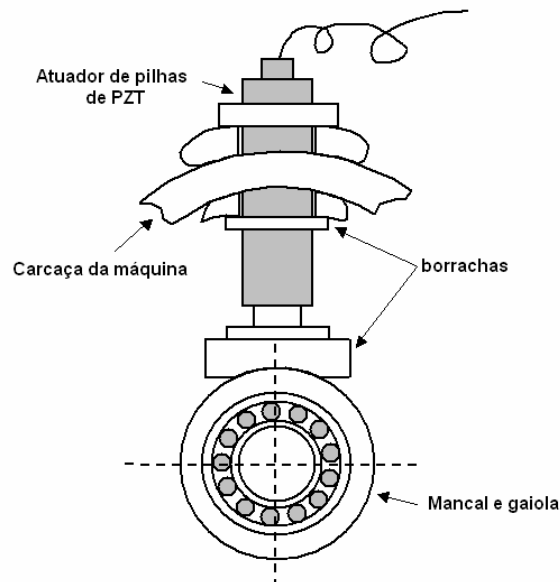


Figura 2.6 - Atuador piezoelétrico localizado no mancal do rotor.

Como desvantagens, estes atuadores convivem com a limitação de poderem ser mecanicamente conectados unicamente aos mancais do rotor, o que pode não ser uma localização otimizada do ponto de vista do controle do sistema. O deslocamento que estes atuadores podem aplicar também é limitado, sendo da faixa de poucos décimos de milímetros, se comparado com o que um mancal magnético é capaz de aplicar.

CAPÍTULO III

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DE UM ROTOR FLEXÍVEL

O movimento de um corpo qualquer pode ser descrito pela segunda lei de Newton. A modelagem matemático-computacional de rotores flexíveis é feita neste trabalho pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF permite equacionar sistemas de geometria e formas mais complexas do que aquelas permitidas por métodos de resolução analíticos.

O movimento de um rotor operando em regime transiente submetido a uma força $F(t)$ e modelado pelo Método dos Elementos Finitos, pode ser representado pela equação. (3.1), conforme é descrito em Lalanne e Ferraris (1998):

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [D_s + \dot{\phi}G]\{\dot{\delta}\} + [K_s + \ddot{\phi}K_2]\{\delta\} = \{F(t)\} \quad (3.1)$$

onde:

$[M]$: Matriz de massa do sistema.

$[D_s]$: Matriz de amortecimento do sistema.

$[G]$: Matriz giroscópica do sistema.

$[K_s]$: Matriz de rigidez do sistema.

$[K_2]$: Matriz de rigidez devido o movimento transiente.

$\dot{\phi}(t)$: Velocidade de rotação do rotor.

$\{\delta\}$: Vetor de deslocamentos nodais.

$\{F(t)\}$: Vetor de forças atuantes no sistema.

O detalhamento para obtenção de todas as matrizes acima, montadas através de suas respectivas matrizes elementares, é dado no Anexo 1.

O nó de um elemento de rotor contém 4 graus de liberdade (u , v , θ e ψ), u e v são os movimentos de translação nas direções X e Z , respectivamente, e θ e ψ são as rotações em torno dos eixos X e Z , respectivamente, como mostrado na Fig. 3.1. Considerando que um rotor modelado pelo MEF contém N nós, então as matrizes do sistema possuem dimensão de $4N \times 4N$ e o vetor deslocamento possui dimensão de $4N \times 1$. Para conseguir uma modelagem realística de rotores industriais pelo MEF é necessário utilizar um grande número de nós, o que torna a ordem do sistema bastante elevada. Tem-se, assim, um alto custo computacional para a resolução das equações matemáticas que permitem o estudo do comportamento dinâmico do sistema (auto-vetores, auto-valores, velocidades críticas, resposta a excitações, estabilidade, controlabilidade, observabilidade, etc). Surge então a necessidade de se utilizar uma técnica para redução do modelo matemático do sistema. A técnica conhecida como método pseudo-modal permite uma grande redução do tempo computacional e os resultados obtidos dessa forma são muito próximos daqueles obtidos para o modelo completo.

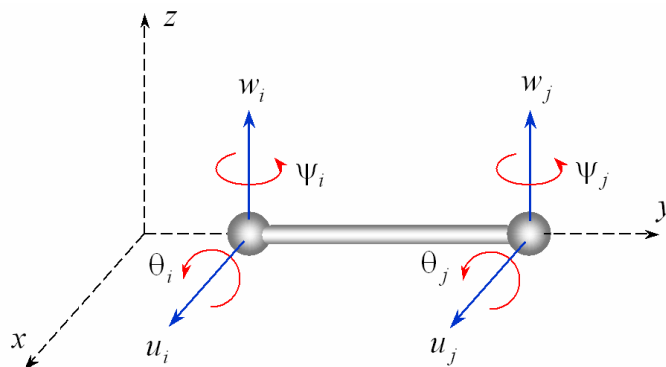


Figura 3.1 - Elemento de eixo de um rotor.

O método pseudo-modal utiliza a base modal obtida para o sistema não giroscópico, simétrico e não amortecido associado ao sistema, conforme desenvolvido por Berthier et al. (1987). Obtém-se esta base resolvendo o problema de auto-valores e auto-vetores dado pela equação (3.2).

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K_s]^* \{\delta\} = 0 \quad (3.2)$$

onde $[K_s]^*$ é a matriz de rigidez do sistema, subtraídos os termos de rigidez cruzada dos elementos de mancal (termos que não pertencem à diagonal principal). Faz-se então a seguinte mudança de coordenadas:

$$\delta = \Phi q \quad (3.3)$$

onde $[\Phi]$ é a matriz de transformação de coordenadas formada pelos n primeiros modos da base modal do sistema não giroscópico associado e q são as coordenadas generalizadas no espaço modal. A matriz $[D_s]$ da equação (3.1) será desconsiderada agora, para, posteriormente, ser introduzido outro tipo de amortecimento. Substituindo a equação (3.3) na equação (3.1) e pré multiplicando o resultado por $[\Phi]^T$ têm-se:

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{q}\} + [\Phi]^T \dot{\phi}[G][\Phi]\{\dot{q}\} + [\Phi]^T [K_s][\Phi]\{q\} + [\Phi]^T \ddot{\phi}[K_2][\Phi]\{q\} = [\Phi]^T \{F\} \quad (3.4)$$

O amortecimento modal será agora introduzido no sistema, fazendo-se uma analogia com um sistema de um grau de liberdade do tipo massa, mola e amortecedor. Os termos da matriz diagonal de amortecimento modal são dados por:

$$D_{m_i} = 2\alpha_i \sqrt{\varphi_i^T K \varphi_i + \varphi_i^T M \varphi_i} \quad (3.5)$$

sendo α_i o fator de amortecimento modal, que deve ser escolhido em função do conhecimento prévio da máquina pelo projetista, ou medido experimentalmente. Todos os demais termos fora da diagonal principal da matriz são nulos. Introduzindo o amortecimento modal na equação (3.4) resulta:

$$\begin{aligned} & [\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [D_m][\Phi]\{\dot{q}\} + [\Phi]^T \dot{\phi}[G][\Phi]\{\dot{q}\} + [\Phi]^T [K_s][\Phi]\{q\} + \\ & + [\Phi]^T \ddot{\phi}[K_2][\Phi]\{q\} = [\Phi]^T \{F\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Então, a equação do movimento do sistema, na base modal, escrita na sua forma matricial se torna:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{q}\} + [\tilde{D}_s + \dot{\phi}\tilde{G}]\{\dot{q}\} + [\tilde{K}_s + \ddot{\phi}\tilde{K}_2]\{q\} = \{\tilde{F}(t)\} \quad (3.7)$$

onde

$$[\tilde{M}] = [\Phi]^T [M] [\Phi] \quad (3.8)$$

$$[\tilde{D}_m] = [\Phi]^T [D_m] [\Phi] \quad (3.9)$$

$$[\tilde{G}] = [\Phi]^T [G] [\Phi] \quad (3.10)$$

$$[\tilde{K}_s] = [\Phi]^T [K_s] [\Phi] \quad (3.11)$$

$$[\tilde{K}_2] = [\Phi]^T [K_2] [\Phi] \quad (3.12)$$

e

$$\{\tilde{F}\} = [\Phi]^T \{F\} \quad (3.13)$$

Pensando no controle de sistemas, torna-se conveniente escrever a equação (3.7) na forma de estado, como é mostrado nas equações abaixo.

$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + [B]\{u\} \quad (3.14-a)$$

$$\{Y\} = [C]\{X\} \quad (3.14-b)$$

onde $\{X\}$ representa o vetor de estado, $\{Y\}$ representa o vetor de saída dos sensores que fazem a leitura dos dados associados ao funcionamento do sistema, $\{u\}$ representa o vetor de forças de excitação e controle. $[A]$ é conhecida como matriz dinâmica do sistema, $[B]$ é a matriz de entrada de forças que atuam no sistema e $[C]$ é a matriz de saída do sistema. Tais vetores e matrizes são dados pelas expressões abaixo:

$$\{X\} = \{\{q\}, \{\dot{q}\}\}^T \quad (3.15)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [-\tilde{M}(\tilde{K}_s + \phi\tilde{K}_2)] & [-\tilde{M}(\tilde{D}_m + \phi\tilde{G})] \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [-\tilde{M}^{-1}] & [-\tilde{M}^{-1}] \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$[C] = [[P_s \Phi] \quad [0]] \quad (3.18)$$

$$\{u\} = \{\{f_p\} \{f_c\}\}^T \quad (3.19)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade; $f_p = \Phi^T F_p$ e $f_c = \Phi^T F_c$, sendo F_p a força de perturbação e F_c a força de controle. P_s é a matriz de posicionamento dos sensores nos nós utilizados para se fazer a leitura da resposta do sistema.

CAPÍTULO IV

CONTROLE ÓTIMO

Neste capítulo será abordada a teoria básica de controle ótimo, com ênfase no Regulador Quadrático Linear. Também será estudado o problema da estimação de estados utilizando um Estimador Quadrático Linear.

A utilização de sistemas de controle se encontra difundida no cotidiano de todas as sociedades tecnologicamente desenvolvidas. Tais sistemas são empregados desde em simples aparelhos domésticos, como lavadeiras e fornos de micro-ondas, até nos sofisticados equipamentos de navegação de sistemas aeroespaciais.

Considere o exemplo de um motor elétrico no qual, para um dado valor de tensão aplicado à sua armadura, este deverá operar a uma certa velocidade. A tensão de alimentação do motor é dada pelo sinal de referência, a velocidade de rotação do motor representa a resposta do sistema e o motor em si é caracterizado por sua dinâmica (dinâmica do sistema), conforme ilustra a Fig. 4.1.

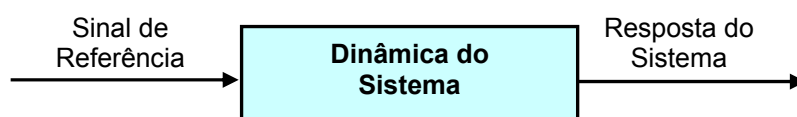


Figura 4.1- Diagrama de blocos de um sistema de controle de malha aberta.

Uma variação na carga do motor causará uma queda na sua velocidade, uma vez que o valor da tensão de alimentação continua apresentando o mesmo valor previamente escolhido, ou seja, uma variação na resposta do sistema causada por um fator externo qualquer não influencia o valor do sinal de referência. Este tipo de sistema é chamado de sistema de controle de malha aberta.

Um elemento adicional, conhecido como retroalimentação, pode ser acrescentado com a finalidade de comparar o valor da resposta real do sistema com o valor do sinal de

referência. Se a resposta do sistema for diferente da desejada, o sinal de referência deve ser alterado. O acréscimo deste elemento propicia um meio pelo qual a saída é enviada de volta à entrada do sistema e comparada com esta. Assim, pode-se fazer as alterações necessárias para obter a resposta desejada. A retroalimentação (*feedback*) efetua o controle da excitação do sistema dinâmico. Este tipo de sistema de controle é chamado de sistema de controle de malha fechada, conforme ilustrado na Fig. 4.2. Da comparação dos sinais de referência e de retroalimentação resulta o sinal atuante ou sinal de erro, que é a diferença entre essas duas grandezas. O sinal de erro age de modo a manter sempre a resposta no valor desejado.

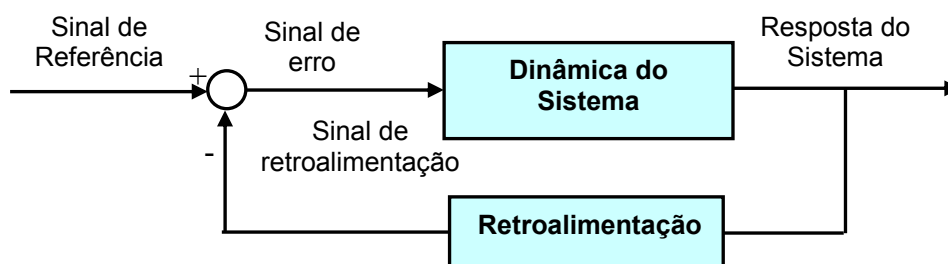


Figura 4.2 - Diagrama de blocos de um sistema de controle de malha fechada.

Em geral, o problema de controle pode ser abordado de acordo com os seguintes aspectos, segundo D'Azzo e Houpis (1975):

- Estabelecer um conjunto de especificações de desempenho.
- Em decorrência das especificações, resulta o problema de controle propriamente dito.
- Escrever as equações diferenciais que governam o sistema físico.
- Utilizar a abordagem da teoria convencional de controle, ou seja, o desempenho do sistema é determinado por um dos métodos de análise aplicáveis (Lugar das raízes, Diagrama de Nyquist, Diagrama de Bode, etc), ou uma combinação deles.
- Utilizar a abordagem da teoria de controle moderno, na qual o projetista especifica uma função de custo para o sistema. O projeto deve conter uma estratégia que garanta a minimização da função custo.

4.1. O Controle ótimo.

Dentre as técnicas de controle moderno desenvolvidas durante as três últimas décadas, destaca-se a técnica de Controle Ótimo. O princípio desta técnica consiste em adotar um critério de performance (ou de desempenho) e então submetê-lo a uma lei de

controle que o minimize, A teoria do Regulador Quadrático Linear (LQR) é proveniente da teoria do controle ótimo, deste modo os conceitos básicos da teoria do controle ótimo serão apresentados primeiro.

O funcional a ser minimizado é dado pela equação (4.1).

$$J = h(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(X(t), u(t), t) dt \quad (4.1)$$

onde t_f e t_0 são os tempos inicial e final, respectivamente. O vetor de estado $X(t)$ e o vetor de controle $u(t)$ devem satisfazer as equações do movimento (a notação vetorial para X e u não será adotada no texto para tornar as equações mais simples). A derivada do vetor de estados é uma função do próprio estado, do controle e do tempo:

$$\dot{X} = f(X(t), u(t), t) \quad (4.2)$$

Desta forma, o controle satisfará as equações do movimento enquanto minimiza o funcional. Através de manipulações algébricas, pode-se combinar as equações (4.1) e (4.2) usando um multiplicador de Lagrange λ :

$$J = h(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [g(X(t), u(t), t) + \lambda^T [f(X(t), u(t), t) - \dot{X}]] dt \quad (4.3)$$

O Hamiltoniano do sistema é definido como sendo:

$$H = g(X(t), u(t), t) + \lambda^T f(X(t), u(t), t) \quad (4.4)$$

Substituindo-se a equação (4.4) na equação (4.1), obtém-se uma nova expressão para o funcional:

$$J = h(X(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [H(X(t), u(t), \lambda, t) - \lambda^T \dot{X}] dt \quad (4.5)$$

Existe um ponto ótimo para o vetor de estados e para o vetor de controle, sendo que tais vetores podem ser alterados em relação aos valores ótimos, para uma dada

configuração. Esta alteração conduzirá a uma variação do critério de performance em relação ao seu valor ótimo. Isto implica que, no ponto ótimo:

$$\delta J = (\delta X, \delta X(t_f), \delta u, \delta \lambda) = 0 \quad (4.6)$$

onde $\delta ()$ representa a variação de um determinado valor em relação ao seu valor ótimo. Aplicando-se a equação acima na equação (4.5) tem-se:

$$\delta J = \delta h(X(t_f), t) + \int_{t_0}^{t_f} [\delta H(X(t), u(t), \lambda(t), t) - \delta \lambda^T \dot{X}] dt \quad (4.7)$$

onde, em t_f :

$$\delta h(X(t), t_f) = \left[\frac{\partial h}{\partial X(t_f)} \right]^T \delta X(t_f) \quad (4.8)$$

A variação do *Hamiltoniano* é dada por:

$$\delta H(X(t), u(t), \lambda(t), t) = \left[\frac{\partial H}{\partial X} \right]^T \delta X + \left[\frac{\partial H}{\partial u} \right]^T \delta u + \left[\frac{\partial H}{\partial \lambda} \right]^T \delta \lambda \quad (4.9)$$

e, integrando-se por partes em $\lambda^T \delta \dot{X}$:

$$\int_{t_0}^{t_f} \delta \lambda^T \dot{X} dt = \int_{t_0}^{t_f} [\delta \lambda^T \dot{X} + \lambda^T \delta \dot{X}] dt = \lambda^T \delta X \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} [\delta \lambda^T \dot{X} + \lambda^T \delta \dot{X}] dt \quad (4.10)$$

Substituindo-se as equações (4.8) a (4.10) na equação (4.6) obtém-se:

$$\delta J = \left[\frac{\partial h}{\partial X(t_f)} - \lambda(t_f) \right]^T \delta X(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[\frac{\partial H}{\partial X} + \dot{\lambda} \right]^T \delta X + \left[\frac{\partial H}{\partial u} \right]^T \delta u + \left[\frac{\partial H}{\partial \lambda} - X \right]^T \delta \lambda \right\} dt \quad (4.11)$$

onde as condições iniciais são fixas, $\delta X(t_f) = 0$. No "ótimo", a condição $\delta J = 0$ deve ser satisfeita, implicando, portanto, as expressões seguintes:

$$\lambda(t_f) = \frac{\partial h}{\partial X(t_f)} \quad (4.12)$$

$$\dot{\lambda} + \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} - \dot{X} = f(X, u, t) - \dot{X}(t) = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (4.15)$$

As quatro equações acima descritas podem ser solucionadas numericamente utilizando-se uma rotina de integração.

4.1.1. O Regulador quadrático linear.

Kalman foi o responsável por uma das mais importantes e práticas soluções para o problema de controle ótimo, conforme apresentada inicialmente no primeiro congresso mundial da Federação Internacional de Controle Automático (IFAC) que aconteceu em 1960, na cidade de Moscou. Ele realiza o controle ótimo de um sistema linear através do estabelecimento de um critério de performance quadrático e demonstra a otimalidade deste para o controle retroalimentado de sistemas, Ramirez (1994).

Kalman considera o sistema linear descrito da seguinte forma:

$$\dot{X} = [A] \cdot X(t) + [B] \cdot u(t) \quad (4.16)$$

com $X(t_0) = X_0$, $X(t_f)$ livre, e t_f conhecido. Busca-se, então, o controle $u(t)$ que minimize o critério de performance quadrático dado pelo funcional abaixo.

$$J = \frac{1}{2} X^T(t_f) \cdot [P] \cdot X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (X^T \cdot [Q] \cdot X + u^T \cdot [R] \cdot u) dt \quad (4.17)$$

onde $[Q]$ e $[P]$ são matrizes positivas-definidas (ou semi-definidas positivas) reais e simétricas que ponderam a importância relativa de cada estado e $[R]$ é uma matriz positiva-definida real e simétrica que pondera o gasto de energia em cada atuador. Comparando a equação (4.4) com a equação (4.17), obtém-se o *Hamiltoniano* do sistema:

$$H = \frac{1}{2}(X^T \cdot [Q] \cdot X + u^T \cdot [R] \cdot u) + \lambda^T ([A] \cdot X + [B] \cdot u) \quad (4.18)$$

Aplicando agora as condições definidas pelas equações (4.12) a (4.15), tem-se:

$$\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial X} = -[Q] \cdot X - [A] \cdot \lambda, \quad \lambda(\infty) = 0 \quad (4.19)$$

e

$$\frac{\partial H}{\partial u} = [R]u + [B]^T \lambda = 0 \quad (4.20)$$

Isolando-se o controle u na expressão anterior, obtém-se:

$$u = -[R]^{-1} \cdot [B] \cdot \lambda \quad (4.21)$$

Resta ainda determinar o valor de λ , sendo que Kalman assume que tal valor é proporcional ao vetor de estados:

$$\lambda = [S] \cdot X \quad (4.22)$$

onde $[S]$ é uma matriz definida positiva, denominada como matriz de *Ricatti*. Substituindo-se a equação (4.21) na equação (4.22), obtém-se a seguinte expressão para o controle:

$$u = -[K] \cdot X \quad (4.23)$$

onde $[K]$ é a matriz de ganho ótimo, dada por :

$$[K] = [R]^{-1} \cdot [B]^T \cdot [S] \quad (4.24)$$

Deve-se agora encontrar um procedimento algébrico que forneça a matriz de *Riccati*. A seguir é mostrado um procedimento para a resolução desta tarefa, para isto deriva-se o multiplicador de Lagrange dado pela equação (4.22) e obtém-se:

$$\dot{\lambda} = [\dot{S}] \cdot X + [S] \cdot \dot{X} \quad (4.25)$$

Substitui-se a expressão obtida acima e a própria expressão do multiplicador na equação (4.19), então tem-se:

$$[\dot{S}] \cdot X + [S] \cdot \dot{X} = -[Q] \cdot X - [A]^T \cdot [S] \cdot X \quad (4.26)$$

Continuando, deve-se introduzir a equação de estado de Kalman descrita pela equação (4.16) na equação (4.26) e obtém-se:

$$[\dot{S}] \cdot X + [S] \cdot ([A] \cdot X + [B] \cdot u) = -[Q] \cdot X - [A]^T \cdot [S] \cdot X \quad (4.27)$$

Para finalizar, as equações (4.23) e (4.24) que descrevem o esforço de controle são inseridas na equação (4.27), o que resulta na seguinte expressão:

$$[\dot{S}] \cdot X + [S] \cdot ([A] \cdot X + [B] \cdot [R]^{-1} \cdot [B]^T \cdot [S] \cdot X) = -[Q] \cdot X - [A]^T \cdot [S] \cdot X \quad (4.28)$$

Após manipulações algébricas, a equação acima permite escrever:

$$[\dot{S}] = [A]^T \cdot [S] + [S] \cdot [A] - [S] \cdot [B] \cdot [R]^{-1} \cdot [B]^T \cdot [S] + [Q] \quad (4.29)$$

A expressão dada por (4.29) é uma equação diferencial matricial que pode ser integrada numericamente, resultando a matriz de *Riccati*. Uma alternativa a este procedimento é a utilização da solução em regime permanente, onde a derivada da matriz de *Riccati* é nula. Então, obtém-se a *Equação Algébrica de Riccati*:

$$0 = [A]^T \cdot [S] + [S] \cdot [A] - [S] \cdot [B] \cdot [R]^{-1} \cdot [B]^T \cdot [S] + [Q] \quad (4.30)$$

4.1.2. Aumento do vetor de estado.

O controle ótimo descrito no item anterior permite controlar o comportamento dinâmico do sistema, não garantindo, entretanto, sua precisão estática. Isso pode ser conseguido acrescentando-se integradores às saídas escolhidas do sistema, configurando a técnica conhecida como controle de retorno integral. Os ganhos destas novas variáveis de estado podem ser determinados por tentativa, ou por intermédio de um critério de otimização, Malhis (2002).

Seja \bar{y}_c o vetor de saída medido ou obtido através dos estados, sobre o qual se deseja aplicar o ganho, e seja y_r o vetor que contém os valores de referência da saída escolhidos para garantir a precisão estática, sendo a integral do erro descrita como:

$$N_e = \int_0^{t_f} (y_r - \bar{y}_c) dt = \int_0^{t_f} (y_r - [C_r]X) \quad (4.31)$$

onde o erro N_e é o novo estado do sistema. Acrescentando-o ao vetor de estado da estrutura, o novo estado se torna:

$$\bar{X} = \begin{Bmatrix} X \\ N_e \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Tem-se, então, a nova equação de estado associada ao vetor de estado aumentado:

$$\dot{\bar{X}} = [\bar{A}] \cdot \bar{X} + [\bar{B}] \cdot u + [\bar{Z}] \cdot y_r \quad (4.33)$$

onde as matrizes $[\bar{A}]$, $[\bar{B}]$ e $[\bar{Z}]$ são, respectivamente, a matriz dinâmica aumentada do sistema, a matriz de controle aumentada do sistema e a matriz de aplicação da referência, sendo dadas por:

$$[\bar{A}] = \begin{bmatrix} [A] & 0 \\ [C_r] & 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$[\bar{B}] = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Pode-se escrever então um novo funcional que considera o estado aumentado:

$$J(\bar{X}, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\bar{X}^T \cdot [\bar{Q}] \cdot \bar{X} + u^T \cdot [R] \cdot u) dt \quad (4.37)$$

onde $[\bar{Q}]$ é a matriz de ponderação dos estados aumentados. O controle ótimo que garante a precisão estática é dado por :

$$u = -[\bar{K}] \cdot \bar{X} = -[[K_1] \quad [K_2]] \cdot \begin{Bmatrix} X \\ y_r - y_c \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

O esquema do controle ótimo agregado ao retorno integral é mostrado na Fig. 4.3.

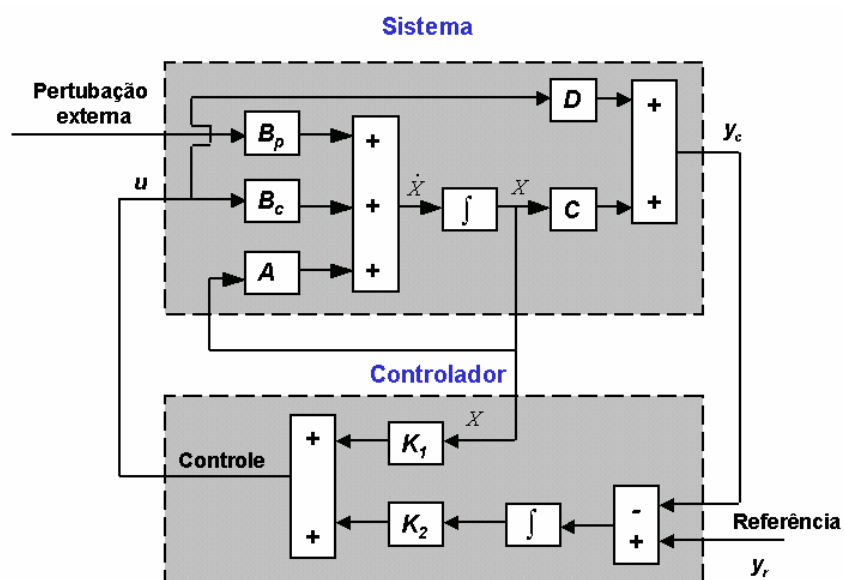


Figura 4.3 – controle com retorno integral.

4.1.3. Controlabilidade

Um sistema totalmente controlável é aquele cuja utilização permite modificar todos os estados do sistema, ou seja, o controle é capaz de levar o sistema, dentro de um espaço de tempo finito, de um estado a outro.

O critério usado para determinar a controlabilidade do sistema é o de verificar o posto (*rank*) da seguinte matriz:

$$\text{rank} [B, A \cdot B, \dots, A^{(k-1)} \cdot B] = nv; k \leq nv \quad (4.39)$$

sendo nv o número de variáveis do sistema a ser controlado.

4.2. A reconstrução do vetor de estado.

Na maioria das situações reais é impossível medir diretamente todos os estados que representam a estrutura, pois para isto seria necessário se dispor de um número por demais elevado de sensores. Especificamente, no escopo deste trabalho, os estados jamais poderiam ser medidos diretamente, pois não se tratam de variáveis reais e sim de variáveis modais. Assim, é necessário lançar mão de um procedimento que permite a reconstrução dos estados, sejam eles reais ou modais, através das variáveis possíveis de serem medidas no sistema e do controle, como mostrado na Fig. 4.4.

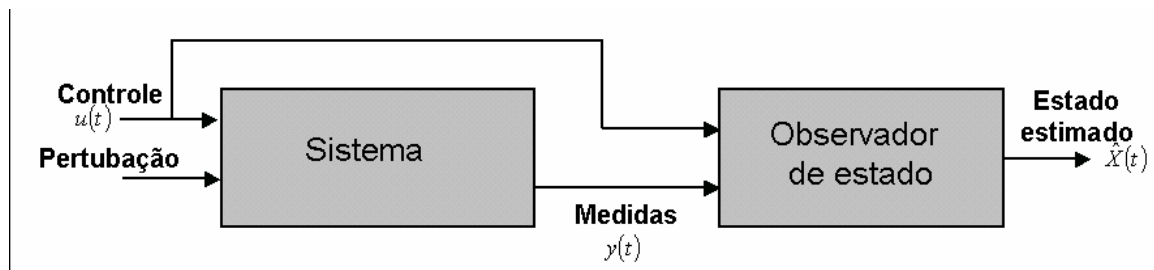


Figura 4.4 – Estimação dos estados utilizando um observador.

4.2.1. Observabilidade.

Um sistema é completamente observável se é possível deduzir o estado do sistema no instante t_0 , utilizando-se a saída y e o sinal de controle u entre t_0 e $t_0 + \Delta t$, e retornar às condições iniciais a partir do histórico do controle e das medidas.

Para sistemas invariantes no tempo, o critério de observabilidade é dado pelo posto da matriz:

$$\text{rank}[C, C \cdot A, \dots, C \cdot A^{(k-1)}] = nv; k \leq nv \quad (4.40)$$

sendo nv o número de variáveis do sistema a ser observado.

4.2.2. O Observador de estado.

Seja o erro \hat{e} medido entre o estado real X e o estado estimado \hat{X} ,

$$\hat{e}(t) = X(t) - \hat{X}(t) \quad (4.41)$$

onde o comportamento do sistema é dado pelas equações:

$$\dot{X}(t) = [A] \cdot X(t) + [B] \cdot u(t) \quad (4.42-a)$$

$$Y(t) = [C] \cdot X(t) \quad (4.42-b)$$

A dinâmica do observador de estado deverá ser baseada na dinâmica do sistema a ser observado. A dinâmica de estimação é então corrigida considerando-se a diferença entre as saídas reais e as saídas reconstruídas do sistema, como mostra o esquema da Fig. 4.5. A equação (4.43) descreve matematicamente o processo de reconstrução do estado:

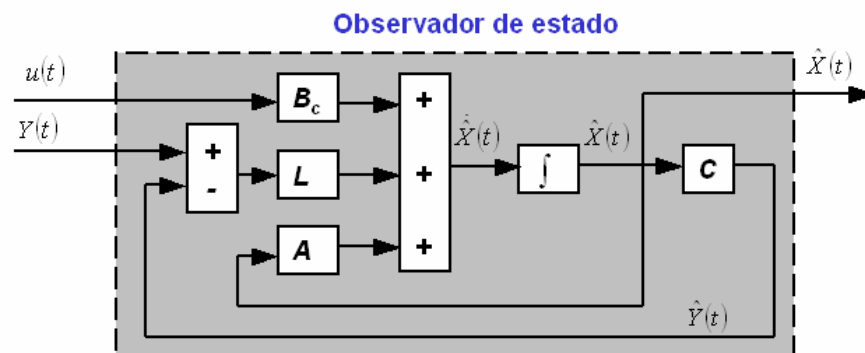


Figura 4.5 - Diagrama de blocos do observador de estado.

$$\dot{\hat{X}}(t) = [A] \cdot \hat{X}(t) + [B] \cdot u(t) + [L] \cdot (Y(t) - [C] \cdot \hat{X}(t)) \quad (4.43-a)$$

$$\hat{Y}(t) = [C] \cdot \hat{X}(t) \quad (4.43-b)$$

onde $[L]$ é a matriz de ganho do observador. Ela atua no sistema com o intuito de minimizar \hat{e} , ou seja, se este não é nulo $[L]$ agirá para anulá-lo. Quando \hat{Y} tende a Y , \hat{X} também tenderá a X .

A equação (4.43-a) pode se reescrita da seguinte forma:

$$\dot{\hat{X}}(t) = [\hat{A}] \cdot \hat{X}(t) + [B] \cdot u(t) + [L] \cdot Y(t) \quad (4.44)$$

onde

$$[\hat{A}] = ([A] - [L] \cdot [C]) \quad (4.45)$$

Subtraindo-se a equação (4.43-a) da equação (4.42-a) e levando-se em conta o erro dado pela equação (4.41), pode-se escrever a equação da dinâmica do erro.

$$\dot{\hat{e}}(t) = [\hat{A}] \cdot \hat{e}(t) \quad (4.46)$$

Existem vários métodos para se calcular a matriz de ganho do observador. O método aqui utilizado é a otimização de um critério de performance quadrático, semelhante ao utilizado para encontrar o ganho do controlador. Este método de estimação é conhecido como filtro de Kalman-Bucy.

Dado o sistema com ruído descrito abaixo:

$$\dot{X}(t) = [A] \cdot X(t) + [B] \cdot u(t) + w_1(t) \quad (4.47-a)$$

$$Y(t) = [C] \cdot X(t) + v(t) \quad (4.47-b)$$

onde $w_1(t)$ e $v(t)$ são ruídos estocásticos com média nula e covariâncias dadas por:

$$E[w_1^T(t) \cdot w_1(t)] = Q_e \quad (4.48-a)$$

$$E[v^T(t) \cdot v] = R_e \quad (4.48b)$$

$$E[w_1^T(t) \cdot v] = 0 \quad (4.48-c)$$

e, dado o sistema representado pelo estado abaixo:

$$\dot{Z}(t) = [A]^T \cdot Z(t) + [C] \cdot \eta(t) \quad (4.49)$$

onde $Z(t)$ é o vetor de estados associado ao erro de estimação e $\eta(t)$ é o controle que busca minimizar este erro. Pode ser definido o seguinte funcional como critério de performance:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (Z^T \cdot [Q_e] \cdot Z + \eta^T \cdot [R_e] \cdot \eta) dt \quad (4.50)$$

sendo que $[Q_e]$ e $[R_e]$ são matrizes semidefinida positiva e definida positiva, respectivamente, dadas pelas covariâncias dos ruídos do sistema de medida. A lei de controle do estimador é escrita como:

$$\eta(t) = -[L]^T \cdot Z(t) \quad (4.51)$$

A matriz $[L]^T$ é dada por:

$$[L]^T = -([R_e]^{-1} \cdot [C] \cdot [S_e]_{\infty}) \quad (4.52)$$

A matriz $[S_e]_{\infty}$ é obtida resolvendo-se a equação de *Ricatti* para o observador:

$$[A]^T \cdot [S_e]_{\infty} - [S_e]_{\infty}^T \cdot [A] + [S_e]_{\infty}^T \cdot [C] \cdot [R_e]^{-1} \cdot [C] \cdot [S_e]_{\infty} - [Q_e] = 0 \quad (4.53)$$

$[S_e]_{\infty}$ sempre existirá se o sistema dado pela equação (4.49) for observável, ou seja, se ele satisfaz a equação (4.39).

4.3. O Controlador LQG e o princípio da separação.

Um controlador LQG acoplado a um controlador LQR com um estimador LQE, conforme mostrada a Fig. 4.6. Os estados estimados através das medidas de $y(t)$ e do controle $u(t)$, já para se calcular o esforço $\hat{X}(t)$ se necessita de $u(t)$, formando assim um circuito fechado entre controle e estimação.

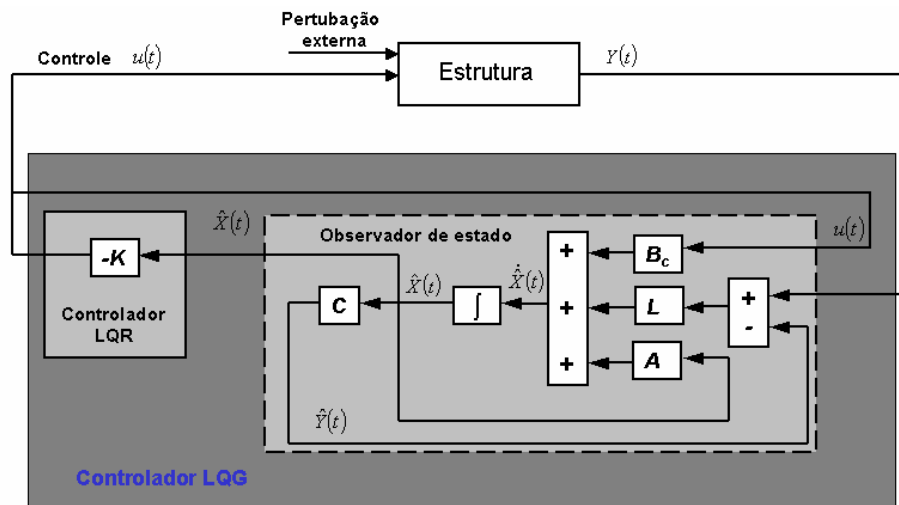


Figura 4.6 – Esquema geral de um controlador LQG.

4.3.1. O Princípio da separação.

O esforço de controle de um controlador LQR é calculado através de um estado estimado, sendo dado por:

$$u(t) = -[K] \cdot \hat{X} \quad (4.54)$$

Substituindo este esforço de controle na equação de estado dada pela equação (4.16), tem-se:

$$\dot{X} = [A] \cdot X(t) - [B] \cdot [K] \cdot \hat{X} \quad (4.55)$$

Substituindo-se a equação (4.41) na expressão acima e reagrupando-a, encontra-se a expressão para os estados controlados através de \hat{X} :

$$\dot{X} = ([A] - [B] \cdot [K]) \cdot X(t) + [B] \cdot [K] \cdot \hat{e} \quad (4.56)$$

Agrupando-se agora as equações (4.46) e (4.56) e escrevendo a nova expressão na forma matricial, tem-se a equação do sistema controlável e observável:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\hat{e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ([A] - [B] \cdot [K]) & ([B] \cdot [K]) \\ 0 & ([A] - [L] \cdot [C]) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ \hat{e} \end{Bmatrix} \quad (4.57)$$

Esta última equação mostra que pequenos erros de estimação exercem uma discreta influência sobre a evolução do sistema controlado. Os autovalores do sistema controlado-observado são dados pelas raízes de:

$$\det[\lambda - ([A] - [B] \cdot [K])] \cdot \det[(A) - [L] \cdot [C]] = 0 \quad (4.58)$$

As raízes do primeiro determinante são os autovalores do sistema controlado e as raízes do segundo determinante são os autovalores do sistema observado. O princípio da separação estabelece então que, para um sistema controlado utilizando um regulador em conjunto com um observador, os modos do regulador e os modos do observador podem ser fixados independentemente, ou seja, $[K]$ e $[L]$ são calculados separadamente.

4.4. Controle digital.

Recentemente há uma tendência do aumento do uso de controladores digitais no controle de sistemas. Controladores digitais são usados para se alcançar um desempenho ótimo, o que pode ser entendido como: máxima produtividade, custo mínimo, mínimo consumo de energia, etc. O uso do controle através dos computadores digitais possibilita a otimização de trajetória no movimento de robôs industriais, do consumo de combustível em automóveis e até da operação de eletrodomésticos tais como fornos de microondas, refrigeradores e lavadoras.

As vantagens apresentadas no uso de controladores digitais em detrimento dos analógicos estão na grande disponibilidade e no baixo custo dos computadores digitais, na

facilidade de se trabalhar com sinais digitais, na flexibilidade de programação do controlador, como cita Ogata (1995).

4.4.1. Tipos de sinais.

Um sinal contínuo é definido dentro de um intervalo contínuo de tempo. A amplitude deste sinal assume uma faixa de valores contínuos dentro deste intervalo de seu domínio, Fig. 4.7-a. Um sinal discreto no tempo existe apenas em instantes discretos de tempo. Se a amplitude do sinal discreto assume uma faixa contínua de valores, então este sinal é chamado sinal amostrado, Fig. 4.7-b. O sinal amostrado pode ser obtido pela amostragem no domínio do tempo de um sinal contínuo. Um sinal discreto também pode ser um sinal do tipo digital, como mostra a Fig. 4.7-c. Um sinal digital existe apenas em instantes de tempo definidos e tem sua amplitude representada por valores quantificados, ou seja, este tipo de sinal é representado por uma seqüência de números nos instantes de tempo em que ele existe. Na prática os sinais digitais são obtidos através da quantificação de um sinal discreto amostrado a partir de um sinal contínuo.

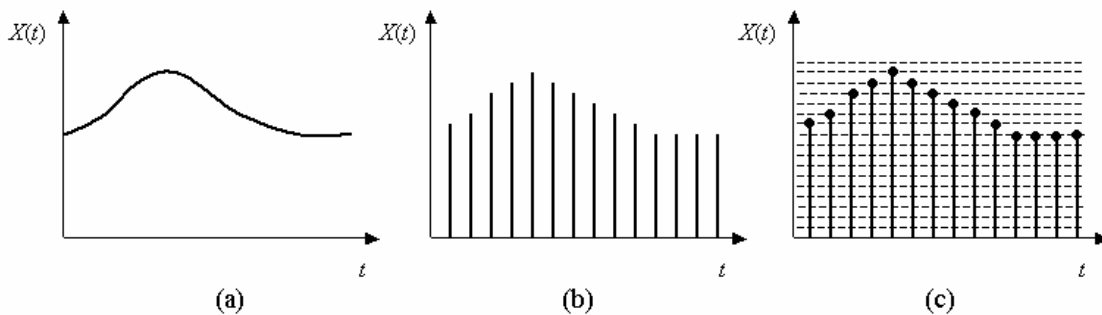


Figura 4.7 – Tipos de sinais.

Do exposto acima se pode deduzir que um sinal digital é definido como sendo:

$$x(kT) = x(0), x(T), x(2T), x(3T), \dots, x(kT) \quad (4.59)$$

onde T é o período de amostragem do sinal e $k = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$.

4.4.2. Controlador e estimador digital ótimo.

Para a implementação experimental do controle, neste trabalho foi usado um regulador quadrático linear digital. As equações de estado que descrevem o sistema devem ser escritas no domínio discreto, como se segue:

$$\{X\}_{k+1} = [A_d]\{X\}_k + [B_d]\{u\}_k \quad (4.60-a)$$

$$\{Y\}_k = [C_d]\{X\}_k \quad (4.60-b)$$

Utilizando-se um segurador de ordem zero (método de amostragem e construção do sinal digital, detalhado em Ogata (1995)) as matrizes do sistema discreto são obtidas a partir das matrizes do sistema contínuo como mostra as expressões a seguir:

$$[A_d] = e^{[A]\Delta t} \quad (4.61-a)$$

$$[B_d] = [A]^{-1} [e^{[A]\Delta t} - [I]][B] \quad (4.61-b)$$

$$[C_d] = C e^{[A]\Delta t} \quad (4.61-c)$$

onde Δt é o intervalo de discretização.

A solução do problema do controle ótimo é semelhante à solução para o sistema contínuo, ou seja, encontrar o esforço de controle, equação (4.62), que minimize o funcional dado pela equação (4.63).

$$\{u_c\}_k = -[K] \cdot \{X\}_k \quad (4.62)$$

$$J = \sum_{k_{\text{mit}}=0}^{k_{\text{fin}}-1} (\{X\}_k^T \cdot [Q] \cdot \{X\}_k + \{u\}_k^T \cdot [R] \cdot \{u\}_k) \quad (4.63)$$

A matriz de ganho ótima é dada por:

$$[K] = ([R] - [B_d]^T \cdot [S] \cdot [B_d])^{-1} \cdot [B_d]^T \cdot [S] \cdot [A_d] \quad (4.64)$$

onde $[S]$ é a matriz obtida pela resolução da equação de Riccati:

$$[S]_{i-1} = [A_d]^T \cdot [S]_i \cdot [A_d] - \left([A_d]^T \cdot [S]_i \cdot [B_d] \right) \cdot \left([R] + [B_d]^T \cdot [S]_i \cdot [B_d] \right)^{-1} \cdot \left([B_d]^T \cdot [S]_i \cdot [A_d] \right) + [Q] = 0 \quad (4.65)$$

Para se discretizar o estimador de estados o procedimento é o mesmo, isto é, o estado estimado discreto é descrito conforme explicado abaixo.

$$\{\hat{X}\}_{k+1} = [A_d] \{\hat{X}\}_k + [B_d] \{u\}_k + [L] \left(\{y\}_k - [C_d] \{\hat{X}\}_k \right) \quad (4.66)$$

onde $[L]$ é a matriz de ganho do observador, que é dada pela seguinte expressão:

$$[L]_k = \left([A_d] \cdot [S_E]_k \cdot [C_d]^T \right) \cdot \left([R_E] + [C_d] \cdot [S_E]_k \cdot [C_d]^T \right)^{-1} \quad (4.67)$$

$[S_E]$ é obtida resolvendo a equação de Riccati:

$$[S_E]_{i-1} = [A_d] \cdot [S_E]_i \cdot [A_d]^T - \left([A_d] \cdot [S_E]_i \cdot [C_d]^T \right) \cdot \left([R_E] + [C_d] \cdot [S_E]_i \cdot [C_d]^T \right)^{-1} \cdot \left([C_d] \cdot [S_E]_i \cdot [A_d]^T \right) + [Q_E] \quad (4.68)$$

CAPÍTULO V

ADAPTAÇÃO DA BANCADA DE ENSAIOS EXPERIMENTAIS.

Este capítulo descreve os trabalhos realizados para se adaptar a bancada de ensaios experimentais de rotores que se encontra no LDMS (*Laboratoire de Dynamique de Machines et Structures*) do INSA-Lyon, permitindo, assim o uso de atuadores piezelétricos para fins de controle de vibração.

5.1. A Bancada

A bancada de teste é composta por um rotor horizontal contendo dois discos, sendo o conjunto apoiado por mancais de rolamento localizados nas extremidades do rotor. Estes rolamentos achavam-se originalmente alojados dentro do chassi que suporta o rotor, como pode ser visto na Fig. 5.1. O rotor é acionado por um motor elétrico de 10 KW de potência, que pode operar numa faixa de 0 à 6000 rpm.



Figura 5.1 - Bancada de teste.

A Tabela 5.1 apresenta as características do rotor, sendo que as características dos mancais serão discutidas mais à frente neste mesmo capítulo.

5.1.1. Projeto e teste do mancal ativo.

Para se realizar o controle é desejável que os atuadores ajam sobre um dos rolamentos que suporta o eixo. Como foi mencionado anteriormente, os rolamentos se encontravam alojados dentro do chassi. Posicionar os atuadores num destes locais, exigiria uma modificação maior no chassi, ou mesmo o uso de um novo.

Tabela 5.1. Propriedades do rotor.

Propriedade	Valor
Massa do eixo	9,69 [Kg]
Massa do disco D_1	2,032 [Kg]
Massa do disco D_2	10,61 [Kg]
Diâmetro do eixo	0,04 [m]
Modulo de Young	$2,1 \cdot 10^{11}$ [N/m ²]
Densidade	7800 [Kg/m ³]

Como se desejava utilizar o chassi já existente, decidiu-se então que o rolamento do lado do acoplamento do motor seria retirado de dentro do *chassi* e colocado dentro de um “cubo” sobre o qual deveriam ser instalados os atuadores. O cubo, por sua vez, é conectado a um suporte rígido por meio de hastes flexíveis de metal dispostas na direção horizontal, sendo que este suporte é fixado ao *chassi*. Os atuadores deveriam ser também fixados ao suporte, conforme ilustra a Fig. 5.2.

Como o objetivo básico do controle é que os atuadores possam fazer mover o rolamento e, por conseqüência o rotor, é necessário então que as rigidezes das hastes sejam menores que a rigidezes dos atuadores piezelétricos. Esta característica foi adotada como sendo a primeira restrição de projeto. Por uma questão de simetria, a rigidez das hastes nas direções vertical e horizontal devem ser iguais, o que levou a um número de hastes $n_h \geq 3$. A deflexão estática devido ao peso do rotor, medida no disco do rolamento, deve ser inferior a 0,1 mm.

O comprimento das hastes foi fixado como sendo igual a 55 mm, condição esta imposta pelas dimensões do suporte. As condições de projeto são então dadas por:

$$K_h \cong 0,1 \cdot K_e \quad (5.1-a)$$

$$n_h \geq 3 \quad (5.1-b)$$

$$\delta_h \leq 0,1mm \quad (5.1-c)$$

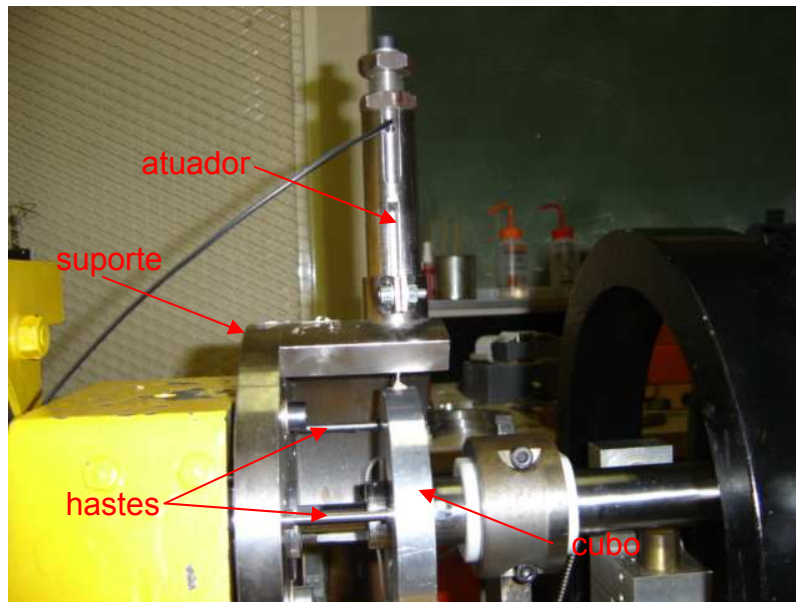


Figura 5.2 – Suporte do disco do rolamento e dos atuadores.

onde K_h é rigidez flexional dos conjunto de hastes, K_e é a rigidez do empilhamento das pastilhas de PZT e δ_h é a deformação na extremidade das hastes. K_e foi inicialmente adotada como sendo igual a $1,47 \cdot 10^7$ N/m, conforme informado por Malhis (2002). Estabelecidas todas as condições, utilizou-se o programa comercial Ansys 7.0 para projetar as hastes. As hastes foram modeladas utilizando-se um elemento de viga e o disco um elemento sólido. Quanto à configuração escolhida, adotou-se um número de três hastes para suportar o disco. O diâmetro das hastes foi arbitrado e aplicou-se uma força na direção radial sobre o disco, dividindo o deslocamento-se da extremidade das hastes que suportam o disco pelo valor da força obteve-se a rigidez, Fig. 5.3.

Usando a configuração acima citada, verificou-se que um diâmetro de 5.0 mm satisfaria as condições impostas pelas equações (5.1-a) e (5.1-c) simultaneamente. Para

uma força de 140 N obteve-se um deslocamento igual a 0,087 mm, o que implica uma rigidez radial de $1,61 \cdot 10^6$ N/m.

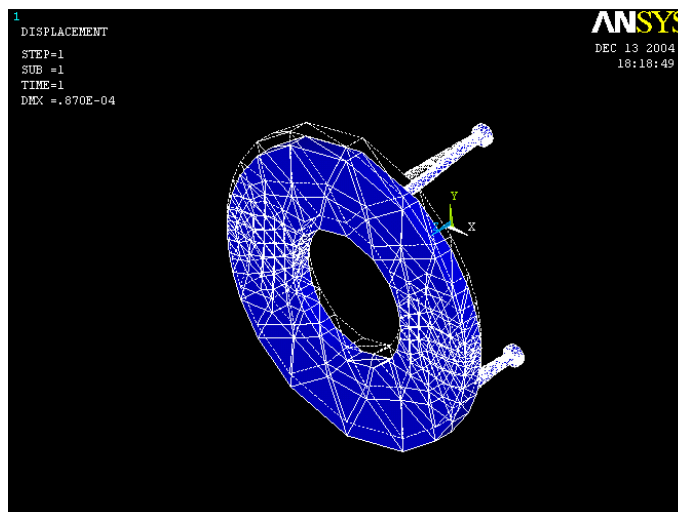


Figura 5.3 - Deformação nas hastes.

Definidas as dimensões, foram confeccionados as hastes e o disco. O disco foi fabricado em alumínio, visando manter a primeira frequência natural do sub-sistema hastes-disco suficientemente superior à do conjunto rotor-mancais.

Foram realizados testes de deformação estática e testes dinâmicos para se determinar experimentalmente a rigidez radial do sub-sistema, bem com sua primeira frequência natural. Para se determinar o valor da rigidez, usou-se uma célula de carga capaz de medir a força aplicada sobre o disco e um relógio comparador sobre o qual se lê diretamente a deformação. A força foi aplicada por intermédio de uma prensa manual, como mostra a Fig. 5.4.



Figura 5.4 - Aparato do ensaio de deformação estática do conjunto hastes-disco.

As medidas de deformação foram realizadas nas direções vertical e horizontal, aumentando e depois diminuindo o valor da força aplicada, para verificar a existência de histerese no sistema de medição. De posse dos dados, mostrados na Tab. 5.2, fez-se uma regressão linear e, através da tangente da reta de regressão, foi possível obter o valor experimental da rigidez. As equações destas retas são mostradas na Tab. 5.3 e as curvas são apresentadas nas Figs. (5.5) e (5.6).

Tabela 5.2 - Dados experimentais do ensaio de deformação estática do conjunto hastes-disco.

Força (N)	Deformação na direção vertical (m)		Deformação na direção horizontal (m)	
	Força crescente	Força decrescente	Força crescente	Força decrescente
0	0	1,10E-05	0	1,40E-05
10	5,00E-06	1,80E-05	7,00E-06	1,80E-05
20	1,20E-05	2,20E-05	1,80E-05	2,70E-05
30	2,10E-05	3,10E-05	2,60E-05	3,30E-05
40	2,80E-05	3,80E-05	3,30E-05	3,80E-05
50	3,70E-05	4,20E-05	4,20E-05	4,20E-05
60	4,20E-05	5,10E-05	5,10E-05	4,90E-05
70	5,10E-05	5,80E-05	5,80E-05	5,80E-05
80	5,90E-05	6,50E-05	6,20E-05	5,90E-05
90	6,80E-05	7,20E-05	7,80E-05	7,80E-05
100	7,80E-05	7,80E-05	8,50E-05	8,50E-05

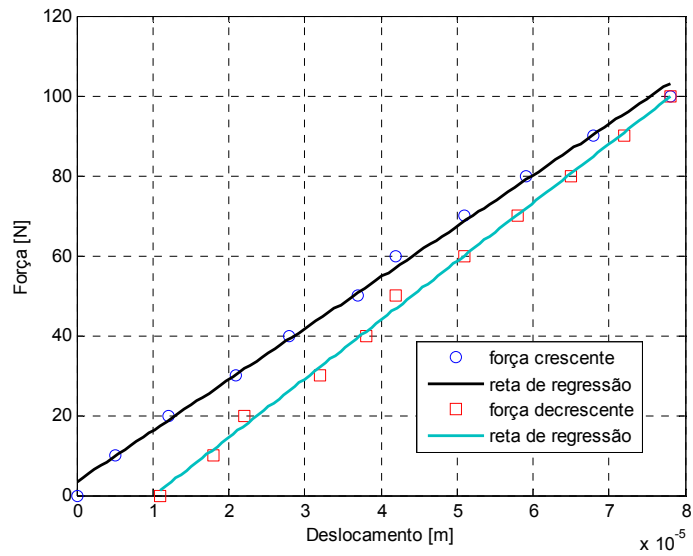


Figura 5.5 - Diagrama de força referente à deformação na direção Z.

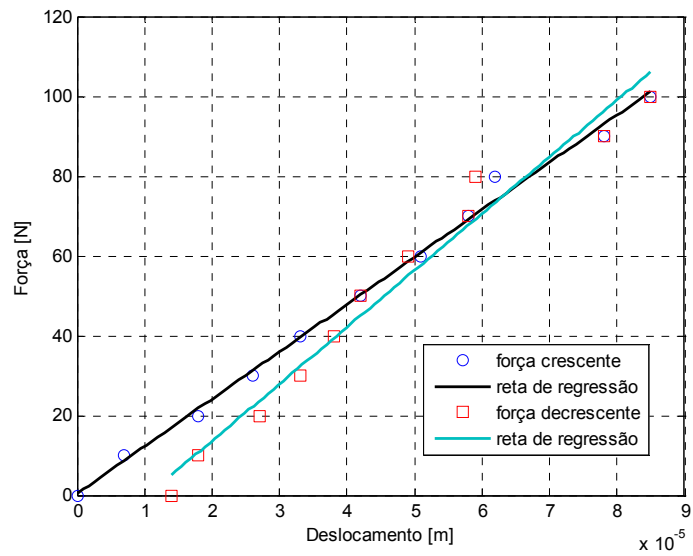


Figura 5.6 - Diagrama de força referente à deformação na direção X.

Tabela 5.3 - Equações das retas obtidas a partir dos dados da tabela (5.2).

Equação de deformação para a direção vertical		Equação de deformação para a direção horizontal	
Força crescente [N]	Força decrescente [N]	Força crescente [N]	Força decrescente [N]
$F = 3,36 + 1279347 * Z$	$F = -14,92 + 1469420 * Z$	$F = 0,41 + 1185821 * X$	$Y = -14,83 + 1423507 * X$

Os valores em negrito fornecem as rigidezes das hastes para cada um dos ensaios. Pode-se notar a existência de histerese, uma vez que os valores obtidos com força crescente e decrescente são diferentes. Por outro lado, vê-se que os valores de rigidez obtidos para as direções X e Z são próximos, sendo a diferença de 7% e 3,5 para a situação de força crescente e força decrescente, respectivamente. Ou seja, este sistema pode ser tratado como sendo simétrico.

Para realizar a análise dinâmica do sistema disco/hastes horizontais, foram utilizados um acelerômetro, um martelo de impacto e um analisador de sinais. Novamente, os testes foram feitos ao longo das direções X e Z. A Figura 5.7 mostra a F.R.F. do conjunto para a banda de frequência de 0 a 400 Hz. A primeira frequência natural do conjunto é de 216 Hz para ambas as direções ensaiadas. A rigidez flexional das hastes pôde ser obtida também através do valor da frequência natural do conjunto, uma vez que o valor da massa do disco de alumínio é bem conhecido, $m_d = 0,77 \text{ Kg}$.

$$K_h = (F_H * 2 * \pi)^2 \cdot m_d = (216 * 2 * \pi)^2 \cdot 0,77 = 1,42 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (5.2)$$

O valor da rigidez obtido através da análise dinâmica é aproximadamente o mesmo daquele obtido pelo teste de deformação estática para o caso em que a força é decrescente ao longo do ensaio. Adotou-se, então, o valor de $1,42 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ para a rigidez flexional do conjunto de hastes.

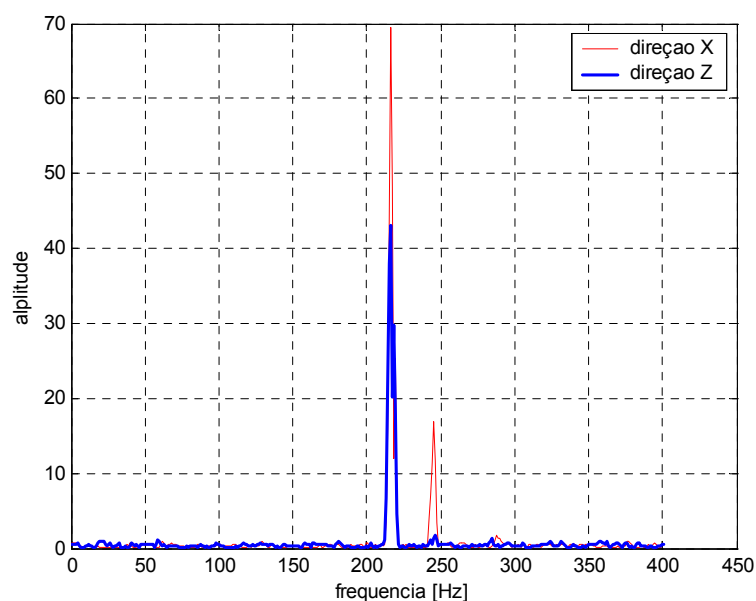


Figura 5.7 - Funções de Resposta em Freqüência do conjunto hastes-discos.

5.2. Os Atuadores Piezelétricos.

Foram usados dois atuadores piezelétricos do tipo *stack* de alta tensão fornecidos pela Physik Instrumente P-245.70 para controlar a vibração do rotor. Os atuadores são alimentados por um amplificador de voltagem modelo PI E472. As características mecânicas e elétricas destes atuadores, fornecidas pelo fabricante, são mostradas na Tab. 5.4.

A Figura 5.8 mostra o esquema do conjunto completo (rotor, mancais, atuadores, suporte e acoplamento). Os atuadores são ligados ao disco de alumínio por meio de uma pequena haste de metal de 1,1 mm de diâmetro e 15 mm de comprimento. As extremidades da haste são coladas ao disco e a um parafuso que se encontra fixo à extremidade móvel do atuador. Decidiu-se por usar esta haste porque ela apresenta uma elevada rigidez longitudinal, porém com uma rigidez transversal significativamente menor. Como o disco será movido pela ação dos atuadores segundo duas direções ortogonais usando estas hastes, os atuadores não são submetidos a um esforço de cisalhamento importante, o que poderia danificá-los.

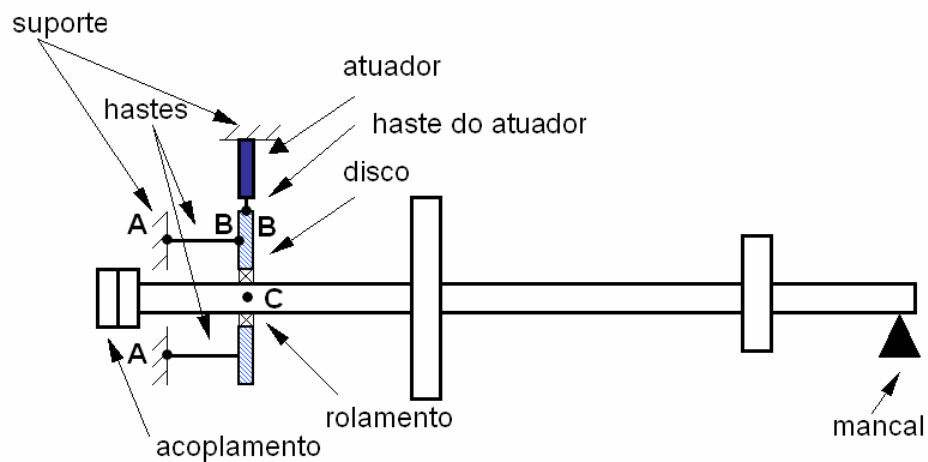


Figura 5.8 - Esquema do conjunto completo da bancada experimental.

Tabela 5.4 - Características dos atuadores piezelétricos Physic Instrumental P-245.70.

Característica	Valor
Tensão nominal	-1000 [V]
Tensão máxima de funcionamento	-1000 [V]
Força de compressão máxima	2000 [N]
Força de tração máxima	300 [N]
Faixa de temperatura	-40 a 80 [°C]
Expansão máxima (à -1000V)	120 [μm]
Rigidez	32 [N/ μm]
Capacitância	500 [nF]
Frequência de ressonância (sem carga)	5 [kHz]
Coefficiente de expansão	0.9 [μm]
Comprimento total	127 [mm]
Polaridade	negativa
Ganho do amplificador G_a	100

Sendo a rigidez do rolamento maior que a dos outros elementos presentes, pode-se considerar que o deslocamento do ponto B mostrado na Fig. 5.8 é aproximadamente o mesmo do ponto C. Aplicando-se certa tensão no atuador piezelétrico, sua base se desloca de δ_e , sendo este deslocamento proporcional à tensão aplicada. Para efeitos de modelagem, divide-se o sistema da Fig. 5.8 em dois sub-sistemas, sendo o primeiro formado pelo disco, atuador e hastes e, o segundo, pelo rotor, acoplamento e mancal direito. O primeiro sub-sistema é mostrado na Fig. 5.9. A rigidez K_h representa a rigidez transversal das três hastes que suportam o disco; K_{eq} representa a rigidez equivalente do atuador em série com as hastes que o ligam ao disco. O segundo sub-sistema é representado por um sistema de dois graus de liberdade, sendo que K_1 e K_2 representam a rigidez para um determinado nó do modelo de elementos finitos do rotor e m_1 e m_2 são as massas correspondentes a estes mesmos pontos. O deslocamento δ_2 da Fig. 5.10 é coincidente com o deslocamento δ_d da Fig. 5.9. A equação do movimento para a primeira massa da Fig. 5.10 é dada por:

$$m_1 \ddot{\delta}_1 = -K_1 \delta_1 + K_2 (\delta_d - \delta_1) \quad (5.3)$$

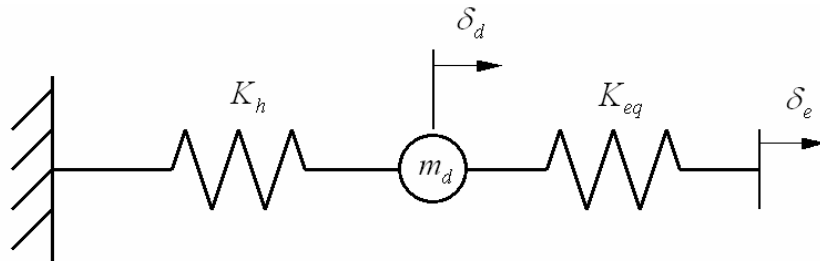


Figura 5.9 - Sub-sistema atuador-disco.

O movimento da segunda massa, no mesmo sub-sistema, é descrito por:

$$m_2 \ddot{\delta}_d = K_2 (\delta_1 - \delta_d) + \{-K_h \delta_d + K_{eq} (\delta_e - \delta_d)\} \quad (5.4)$$

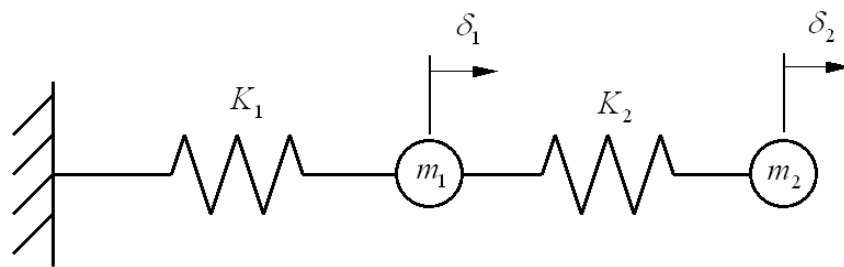


Figura 5.10 - Sub-sistema rotor-mancal direito-acoplamento.

O termo entre chaves que aparece no segundo membro da equação (5.4) se deve à ação do primeiro sub-sistema sobre o segundo. Reescrevendo-se as equações (5.3) e (5.4) na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_1 \\ \ddot{\delta}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 + \{K_h + K_{eq}\} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ K_{eq} \delta_e \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

A força de controle que atua sobre a estrutura em função do deslocamento imposto é dada por $K_{eq} \cdot \delta_e$, sendo o deslocamento dependente da voltagem que alimenta os atuadores, como descrito pela equação (5.6).

$$\delta_e = \alpha \cdot G_a \cdot V_C \quad (5.6)$$

onde α é a constante piezométrica de proporcionalidade entre a carga e a deformação do atuador (no caso, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ m/V}$), G_a é a constante de ganho do amplificador (para o amplificador utilizado, $G_a = 100$) e V_C é a tensão de controle que é calculada pelo controlador. A rigidez equivalente do atuador em conjunto com a haste que o liga ao disco é dada por:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_e} + \frac{1}{K_{h_a}} \quad (5.7)$$

onde K_e representa a rigidez do empilhamento de cerâmicas piezométricas e K_{h_a} é a rigidez da haste que liga o atuador ao cubo.

Retomando-se a equação (5.5), pode-se agora generalizar a equação do movimento para o modelo de elementos finitos do rotor, considerados todos os seus graus de liberdade.

$$[M]^* \{\ddot{\delta}\} + [D_s + \dot{\phi}G]\{\dot{\delta}\} + [K]^* \{\delta\} = \{F(t)\} \quad (5.8)$$

onde $[M]^*$ é a matriz de massa do modelo, a qual é adicionada de m_d no nó correspondente à posição do disco de alumínio; e $[K]^*$ é a matriz de massa do modelo, adicionada de $K_h + K_{eq}$ na mesma posição. Este último valor de rigidez representa a rigidez do mancal esquerdo do modelo.

5.2.1. Determinação experimental da rigidez dos atuadores.

Para determinar experimentalmente a rigidez dos atuadores piezométricos, fixou-se uma massa de 2,2 Kg, m_t , na extremidade móvel de um dos atuadores. O atuador foi preso a uma morça como mostra a Fig. 5.11. Um acelerômetro foi fixado à massa e aplicou-se então um sinal de varredura senoidal ao atuador.

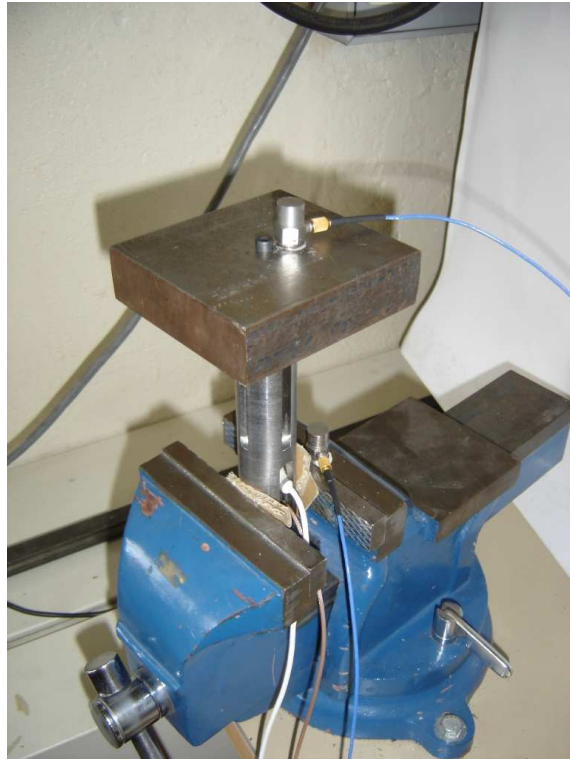


Figura 5.11 - Aparato experimental montado para determinar a rigidez dos atuadores.

O sistema apresentou uma ressonância em 539 Hz, sendo, entretanto, observado que o atuador excita também a morça. Foi necessário então estimar a massa da morça para, m_m , para depois poder calcular a rigidez do atuador adequadamente. Assim, excitou-se o atuador com um sinal senoidal na frequência de 539 Hz e mediram-se as acelerações tanto da massa como da morça, Figs. 5.12 e 5.13, utilizando um analisador de sinais. O aparato experimental é comparado a um sistema de dois graus de liberdade ligado por uma mola, conforme ilustra a Fig 5.14. Normaliza-se o auto-vetor mostrado na equação (5.9) pelo valor da massa de ensaio.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 \\ -m_r/m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,105mV/0,025mV \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

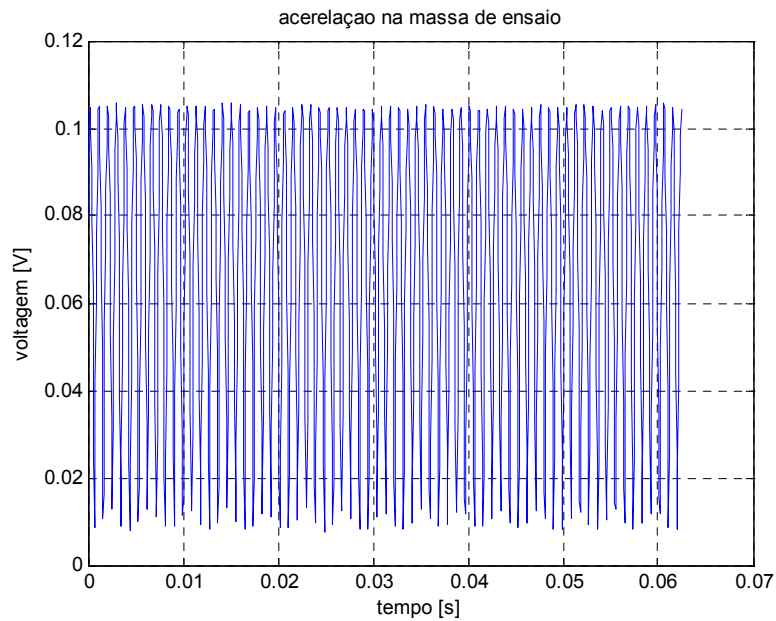


Figura 5.12 - Aceleração medida na massa de ensaio.

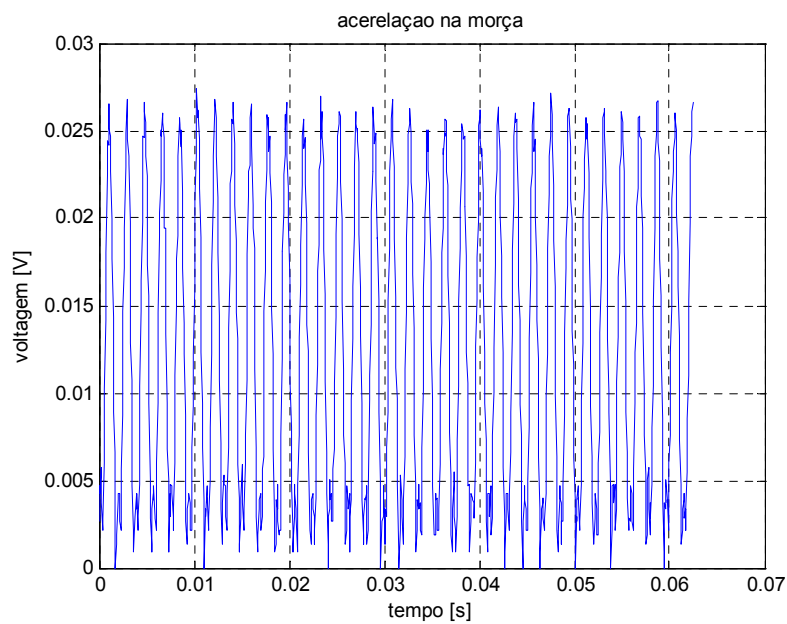


Figura 5.13 - Aceleração medida na morça.

Da equação (5.9) se obtém então o valor de m_m :

$$m_m = \frac{0,105m_i}{0,025} = \frac{0,105 \cdot 2,2}{0,025} = 9,3Kg \quad (5.10)$$

A rigidez do atuador é calculada usando-se a expressão abaixo:

$$K_e = \omega^2 \frac{m_t \cdot m_m}{m_t + m_m} = (539 \cdot 2 \cdot \pi)^2 \frac{2,2 \cdot 9,3}{2,2 + 9,3} = 2,04 \cdot 10^7 \text{ N/m} \quad (5.11)$$

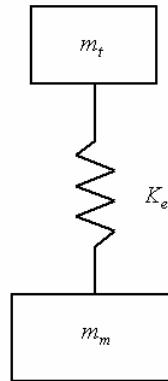


Figura 5.14 - Representação esquemática do aparato experimental.

5.2.2. Determinação experimental da rigidez equivalente.

A força de controle que age sobre o rotor é função da rigidez K_{eq} , sendo que esta pode ser determinada analiticamente pela equação (5.7). Conhecido o valor de K_e , resta calcular a rigidez K_{h_a} . A rigidez longitudinal de uma haste cilíndrica é dada pela expressão seguinte:

$$K_{h_a} = \frac{E \cdot S}{L} \quad (5.12)$$

onde E é o módulo de Young do material, S é a área da seção transversal da haste e L seu comprimento. As hastes de aço que fixam os dois atuadores ao disco possuem as seguintes dimensões: 1,1 mm de diâmetro e 15 mm de comprimento. Efetuando-se os cálculos para as dimensões dadas acima, encontra-se um valor de $K_{h_a} = 1,33 \cdot 10^7 \text{ N/m}$. Retomando agora a equação (5.7), tem-se finalmente:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_e} + \frac{1}{K_{h_a}} = \frac{1}{2,04 \cdot 10^7} + \frac{1}{1,33 \cdot 10^7} \Rightarrow K_{eq} = 8,05 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (5.13)$$

Entretanto, a rigidez fornecida pela equação analítica corresponde a uma situação ideal, ou seja, caso em que se pode garantir que as hastes dos atuadores são livres de empenamentos e que elas são coladas exatamente perpendiculares aos atuadores e ao disco, o que não é possível de se garantir precisamente numa situação prática. Decidiu-se então calcular K_{eq} através das medidas feitas em testes de deformação estática no disco de alumínio (cubo). Ao aplicar uma tensão no empilhamento de PZT, ele se desloca de δ_e e o disco se deslocará de δ_d , sendo que, este último, pode ser medido usando um sensor de deslocamento. Para obter a expressão que relaciona o deslocamento imposto com o deslocamento medido, faz-se o equilíbrio de forças estáticas que agem sobre a massa m_d na Fig. 5.9.

$$F = K_t \cdot \delta_d = K_{eq} \cdot (\delta_e - \delta_d) \quad (5.14)$$

onde K_t é a rigidez proveniente da soma de K_h com K_{rotor} (rigidez devido a interação do sub-sistema rotor-acoplamento-mancal com o sub-sistema disco-atuadores-hastes). Re-arranjando a equação (5.14), obtém-se a relação entre os deslocamentos, em função das rigidezes envolvidas.

$$\frac{\delta_d}{\delta_e} = \frac{K_{eq}}{K_{eq} + K_t} \quad (5.15)$$

Conhecidos os valores dos deslocamentos, tem-se ainda duas variáveis a serem determinadas, dispondo-se, entretanto, de apenas uma, pois não se conhece o valor de K_{rotor} . O problema foi resolvido retirando a haste que liga o atuador ao disco e apoiando este diretamente sobre o disco; com isso K_{eq} se torna igual à K_e . Pode-se agora, então, calcular o valor de K_t . A Figura 5.15 mostra a curva experimental para a situação descrita acima.

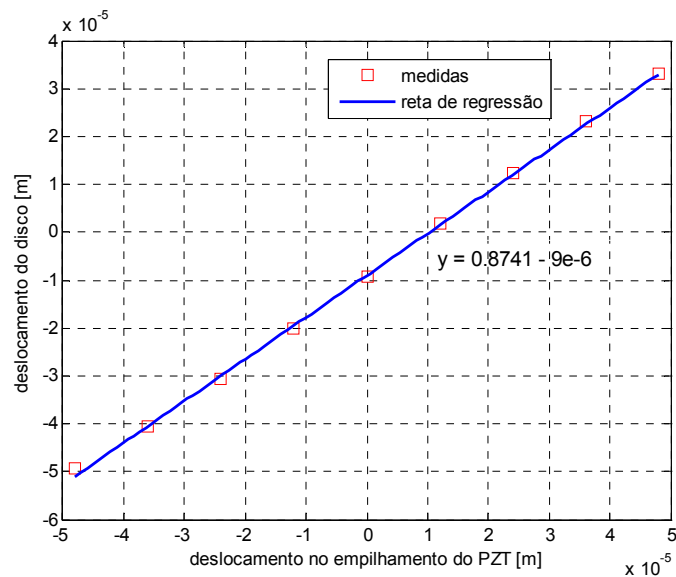


Figura 5.15 - Curva de δ_d em função de δ_e .

A tangente da reta da figura acima fornece a relação entre os deslocamentos. Substituindo-se os valores encontrados na equação (5.15), tem-se:

$$\frac{\delta_d}{\delta_e} = \frac{K_e}{K_e + K_t} = 0,874 = \frac{2,04 \cdot 10^7}{2,04 \cdot 10^7 + K_t} \Rightarrow K_t = 2,94 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (5.16)$$

Conhecendo o valor de K_t , pode-se então usar a equação (5.15) para calcular K_{eq} através das medidas experimentais. Os atuadores foram novamente conectados ao disco por meio das hastes metálicas, como indica o esquema da Fig. 5.8. As Figuras 5.16 e 5.17 mostram as curvas experimentais obtidas no teste de deformação estática para as direções X e Z, respectivamente.

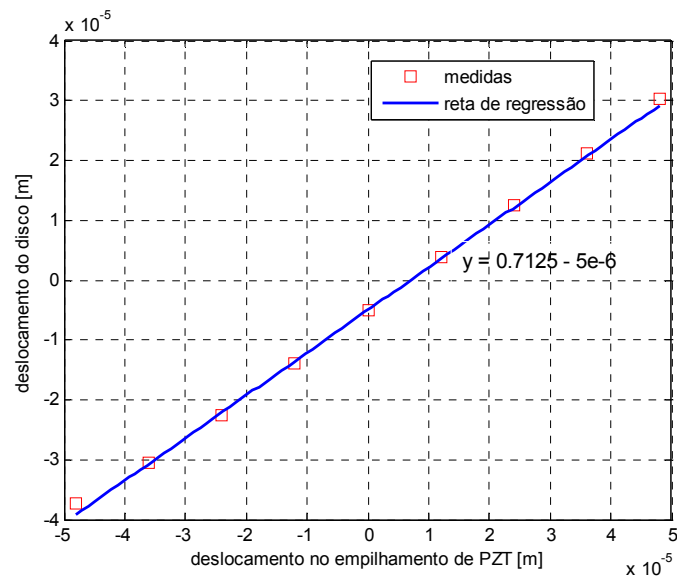


Figura 5.16 - Curva de δ_d em função de δ_e para a direção X.

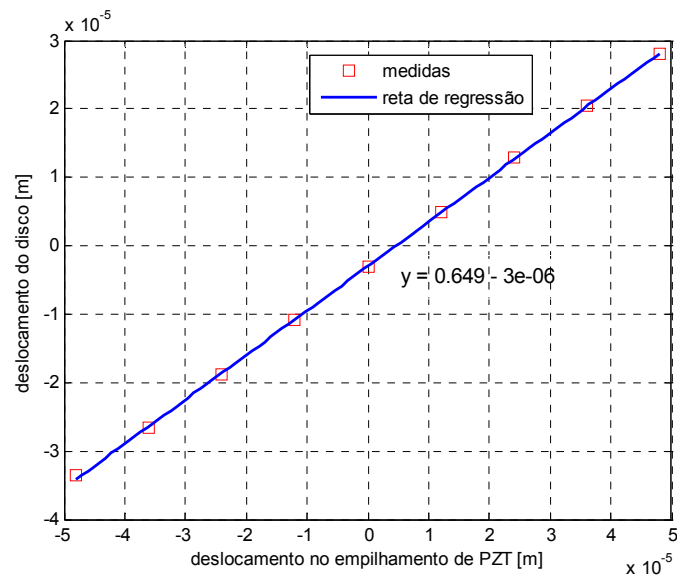


Figura 5.17 - Curva de δ_d em função de δ_e para a direção Z.

Com o valor da tangente da reta de regressão, pode-se calcular a rigidez equivalente nas duas direções consideradas, usando a equação (5.15).

$$\frac{\delta_d}{\delta_e} = \frac{K_{eq_x}}{K_{eq_x} + K_t} = 0,7125 = \frac{K_{eq_x}}{K_{eq_x} + 2,94 \cdot 10^6} \Rightarrow K_{eq_x} = 7,2 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (5.17)$$

$$\frac{\delta_d}{\delta_e} = \frac{K_{eqz}}{K_{eqz} + K_t} = 0,649 = \frac{K_{eqz}}{K_{eqz} + 2,94 \cdot 10^6} \Rightarrow K_{eqz} = 5,4 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (5.18)$$

Comparando os valores obtidos experimentalmente com aquele fornecido pela expressão analítica, nota-se uma diferença de 11,8 % e 49% para as direções X e Z, respectivamente. O fato reforçou a necessidade de se calcular experimentalmente a rigidez equivalente do atuador já que os valores encontrados para direção Z são 49% maiores que o valor real.

5.3. Ajuste do modelo de elementos finitos.

Os valores encontrados experimentalmente para a rigidez equivalente são somados à rigidez das hastes que suportam o disco, como mostra a equação (5.5). Tal valor representa a rigidez do mancal ativo, mancal do lado do acoplamento. Para ajustar o modelo de elementos finitos, resta ainda determinar os valores da rigidez do lado oposto ao acoplamento e o valor da rigidez do acoplamento. Para isto, foi obtida a curva experimental de resposta em frequência do sistema, segundo as direções X e Z, conforme mostradas nas Figs. 5.18 e 5.19. Nestes gráficos pode-se observar a primeira ressonância em 66 Hz e, a segunda, em 192 Hz para a direção X e, respectivamente, em 66 Hz e 214 Hz para a direção Z. Conhecidos os valores experimentais das frequências de ressonância do sistema e a rigidez do mancal esquerdo, buscou-se ajustar as frequências de ressonância do modelo testando diferentes conjuntos de valores para as variáveis a determinar. A Tabela 5.5 mostra os valores obtidos para cada conjunto de valores testados.

Tabela 5.5 - Frequências do modelo em função da rigidez do mancal esquerdo e do acoplamento.

Valores das variáveis de rigidez [N/m]	Frequências do modelo [Hz]			
	F _{X1}	F _{Z1}	F _{X2}	F _{Z2}
K _X =3,5*10 ⁶ , K _Z =7,0*10 ⁶ , K _{ac} =2,5*10 ⁶	65,52	66,58	194	210
K _X =3,5*10 ⁶ , K _Z =5,0*10 ⁶ , K _{ac} =1,5*10 ⁶	66,5	66,8	193,1	208,3
K _X =4,0*10 ⁶ , K _Z =3,5*10 ⁷ , K _{ac} =7,0*10 ⁵	66,9	68,5	195,9	209,6

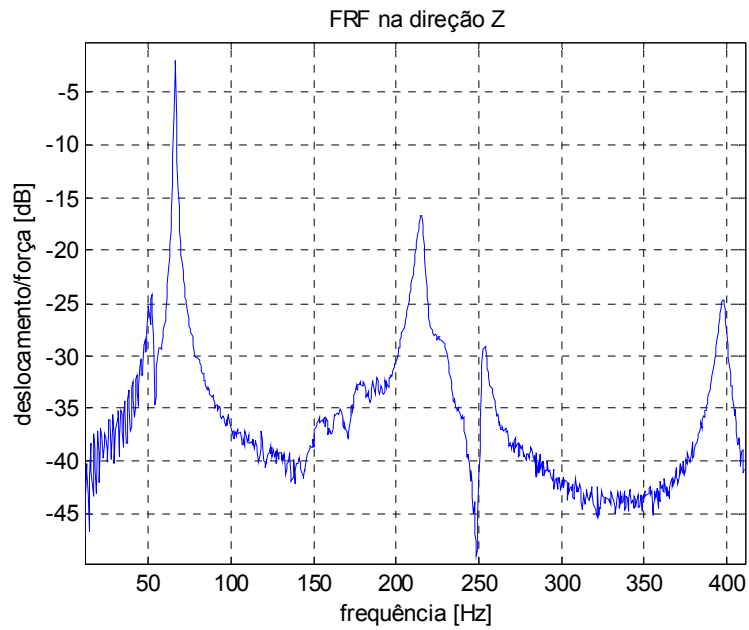


Figura 5.18 - Função de resposta em frequência do sistema para a direção X.

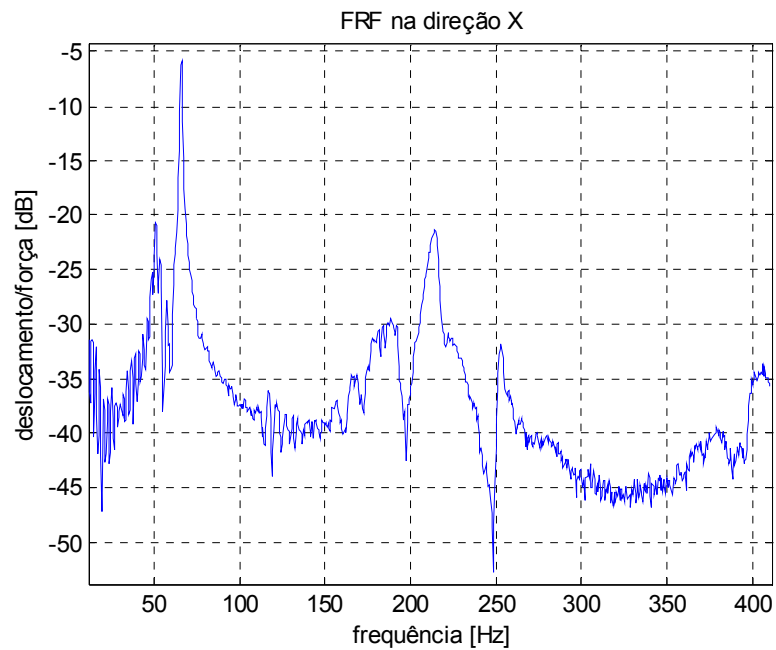


Figura 5.19 - Função de resposta em frequência do sistema para a direção Z.

Em função de seu melhor ajuste em relação à rigidez do acoplamento, escolheu-se o segundo conjunto de valores da Tab. 5.5.

CAPÍTULO VI

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Este capítulo apresenta os resultados de simulações numéricas feitas para analisar a eficiência da metodologia de controle proposta. O controlador utilizado é um Regulador Quadrático Linear que atua em conjunto com um Estimador Quadrático Linear. Deve-se lembrar que o estimador não calcula coordenadas físicas, mas, sim, com coordenadas modais, neste trabalho. Para modelar o rotor foi empregado o MEF (Método dos Elementos Finitos). A técnica de redução modal (método pseudo-modal) foi usada para reduzir o tamanho das matrizes do modelo utilizadas tanto no cálculo do ganho do controlador como no do estimador de estados. O controle foi testado para diferentes tipos de excitação.

6.1. Modelo de Elementos Finitos

A Figura 6.1 representa esquematicamente o sistema rotor-mancal usado neste trabalho. Ele é constituído por um eixo, dois discos D_1 e D_2 , e apoiado em suas extremidades em mancais de rolamento M_1 e M_2 . M_1 é um mancal formado por dois rolamentos de contato angular, montado em forma de O. O mancal M_2 é um mancal ativo que efetua o controle de vibrações no rotor. Construtivamente seu rolamento se encontra alojado dentro de um cubo de que pode ser movimentado por dois atuadores piezelétricos, posicionados perpendicularmente no plano do mancal.

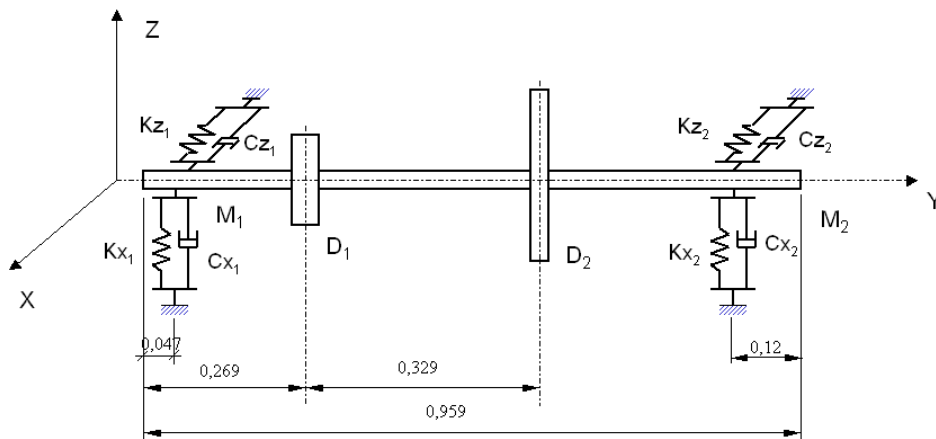


Figura 6.1 - Esquema do conjunto rotor-manciais.

A Tabela 6.1 fornece as principais características físicas do conjunto rotor-mancal.

Tabela 6.1 – Características físicas do sistema rotor-manciais.

Característica	Valor
Rotor	
Massa do eixo	9,69 [Kg]
Massa do disco D_1	2,032 [Kg]
Massa do disco D_2	10,61 [Kg]
Espessura de D_1	0,029 [m]
Espessura de D_2	0,03 [m]
Diâmetro do eixo	0,04 [m]
Manciais	
k_{x_1}	$3,5 \cdot 10^6$ [N/m]
K_{z_1}	$8,0 \cdot 10^6$ [N/m]
K_{x_2}	$8,7 \cdot 10^6$ [N/m]
K_{z_2}	$6,9 \cdot 10^6$ [N/m]
$C_{x_1}, C_{x_2}, C_{z_1}, C_{z_2}$	800 [N*s/m]

O modelo numérico do sistema descrito acima foi montado com o programa comercial ROTORINSA[®] versão 3.1. A discretização utilizada contém 43 nós, como é ilustrado pela Fig. 6.2. A força de controle é aplicada no nó 39, posição na qual se localiza o mancal ativo. Os rolamentos de contato angular, disco D_1 , disco D_2 , e acoplamento estão localizados respectivamente nos nós 4, 5, 15, 29 e 43.

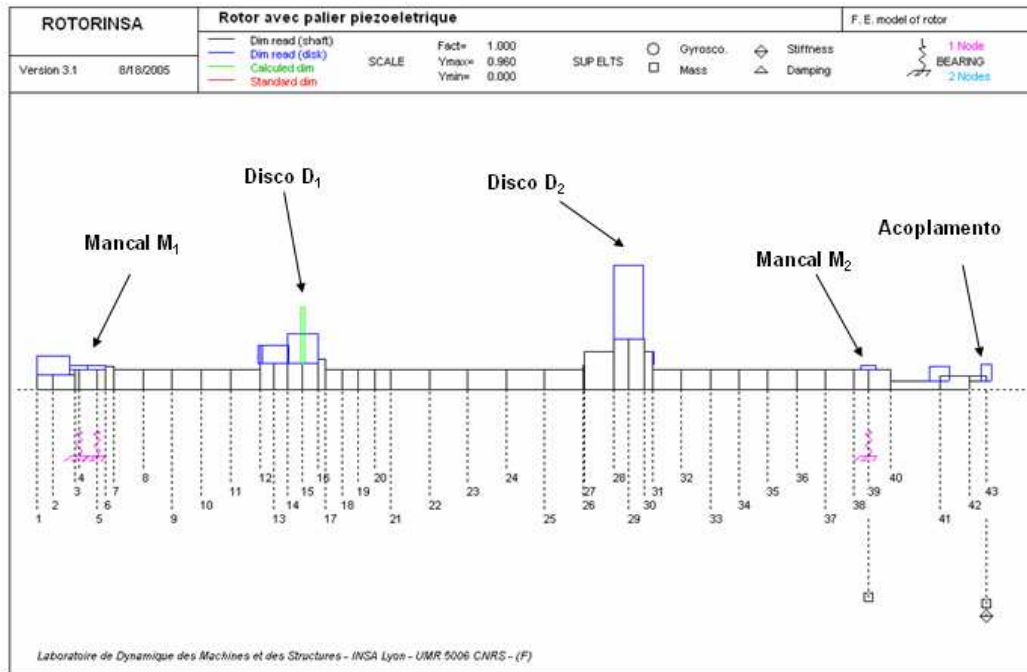


Figura 6.2 – Discretização do modelo de elementos finitos.

Para o cálculo dos deslocamentos nodais foi utilizada como base modal do modelo os oito primeiros modos do rotor do sistema não giroscópico. Já para o cálculo das matrizes de estado utilizadas para obtenção dos ganhos do controlador e do observador, foram usados apenas os 4 primeiros modos. A Figura 6.3 apresenta os modos estacionários do modelo MEF e a Fig. 6.4 apresenta o diagrama de Campbell correspondente.

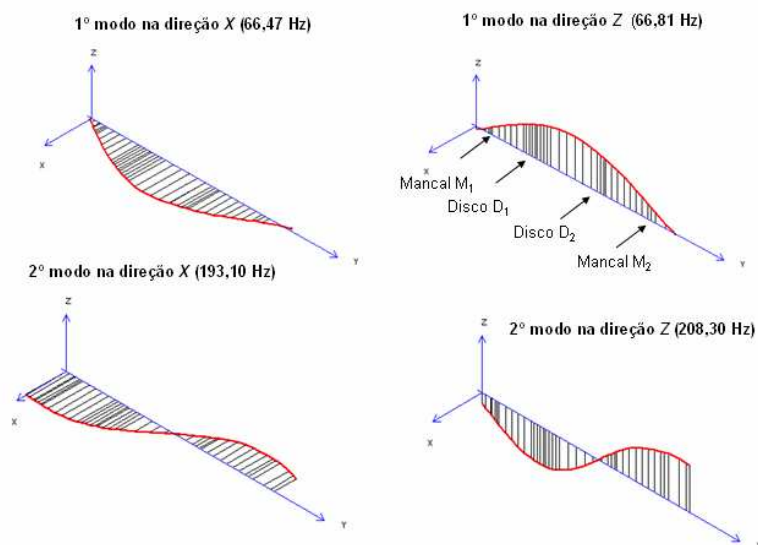


Figura 6.3 - Modos estacionários do rotor.

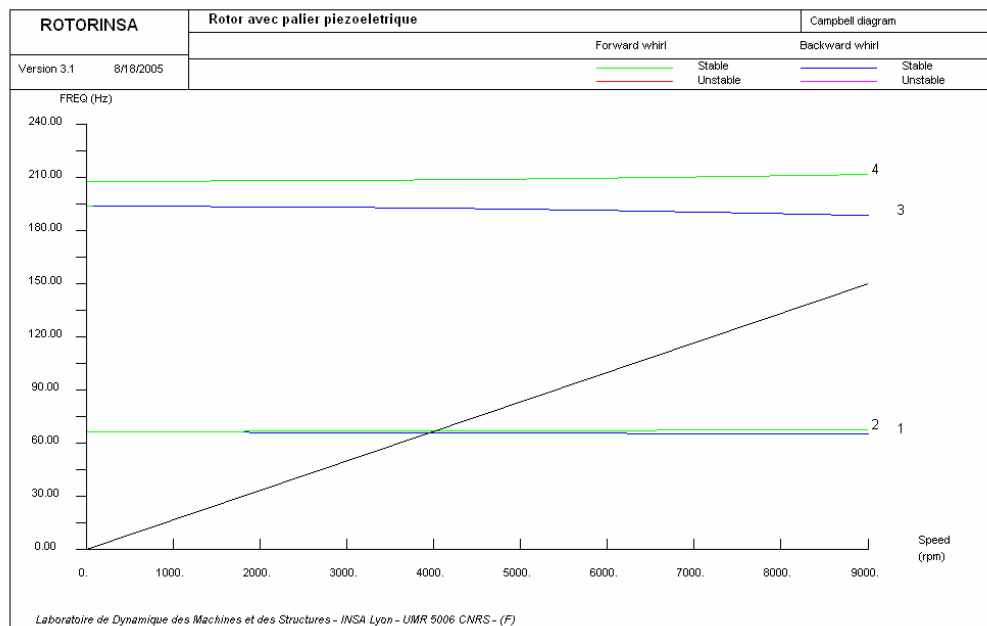


Figura 6.4 – Diagrama de Campbell do rotor.

6.2. Projeto do controlador e do estimador.

A força de controle para o controlador ótimo é calculada pela equação (4.23), ou seja, multiplicando-se o vetor de estados por uma matriz de ganho ótima. Então é fundamental que o vetor de estados modal seja reconstruído com precisão para se obter a força de controle necessária para agir sobre o sistema.

6.2.1. Projeto do estimador.

A estimação do estado é feita conforme a equação (4.43-a), calculando-se a matriz de ganho do estimado pela equação (4.52). Para se obter, computacionalmente, $[L]$ utilizou-se a função *dlqe* do Matlab®, os argumentos de entrada desta função são as matrizes A , C , Q_e e R_e . $[L]$ determina a velocidade do estimador, e seu valor é ajustado através das matrizes Q_e e R_e . O estimador de estado deve ser suficientemente rápido para que possa seguir o sinal $y(t)$. Por outro lado, ele não pode ser tão rápido a ponto de incluir os ruídos presentes no sinal no processo de estimação. Lembra-se que estes ruídos podem tornar o controle instável. Como valores iniciais das matrizes de ajuste, foram utilizadas as recomendações feitas na bibliografia, Kwakernaak e Sivan (1972). A partir daí, procurou-se ir aumentando os valores até que os estados estimados fossem capazes de acompanhar o

signal de referência. Os valores finais adotados para as matrizes de ponderação do estimador são mostrados a seguir:

$$Q_e = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \cdot 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \cdot 10^4 \end{bmatrix}, \quad R_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com estes valores foi possível obter a seguinte matriz de ganho:

$$L = \begin{bmatrix} 0,1511 & 0,0000 & 0,0385 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,1509 & 0,0000 & 0,0429 \\ -0,1354 & 0,0000 & -0,1711 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,1207 & 0,0000 & 0,2191 \\ -6,6387 & 0,0003 & -4,0892 & 0,0004 \\ 0,0002 & -8,6983 & 0,0009 & -9,2682 \\ -34,7723 & -0,0051 & 15,1158 & 0,0050 \\ -0,0010 & 54,7716 & 0,0020 & -2,5368 \end{bmatrix}$$

O desempenho do estimador usando a matriz de ganho mostrada acima pode ser visto na Fig. 6.5. Esta compara o deslocamento real e estimado, calculado no nó 33 para a direção X. Um ruído branco de média nula e covariância $2 \cdot 10^{-13}$ foi somado ao deslocamento real do sistema para testar a eficiência do estimador quanto à sua capacidade de rejeitar ruídos. Pode-se ver na Fig. 6.5 que o estimador é rápido o bastante para reconstruir o sinal de entrada. Além disso, a Fig. 6.6 mostra também que, para o ganho calculado, o estimador não observa a maioria dos ruídos presentes no sinal.

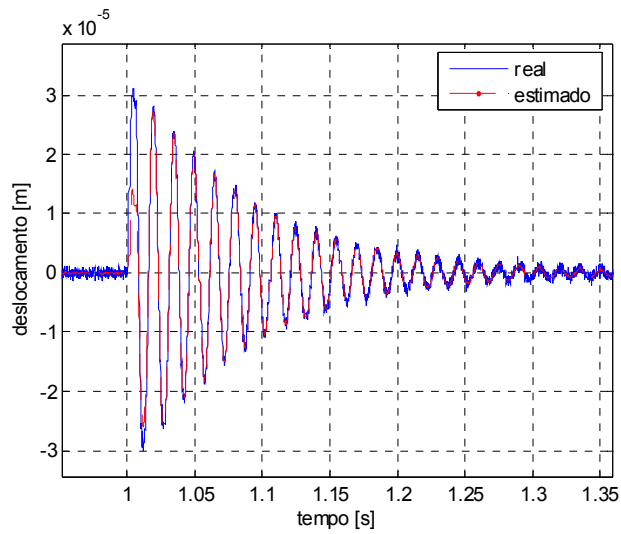


Figura 6.5 – Deslocamento no nó 33.

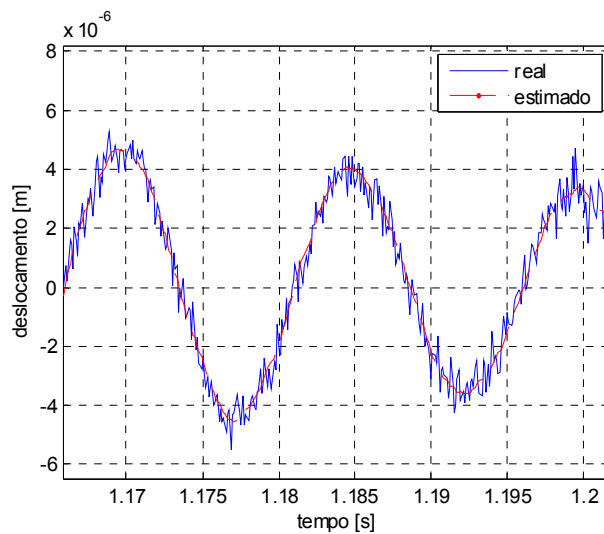


Figura 6.6 – Ampliação da Figura 6.5

6.2.2. Projeto do controlador.

Ajustado o observador de estados, iniciou-se o projeto do controlador propriamente dito. A eficiência do controlador é dada pelo valor da matriz de ganho K , o valor desta é ajustado por $[Q]$ e $[R]$, conforme a equação (4.24). Valores de $[K]$ muito pequenos tornam o controlador ineficiente, já valores muito elevados fazem com que ele consuma uma grande potência, podendo potencialmente tornar-se instável. Neste trabalho $[K]$ foi obtida

utilizando a função *dlqr* do Matlab[®], os argumentos de entrada da função são $[A]$, $[B]$, $[Q]$ e $[R]$.

Para $[Q]$ foi adotado o seguinte valor:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como $[Q]$ pondera a importância relativa de cada modo no controle, foi então, enfatizada, então, a importância dos dois primeiros modos. $[R]$ pondera a quantidade de energia que cada atuador aplicará sobre o sistema a ser controlado. A Figura 6.7 apresenta o desempenho do controle para duas situações em que o valor de $[R]$ é diferente.

$$\text{Situação 1: } [R] = \begin{bmatrix} 0,05 & 0 \\ 0 & 0,05 \end{bmatrix}$$

$$\text{Situação 2: } [R] = \begin{bmatrix} 0,002 & 0 \\ 0 & 0,002 \end{bmatrix}$$

Nota-se que o uso do controlador diminui o tempo de acomodação do sistema. O sistema sem controle oscila por 0.3s, usando o controlador gerado pela situação ele oscila por 0.12 s e com o controlador da situação 2; a vibração é atenuada em 0.05 s

Devido o motivo exposto acima, adotou-se os valores referentes à situação 2. O valor de $[K]$ para esta situação é:

$$[K] = 1 \cdot 10^3 \cdot \begin{bmatrix} -2,6320 & 0,0005 & -1,9864 & -0,0006 & 0,0623 & 0,0000 & -0,0142 & -0,0000 \\ 0,0005 & -4,4366 & -0,0005 & 3,7091 & 0,0000 & 0,0614 & -0,0000 & 0,0173 \end{bmatrix}$$

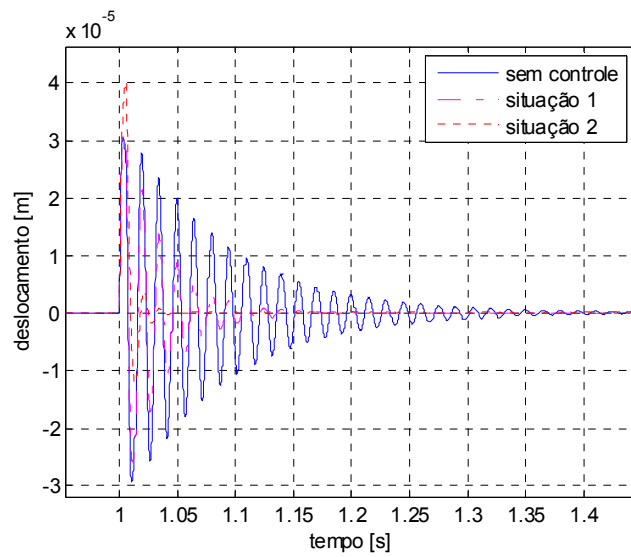


Figura 6.7 – Deslocamento no nó 33, direção X.

Um ganho integral do deslocamento no nó 43 foi somado ao controlador ótimo. O ganho integral tem o objetivo de garantir que o mancal ativo volte a posição de equilíbrio estático caso a tensão do amplificador dos PZTs saia do seu valor de equilíbrio previamente ajustado. A Figura 6.8 ilustra o esquema geral do controle.

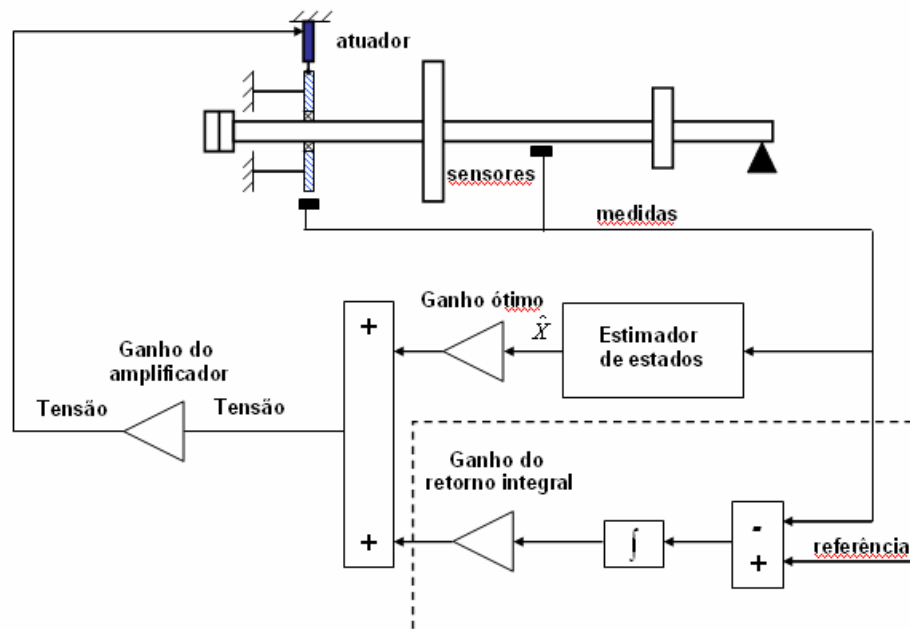


Figura 6.8 – Esquema geral do controle.

Os valores adotados para o ganho integral foram de $2,3 \cdot 10^6$ e $-3,1 \cdot 10^6$ para as direções X e Z , respectivamente. Uma perturbação tipo degrau de 2V foi aplicada no atuador horizontal, simulando-se um desajuste na tensão de equilíbrio do amplificador. Na Figura 6.9 pode-se observar a influência do uso do retorno integral, com o uso deste o mancal volta para a sua posição inicial. Sem o ganho integral a vibração do rotor é controlada pelo LQR, entretanto sua posição final é diferente da inicial, antes da força de distúrbio ser aplicada. A Figura 6.10 mostra a tensão de controle na direção excitada para o caso onde se utiliza retorno integral no circuito de controle.

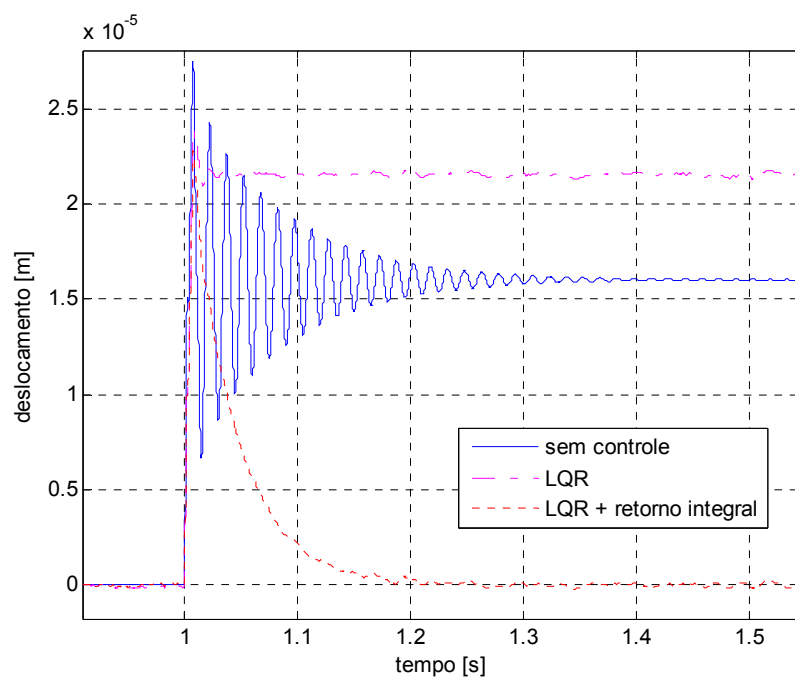


Figura 6.9 – Influência do retorno integral sobre o controle; deslocamento no nó 33, direção X.

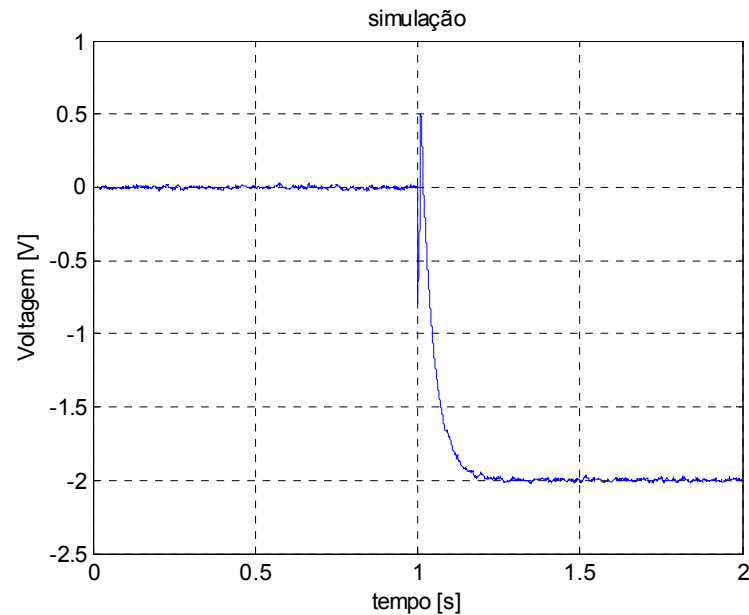


Figura 6.10 – Tensão de controle em X.

6.3. Excitação por desbalanceamento.

As excitações por desbalanceamento são as principais forças externas presentes em máquinas rotativas. Assim sendo, um dos objetivos deste trabalho é verificar a possibilidade do emprego dos atuadores piezelétricos do tipo pilha de PZTs na redução do nível de vibração devido ao desbalanceamento. As simulações foram feitas para o rotor desbalanceado operando em regime permanente e transiente, utilizando-se primeiramente um plano de controle e, depois, dois planos. O desbalanceamento usado para todos os casos a seguir foi de $5 \cdot 10^{-4}$ Kg*m situado no nó 29.

6.3.1. Uso de um plano de controle.

As características do rotor são as mesmas descritas no item 6.1 deste capítulo. O rotor opera a 6000 rpm, acima de sua primeira velocidade crítica. Escolheu-se esta velocidade porque, obviamente, um rotor não é projetado para trabalhar em condições normais próximo de suas frequências de ressonância. A matriz de ponderação do esforço de controle é aquela dada pela situação 2 do item 6.2 deste mesmo capítulo.

As Figuras 6.11 e 6.12 mostram os deslocamentos nos nós 29 e 39, respectivamente, na direção X; o controle é acionado no instante igual a 2,5 segundos. A

força de controle em X é mostrada na Fig. 6.13. Observa-se nas Fig. 6.11 e 6.12 que uso do controle não diminuí o nível de vibração, significativamente, no nó 29 e até aumentou o deslocamento do rotor no nó 39.

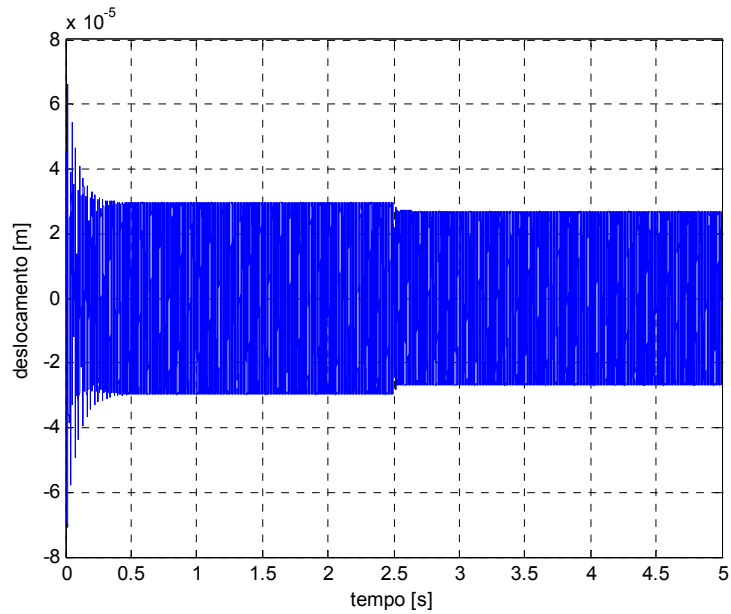


Figura 6.11 - Resposta ao desbalanceamento no nó 29, utilizando um plano de controle.

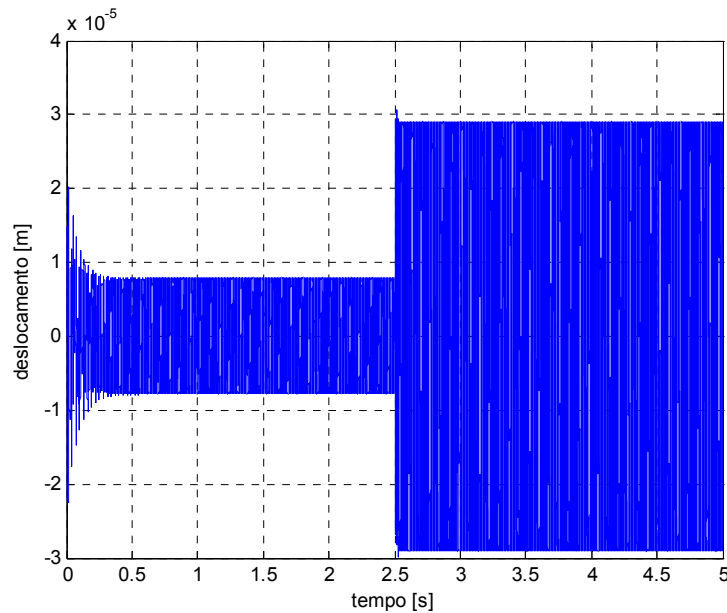


Figura 6.12 - Resposta ao desbalanceamento no nó 39, utilizando um plano de controle.

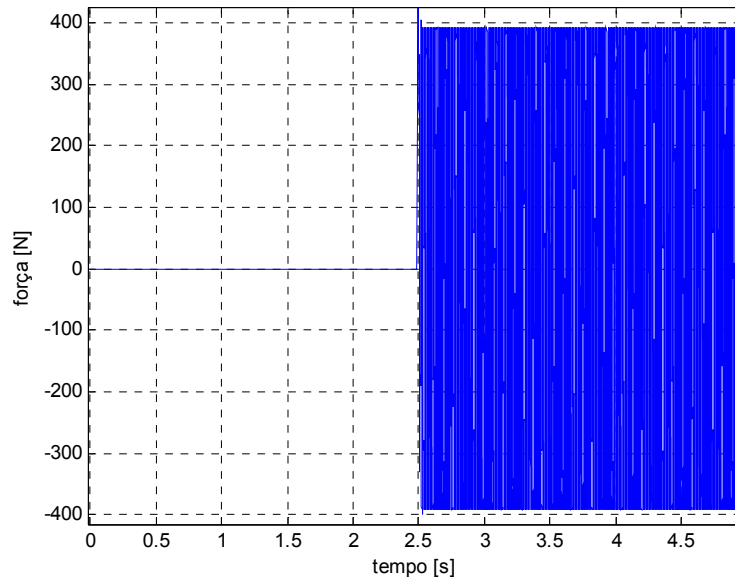


Figura 6.13 - Força de controle na direção X.

O controlador foi testado, então, para o regime transiente. O rotor foi acelerado de 0 à 15000 rpm em 30 s. Os deslocamentos na direção X são mostrados nas Figs. 6.14 e 6.15 para as posições correspondentes aos nós 29 e 39, respectivamente. A força de controle é mostrada na Fig. 6.16.

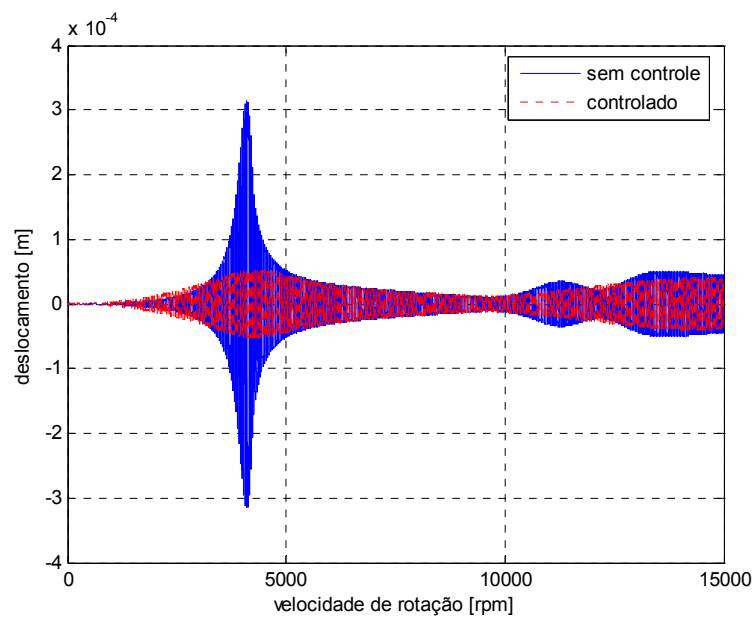


Figura 6.14 - Resposta ao desbalanceamento no nó 29, regime transiente.

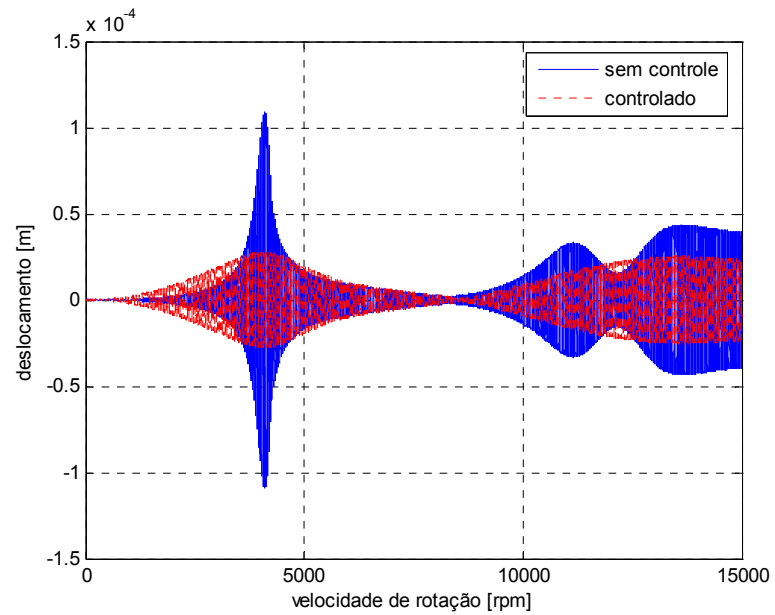


Figura 6.15 - Resposta ao desbalanceamento no nó 39, regime transiente.

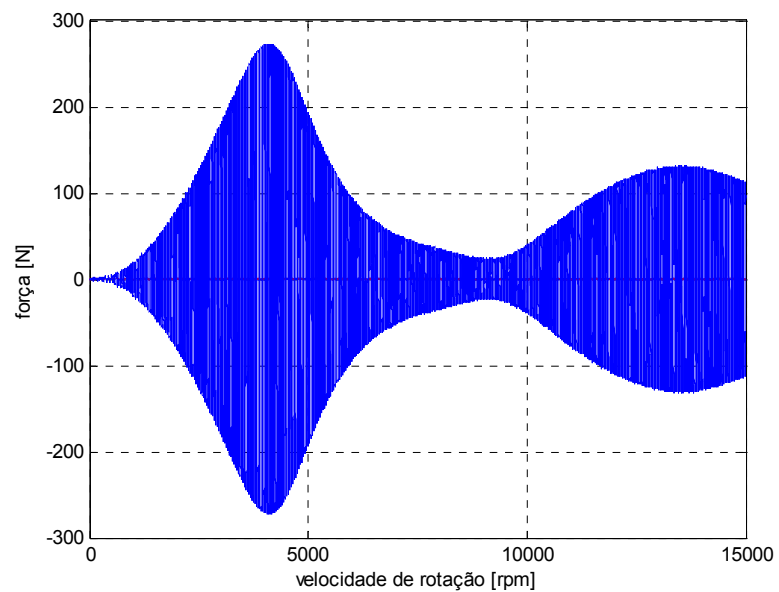


Figura 6.16 – Força de controle, regime transiente.

Com sistema operando em regime transiente, o controlador se mostrou capaz de atenuar o nível de vibração quando o rotor passava por suas velocidades críticas, com mostra as Fig. 6.14 e 6.16.

6.3.2. Uso de dois planos de controle.

Um segundo plano de controle foi acrescentado no mancal posicionado no nó 4 do modelo de elementos finitos. A rigidez equivalente deste novo mancal ativo é de $7,0 \cdot 10^6$ N/m na direção X e $7,5 \cdot 10^6$ N/m na direção Z, considerando que as características construtivas seriam as mesmas, caso este mancal viesse a ser montado. Os resultados das simulações de controle em regime permanente para uma velocidade de 6000 rpm são mostrados nas Figs. 6.17 à 6.19. A matriz de ponderação adotada para o controlador é mostrada a seguir:

$$R = \begin{bmatrix} 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,002 \end{bmatrix}$$

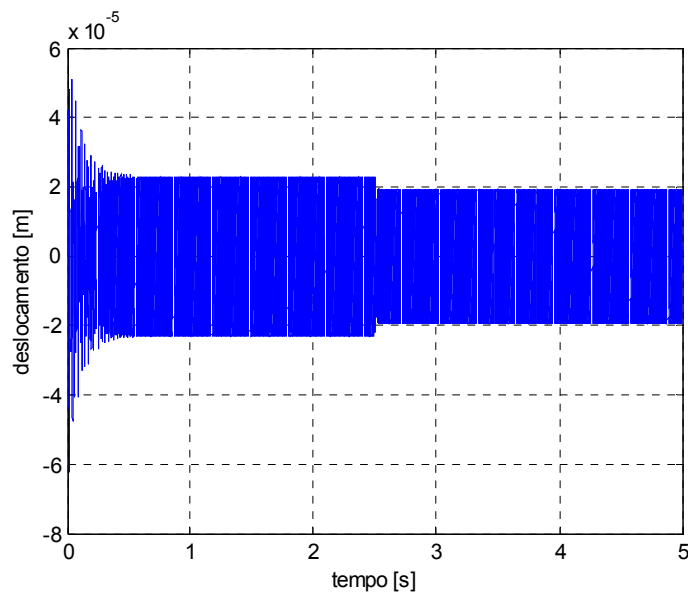


Figura 6.17 - Resposta ao desbalanceamento no nó 29 na direção X, utilizando dois planos de controle.

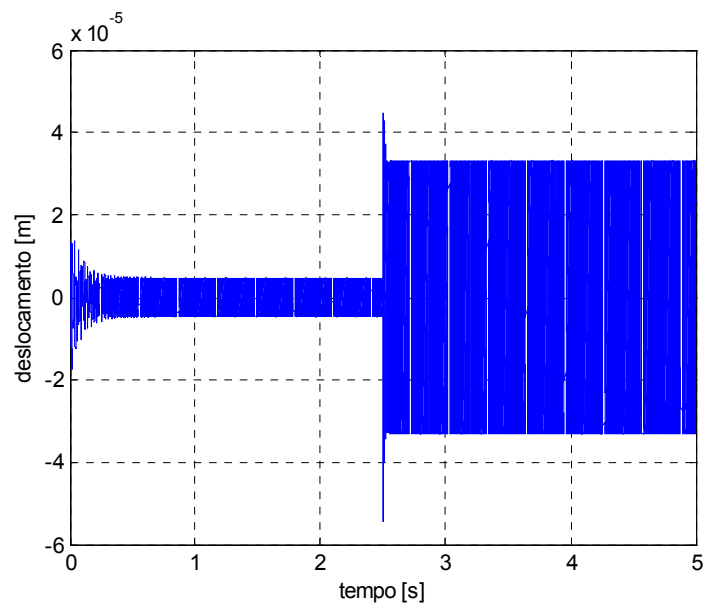


Figura 6.18 - Resposta ao desbalanceamento no nó 39 na direção X, utilizando dois planos de controle.

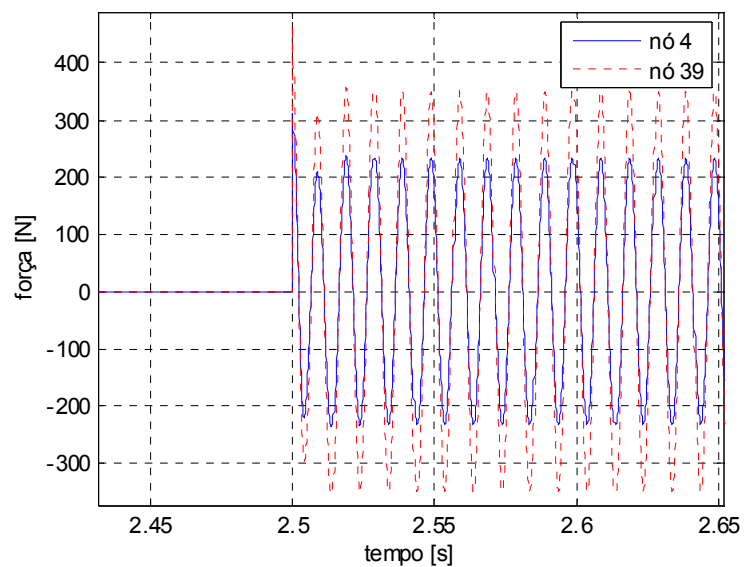


Figura 6.19 - Força de controle na direção X, utilizando dois planos de controle.

Novamente, como quando se usava apenas um plano de controle, o uso do controlador não reduz significativamente a vibração no nó 29, e causa um acréscimo nesta aumenta no nó 39.

Tendo em vista a ineficácia do controlador quando o rotor opera em regime permanente com velocidades diferentes das frequências de ressonância, testou-se então o desempenho deste para a velocidade de 3690 rpm (61,5 Hz, primeira frequência natural do rotor). As Figuras 6.20 à 6.22 mostram os resultados das simulações de controle para o rotor operando em sua primeira frequência natural.

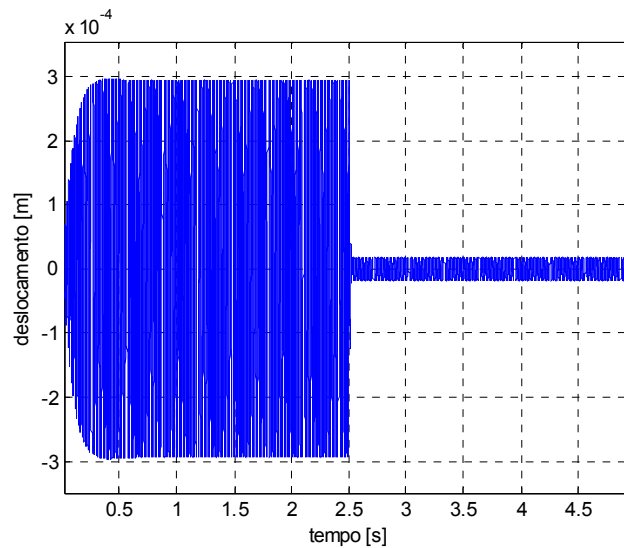


Figura 6.20 - Resposta ao desbalanceamento no nó 29 na direção X, rotor operando em sua primeira frequência natural.

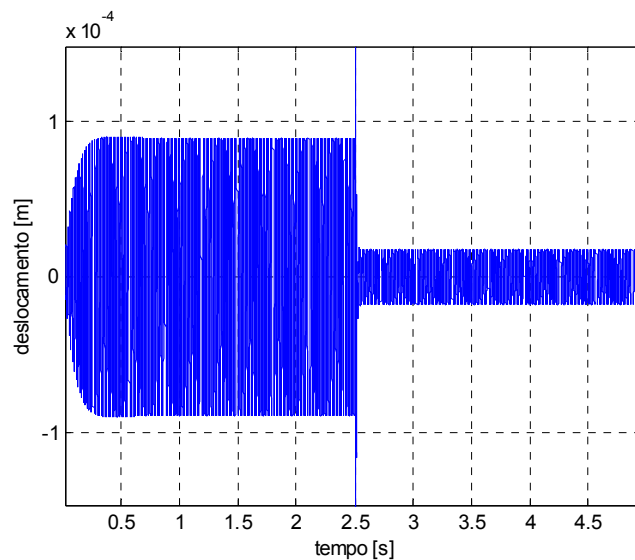


Figura 6.21 - Resposta ao desbalanceamento no nó 39 na direção X, rotor operando em sua primeira frequência natural.

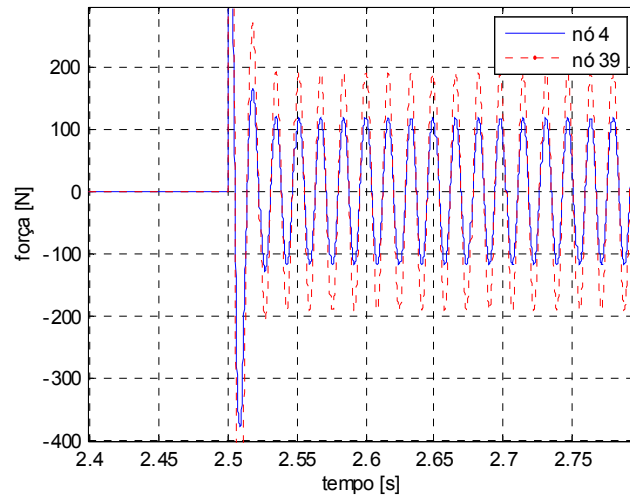


Figura 6.22 - Força de controle na direção X, rotor operando em sua primeira frequência natural.

Nota-se que nesta condição operacional, o controlador reduz de maneira significativamente a vibração do sistema no nó 29, aproximadamente 10 vezes. Para o nó 39 ele atenua a vibração em 4 vezes.

Para as simulações em regime transiente com o rotor com controlado em dois planos, ele foi também acelerado de 0 a 15000 rpm em 30 s. As Figuras 6.23, 6.24 e 6.25 ilustram os resultados obtidos para a direção X.

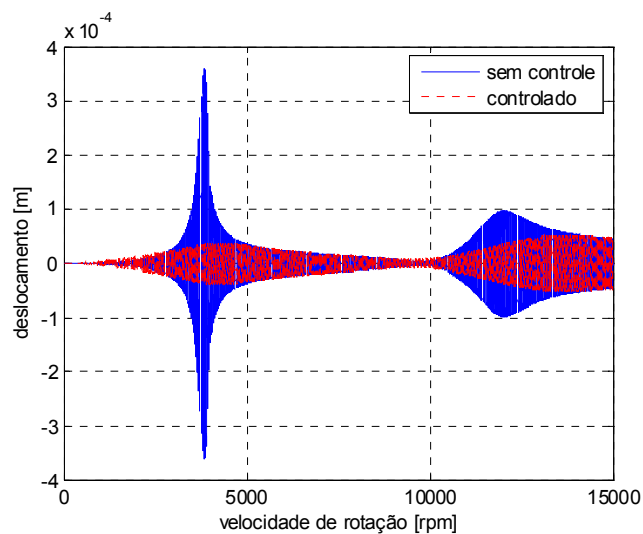


Figura 6.23 - Resposta ao desbalanceamento no nó 29 para o regime transiente, utilizando dois planos de controle.

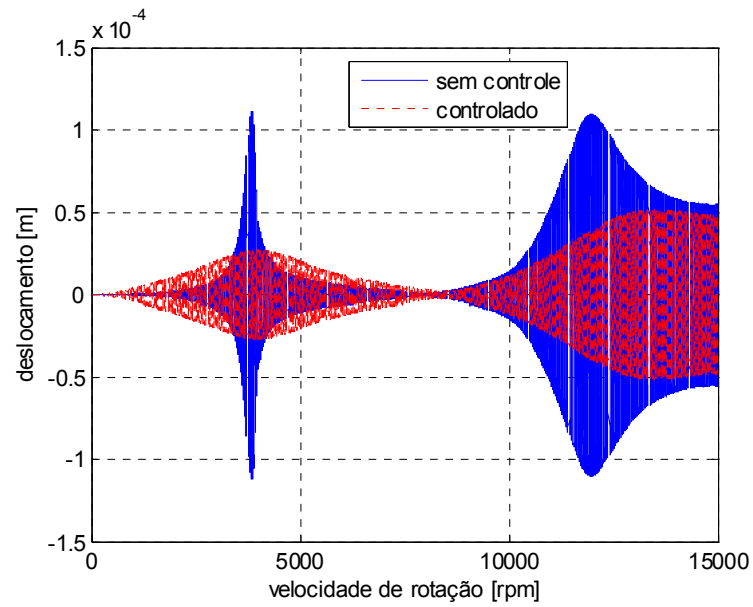


Figura 6.24 - Resposta ao desbalanceamento no nó 39 para o regime transiente, utilizando dois planos de controle.

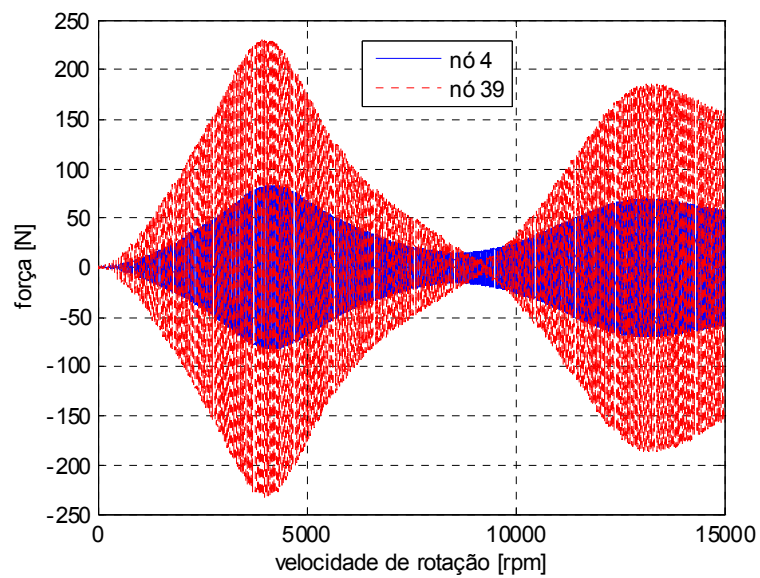


Figura 6.25 - Força de controle em regime transiente, utilizando dois planos de controle.

6.4. Análise dos resultados.

Observando as Figs. 6.7 e 6.9 verifica-se que o controle ótimo modal proposto foi eficiente para a redução de vibrações geradas por forças de natureza impulsiva. Quanto à eficiência deste controlador no que diz respeito à atenuação de vibrações causadas por desbalanceamento, verificou-se que a metodologia proposta (apresenta bom desempenho para as velocidades de rotação críticas (frequências naturais do rotor). Este fato foi observado tanto para o regime permanente como para o regime transiente.

Para o rotor operando em regime de rotação permanente a 6000 rpm, o uso do controle não conseguiu diminuir o nível de vibração significativamente no nó 29, e, além disso, fez aumentar a vibração na posição onde se situava o mancal ativo.

O uso de dois planos de controle não melhorou significativamente o desempenho do controlador quando o rotor operava a 6000 rpm. Com um plano de controle consegue uma redução de 9% no nível de vibração no nó 29 e com dois planos uma redução de 14% para o mesmo ponto. Para o regime de operação transiente pode-se observar que há uma queda maior no nível de vibração no nó 29 quando o rotor passa pela sua primeira velocidade crítica. Controlando em um plano o nível de vibração diminuí em 75%, e com dois planos diminuí em 90%. Porém, deve-se observar que o custo desta operação tem a ver com o dispêndio de uma quantidade de energia de controle maior devido o uso de um plano adicional.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos experimentos realizados para se efetuar o controle ativo de vibrações do rotor previamente descrito no capítulo 5. Os resultados experimentais são comparados com resultados de simulações para se verificar a precisão do modelo numérico usado. Os testes foram feitos para as seguintes condições de funcionamento do rotor: em repouso, rotação em regime permanente e rotação em regime transiente.

7.1. Aparato experimental.

O aparato experimental é mostrado na Fig. 7.1. Ele é constituído de rotor contendo dois atuadores piezelétricos (Physik Instrument modelo P-245.70) num dos seus mancais, um amplificador de alta tensão Physik Instrument modelo E472 com ganho constante de 100, quatro sensores de deslocamento tipo corrente de Foucault. Os sensores são da marca Vibro-meter modelo TQ 101 (instalado na posição correspondente ao nó 39 do modelo computacional) e TQ 103 (instalado na posição correspondente ao nó 22 e 33), e lêem os deslocamentos para as direções X e Z. O modelo TQ 101 possui uma sensibilidade de 8 V/mm fornecida pelo fabricante e modelo TQ 103 4V/mm. Fazendo-se uma calibração experimental foram encontradas sensibilidades de 8,1 V/mm e 4,3 V/mm, respectivamente.

Os sinais de aquisição e controle são tratados em tempo real num micro-computador conectado com uma placa Dspace, Fig. 7.2. A placa Dspace contém um processador DSP TMS320C40, uma placa de aquisição de dados DS2002 de 12 bits com tempo de conversão de 3 μ s por canal e uma placa de restituição de dados DS2101 com o mesmo tempo de conversão.

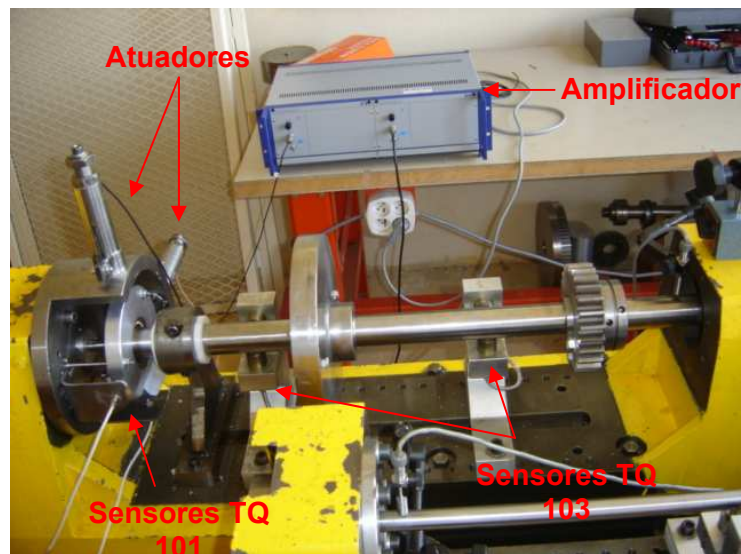


Figura 7.1 - Aparato experimental.

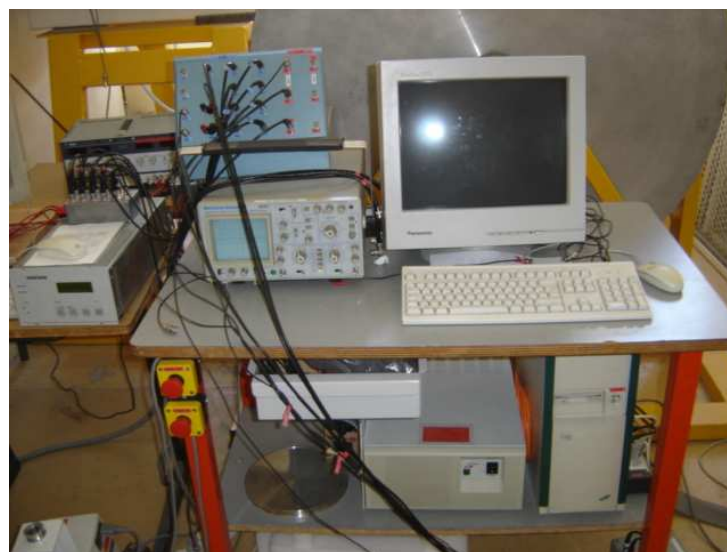


Figura 7.2 - Micro-computador e placa Dspace.

O controle foi projetado no ambiente Matlab-Simulink[®] usando-se um arquivo.mdl, como mostra a Fig. 7.3. Após a compilação deste arquivo, o arquivo executável que foi criado, é carregado dentro do programa Controldesk, Fig 7.4, dentro do qual os parâmetros do experimento e suas variáveis podiam ser manipulados. O tempo de aquisição utilizado no experimento foi de 50 μ s.

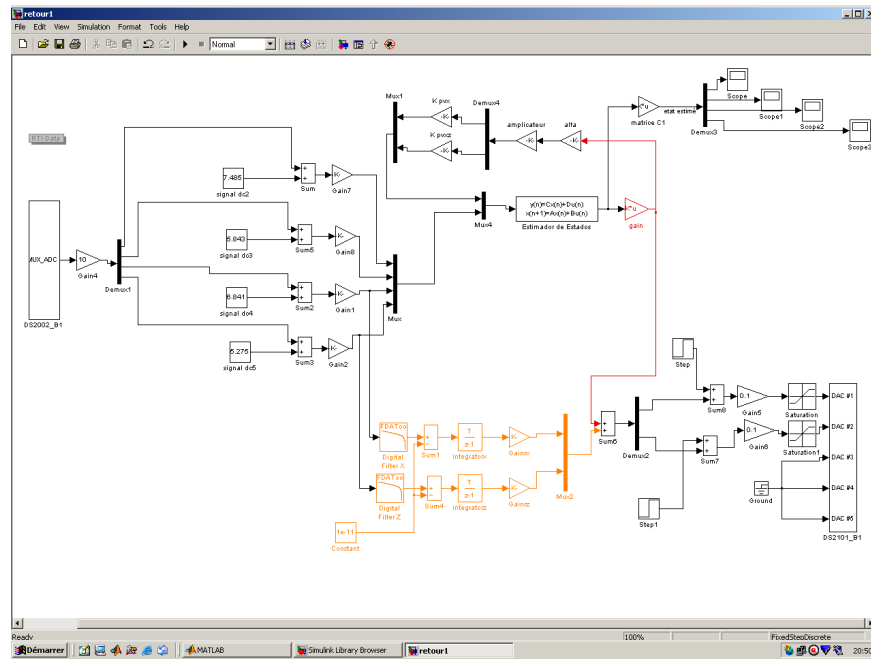


Figura 7.3 – Ambiente de trabalho do Simulink®.

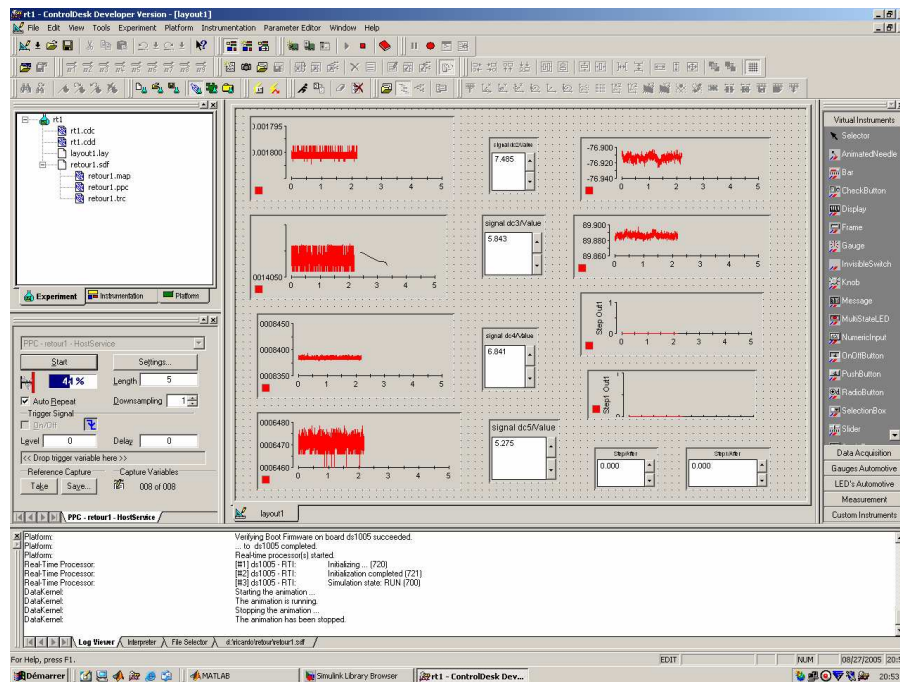


Figura 7.4 – Ambiente de trabalho do programa ControlDesk.

7.2. Resultados experimentais.

As matrizes de ponderação do estimador e do controlador usadas no ensaio experimental são as mesmas usadas nas simulações computacionais, apresentadas nos itens 6.2.1 e 6.2.2 do capítulo 6.

7.2.1. Rotor em repouso.

O rotor em repouso foi submetido primeiramente a um experimento de análise frequencial. Posteriormente, ele foi solicitado por uma força de origem impulsiva e por outra do tipo degrau.

7.2.1.1. Função de resposta em frequência do rotor.

A função de resposta em frequência (F.R.F.) do sistema foi obtida experimentalmente para se observar ação do controle sobre o sistema em toda banda de frequência compreendida entre 0 e 400 Hz. As Figuras 7.5 à 7.8 fornecem as F.R.F. do sistemas para as direções X e Z. Excitou-se o rotor com sinal de varredura senoidal e leu-se os deslocamentos na posição correspondente ao nó 22 do modelo MEF. O sinal foi adquirido e processado através de um analisador de sinais HP35670A.

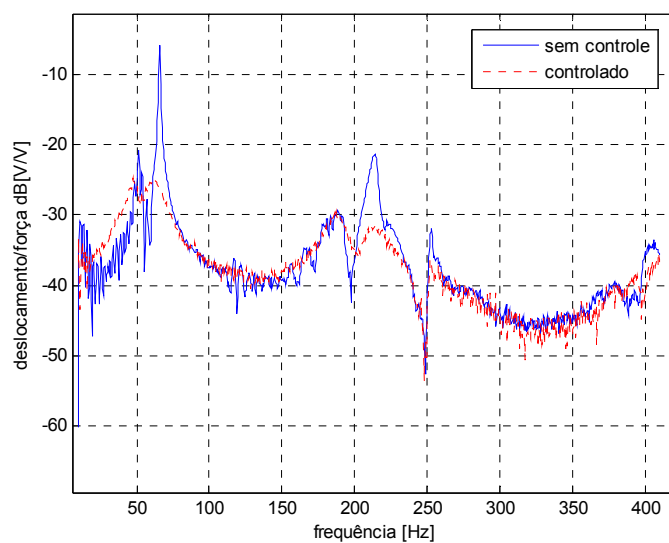


Figura 7.5 - Função de resposta em frequência para a direção X, magnitude.

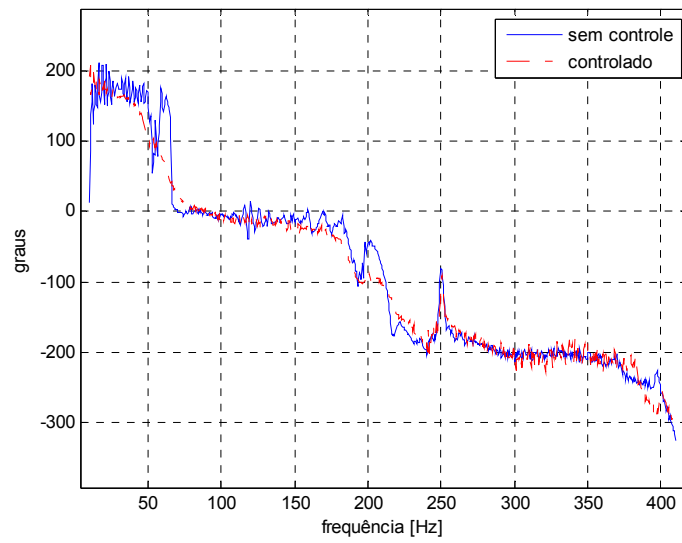


Figura 7.6 – Função de resposta em frequência para a direção X, fase.

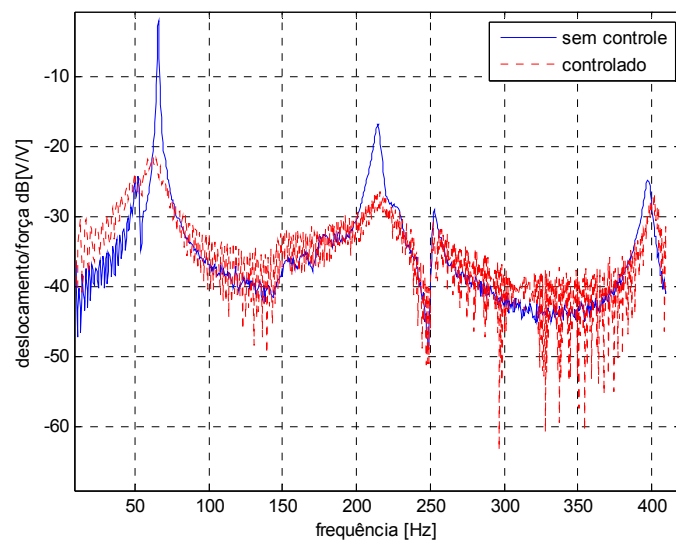


Figura 7.7 – Função de resposta em frequência para a direção Z, magnitude.

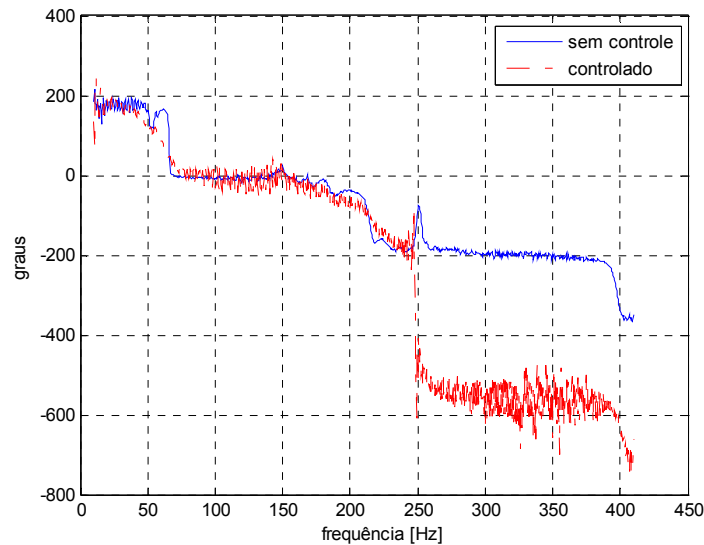


Figura 7.8 – Função de resposta em frequência para a direção X, fase.

O uso do controlador modal ótimo permitiu atenuar as vibrações nas 4 primeiras frequências naturais do rotor (2 para cada direção ortogonal), como é mostrado nas Figs. 7.5 e 7.7. Obteve-se uma atenuação de 20 dB para primeira frequência e 12 dB para segunda em cada direção.

7.2.1.2. Excitação impulsiva.

O rotor sofreu uma excitação impulsiva aplicada no disco de maior porte, localizado no nó 29, na direção vertical. O sistema foi solicitado usando-se um martelo de borracha. A Figura 7.9 mostra o deslocamento na direção Z para a posição relativa ao nó 33 e a Fig. 7.10 o deslocamento da posição relativa ao nó 39 para mesma direção. A tensão de entrada no atuador (tensão já amplificada) é mostrada na Fig. 7.11. O controle foi feito utilizando somente um controlador do tipo LQR, sem uso do retorno integral.

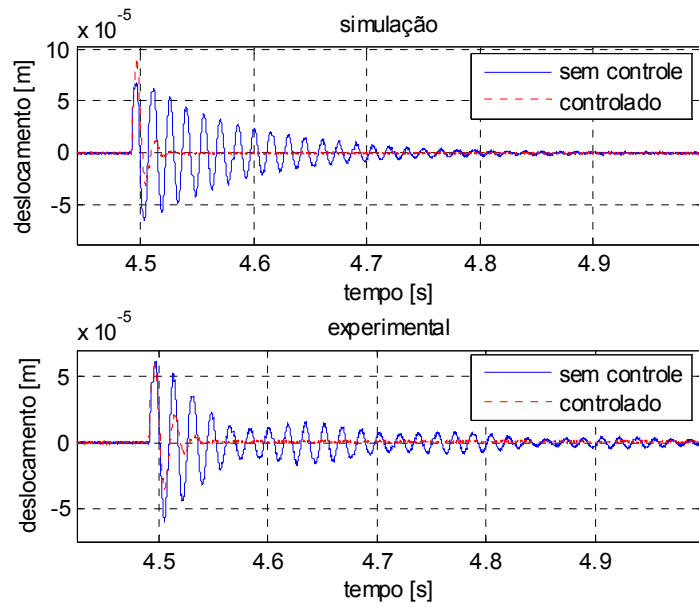


Figura 7.9 - Deslocamento no nó 33 para direção Z, rotor em repouso submetido a uma força impulsiva.

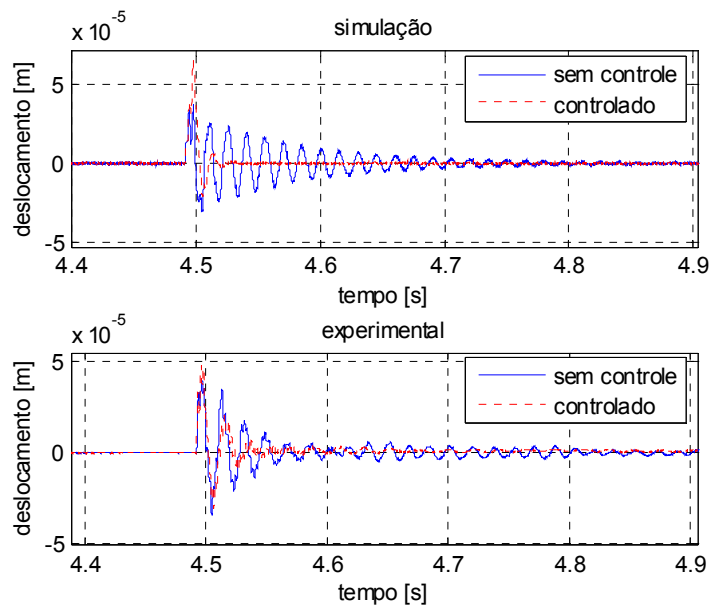


Figura 7.10 - Deslocamento no nó 39 para direção Z, rotor em repouso submetido a uma força impulsiva.

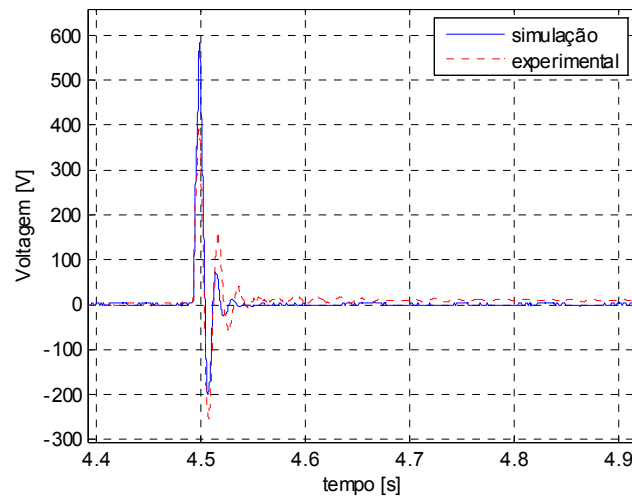


Figura 7.11 - Tensão de controle no atuador vertical, força de excitação impulsiva.

As Figuras 7.10 e 7.11 mostram que utilizando o controlador o tempo de acomodação do sistema diminui de 0,3s para 0,05s.

7.2.2. Rotor em rotação em regime permanente.

Estes experimentos foram feitos com o intuito de se verificar a estabilidade do controle, bem como sua eficiência em diminuir o nível de vibração do rotor quando este opera num regime de rotação permanente (velocidade de rotação constante). O rotor opera uma velocidade de 2000 rpm, ou seja, abaixo de sua primeira crítica. A máquina apresenta um desbalanceamento residual, que serve como fonte de excitação. Além deste tipo de excitação, já presente na máquina, foi aplicada um força de excitação impulsiva no disco de maior porte.

7.2.2.1. Excitação impulsiva.

As Figuras de 7.12 à 7.17 apresentam os resultados experimentais e de simulação obtidos, para as duas direções ortogonais.

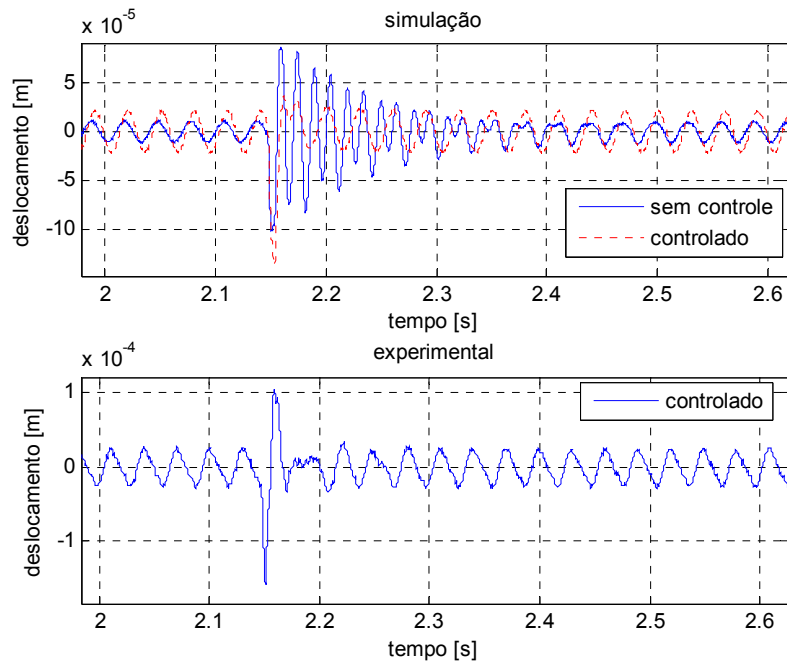


Figura 7.12 - Deslocamento no nó 33 direção X, rotor operando à 2000 rpm, excitação impulsiva.

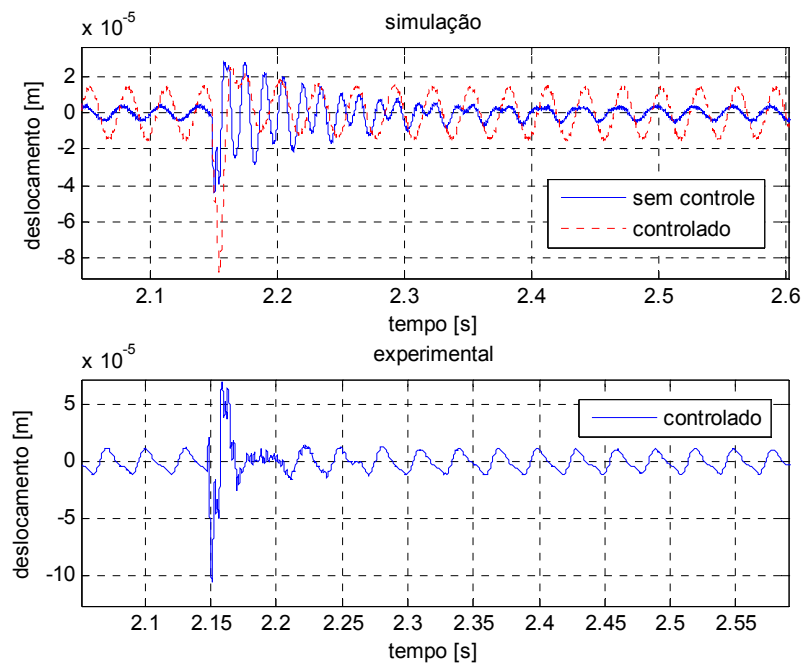


Figura 7.13 - Deslocamento no nó 39 direção X, rotor operando a 2000 rpm, excitação impulsiva.

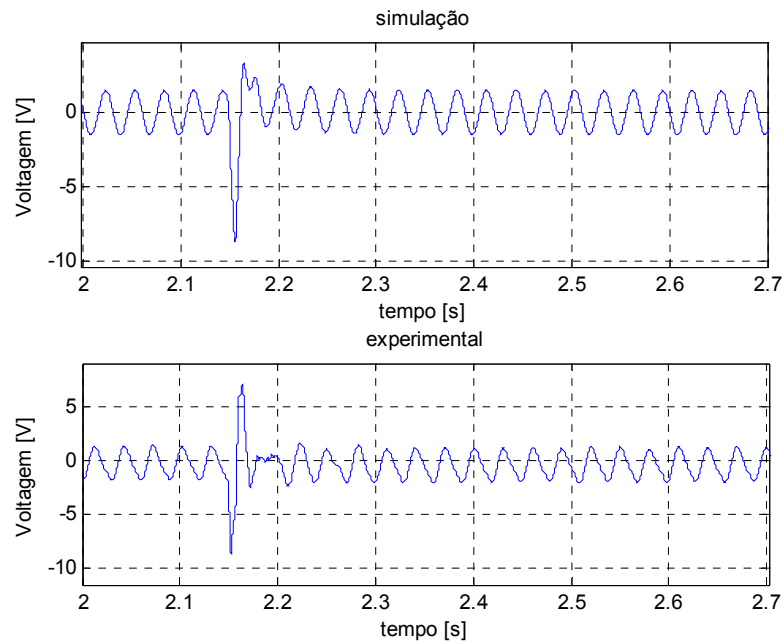


Figura 7.14 - Voltagem de controle (não amplificada) para direção X, rotor operando a 2000 rpm submetido a excitação impulsiva.

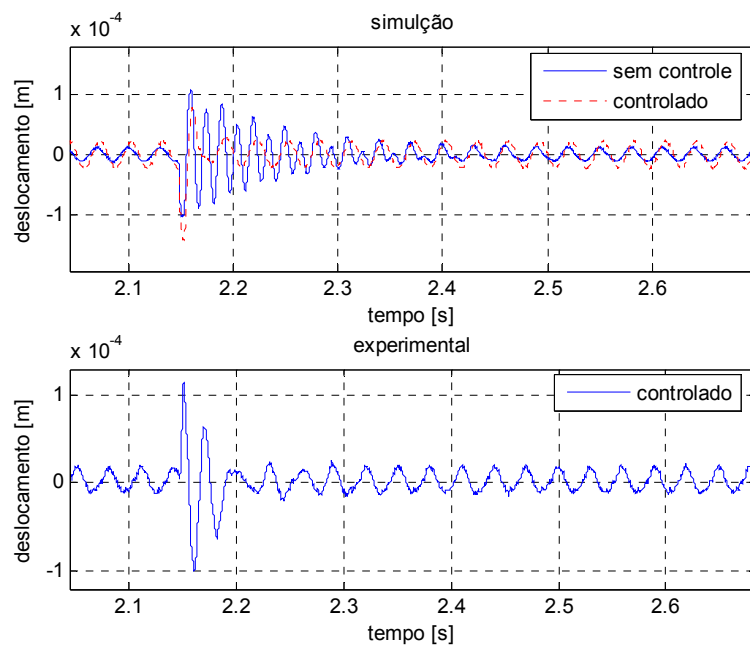


Figura 7.15 - Deslocamento no nó 33 direção Z, rotor operando a 2000 rpm, excitação impulsiva.

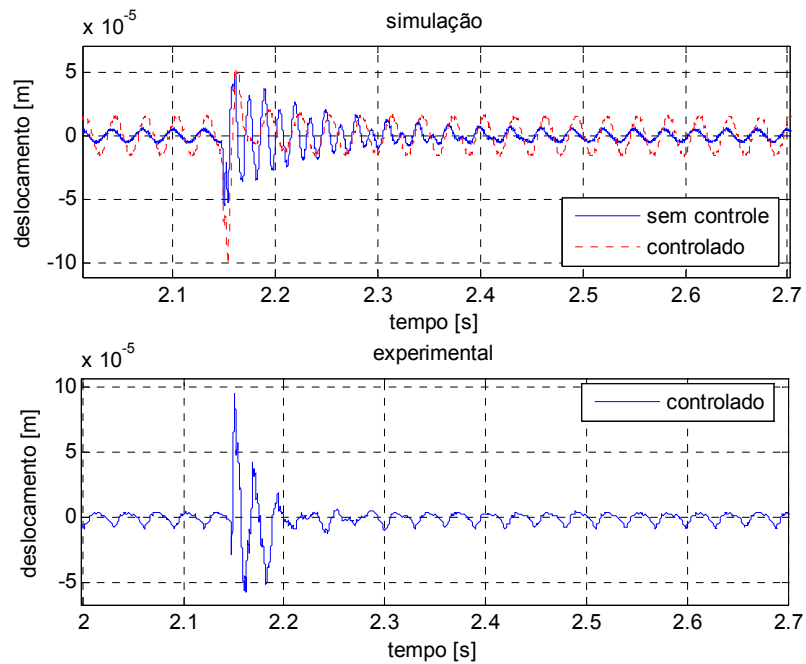


Figura 7.16 - Deslocamento no nó 39 direção Z, rotor operando a 2000 rpm, excitação impulsiva.

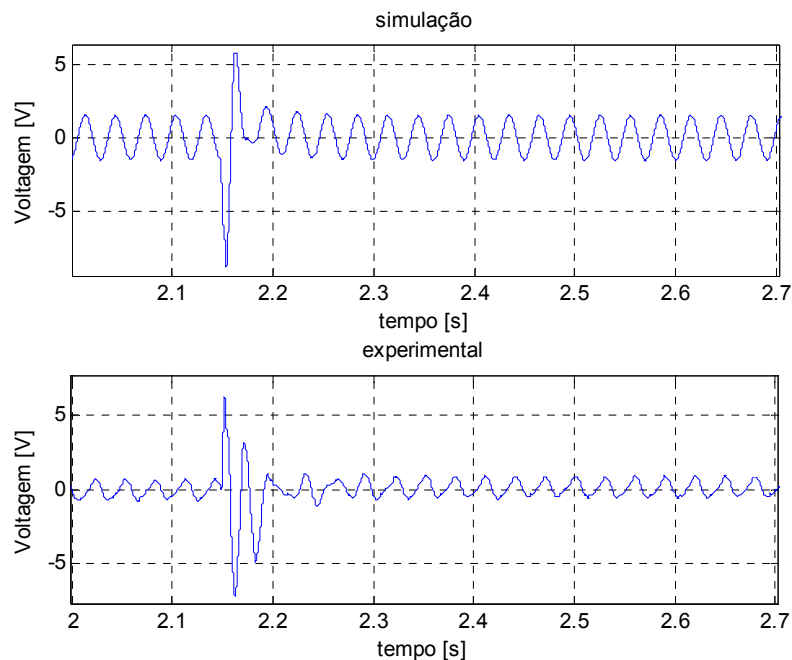


Figura 7.17 - Voltagem de controle (não amplificada) para direção Z, rotor operando a 2000 rpm submetido a excitação impulsiva.

Para o rotor funcionando em regime de rotação permanente numa velocidade diferente de suas críticas, a metodologia de controle utilizada mostrou-se eficiente em

atenuar vibrações causadas por forças impulsivas ou do tipo degrau, como pode ser visto no item 7.2.2. Entretanto ela não se mostrou eficaz para atenuar as vibrações geradas pelo desbalanceamento residual nesta velocidade. Suspeita-se que o controle modal ótimo não seja a técnica mais apropriada para eliminar vibrações oriundas de desbalanceamento para velocidades de operação diferentes das frequências naturais do rotor. Utilizando uma técnica de balanceamento conhecida método dos coeficientes de influência Manchala et al (1997) obtém bons resultados para um rotor operando em regime permanente, os autores deste trabalho usaram atuadores piezelétricos dispostos em dois planos de controle.

7.2.3. Rotor em regime de rotação transiente.

O rotor foi acelerado de 2400 a 6000 rpm em 14.28 com uma taxa de aceleração constante de 252 rpm/s. O objetivo desta etapa do trabalho é observar a atenuação da vibração devido o uso do controle ativo, quando o rotor passa por sua primeira velocidade crítica. Os resultados obtidos são mostrados a seguir nas Figs. 7.18 à 7.23.

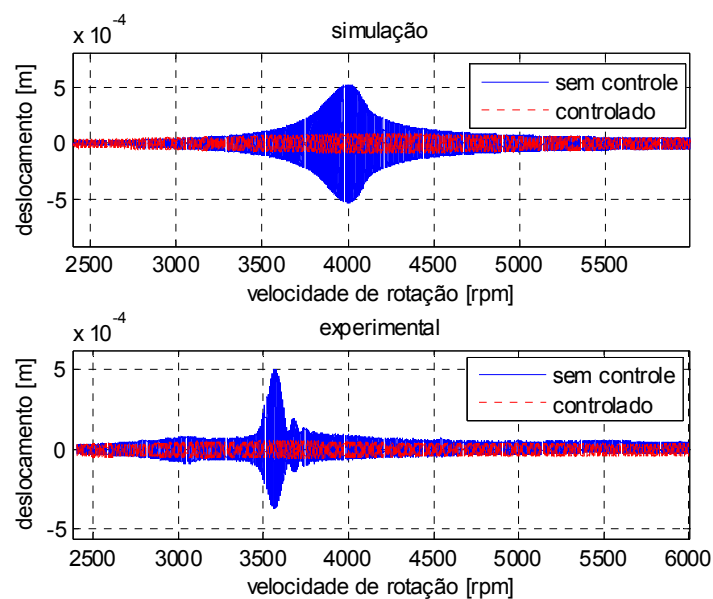


Figura 7.18 – Deslocamento no nó 33 para direção X, rotação em regime transiente.

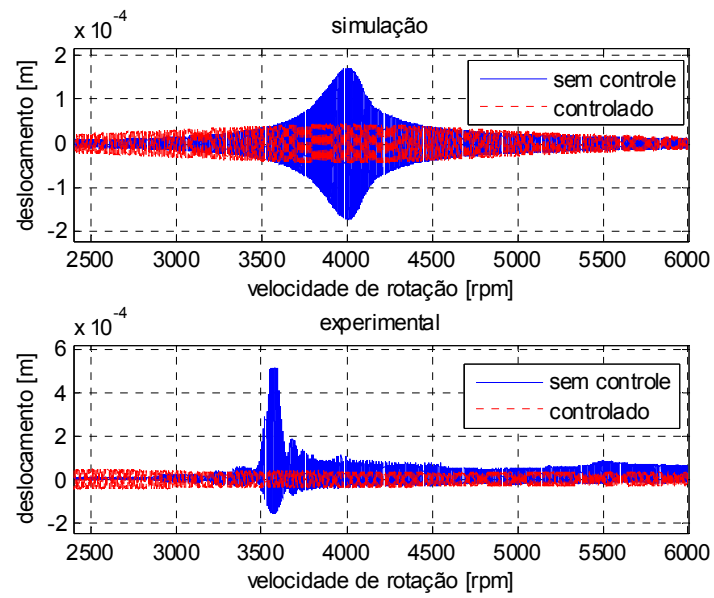


Figura 7.19 – Deslocamento no nó 39 para direção X, rotação em regime transiente.

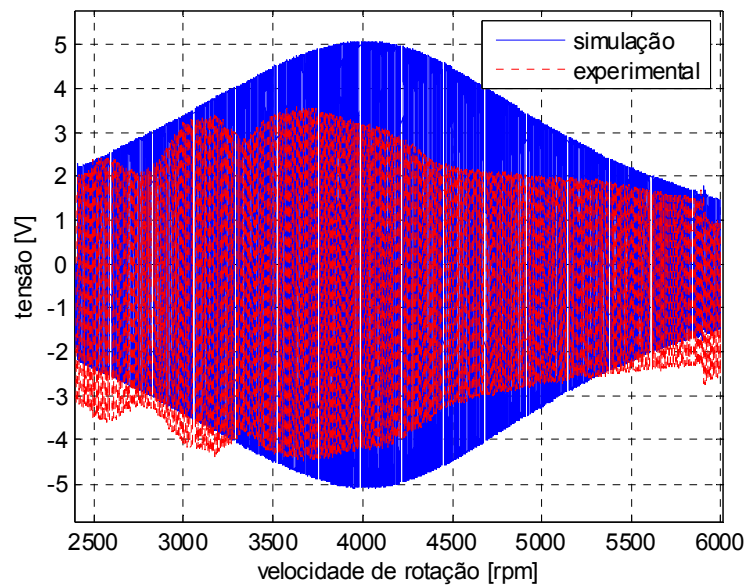


Figura 7.20 – Voltagem de controle (não amplificada) para direção X, rotação em regime transiente

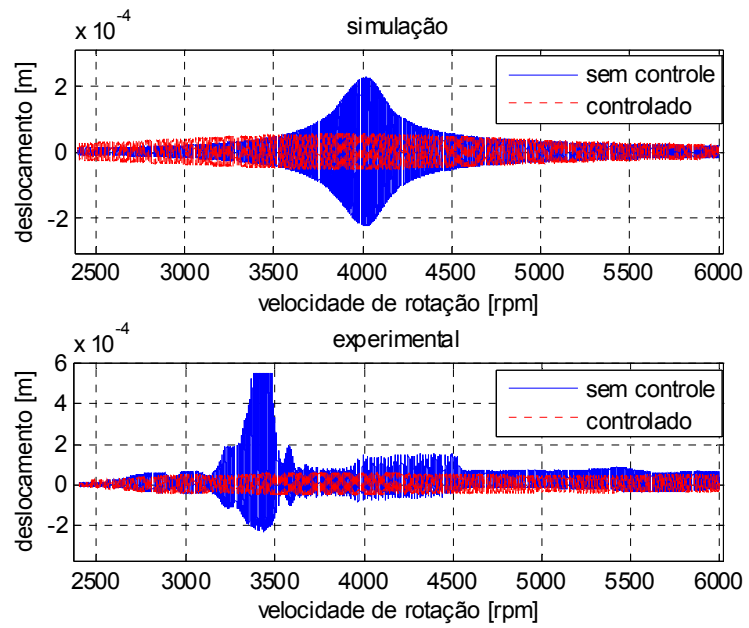


Figura 7.21 – Deslocamento no nó 3 para direção Z, rotação em regime transiente.

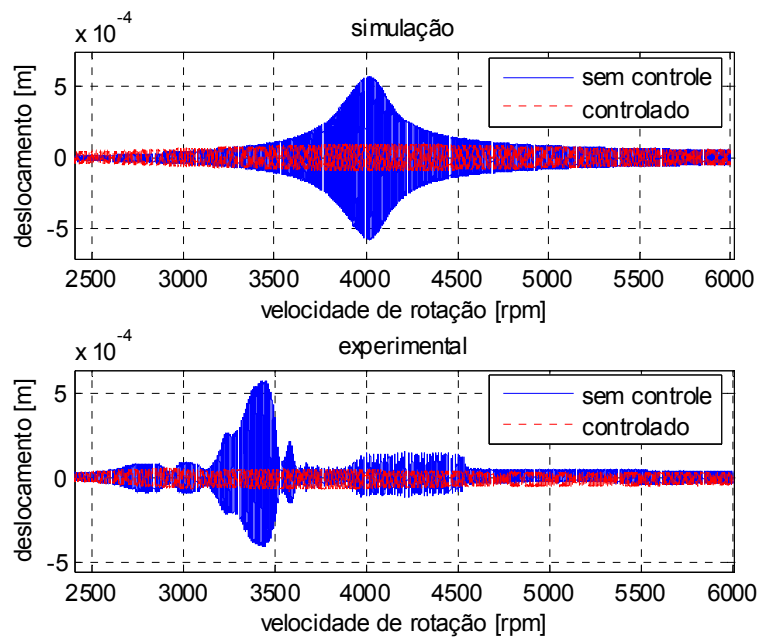


Figura 7.22 – Deslocamento no nó 39 para direção Z, rotação em regime transiente.

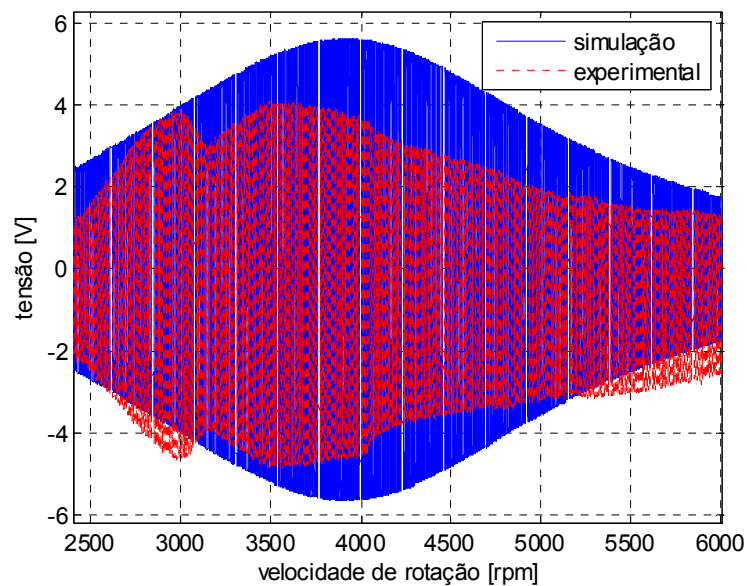


Figura 7.23 - Voltagem de controle (não amplificada) para direção Z, rotação em regime transiente.

7.3. Análise dos resultados.

O uso do controlador modal ótimo permitiu atenuar as vibrações nas 4 primeiras freqüências naturais do rotor (2 para cada direção ortogonal), como é mostrado nas figuras (7.5) e (7.6). Obteve-se uma atenuação de 20 dB para primeira freqüência e 12 dB para segunda em cada direção. O controlador reduziu o tempo de acomodação do sistema de 0,3s para 0,05s. O uso acoplado de controlador do tipo retorno integral faz com que o sistema volte rapidamente a sua posição inicial de equilíbrio, mesmo se este se encontrar em rotação.

Para o rotor funcionando em regime de rotação permanente numa velocidade diferente de suas críticas, a metodologia de controle utilizada mostrou-se eficiente em atenuar vibrações causadas por forças impulsivas ou do tipo degrau, como pode ser visto no item 7.2.2. Entretanto ela não se mostrou eficaz para atenuar as vibrações geradas pelo desbalanceamento residual nesta velocidade. Suspeita-se que o controle modal ótimo não seja a técnica mais apropriada para eliminar vibrações oriundas de desbalanceamento para velocidades de operação diferentes das freqüências naturais do rotor. Utilizando uma técnica de balanceamento conhecida método dos coeficientes de influência Manchala et al (1997) obtém bons resultados para um rotor operando em regime permanente, os autores deste trabalho usam autos piezelétricos dispostos em dois planos de controle.

O uso do controle ativo permitiu que o rotor passasse suavemente por primeira velocidade crítica. Graças ao emprego do controle ativo uma redução de 10 vezes no nível de vibração para o nó 33 e 4 vezes para o nó 39 quando o rotor para velocidade acima citada. No item referente ao regime de rotação transiente nota-se nas figuras uma diferença de aproximadamente 400 rpm (6,6 Hz) entre os resultados experimentais e de simulação, na velocidade em ocorre a primeira crítica do sistema. Isto ocorre, provavelmente, devido ao fato de que a cola que unia os atuadores ao cubo do mancal entrou em colapso no momento em que o rotor passava pela velocidade crítica (devido aos movimentos de grande amplitude). A quebra da cola fez com que os atuadores se desconectassem fisicamente do mancal, fazendo com que este perdesse rigidez, alterando assim o valor da frequência.

A aproximação dos resultados experimentais e os de simulação computacional podem ser considerados, de uma maneira geral, bastante razoável, à vista da complexidade dos sistemas analisados. Acredita-se que resultados melhores podem ser obtidos desde que se faça uma montagem mecânica mais precisa na máquina, eliminando algumas folgas existentes. Quanto ao modelo adotado, seu maior ajuste e detalhamento também devem contribuir para melhores resultados de simulação computacional.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

8.1. Conclusões.

Este trabalho tratou do controle de vibrações em rotores flexíveis. A metodologia aqui usada foi a do controle modal. O sistema foi modelado pelo Método dos Elementos Finitos. Para reduzir o tamanho das matrizes a serem manipuladas numericamente, o modelo modal do sistema foi truncado, sendo que o alvo do controle foram os 4 primeiros modos de flexão do sistema. Como controlador, usou-se um Regulador Quadrático Linear (LQR), ou seja, um controlador ótimo, sendo que, em alguns experimentos, foi usado um controle do tipo retorno integral conjuntamente com o controle ótimo. Um Estimador Quadrático Linear (LQE) foi usado para se estimar os estados modais necessários para o cálculo da força de controle. Evidentemente, isso tem a ver com a impossibilidade prática de se medir todos os estados da máquina rotativa.

O trabalho contém tanto uma parte de simulações computacionais, como outra dedicada a ensaios experimentais. Os experimentos foram feitos numa bancada de testes composta por um rotor horizontal de dois discos, apoiado em suas extremidades por mancais de rolamento. Os atuadores que aplicam o esforço de controle sobre o rotor são atuadores piezelétricos do tipo *stack* (pilha), e estes foram dispostos ortogonalmente num plano de controle localizado num dos mancais do rotor.

Quanto às adaptações da bancada experimental utilizada, foi necessário torná-la adequada para os ensaios apresentados nesta tese. Em assim sendo, sua configuração original foi alterada. Todas as medições experimentais feitas para se determinar as características da bancada após as alterações foram de suma importância para o sucesso dos ensaios de controle do rotor. A determinação da rigidez do conjunto que formava o mancal ativo (atuadores, hastes do cubo e hastes do atuador), e o ajuste posterior do MEF foi o principal objetivo desta fase. Isto porque, para se obter um cálculo preciso da força de controle, é necessário determinar a rigidez do mancal ativo, conforme descrito no capítulo 5

desta tese. As simulações computacionais e os experimentos feitos levam a concluir que uma estimativa grosseira destes valores induz a um cálculo errôneo da força de controle, o que, por sua vez, leva a erros na estimação dos estados modais. Colocando de outra forma, a identificação dos parâmetros da bancada e o conseqüente ajuste do modelo de elementos finitos se constituíram numa etapa bastante representativa da parte experimental desta tese.

Quanto ao modelo matemático utilizado, observa-se que o método dos elementos finitos, juntamente com a técnica de redução do modelo (método pseudo-modal) funcionaram de forma plenamente satisfatória, não requerendo grande esforço computacional garantindo uma representação confiável do sistema rotativo estudado. O controlador usado, LQR, produziu bons resultados, estes comprovados tanto no âmbito das simulações computacionais, como nos ensaios experimentais. Salienta-se que o LQR mostrou-se adequado ao uso do método de controle modal e a rotina computacional correspondente já encontra implementada na maioria dos programas comerciais normalmente utilizados na área de controle. O estimador de estados escolhido, o LQE, garantiu a estimação segura dos estados modais do rotor. Tanto o LQE como o LQR, apresentaram a grande vantagem de serem compatíveis com a técnica de controle modal e permitirem fácil implementação computacional.

Após o ajuste do modelo, passou-se à fase experimental relativa ao controle do sistema, iniciando por testar a performance da metodologia para diversas formas de excitação e diferentes condições de operação do rotor. O teste de análise no domínio da frequência (realizado com o rotor em repouso) fornece uma boa perspectiva do sucesso da metodologia, uma vez que o controle atenua as vibrações associadas aos quatro primeiros modos do sistema. Os experimentos feitos aplicando-se esforços impulsivos e do tipo degrau mostram que o controle reduz o tempo de atenuação do sistema em seis vezes (de 0,3 s para 0,05 s). Forças do tipo degrau foram aplicadas no rotor para se mostrar a eficácia do retorno integral no sentido de trazer o mancal novamente à sua posição de equilíbrio.

O controle se mostrou estável para o rotor operando em rotação constante. Quando os esforços foram aplicados, o controle foi capaz de fazer amortecer rapidamente as vibrações transientes oriundas destes esforços. Entretanto, o controle não se mostrou eficiente para atenuar vibrações causadas pelo desbalanceamento residual existente no rotor, quando este operava na velocidade de 2000 rpm. Isso pode ser evidenciado tanto nas simulações, como nos experimentos, sendo possível observar que o uso do controle nesta situação aumentou o nível das vibrações causadas pelo desbalanceamento. As simulações feitas mostraram que o uso de dois planos de controle não melhorou os resultados obtidos para este caso.

Os resultados obtidos para o rotor operando em regime transiente mostram que a metodologia apresenta boa performance quando a máquina opera numa rotação próxima de uma de suas frequências naturais. Consegue-se uma atenuação no nível de vibração de 10 vezes num dos pontos de medida, o que é considerado bastante significativo. O uso dos atuadores piezelétricos permitiu que o rotor passasse por sua primeira velocidade crítica de forma suave, resultado que contém forte apelo tecnológico. Portanto, este ensaio mostra uma das grandes potencialidades deste tipo de atuador, ao se considerar sua utilização em máquinas rotativas de uma forma geral, ou seja, atuadores piezelétricos podem ser usados para atenuar vibrações causadas por desbalanceamentos quando o rotor opera próximo ou passa por uma de suas velocidades críticas.

Observa-se que de uma forma geral há uma boa correspondência entre os resultados de simulação computacional os resultados experimentais. Os três tipos de condições operacionais considerados, a saber, sistema não giroscópico, sistema em regime permanente e sistema no regime transitório foram capazes de ilustrar as condições de funcionamento mais comuns dos sistemas rotativos. O funcionamento satisfatório das técnicas de controle para estas três condições representa um ponto alto desta tese.

Quanto ao número e posição dos atuadores, ficou demonstrado que apenas um plano ativo (localizado no mancal esquerdo da máquina) com dois atuadores piezelétricos ortogonalmente montados foram suficientes para atenuar as vibrações do rotor nas três condições de funcionamento acima mencionadas. Este é também um resultado da maior relevância, tendo em vista possíveis aplicações tecnológicas da metodologia desenvolvida, uma vez que alia simplicidade com eficiência.

De uma forma geral, o autor considera os resultados obtidos através deste trabalho bastante significativos. Embora as cerâmicas piezelétricas já venham sendo usadas há duas décadas no controle de estruturas mecânicas, muito pouco se encontra na bibliografia sobre seu uso no controle de vibrações de rotores. Os resultados obtidos aqui demonstram, portanto, o grande potencial de uso deste tipo de atuador em máquinas rotativas. Os atuadores piezelétricos do tipo pilha são fáceis de serem integrados ao sistema que se pretender controlar, aplicam forças de controle elevadas e tem alta frequência de resposta. Tais características abrem a possibilidade concreta de aplicação industrial da metodologia aqui desenvolvida.

8.2. Sugestões para trabalhos futuros.

O autor sugere os seguintes tópicos para aqueles que possam prosseguir nesta linha de pesquisa.

- O uso de outras metodologias de controle, diferentes daquela que foi aqui explorada. Com isto poder-se-á identificar a técnica de controle mais adequada para as diversas condições estudadas e, daí, investigar a real potencialidade dos atuadores piezelétricos.
- Como este tópico é de grande aplicação prática, seria útil pesquisar a possibilidade do uso destes atuadores para controle de vibrações causadas por desbalanceamento, em velocidades de rotação diferentes da velocidade crítica. Outras técnicas de controle ou até mesmo técnicas adequadas de balanceamento podem ser empregadas para obter melhores resultados. O uso de mais de um plano de controle em conjunto com a técnica adequada pode levar a resultados ainda melhores do que aqueles que aqui foram mostrados.
- Dimensionar e especificar o tamanho e potência dos atuadores que seriam necessários para se controlar máquinas rotativas de larga utilização industrial, tais como compressores, turbinas, bombas, etc.

CAPÍTULO IX

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, G. L. C. M., **Controle Ativo de Vibrações Laterais em Rotores Flexíveis Usando Atuadores Magnéticos**, Setembro de 1998, 119 f., Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- ABREU, G. L. C. M., **Projeto Robusto H_∞ Aplicado no Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados**, Dezembro de 2003, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- ALIZADEH, A., EHMANN, C., SCHONHOFF, U., and NORDMANN, R., 2003, Active Bearing of Rotors Utilizing Robust Controlled Piezo Actuators, in PROCEEDINGS OF DETC'03, Sep. 2-6 2003, Chicago-Illinois.
- BERTHIER, P., FERRARIS, G., DER HAGOPIAN et LALANNE, M., Application d'une Méthode Pseudo-Modale à la Détermination du Comportement Dynamique des Monorotors et Multirotors Coaxiaux, in PROCEEDINGS OF 7th WORLD IFToMM CONGRESS, 1987, Pergamon Press
- BONNEAU, O., and FRÊNE, J., Non-Linear Behavior of a Flexible Shaft Partly Supported by a Squeeze Film Damper, **Wear**, Vol. 206, pp.244-250, 1997
- BURROWS, C. R., and SAHINKAYA, M. N., Vibration Control of Multi-Mode Rotor- Bearing Systems, in PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON , 1984, A 386, pp.77-94.
- CADY, W. G., **Piezoelectricity – An Introduction to the Theory and Application of electromechanical in Crystals**, Vol. 1, 2nd ed., Dover Publication, New York, 1964.
- BURROWS, C. R., SAHINKAYA, M. N. and CLEMENTS, S, Active Vibration Control of Flexible Rotors: An Experimental and Theoretical Study, in PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON, 1989, A 422, pp.123-146.
- D'AZZO, J. J., e HOUPIS, C, H., **Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares**, Editora Guanabara Dois Rios S.A., Rio de Janeiro, 1975.

- DIMARAGONAS, A. D., and KOLLIAS, A., Electro-rheological Fluid Controlled "Smart Journal Bearings, in STLE TRIBOLOGY TRANSACTIONS(35), 1992, pp. 611-618.
- DUTT, J. K., and TOI, T., Rotor Vibration Reduction with Polymeric Sectors, **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 262, pp. 769-793, 2003.
- FURST, S., and ULBRICH, H., An Active Support System for Rotors with Oil-film Bearings, in ImechE, INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATIONS IN ROTATING MACHINERY, 1984, England, pp. 61-67.
- GAUDILLER, L., and DER HAGOPIAN, J., Active Control of Flexible Structures Using a Minimum Number of Components, **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 193(3), pp. 713-741, 1996.
- GOLDFARB, M., and CELANOVIC. N., Modelling Piezoelectric Actuators for Control of Micromanipulation, in IEEE CONTROL SYSTEMS, June 1997, 17, No 3, pp. 69-79.
- GONÇALVES Jr, R. Controle Ativo de Vibração de Rotores com mancais Magnéticos: Influência da Flexibilidade dos Rotores, Março de 2006, Dissertação de Mestrado, Unesp, Ilha Solteira, SP.
- HAGEMEISTER, W., Piezoelektrisch vorgesteuertes 3/3-Wegeservoventil, **Ölhydraulik und Pneumatik**, 43, 7, pp. 538-543, 1999.
- INMAN, D. J., **Vibration With Control**, John Wiley & Sons, West Sussex, England, 2006.
- HORST, H.-G., WOLFEL, H. P., Active Vibration Control of a High Speed Rotor Using PZT Patches on the Shaft Surface, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Vol. 15, pp. 721-728, 2004.
- KALMAN, R., **Theory Optimal Control and the Calculus of Variation**, R. Bellman ed, Math. Opt. Tech., Univ. of California Press, Berkeley CA, 1963.
- KNOSPE, C. R., and TAMER, S., Experiments in Robust Control of Rotor Unbalance Response Using Magnetic Bearings, **Mechatronics**, Vol. 7, pp. 217-229, 1997.
- KWAKERNAAK, H., and SIVAN, R., **Linear Optimal Control Systems**, John Wiley & Sons, New York, 1972.
- LALANNE, M., BERTHIER, P., and DER HAGOPIAN, J., **Mechanical Vibration for Engineers**, John Wiley and Sons, Chichester, 1983
- LALANNE, M., and FERRARIS, G., **Rotordynamics Prediction in Engineering**, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, 1998.
- LIN, C.-C., and Huang, H.-N., Vibration Control of Beam-plates with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators, **Computers and Structures**, Vol. 75, No 1, pp. 239-248, 1999.
- MALHIS, M., Contrôle Actif Modal Flou des Rotors Flexibles par Plan d'Action Piezoélectrique, Dezembro de 2002, Tese de Doutorado, INSA-Lyon, Lyon, França, (em francês).

- MALHIS, M., GAUDILLER, L., and DER HAGOPIAN, J., Fuzzy Modal Control of a Flexible Rotor by Piezoelectric Actuators Arranged on a Plane, in PROCEEDINGS OF 6th INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROTOR DYNAMIC, 2002, Sydney, Australia, Vol. I pp.101-108.
- MANCHALA, D. W., PALAZZOLO, A. B., KASCAK, A. F., MONTAGUE, G. T., and BROWN, G. V., Constrained Quadratic Programming, Active Control of Rotating Mass Imbalance, **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 205, pp. 561-580, 1997.
- MEIROVITCH, L., **Dynamics and Control of Structures**, John Wiley and Sons, New York, 1992.
- MEIROVITCH, L., BARUH, H., and OZ, H., A comparison of Control Techniques for Large Flexible Structures, **Journal of Guidance and Control**, Vol. 6, pp. 302-310, 1983.
- MOHEMANI, R., Minimizing the effects of out of bandwidth modes in the truncated assumed-modes models of structures, in PROCEEDINGS OF THE AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1999, San Diego-CA, pp. 2718-2722.
- MOON, J.-D., BONG, S.-K., LEE, S.-H., Development of the Active Balancing Device for High-speed Spindle Using Influence Coefficients, **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, Vol. 46, pp. 978-987, 2005.
- MORISHITA, S., and MITSUI, J., Controllable Squeeze Film Damper "An Application of Electro-rheological Fluid", **Journal of Vibration and Acoustics**, Vol. 114, pp.354-357, 1992.
- NICOLETTI, R., and SANTOS, I, F., Vibration Reduction of Rotating Systems Using Tilting-Pad Bearings and PD Controllers, in PROCEEDINGS OF NINETH INTERNATIONAL OF DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, 2001, Florianópolis, Brazil, pp.303-308.
- NIKOLAJSEN, J., and HOQUE, M., S., An Electroviscous Damper for Rotor Application, in TRANSACTIONS OF ASME, 1999, Vol. 112, pp. 303-308.
- NORDMANN, R., AENIS, M., KNOPF, E., and STRAUßBURGER, S., Active Magnetic Bearings – A Step Towards Smart Rotating Machinery, in TRANSACTIONS OF THE 7th INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATIONS IN ROTATING MACHINERY ImechE, 2000, Nottingham – UK.
- OGATA, K., **Modern Control Engineering**, Prentice-Hall, New York, 1990
- OGATA, K., **Discrete-time Control System**, 2nd Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1995.
- PALAZZOLO, A. B., JOGANNATHAN, S., KASCAK, A. F., MONTAGUE, G. T., and KIRALY, L. J., Hybrid Active Vibration Control of Rotorbearing Systems Using Piezoelectric Actuators, **Journal of Vibration and Acoustics**, Vol. 115, pp. 111-119, 1993.

- PALAZZOLO, A. B., KASCAK, A. F., MONTAGUE, G. T., and KIRALY, L. J., Piezoelectric Pusher for Active Vibration Control of Rotating Machinery, in TRANSACTIONS OF ASME, July 1989, Vol. 111, 298-305.
- PALAZZOLO, A. B., KASCAK, A. F., MONTAGUE, G. T., and KIRALY, L. J., Hybrid Active Vibration Control of Rotorbearing Systems Using Piezoelectric Actuators, in MODAL ANALYSIS MODELLING, DIAGNOSTICS AND CONTROL - ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL, ASME, 1991, Vol. 38.
- PARK, K.-S., KOH, H.-M., and SEO, C.-W., Independent Modal Space Fuzzy Control of Earthquake-excited Structures, Engineering Structures, Vol. 115, pp. 111-119, 2003.
- RAMIREZ, W. F., **Process Control and Identification**, Academic Press, New York, 1994.
- RANKINE, W.J.M., The Centrifugal Force of Bands in Machinery, **The Engineer**, p.165, 1869.
- SANTOS, I. F., **Aktive Kippsegmentlagerung-theorie und Experiment**, 1993 Fortschritt-Berichte VDI reihe 11, Vol. 189, tese de doutorado (em alemão).
- SANTOS, I.F., Design and evaluation of two types of active tilting-pad bearings, in IUTAM SYMPOSIUM ON ACTIVE CONTROL OF VIBRATION, 1994, Bath, UK, pp. 79-87.
- SCHWEITZER, G., and LANGE, R., Characteristics of a Magnetic Rotor Bearing for Active Vibration Control, in ImechE CONFERENCE ON VIBRATION IN ROTATING MACHINERY, 1976, Cambridge - UK, Paper no. C239/76.
- SCHWEITZER, G., Magnetic Bearings as a Component of Smart Rotating Machinery, in PROCEEDINGS OF FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROTOR DYNAMIC, 1998, Darmstadt, Germany.
- STANWAY, R., and BURROWS, C. R., Active Vibration Control of a Flexible Rotor on Flexible-Mounted Journal Bearings, ASME **Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, Vol. 103, pp. 383-388, 1981
- STEFFEN Jr., V., and RADE, D. A., **Dynamic Vibration Absorber**, in Encyclopedia of Vibration, Academic Press, ISBN 0-12-227085-1, pp. 9-26, 2001.
- TZOU, H. S., Active Vibration Control of Flexible Structures Via Conserve Piezoelectricity, in PROCEEDINGS OF 20th MIDWESTERN MECHANICS CONFERENCE, DEVELOPMENTS IN MECHANICS, 1987, Vol. 14-c, pp. 1201-1206.
- TZOU, H. S., and GADRE, M., Theoretical Analysis of Multi-layered Thin Shell Coupled with Piezoelectric Shell for Distributed Vibration Control, **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 132, Issue 3, pp. 433-450, 1989.
- TZOU, H. S., and TSENG, C. I., Distributed Vibration Control and Identification of Coupled Elastic/Piezoelectric Systems: Finite Elements Formulation and Applications, **Mechanical Systems and Signal Processing**, Vol. 5, Issue 3, pp. 215-213, 1991.

- VIANA, F. A. C., SANTANA, D. C., RADE, D. A., and STEFFEN JR., V., Multilodal Passive Vibration Suppression by Using Shunted Piezoelectrics, in PROCEEDINGS OF THE 2005 INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION ON NOISE CONTROL ENGINEERING - INTERNOISE 2005, 2005, Rio de Janeiro, Brazil.
- WINSLOW, W. M., Methods and Means to Translating Electrical Impulses into Mechanical Force, US Patent 2.147.750, 1947.
- YANG, S.M. e SHEU, G.J., 2006, On the Spillover of Steady State Unbalance Response of a Rotating Shaft Under Velocity Feedback, **Journal of Vibration and Acoustics**, Vol. 128, Issue 2, pp. 143-147, 2006
- YAO, G. Z., QIU, Y., MENG, G., and FANG, T., Vibration Control of a Rotor System by disk Type Electrorheological Damper, **Journal of Sound and Vibration**, 219, pp. 175-188, 1999.
- ZHU, C., A Disk-type Magneto-rheological Damper for Rotor System Vibration Control, **Journal of Sound and Vibration**, 2004.

Anexo I

Modelagem Matemática de Rotores Flexíveis – Revisão

A1.1. Rotor em movimento transiente.

Este capítulo contém a descrição das equações do movimento para um rotor flexível modelado pelo Método dos Elementos Finitos. Foi utilizada basicamente a referência Lalanne e Ferraris (1998), onde um maior detalhamento matemático pode ser encontrado .

Os rotores flexíveis são sistemas mecânicos compostos basicamente pela combinação de elementos como discos rígidos, eixos flexíveis e mancais.

As equações do movimento para o rotor podem ser obtidas aplicando-se a equação de Lagrange, equação (A1.1), nas expressões que fornecem as energias cinética e potencial dos elementos que o compõem.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i \quad (\text{A1.1})$$

Tendo o rotor N graus de liberdade do rotor, $1 \leq i \leq N$; q_i é a i -ésima coordenada generalizada, F_i é o i -ésimo esforço generalizado, T e U são as energias cinética e potencial, respectivamente.

A1.1.1. O elemento de disco.

Um elemento de disco é assumido como sendo rígido, portanto caracteriza-se por possuir apenas energia cinética.

O disco mostrado na Fig. A1.1 pode ter seus movimentos completamente descritos utilizando-se dois sistemas de coordenadas, R_0 formado pelos eixos X, Y, Z e R_1 formado pelos eixos x, y, z que são os sistemas de coordenadas inercial e móvel, respectivamente.

O sistema de coordenadas móvel xyz está relacionado com o sistema de coordenadas fixo XYZ através do conjunto de ângulos θ , ϕ e ψ . A primeira rotação do referencial móvel é feita em torno do eixo Z , caracterizando o ângulo ψ . Então, gira-se o sistema de coordenadas de um ângulo θ em torno do novo eixo x chamado de x_1 . Por último, gira-se o referencial móvel de ϕ em torno do eixo y .

A velocidade angular instantânea no referencial xyz então é dada por:

$$\vec{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\theta} \vec{i} + \dot{\phi} \vec{j} \quad (\text{A1.2})$$

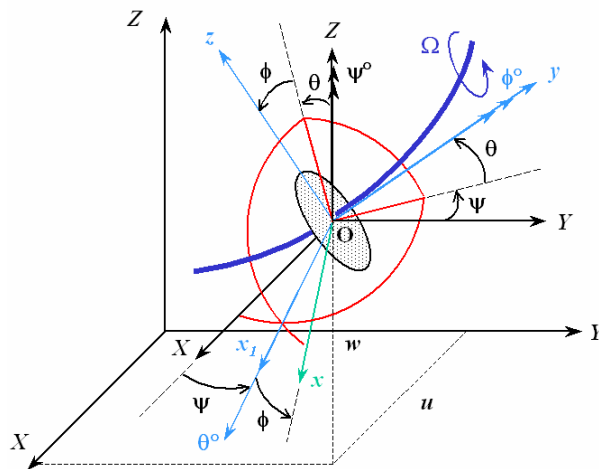


Figura A1.1 - Sistema de coordenadas.

Como a energia cinética do disco é calculada em relação ao referencial fixo R_0 , então é necessário conhecer-se a velocidade angular instantânea do disco neste referencial, que é dada pela seguinte expressão:

$$\vec{\omega}_{R_1/R_0}^{R_1} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

sendo u e w as coordenadas do centro do disco (O) no referencial R_0 , para os eixos X e Z respectivamente, e a coordenada ao longo de Y é considerada constante. A massa do disco é m_D e seu tensor de inércia em O, com as direções principais de inércia coincidindo com os eixos x, y, z é dado por:

$$I_{/O} = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

Então a energia cinética do disco é fornecida pela seguinte expressão:

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2) \quad (\text{A1.5})$$

Considera-se que o disco é simétrico ($I_{Dx} = I_{Dz}$), os ângulos θ e ψ são pequenos e que a velocidade de rotação do disco é uma função do tempo ($\dot{\phi} = \dot{\phi}(t)$). Substituindo-se a equação (A1.3) na equação (A1.5), após as simplificações adotadas tem-se uma nova expressão para a energia cinética do disco.

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\psi} \theta + \frac{1}{2} I_{Dy} \dot{\phi}^2 \quad (\text{A1.6})$$

O terceiro termo do segundo membro da equação acima representa o efeito giroscópico e o último termo desta equação é uma constante, que representa a energia de rotação do disco em torno do seu próprio eixo de rotação.

Se as coordenadas u , w , θ , ψ e ϕ são as coordenadas independentes que descrevem o movimento do centro do disco, aplicando-se a equação de Lagrange, equação (A1.1), na equação (A1.6), obtém-se as seguintes expressões:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial u} = M_D \ddot{u} \quad (\text{A1.7})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial w} = M_D \ddot{w} \quad (\text{A1.8})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \theta} = I_{Dx} \ddot{\theta} - I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\psi} \quad (\text{A1.9})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \psi} = I_{Dx} \ddot{\psi} - I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\theta} + I_{Dy} \ddot{\theta} \quad (\text{A1.10})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \phi} = I_{Dx} \ddot{\phi} - I_{Dy} \ddot{\psi} \theta + I_{Dy} \dot{\psi} \dot{\theta} \quad (\text{A1.11})$$

A equação (A1.11) fornece o torque que é necessário para acelerar o disco a uma velocidade angular $\dot{\phi}$. Como a velocidade angular do rotor já é conhecida, aqui não há necessidade de usar utilizar esta equação para determiná-la. Reunindo-se os deslocamentos considerados para o centro do disco em vetor δ .

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^T \quad (\text{A1.12})$$

Pode-se então resumir as equações (A1.7) à (A1.10) em uma única :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \delta} = M_D + \dot{\phi} G_D \dot{\delta} + \ddot{\phi} K_{DT} \delta \quad (\text{A1.13})$$

onde $[M_D]$ é a matriz de massa do disco, $[G_D]$ é a matriz giroscópica do disco e $[K_{DT}]$ é a matriz de rigidez resultante do movimento transiente .

$$M_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.14})$$

$$G_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & -I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.15})$$

$$K_{DT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.16})$$

A1.1.2. O elemento de eixo.

O eixo é uma viga de seção circular e comprimento l , que possui energia cinética e energia potencial elástica (energia de deformação).

A1.1.2.1. Energia cinética do eixo.

A energia cinética de um eixo de comprimento l , é dada por:

$$T_s = \frac{\rho I}{2} \int_0^l \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^l \{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} dy - 2\rho I \dot{\phi} \int_0^l \dot{\psi} \theta dy + \rho I L \dot{\phi}^2 \quad (\text{A1.17})$$

onde ρ é a densidade volumétrica do material, S é a área da seção transversal da viga e I é o momento de inércia de área da seção transversal da viga.

Para que se possa trabalhar com rotores que apresentem um nível mais elevado de complexidade, é desejável o uso de uma técnica numérica que possa discretizar o modelo contínuo. O método dos elementos finitos (MEF) é um dos métodos de discretização mais utilizados na engenharia e no modelo usual para o eixo de um rotor, cada elemento possui 2 nós e cada nó tem 4 graus de liberdade, sendo 2 translações (u, w) e 2 rotações (θ, ψ), conforme mostrado na Fig. A1.2.

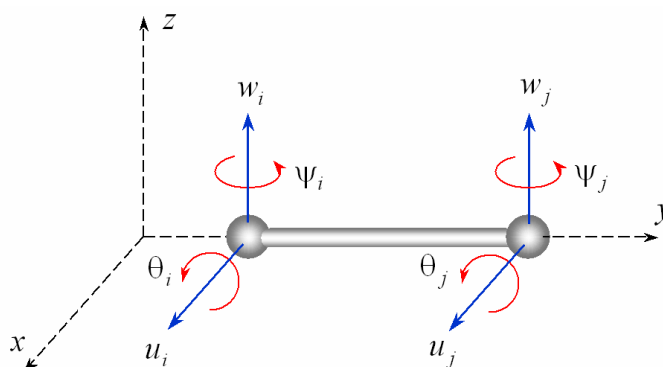


Figura A1.2 – Graus de liberdade do modelo de elementos finitos do eixo.

O vetor de deslocamento para um elemento de eixo é dado por:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (\text{A1.18})$$

que inclui os deslocamentos δu e δw correspondentes aos movimentos nas direções X e Z respectivamente, que são dados por:

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad (\text{A1.19})$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (\text{A1.20})$$

Os deslocamentos u e w podem ser aproximados por:

$$u = N_1(y)\delta u \quad (\text{A1.21})$$

e

$$w = N_2(y)\delta w \quad (\text{A1.22})$$

onde N_1 e N_2 são funções de forma expressas por equações polinomiais cúbicas, dadas por:

$$N_1 = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (\text{A1.23})$$

e

$$N_2 = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \right] \quad (\text{A1.24})$$

As rotações são dadas por:

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{A1.25})$$

e

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{A1.26})$$

Substituindo-se as derivadas das equações (A1.21), (A1.22), (A1.25) e (A1.26) na equação (A1.17), obtém-se a expressão da energia cinética para um elemento de viga de comprimento L .

$$T_s = \frac{\rho S}{2} \int_0^L [\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T N_2^T N_2 \delta \dot{w}] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{u} + \delta \dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta \dot{w} \right] +$$

$$+ \rho I_p \Omega \int_0^L \delta \dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \quad (\text{A1.27})$$

Substituindo-se as equações (A1.23), (A1.24) e suas derivadas na equação acima, tem-se:

$$T_s = \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_1 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_2 \delta \dot{w} + \frac{1}{2} \delta \dot{u}^T M_3 \delta \dot{u} + \frac{1}{2} \delta \dot{w}^T M_4 \delta \dot{w} + \Omega \delta \dot{u}^T M_5 \delta \dot{w} + \rho I L \Omega^2 \quad (\text{A1.28})$$

onde M_1 e M_2 são as matrizes de massa clássica, M_3 e M_4 são as matrizes de inércia rotatória e M_5 aparece devido ao efeito giroscópico, sendo que o último termo é uma constante que não influencia na obtenção das equações do movimento do rotor. As matrizes M_1 , M_2 , M_3 , M_4 e M_5 são dadas por:

$$M_1 = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.29})$$

$$M_2 = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156L & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.30})$$

$$M_3 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ 36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.31})$$

$$M_4 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.32})$$

$$M_5 = \frac{\rho I_p}{30L} \begin{bmatrix} -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.33})$$

Sendo que as matrizes M_1 , M_2 , M_3 , M_4 e M_5 são provenientes das seguintes integrações:

$$M_1 = \rho S \int_0^L [N_1^T N_1] dy \quad (\text{A1.34})$$

$$M_2 = \rho S \int_0^L [N_2^T N_2] dy \quad (\text{A1.35})$$

$$M_3 = \rho I \int_0^L \left[\frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \right] dy \quad (\text{A1.36})$$

$$M_4 = \rho I \int_0^L \left[\frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (\text{A1.37})$$

$$M_5 = \rho I_P \int_0^L \left[\frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \right] dy \quad (\text{A1.38})$$

Aplicando-se a equação de Lagrange na expressão da energia cinética do eixo dada pela equação (A1.28), tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_s}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_s}{\partial \delta} = (M + M_s) \ddot{\delta} + \dot{\phi} G_s \dot{\delta} + \ddot{\phi} K_{st} \delta \quad (\text{A1.39})$$

obtém-se a matriz de massa clássica, $[M]$, relacionada com $[M_1]$ e $[M_2]$, a matriz da massa secundária, $[M_s]$, relacionada com $[M_3]$ e $[M_4]$, e a matriz giroscópica, $[C]$, relacionada com $[M_5]$ e $[K_{st}]$ é a matriz de rigidez do eixo proveniente do movimento transiente:

$$M = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ -54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.40})$$

$$M_s = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.41})$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.42})$$

$$K_{st} = \frac{\rho I}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.43})$$

A1.1.2.2. Energia de deformação do eixo.

A deformação de um ponto $B(x,z)$ contido na seção transversal da viga, mostrada na Fig. A1.3, é dada por:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{A1.44})$$

A equação acima pode ser separada em uma parcela linear e outra não linear:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad (\text{A1.45})$$

Sendo que ε_l é igual aos dois primeiros termos do segundo membro da equação (A1.44) e ε_{nl} é igual aos dois últimos termos da mesma equação e corresponde à parcela não linear da equação.

A energia de deformação de uma viga submetida a uma tensão σ é dada pela seguinte expressão:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^t \sigma d\tau \quad (\text{A1.46})$$

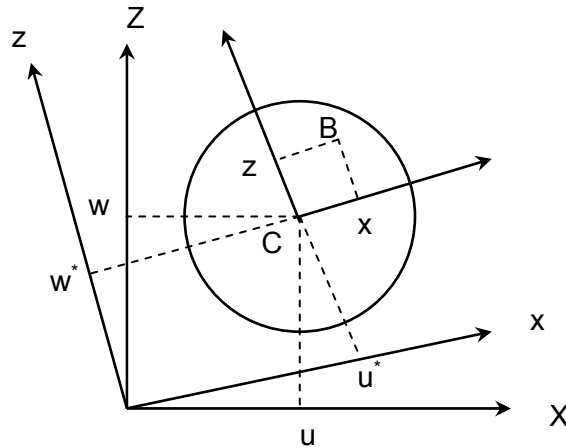


Figura A1.3 – Seção transversal do eixo.

onde “t” denota a transposição do vetor ε , σ é o vetor de esforços e τ é o volume da viga considerada. A relação entre tensão e deformação é dada por:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{A1.47})$$

Substituindo-se a equação (A1.47) na equação (A1.46) tem-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} \varepsilon^t \cdot \varepsilon d\tau \quad (\text{A1.48})$$

substituindo-se a equação (A1.45) na equação (A1.48) obtém-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_l + 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} + \varepsilon_{nl}) \quad (\text{A1.49})$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z , tem-se que:

$$\int_{\tau} \varepsilon_{nl} \varepsilon_l = 0 \quad (\text{A1.50})$$

e o terceiro termo da integral da equação (A1.49) é um termo de segunda ordem e pode ser desprezado. Considerando-se esta simplificação e substituindo-se o valor de ε_l nesta equação, tem-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (\text{A1.51})$$

Após manipulação algébrica obtém-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (\text{A1.52})$$

Devido à simetria da seção transversal do eixo em relação aos eixos x e z , a integral do terceiro termo entre colchetes na equação acima é nula. Os momentos de inércia de área em relação aos eixos x e z são dados respectivamente por:

$$I_x = \int_S z^2 ds \quad (\text{A1.53})$$

$$I_z = \int_S x^2 ds \quad (\text{A1.54})$$

Substituindo-se as equações (A1.53) e (A1.54) na equação (A1.52), esta se torna:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A1.55})$$

Se o eixo é submetido a uma força axial constante, existe uma segunda parcela para a energia de deformação do eixo dada por:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{2} (\varepsilon_l + \varepsilon_{nl}) dt \quad (A1.56)$$

devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z, a integral do primeiro termo entre parênteses na equação acima é nulo. Substituindo-se o valor de ε_{nl} na equação acima tem-se:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (A1.57)$$

A energia total de deformação do eixo U_s é dada pela soma das parcelas U_1 e U_2 :

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (A1.58)$$

As coordenadas u^* e w^* são coordenadas dependentes do tempo, mas podem ser reescritas em função de u e w como é mostrado na figura 2.3.

$$u^* = u \cos \Omega t - w \sin \Omega t \quad (A1.59)$$

$$w^* = u \sin \Omega t + w \cos \Omega t \quad (A1.60)$$

Substituindo-se as derivadas de u^* e w^* na equação (A1.58), tem-se:

$$U_s = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\cos \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\sin \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\cos \Omega t \frac{\partial u}{\partial y} - \sin \Omega t \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\sin \Omega t \frac{\partial u}{\partial y} + \cos \Omega t \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (A1.61)$$

Para eixos de seção transversal circular, $I_x = I_y = I$. Após algumas simplificações algébricas para a equação acima se tem a expressão final para a energia de deformação do eixo:

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A1.62})$$

Desprezando-se os esforços axiais ($F_0 = 0$), a equação acima é simplificada.

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A1.63})$$

Substituindo-se as derivadas das equações (A1.21) e (A1.22) na equação (A1.63), obtém-se a energia de deformação de um elemento de eixo de comprimento L escrita de acordo com o método dos elementos finitos.

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \delta w \right] dy \quad (\text{A1.64})$$

Após integrar a equação acima tem-se:

$$U_s = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w \quad (\text{A1.65})$$

onde K_1 e K_2 são matrizes dadas por:

$$K_1 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.66})$$

$$K_2 = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.67})$$

obtidas a partir da integração das seguintes equações:

$$K_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \right] dy \quad (\text{A1.68})$$

$$K_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 N_2^T}{dy^2} \frac{d^2 N_2}{dy^2} \right] dy \quad (\text{A1.69})$$

Aplicando a equação de Lagrange na expressão da energia de deformação dada pela equação (A1.65), tem-se:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K_c \delta \quad (\text{A1.70})$$

onde K_c é matriz de rigidez clássica, dada por:

$$K_c = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \\ -12 & 0 & -0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.71})$$

onde,

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (\text{A1.72})$$

e

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{A1.73})$$

a é uma variável que caracteriza o cisalhamento da seção transversal do eixo, tratando-se portanto de uma viga de Timoshenko, S_r é a área reduzida da seção transversal do elemento e G é o módulo transversal de elasticidade do material do eixo.

A1.1.3. Elemento de mancal.

O princípio do Trabalho Virtual é usado para calcular as forças que o mancal exerce sobre o eixo. Assume-se que os valores dos termos de rigidez e amortecimento são conhecidos, então o trabalho sobre o eixo é dado por:

$$\delta W = -k_{xx} u \delta u - k_{xz} w \delta u - k_{zz} w \delta w - k_{zx} u \delta w - c_{xx} \dot{u} \delta u - c_{xz} \dot{w} \delta u - c_{zz} \dot{w} \delta w - c_{zx} \dot{u} \delta w \quad (\text{A1.74})$$

ou

$$\delta W = -F_u \delta u - F_w \delta w \quad (\text{A1.75})$$

onde

$$F_u = k_{xx} u + k_{xz} w + c_{xx} \dot{u} + c_{xz} \dot{w} \quad (\text{A1.76})$$

e

$$F_w = k_{zz} w + k_{zx} u + c_{zz} \dot{w} + c_{zx} \dot{u} \quad (\text{A1.77})$$

considerando que os momentos fletores e as rotações são nulas, $F_\theta = F_\psi = 0$, pode escrever as equações (A1.76) e (A1.77) numa forma matricial.

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.78})$$

A primeira matriz é a matriz de rigidez do mancal e a segunda é a matriz de amortecimento viscoso.

A1.2. Equação do movimento

Se $q_G = \{u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2, \dots, u_n, w_n, \theta_n, \psi_n\}$ é o vetor que descreve todos os deslocamentos do rotor com n nós, então as forças e os deslocamentos deste rotor podem ser relacionados pela equação abaixo.

$$M_G \ddot{q}_G + (C_G + D_G) \dot{q}_G + K_G q_G = F_{EXCT} \quad (A1.79)$$

onde M_G é matriz de massa global do rotor obtida a partir de todos os seus elementos, C_G é a matriz giroscópica global do rotor, D_G é a matriz de amortecimento global do rotor, K_G é a matriz de rigidez global do rotor e F_{EXCT} é o vetor das forças de excitação que atuam no rotor. Este vetor das forças de excitação pode conter uma ampla gama de forças, tais como forças constantes (como a força devido a ação da gravidade), forças devido ao desbalanceamento, forças assíncronas e forças harmônicas fixas no espaço, dentre outras.

Anexo II

Piezeletricidade

O prefixo “piezo” é originário da língua grega e significa “pressão”. Certos tipos de cristais naturais ou sintéticos quando submetidos à deformação mecânica se polarizam e geram cargas elétricas em sua superfície, sendo este efeito conhecido como efeito piezelétrico direto. O princípio do fenômeno piezelétrico direto permite usar tais materiais como componentes de sensores.

Por outro lado, quando se aplica uma tensão elétrica na superfície destes materiais, eles se deformam mecanicamente, constituindo o fenômeno conhecido como efeito piezelétrico inverso. O fenômeno piezelétrico inverso permite então estes cristais como atuadores, já que, aplicando uma tensão elétrica, eles se deformam e, conseqüentemente, aplicam uma força mecânica na superfície da estrutura à qual eles estão instalados. A Figura A2.1 ilustra os fenômenos piezelétricos inverso e direto.

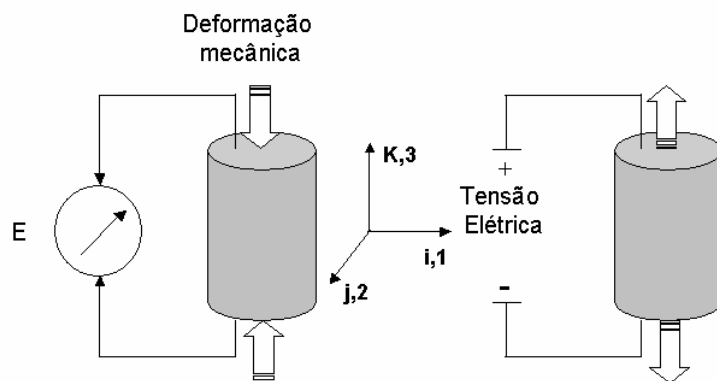


Figura A2.1 – Efeito piezelétrico.

A piezeletricidade foi observada pela primeira vez pelo mineralogista R. Hauy em 1817. A descoberta do efeito piezelétrico direto é atribuída aos irmãos Pierre e Jacques

Curie em 1880. O efeito piezoeétrico inverso é demonstrado matematicamente por Lippman, em 1881, e experimentalmente, pelos irmãos Curie.

O acoplamento entre os fenômenos mecânicos e elétricos num sistema constituído pela estrutura mecânica e pelo material piezoeétrico pode ser descrito pela equação de acoplamento piezoeétrico, equação (A2.1).

$$\begin{Bmatrix} \{S_m\}_{ijk} \\ \{D_e\}_{ijk} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_m]^E & [d]_{ijk}^T \\ [d]_{ijk} & [\epsilon]^{T_m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T_m\}_{ijk} \\ \{E\}_{ijk} \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.1})$$

onde $\{D_e\}$ representa o deslocamento elétrico ou fluxo elétrico, $\{T_m\}$ é a tensão mecânica da estrutura, $[\epsilon]^{T_m}$ é a matriz dielétrica, $[C_m]^E$ a matriz de elasticidade da estrutura, $[d]$ matriz de tensão piezoeétrica, $\{E\}$ campo elétrico e $\{S\}$ é a deformação mecânica. Os sobre-escritos E e T_m indicam que as características são dadas à campo elétrico e tensão mecânica constante, respectivamente. Os índices i, j e k caracterizam as direções em que são aplicados os esforços e lidos os deslocamentos.

A2.1. Polarização.

O fenômeno da piezeletricidade é determinado pela estrutura cristalina do material. As 32 classes diferentes de estruturas cristalinas conhecidas são divididas pelo seu número de eixos rotacionais e planos de reflexão que possuem. Destas 32 classes, 20 são estruturas cristalinas piezoeétricas que não apresentam simetria interna de carga elétrica, ou seja, contém dipolos elétricos, conforme ilustra a Fig. A2.2-b.

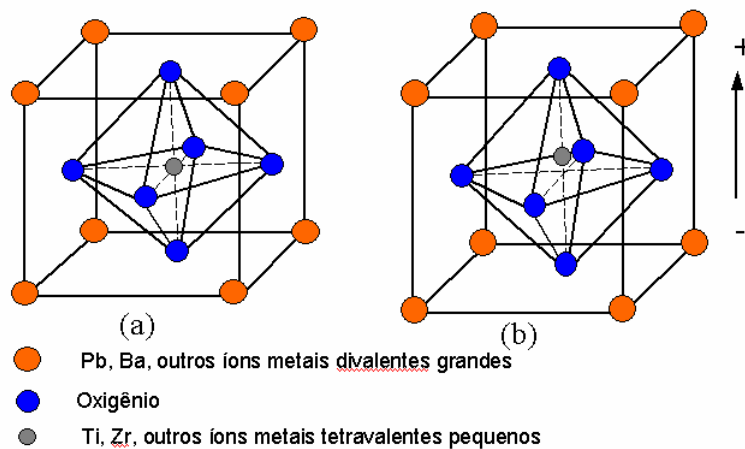


Figura A2.2 – Polarização da estrutura cristalina de um material piezoeétrico.

Uma cerâmica piezelétrica tradicional é uma massa de cristais de perovskita. Cada cristal consiste em um pequeno íon do metal tetravalente, geralmente Titânio ou Zircônio, em um látice de íons bivalentes maiores, geralmente Chumbo ou Bário, e de íons do O_2^- , Fig. A2.2. Sob as circunstâncias que conferem simetria tetragonal ou romboédrica aos cristais, resulta um momento do dipolo, Fig. A2.2-b.

Para se preparar uma cerâmica piezelétrica, pós de pequena granulometria (finos) de óxidos metálicos são misturados em proporções específicas, sendo a seguir aquecidos para formar um pó uniforme. O pó é misturado com uma pasta orgânica e a mistura é moldada na forma dos elementos que se deseja (discos, hastes, pastilhas, etc.). Os elementos são aquecidos a uma temperatura específica por um determinado tempo e durante este processo as partículas do pó de unem e o material passa a apresentar uma estrutura cristalina densa. Os elementos são refrigerados e postos em suas dimensões finais. A seguir, os elétrodos são aplicados às superfícies apropriadas.

Acima de uma temperatura crítica, o ponto do Curie, cada cristal do perovskita do material aquecido exibe uma simetria cúbica simples sem momento do dipolo (Fig. A2.2-a), o material perde suas propriedades piezelétricas e passa do estado ferroelétrico para o estado paraelétrico. Em temperaturas abaixo do ponto do Curie, entretanto, cada cristal tem a simetria tetragonal ou romboédrica e um momento do dipolo é formado (Fig. A2.2-b).

Dois dipolos vizinhos dentro do material formam regiões de alinhamento chamadas de domínios. O alinhamento dá um momento de dipolo de malha ao domínio e, assim, introduz uma polarização de malha. Entretanto, a direção de polarização entre domínios vizinhos é aleatória e, como consequência, o material não possui uma direção de polarização geral, Fig. A2.3-a. Pode-se dar uma direção de alinhamento geral ao material aplicando a este um campo elétrico intenso. Fazendo isto, os domínios se alinham paralelamente à direção do campo elétrico, Fig. A2.3-b. Mesmo quando o campo elétrico é retirado, os domínios permanecem alinhados quase na mesma direção do campo antes existente, conferindo assim uma direção geral de alinhamento ao material, Fig. A2.3-c. O material agora passa a possuir uma polarização elétrica mesmo na ausência de um campo elétrico, à semelhança dos materiais ferroelétricos.

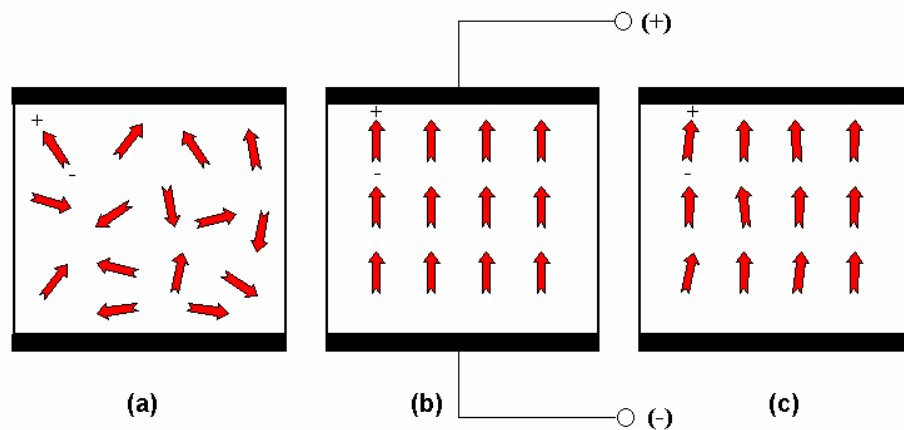


Figura A2.3 – Direção de polarização do material piezoeletrico.

A2.2. Ciclo de Histerese.

Como pôde ser observado na Fig. A2.3-c, mesmo que o campo elétrico que age sobre o material seja totalmente retirado, restará ainda uma polarização residual. Então, a polarização é uma função não linear do campo elétrico E , como mostra a Fig. A2.4. Aumentando o campo elétrico progressivamente, atinge-se a polarização de saturação do material $\pm P_s$. Quando o campo é totalmente retirado, fica ainda a polarização residual $\pm P_r$ e, para anular esta polarização, é necessário inverter o campo até um valor $\pm E_c$, conhecido como campo coercitivo.

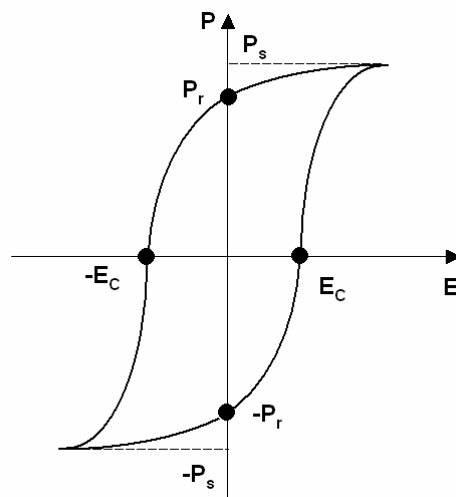


Figura A2.4 – Ciclo de histerese do material piezoeletrico.

A histerese nos materiais piezelétricos, como na maioria dos sistemas, é resultado da acumulação de energia dentro do sistema e está relacionada com as taxas de dissipação das formas de energias não conservativas presentes, Golfarb e Celanovic (1997).

A.2.3. Equações Piezelétricas.

As equações que relacionam a conversão de energia mecânica em energia elétrica e vice-versa são deduzidas a partir da equação (A2.1) e das equações básicas da estática e da eletrostática, dadas a seguir:

$$\{S\} = [C_m] \cdot \{T_m\} \quad (\text{A2.2-a})$$

$$\{T_m\} = [K_m] \cdot \{S\} \quad (\text{A2.2-b})$$

$$\{D\} = -[\varepsilon] \cdot \{-E\} \quad (\text{A2.3-a})$$

$$-\{E\} = [\beta] \cdot \{-D\} \quad (\text{A2.3-b})$$

As seguintes expressões podem ser deduzidas a partir das equações (A2.1), (A2.2) e (A2.3):

$$\{T_m\} = [K_m]^{[E]} \cdot \{S\} - [e]^T \cdot \{E\} \quad (\text{A2-4})$$

$$\{T_m\} = [K_m]^{[D]} \cdot \{S\} - [h]^T \cdot \{D_e\} \quad (\text{A2-5})$$

$$\{S\} = [C_m]^{[E]} \cdot \{T_m\} + [d]^T \cdot \{E\} \quad (\text{A2-6})$$

$$\{S\} = [C_m]^{[D]} \cdot \{T_m\} + [g]^T \cdot \{D_e\} \quad (\text{A2-7})$$

$$\{D\} = [\varepsilon]^{[S]} \cdot \{E\} + [e] \cdot \{S\} \quad (\text{A2-8})$$

$$\{D\} = [\varepsilon] \cdot \{E\} + [d] \cdot \{T_m\} \quad (\text{A2-9})$$

$$\{E\} = [\beta]^T \cdot \{D_e\} - [g] \cdot \{T_m\} \quad (\text{A2-10})$$

$$\{E\} = [\beta]^{[S]} \cdot \{D_e\} - [h] \cdot \{S\} \quad (\text{A2-11})$$

sendo que $[X]^{[Y]}$ indica que a propriedade $[X]$ é calculada ou medida quando $[Y]$ é nulo ou constante e X_{ij} refere-se à propriedade X medida em uma direção j a partir de um esforço aplicado na direção i . A tabela A2.1 mostra as unidades e dimensões das grandezas acima descritas.

A eficiência do material em converter a energia elétrica em energia mecânica e vice-versa é dada pelo seu coeficiente de acoplamento eletromecânico:

$$K_{ij}^2 = \frac{\text{Energia elétrica convertida em energia mecânica}}{\text{Energia elétrica fornecida}} \quad (\text{A2-12})$$

O valor deste coeficiente varia de acordo com a forma do material piezoeletrico e a direção de sua deformação, como é mostrado na Fig. A2-5, adaptada de Malhis (2002).

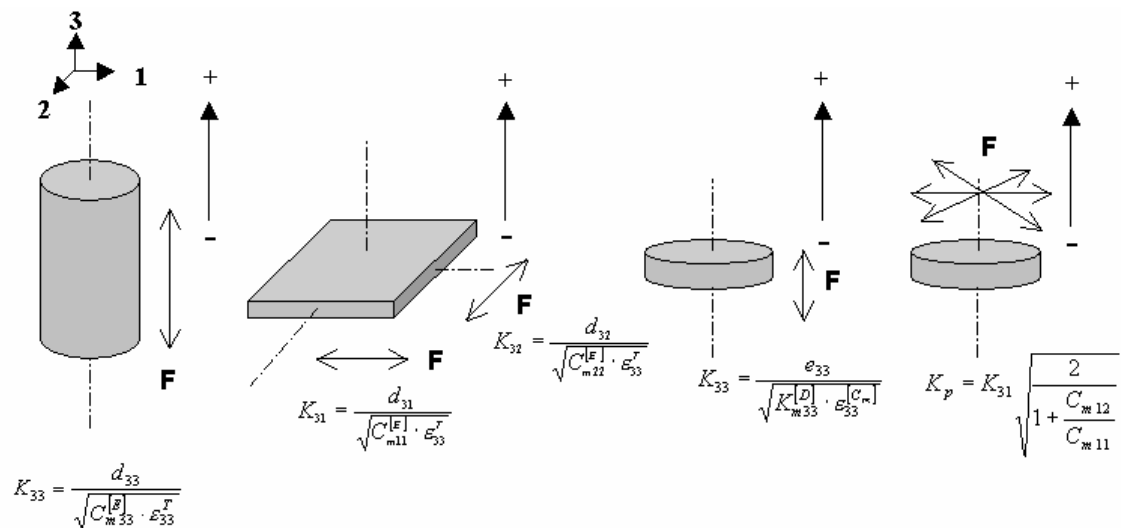


Figura A2-5 - Coeficiente de acoplamento piezoeletrico.

Tabela A2.1 - Grandezas mecânicas, elétricas e piezelétricas.

Símbolo	Denominação	Unidades	Tipo	Dimensão
$\{D_e\}$	Deslocamento elétrico ou fluxo	C/m	Elétrica	(3x1)
$\{E\}$	Campo elétrico	V/m		(3x1)
$[\varepsilon]$	Permissividade elétrica	F/m		(3x3)
$[\beta]$	Matriz de constante de impermeabilidade dielétrica	m/F		(3x3)
$\{T_m\}$	Tensão	N/m ²	Mecânica	(6x1)
$\{S_m\}$	Deformação			(6x1)
$[C_m]$	Elasticidade	m ² /N		(6x6)
$[K_m]$	Rigidez	N/m ²		(6x6)
$[d]$	Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a carga e deformação a campo nulo ou constante	C/N ou m/V	Piezelétrica	(3x6)
$[e]$	Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a carga e deformação a campo nulo ou constante	C/m ² ou N/(Vxm)		(3x6)
$[g]$	Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a tensão e o campo à indução nula ou constante	m ² /C ou (Vxm)/N		(3x6)
$[h]$	Constante piezelétrica de proporcionalidade entre a deformação e o campo resultante à indução nula ou constante	V/m ou N/C		(3x6)

A2.4. Tipos de materiais piezelétricos.

Durante a segunda guerra mundial foram feitas várias pesquisas sobre o fenômeno da piezeletricidade. Tais pesquisas evidenciam a importância das constantes dielétricas para diferentes tipos de materiais piezelétricos. Os três tipos de materiais mais importantes são abaixo apresentados.

As cerâmicas: Os primeiros materiais sintéticos surgem após a primeira parte da década de 40 e são compostos à base de Titanato de Bário. O Zirconato Titanato de Chumbo, em inglês *Plumb Zirconate Titanate* (PZT), foi elaborado em 1954 e, graças às suas características bem superiores às de outros materiais piezelétricos, espalhou-se rapidamente, sendo atualmente usado em várias áreas da ciência, desde a medicina até a engenharia. No que diz respeito às técnicas de controle ativo, tais materiais são utilizados tanto como atuadores, como sensores.

Cristais Naturais: Estes cristais apresentam características estáveis em relação ao tempo, entretanto seus coeficientes piezelétricos são fracos. Dentre os cristais encontrados na natureza pode-se citar o quartzo e os cristais à base do Bismuto e do Lítio.

Polímeros: Destaca-se o Fluorido de Polivinilideno (PVDF) que apresenta duas propriedades importantes: é leve e flexível, além de ser facilmente integrado à estrutura dos materiais compostos, atualmente com aplicação crescente na indústria aeronáutica. Porém, sua baixa rigidez não permite que ele seja usado em controle ativo como atuador.

A2.5. Escolha do material piezelétrico.

A escolha do tipo de material piezelétrico mais adequado para uma determinada aplicação deve se basear na análise das propriedades dos diferentes materiais disponíveis. O PZT apresenta excelentes propriedades piezelétricas, principalmente um bom coeficiente de acoplamento eletromecânico, em relação àquelas apresentadas por outros materiais. Isto faz com que ele seja o material piezelétrico mais largamente utilizado. A Tabela A2.2, Malhis (2002), mostra as principais propriedades de alguns destes materiais.

Tabela A2.2 - Propriedades dos materiais piezelétricos.

Material	SiO₂	LiNbO₃	PVDF	PZT
Densidade(g/cm ³)	2,65	4,64	1,76	7,5
Constante dielétrica ϵ/ϵ_0	4,5	29	12	200-4000
Constante de Carga $d_{33} \times 10^{-12}$ (C/N)	2	6	20	40-750
Constante de Tensão $g_{33} \times 10^{-12}$ (Vm/N)	50	20	190	15-40
Temperatura de Curie (°C)	573	1210	180	<350
Coeficiente de Acoplamento eletromecânico K_{ij}^2 (%)	10	10	14	40-70