

**VALÉRIO LUIZ BORGES**

**DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE AQUECIMENTO PLANO  
PARCIAL PARA A DETERMINAÇÃO SIMULTÂNEA DE  
PROPRIEDADES TÉRMICAS SEM O USO DE TRANSDUTORES DE  
FLUXO DE CALOR**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

2008



**VALÉRIO LUIZ BORGES**

**DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE AQUECIMENTO PLANO  
PARCIAL PARA A DETERMINAÇÃO SIMULTÂNEA DE  
PROPRIEDADES TÉRMICAS SEM O USO DE TRANSDUTORES DE  
FLUXO DE CALOR**

**TESE APROVADA** pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Guimarães

**UBERLÂNDIA - MG**

**2008**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

B732d

Borges, Valério Luiz, 1979-

Desenvolvimento do método de aquecimento plano parcial para a determinação simultânea de propriedades térmicas sem o uso de transdutores de fluxo de calor /

Valério Luiz Borges. - 2008.

109 f. : il.

Orientador: Gilmar Guimarães.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui bibliografia.

1. Calor - Transferência - Teses. 2. Mecânica dos fluidos - Teses. I. Guimarães, Gilmar. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

---

CDU: 536.2

Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UFU / Setor de Catalogação e Classificação

**VALÉRIO LUIZ BORGES**

**DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO DE AQUECIMENTO PLANO  
PARCIAL PARA A DETERMINAÇÃO SIMULTÂNEA DE  
PROPRIEDADES TÉRMICAS SEM O USO DE TRANSDUTORES DE  
FLUXO DE CALOR**

TESE **APROVADA** pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Gilmar Guimarães - FEMEC - UFU - Orientador

---

Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto - FEMEC - UFU

---

Prof. Dr. Valder Steffen Jr. - FEMEC - UFU

---

Prof. Dr. Marcelo José Colaço - IME

---

Prof. Dr. Sandro M. M. de Lima e Silva - IEM - UNIFEI

**Uberlândia, 29 de fevereiro 2008**



Dedico este trabalho a  
minha esposa Melissa e aos  
meus pais Vanilda e Vicente.





## **Agradecimentos**

Ao Prof. e amigo Gilmar Guimarães, pela orientação, paciência, amizade e confiança depositada na condução deste trabalho.

Ao meu grande amigo Solidônio Rodrigues de Carvalho pela ajuda e cooperação durante todos esses anos.

Aos amigos do LTCM e colegas do curso de pós-graduação.

Ao CNPq pelo apoio financeiro, através da concessão da bolsa de estudo.



“A mecânica é o paraíso das ciências matemáticas,  
porque é aquela que representa os frutos da matemática.”

Leonardo da Vinci



## Sumário

<b>CAP. 1 – Introdução</b>	01
<b>CAP. 2 – Revisão Bibliográfica</b>	03
2.1 – Métodos Clássicos para a Determinação de Propriedades Térmicas	03
2.2 – Determinação da Difusividade e Condutividade Térmica	05
<b>CAP. 3 – Fundamentos Teóricos</b>	09
3.1 – Modelo Térmico do Problema Direto	10
3.2 – Problema Inverso	14
3.2.1 – Observadores Dinâmicos Baseados em Função de Green	14
3.2.2 – Método da Função Especificada Sequencial	25
3.3 – Obtenção da Difusividade Térmica	29
3.4 – Obtenção Simultânea do Fluxo de Calor e da Condutividade Térmica	33
3.5 – Metodologia Numérica para Solução do Problema Direto	36
3.6 – Considerações Experimentais e Numéricas da Técnica Proposta	43
<b>CAP. 4 – Montagem e Planejamento Experimental</b>	45
4.1 – Câmara de Vácuo	45
4.2 – Geometria das Amostras	46
4.3 – Medição da Potência Fornecida	47
4.4 – Montagem e Planejamento Experimental	49
<b>CAP. 5 – Resultados</b>	55
5.1 – Determinação de $\alpha$ e $k$ para o aço inox AISI 410	55
5.2 – Determinação de $\alpha$ e $k$ para o aço inox AISI 304	63
5.3 – Determinação de $\alpha$ e $k$ para o PVC	70
<b>CAP. 6 – Análise de Sensibilidade e Incerteza da Técnica</b>	79
6.1 – Definição de Sensibilidade	79

<b>6.2 – Considerações Experimentais</b>	80
<b>6.3 – Análise dos Coeficientes de Sensibilidade</b>	82
<b>6.4 – Verificação da Hipótese de Isolamento Térmico: Fluxo de Calor medido Versus Fluxo de Calor Estimado</b>	88
<b>6.4.1 – Experimento proposto para a Obtenção das Perdas de Calor no Interior da Câmara de Vácuo</b>	88
<b>6.5 – Limitações do Uso do Vácuo</b>	92
<b>CAP. 7 – Conclusões</b>	95
<b>CAP. 8 – Referências Bibliográficas</b>	99
<b>ANEXO – Software DPT – Processamento e Análise</b>	103

## Lista de Símbolos

### Letras Latinas

$i$	Índice de posição	
$t, \tau$	Tempo	$s$
$T_i(t)$	Temperatura	$^{\circ}C$
$a, b, c$	Dimensões da amostra	$m$
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas	$m$
$c_p$	Calor específico	$J / kgK$
$k$	Condutividade térmica	$W / mK$
$h(t)$	Função resposta no tempo (FRT)	$\frac{K}{W / m^2}$
$H(f), Z(f)$	Função resposta na frequência (FRF)	$\frac{K}{W / m^2}$
$reH(f)$	Parte real da FRF	$\frac{K}{W / m^2}$
$imH(f)$	Parte imaginária da FRF	$\frac{K}{W / m^2}$
$x(t)$	Sinal de entrada no tempo	$W / m^2$
$y(t)$	Sinal de saída no tempo	$K$
$X(f)$	Sinal de entrada na frequência	$W / m^2$
$Y(f)$	Sinal de saída na frequência	$K$
$ H(f) $	Módulo da FRF	$\frac{K^2 m^4}{W^2}$
$S_{T,\alpha}$	Sensibilidade da temperatura em relação a difusividade térmica	
$S_{T,\lambda}$	Sensibilidade da temperatura em relação a condutividade térmica	
$S_{\varphi,\alpha}$	Sensibilidade da fase de $H$ em relação a difusividade térmica	
$S_{\varphi,\lambda}$	Sensibilidade da fase de $H$ em relação a condutividade térmica	
$S_{\varphi}$	Função objetivo de fase	$rad^2$
$\mathfrak{F}[ \ ]$	Transformada de Fourier	
$\mathfrak{F}^{-1}[ \ ]$	Transformada inversa de Fourier	

$G( )$  Função de Green

### Letras Gregas

$\alpha$	Difusividade térmica	$m^2 / s$
$\theta_i(t)$	Diferença de temperaturas	$K$
$\phi_i(t)$	Fluxo de calor	$W / m^2$
$\varphi(f)$	Função fase	$rad$
$\rho$	Densidade mássica	$kg / m^3$



Borges, V. L. **Desenvolvimento do Método de Aquecimento Plano Parcial para a Determinação Simultânea de Propriedades Térmicas Sem o Uso de Transdutores de Fluxo de Calor**. 2008. 109f. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

## Resumo

Desenvolve-se, neste trabalho, uma técnica experimental que permite a obtenção da difusividade e da condutividade térmica de materiais condutores e não condutores através do uso de elementos de aquecimento e de técnicas de estimativas de funções para a obtenção do fluxo de calor imposto. O princípio básico do procedimento é dividido em: i) desenvolvimento de um aparato experimental que permite a imposição do fluxo de calor em uma parte da amostra enquanto as superfícies remanescentes permanecem isoladas do meio; ii) obtenção de um modelo térmico deste aparato; iii) obtenção de uma grandeza proporcional ao fluxo de calor imposto na amostra,  $Q^+(t)$ , usando a técnicas de problemas inversos; iv) obtenção da difusividade térmica; v) comparação entre a taxa de calor total fornecida pelo elemento de aquecimento e a grandeza proporcional ao fluxo de calor imposto na amostra durante o ciclo de aquecimento e a conseqüente obtenção da condutividade térmica. A flexibilidade da técnica proposta inclui a medição de materiais sólidos metálicos e não metálicos com geometrias variáveis. Nesse sentido, apresenta-se a montagem e o planejamento experimental bem como os resultados do trabalho para a determinação das propriedades térmicas de três tipos diferentes de materiais (aço inox 304, aço inox 410 e Poli Cloreto de Vinila (PVC)). Os resultados comparados com a literatura demonstram o excelente desempenho da técnica proposta cuja característica principal é a eliminação do uso de transdutores de fluxo de calor para a determinação da condutividade térmica.

---

*Palavras Chave:* Problemas Inversos, Observadores Dinâmicos, Estimação do Fluxo de Calor, Identificação de Propriedades Térmicas, Difusividade Térmica, Condutividade Térmica.



Borges, V. L. **Development of the Part Heat Plate Method to Estimate Simultaneously Thermal Properties without Heat Flux Transducer.** 2008. 109f. Doctor, Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

## Abstract

This work presents the development of an experimental technique to estimate simultaneously the thermal diffusivity and the thermal conductivity of metallic and non metallic materials. The technique is based on using heating elements and inverse heat conduction procedure. The basic procedure is divided in five different steps: i) an experimental apparatus that allows the imposition of the heat flux in a part of the sample while the remaining surfaces are kept isolated; ii) thermal model deriving; iii) obtaining of a dimensionless heat flux,  $Q^+(t)$ , that is proportional to the heat flux,  $\phi(t)$ , imposed on the sample, using dynamic observers based on Green's function; iv) thermal diffusivity estimation; v) Estimation of heat flux,  $\phi(t)$  and thermal conductivity using the total heat supplied and  $Q^+(t)$  estimations. The flexibility of the technique proposed includes the measurement of thermal properties metallic and not metallic solid materials from non regular geometry without heat flux transducer. The work also presents the experimental apparatus design as well as the results of the thermal property identification for three different types of materials (stainless steels AISI 304, AISI 410 and Polished Chloride of Vinila (PVC)). A comparison with literature demonstrates the great potentiality of the technique.

---

*Keywords:* Inverse Problem, Dynamic Observers, Heat Flux Estimation, Thermal Properties Identification, Thermal Diffusivity, Thermal Conductivity.



# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste trabalho o desenvolvimento de uma técnica experimental para a determinação da difusividade e condutividade térmicas e o fluxo de calor usando o aquecimento de parte da superfície sem a presença de transdutores de fluxo de calor.

Na engenharia existem muitas aplicações onde o conhecimento das propriedades térmicas é essencial. Citam-se por exemplo: *i)* Processos de fabricação como soldagem, usinagem e fornos de recozimento. Todos esses processos necessitam do conhecimento de temperaturas em locais onde não se consegue posicionar sensores que possam medi-las diretamente, para solução destes problemas o conhecimento das propriedades térmicas das amostras é essencial; *ii)* Na engenharia aeroespacial, compostos cerâmicos são usados no revestimento dos ônibus espaciais para garantir a integridade da nave no momento da reentrada na atmosfera. O uso desses compostos é importante para evitar o superaquecimento da nave e estes devem ser analisados quanto as suas propriedades térmicas de forma minuciosa garantindo assim sua confiabilidade; *iii)* Na caracterização de minerais ou rochas. Um exemplo é o xisto onde suas propriedades térmicas são fundamentais para o estudo da viabilidade econômica para a extração do óleo.

A determinação de propriedades termofísicas não é uma tarefa evidente. Os problemas se dividem em dois grupos: concepção e solução do modelo térmico e a montagem experimental. A concepção do modelo térmico, a sua proposta de solução e as técnicas usadas para as estimativas das propriedades, são os fatores que diferenciam as técnicas existentes. A construção dos modelos térmicos são, por sua vez, intimamente ligados a possibilidade de reprodução experimental. Um exemplo pode ser dado pelas características condutoras de amostras a serem medidas. Dificilmente um modelo unidimensional pode ser usado com sucesso em amostras condutoras de dimensões proporcionais. Ou seja, a concepção do modelo é extremamente dependente das características experimentais e geométricas das amostras.

Os objetivos comuns de todas as técnicas ou métodos são: *i)* Simplicidade na montagem experimental; *ii)* Baixo custo de construção; *iii)* Agilidade na determinação das propriedades; *iv)* Determinação simultânea das propriedades; *v)* Determinação das

propriedades de amostras com tamanhos e geometrias complexas; *vi*) Característica não destrutiva; *vii*) Alta repetibilidade nos experimentos; *viii*) Investigação de materiais isolantes e condutores e *ix*) Confiança nos resultados. Todas essas metas são almejadas no desenvolvimento deste trabalho, buscando o desenvolvimento de um método competitivo. Uma característica deste trabalho é extrair das técnicas ou métodos existentes suas vantagens e acrescentar idéias para a concepção de uma técnica experimental de baixo custo operacional, grande flexibilidade de aplicação (material / geometria) e alta confiabilidade nos resultados.

A flexibilidade da técnica proposta inclui medições em materiais sólidos metálicos e não metálicos com geometrias variáveis. Entende-se como geometrias variáveis uma ampla faixa de valores para a espessura e tamanho da amostra. Fazem parte da técnica o aparato experimental idealizado, um código computacional dedicado à solução do modelo térmico tridimensional transiente e a concepção inovadora para a determinação das propriedades: condutividade e difusividade térmica sem o uso de transdutores de fluxo de calor.

Apresentam-se no Cap. II uma revisão bibliográfica de alguns métodos para a determinação das propriedades difusividade térmica,  $\alpha$ , e condutividade térmica,  $\lambda$ . Para a determinação destas propriedades torna-se necessária a modelagem de um processo, cuja função principal é estabelecer e identificar um campo térmico na amostra. As propriedades térmicas são, então, obtidas através da comparação de dados experimentais e teóricos oriundos do modelo. Observa-se que a definição do método usado se completa a partir da escolha da localização da fonte de calor, dos sensores de temperatura e do procedimento de cálculo destas propriedades.

Apresenta-se no Cap. III o desenvolvimento teórico em que se baseia a técnica de determinação de parâmetros proposta.

A montagem experimental e os equipamentos usados neste trabalho são apresentados no Cap. IV.

Os resultados experimentais para a determinação das propriedades de três tipos de materiais (condutores e não condutores) bem como uma análise de incerteza e faixa de aplicação da técnica são apresentados, respectivamente, nos capítulos V e VI.

Conclui-se o trabalho no Cap. VII apresentando algumas conclusões e também propostas para trabalhos futuros a partir do método desenvolvido.

## **CAPÍTULO II**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Apresenta-se neste capítulo uma revisão de alguns métodos para a determinação de propriedades térmicas. Inicialmente a revisão é relativa a técnicas consagradas na obtenção da condutividade térmica (método Fio Quente) e difusividade térmica (método Flash). Posteriormente, outros trabalhos são apresentados, focando-se as vantagens e desvantagens destes com a técnica proposta.

#### **2.1 Métodos Clássicos para a Determinação de Propriedades Térmicas**

Blackwell (1954) apresenta uma técnica transiente muito usada na determinação da condutividade térmica - o método do Fio Quente. O método baseia-se na solução da equação da difusão de calor, para uma fonte de calor em forma de linha infinita, imersa numa amostra suposta infinita. Este método é realizado com a inserção de um elemento filiforme (sonda), geralmente de forma cilíndrica, no centro axial da amostra que se deseja medir. A sonda tem a função de dissipar calor (efeito Joule) e medir a temperatura no interior da amostra. Devido a alta resistência de contato entre a sonda e a amostra esta técnica não é indicada para metais.

O método do Fio Quente também pode ser usado na obtenção da difusividade térmica. Observa-se, entretanto que para a obtenção da condutividade térmica apenas a sonda térmica é necessária, enquanto para a determinação da difusividade exige-se, necessariamente, um termopar adicional inserido na amostra. Essa característica justifica o maior emprego do método apenas para a obtenção da condutividade. Vários trabalhos que usam a técnica do Fio Quente em materiais isolantes podem ser citados: Xie et al (2005) conseguem medir a difusividade e a condutividade térmica de líquidos, gases e pós, através de um modelo bidimensional e usando uma técnica de otimização, o método Simplex; Coquard et al (2006) determinam a condutividade térmica de Poliestireno Expandido de baixa densidade (EPS), utilizando-se de um modelo bidimensional; Gross e Tran (2004) estudaram os efeitos da radiação térmica na determinação da condutividade térmica de

amostras porosas; Grazzini et al (1995) fizeram um estudo da influência da resistência térmica na determinação da condutividade térmica.

Parker et al (1961) descreveram pela primeira vez um dos métodos mais empregados para obtenção da difusividade térmica - o método Flash. Neste método um pulso de calor radiante de alta intensidade e curta duração é aplicado sobre uma das superfícies da amostra. A difusividade térmica é determinada, então, através da identificação do tempo gasto para a temperatura na face oposta à radiação atingir seu valor máximo. Uma das grandes vantagens deste método é a possibilidade de se determinar a difusividade térmica sem o conhecimento do fluxo de calor imposto na superfície. Na prática é difícil de se conseguir as condições experimentais ideais propostas por Parker et al (1961). Ou seja, a excitação pode não ser pontual no tempo, ou não ser homogênea no espaço e a amostra pode estar sujeita a perdas térmicas. Uma limitação do método Flash é a necessidade de se conhecer o valor da energia absorvida na face frontal da amostra quando se deseja determinar a condutividade térmica. Observa-se que a grande dificuldade do método Flash reside na implementação do aparato experimental. O gerador laser, responsável pelo pulso radiante de calor de alta intensidade e curta duração, torna oneroso o custo dos equipamentos.

O método Flash tem sofrido diversas modificações desde sua criação. As modificações vão desde a concepção e desenvolvimento de novos aparatos experimentais como a inserção de modelos térmicos mais elaborados (bi e tridimensional) e que envolvem perdas de calor. Vários trabalhos que usam o método Flash podem ser citados: Murphy et al (2004) determinam a difusividade usando um modelo tridimensional e o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt; Lazard et al (2004) determinam a difusividade térmica de amostras semi-transparentes como vidro,  $\text{SiO}_2$  e  $\text{ZnSe}$ , utilizando-se de um modelo unidimensional. Maillet et al (1999), analisaram a influência da aplicação de filmes finos nas amostras para a determinação da difusividade térmica; Albers et al (2000) verificaram os efeitos das condições de contorno na determinação da difusividade térmica em materiais cerâmicos; Sramkova e Log (1994) utilizaram o método estatístico  $\chi^2$  para a determinação da difusividade térmica.

Ressalta-se que os métodos do Fio Quente e Flash são capazes da obtenção simultânea das propriedades térmicas  $k$  e  $\alpha$ , ainda que com maior dificuldade. Todavia, restrições como as características destrutivas do método do fio quente ou o alto custo do método Flash, indicam a necessidade do desenvolvimento de métodos alternativos.



## 2.2 Determinação da Difusividade e Condutividade Térmica

Guimarães et al (1995) determinaram simultaneamente a difusividade térmica e a condutividade térmica de um sólido isolante Fig. 2.1a. O método baseia-se no princípio de um sistema dinâmico tipo entrada/saída,  $Z(f) = \Theta(f) / \Phi(f)$ , Fig. 2.1b. O problema unidimensional de transferência de calor criado pelo modelo experimental, a partir da imposição de um fluxo de calor em uma das superfícies da amostra, foi abordado pelo modelo teórico equivalente apresentado pela Fig. 2.1a. Neste método uma combinação entre as técnicas de tratamento de sinais no domínio da frequência e a estimação de parâmetros, mostra-se adequada para a medição simultânea de  $\alpha$  e  $k$  de materiais não metálicos. Duas funções objetivos distintas são usadas para a determinação destas propriedades. Ambas baseadas na função chamada Impedância Generalizada,  $Z(f)$ , são definidas a partir dos sinais de temperatura e fluxo. Uma função objetivo de mínimos quadrados entre a fase experimental e a teórica é usada para a determinação de  $\alpha$ . Uma outra função baseada no quadrado da diferença entre o módulo experimental e o teórico é usada para a determinação de  $k$ . A determinação de  $\alpha$  e  $k$ , de forma independente é a principal vantagem desta técnica.

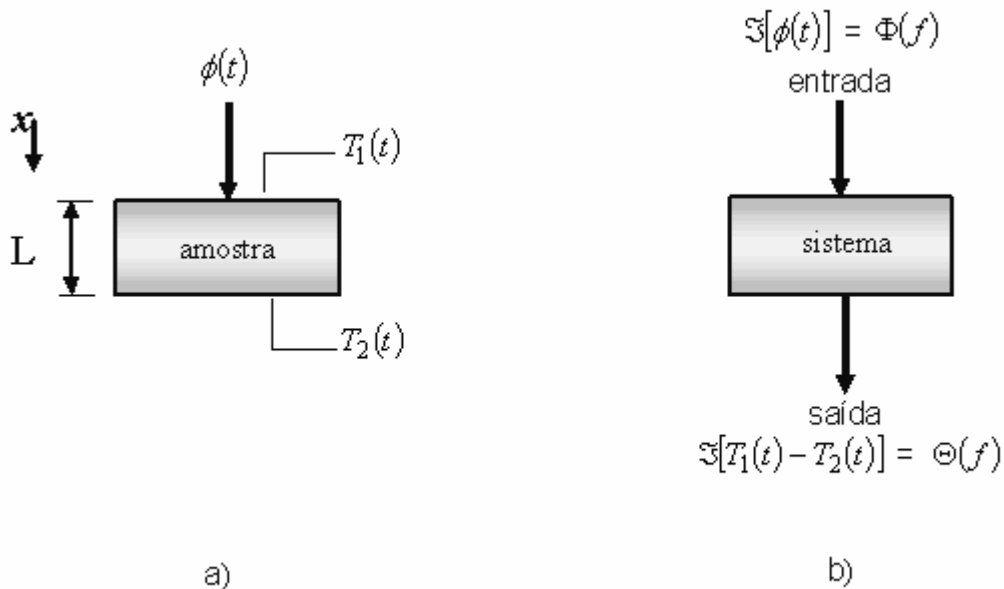


Figura 2.1 - a) Modelo térmico e b) Sistema dinâmico.

Baseando-se na técnica de Guimarães et al (1995), Lima e Silva et al (2003) descrevem uma técnica experimental para a determinação de  $\alpha$  e  $k$  de polímeros. Este

método é especialmente adequado à medição de propriedades térmicas *in situ*, uma vez que os sinais adquiridos de temperatura e fluxo de calor são provenientes de somente uma superfície de acesso, e o modelo térmico usado é unidimensional e semifinito. Duas funções objetivo distintas são usadas para a determinação destas propriedades. Uma função de fase definida a partir da correlação entre os sinais de temperatura experimental e teórico no domínio da frequência é usada para a determinação de  $\alpha$ . Uma outra função baseada nos sinais de temperatura experimental e teórico no domínio do tempo é usada para a determinação de  $k$ . Uma restrição para uso desta técnica é a determinação de  $\alpha$  e  $k$  apenas para materiais isolantes.

Com uma outra concepção o trabalho de Boudenne et al (2003), é usado para a determinação simultânea da condutividade e difusividade térmica de vários polímeros em temperatura ambiente, usando um método periódico. A amostra é colocada entre duas placas metálicas e uma temperatura modulada é aplicada na face frontal da placa metálica. As temperaturas da parte frontal e traseira da placa são medidas e transferidas para um computador. O modelo analítico de transferência de calor é resolvido usando o método do quadripolo. A condutividade e a difusividade térmica são simultaneamente identificadas em ambas as partes real e imaginária da função de transferência experimental. As propriedades termofísicas de várias amostras de polímeros (PTFE, PVDF e PA11) com diferentes espessuras (respectivamente 5.0, 2.0 e 0.3 mm) são estudadas e comparadas com valores obtidos da literatura. Os valores identificados para as propriedades térmicas das amostras de PTFE e PVDF se mostraram muito próximos aos valores da literatura. Entretanto, o método não alcançou o resultado esperado para a amostra de PA11, pois o modelo unidimensional é inadequado para pequenas espessuras, devido aos baixos gradientes de temperatura.

A medição de metais se torna ainda mais complicada do ponto de vista da montagem experimental. As variantes, resistência de contato e hipótese de condução de calor unidimensional se tornam críticas para serem alcançadas.

Apresenta-se a seguir métodos desenvolvidos para medição de propriedades em amostras condutoras.

Karawacki e Suleiman (1991) desenvolveram uma técnica chamada **DPS** (Dynamic Plane Source), para a determinação simultânea do calor específico, condutividade térmica e difusividade térmica de metais. O método usa um elemento aquecedor que também é um sensor de temperatura, produzindo um fluxo de calor transiente. O arranjo experimental é realizado com amostras cilíndricas isoladas buscando a unidimensionalidade. O método foi testado com amostras de ferro puro, aço SIS 2140 e SIS 2343, com uma ótima concordância com a literatura. Na Fig. 2.2 é mostrado o aquecedor usado para a técnica

**DPS.** Como o experimento é unidimensional o aquecedor deve ter o mesmo raio que a amostra o que limita a aplicação da técnica.

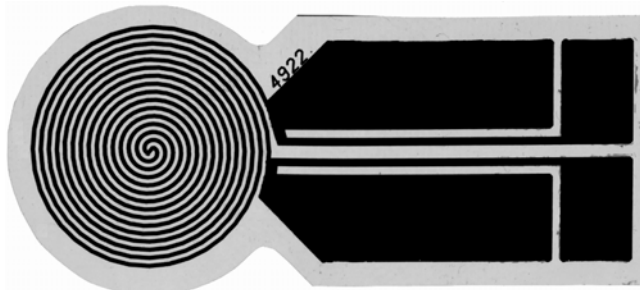


Figura 2.2 – Aquecedor circular e também sensor de temperatura. (Karawacki e Suleiman, 1991)

Ghrib et al (2006), propuseram um novo método baseado no “Efeito Miragem”, que consiste em medir o desvio de um feixe de prova laser, o qual permite a determinação simultânea da condutividade e difusividade térmica. Este método consiste na comparação de um sinal experimental fototérmico com a raiz quadrada da modulação em frequência para o correspondente teórico. A coincidência entre as curvas experimental e teórica, permite a dedução dos valores da difusividade e condutividade térmica. Esta técnica é uma extensão da técnica “PDS” (Photothermal Deflection Spectroscopy) e possui as mesmas desvantagens experimentais do método Flash quanto ao alto custo dos equipamentos.

Jannot et al (2005), usou uma técnica transiente unidimensional para medir metais. O modelo térmico é resolvido utilizando o método dos quadripolos. A montagem experimental consiste em uma amostra de metal e um aquecedor plano do tamanho da amostra entre duas placas de material isolante. As temperaturas são medidas na face frontal (aquecedor) e outra na face posterior. O método de estimação de parâmetros foi usado para encontrar as propriedades térmicas. Devido às dificuldades de se encontrar regiões de sensibilidades linearmente independentes a difusividade térmica só pode ser encontrada em tempos menores que 30 segundos e a condutividade térmica para tempos menores que 90 segundos. Os resultados para as amostras metálicas, Titânio TA6V, Aço Z35CDV5, Aço A60 e Alumínio AU4G não tiveram erros maiores que 5% quando comparados com valores de referência. Esta técnica enfrenta uma dificuldade muito grande que é o de encontrar regiões onde as sensibilidades são linearmente independentes.

O trabalho de Borges (2004) obtém simultaneamente a difusividade e condutividade térmica, respectivamente  $\alpha$  e  $k$ , de materiais condutores e não condutores. A técnica proposta representa uma forma alternativa na solução do problema de baixa sensibilidade, uma vez que se obtém as propriedades de forma simultânea, porém independente. Essa

independência é alcançada através da definição de duas funções objetivo, uma no domínio da frequência e outra no domínio do tempo. Uma das funções é calculada a partir da fase da função resposta em frequência de um sistema dinâmico, que tem como entrada o fluxo de calor e saída a temperatura em um modelo difusivo tridimensional, e a segunda função objetivo é obtida usando-se as temperaturas. Obtém-se as propriedades para amostras de PVC e aço inox AISI 304.

Programas de computador estão presentes em todas as áreas da indústria e ciência, e não poderiam estar ausentes na metrologia de propriedades térmicas. A necessidade de um programa para a determinação de propriedades térmicas não é nova, Iordanov et al (1984) já implementaram um programa em FORTRAN-66, com esse intuito. Os autores descrevem um método para calcular a difusividade térmica de uma placa sólida, baseada na avaliação assistida por computador da solução transiente do problema inverso de condução de calor. O programa calcula a difusividade térmica ou simula a condução de calor em regime transiente em uma placa unidimensional. O usuário pode escolher entre várias condições de contorno para o modelo, usando diferentes funções. O programa provê instruções e informações em todos os estágios de entrada de dados e os resultados finais são na forma de tabelas. Pode ser usado por qualquer um que deseje a solução ou simulação de um processo de condução de calor transiente unidimensional.

Com o intuito de construir uma técnica que consiga contornar quase todos os problemas mostrados anteriormente, o presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma técnica experimental capaz da determinação independente, das propriedades térmicas, de materiais condutores e não condutores. A base da técnica proposta é a obtenção da difusividade térmica a partir da identificação da fase da resposta em frequência como proposto por Guimarães et al (1995) e Borges (2004). A principal contribuição é a eliminação da necessidade do uso de transdutores de fluxo de calor para a determinação da condutividade térmica e no cálculo numérico de funções de transferência, possibilitando o uso de modelos uni, bi e tridimensionais, dando a versatilidade necessária a técnica quanto a sua aplicação em materiais condutores e não condutores. A possibilidade da aplicação em amostras com formas geométricas mais complexas é também outra importante contribuição. O software DPT (ver Anexo) foi desenvolvido especialmente para possibilitar e agregar todas estas características da técnica proposta sendo imprescindível para a sua aplicação.

## CAPÍTULO III

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O que são problemas inversos? Está é uma pergunta clássica e a resposta pode ser simples: um problema inverso determina as causas desconhecidas baseando-se na observação de seus efeitos. Nos problemas diretos, cuja solução pode ser obtida por métodos analíticos ou numéricos, a solução do problema representa os efeitos baseados na descrição completa de suas causas. Os problemas inversos são classificados matematicamente como “mal-postos”, isto é, podem ter ou não solução, e caso exista solução esta pode não ser única ou estável.

As técnicas de problemas inversos são encontradas em várias áreas da ciência e engenharia. Para engenheiros, matemáticos e demais áreas, os problemas inversos podem ser aplicados sob diferentes formas. A principal característica deste tipo de abordagem é a solução do problema físico de maneira indireta, como por exemplo, a determinação de campos térmicos em superfícies sem acesso ou ainda a obtenção da função resposta em frequência de um sistema analisado. Em todos os casos, as condições de contorno destes problemas não são conhecidas ou são de difícil obtenção.

Os problemas inversos em condução de calor podem ser considerados como uma classe especial dentro das técnicas de problemas inversos. As características principais destes problemas são: usar temperaturas medidas experimentalmente, modelar o problema térmico baseando-se na equação de difusão de calor e ter como objetivo a determinação de algum parâmetro térmico, como por exemplo, a obtenção das propriedades térmicas, a obtenção do fluxo de calor superficial, a obtenção da fonte de calor interna ou ainda a obtenção da temperatura superficial numa face de difícil acesso.

Observa-se que o problema de identificação de parâmetros termofísicos se enquadra na classe de problemas mal postos matematicamente uma vez que o número de temperaturas medidas experimentalmente excede o número de propriedades a serem estimadas, (Beck e Arnold, 1977). Além disso, existem experimentos em que o uso de transdutores de fluxo de calor é inviável. Neste caso, a obtenção ou estimativa do fluxo de calor imposto simultaneamente à obtenção das propriedades torna-se uma ferramenta poderosa aumentando de forma significativa o campo de aplicação da técnica. Assim esse,

procedimento incorpora às estimativas de parâmetros e as técnicas inversas de estimativas de funções.

Apresenta-se nesse capítulo o desenvolvimento teórico em que se baseia a técnica de determinação da difusividade térmica,  $\alpha$ , condutividade térmica,  $k$ , e do fluxo de calor, em amostras condutoras e não condutoras.

### 3.1 Modelo Matemático - Problema Direto

O problema térmico proposto a ser reproduzido experimentalmente é dado por uma amostra inicialmente a uma temperatura uniforme  $T_0$ . A amostra é então submetida a um fluxo de calor  $[W/m^2]$  enquanto todas as outras superfícies mantêm-se isoladas. A Figura 3.1 apresenta o modelo térmico.

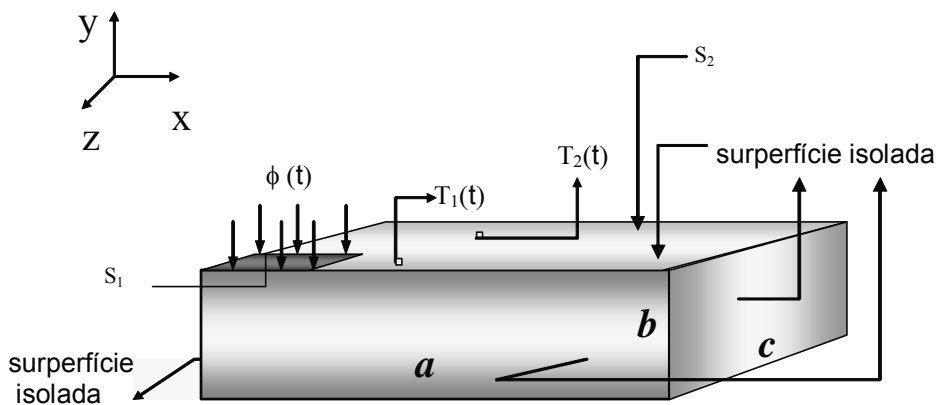


Figura 3.1. Modelo térmico equivalente tridimensional transiente.

O modelo térmico pode então ser obtido da equação da difusão de calor como sendo,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.1.a)$$

na região  $R$  ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ,  $0 < z < c$ ) e  $t > 0$ , sujeita às condições de contorno,

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = \phi(t) \text{ em } S_1 \left( 0 \leq x \leq x_H, 0 \leq z \leq z_H \right), \quad (3.1.b)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0 \text{ em } S_2 \left( x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1 \right), \quad (3.1.b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=c} = 0, \quad (3.1.c)$$

e à condição inicial,

$$T(x, y, z, 0) = T_0, \quad (3.1.d)$$

onde  $S$  é definida por  $(0 \leq x \leq a, 0 \leq z \leq c)$  e  $x_H$  e  $z_H$  são os limites da região  $S_1$  onde o fluxo de calor  $\phi(t)$  é aplicado. Define-se então os seguintes grupos adimensionais como,

$$x^+ = \frac{x}{a}, y^+ = \frac{y}{b}, z^+ = \frac{z}{c}, t^+ = \frac{\alpha_{ref} t}{a^2}, \quad (3.2)$$

e

$$\theta^+(x, t) = \frac{T(x, y, z, t) - T_0}{q_{ref} a / k_{ref}} = \frac{\theta(x, t)}{q_{ref} a / k_{ref}}, \quad (3.3)$$

onde  $\alpha_{ref}$ ,  $k_{ref}$  e  $q_{ref}$  são valores de referência para a difusividade térmica, condutividade térmica e densidade de fluxo de calor, respectivamente. Estas variáveis podem assumir, **a priori**, qualquer valor de referência como, por exemplo, o valor unitário.

Aplicando-se as definições dadas pelas Eqs. (3.2 - 3.3) na Eq. (3.1) obtém-se o modelo térmico em sua forma adimensional como sendo,

$$\frac{\partial^2 \theta^+}{\partial x^{+2}} + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial y^{+2}} + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial z^{+2}} = \frac{\partial \theta^+}{\partial t^+}, \quad (3.4.a)$$

na região  $R$  e  $t^+ > 0$ , sujeita às condições de contorno,

$$-\left. \frac{\partial \theta}{\partial y^+} \right|_{y^+=1} = Q^+(t) \text{ em } S_1, \quad (3.4.b)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y^+=1} = 0 \text{ em } S_2, \quad (3.4.b)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x^+} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial x^+} \right|_{x=1} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial y^+} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial z^+} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial z^+} \right|_{z=1} = 0, \quad (3.4.c)$$

e a condição inicial,

$$\theta(x^+, y^+, z^+, 0) = 0, \quad (3.4.d)$$

onde o fluxo de calor adimensional  $Q^+(t)$  é dado por,

$$Q^+(t) = \frac{\phi(t)}{k} \frac{k_{ref}}{q_{ref}}, \quad (3.5)$$

O problema dado pela Eq. (3.4) representa um problema inverso se o fluxo de calor imposto  $Q^+(t)$  for desconhecido. O próximo passo é a construção de um aparato experimental que reproduza o modelo térmico descrito na Fig. 3.1.

Observa-se que as condições de contorno presentes no modelo teórico devem ser garantidas experimentalmente. Isto significa que a condição de isolamento em todas as superfícies que não estão em contato (amostra e aquecedor) deve ser alcançada para que a técnica obtenha sucesso. Uma forma eficiente de se obter o isolamento experimental do ponto de vista de perdas de calor por convecção é a obtenção de um ambiente exposto a vácuo.

No interior da câmara de vácuo a montagem do conjunto amostra / aquecedor elétrico pode ser mostrado esquematicamente como disposto na Fig. 3.2.



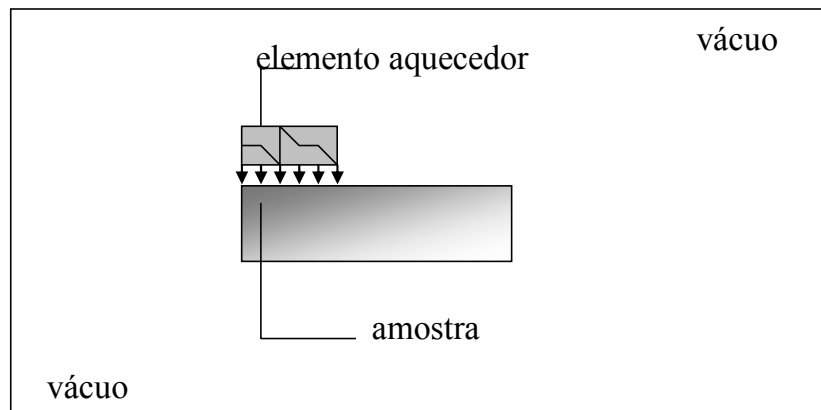


Figura 3.2. Esquema de montagem do elemento aquecedor resistivo em parte da amostra.

A Figura 3.3 apresenta um sinal típico da taxa de calor gerada pelo elemento aquecedor resistivo. A magnitude da potência é apenas indicativa, podendo ocupar uma faixa ampla de potência.

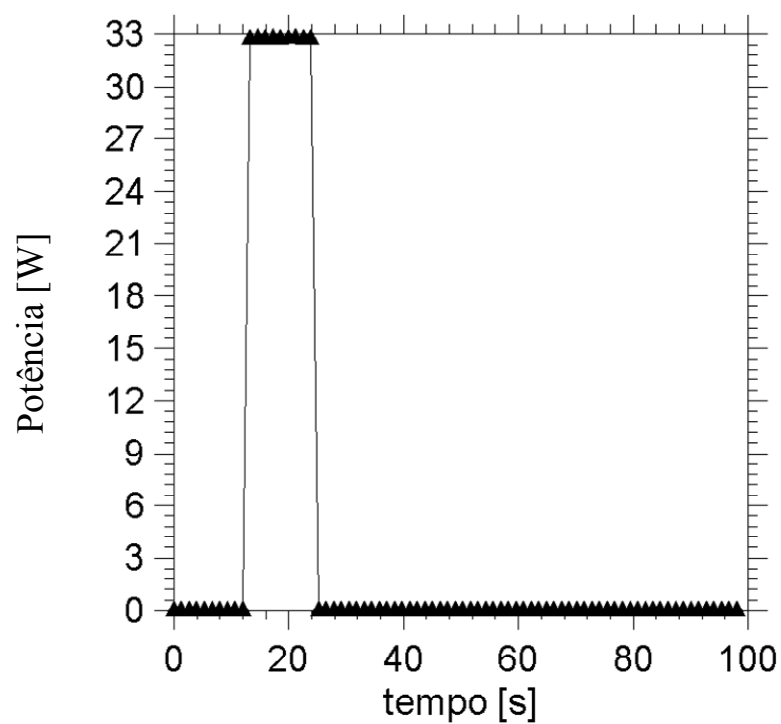


Figura 3.3. Sinal típico de uma taxa de calor gerada por um elemento de aquecimento resistivo do tipo liga/desliga.

### 3.2 Problema Inverso

Várias técnicas de problemas inversos podem ser empregadas para a obtenção do fluxo de calor adimensional,  $Q^+(t)$ , presente no problema térmico dado pela Eq. (3.4). Neste trabalho, propõe-se o uso da técnica de observadores dinâmicos baseados em funções de Green, descrita por Sousa et al. (2006) e o método de função especificada seqüencial desenvolvido por Beck et al (1985).

#### 3.2.1 Observadores Dinâmicos Baseados em Funções de Green

A técnica de problema inverso baseada em observadores dinâmicos pode ser dividida em dois passos distintos: i) a obtenção da função transferência do modelo térmico,  $G_h$ ; ii) a obtenção das funções transferência  $G_Q$  e  $G_N$  e o procedimento de otimização.

A solução da Eq. (3.4) pode ser dada em termos de funções de Green como,

$$T(x, y, z, t) = \frac{\alpha}{k} \int_{\tau=0}^t \left[ \int_0^{x_h} \int_0^{z_h} G_h^+(x, y, z, t / x', y', z', \tau) \Big|_{y'=0} Q^+(\tau) dx' dz' \right] d\tau, \quad (3.6)$$

ou ainda,

$$T(x, y, z, t) = \int_{\tau=0}^t \left[ G_h(x, y, z, t / \tau) Q^+(\tau) \right] d\tau, \quad (3.7)$$

onde,

$$G_h(x, y, z, t / \tau) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{x_h} \int_0^{z_h} G_h^+(x, y, z, t / x', y', z', \tau) \Big|_{y'=0} dx' dz', \quad (3.8)$$

Assim, aplicando-se a definição de convolução, Ozisik (1993), representada pelo símbolo (\*), a Eq. (3.7) pode ser escrita como,

$$T(x, y, z, t) = G_h(x, y, z, t - \tau) * Q^+(\tau), \quad (3.9)$$

Se ainda, o modelo térmico da Fig. 3.1 puder ser representado por um sistema dinâmico do tipo entrada/saída, como mostrado na Fig. 3.4, então aplicando-se a transformada de Laplace, Ozisik (1993), em ambos os lados da Eq. (3.9) obtém-se,

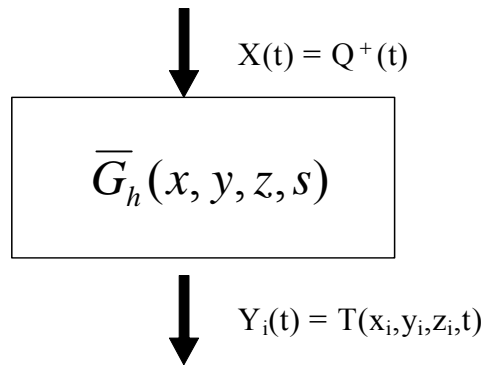


Figura 3.4 - Sistema dinâmico equivalente ao modelo térmico.

$$\bar{T}(x, y, z, s) = \bar{G}_h(x, y, z, s) \bar{Q}^+(s), \quad (3.10)$$

onde a transformada de Laplace de uma função  $F(t)$  é definida por,

$$L[F(t)] = \bar{F}(s) = \int_t^{\infty} e^{-st} F(t) dt. \quad (3.11)$$

A obtenção da função transferência  $\bar{G}_h(x, y, z, s)$  se completa através do uso de um problema auxiliar, que possui as mesmas características físicas do problema original, porém impondo-se um sinal de entrada de valor unitário na mesma localização do fluxo de calor do problema original ( $S_1$ ) e com temperatura inicial zero.

Analogamente à solução do problema térmico original pode-se obter, usando-se funções de Green, a solução do problema térmico auxiliar,  $T^+$ , ou seja,

$$T^+(x, y, z, t) = G_h(x, y, z, t - \tau) * 1, \quad (3.12)$$

uma vez que,  $L[1] = \frac{1}{s}$ , obtém-se no domínio de Laplace,

$$\bar{T}^+(x, y, z, s) = \bar{G}_h(x, y, z, s) \frac{1}{s}, \quad (3.13)$$

Como o sistema dinâmico equivalente é linear, invariante e fisicamente realizável (Bendat e Piersol, 1986) a função resposta  $\bar{G}_h(x, y, z, s)$  é a mesma para qualquer que seja o conjunto entrada / saída. Logo, da Eq. (3.13) obtém-se,

$$\bar{G}_h(x, y, z, s) = s \bar{T}^+(x, y, z, s). \quad (3.14)$$

Assim, para a identificação completa de  $\bar{G}_h(x, y, z, s)$ , resta a obtenção de  $\bar{T}^+(x, y, z, s)$  em uma determinada posição, ou seja,  $\bar{T}^+(r_i, s)$ , onde  $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ . Propõe-se, nesse trabalho, um procedimento simples e eficaz para a obtenção de  $T^+(r_i, s)$ . Baseando-se nos princípios de correlação entre dois sinais ergódicos tipo entrada e saída (Bendat e Piersol, 1986), a função resposta em frequência,  $\bar{G}_h(r_i, s)$ , pode ser definida em qualquer intervalo de amostragem  $t_a$ , (Sousa et al, 2006). Assim, por conveniência se a função  $T^+(r_i, t)$  pode ser aproximada por um polinômio no intervalo de amostragem  $[0, t_a]$  então, nesse caso, pode-se escrever,

$$T^+(r_i, t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots, \quad (3.15)$$

Tomando-se a transformada de Laplace da Eq. (3.15) obtém-se, Ozisik (1993),

$$\bar{T}^+(r_i, s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots, \quad (3.16)$$

e portanto da Eq. (3.14) obtém-se,

$$\bar{G}_h(r_i, s) = s \bar{T}^+(r_i, s) = s \left[ \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s^3} + \frac{a_4}{6s^4} + \dots + \right], \quad (3.17)$$

ou ainda,

$$\bar{G}_h(r_i, s) = a_1 + \frac{a_2}{s} + \frac{a_3}{2s^2} + \frac{a_4}{6s^3} + \dots +. \quad (3.18)$$

Uma vez determinado a função  $\bar{G}_h(r_i, s)$  resta a obtenção das funções  $G_Q$ ,  $G_n$  e a implementação do algoritmo baseado nos observadores, como descrito em Sousa et al (2006). Reafirma-se que esta ou qualquer outra técnica inversa pode ser usada neste ponto para a estimativa de  $Q^+(t)$ .

O problema térmico descrito pela Eq. (3.1) pode ser também representado por um sistema dinâmico Fig. 3.6 em diagrama de bloco,

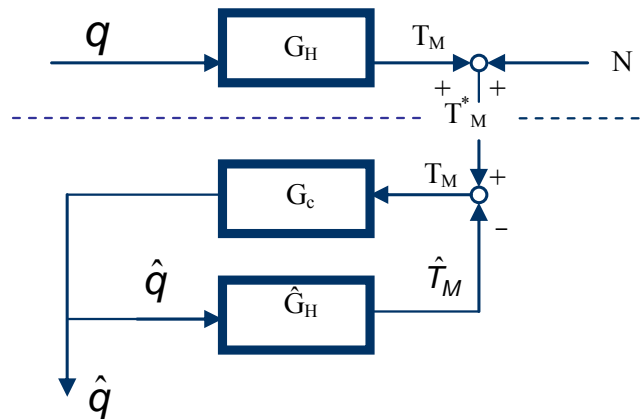


Figura 3.5 - Diagrama de bloco de um sistema dinâmico (Blum e Marquardt, 1997).

Na Figura 3.5 observa-se que o problema se divide em duas partes: parte real, acima da linha tracejada, onde o fluxo de calor desconhecido  $q$  é imposto a um condutor  $G_H$ , resultando em um sinal medido  $T_M^*$  corrompido por um ruído  $N$ ; e o estimador, onde uma estimativa  $\hat{q}$  do fluxo de calor real é calculada a partir da temperatura de entrada  $T_M^*$ . O algoritmo de solução determina o fluxo de calor estimado tal que a temperatura medida estimada  $\hat{T}_M$  obtida através de um modelo de referência  $\hat{G}_H$  (que se assume precisamente conhecido,  $\hat{G}_H = G_H$ ) se aproxima da temperatura real medida  $T_M^*$ . Internamente, o

mecanismo de correção pode ser representado pela dinâmica de realimentação (feedback) de obtenção do erro, ou seja,  $(T_M^* - \hat{T}_M)$ . Esse mecanismo de correção  $G_C$  pode ser pensado como um controlador que ajusta a variável manipulada  $\hat{q}$  de forma a fazer com que a variável controlada  $\hat{T}_M$  siga a referência  $T_M^*$ . Logo, do diagrama de bloco observa-se que:

i) o fluxo de calor desconhecido aplicado ao condutor  $G_H$ , resulta na temperatura medida  $T_M^*$  corrompida por um ruído ( $N$ ),

$$T_M^* = T_M + N = G_H Q + N, \quad (3.19)$$

ii) o fluxo de calor estimado  $\hat{q}$  é calculado a partir de uma entrada de valores medidos de temperatura  $T_M^*$ . O estimador pode então ser representado pela função de transferência em malha fechada,

$$\hat{q} = \frac{G_C}{1 + G_C G_H} T_M^*, \quad (3.20)$$

que caracteriza o comportamento do algoritmo de solução. As funções de transferência do sinal e do ruído,  $G_Q$  e  $G_N$  respectivamente, são encontradas combinando as Eqs. (3.19 e 3.20),

$$\hat{q} = \underbrace{\frac{G_C G_H}{1 + G_C G_H}}_{G_Q} q + \underbrace{\frac{G_C}{1 + G_C G_H}}_{G_N} N, \quad (3.21)$$

Da Equação (3.21) obtém-se,

$$G_N = G_Q G_H^{-1} \quad \text{ou} \quad |G_N(j\omega)| = \frac{|G_Q(j\omega)|}{|G_H(j\omega)|}, \quad (3.22)$$

Observa-se na Eq. (3.21) que se a estimação fosse “exata”, os valores de  $G_Q$  e  $G_N$  deveriam, respectivamente, ser 1 e 0 (um e zero). Dessa forma o fluxo de calor estimado seria exatamente igual ao real,  $\hat{q} = q$ . Como na prática não existe nenhum experimento livre de erros, para uma estimação ideal  $G_Q$  e  $G_N$  deveriam, respectivamente, tender a 1 e 0 (um e zero).

Na Equação (3.22) observa-se que a função de transferência do ruído,  $G_N$ , se relaciona de forma diferente com as funções  $G_H$  e  $G_Q$ , ou seja, ela é inversamente proporcional à função de transferência do condutor,  $G_H$ , e diretamente proporcional à função de transferência do sinal,  $G_Q$ .

Como o objetivo é a redução de  $G_N$ , ( $G_N \rightarrow 0$ ), a função de transferência do sinal deve obedecer à imposição  $G_Q < G_H$ . Caso ocorra o contrário a função  $G_N$  será amplificada impossibilitando a estimação.

A Figura 3.6 apresenta o comportamento espectral da função de transferência do condutor unidimensional,  $G_H$ , que por sua vez será responsável pela escolha da função de transferência do sinal ( $G_Q$ ).

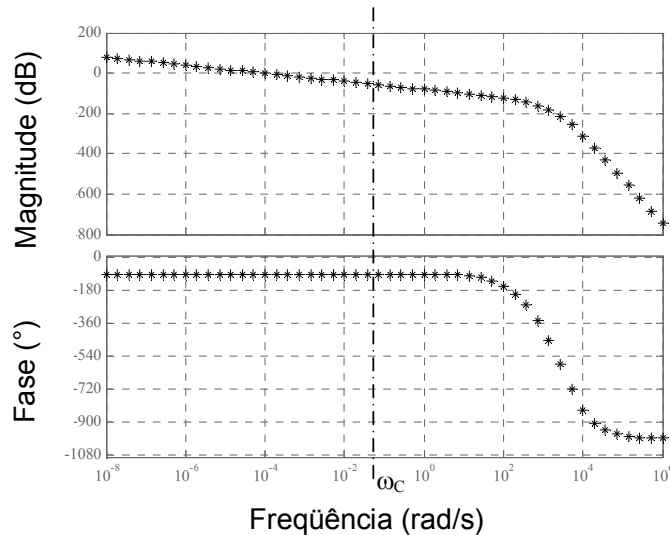


Figura 3.6 - Diagrama de Bode da função transferência

Como  $G_Q$  deve tender a 1 (um), percebe-se que  $G_N$  pode ser amplificado apenas observando o comportamento de  $G_H$ . Ou seja, da Eq. (3.22) nota-se que, se  $G_Q = 1$  então

$$|G_N| = \frac{1}{|G_H|} \text{ e, portanto quando } G_H \text{ tender à zero, } G_N \text{ tenderá a infinito.}$$

Esse aumento indesejável pode ser evitado através da escolha de uma frequência de corte ( $\omega_C$ ) para  $G_Q$ , de forma a evitar valores muito baixos de  $G_H$ .

Ainda da Eq. (3.22) observa-se que, se  $G_Q$  tender a zero, a partir de  $\omega_C$ ,  $G_N$  não será amplificado ( $G_N \rightarrow 0$ ) se somente se,  $G_Q$  decair mais rapidamente que  $G_H$ . Quanto mais rápido for o decaimento de  $|G_Q|$  além de  $\omega_C$ , menor a sensibilidade do algoritmo a ruídos.

Um aspecto importante sobre a técnica baseada em observadores dinâmicos é a forma como ela aborda a função de correção  $G_C$ . Diferente das técnicas que usam filtros e focam o projeto da função transferência de correção,  $G_C$ , o método baseado em observadores usa a estrutura de um observador, como apresentado no diagrama de blocos na Fig. 3.6, apenas como um “pensamento experimental” para demonstrar as correlações entre a função de transferência do sinal e do ruído. Desta forma a equação que se refere ao estimador e que está de acordo com as características do filtro no domínio da frequência das Eqs. (3.20 e 3.21) pode ser escrita como,

$$\hat{q}(s) = G_N(s) \times T_M^*(s), \quad (3.23)$$

Conclui-se que o comportamento da função de transferência do sinal se assemelha ao comportamento de um filtro passa baixo. Assim a amplificação do ruído medido  $|G_M|$  para um dado filtro passa banda do sinal da função transferência  $G_Q$  pode ser minimizado, maximizando o “roll-off” de  $|G_Q|$ . Entende-se por “roll-off”, a inclinação com que o frequência cai a partir da frequência de corte ( $\omega_C$ ) da função transferência  $G_Q$ .

Logo a formulação da função de transferência do sinal,  $G_Q$ , deve ser tal que satisfaça as propriedades de filtragem desejadas:

- i) comportamento passa-baixo;
- ii) curva monotônica;
- iii) queda no sinal mais acentuada possível a partir da frequência de corte.

Os principais critérios para escolha de um filtro apropriado são:

- i) sua estrutura (recursivo ou não recursivo);
- ii) o seu tipo e;
- iii) sua ordem.

Quanto à formulação, o filtro escolhido é o recursivo (IIR), *i.e.*, a saída depende não só do valor da entrada, mas também do valor da saída anterior.

Quanto ao tipo, opta-se pelo Chebychev tipo I, pois a resposta da magnitude da frequência cai monotonicamente além da frequência de corte como anteriormente requerido. No domínio de Laplace a função transferência do filtro Chebychev tipo I assume a seguinte forma,

$$G_Q(s) = \frac{k_{cheb}}{(s - s_{Cheb,1})(s - s_{Cheb,2}) \cdots (s - s_{Cheb,n_Q})}, \quad (3.24)$$



A ordem do polinômio de Chebychev é determinada pelo esquema da discretização espacial do modelo e pela ordem do mesmo, e deve satisfazer a condição de  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |G_N| = 0$ .

Com o filtro escolhido, pode-se obter a função de transferência do estimador ( $G_N$ ), através da relação entre a função de transferência do modelo condutor ( $G_H$ ) e a função de transferência do filtro ( $G_Q$ ), Eq. (3.22).

A Equação (3.22) que descreve o estimador pode ser escrita na forma,

$$G_N(s) = \frac{\hat{q}(s)}{T_M^*(s)}, \quad (3.25)$$

Ou literalmente expressa pela Eq. (3.26),

$$G_N(s) = \frac{\sum_{i=0}^{m_n} b_{N,L,i} s^i}{\sum_{i=0}^{n_n} a_{N,L,i} s^i} = \frac{\hat{q}(s)}{T_M^*(s)} \Rightarrow \text{Função transferência}. \quad (3.26)$$

Observa-se que o domínio  $s$  de Laplace, definido pela Eq. (3.26) é contínuo. Entretanto, os sinais de temperatura são medidos e representam sinais discretos. Esse conflito deve ser superado para que os dados de temperatura e fluxo possam ser manipulados. Ou seja, o domínio contínuo deve ser discretizado. Uma alternativa à aplicação direta de transformada discreta de Laplace na Eq. (3.26) é o uso da transformação bilinear. Nesse caso, o domínio  $s$  (contínuo) é transformado em um domínio  $z$  (discreto) pela definição,

$$s = \frac{2}{T_d} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \Rightarrow \text{transformação bilinear}, \quad (3.27)$$

assim,

$$G_N = \frac{b_{N,z,0} + b_{N,z,1} z^{-1} + \dots + b_{N,z,n_n-1} z^{-(n_n-1)} + b_{N,z,n_n} z^{-n_n}}{1 + a_{N,z,1} z^{-1} + \dots + a_{N,z,n_n-1} z^{-(n_n-1)} + a_{N,z,n_n} z^{-n_n}},$$

ou seja,

$$G_N = \frac{\sum_{i=0}^{m_n} b_{N,Z,i} z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n_n} a_{N,Z,i} z^{-i}}, \text{ mas } G_N = \frac{\hat{q}(z)}{T_M^*(z)}, \quad (3.28)$$

logo, da Eq (3.28),

$$\hat{q}(z) = \frac{\sum_{i=0}^{m_n} b_{N,Z,i} z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^{n_n} a_{N,Z,i} z^{-i}} T_M^*(z). \quad (3.29)$$

Desenvolvendo a Eq. (3.29) tem-se,

$$\begin{aligned} \hat{q}(z) + \hat{q}(z) \sum_{i=1}^{n_n} a_{H,Z,i} z^{-i} &= \sum_{i=0}^{m_n} b_{H,Z,i} z^{-i} T_M^*(z), \\ \hat{q}(z) &= \sum_{i=0}^{m_n} b_{H,Z,i} z^{-i} T_M^*(z) - \sum_{i=1}^{n_n} a_{H,Z,i} z^{-i} \hat{q}(z). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Da teoria de transformada  $\mathcal{Z}$  inversa,  $\mathcal{Z}^{-1}$ ,

$$\begin{cases} \mathcal{Z}^{-1} \{U(z) z^{-i}\} = \{U(k-i)\} \\ \mathcal{Z}^{-1} \{U(z)\} = \{U(k)\} \end{cases}. \quad (3.31)$$

Aplicando a Eq. (3.31) na Eq. (3.32) obtém-se a equação diferença,

$$\mathcal{Z}^{-1} \{\hat{q}(z)\} = \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \sum_{i=0}^{m_n} b_{N,Z,i} z^{-i} T_M^*(z) \right\} - \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^{n_n} a_{N,Z,i} z^{-i} \hat{q}(z) \right\},$$

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{m_n} b_{N,Z,i} T_M^*(k-i) - \sum_{i=1}^{n_n} a_{N,Z,i} \hat{q}(k-i). \quad (3.32)$$

Como o observador é um esquema “on-line”, i.e. estima o fluxo requerido com base em medidas de temperaturas do tempo, atual e passado, isso acarreta uma mudança ou atraso de fase, interferindo nos valores estimados. Se o problema inverso for resolvido “off-line”, o atraso de fase pode ser removido, adaptando uma filtragem de trás para frente.

O atraso no domínio  $\mathcal{Z}$  (plano complexo) tem, portanto influência no domínio do tempo. Por filtragem reversa de um sinal discreto no tempo  $f_k$  ( $k=1, \dots, L$ ), entendemos filtrar a seqüência reversa  $f_k(L, \dots, 1)$  no tempo. Assim, a seqüência  $f_k$  corresponde no domínio  $\mathcal{Z}$  à seqüência  $F(z)$  e a seqüência reversa,  $f_k$ , corresponde ao conjugado  $\bar{F}(z)$ , ou seja,

$$f_k \rightarrow F(z) \quad e \quad f_{-k} \rightarrow \bar{F}(z).$$

Assim, a filtragem se dá aplicando-se os passos,

$$1^\circ \text{ passo: } q_F(z) = G_N(z) T_M^*(z);$$

$$2^\circ \text{ passo: } q_B(z) = G_Q(z) \bar{q}_F(z);$$

$$3^\circ \text{ passo: } \hat{q}(z) = \bar{q}_B(z).$$

Ou seja, o fluxo de calor  $q_F(z)$  é filtrado no domínio  $z$  através de seu conjugado  $\bar{q}_F(z)$  (passo 2). Um novo valor do fluxo,  $q_B(z)$  obtido deve então ser revertido para a obtenção do valor estimado sem atraso  $\hat{q}(z)$ .

É possível mostrar que a estimativa refinada  $\hat{q}(z)$  apresenta fase zero (Blum e Marquardt, 1997). Substituindo a Eq. (3.32), na equação do primeiro passo obtemos,

$$q_F = G_N(G_H q + N),$$

Passando pelo segundo passo, isto é, revertendo a função  $q_F$  temos,

$$q_B = G_Q \bar{G}_N(\bar{G}_H \bar{q} + \bar{N}),$$

E por fim no terceiro passo, obtém-se a estimativa alisada,

$$\hat{q} = \overline{G_Q} G_N (G_H q + N) = \overline{G_Q} G_N G_H q + \overline{G_Q} G_N N = \overline{G_Q} G_Q q + \overline{G_Q} G_N N = |G_Q|^2 q + \overline{G_Q} G_N N ,$$

Daí observa-se as características de valor real e consequentemente da fase zero da função de transferência do sinal refinada,

$$|G_Q|^2 = 1 \quad (\omega \leq \omega_C) < |G_Q| \quad (\omega > \omega_C) ,$$

e ainda que as propriedades de amplificação do ruído,

$$|G_Q| |G_N| = |G_N| \quad (\omega \leq \omega_C) < |G_N| \quad (\omega > \omega_C) ,$$

são melhoradas através do refinamento. O fato da função de transferência do ruído alisada ser complexa e consequentemente de fase diferente de zero, não tem influência na estimação.

Um procedimento análogo pode ser feito no tempo. O fluxo estimado  $\hat{q}(k)$  da Eq. (3.32) é revertido no tempo. Após a reversão ele é recalculado através da Eq. (3.33) que é equivalente ao alisamento na frequência no domínio  $\mathcal{Z}$  (Passo 2),

$$\hat{q}(k) = \sum_{i=0}^{n_n} b_i q(k-i) - \sum_{i=1}^{n_n} a_i \hat{q}(k-i) \Rightarrow \text{Equação diferença} \quad (3.33)$$

Desta forma é possível se estimar o fluxo desconhecido, a partir das Eqs. (3.32 e 3.33). Com os valores medidos de temperatura na posição  $x=L$ , faz-se uma primeira estimativa do fluxo, através da Eq. (3.32). Reverte-se a seqüência obtida no tempo e filtra-se este fluxo com a Eq. (3.33). Revertendo a seqüência de fluxo filtrada, têm-se o fluxo estimado.

### 3.2.2 Método da Função Especificada Sequencial

Um caminho para tratar o problema inverso em condução de calor é assumir uma forma funcional da variação do fluxo de calor com o tempo (chamado de método da função especificada). Essa função pode ser uma seqüência de segmentos constantes, segmentos lineares ou assumir formas como parábolas, cúbicas ou exponenciais. Outras variações possíveis neste método são:

- 1 – estimar simultaneamente todos os parâmetros para o intervalo total
- 2 – estimar os parâmetros de forma seqüencial.

No primeiro esquema, tem-se a chamada estimação em todo domínio (Beck, 1985). No procedimento seqüencial, um segmento após outro é estimado começando com tempos iniciais movendo-se para tempos maiores sucessivamente.

Alguns conceitos básicos para a implementação do procedimento seqüencial podem ser apresentados:

- 1 – Uma forma funcional para  $q(t)$  é assumida para tempos  $t_{M+1}, t_{M+2}, \dots, t_{M+r-1}$  sendo que para  $t < t_M$  o fluxo de calor é conhecido;
- 2 – Uma função erro quadrático é usada para esses tempos;
- 3 – Componentes de fluxos de calor são estimadas para a forma funcional assumida;
- 4 – Somente a primeira componente  $q_M$  é retida;
- 5 –  $M$  é aumentado em um passo e o procedimento é repetido;
- 6 – Forma funcional – fluxo de calor constante.

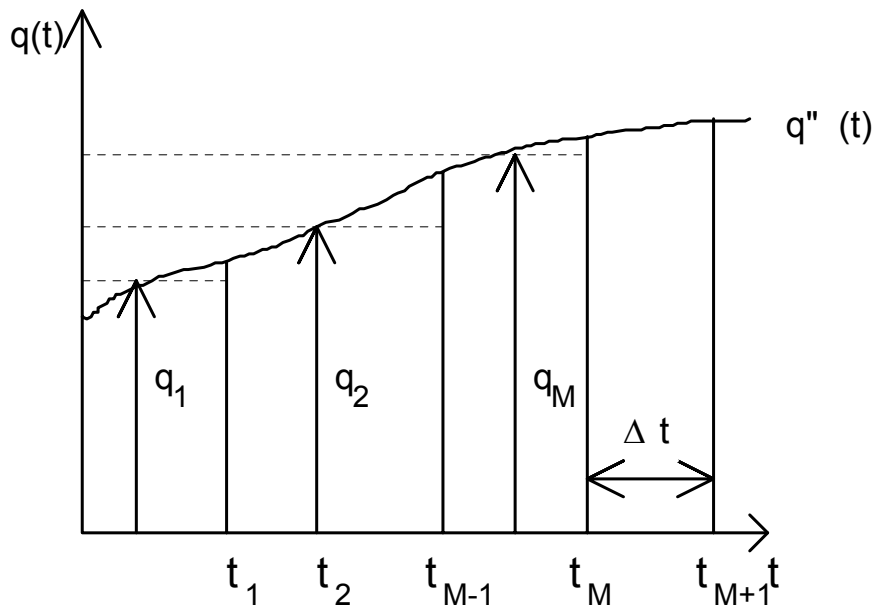


Figura 3.7 - Fluxo de calor imposto de forma arbitrária.

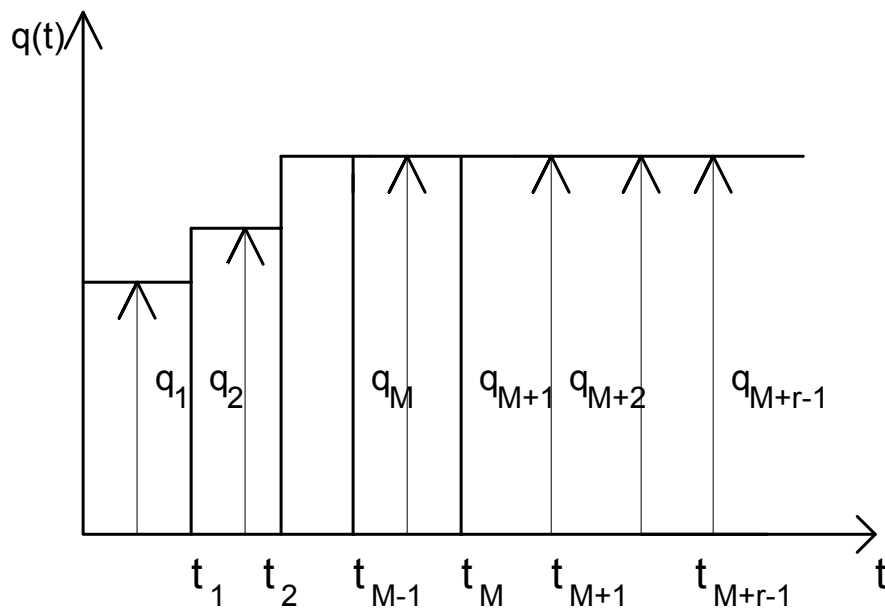


Figura 3.8 - Modelamento do fluxo de imposto constante para  $r-1$  tempos futuros.

A Figura 3.7 apresenta um fluxo de calor desconhecido a ser estimado enquanto a Fig. 3.8 representa a modelagem do fluxo de calor para  $r$  tempos futuros. Ou seja, as componentes estimadas do fluxo de calor  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_{M-1}$  são considerados previamente estimados e são denotados por,  $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \hat{q}_3, \dots, \hat{q}_{M+r-1}$

Para aumentar a estabilidade do algoritmo inverso, as componentes de fluxo de calor.

$q_{M+1}, q_{M+2}, \dots, q_{M+r-1}$  são assumidas iguais a  $q_{M+1} = q_{M+2} = \dots = q_{M+r-1}$

Para o algoritmo seqüencial de estimação de  $q_M$  as temperaturas  $T_{M+1}, T_{M+2}, \dots, T_{M+r-1}$  são necessárias.

Assim, assumindo a hipótese de fluxo de calor constante, tem-se,

$$T_M = \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + q_M \Phi_1, \quad (3.34)$$

$$T_{M+1} = \hat{T}_M \Big|_{q_M=q_{M+1}=0} + q_M \Phi_2, \quad (3.35)$$

$$T_{M+r-1} = \hat{T}_M \Big|_{q_M=q_{M+1}=q_{M+r-1}=0} + q_M \Phi_2, \quad (3.36)$$

onde a seguinte relação é usada,

$$\Phi_j = \sum_{i=0}^{j-1} \Delta \Phi_i, \quad (3.37)$$

logo, a estimação de  $q_M$  é obtida através da minimização da diferença quadrática entre as temperaturas  $Y_{M+1}, Y_{M+2}, \dots, Y_{M+r-1}$  e  $T_{M+1}, T_{M+2}, \dots, T_{M+r-1}$ , ou seja:

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1})^2, \quad (3.38)$$

ou

$$S = \sum_{i=1}^r \left( Y_{M+i-1} - \hat{T}_M \Big|_{q_M=q_{M+1}=q_{M+i-1}=0} - q_M \Phi_i \right)^2, \quad (3.39)$$

Derivando S em relação a  $q_M$  obtém-se a equação de recorrência para  $q_M$  como sendo,

$$q_M = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1|q_M=\dots 0}) \Phi_i}{\sum_{i=1}^r \Phi_i^2}, \quad (3.40)$$

ou,

$$q_M = \sum_{i=1}^r K_i (Y_{M+i-1} - \hat{T}_{M+i-1|q_M=\dots 0})^2, \quad (3.41)$$

com,

$$K_i = \frac{\phi_i}{\sum_{j=1}^r \phi_j^2} \quad (3.42)$$

A Equação (3.41) é usada para as estimativas das componentes do fluxo de calor  $q_M$  para  $r$  tempos futuros, (Beck, 1985).



### 3.3 Obtenção da Difusividade Térmica

Diferentes modelos dinâmicos podem ser obtidos do modelo térmico mostrado pela Fig. 3.1, onde  $\phi$  representa o fluxo de calor,  $T_i$  a temperatura e  $i$  o índice usado para descrever a localização das temperaturas na amostra.

Para a obtenção da difusividade térmica é conveniente escolher um modelo dinâmico com a característica de uma entrada,  $X(t) = \phi(t)$  representada pelo fluxo de calor e por duas saídas, representadas pelas temperaturas em duas posições distintas na amostra,  $Y(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ , onde  $\theta$  é definido como  $T_i - T_0$ .

Usando funções de Green para a solução do problema térmico descrito pela Eq. (3.4) e calculando a temperatura para duas posições diferentes, pode-se escrever,

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = G_{12}^+(f)\phi(f) \quad , \quad (3.43)$$

onde  $G_{12}(\tau)$  representa a função de Green do sistema térmico. No domínio da frequência,  $G_{12}(f)$  também representa a resposta em frequência,  $H(f)$ , e é definida pela transformada de Fourier de  $G_H(\tau)$ ,

$$G_{12}(f) = \int_0^{\infty} G_{12}(\tau) e^{-j2\pi\tau} d\tau \quad , \quad (3.44)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$  é o número complexo unitário.

Admitindo-se, neste ponto, que o fluxo de calor é perfeitamente identificado pelas técnicas de estimativas de funções apresentadas na seção anterior ou quando possível obtido experimentalmente, então a função de Green,  $G_{12}$ , pode ser obtida experimentalmente. Como sendo,

$$G_{12}^+(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} \quad , \quad (3.45)$$

Observa-se que como  $\phi(t)$  e  $\theta_i(t)$  são obtidos de medições discretas, a transformada de Fourier é também realizada numericamente usando-se o algoritmo de Cooley-Tukey (Discrete Fast Fourier Transform), Bendat e Piersol (1986).

Portanto, o modelo térmico equivalente do sistema dinâmico pode ser representado por,

$$G_{12}(f) = H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} = \frac{Y(f)}{X(f)} = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)}, \quad (3.46)$$

onde a função  $H(f)$  representa a função resposta em frequência do sistema e  $S_{xy}$  e  $S_{xx}$ , representam a densidade espectral cruzada e a densidade autoespectral, respectivamente.

Observa-se ainda da Eq. (3.4) que  $H(f)$  é portanto fortemente dependente das propriedades térmicas da amostra. Ou seja, isto significa que,

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)} = \text{função}(\alpha, k). \quad (3.47)$$

Nota-se também que no plano transformado  $f$ - $t$ , a variável  $H(f)$  é uma variável complexa. Neste caso ela pode ser escrita em sua forma polar como,

$$G_{12}(f) = H(f) = |H(f)| e^{-j\varphi(f)}, \quad (3.48)$$

onde  $|H|$  e  $\varphi$  representam respectivamente o módulo e a fase de  $H(f)$ . O fator de fase pode também ser escrito como,

$$\varphi(f) = \arctan[\text{Im} H(f) / \text{Re} H(f)], \quad (3.49)$$

onde  $\text{Im} H(f)$  e  $\text{Re} H(f)$  são a parte imaginária e real de  $H(f)$ .

A fase da resposta em frequência  $H(f)$ , é a base para a determinação da difusividade térmica. Isto se deve ao fato do fator de fase ser somente função da difusividade térmica, que demonstra a grande conveniência de se trabalhar no domínio da frequência. A idéia básica aqui é a observação que o atraso entre o fluxo de calor e as respostas de temperaturas é uma função exclusiva da difusividade térmica (Guimarães et al,

1995). Portanto a minimização de uma função objetivo baseada na diferença entre os valores calculados e experimentais do fator de fase é o caminho para a obtenção da difusividade térmica. Esta função pode ser escrita por,

$$S_{\varphi} = \sum_{i=1}^{Nf} \left( \varphi_e(i) - \varphi(i) \right)^2, \quad (3.50)$$

onde  $\varphi_e$  e  $\varphi$  são os valores experimentais e calculados do fator de fase de  $H(f)$ , respectivamente. Os valores teóricos do fator de fase são obtidos da identificação de  $H(f)$  dada pela Eq. (3.49). Neste caso a saída  $Y(f)$  é a transformada de Fourier da diferença da temperatura  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  obtidas pela solução numérica da Eq. (3.4) usando o método de volume finitos (Patankar, 1980). De fato, este procedimento evita a necessidade de se obter a função de Green de forma explícita e analítica.

Os valores de  $\alpha$  serão então os valores que minimizam a Eq. (3.50). Um método indicado para a minimização desse funcional é o método da Seção Áurea com Aproximação Polinomial, (Vanderplaats, 1984), uma vez que a Eq. (3.50) é uma função de somente uma variável.

Neste estágio uma observação deve ser feita. A entrada do sistema dado por  $X(t) = \phi(t)$  ainda não foi inteiramente identificada. De fato o procedimento inverso descrito no item anterior identificou somente a taxa  $Q^+(t)$  proporcional a esse fluxo. Essa proporcionalidade pode ser explicitamente observada da Eq. (3.5), ou seja, pode-se escrever,

$$Q^+(f) = \frac{\phi(f)}{k} \frac{k_{ref}}{q_{ref}} = K \phi(f), \quad (3.51)$$

onde K representa um fator de proporcionalidade entre o fluxo e a taxa. Substituindo a Eq. (3.51) na Eq. (3.47) obtém-se,

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{K^{-1} Q^+(f)}, \quad (3.52)$$

e pode-se escrever ainda,

$$H^*(f) = K H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{Q^+(f)} . \quad (3.53)$$

Das Eqs. (3.49 e 3.53) pode-se observar que embora a constante de proporcionalidade  $K$  afete diretamente o cálculo do valor módulo de  $H(f)$ , o seu efeito no fator de fase não é verificado. Observa-se que nesse caso, os fatores de fase de  $H(f)$  e  $H^*(f)$  são idênticos. Essa observação pode ser verificada considerando os cálculos dos fatores de fase das duas funções complexas proporcionais, ou seja, se  $H(f)$  é uma função complexa dada por:

$$H(f) = a + b j$$

onde  $a$  e  $b$  são números reais e  $j$  é a variável complexa unitária definida por  $j = \sqrt{-1}$ . Então o fator de fase de  $H$ ,  $\varphi(f)$ , e de  $H^*$ ,  $\varphi^*(f)$ , são idênticos e podem ser calculados por,

$$\begin{aligned} \varphi(f) &= \arctan \left[ \frac{\text{Im } H(f)}{\text{Re } H(f)} \right] = \arctan \left[ \frac{b}{a} \right] , \\ \varphi^*(f) &= \arctan \left[ \frac{\text{Im } H^*(f)}{\text{Re } H^*(f)} \right] = \arctan \left[ \frac{K b}{K a} \right] = \arctan \left[ \frac{b}{a} \right] . \end{aligned} \quad (3.54)$$

Esse fato indica que a difusividade térmica tem baixa sensibilidade relacionada à amplitude dos sinais de  $X$  e  $Y$  o que por si acarreta em uma baixa sensibilidade a erros determinísticos como as incertezas de curva de calibração de sensores de temperatura ou de transdutores de fluxo de calor.

### 3.4 Obtenção Simultânea do Fluxo de Calor $\phi(t)$ e da Condutividade Térmica

Uma vez determinados a difusividade térmica e a taxa de calor adimensional  $Q^+(t)$ , resta, portanto a obtenção do fluxo de calor efetivamente absorvido pela superfície,  $\phi(t)$  e da condutividade térmica da amostra.

Como já mencionado, a idéia básica usada neste trabalho é simples. O princípio consiste na aplicação de um fluxo de calor, fornecido por efeito Joule de um elemento resistivo diretamente colado à superfície da amostra de interesse. Para que todo o calor gerado pelo elemento seja totalmente imposto à amostra, exige-se que todo o ambiente esteja evacuado. Desta forma o calor total fornecido à amostra pode ser obtido simplesmente multiplicando-se a tensão pela corrente imposta na resistência elétrica.

O único inconveniente deste procedimento reside então na inércia térmica do elemento de aquecimento e da própria amostra que não permitem que todo o calor imposto seja imediatamente (sem atraso) absorvido pela superfície aquecida.

A Figura 3.9 apresenta uma evolução típica do fluxo de calor  $Q^+(t)$  proporcional ao fluxo de calor,  $\phi(t)$ , que é absorvido na superfície da amostra.

Observando-se a evolução da taxa de calor total gerado na resistência elétrica Fig. 3.2 conclui-se que o fluxo de calor será totalmente absorvido pela superfície somente após decorridos um determinado tempo  $t_f$ . Ou seja, se  $P''(t)$  representa a potência por unidade de área do aquecedor ( $W/m^2$ ) dissipada pelo elemento resistivo e  $\phi''(t)$  representa o fluxo de calor efetivamente entregue à amostra então aplicando-se o princípio da conservação da energia após um determinado tempo,  $t_f$ , pode-se escrever,

$$E_{aq} = \int_0^{t_f} P(t) dt = E_{samp} = \int_0^{t_f} \phi''(t) A dt, \quad (3.55)$$

ou seja,

$$\int_0^{t_f} \phi''(t) A dt = \int_0^{t_f} V(t) I(t) dt, \quad (3.56)$$

onde  $V(t)$  e  $I(t)$  representam a tensão e a corrente imposta no aquecedor elétrico resistivo.

Mas da definição dada pela Eq. (3.5) pode-se escrever,

$$Q^+(t) = \frac{\phi(t)}{k} \frac{k_{ref}}{q_{ref}}, \quad (3.57)$$

ou ainda,

$$\phi(t) = k \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t). \quad (3.58)$$

Logo a Eq. (3.56) pode ser escrita como,

$$\int_0^{tf} k A \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t) dt = \int_0^{tf} V(t) I(t) dt, \quad (3.59)$$

ou ainda,

$$k \int_0^{tf} A \frac{q_{ref}}{k_{ref}} Q^+(t) dt = \int_0^{tf} V(t) I(t) dt, \quad (3.60)$$

e portanto a condutividade térmica  $k$ , pode ser obtida por,

$$k = \int_0^{tf} V(t) I(t) dt \left[ \frac{q_{ref}}{k_{ref}} A \int_0^{tf} Q^+(t) dt \right]^{-1}. \quad (3.61)$$

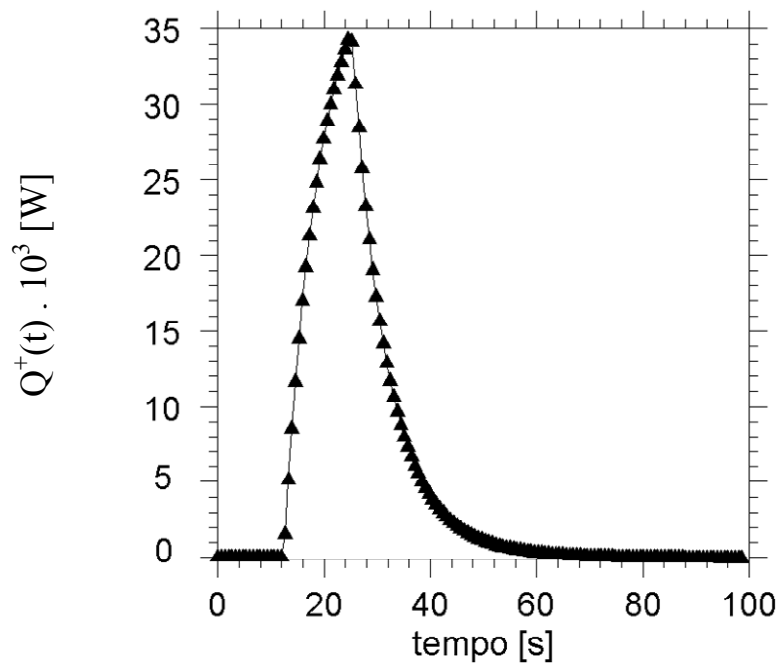


Figura 3.9. Sinal de  $Q^+(t)$  proporcional ao fluxo de calor imposto na superfície da amostra.

Uma vez determinado a condutividade térmica a Eq. (3.58) pode então ser usada para a determinação da evolução do fluxo de calor absorvido na amostra.

Observa-se que a quantidade  $Q^+(t)$  pode ser encontrada usando-se qualquer técnica de problema inverso, como nas duas técnicas propostas nesta seção (Souza et al, 2006) e (Beck, 1985). Ainda com respeito à Eq. (3.61),  $V(t)$  e  $I(t)$  são quantidades conhecidas e especificadas pela potência desejada. Os valores  $\alpha_{ref}$ ,  $q_{ref}$  e  $k_{ref}$  são parâmetros de referência sendo, a princípio, admitido qualquer valor, inclusive o unitário.

Em amostras porosas cujo vácuo pode interferir na obtenção das propriedades térmicas. O isolamento pode ser feito como é mostrado no Cap. VI e ainda neste mesmo capítulo uma comparação de resultados usando-se transdutores de fluxo de calor e a técnica de estimativa de funções.

### 3.5 – Metodologia Numérica para Solução do Problema Direto

Vários métodos numéricos são usados na resolução de equações diferenciais parciais, tais como: elementos finitos, diferenças finitas e volumes finitos. Neste trabalho foi usado o método dos volumes finitos. O método dos volumes finitos consiste em dividir o domínio de estudo em um número finito de subdomínios de volumes de controle, tal que há um volume de controle ao redor em cada ponto da malha. A discretização é feita integrando todos os termos da equação que governa o fenômeno no volume e no tempo para cada volume de controle do domínio. O resultado é a equação discretizada contendo os valores de grandeza de interesse para um grupo de pontos da malha. A solução resultante implica que a conservação das quantidades de interesse é satisfeita em qualquer volume de controle e, conseqüentemente do domínio em estudo. A discretização das equações deve ser feita para uma malha de volumes que deve abranger todo o domínio de estudo. As malhas cartesianas devido a sua simplicidade na realização dos balanços e na solução dos sistemas lineares resultantes são mais largamente utilizadas.

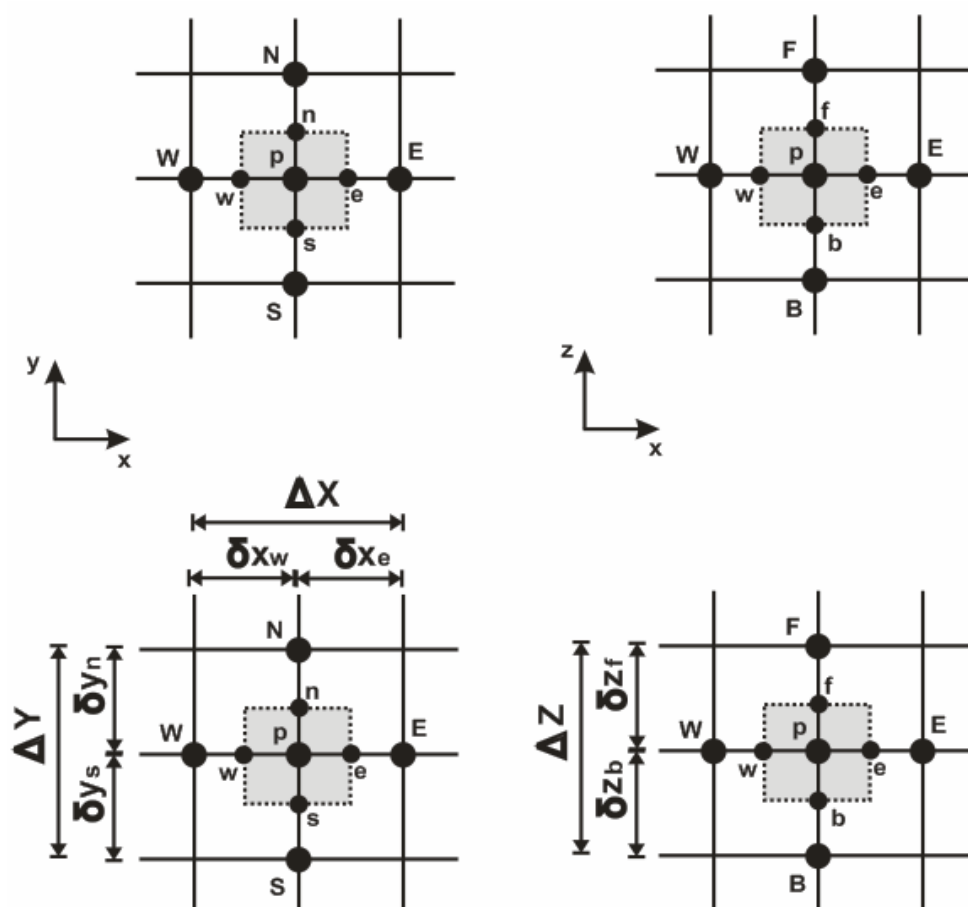


Figura 3.10 – Discretização em volumes finitos.



Aplicando-se a integral em todos os termos da equação no volume de controle tridimensional e no tempo, tem-se,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.63)$$

integrando a Eq. (3.63), obtém-se,

$$\begin{aligned} & \int_t^{\infty} \int_z \int_y \int_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt + \int_t^{\infty} \int_z \int_x \int_y \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx dz dt + \int_t^{\infty} \int_y \int_x \int_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz dx dy dt = \\ & = \int_z \int_y \int_x \int_t^{\infty} \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dy dz \end{aligned}$$

ou seja, se

$$\begin{aligned} & \int_{t^{n-1}}^{t^n} \int_B^F \int_S^N \int_W^E \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt + \int_{t^{n-1}}^{t^n} \int_B^F \int_W^S \int_N^E \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx dz dt + \int_{t^{n-1}}^{t^n} \int_S^N \int_W^E \int_B^F \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz dx dy dt = \\ & = \int_B^F \int_S^N \int_W^E \int_{t^{n-1}}^{t^n} \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dy dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z \Delta t \int_W^E \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx + \Delta x \Delta z \Delta t \int_S^N \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy + \Delta x \Delta y \Delta t \int_B^F \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz = \\ & = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{\alpha} \int_{t^{n-1}}^{t^n} \frac{\partial T}{\partial t} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z \Delta t \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_W^E + \Delta x \Delta z \Delta t \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_S^N + \Delta x \Delta y \Delta t \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_B^F = \\ & = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{\alpha} T \Big|_{t^{n-1}}^{t^n} \end{aligned}$$

Para o problema físico proposto usou-se uma função linear como função de interpolação espacial entre os pontos nodais. Assim sendo, as derivadas diretas, são dadas por,

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z \Delta t \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_E - \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_W \right] + \Delta x \Delta z \Delta t \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_N - \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_S \right] + \Delta x \Delta y \Delta t \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_F - \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_B \right] = \\ & = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{\alpha} T \Big|_{t^{n-1}}^{t^n} \end{aligned}$$

ou,

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_E - \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_W = \left( \frac{T_E^n - T_P^n}{\delta x_e} \right) - \left( \frac{T_P^n - T_W^n}{\delta x_w} \right) = \frac{T_E^n}{\delta x_e} - \frac{T_P^n}{\delta x_e} - \frac{T_P^n}{\delta x_w} + \frac{T_W^n}{\delta x_w}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_N - \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_S = \left( \frac{T_N^n - T_P^n}{\delta x_n} \right) - \left( \frac{T_P^n - T_S^n}{\delta x_s} \right) = \frac{T_N^n}{\delta x_n} - \frac{T_P^n}{\delta x_n} - \frac{T_P^n}{\delta x_s} + \frac{T_S^n}{\delta x_s}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_F - \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_B = \left( \frac{T_F^n - T_P^n}{\delta x_f} \right) - \left( \frac{T_P^n - T_B^n}{\delta x_b} \right) = \frac{T_F^n}{\delta x_f} - \frac{T_P^n}{\delta x_f} - \frac{T_P^n}{\delta x_b} + \frac{T_B^n}{\delta x_b}$$

$$T \Big|_{t^{n-1}}^{t^n} = T_P^n - T_P^{n-1}$$

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z \Delta t \left( \frac{T_E^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_w} + \frac{T_W^n}{\delta x_w} \right) + \Delta x \Delta z \Delta t \left( \frac{T_N^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_s} + \frac{T_S^n}{\delta x_s} \right) + \\ & + \Delta x \Delta y \Delta t \left( \frac{T_F^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_b} + \frac{T_B^n}{\delta x_b} \right) = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{1}{\alpha} (T_p^n - T_p^{n-1}) \end{aligned}$$

onde,

$$A_x = \Delta y \Delta z \quad A_y = \Delta x \Delta z \quad A_z = \Delta x \Delta y \quad \forall = \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$\begin{aligned} & A_x \Delta t \left( \frac{T_E^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_w} + \frac{T_W^n}{\delta x_w} \right) + A_y \Delta t \left( \frac{T_N^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_s} + \frac{T_S^n}{\delta x_s} \right) + \\ & + A_z \Delta t \left( \frac{T_F^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_b} + \frac{T_B^n}{\delta x_b} \right) = \forall \frac{1}{\alpha} (T_p^n - T_p^{n-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta t \left[ A_x \left( \frac{T_E^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_w} + \frac{T_W^n}{\delta x_w} \right) + A_y \left( \frac{T_N^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_s} + \frac{T_S^n}{\delta x_s} \right) + \right. \\ & \left. + A_z \left( \frac{T_F^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_b} + \frac{T_B^n}{\delta x_b} \right) \right] = \forall \frac{1}{\alpha} (T_p^n - T_p^{n-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & A_x \left( \frac{T_E^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_e} - \frac{T_p^n}{\delta x_w} + \frac{T_W^n}{\delta x_w} \right) + A_y \left( \frac{T_N^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_n} - \frac{T_p^n}{\delta x_s} + \frac{T_S^n}{\delta x_s} \right) + \\ & + A_z \left( \frac{T_F^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_f} - \frac{T_p^n}{\delta x_b} + \frac{T_B^n}{\delta x_b} \right) = \forall \frac{1}{\alpha} \left( \frac{T_p^n - T_p^{n-1}}{\Delta t} \right) \end{aligned}$$

ou,

$$\begin{aligned} & A_x \frac{T_E^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_p^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_p^n}{\delta x_w} + A_x \frac{T_W^n}{\delta x_w} + A_y \frac{T_N^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_p^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_p^n}{\delta x_s} + A_y \frac{T_S^n}{\delta x_s} + \\ & + A_z \frac{T_F^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_p^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_p^n}{\delta x_b} + A_z \frac{T_B^n}{\delta x_b} = \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_p^n}{\Delta t} - \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_p^{n-1}}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_x \frac{T_E^n}{\delta x_e} + A_x \frac{T_W^n}{\delta x_w} + A_y \frac{T_N^n}{\delta x_n} + A_y \frac{T_S^n}{\delta x_s} + A_z \frac{T_F^n}{\delta x_f} + A_z \frac{T_B^n}{\delta x_b} - \\
& - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_w} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_s} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_b} = \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^n}{\Delta t} - \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{n-1}}{\Delta t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_x \frac{T_E^n}{\delta x_e} + A_x \frac{T_W^n}{\delta x_w} + A_y \frac{T_N^n}{\delta x_n} + A_y \frac{T_S^n}{\delta x_s} + A_z \frac{T_F^n}{\delta x_f} + A_z \frac{T_B^n}{\delta x_b} - \\
& - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_w} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_s} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_b} - \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^n}{\Delta t} = -\forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{n-1}}{\Delta t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_x \frac{T_E^n}{\delta x_e} + A_x \frac{T_W^n}{\delta x_w} + A_y \frac{T_N^n}{\delta x_n} + A_y \frac{T_S^n}{\delta x_s} + A_z \frac{T_F^n}{\delta x_f} + A_z \frac{T_B^n}{\delta x_b} - \\
& - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_P^n}{\delta x_w} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_P^n}{\delta x_s} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_P^n}{\delta x_b} - \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^n}{\Delta t} = -\forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{n-1}}{\Delta t} \quad \times (-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - A_x \frac{T_E^n}{\delta x_e} - A_x \frac{T_W^n}{\delta x_w} - A_y \frac{T_N^n}{\delta x_n} - A_y \frac{T_S^n}{\delta x_s} - A_z \frac{T_F^n}{\delta x_f} - A_z \frac{T_B^n}{\delta x_b} + \\
& + A_x \frac{T_P^n}{\delta x_e} + A_x \frac{T_P^n}{\delta x_w} + A_y \frac{T_P^n}{\delta x_n} + A_y \frac{T_P^n}{\delta x_s} + A_z \frac{T_P^n}{\delta x_f} + A_z \frac{T_P^n}{\delta x_b} + \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^n}{\Delta t} = \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{n-1}}{\Delta t} \\
& - \frac{A_x}{\delta x_e} T_E^n - \frac{A_x}{\delta x_w} T_W^n - \frac{A_y}{\delta x_n} T_N^n - \frac{A_y}{\delta x_s} T_S^n - \frac{A_z}{\delta x_f} T_F^n - \frac{A_z}{\delta x_b} T_B^n + \\
& + \frac{A_x}{\delta x_e} T_P^n + \frac{A_x}{\delta x_w} T_P^n + \frac{A_y}{\delta x_n} T_P^n + \frac{A_y}{\delta x_s} T_P^n + \frac{A_z}{\delta x_f} T_P^n + \frac{A_z}{\delta x_b} T_P^n + \forall \frac{1}{\alpha} T_P^n = \forall \frac{1}{\alpha} \frac{T_P^{n-1}}{\Delta t}
\end{aligned}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
& - \frac{A_x}{\delta x_e} T_E^n - \frac{A_x}{\delta x_w} T_W^n - \frac{A_y}{\delta x_n} T_N^n - \frac{A_y}{\delta x_s} T_S^n - \frac{A_z}{\delta x_f} T_F^n - \frac{A_z}{\delta x_b} T_B^n + \\
& + \left( \frac{A_x}{\delta x_e} + \frac{A_x}{\delta x_w} + \frac{A_y}{\delta x_n} + \frac{A_y}{\delta x_s} + \frac{A_z}{\delta x_f} + \frac{A_z}{\delta x_b} + \forall \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\Delta t} \right) T_P^n = \forall \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\Delta t} T_P^{n-1}
\end{aligned}$$

onde,

$$a_e = \frac{A_x}{\delta x_e} \quad a_w = \frac{A_x}{\delta x_w}$$

$$a_n = \frac{A_x}{\delta x_n} \quad a_s = \frac{A_x}{\delta x_s}$$

$$a_f = \frac{A_x}{\delta x_f} \quad a_b = \frac{A_x}{\delta x_b}$$

$$a_p = \frac{A_x}{\delta x_e} + \frac{A_x}{\delta x_w} + \frac{A_y}{\delta x_n} + \frac{A_y}{\delta x_s} + \frac{A_z}{\delta x_f} + \frac{A_z}{\delta x_b} + \forall \frac{1}{\alpha \Delta t}$$

$$b = \forall \frac{1}{\alpha \Delta t}$$

e portanto,

$$-a_e T_E^n - a_w T_W^n - a_n T_N^n - a_s T_S^n - a_f T_F^n - a_b T_B^n + a_p T_p^n = b \quad (3.64)$$

Como as equações a serem resolvidas estão na forma implícita, o método para a solução deve ser iterativo. As equações deste método estão descritas abaixo. A primeira equação, encontra uma solução parcial do problema. Esta solução é verificada pela segunda equação, cujo valor deve ficar abaixo de um valor pré-estabelecido. Para melhorar a convergência do método, o número  $1 \geq \xi \leq 2$  é usado, o valor exato deste número depende de cada problema a ser resolvido.

$$T^n = T^n - \xi \frac{a_w T_W^n + a_e T_E^n + a_s T_S^n + a_n T_N^n + a_b T_B^n + a_f T_F^n - a_p T_p^n + b}{-a_p} \quad (3.65)$$

$$residuo = T^n - \frac{a_w T_W^n + a_e T_E^n + a_s T_S^n + a_n T_N^n + a_b T_B^n + a_f T_F^n + b}{a_p} \quad (3.66)$$

O algoritmo para o método de solução das Eqs. (3.65 e 3.66) é mostrado abaixo. Lembrando que o índice inferior é referente à posição na malha e o índice superior é referente ao tempo.

Parte do algoritmo de solução de equações lineares.

```

for (->t)
  begin

  while (residuo> erro)
    begin

    for (->z)
      for (->y)
        for (->x)
          begin


$$T^n = T^n - \xi \frac{a_w T_W^n + a_e T_E^n + a_s T_S^n + a_n T_N^n + a_b T_B^n + a_f T_F^n - a_p T_p^n + b}{-a_p}$$


          end

        for (->z)
          for (->y)
            for (->x)
              begin


$$residuo = T^n - \frac{a_w T_W^n + a_e T_E^n + a_s T_S^n + a_n T_N^n + a_b T_B^n + a_f T_F^n + b}{a_p}$$


              end

            end

          end

        end

      end

    end

  end

end

```

### 3.6 Considerações Experimentais e Numéricas da Técnica Proposta

O uso de técnicas experimentais para a identificação de materiais condutores, requer uma grande atenção. Por exemplo, um modelo baseado na hipótese unidimensional é mais difícil de ser obtido experimentalmente em materiais condutores do que em isolantes. Além disso, uma dificuldade adicional surge devido ao efeito mais presente da resistência de contato térmico entre sensores, amostras e fontes de calor. Para experimentos envolvendo materiais isolantes a resistência térmica pode ser desprezada, (Guimarães, 1993), já para amostras condutoras o problema é delicado e pode ser minimizado através da otimização do projeto experimental. Uma solução para este problema seria o uso de um modelo térmico bidimensional com o termopar ao lado do aquecedor e transdutor, como mostrado na Fig. 3.11b. Entretanto, esta solução seria inviável devido ao baixo gradiente de temperatura entre os termopares  $T_1(t)$  e  $T_2(t)$ , o que tornaria necessário o uso de amostras com grandes espessuras. Outra opção seria o posicionamento lado a lado dos termopares, na superfície frontal ao aquecimento, como mostra a Fig. 3.11c. Todavia, o posicionamento transversal dos termopares não resultaria em um modelo tridimensional. O modelo 3D permite considerar com maior eficiência as características físicas de perdas de calor laterais, existentes em meios condutores, além de apresentar uma maior flexibilidade no projeto experimental. Esta flexibilidade permite, por exemplo, a otimização da localização das fontes e dos sensores de fluxo de calor e de temperatura, de forma a minimizar a presença de regiões de resistência de contato entre elas.

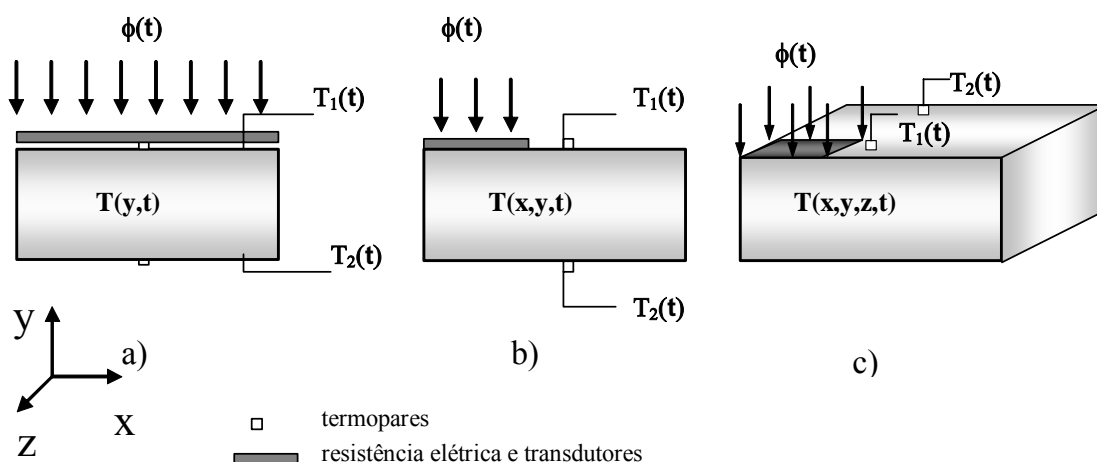


Figura 3.11 - Esquemas de modelos experimentais evidenciando a presença de resistência térmica de contato entre termopares e resistências elétricas.

Outro problema, também importante, que surge na aplicação de modelos unidimensionais em materiais condutores diz respeito à baixa sensibilidade das propriedades térmicas relativas à grandeza a ser minimizada. Novamente, o uso de um modelo tridimensional representa uma solução para esse problema.



## **CAPÍTULO IV**

### **MONTAGEM E PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL**

Uma das principais dificuldades na determinação das propriedades térmicas é o projeto experimental. O projeto experimental envolve entre vários fatores a preparação da amostra e o estabelecimento físico das condições de contorno. Cita-se como dois grandes objetivos da técnica proposta a característica não destrutiva do método bem como a menor limitação possível das condições de contorno aplicadas. Descreve-se, a seguir, o desenvolvimento e a execução do projeto experimental concebido a partir destes dois objetivos.

#### **4.1 Câmara de Vácuo**

Como foi dito anteriormente a câmara de vácuo garante uma condição muito próxima do modelo matemático proposto. Durante séculos o conceito de vácuo foi muito discutido e debatido, inicialmente no campo da Filosofia e depois no das Ciências Naturais. Foi somente no século XVII com o uso mais intenso da experiência como auxiliar do raciocínio científico, que dois problemas começaram a serem devidamente equacionados: a natureza do ar e a possibilidade de produzir uma região do espaço sem ar ou, pelo menos, com uma quantidade muito pequena de ar. Pode-se identificar aí o real início da tecnologia do vácuo, em Florência, na Toscana (hoje Itália) por volta de 1640 com Galileu. Suas pesquisas foram continuadas de modo brilhante por seu aluno, Evangelista Torricelli que interpretou o fenômeno como relacionado com o “peso do ar”.

É interessante perceber que a experiência de Torricelli, com o seu barômetro foi uma das primeiras técnicas para produzir vácuo artificialmente. A tecnologia de vácuo progrediu muito nos últimos anos com novos tipos de bombas e novos materiais a serem utilizados como vedantes, hoje, é possível atingir pressões da ordem de  $10^{-12}$  Torr nos melhores sistemas. Nem sempre, porém é necessário produzir o melhor vácuo possível. Para cada processo procura-se obter o vácuo adequado ao que se quer. A Tabela 4.1 apresenta referências para os diversos níveis de vácuo.

Devemos considerar que o gás com que estamos trabalhando é o ar, cuja composição é: nitrogênio (78%), oxigênio (21%), argônio (0,9%) e, em menor proporção, gás carbônico, neônio, hélio, metano, criptônio, hidrogênio, óxido nítrico e xenônio, entre outros.

Tabela 4.1- Tabela de Vácuo, (Stempniak, 2002).

	Pressão atmosférica	Médio vácuo	Alto vácuo	Ultra vácuo	Ultra alto vácuo
Pressão (Torr)	760	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$
Número de moléculas por ( $cm^3$ )	$2 \times 10^{19}$	$3 \times 10^{13}$	$3 \times 10^{10}$	$3 \times 10^8$	$3 \times 10^7$
Número de moléculas por segundo que bombardeiam as paredes por ( $cm^2$ )	$3 \times 10^{23}$	$4 \times 10^{17}$	$4 \times 10^{14}$	$4 \times 10^{12}$	$4 \times 10^{11}$
Livre caminho médio entre as colisões (cm)	$6.5 \times 10^{-6}$	5	500	$5 \times 10^5$	$5 \times 10^6$

## 4.2 Geometria das Amostras

Uma característica bastante desejável de qualquer técnica experimental é a sua flexibilidade em relação ao tamanho e à geometria das amostras. No caso da técnica proposta esta flexibilidade existe devido à solução numérica do problema térmico permitir o uso das mais variadas formas como apresentadas na Fig. 4.1. O programa numérico DPT baseado em volumes finitos foi desenvolvido especificamente para atender estas exigências.



Figura 4.1- Geometrias das amostras.

### 4.3 Medição da Potência Fornecida

Embora a técnica proposta não use transdutores de fluxo de calor ela necessita que a tensão e a corrente aplicadas à resistência sejam adquiridas em cada instante de medição. O ideal, neste caso, é que a aquisição destes sinais seja realizada pelo mesmo equipamento usado para a medição de temperatura.

Para isso, um esquema especial de medição da voltagem e amperagem entregue ao aquecedor foi construído, uma vez que a voltagem excedia o limite de medição do equipamento. Uma ponte de resistências foi construída para contornar este problema. Com a ponte, a tensão pode então ser lida diretamente pelo sistema de medição em regiões próximas aos níveis de tensão dos termopares. Conhecendo o valor de cada resistência é possível calcular o valor da amperagem e voltagem, através da lei de Kirchhoff e portanto recuperar o valor da tensão que atravessa a resistência elétrica. As resistências utilizadas estão mostradas na Fig. 4.2, e o esquema de montagem da ponte de resistências na Fig. 4.3. Ou seja, as resistências em série têm a função de diminuir tanto o nível de tensão quanto o da corrente que chega nos terminais de medição.

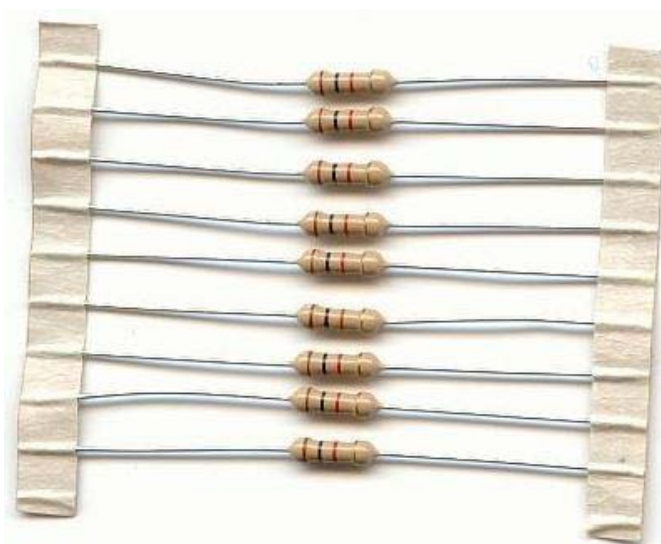


Figura 4.2 – Foto das resistências usadas na ponte.

Os valores das resistências usadas, são:  $R_1 = 50\text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 20\text{ K}\Omega$  e  $R = 318\Omega$ . Sendo  $R$  a resistência do aquecedor elétrico e as demais da ponte de resistência.

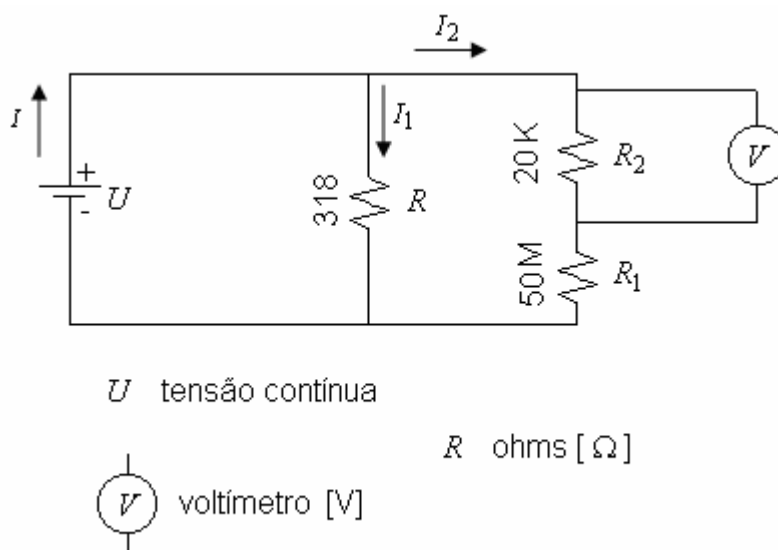


Figura 4.3 – Esquema de montagem.

Assim medindo-se a tensão  $V$  e conhecendo-se os valores das resistências, pode-se aplicar a lei de Kirchhoff, para encontrar  $U$  e  $I_1$ . Ou seja, se  $I_1$  é a amperagem que chega ao aquecedor elétrico calcula-se a potência fornecida em cada instante pelo aquecedor. Usando,

$$P(t) = U(t) I_1(t) \quad [W] \quad (4.1)$$

Como  $U(t)$  e  $I_1(t)$  são desconhecidos, a Eq. (4.1) não pode ser aplicada diretamente. Deve-se então encontrar uma relação para a obtenção da potência  $P(t)$ . O primeiro passo a obtenção  $I_2(t)$ . Aplicando a Lei de Ohm tem-se,

$$V(t) = R_2 I_2(t), \quad I_2 = \frac{V(t)}{R_2}. \quad (4.2)$$

Da Figura 4.3 a tensão  $U(t)$  pode então ser calculada como,

$$U(t) = (R_1 + R_2) I_2(t). \quad (4.3)$$

Substituindo a Eq. (4.2) na Eq. (4.3), obtém-se,

$$U(t) = (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} . \quad (4.4)$$

Aplicando-se novamente a Lei de Ohm no circuito elétrico apresentado pela Fig. 4.3, obtém-se,

$$U(t) = R I_1(t) , \quad \text{ou ainda,} \quad I_1 = \frac{U(t)}{R} . \quad (4.5)$$

Assim, substituindo-se as Eqs. (4.4 e 4.5) na Eq. (4.1), tem-se,

$$P(t) = U(t) I_1(t) ,$$

$$P(t) = (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} I_1(t) , \quad P(t) = (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} \frac{U(t)}{R} ,$$

$$P(t) = (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} \frac{1}{R} ,$$

$$P(t) = \left[ (R_1 + R_2) \frac{V(t)}{R_2} \right]^2 \frac{1}{R} \quad (4.6)$$

Considerando a Eq. (4.6) obtém-se o valor da potência em função apenas dos valores das resistências e da tensão medida pelo sistema de aquisição de dados.

## 4.4 Montagem e Planejamento Experimental

A montagem experimental é composta por equipamentos de medição e controle responsáveis pela imposição do fluxo de calor e monitoramento dos dados como os sinais de temperatura e tensão. A bancada experimental apresentada na Fig. 4.5 é composta de:

- (1). Microcomputador Pentium, responsável pelo monitoramento do sistema de aquisição de dados.

- (2). Fonte de alimentação DC marca MCE modelo 1051 100V/5A, responsável pela geração de tensão e corrente para suprir a resistência elétrica, onde será gerado calor por efeito Joule adjacente a amostra.
- (3). Timer eletrônico marca SIEMENS modelo 7PU05 escala 60 segundos, cuja função é a de sincronizar a aquisição dos sinais de temperatura ao instante de imposição do fluxo de calor na amostra.
- (4). Sistema de aquisição de dados HP 75000 SERIES B, mostrado em detalhes na Fig. 4.6, faixa de 0,13V.
- (5). Ponte de resistores para a divisão da tensão imposta a resistência de aquecimento. A montagem é mostrada com detalhes na Fig. 4.3, a tolerância das resistências fica na faixa de 5%.
- (6). Câmara de vácuo com capacidade de 12 litros e vácuo máximo de 0,13 torr, cuja função principal é a de propiciar um ambiente sem troca de calor por convecção, mostrada em detalhes na Fig. 4.7.
- (7). Bomba de vácuo marca EDWARDS 2 estágios modelo E2M2.

No interior da câmara de vácuo (6) é montado o experimento que de fato reproduz o modelo térmico constituído por uma amostra com aquecimento em parte de sua superfície. A Fig. 4.8 apresenta o conjunto amostra / aquecedor válido para quaisquer umas das amostras usadas neste trabalho. As posições dos termopares, dimensões e características do aquecedor resistivo são apresentadas no Cap. V, descrevendo-se o conjunto para cada amostra avaliada. Todos os termopares usados são do tipo T 1Px30AWG Teflon/Teflon. As resistências foram fixadas por pressão e usando-se pasta térmica para melhorar o contato térmico. Nas amostras de aço os termopares foram fixados através de uma descarga capacitiva, enquanto na amostra de PVC foram fixados por pressão e colados.

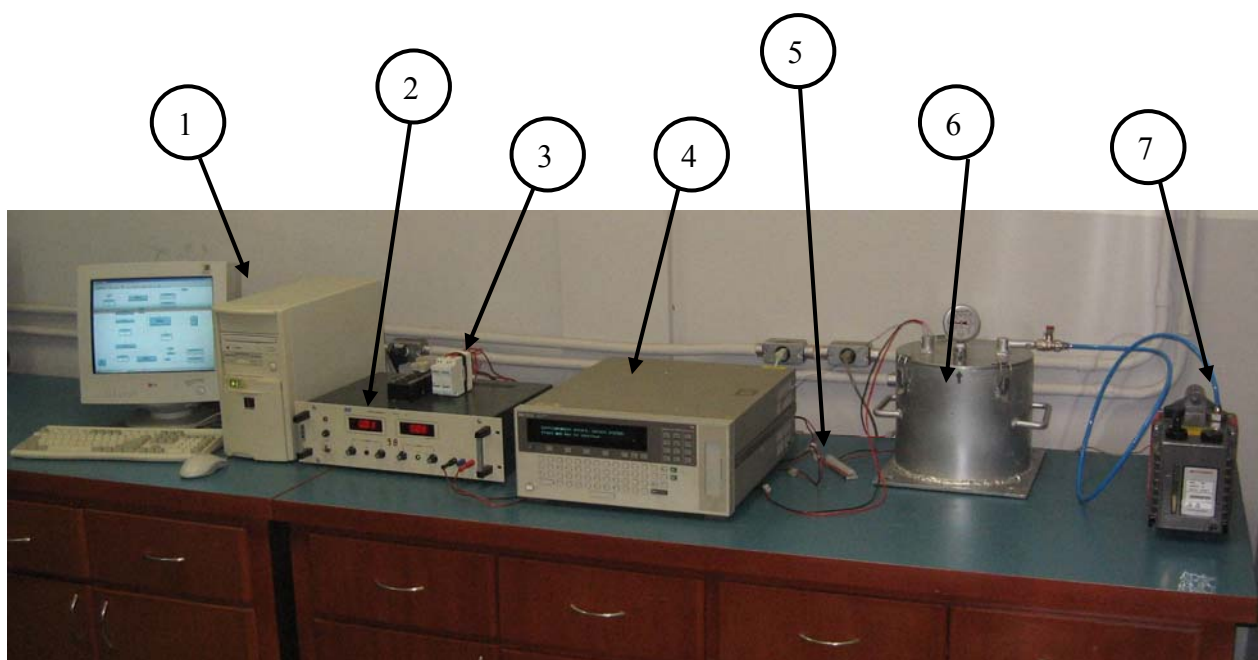


Figura 4.5 – Bancada Experimental



Figura 4.6 – Sistema de aquisição HP 75000 SERIES B.



Figura 4.7 – Câmara de vácuo.

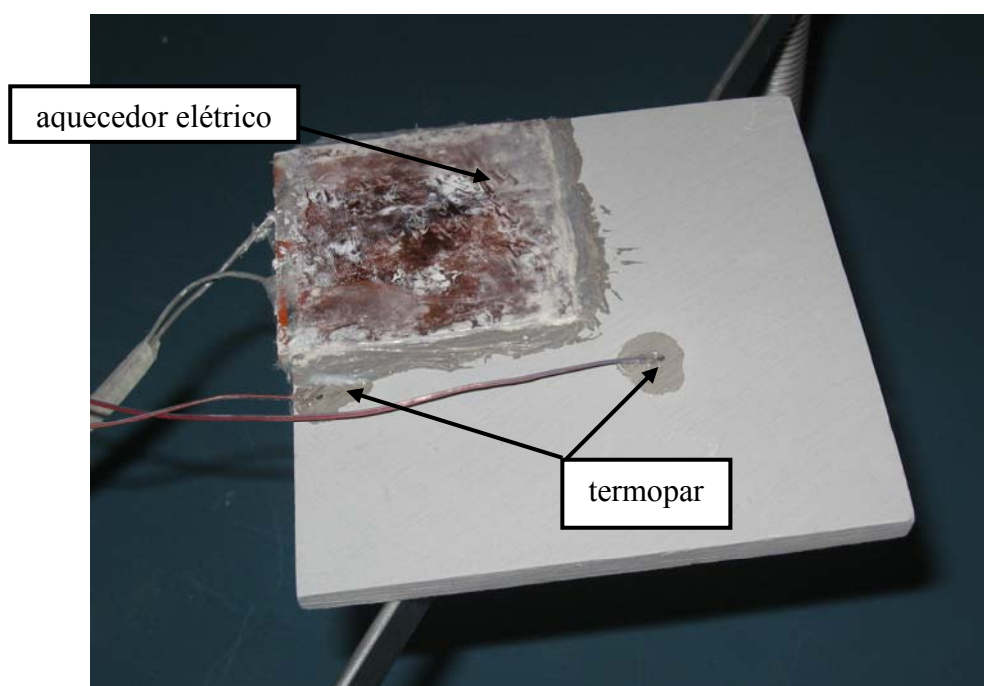


Figura 4.8 – Esquema de montagem.

Antes de qualquer montagem experimental ser realizada, um planejamento experimental é feito para que o experimento fique dentro do planejado, ou seja, as propriedades térmicas possam ser calculadas no menor tempo possível. O esperado é que a montagem aconteça somente uma única vez, pois a repetição da montagem acarreta



perda de tempo e trabalho adicional. Um dos parâmetros principais da montagem experimental é a posição dos dois termopares, em princípio, os termopares podem assumir qualquer posição na amostra, mas se essas posições forem escolhidas seguindo alguns critérios o experimento pode ser agilizado em relação ao tempo total, tempo de aquecimento mais o de resfriamento, e os resultados podem ficar mais consistentes. Essas posições são escolhidas a partir de uma análise no software DPT, onde que os critérios são, maiores gradientes de temperatura e no final do tempo de resfriamento as temperaturas se igualem.

A malha usada para resolver as equações não é uniforme e ela se adapta a geometria da amostra tornando possível o cálculo do problema difusivo para amostras com geometrias complexas, todo o algoritmo que gera a malha é parte do software DPT. Uma peculiaridade é o posicionamento automático dos termopares na malha. O experimentalista somente tem que colar ou soldar os termopares na amostra e disponibilizar para o software DPT as posições dos respectivos termopares ou sensores, o software se encarrega de gerar uma malha condizente com o posicionamento dos termopares.



## CAPÍTULO V

### RESULTADOS

A técnica desenvolvida nesse trabalho baseia-se na hipótese das propriedades térmicas,  $\alpha$  e  $k$  não variarem com a temperatura. Assim, o calor imposto na amostra deve ser grande o suficiente para o estabelecimento de gradientes térmicos que permitam a identificação das propriedades e ao mesmo tempo garantam a representatividade de uma temperatura média, com um  $\Delta T_{máx} < 10 K$ . Os valores das propriedades térmicas são assim determinados para uma temperatura média. A robustez da técnica é demonstrada através de sua aplicação em três amostras: aço inox 410, aço inox 304 e PVC.

#### 5.1 Determinação de $\alpha$ e $k$ para o Aço Inox AISI 410

Para o Aço Inox AISI 410 foram realizados 30 experimentos. Na Tabela 5.1 é mostrado um resumo dos parâmetros experimentais envolvidos.

Tabela 5.1 – Parâmetros experimentais para o aço inox 410

material		Aço Inox AISI 410		
dimensões da amostra (mm)	x	137,4		
	y	7,0		
	z	61,1		
intervalo de aquisição	(s)	0,331		
duração média do aquecimento		12		
duração do experimento		339		
número de pontos		1024		
posição dos termopares (mm)	x	y	z	
	50,0	7,0	4,3	
	51,0	7,0	55,0	
Temperatura Média (°C)		25.0		
Dimensões da Resistência (mmxmm)		50 x 50		

$\Delta T_{m\acute{a}x}$ (K)	1,0
------------------------------	-----

As Figuras 5.1 e 5.2 apresentam respectivamente o fluxo de calor e as temperaturas, para um experimento típico.

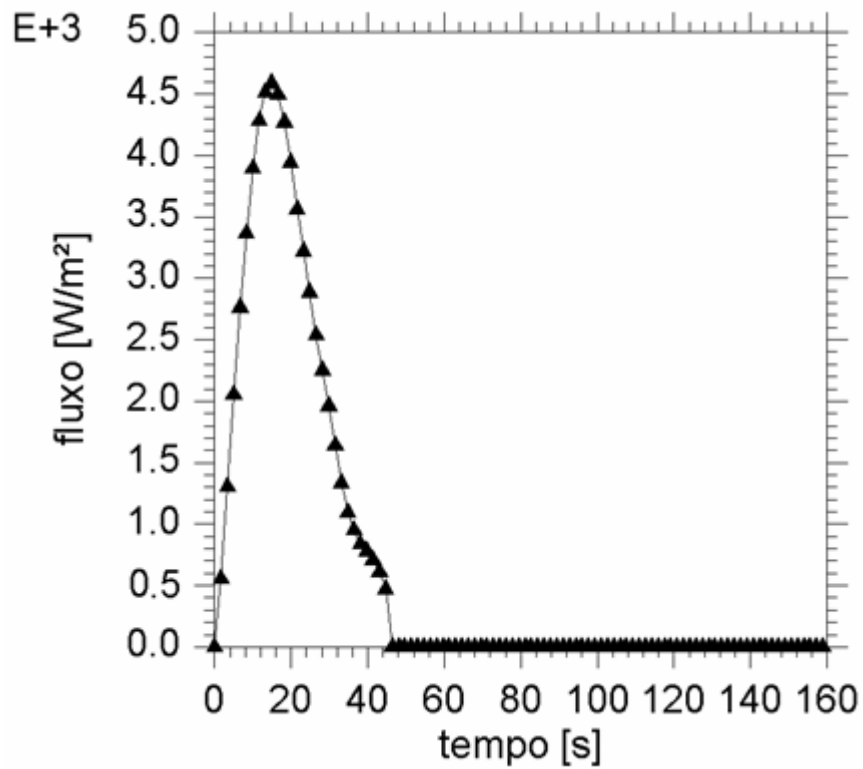


Figura 5.1 - Valores tpicos de fluxo de calor.

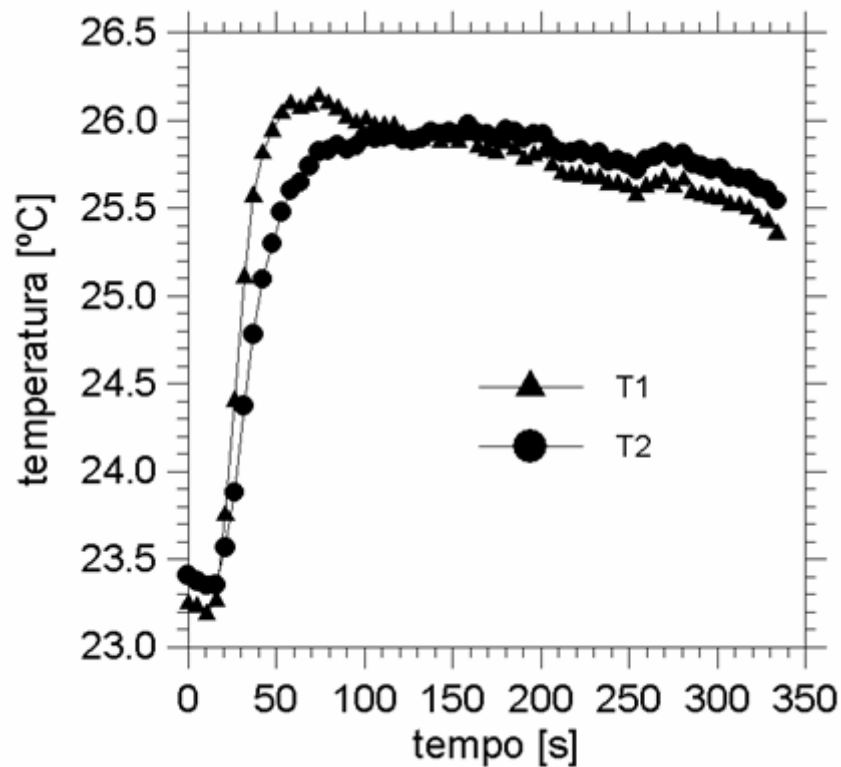


Figura 5.2 - Valores típicos de temperaturas.

Assim, como existem posições ótimas que maximizam os coeficientes de sensibilidade, Borges (2004), existem também regiões de frequência onde a função resposta  $H(f)$ , é melhor identificada. Neste caso, torna-se necessária uma análise mais detalhada nas regiões de frequência, a fim de se determinar a melhor faixa para a determinação de  $\alpha$ . A região de frequência de interesse é determinada através da banda de análise da fase.

Uma fase típica de um experimento é mostrada na Fig. 5.3. Nota-se na figura que a partir de  $0,03 \text{ Hz}$  o valor da fase tende a um valor constante. Esse comportamento implica em uma baixa informação para o procedimento de determinação de  $\alpha$ , fato que pode ser comprovado através da análise do coeficiente de sensibilidade  $S_{\varphi, \alpha}$ , Fig. 5.4. Esses pontos são necessários e suficientes para a determinação da difusividade térmica.

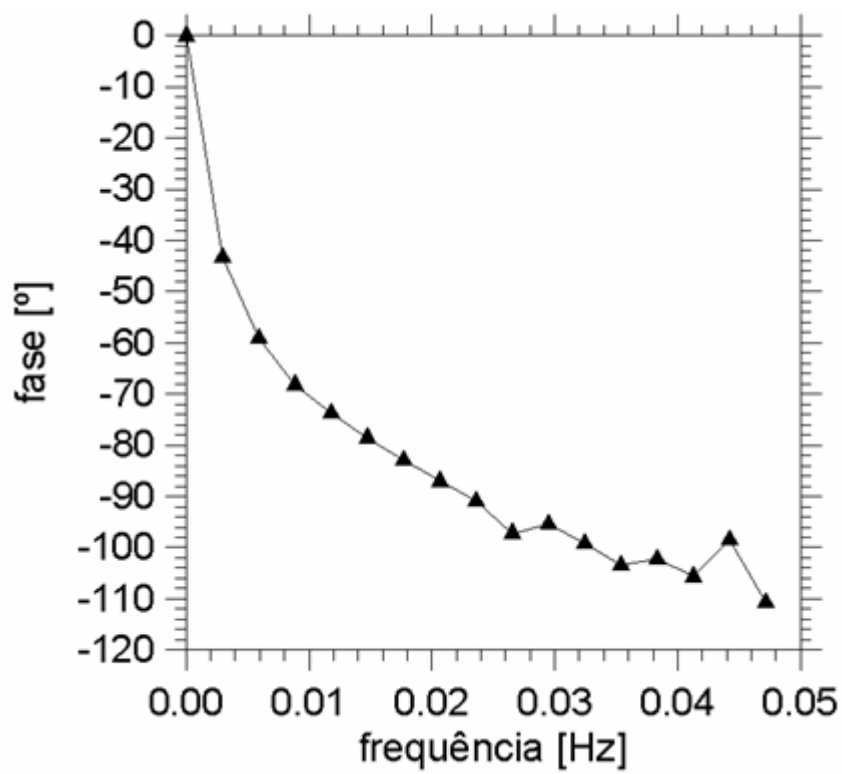


Figura 5.3 – Fase da função resposta em frequência  $H(f)$ .

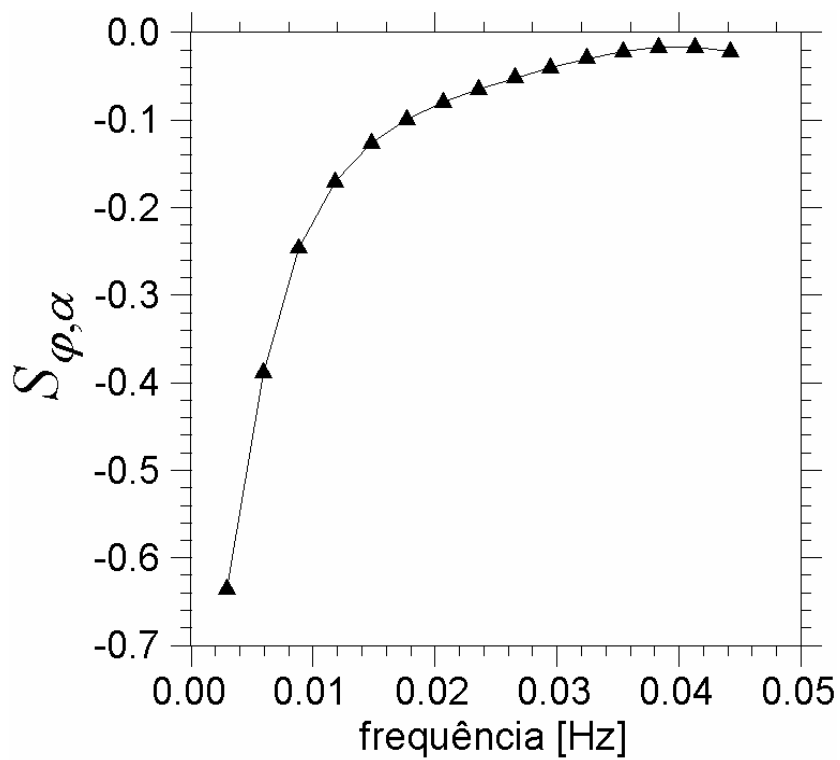


Figura 5.4 - Sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$ .

Os mesmos dados de temperatura e fluxo são então processados no domínio do tempo para a determinação da condutividade térmica, como descrito no Cap. III.

Todos os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  são apresentados na Tab. 5.2.

Tabela 5.2 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para cada experimento.

nº de experimentos	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) $\times 10^6$	$k$ (W/mK)
01	8,878	24,036
02	8,066	24,167
03	7,798	22,882
04	8,124	23,795
05	8,245	23,591
06	7,940	24,594
07	7,962	23,865
08	7,970	23,458
09	8,013	23,698
10	8,253	23,878
11	8,664	23,429
12	8,465	23,449
13	8,744	23,542
14	8,523	24,943
15	8,644	23,829
16	8,508	23,644
17	8,670	24,050
18	8,535	24,179
19	8,730	24,309
20	8,471	23,599
21	8,535	24,604
22	8,195	22,986
23	8,330	23,840
24	8,147	23,757
25	7,943	24,144
26	8,278	24,324
27	8,148	24,916
28	8,326	23,907
29	8,245	24,423

nº de experimentos	$\alpha \text{ (m}^2\text{/s)} \times 10^6$	$k \text{ (W/mK)}$
30	8,310	24,249

As Figuras 5.5 e 5.6 apresentam os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para os experimentos. Aplicando-se o princípio de Chauvenet, (Doebelin, 1990), obtêm-se estatisticamente os valores médios de  $8,322 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $23,936 \text{ W/mK}$ , para a difusividade e condutividade térmica, respectivamente. A Tabela 5.3 apresenta uma comparação entre os valores determinados neste trabalho com os valores padrões obtidos na literatura.

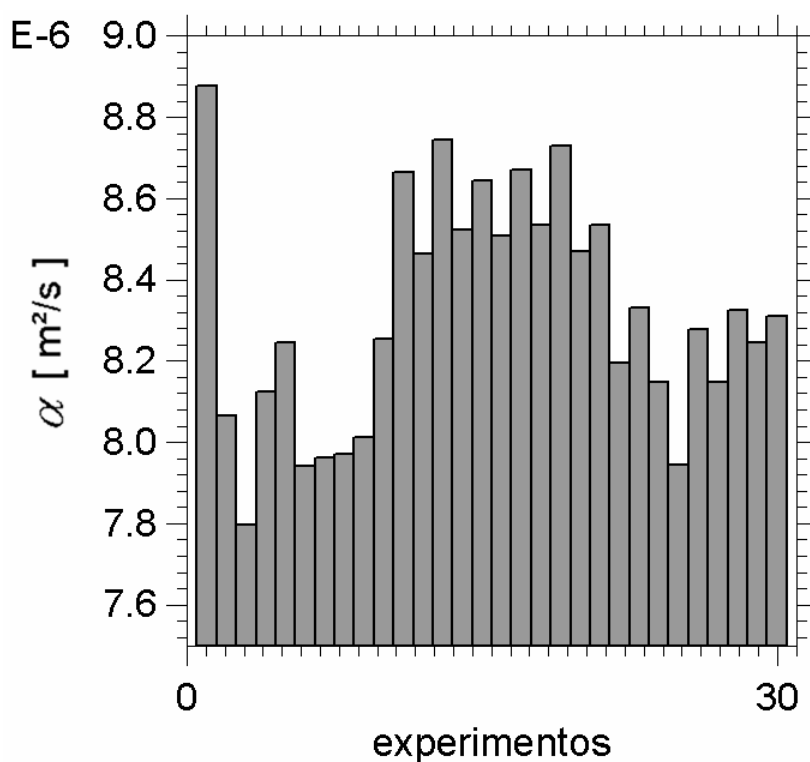


Figura 5.5 - Valores de difusividade térmica calculados.



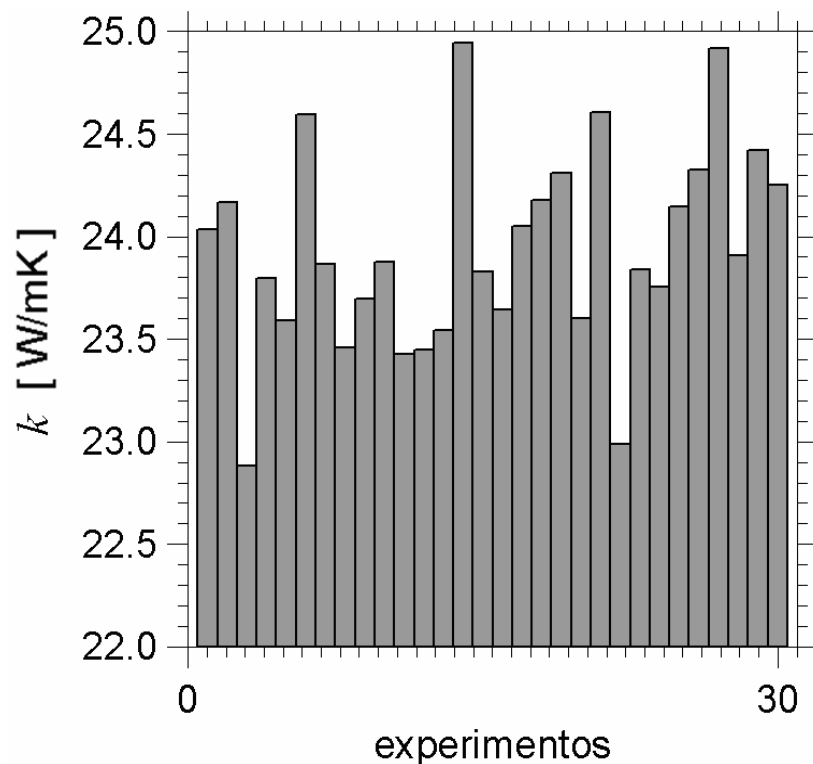


Figura 5.6 - Valores de condutividade térmica calculados.

Tabela 5.3 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$ , com nível de confiança de 99,7%.

	Presente Trabalho a 25°C	Goodfellow (2007)	Efunda* (2007)
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) × 10 <sup>6</sup>	8,322 ± 0,1522	—	7,0

	Presente Trabalho a 25°C	Goodfellow (2007) a 23°C	Efunda (2007) a 100°C
$k$ (W/mK)	23,936 ± 0,265	18,0 - 24,0	24,9

\* valor calculado  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ , sendo  $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (25°C) e  $c_p = 460 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$  (0 - 100°C).

Observa-se que os valores encontrados na literatura e apresentados na Tab. 5.3 são apenas valores de referência uma vez que não pertencem à mesma amostra nem foram obtidos sob as mesmas condições de temperatura, entretanto, são uma boa indicação. Nota-se ainda que os valores indicados com (\*) para a difusividade térmica não representam valores medidos, mas calculados a partir das propriedades térmicas  $k$ ,  $\rho$  e  $c_p$ .

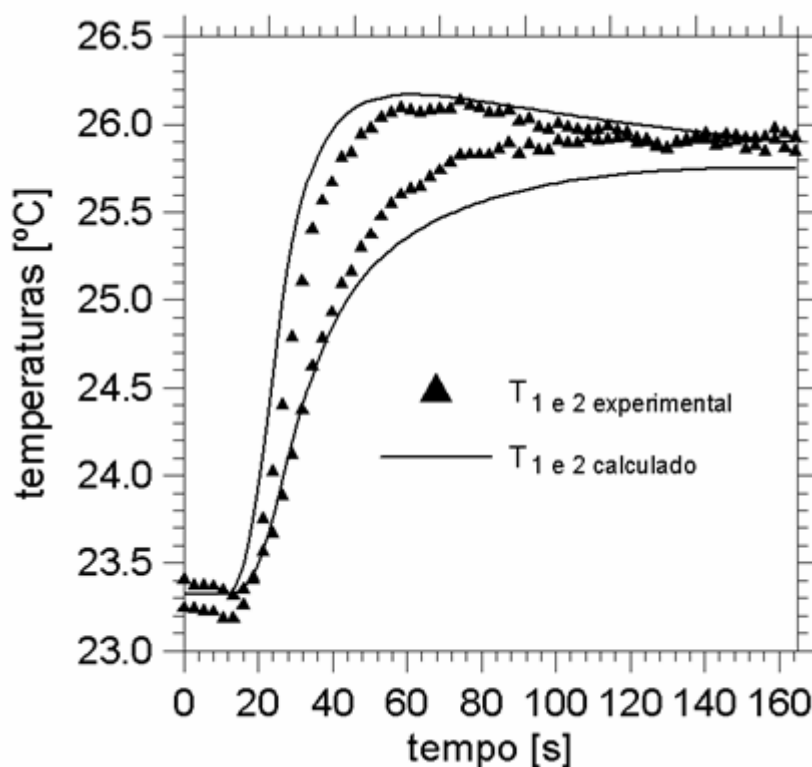


Figura 5.7 – Temperaturas experimentais versus temperaturas calculadas com os valores das propriedades térmicas determinadas por este trabalho.

A Figura 5.8 apresenta o resíduo entre as temperaturas experimentais e calculadas pelo modelo térmico a partir das propriedades estimadas. Observa-se que a incerteza atinge valor máximo de 0,5 °C muito próximo à faixa de incerteza de medição que para este experimento situa-se na faixa de  $\pm 0,3$  °C.

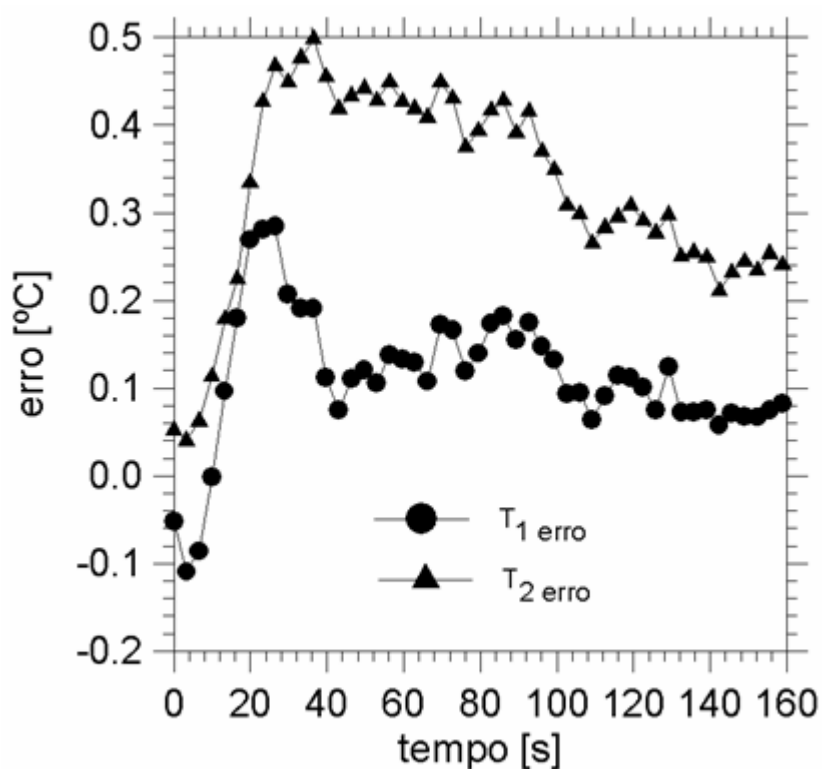


Figura 5.8 – Erro absoluto das temperaturas experimentais e temperaturas calculadas.

## 5.2 Determinação de $\alpha$ e $k$ para o aço inox AISI 304

Para o Aço Inox AISI 304 foram realizados 20 experimentos. Na Tabela 5.4 é mostrado um resumo dos parâmetros experimentais envolvidos.

Tabela 5.4 - Parâmetros experimentais para o aço inox 304

material		Aço Inox AISI 304		
dimensões da amostra (mm)	x	138,8		
	y	10,0		
	z	64,5		
intervalo de aquisição	(s)	0,662		
duração média do aquecimento		30		
duração do experimento		678		
número de pontos		1024		
posição dos termopares (mm)	x	y	z	
	50,9	10,0	2,3	
	52,1	10,0	61,2	

Temperatura Média (°C)	25,0
Dimensões da Resistência (mmxmm)	50 x 50
$\Delta T_{m\acute{a}x}$ (K)	2,7

Similarmente aos resultados para a amostra de aço inox 410, apresentam-se respectivamente o fluxo de calor e as temperaturas, para um experimento típico, com o aço AISI 304, nas Figs. 5.9 e 5.10.

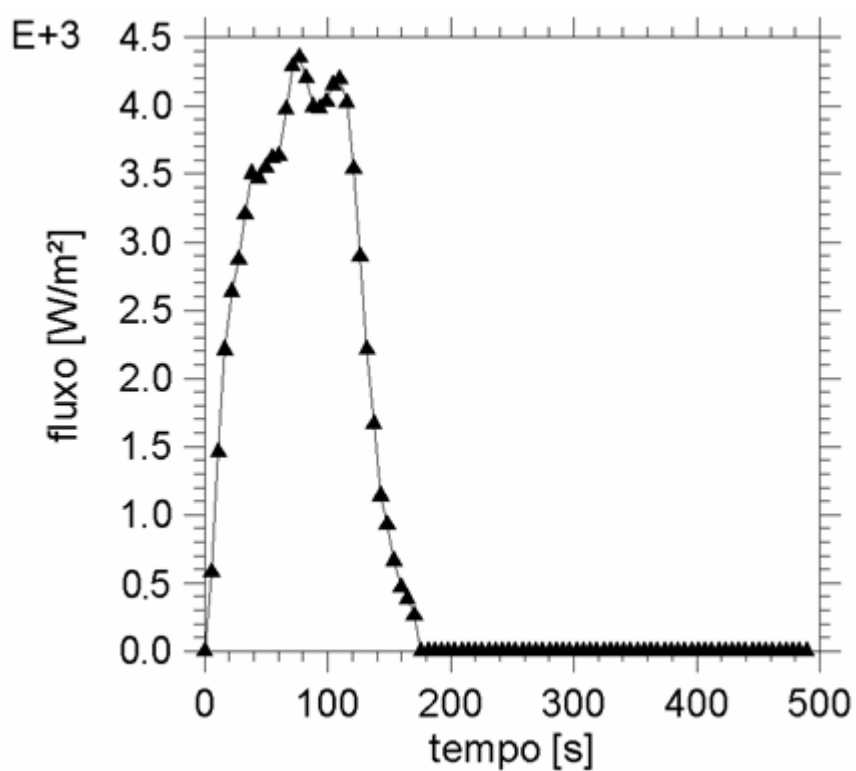


Figura 5.9 - Valores típicos fluxo de calor.

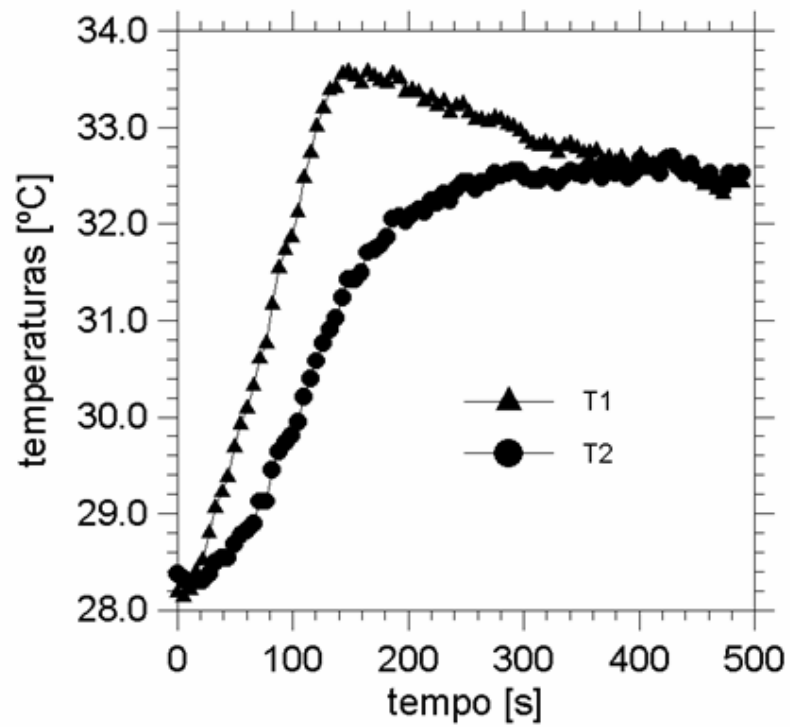


Figura 5.10 - Valores típicos de temperaturas.

Uma fase típica de um experimento é mostrada na Fig. 5.11, e o coeficiente de sensibilidade  $S_{\varphi, \alpha}$ , na Fig. 5.12.

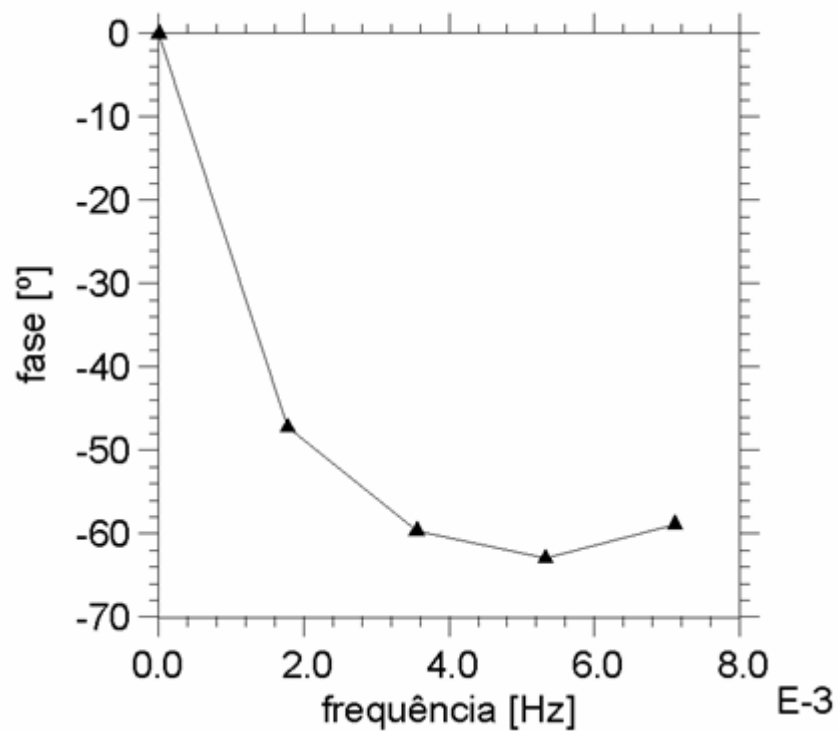


Figura 5.11 – Fase da função resposta em frequência  $H(f)$ .

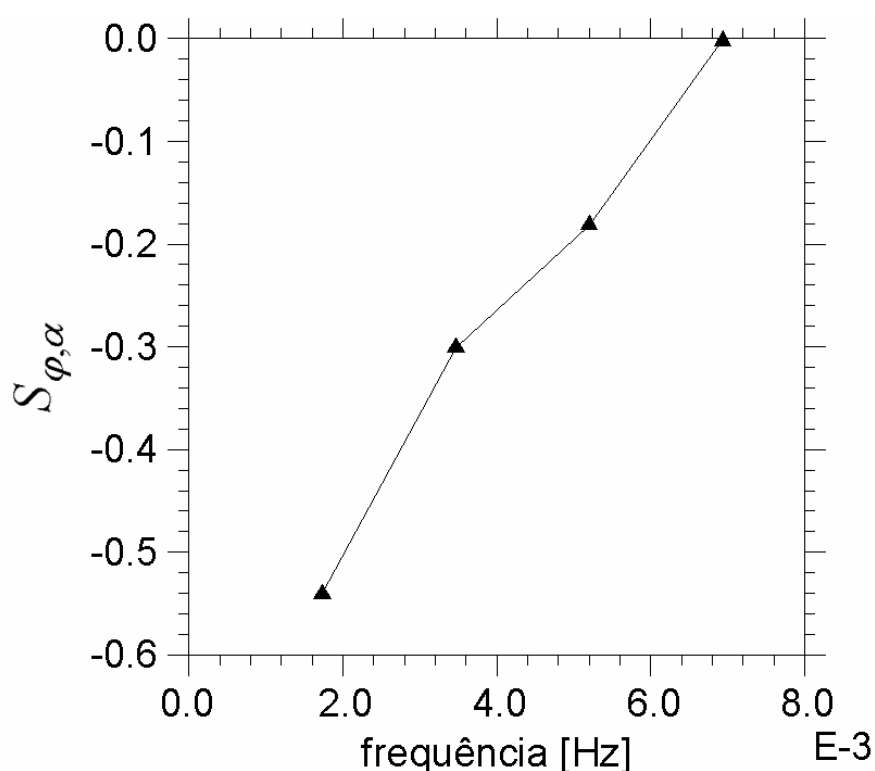


Figura 5.12 - Sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$ .

Da mesma forma, os dados de temperatura e fluxo são então processados no domínio do tempo para a determinação da condutividade térmica, como descrito no Cap. III.

Todos os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  são apresentados na Tab. 5.5.

Tabela 5.5 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para cada experimento.

nº de experimentos	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) $\times 10^6$	$k$ (W/mK)
01	3,811	14,877
02	3,775	14,902
03	3,929	14,890
04	3,803	14,205
05	3,838	15,146
06	3,800	13,743
07	3,710	14,160
08	3,766	14,196
09	3,802	14,936
10	3,822	14,981
11	3,655	14,642

nº de experimentos	$\alpha \text{ (m}^2\text{/s)} \times 10^{06}$	$k \text{ (W/mK)}$
12	3,675	14,192
13	3,849	15,066
14	3,773	14,410
15	3,824	14,606
16	3,713	15,122
17	3,674	14,359
18	3,736	14,886
19	3,721	14,617
20	3,721	15,170

As Figuras 5.13 e 5.14 apresenta os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para os experimentos. Aplicando-se o princípio de Chauvenet, (Doebelin, 1990), obtêm-se estatisticamente os valores médios de  $3,770 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $14,655 \text{ W/mK}$ , para a difusividade e condutividade térmica, respectivamente. A Tabela 5.6 apresenta uma comparação entre os valores determinados neste trabalho com os valores padrões obtidos na literatura.

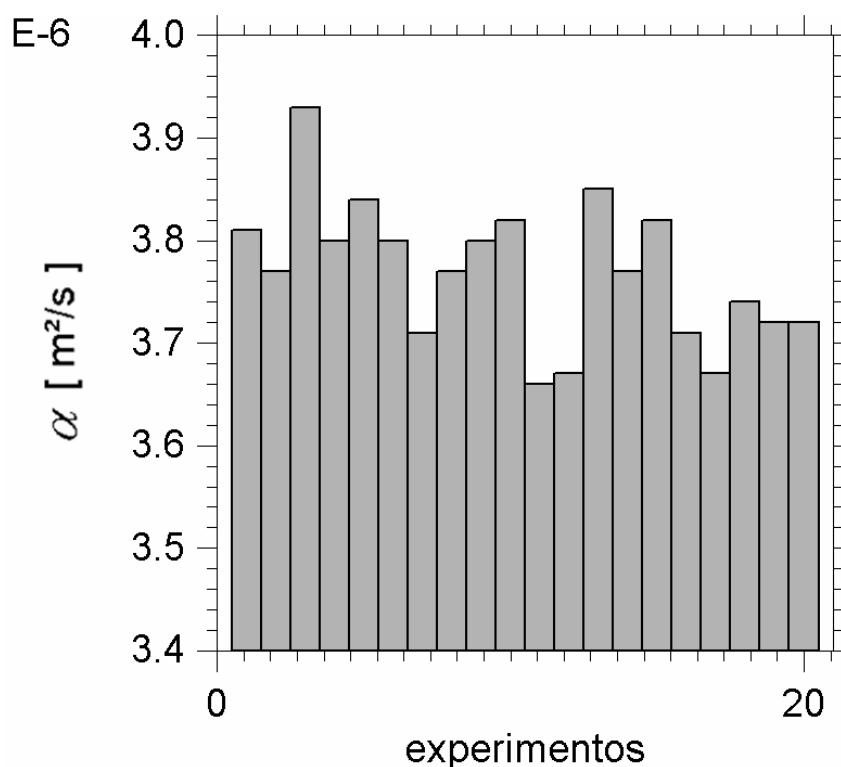


Figura 5.13 - Valores de difusividade térmica calculados.

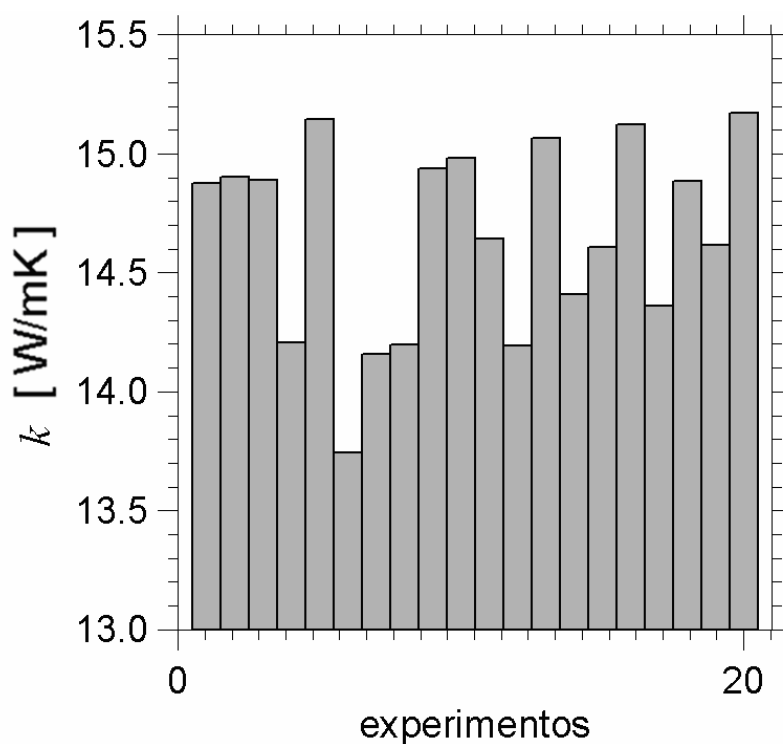


Figura 5.14 - Valores de condutividade térmica calculados.

Tabela 5.6 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$ , com nível de confiança de 99,7%.

	Presente Trabalho a 25°C	Borges (2004) a 25°C	Incropera (2003) a 27°C	GoodFellow (2007)	Efunda* (2007)	Edge* (2007)
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) × 10 <sup>6</sup>	3,770 ± 0,04510	3,762	3,95	—	4,05	3,522
	Presente Trabalho a 25°C	Borges (2004) a 25°C	Incropera (2003) a 27°C	GoodFellow (2007) a 23°C	Efunda (2007) a 100°C	Edge (2007)
$k$ (W/mK)	14,655 ± 0,266	14,642	14,9	16,3	16,2	14,0

\* valor calculado  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ , sendo  $\rho = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (25°C) e  $c_p = 500 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$  (0 - 100°C),

(Efunda, 2007), e  $\rho = 7916,45 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  e  $c_p = 502 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ , (Edge, 2007).



Observa-se também para este material uma grande concordância com os resultados encontrados na literatura, estão situados na região esperada para valores das propriedades térmicas.

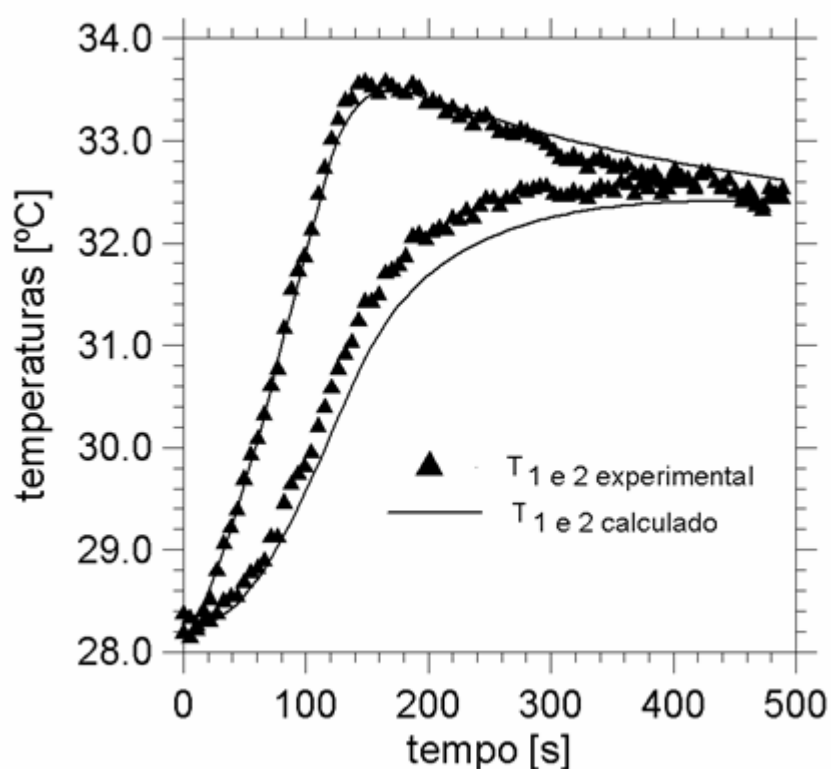


Figura 5.15 – Temperaturas experimentais versus temperaturas calculadas com os valores das propriedades térmicas determinadas por este trabalho.

A Figura 5.16 apresenta o resíduo entre as temperaturas experimentais e calculadas pelo modelo térmico a partir das propriedades estimadas. Observa-se que a incerteza atinge um valor máximo de 0,5 °C muito próximo à faixa de incerteza de medição que para este experimento situa-se na faixa de  $\pm 0,3$  °C.

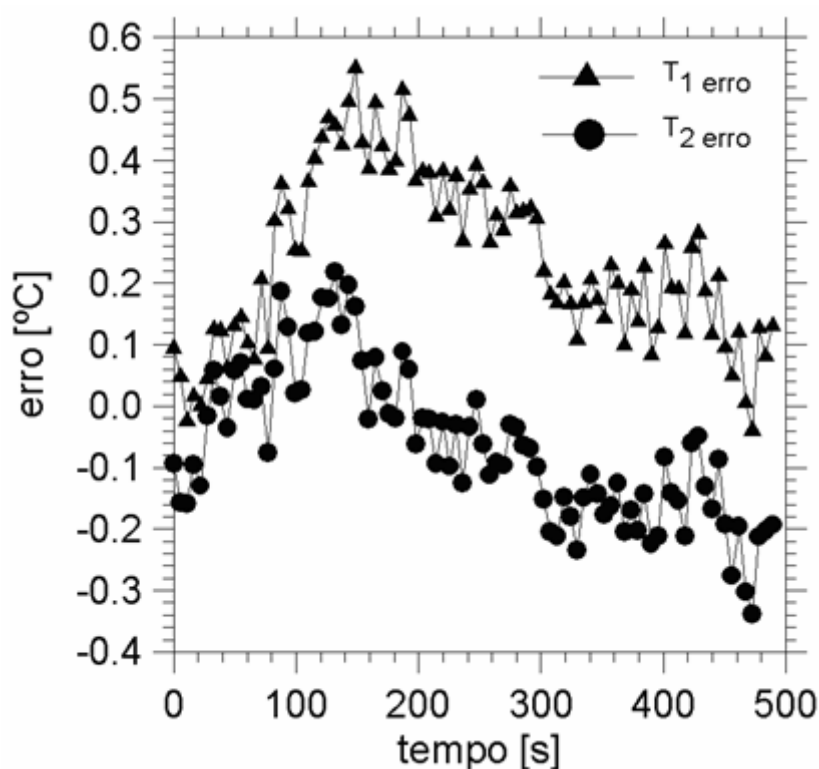


Figura 5.16 – Erro absoluto das temperaturas experimentais e temperaturas calculadas.

### 5.3 Determinação de $\alpha$ e $k$ para o PVC

Para o PVC foram realizados 50 experimentos. Na Tabela 5.7 é mostrado um resumo dos parâmetros experimentais envolvidos.

Tabela 5.7 - Parâmetros experimentais para o PVC

material		PVC		
dimensões da amostra (mm)	x	100,0		
	y	25,0		
	z	70,0		
intervalo de aquisição	(s)	7,03		
duração média do aquecimento		120		
duração do experimento		7199		
número de pontos		1024		
posição dos termopares (mm)	x	y	z	
	52,0	25,0	5,0	
	25,0	0,0	25,0	

Temperatura Média (°C)	30,0
Dimensões da Resistência (mmxmm)	50 x 50
$\Delta T_{máx}$ (K)	8.5

Similarmente aos resultados para a amostra de aço inox 410 e 304, apresentam-se respectivamente o fluxo de calor e as temperaturas, para um experimento típico, com o PVC, nas Figs. 5.17 e 5.18.

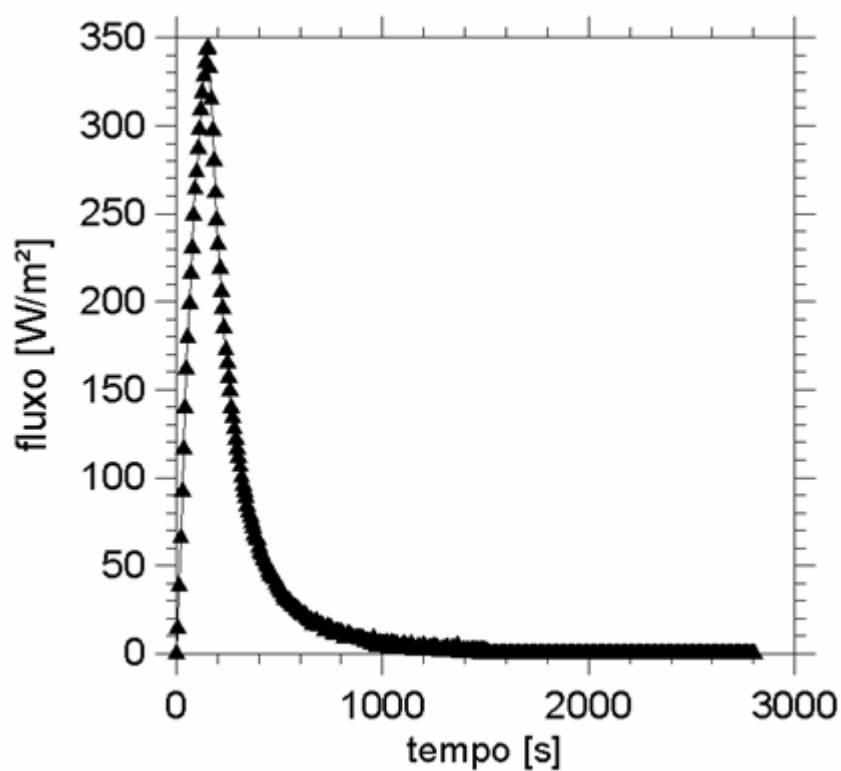


Figura 5.17 - Valores típicos fluxo de calor.

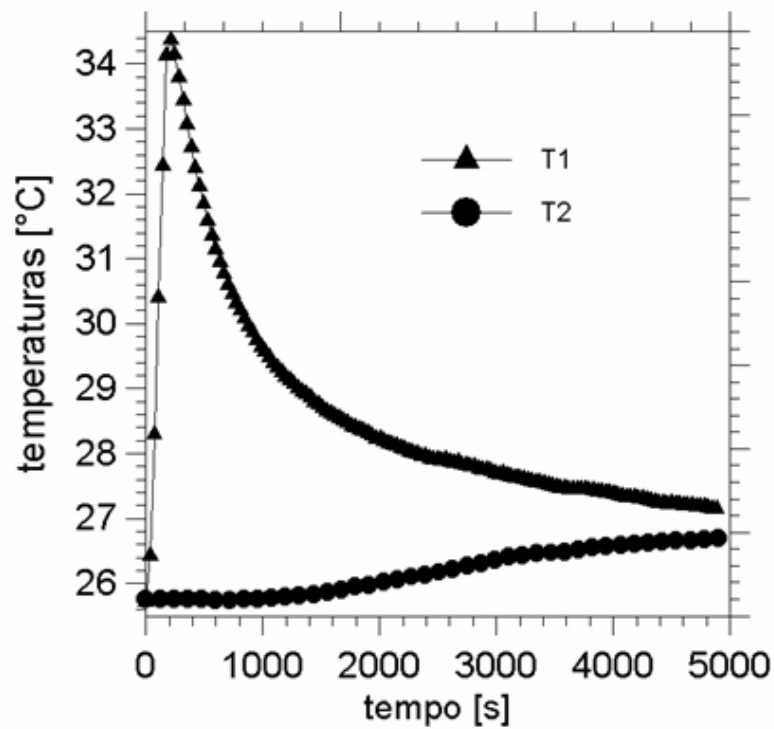


Figura 5.18 - Valores típicos temperaturas.

Uma fase típica de um experimento é mostrada na Fig. 5.19, e o coeficiente de sensibilidade  $S_{\varphi, \alpha}$ , na Fig. 5.20.

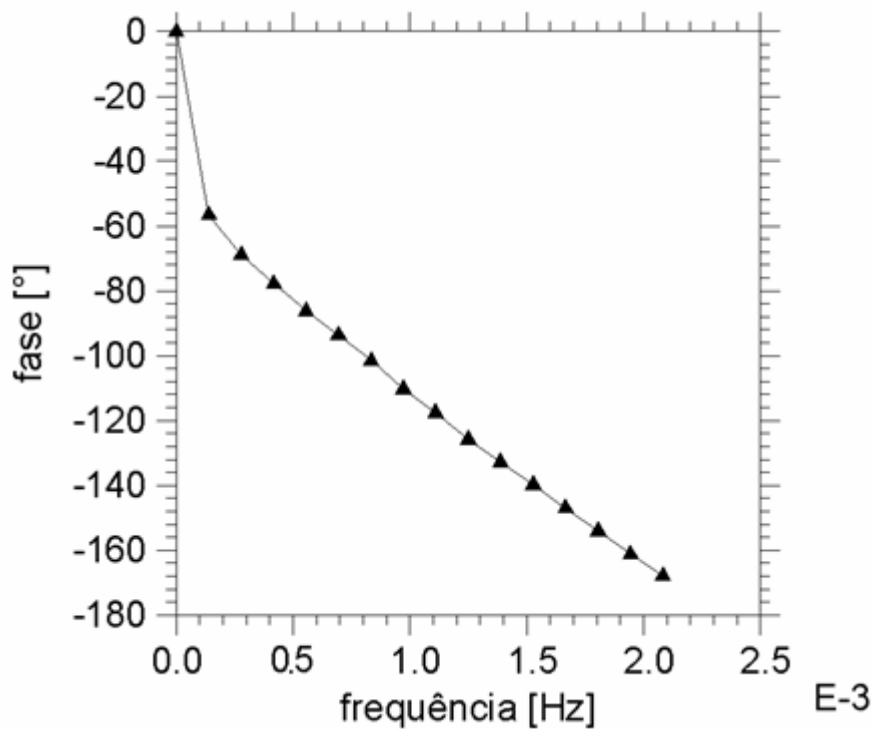


Figura 5.19 – Fase da função resposta em frequência  $H(f)$ .

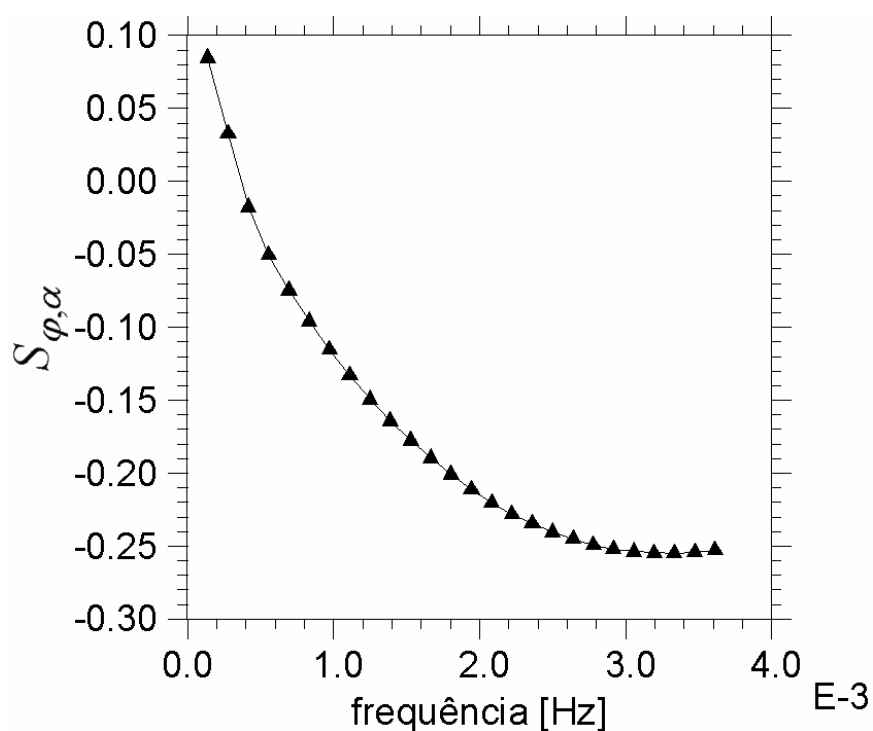


Figura 5.20 - Sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$ .

Da mesma forma, os dados de temperatura e fluxo são então processados no domínio tempo para a determinação da condutividade térmica, como descrito no Cap. III.

Todos os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  são apresentados na Tab. 5.8.

Tabela 5.8 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para cada experimento.

nº de experimentos	$\alpha \text{ (m}^2\text{/s)} \times 10^{07}$	$k \text{ (W/mK)}$
01	1,157	0,154
02	1,174	0,157
03	1,155	0,165
04	1,147	0,155
05	1,177	0,161
06	1,148	0,161
07	1,199	0,161
08	1,169	0,162
09	1,165	0,154
10	1,157	0,160
11	1,150	0,162
12	1,206	0,154

nº de experimentos	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s) $\times 10^{07}$	$k$ (W/mK)
13	1,172	0,160
14	1,587	0,159
15	1,588	0,164
16	1,171	0,163
17	1,136	0,169
18	1,204	0,189
19	1,177	0,161
20	1,165	0,155
21	1,172	0,085
22	1,157	0,165
23	1,186	0,164
24	1,149	0,164
25	1,139	0,156
26	1,201	0,156
27	1,138	0,160
28	1,147	0,161
29	1,118	0,160
30	1,140	0,150
31	1,150	0,157
32	1,166	0,161
33	1,147	0,155
34	1,123	0,158
35	1,172	0,158
36	1,156	0,154
37	1,161	0,160
38	1,138	0,154
39	1,157	0,160
40	1,154	0,165
41	1,155	0,158
42	1,279	0,159
43	1,602	0,171
44	1,142	0,165
45	1,131	0,160
46	1,149	0,157

nº de experimentos	$\alpha \text{ (m}^2\text{/s)} \times 10^{07}$	$k \text{ (W/mK)}$
47	1,149	0,155
48	1,099	0,158
49	1,136	0,150
50	1,120	0,156

As Figuras 5.21 e 5.22 apresenta os valores determinados de  $\alpha$  e  $k$  para os experimentos. Aplicando-se o princípio de Chauvenet, (Doebelin, 1990), obtêm-se estatisticamente os valores médios de  $1,157 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $0,159 \text{ W}/\text{mK}$ , para a difusividade e condutividade térmica, respectivamente. A Tabela 5.9 apresenta uma comparação entre os valores determinados neste trabalho com os valores padrões obtidos na literatura.

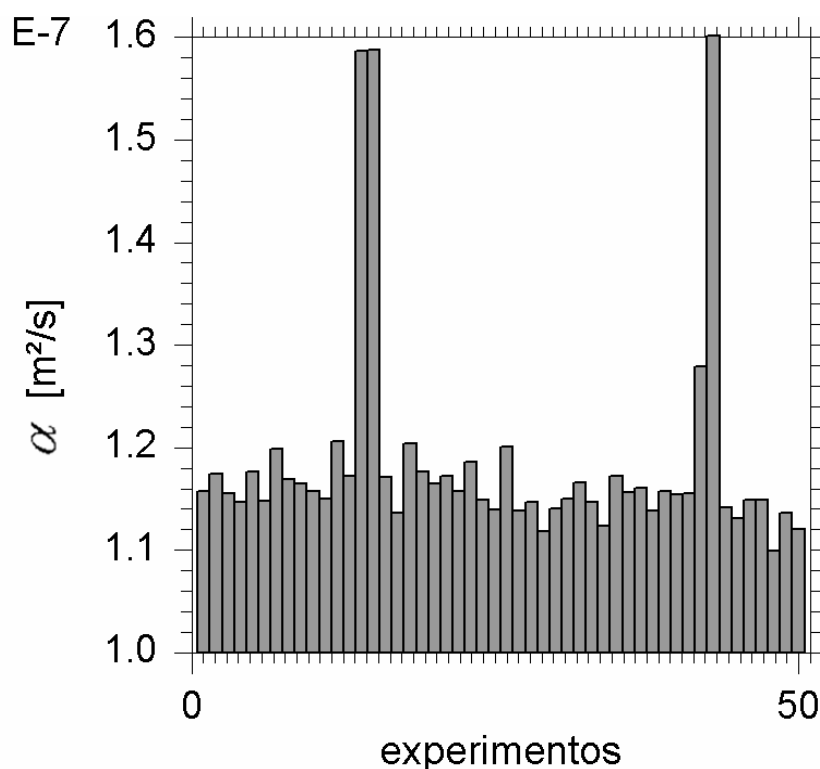


Figura 5.21 - Valores de difusividade térmica calculados.

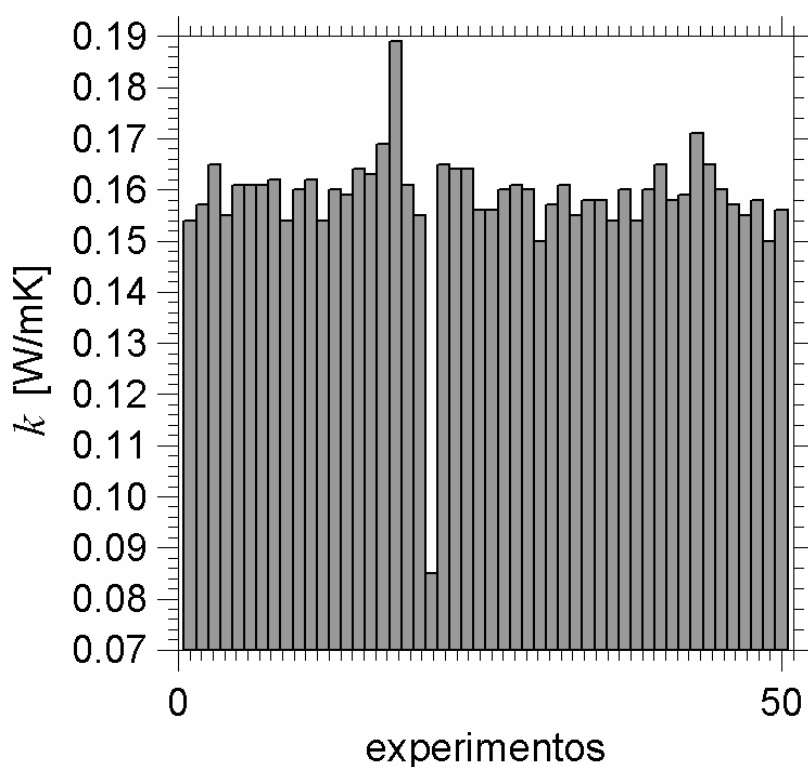


Figura 5.22 - Valores de condutividade térmica calculados.

Tabela 5.9 - Valores determinados de  $\alpha$  e  $k$ , com nível de confiança de 99,7%.

	Presente Trabalho a 30°C	Goodfellow* (2007)	IPT (2004)	Efunda (2007)	Hattori (2005) a 20°C
$\alpha \text{ (m}^2\text{/s)} \times 10^7$	1,157 $\pm 0,009189$	1,143	—	—	1,2
	Presente Trabalho a 30°C	Goodfellow (2007) a 23°C	IPT (2004) a 26°C	Efunda (2007)	Hattori (2005)
$k \text{ (W/mK)}$	0,159 $\pm 1,784 \times 10^{-3}$	0,12-0,25	0,160	0,146–0,209	—

\* valor calculado  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ , sendo  $\rho = 1400,0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (50 – 75°C) e  $c_p = 1000 - 1500 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

(50 – 75°C).



Diferente dos casos anteriores, para o PVC a condutividade térmica da mesma amostra foi também obtida pela técnica da placa quente compensada. A identificação foi realizada em testes padrões e os valores fornecidos pelo IPT. Observa-se, neste caso um desvio de 0,63 % entre os valores medidos pelas duas técnicas. Os valores de referência para a difusividade térmica indicam por sua vez que o valor encontrado está dentro do esperado.

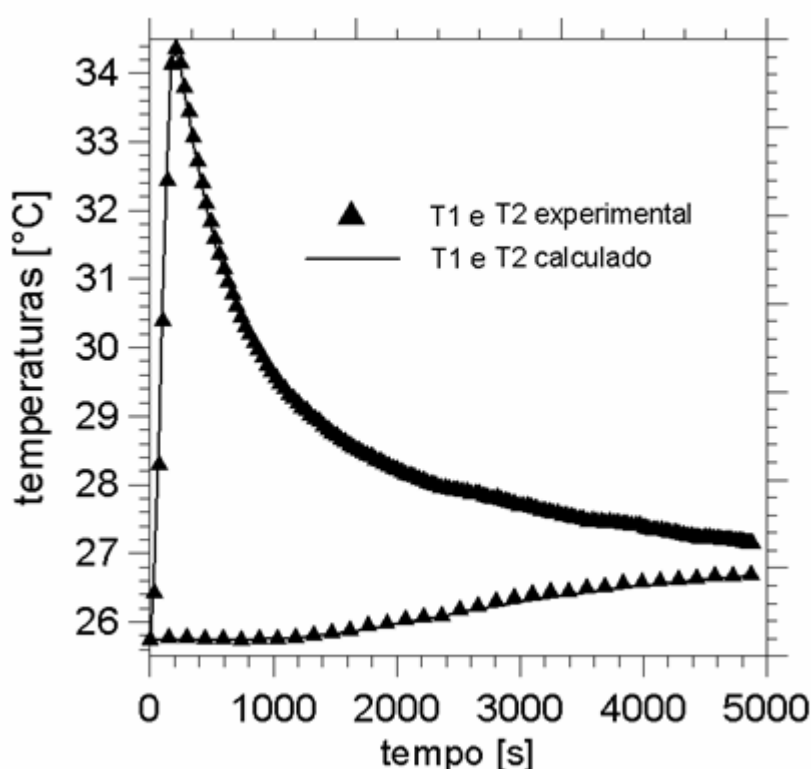


Figura 5.23 – Temperaturas experimentais versus temperaturas calculadas com os valores das propriedades térmicas determinadas por este trabalho.

A Figura 5.24 apresenta o resíduo entre as temperaturas experimentais e calculadas pelo modelo térmico a partir das propriedades estimadas. Observa-se que a incerteza atinge valor máximo de 0,1 °C inferior à faixa de incerteza de medição que para este experimento situa-se na faixa de  $\pm 0,3$  °C.

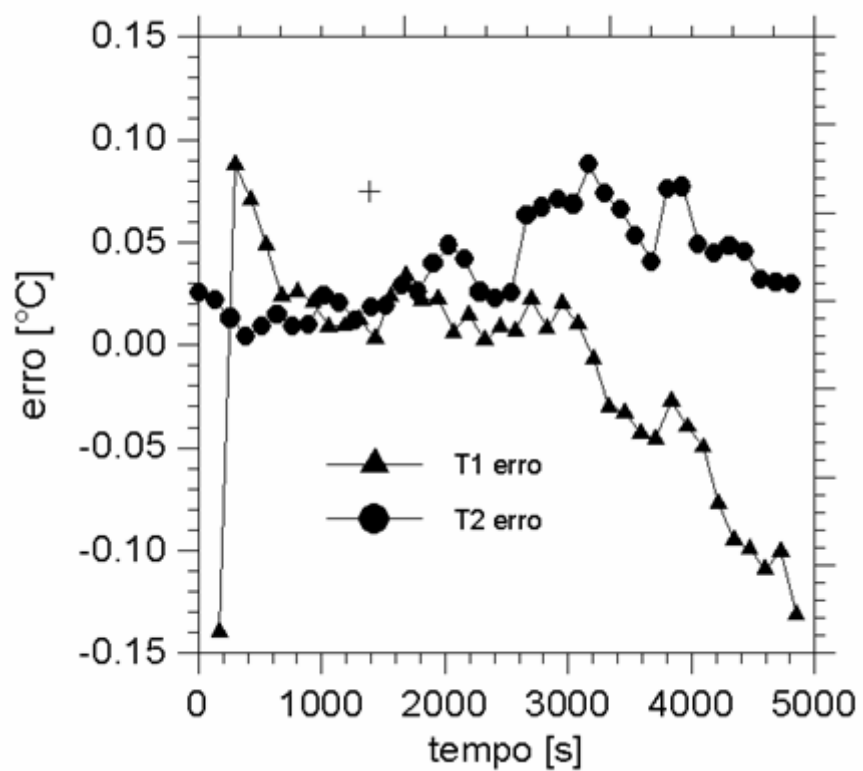


Figura 5.24 – Erro absoluto das temperaturas experimentais e temperaturas calculadas.

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E INCERTEZA DA TÉCNICA

A análise de sensibilidade tem sido usada como uma ferramenta para guiar os passos na direção de uma modelagem mais eficiente, identificando as variáveis mais importantes e que apresentam potencial para serem calculadas.

É interessante observar que a alternativa da determinação das propriedades térmicas no domínio da frequência, surgiu através da análise dos coeficientes de sensibilidade de  $T(t)$ , no domínio do tempo. Ou seja, observou-se que havia uma dependência linear da difusividade e condutividade térmica em sua forma temporal o que acarretaria uma grande dificuldade de determinação simultânea de seus valores. Nesse sentido, uma característica particular desse método reside no fato da fase ser uma função exclusiva da difusividade térmica, o que na prática separa a obtenção das propriedades térmicas dando unicidade aos valores determinados.

#### 6.1 Definição de Sensibilidade

Define-se sensibilidade ou coeficiente de sensibilidade como sendo a primeira derivada da função modelada em relação à variável de interesse, que nesse caso, são a difusividade térmica e a condutividade térmica.

Observa-se, como apresentado que duas funções são modeladas. A função resposta em frequência,  $H(f)$ , e a temperatura, respectivamente nos domínios da frequência e do tempo. Assim, vários coeficientes de sensibilidade devem ser analisados, sendo,

$$S_{T,\alpha} = \frac{\partial T}{\partial \alpha} \quad \text{e} \quad S_{T,k} = \frac{\partial T}{\partial k} \quad (6.1)$$

$$S_{\varphi,\alpha} = \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \quad \text{e} \quad S_{\varphi,k} = \frac{\partial \varphi}{\partial k}. \quad (6.2)$$

Uma vez que os coeficientes, definidos pelas Eqs. (6.1 e 6.2), têm representação física diferentes, suas amplitudes, por sua vez, possuem ordem de grandeza também muito distintas. Nesse caso uma comparação direta entre seus valores pode conduzir a falsas conclusões. Propõe-se, nesse caso a análise desses coeficientes normalizados, ou seja,

$$S_{T,\alpha} = \frac{\alpha}{T} \frac{\partial T}{\partial \alpha} \quad \text{e} \quad S_{T,k} = \frac{k}{T} \frac{\partial T}{\partial k} \quad (6.3)$$

$$S_{\varphi,\alpha} = \frac{\alpha}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \quad \text{e} \quad S_{\varphi,k} = \frac{k}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial k}. \quad (6.4)$$

## 6.2 Considerações Experimentais

Todas as variáveis que interferem no modelo devem ser analisadas, sendo elas amplitudes, localização, tempo de aquecimento, área do fluxo de calor, posição dos sensores de temperatura, amplitude da diferença das temperaturas, dimensões da amostra ou condições de contorno. Todas essas variáveis afetam diretamente os gradientes de temperaturas que são essenciais à técnica em questão.

Como apresentado anteriormente à função resposta em frequência baseia-se na razão entre a diferença de temperatura e o fluxo de calor que causa essa diferença, ou seja,

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi(f)}. \quad (6.5)$$

Logo maiores valores de  $H(f)$  conduzem a maiores valores de  $S_{H,\alpha}$ ,  $S_{T,\alpha}$  e  $S_{T,k}$ . Nesse ponto, algumas considerações experimentais devem ser feitas. Observa-se na Eq. (6.5) que o aumento da função  $H(f)$ , tem relação direta com a resposta da temperatura ao fluxo imposto. Nesse caso  $\theta_1 - \theta_2$  deve possuir uma evolução significativa que permita alcançar valores superiores à incerteza de medição de temperatura. Ou seja, considerando os equipamentos de medição usados nesse trabalho para aquisição de temperatura, a evolução de  $\theta_1 - \theta_2$  deve alcançar valores superiores a  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 > 0,3^\circ C$ .

Observa-se que os metais, em sua grande maioria, são comercializados em pequenas espessuras em forma de chapas delgadas enroladas em forma de bobinas, com espessuras da ordem de décimos de milímetros. Esse fato dificulta a investigação de gradientes na direção de sua espessura. Assim, caso o objetivo seja o de investigar

materiais de espessuras delgadas, outras direções devem ser usadas. Uma solução para esse problema reside no desenvolvimento de modelos bi ou tridimensionais que contemplem gradientes de temperaturas em direções diferentes da espessura do material.

Nota-se, entretanto, que os materiais isolantes possuem uma característica oposta a dos metais, ou seja, mesmo com pequenas espessuras, gradientes de temperatura significativos são gerados, possibilitando assim o uso de um modelo unidimensional. As Figs 6.1 e 6.2 mostram a distribuição de temperatura para as amostras de PVC e aço inox AISI 304.

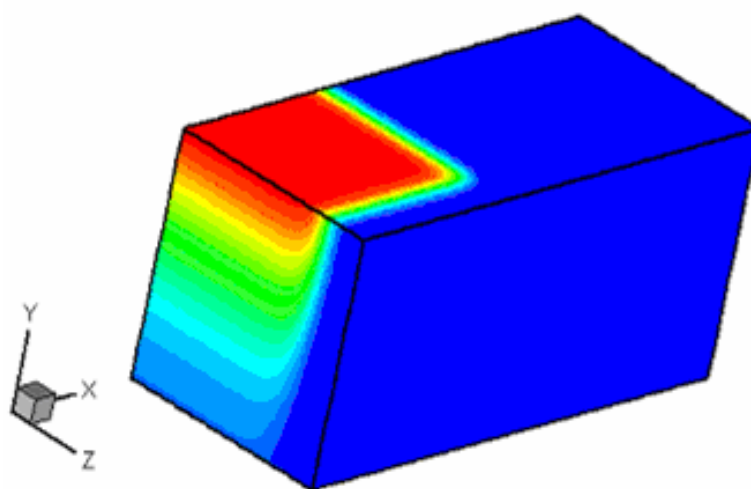


Figura 6.1 - Temperaturas amostra de PVC

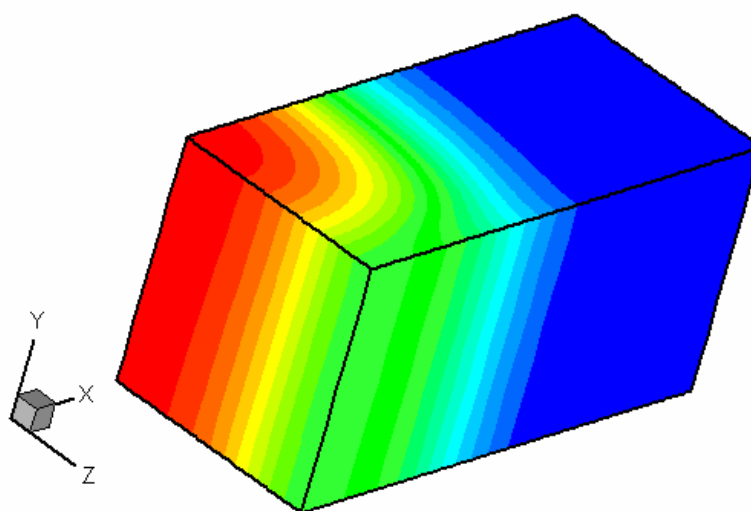


Figura 6.2 - Temperaturas amostra de aço inox AISI 304

Obtém-se gradientes de temperatura significativos na direção da espessura,  $y$ , para o PVC, como mostra a Fig. 6.1. Enquanto para o aço os gradientes de temperaturas significativos se formam na direção da largura  $z$ , como mostra a Fig. 6.2. Observa-se que as condições de contornos usadas no modelo numérico devem ser garantidas na montagem experimental. Para a determinação das propriedades térmicas, a condição de contorno na superfície oposta ao aquecimento, é a de isolamento.

A grande vantagem no uso de um modelo tridimensional reside na possibilidade da aplicação da técnica em amostras finas, uma vez que, nesse caso, os gradientes mais significativos estão nas direções laterais da amostra. Outra vantagem deve-se ao modelo tridimensional ser menos restrito fisicamente, pois diminui consideravelmente os erros devido à hipótese de unidimensionalidade.

### 6.3 Análise dos Coeficientes de Sensibilidade

Os coeficientes de sensibilidade foram calculados para os modelos uni e tridimensionais, para dois materiais de interesse, PVC e o aço inox AISI 304. Para a análise foram fixados a geometria da amostra, o intervalo de aquisição, a posição e a amplitude do fluxo de calor para os dois materiais. Observa-se que as posições dos termopares são diferentes, para possibilitar a obtenção dos gradientes máximos de temperatura, de cada material, como já dito anteriormente.

As temperaturas e as diferenças de temperaturas, obtidas através dos modelos 1D e 3D são mostradas para o aço e o PVC. Para todos os casos a diferença de temperaturas  $\theta_1 - \theta_2$  tende a *zero*, devido ao uso de técnicas no domínio da frequência, o cálculo da transformada numérica de Fourier necessita desta condição. O fluxo de calor cai para *zero* naturalmente, pois o fluxo de calor é transitório do tipo liga / desliga.

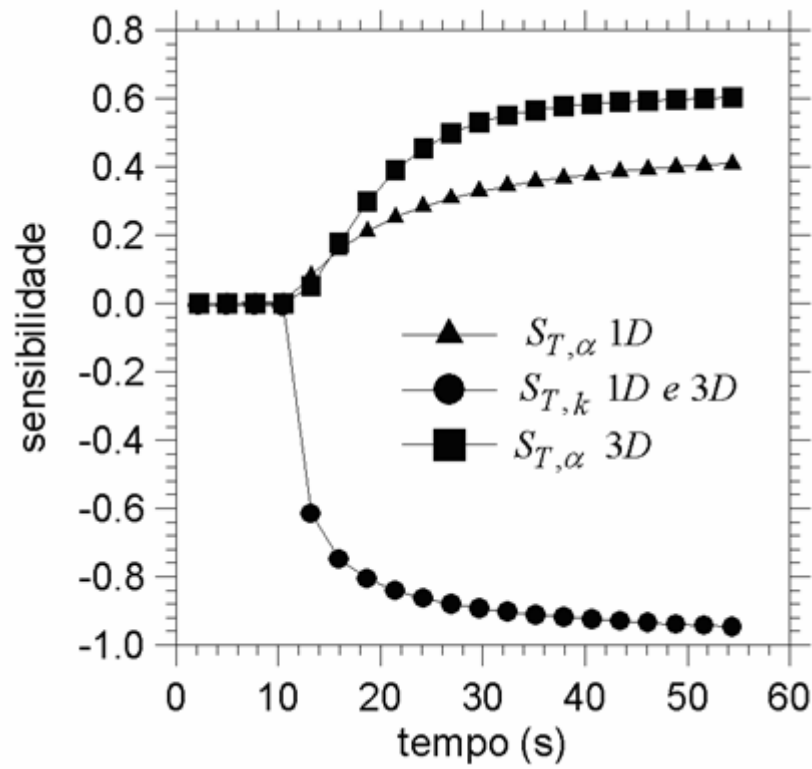


Figura 6.3 - Sensibilidade da temperatura em relação a  $\alpha$  e  $k$  para o modelo 1D e 3D para amostra de PVC

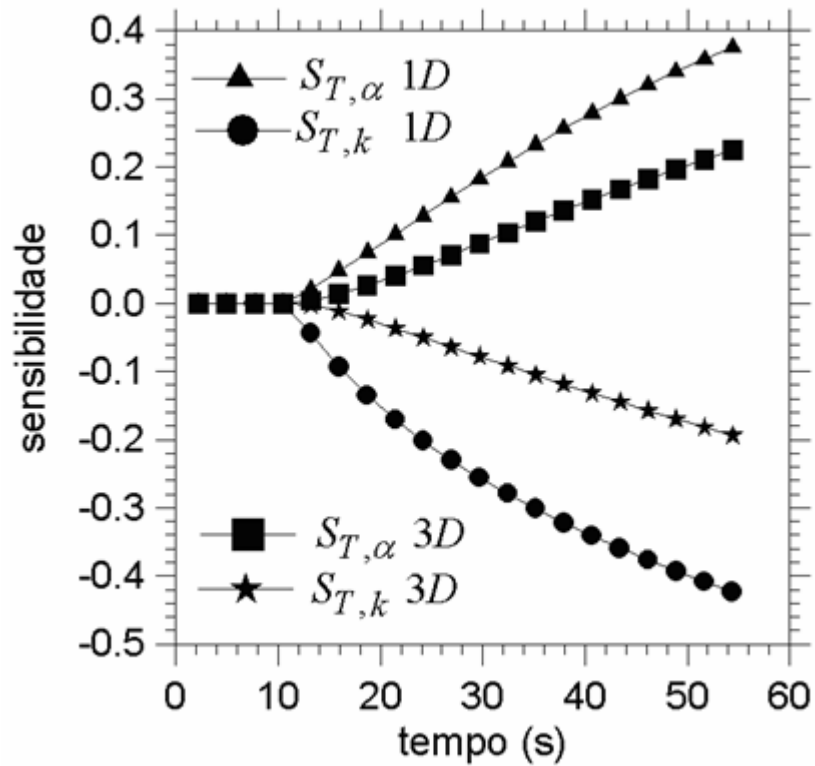


Figura 6.4 - Sensibilidade da temperatura em relação a  $\alpha$  e  $k$  para o modelo 1D e 3D para amostra de aço inox AISI 304

As Figuras 6.3 e 6.4 revelam que os coeficientes  $S_{T,\alpha}$  e  $S_{T,k}$ , são linearmente dependentes uma vez que o comportamento é praticamente simétrico. Segundo a teoria de identificabilidade, (Beck e Arnold, 1977), quando existe dependência linear entre os coeficientes, apenas um parâmetro pode ser identificado no domínio do tempo. Evidencia-se, portanto a necessidade do uso do domínio da frequência. As Figuras 6.5 a 6.8 apresentam o comportamento dos coeficientes de sensibilidade da fase da função resposta em frequência em relação a  $\alpha$  e  $k$ , para os modelos 1D e 3D de ambos os materiais.

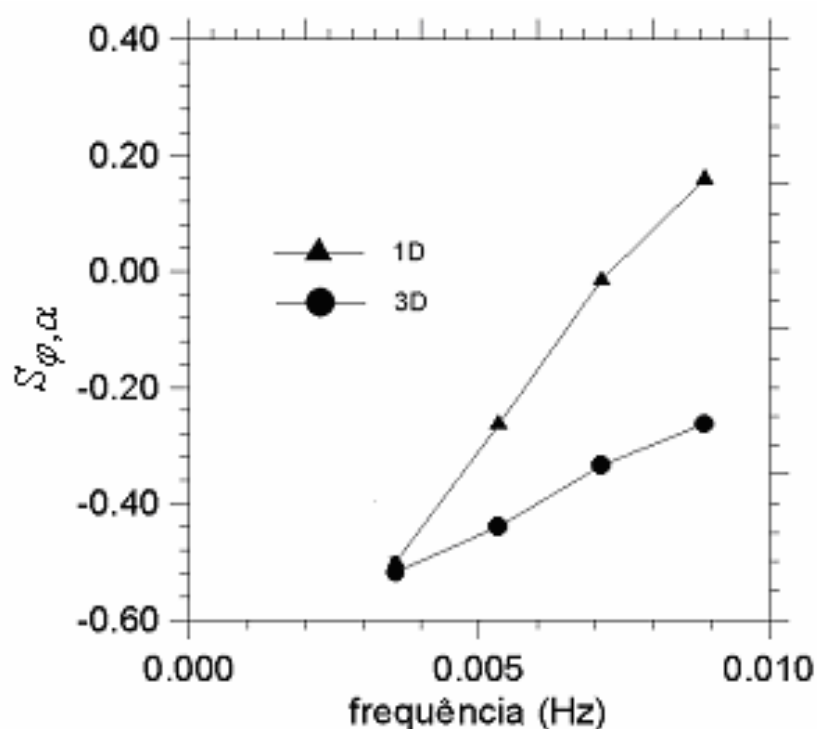


Figura 6.5 - Sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$  para o modelo 1D e 3D para a amostra de PVC



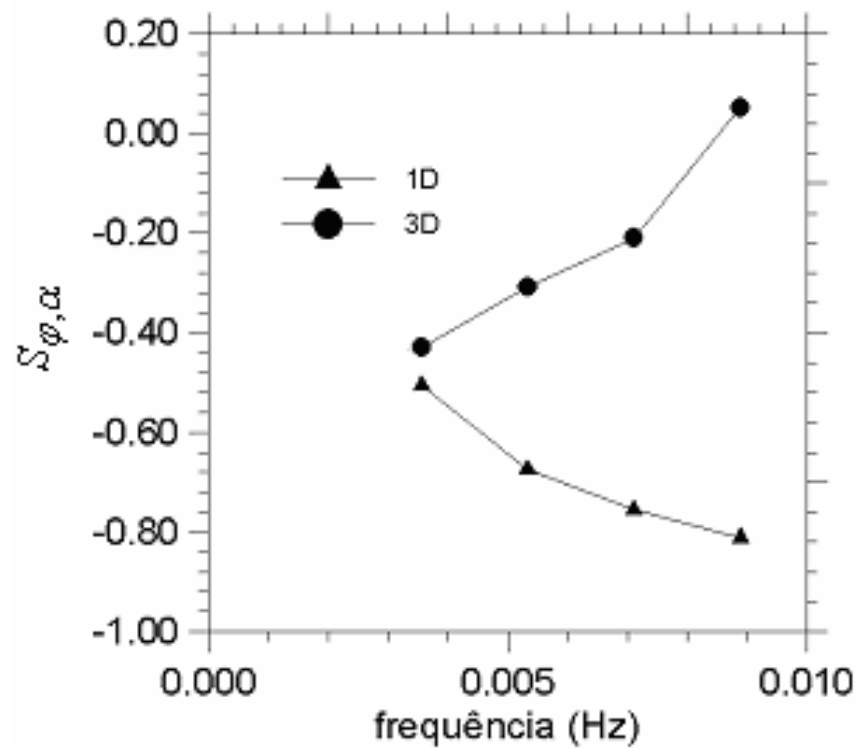


Figura 6.6 - Sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$  para o modelo 1D e 3D para a amostra de aço inox AISI 304

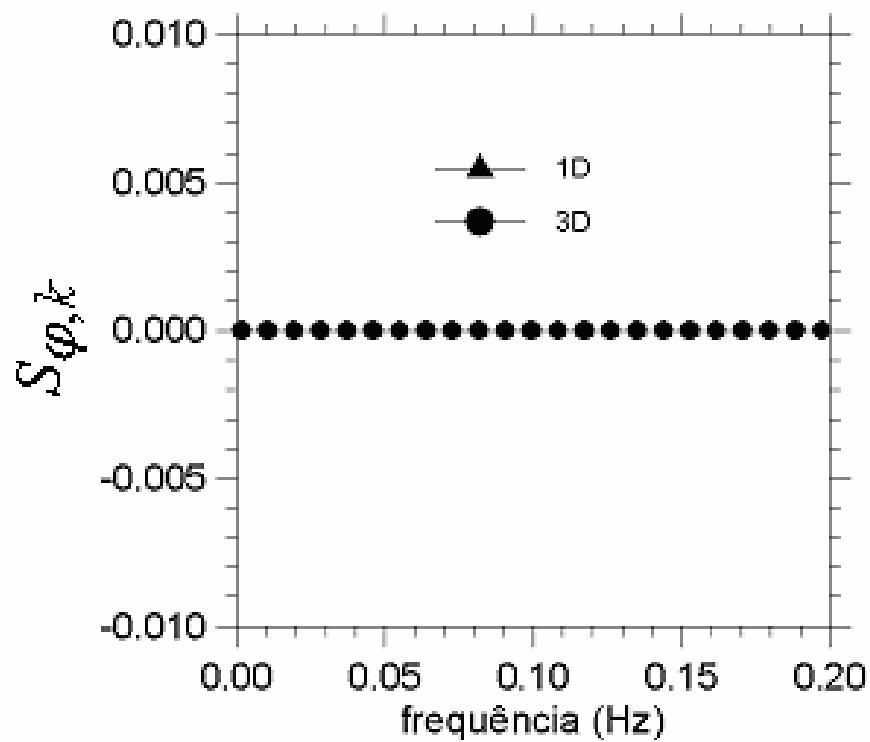


Figura 6.7 - Sensibilidade da fase em relação a  $k$  para o modelo 1D e 3D para a amostra de PVC

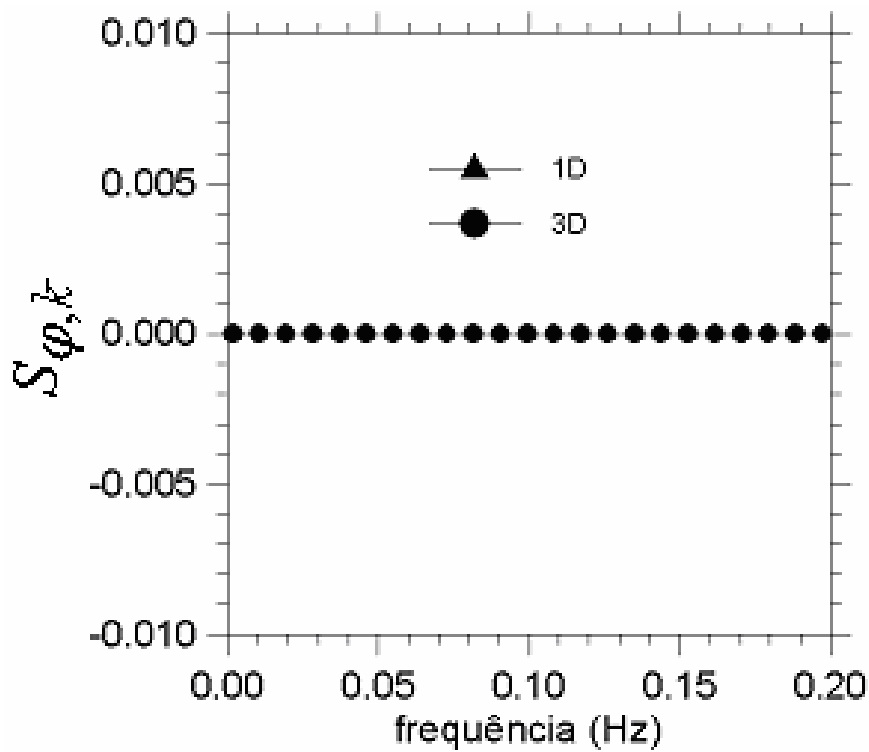


Figura 6.8 - Sensibilidade da fase em relação a  $k$  para o modelo 1D e 3D para a amostra de aço inox AISI 304

Observa-se nas Figs. 6.5 a 6.8 que existe sensibilidade da fase em relação a  $\alpha$  enquanto o comportamento  $S_{\varphi,k}$ , revela que qualquer que seja o modelo 1D ou 3D não há qualquer variação. Essa informação indica que apenas a difusividade térmica exerce influência na fase de  $H(f)$ , garantindo, assim a unicidade desejada na determinação de  $\alpha$  através da minimização da função  $S_{\varphi}$ . A magnitude de  $S_{\varphi,\alpha}$  nos modelos 1D e 3D por sua vez garante a possibilidade dessa identificação. Observa-se, entretanto na Fig. 6.5 que o modelo 3D não traz vantagens significativas em relação ao modelo 1D em termos de magnitude nos coeficientes de sensibilidade quando aplicados aos polímeros. Entretanto, para materiais metálicos o efeito é extremamente significativo. Observa-se na Fig. 6.6 que  $S_{\varphi,\alpha}$ , para o modelo 3D tem magnitude maior, além de um comportamento desejável de grande variação se comparado ao modelo 1D, confirmando assim a necessidade do modelo 3D para metais e sua não indicação para polímeros ou materiais não condutores.

Uma característica importante no desenvolvimento da técnica de obtenção de  $\alpha$ , deve-se a baixíssima sensibilidade de  $\alpha$  em relação a amplitude dos sinais de entrada e saída. Essa característica é particularmente importante para a minimização de erros

sistemáticos como os devidos à obtenção de constantes de calibração, tanto para os sinais de entrada (fluxo de calor) como para os sinais de saída (temperatura).

Uma análise da baixa influência da magnitude dos sinais  $x(t)$  e  $y(t)$  é apresentada na Fig. 6.9. Nesse caso os sinais de fluxo de calor em sua versão original em  $(\mu V)$  e calibrado em  $(W/m^2)$ , e também os sinais de temperatura em  $(\mu V)$  e  $(^{\circ}C)$ , são usados para o cálculo da  $H(f)$  em suas componentes fase e módulo. Observa-se que ao contrário do modelo da resposta em frequência,  $H(f)$ , a fase não sofre qualquer influência significativa dos dados de entrada e saída  $\left(\frac{Y}{X}\right)$  em suas versões originais  $\left(\frac{\mu V}{\mu V}\right)$  ou calibrados  $\left(\frac{^{\circ}C}{W/m^2}\right)$ . Esse fato indica que a difusividade térmica pode ser obtida considerando somente a forma da evolução dos sinais de entrada/saída o que propicia grande robustez à técnica desenvolvida.

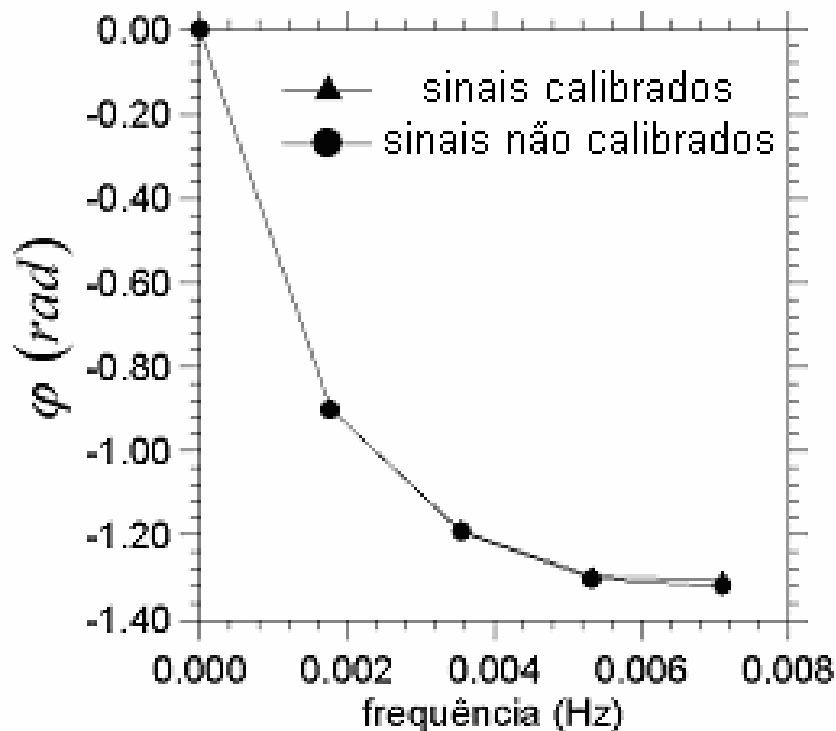


Figura 6.9 – Fase calculadas para vários valores de entrada e saída

## 6.4 Verificação da Hipótese de Isolamento Térmico: Fluxo de Calor Medido Versus Fluxo de Calor Estimado

Uma característica importante da técnica proposta nesse trabalho é a obtenção das propriedades térmicas a partir de um pequeno gradiente de temperatura na amostra e consequentemente entre a amostra e sua vizinhança que normalmente encontram-se em equilíbrio com a temperatura inicial do processo de aquecimento. Como já observado, devido a grande sensibilidade, as propriedades são obtidas a partir de um gradiente máximo de 10 K.

Além de permitir a sensibilidade suficiente para a obtenção das propriedades, o procedimento experimental proposto deve também reproduzir as condições previstas no modelo térmico. Como já observado, assume-se que as superfícies da amostra, não sujeitas à imposição de fluxo de calor, são isoladas termicamente. Nesse caso, a hipótese de isolamento térmico deve ser garantida para que a técnica seja bem sucedida. Esta seção é dedicada a demonstrar efetivamente a baixa influência das perdas de calor no interior da câmara de vácuo e consequentemente a validade da hipótese de isolamento térmico usada nas Eqs. (3.1b e 3.1c).

Salienta-se que o vácuo não é perfeito no interior da câmara, as perdas de calor por radiação térmica e convecção estão ainda presentes. Assim, o que se pretende nessa análise é a validação da hipótese de isolamento térmico demonstrando que as perdas de calor (por convecção de calor e radiação térmica) encontram-se em limites mínimos, e que portanto, podem ser perfeitamente desprezados no modelo térmico.

### 6.4.1 - Experimento proposto para a obtenção das perdas de calor no interior da câmara de vácuo

Descreve-se esquematicamente na Fig. 6.11 uma bancada experimental proposta para identificação das perdas de calor por convecção e radiação térmica da amostra para o meio. Para demonstrar a pouca influência da radiação térmica e de eventuais perdas de calor por convecção propõe-se a inserção de um transdutor de fluxo de calor entre a resistência elétrica e a amostra.

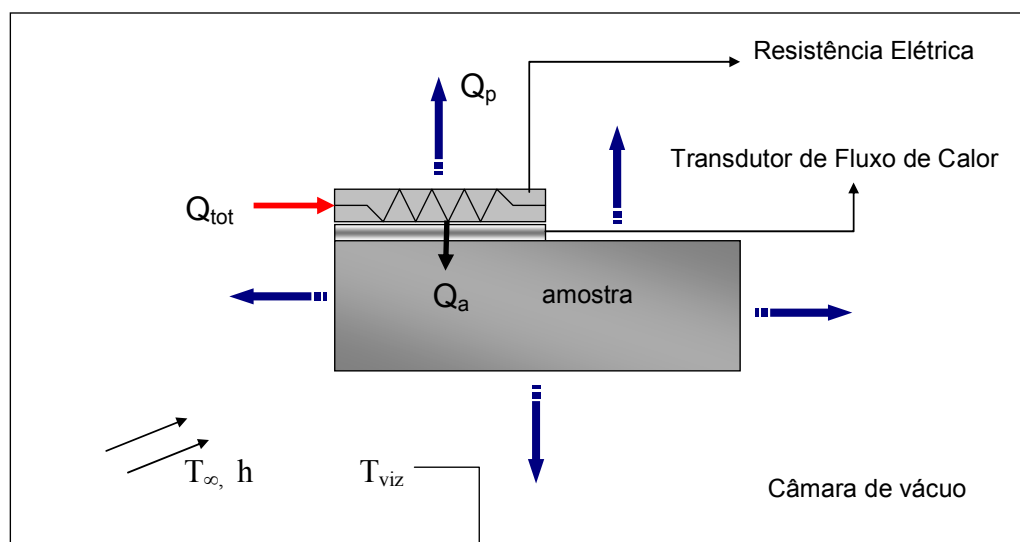


Figura 6.11- Representação esquemática de uma bancada experimental construída para a validação da hipótese de isolamento térmico no interior da câmara de vácuo.

Na Figura 6.11  $Q_{tot}$  representa a potência total dissipada pela resistência elétrica,  $Q_p$  a taxa de transferência de calor perdida para o meio (por convecção e radiação térmica) e,  $Q_a$  a taxa de transferência de calor efetivamente entregue à amostra, medida pelo transdutor de fluxo de calor. Observa-se que a potência total dissipada,  $Q_{tot}$ , pode ser obtida pelo produto da tensão versus corrente aplicada na resistência elétrica. A diferença entre a potência total dissipada pela resistência elétrica e a taxa de calor efetivamente entregue à amostra pode ser creditada às perdas de calor por convecção e radiação térmica, ou seja,

$$Q_{tot} = P = Q_a + Q_p. \quad (6.6)$$

Um experimento típico de medição de propriedades térmicas é então realizado. O experimento é realizado em uma amostra de aço AISI304 dissipando-se uma energia total de 193.5 J.

A amostra tem as dimensões descritas no Cap. IV e o transdutor de fluxo de calor usado para medir o fluxo de calor efetivamente entregue pela resistência. Os sinais do fluxo de calor efetivamente entregues à amostra foram adquiridos por um transdutor de fluxo de calor com dimensões laterais de 50 x 50 mm, espessura de 0,5 mm e uma constante de tempo inferior a 10 ms. O transdutor é baseado no conceito de termopilhas elétrica (feitas de deposição eletrolítica) sobre uma fina lâmina condutora.

O intervalo de medição foi de 0,662 segundos e 1024 medições de temperaturas foram adquiridas. Os valores de fluxo de calor são obtidos com estes transdutores com uma incerteza de medição de  $\pm 3 \text{ W/m}^2$ .

A Figura 6.12 apresenta uma comparação entre o fluxo de calor estimado pelo procedimento descrito no Cap. III e o fluxo de calor medido usando-se o transdutor de fluxo de calor simbolicamente mostrado na Fig. 6.11 enquanto a Fig. 6.13 apresenta os resíduos entre as duas componentes de fluxo de calor.

Observa-se nos resíduos, que o fluxo de calor é estimado com um desvio inferior à  $2,0 \text{ [W/m}^2\text{]}$  se comparado ao fluxo de calor medido.

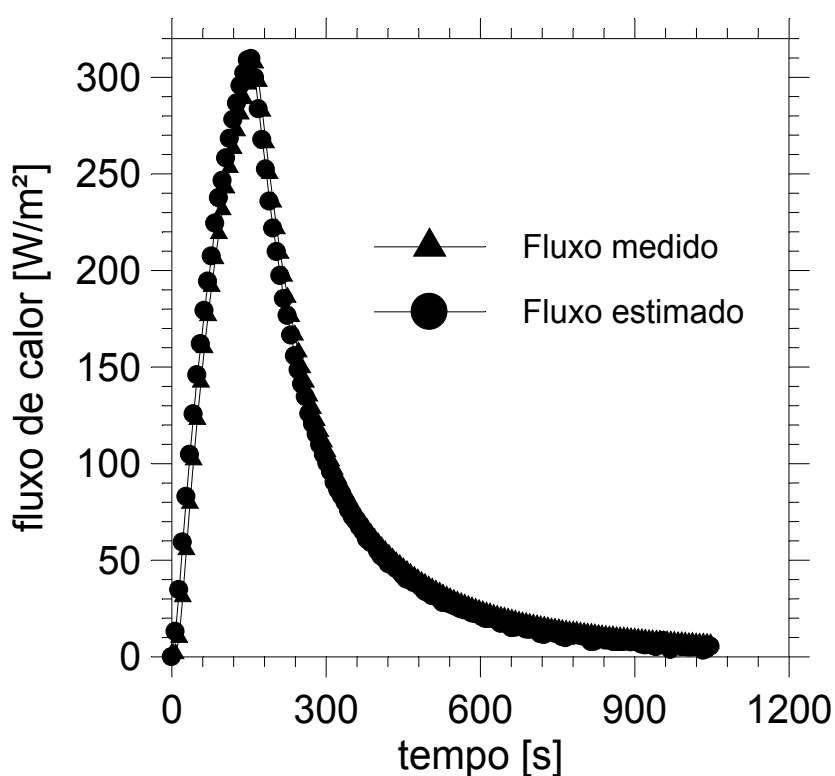


Figura 6.12- Comparação do fluxo de calor medido versus fluxo de calor estimado.

De fato uma análise das Figs 6.12 e 6.13 cumpre duas finalidades. A primeira valida todo o procedimento experimental uma vez que o fluxo de calor estimado só é obtido após o procedimento inverso para a obtenção de  $Q^+$  e das propriedades térmicas  $\alpha$  e  $k$ . A segunda finalidade é o cálculo das perdas totais de calor através das superfícies da mostra ao se computar o calor entregue a amostra pela resistência elétrica durante toda a duração do experimento.

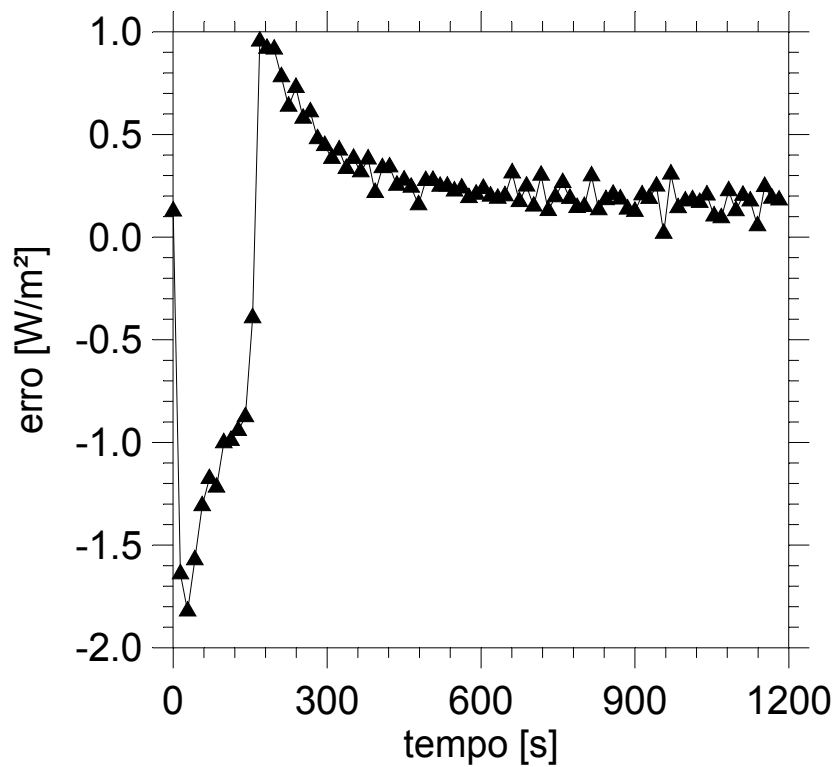


Figura 6.13- Erro do fluxo de calor medido e fluxo de calor estimado.

Ou seja, se  $q(t)$  é o fluxo de calor efetivamente entregue à amostra (medido pelo transdutor de fluxo de calor) então a quantidade total de calor entregue a amostra pode ser obtido por,

$$Q_a = \int_0^{t_f} A q(t) dt . \quad (6.7)$$

Para este experimento Fig. 6.12 os valores da potência total dissipada pela resistência e da quantidade de calor efetivamente entregue à amostra são, respectivamente,

$$Q_{tot} = P = 193.5 \text{ J} \quad (6.8)$$

e

$$Q_a = 190.2 \text{ J} . \quad (6.9)$$

Logo, as perdas totais do experimento creditadas a transferência de calor por convecção de calor e radiação térmica são estimadas em,

$$Q_p = Q_{tot} - Q_a \quad , \quad (6.10)$$

obtendo-se,

$$Q_p = 3.3 \text{ J} . \quad (6.11)$$

Assim, observa-se que as perdas de calor por convecção de calor e radiação térmica situam-se em valores inferiores a 2% equivalentes à incerteza de medição no uso de transdutores de fluxo de calor. Ou seja, embora presentes no interior da câmara de vácuo, seus valores podem ser perfeitamente desprezados considerando o tempo de medição e os níveis de temperatura alcançados na amostra e na vizinhança da câmara de vácuo.

## 6.5 Limitações do Uso do Vácuo

O uso do vácuo é limitado para materiais porosos. Observa-se que o valor da difusividade térmica pode ser encontrado apenas com o conhecimento da evolução do fluxo de calor, porém a condutividade térmica depende fortemente da magnitude do sinal de fluxo e de suas condições de contorno. Esses fatos tornam o isolamento térmico da amostra essencial para a determinação da condutividade térmica.

No caso de amostras porosas a montagem experimental pode ser realizada de duas formas, uma sem simetria e outra com simetria, como mostra as Figs. 6.14 e 6.15, respectivamente. Sendo que todas as superfícies expostas são isoladas com material isolante.



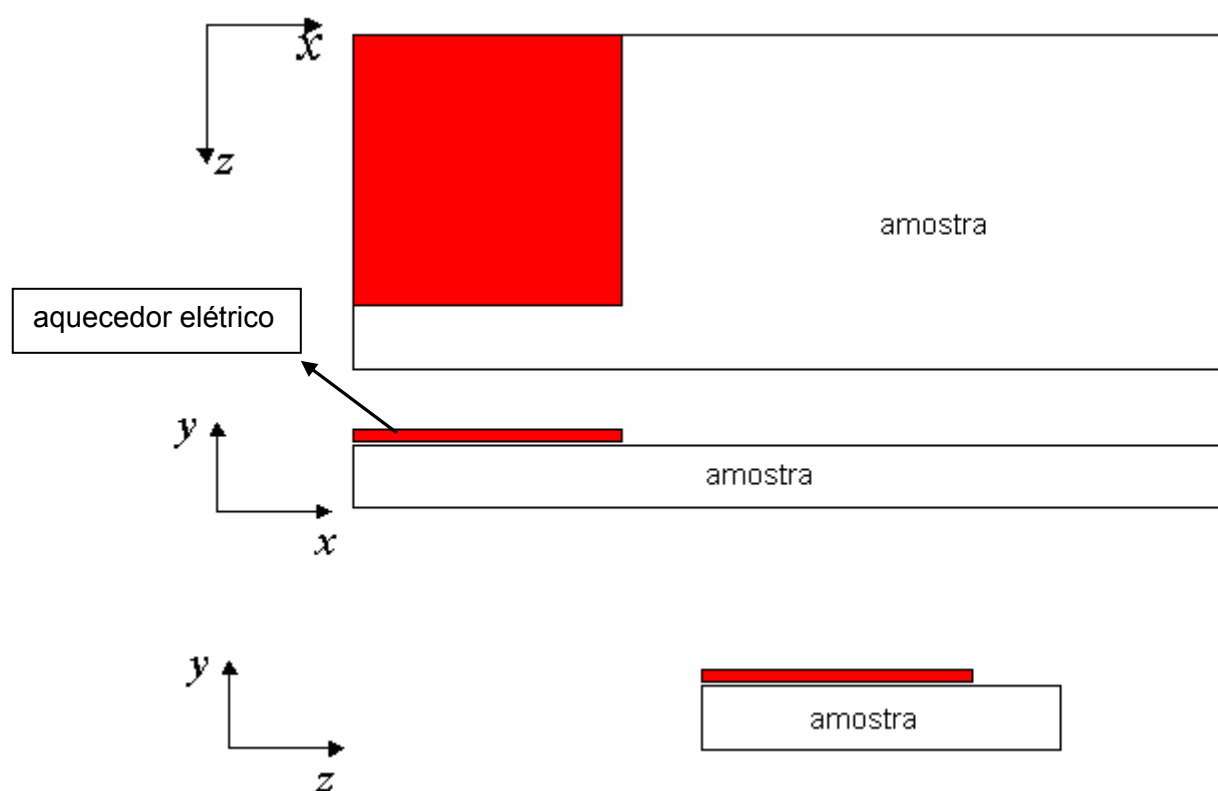


Figura 6.14 – Arranjo experimental sem simetria

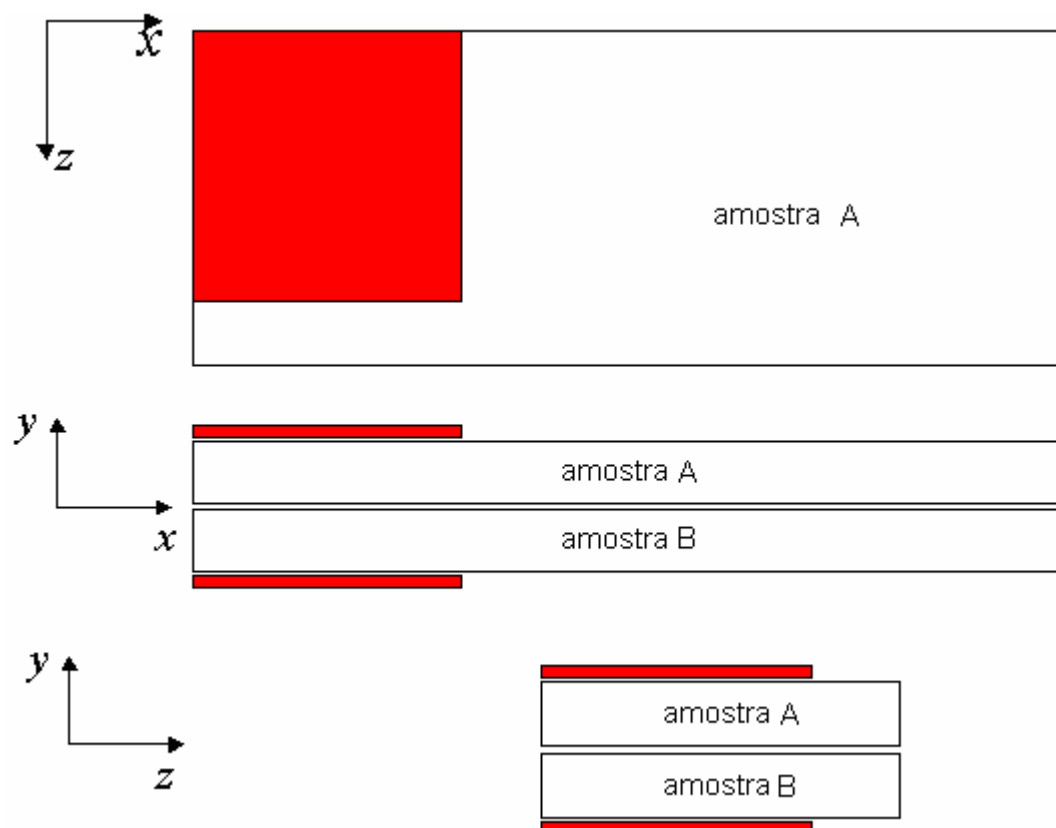


Figura 6.15 – Arranjo experimental com simetria

O arranjo simétrico garante melhor condição de isolamento comparado com o isolamento feito com materiais não condutores, pois,  $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$ .

Alguns cuidados devem ser tomados para que o arranjo simétrico tenha sucesso, ou seja, garantir a simetria ou igualdade dos fluxos de calor impostos. A fonte de tensão deve ser a mesma garantindo a igualdade da tensão aplicada às resistências. Por outro lado, as resistências devem ser do mesmo fabricante e mesmo assim a medição de sua resistência elétrica deve ser conferida. Além do cuidado com as resistências as amostras devem ser retiradas do mesmo lote de fabricação e também garantir a igualdade geométrica das amostras.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvido um método para a determinação simultânea das propriedades termofísicas, difusividade térmica e condutividade térmica,  $\alpha$  e  $k$ , respectivamente, sem o uso de transdutores de fluxo de calor. Ressalta-se que a independência linear entre as propriedades é essencial para a determinação de seus valores de forma única e simultânea. Assim foi desenvolvido um método a partir do processamento de sinais aplicado a um sistema dinâmico, do tipo entrada e saída, que se mostrou eficiente e adequado para materiais sólidos. A maior conveniência do uso do domínio da frequência para a determinação da difusividade térmica, reside no fato que a fase da função resposta em frequência,  $H(f)$ , é uma função exclusiva de  $\alpha$ . Uma vez obtida a difusividade térmica, a condutividade térmica é calculada através do conhecimento da energia que entra no sistema. A geração do fluxo de calor, através de uma resistência elétrica, com espessura na ordem de 0.4 mm, mostrou-se adequada e suficiente para a obtenção dos fluxos de calor e temperaturas de entrada e saída no sistema. Esse é um dos aspectos interessantes do ponto de vista de baixar o custo da bancada experimental. O método Flash, por exemplo, usa laser como fonte de calor, aumentando significativamente os custos do experimento. Outro ponto positivo é a geração superficial do calor que torna o método não destrutivo. Várias técnicas usam a geração de calor interna o que danifica a amostra com furos e a introdução de sondas em seu interior. O Fio Quente é um destes métodos, largamente utilizado para a determinação das propriedades térmicas de polímeros. A ausência dos transdutores de fluxo de calor torna possível a implementação do método em uma variedade maior de geometrias, sendo que para amostras diminutas o uso dos transdutores torna-se inviável, devido a dificuldade de calibração.

Os valores obtidos para a condutividade térmica e difusividade térmica dos três materiais propostos (aço inox AISI 410, 304 e PVC) encontram-se entre os valores esperados quando comparados com a literatura. Devido à composição química e condições físicas de medição como temperatura média da amostra não é possível uma comparação direta quantitativa com estes valores. Entretanto, para o caso do PVC, a mesma amostra foi submetida ao método proposto e a técnica da placa quente compensada. Neste caso o desvio foi menor que 0.63%.

A comparação entre as temperaturas experimentais e calculadas apresentaram um resíduo inferior a  $0.5^{\circ}\text{C}$  para todas as amostras medidas. Estes resíduos situam-se dentro da faixa de incerteza de medição dos termopares ( $\pm 0.3^{\circ}\text{C}$ ) o que garante alta confiabilidade para a estimativa simultânea do fluxo de calor, condutividade térmica e difusividade térmica com a técnica proposta.

A partir dos resultados apresentados pode-se concluir que a técnica desenvolvida pode ser aplicada a uma ampla faixa de materiais sólidos (condutores e não condutores) e com diversos tamanhos e geometrias. Nesse sentido, variações nos tipos de materiais devem ser acompanhados de mudanças quanto à intensidade e duração do pulso de calor. Assim como, o tempo de amostragem e número de pontos de aquisição devem também ser analisados.

## Propostas para Trabalhos Futuros

Como continuidade do presente trabalho algumas etapas devem ainda ser realizadas com o objetivo de se aperfeiçoar o método desenvolvido para a determinação de propriedades termofísicas e também generalizar o software DPT. A seqüência de etapas a seguir, resume as perspectivas da continuidade deste trabalho:

- Determinar as propriedades térmicas do material como sendo função da temperatura.
- Adaptação ou desenvolvimento da técnica para a obtenção de propriedades térmicas de materiais compostos, uma vez que muitos materiais em engenharia se apresentam na forma de camadas.
- Aprimoramento da bancada experimental permitindo a obtenção de um vácuo de melhor qualidade
- Desenvolvimento experimental para o uso da bancada em materiais porosos cujo vácuo não é indicado.
- Desenvolvimento do modelo teórico para a estimativa simultânea dos coeficientes de transferência de calor,  $h$ , do meio para a minimização de erros de tendência no modelo teórico em ambientes sem vácuo.
- Aplicação direta na medição de amostras pequenas como as ferramentas de corte.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALBERS, ANA PAULA F.; RESTIVO, THOMAZ A. G.; PAGANO, LUCIANO e BALBO, JOÃO B., 2000, **Effect of Testing Conditions on the Laser Flash Thermal Diffusivity Measurements of Ceramics**, Thermochimica Acta vol. 370 pp. 111-118.
2. BECK, J.V. e ARNOLD, K. J., 1977, **Parameter Estimation in Engineering and Science**, Wiley, New York.
3. BECK, J. V., 1985, **Inverse Heat Conduction**, Wiley, New York.
4. BENDAT, J. S. e PIERSON, A. G., 1986, **Analysis and Measurement Procedures**, Wiley-Interscience, 2º ed., USA.
5. BLACKWELL, J. H., 1954, **Transient-Flow Method for Determination of Thermal Constants for Insulating Materials in Bulk**, Journal of Applied Physics, vol. 25, pp. 137-144.
6. BORGES, V. L., 2004, **Um Sistema Dinâmico para a Identificação de Propriedades Termofísicas de Materiais Sólidos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.
7. BORGES, V. L.; SOUSA, F. B. P. e GUIMARÃES, G., 2007, **Experimental Determination of Thermal Conductivity and Diffusivity Using a Partially Heated Surface Method Without Heat Flux Transducer**, Inverse Problems, Design And Optimization Symposium, 2007, Miami, USA.
8. BOUDENNE, A.; IBOS, L.; GEHIN, E. e CANDAU, Y., 2003, **A Simultaneous Characterization Of Thermal Conductivity And Diffusivity Of Polymer Materials By A Periodic Method**, Measurement Science And Technology, Institute Of Physics Publishing, Printed in the UK, p. 132-139.

9. COQUARD, R.; BAILLIS, D. e QUENARD, D., 2006, **Experimental and Theoretical Study of the Hot-Wire Method Applied to Low-Density Thermal Insulators**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 49 pp. 4511-4524.
10. DOEBELIN, E., 1990, **Measurement Systems: Application and Design**, International Student Edition, Mcgrall-Hill 4<sup>a</sup> th edition.
11. GHRIB, T.; YACOUBI, N. e SAADALLAH, F., 2006, **Simultaneous Determination Of Thermal Conductivity And Diffusivity Of Solid Samples Using The 'Mirage Effect' Method**, Sensor and Actuators A, Elsevier.
12. GRAZZINI, G.; BALOCCO, C. e LUCIA, U., 1995, **Measuring Thermal Properties With the Parallel Wire Method: a Comparison of Mathematical Models**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 39 pp. 2009-2013.
13. GROSS, ULRICH e TRAN, LE-THANH-SON, 2004, **Radiation Effects on Transient Hot-Wire Measurements in Absorbing and Emitting Porous Media**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 47 pp. 3279-3290.
14. GUIMARÃES, G., 1993, **Estimação de Parâmetros no Domínio da Frequência para a Determinação Simultânea da Condutividade e Difusividade Térmica**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
15. GUIMARÃES, G.; PHILIPPI, P. C. e THERY, P., 1995, **Use of parameters Estimation Method in the Frequency Domain for the Simultaneous Estimation of Thermal Diffusivity and Conductivity**, Review of Scientific Instrument, vol. 66, nº 3, March 1995, pp. 2582-2588.
16. HATTORI, M., 2005, **Thermal Difusivity of Some Linear Polymers**, Colloid & Polymer Science, vol. 202, pp. 1-96.
17. <http://www.efunda.com>
18. <http://www.engineeringedge.com>



19. <http://www.goodfellow.com>
20. INCROPERA, FRANK P. e DEWITT, DAVID P., 2003, **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, 5ª edição, Editora LTC.
21. IORDANOV, V. I. e STEWARD, A. P., 1984, **A Method And Computer Program For Determining The Thermal Diffusivity In A Solid Slab**, Appl. Math. Modelling, Vol. 8, June.
22. IPT, 2004, Instituto de Pesquisas Tecnológicas, Laboratório de Higrotermia e Iluminação ACSC/DEC, **Relatório de Ensaio N° 908 637**.
23. JANNOT, Y.; ACEM, Z. e KANMOGNE, A., 2005, **Transient Hot Plate Method With Two Temperature Measurements For Thermal Characterization Of Metals**, Measurement Science And Technology, Institute Of Physics Publishing, Printed in the UK, p. 69-74.
24. KARAWACKI, E. e SULEIMAN, B. M., 1991, **Dynamic Plane Source Technique For Simultaneous Determination Of Specific Heat, Thermal Conductivity And Thermal diffusivity Of Metallic Samples**, Meas. Sci. Technol., Printed in the UK.
25. LAZARD, M.; ANDRÉ, S. e MAILLET, D., 2004, **Diffusivity Measurement of Semi-Transparent Media: Model of the Coupled Transient Heat Transfer and Experiments on Glass, Silica Glass and Zinc Selenide**, International Journal of Heat and Mass Transfer 47, pp. 477 – 487.
26. LIMA E SILVA, S. M. M.; ONG, T. H. e GUIMARÃES, G, 2003, **Thermal Properties Estimation of Polymers Using Only One Active Surface**, Journal of the Brazil. Soc. Mechanical Sciences, Copyright 2003 by ABCM, vol. XXV/9, pp. 9-14.
27. MAILLET, D.; MOYNE, C. e RÉMY, B., 1999, **Effect of a Thin Layer on the Measurement of the Thermal Diffusivity of a Material by a Flash Method**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 43 pp. 4057-4060.

28. MURPHY, F.; KEHOE, T.; PIETRALLA, M.; WINFIELD, R. e FLOYD, L., 2004, **Development of an Algorithm to Thermal Diffusivity for the Radial Converging Technique**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 48 pp. 1395-1402.
29. OZISIK, M. N., 1993, **Heat Conduction**, John Wiley and Sons Inc, 2º ed.
30. PARKER, W. J.; JENKINS, R. J.; BUTLER, C. P. e ABBOTT, G. L., 1961, **Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity**, Journal of Applied Physics, vol. 32, pp. 1679-1684.
31. PATANKAR, S. V., 1980, **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, New York, Hemisphere Publication Corporation.
32. SOUSA, P. F. B.; CARVALHO, S. R. e GUIMARÃES, G., 2006, **Desenvolvimento de Observadores Dinâmicos Baseados em Funções de Green para Aplicação em Problemas Inversos Multidimensionais**, Proceedings of the 11<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT 2006, Curitiba, Brazil.
33. SRAMKOVA, TATIANA e LOG, TORGRIM, 1994, **Using Non-Linear  $\chi^2$  Fit in Flash Method**, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 38 pp. 2885-2891.
34. STEMPNIAK, ROBERTO A., 2002, **A Ciência e a Tecnologia do Vácuo, Resumo Histórico e Algumas Aplicações**, Sociedade Brasileira de Vácuo, FACAP/CDT – Faculdade de Ciências Aplicadas de São José dos Campos, SP.
35. VANDERPLAATS, G. N., 1984, **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**, McGraw-Hill Inc.
36. XIE, HUAQING; GU, HUA; FUJII, MOTOO e ZHANG, XING, 2005, **Short Hot Wire Technique Conductivity and Thermal Diffusivity of Various Materials**, Measurement Science and Technology, Meas. Sci. Technol. 17 pp. 208-214.

## ANEXO

### SOFTWARE DPT - PROCESSAMENTO E ANÁLISE

O software denominado DPT (Determinação de Propriedades Termofísicas de Sólidos) foi desenvolvido para auxiliar na determinação das propriedades. Este software suporta o pré-processamento, o processamento e o pós-processamento dos sinais necessários a determinação das propriedades térmicas. Entende-se como pré-processamento a aquisição de dados e calibração, o processamento é a determinação efetiva das propriedades e o pós-processamento é a análise em um ambiente gráfico. O desenvolvimento deste software surgiu da necessidade de se agrupar todas as técnicas de determinação de propriedades, implementadas no LTCM (Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos) agilizando o trabalho experimental e propiciando uma melhor visão do problema. O DPT foi desenvolvido utilizando a linguagem C++.

#### A.1 O software DPT

O DPT é uma aplicação computacional em uma interface gráfica que permite a determinação das propriedades térmicas difusividade,  $\alpha$ , e condutividade,  $k$ , pelo modelo proposto neste trabalho. Com o DPT pode-se visualizar todos os dados experimentais pertinentes ao modelo térmico de forma simples e rápida.

O software tem uma série de funções que auxiliam na rapidez da determinação das propriedades térmicas. Observa-se que a simulação numérica tem grande importância na agilidade da construção experimental. Uma vez que um grande número de experimentos podem ser analisados sem a sua montagem física. Nesse caso além de minimizar o tempo, o custo cai consideravelmente. O DPT possui funções auxiliares como geração de malha auto ajustável, calibração, ajuste de curvas e solução de problemas diretos e inversos, entre outras funções.

Para exemplificar, a Fig. A.1 mostra as temperaturas para um experimento qualquer carregadas a partir de um arquivo. Estas curvas de temperatura foram geradas a partir da função “Gráfico”. Esta função é de extrema importância, pois a visualização de resultados é imediata.

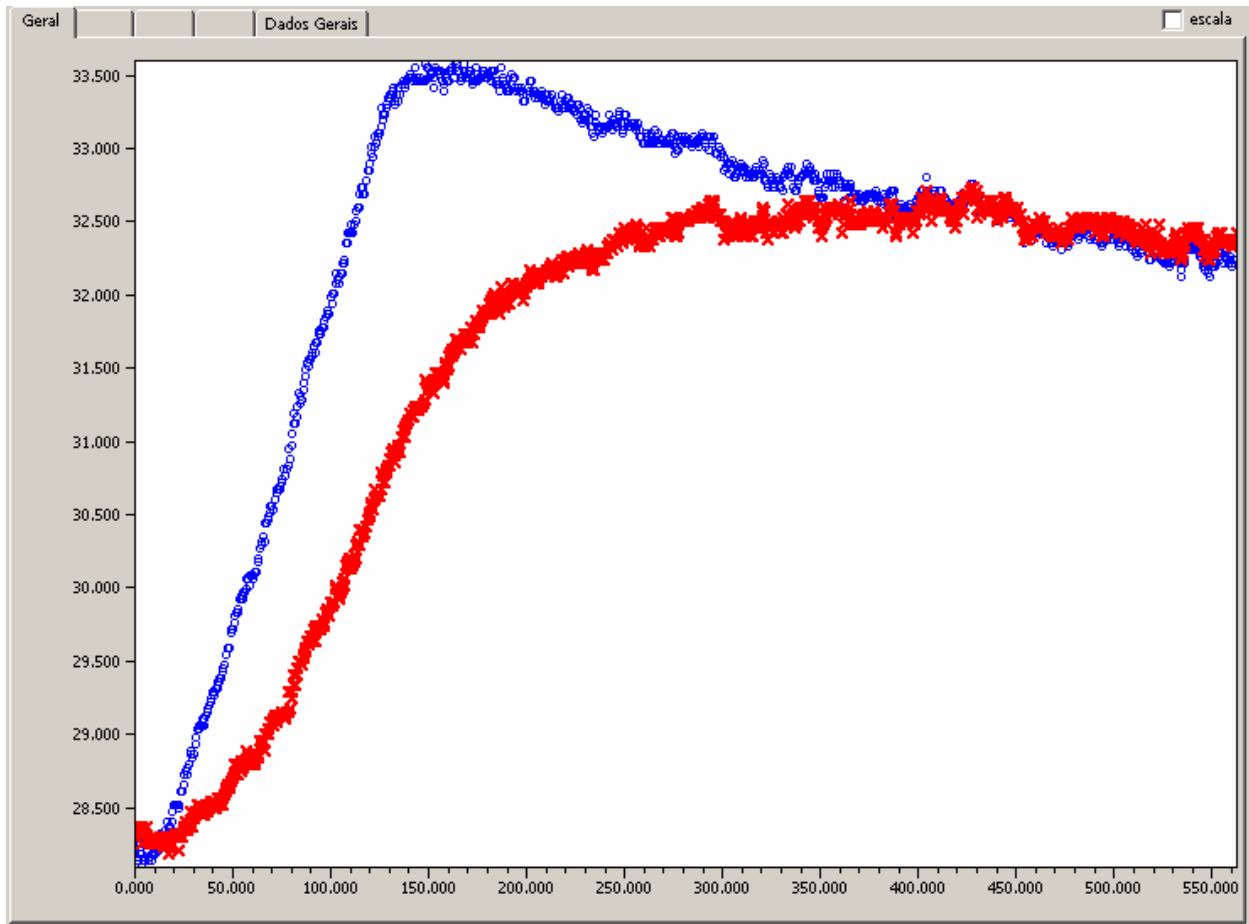


Figura A.1 - DPT janela “Gráficos”

O DPT possui uma implementação numérica da solução da temperatura, o que exige a geração de uma malha. Observa-se que um algoritmo de geração de malha pode ser limitante na solução das temperaturas, por se tratar de um trabalho experimental onde sensores reais são colocados nas amostras e suas posições não são perfeitamente ajustadas. Assim um algoritmo de geração de malha que não se ajusta a posição dos sensores acarreta em trabalho extra na preparação do experimento, tornando a montagem experimental muito mais delicada e demorada. Nesse sentido, desenvolveu-se um algoritmo de geração de malha auto ajustável, ou seja, a malha se ajusta ao experimento. Na Figura A.2 a janela de geração de malha é mostrada. Neste exemplo os pontos vermelhos são os fluxos de calor distribuídos na área e os pontos azuis são os termopares. Percebe-se claramente que a malha se adaptou aos termopares e ao fluxo de calor. O algoritmo tenta ainda, gerar uma malha de forma a não acarretar problemas de difusão numérica na solução das temperaturas.

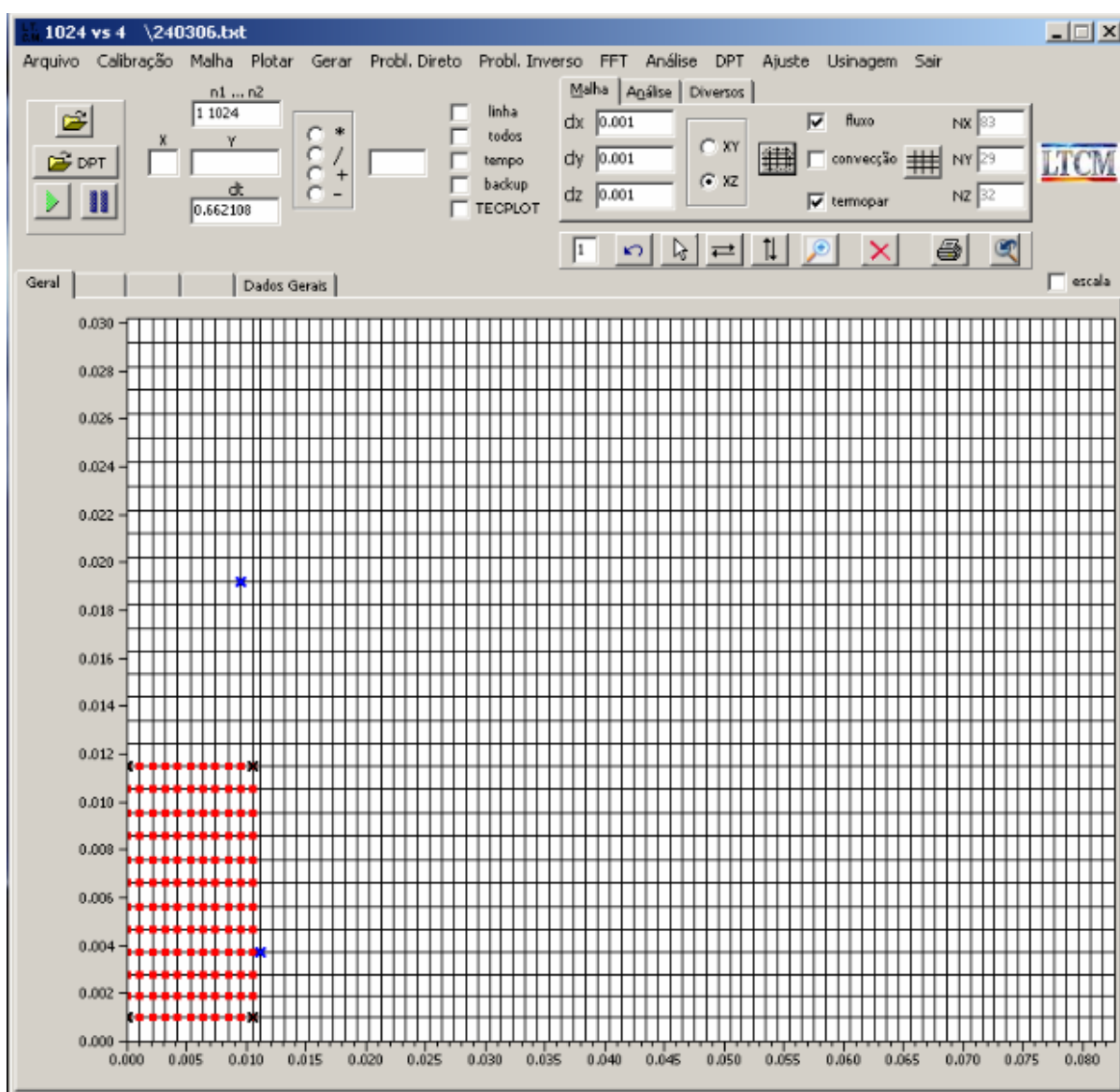


Figura A.2 – DPT janela “Malha”

Na Figura A.3 é mostrada a principal janela deste programa. Nesta janela todas as funções se concatenam para o cálculo das propriedades térmicas. Algoritmos de otimização são usados para determinar as propriedades térmicas.

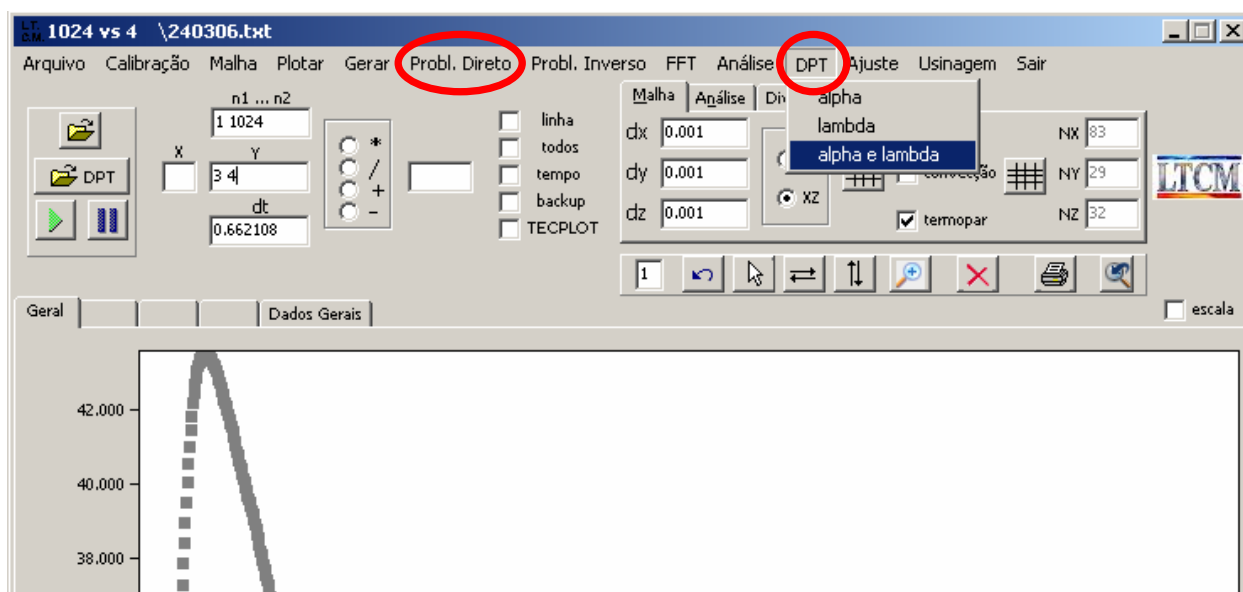


Figura A.3 - DPT janela “DPT”

A seguir serão mostradas várias janelas do Programa DPT.

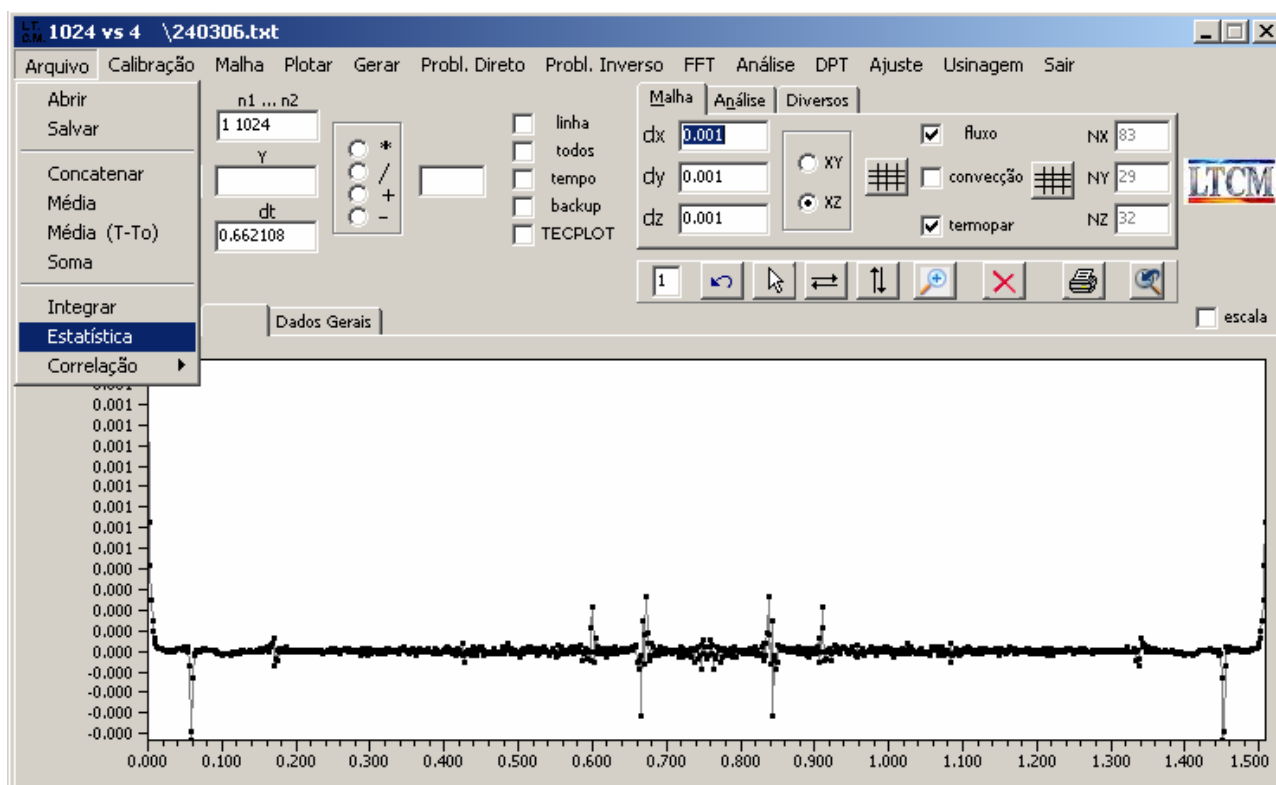


Figura A.4 - DPT janela “Funções estatísticas entre outras”

1024 vs 4 \240306.txt

Arquivo Calibração Malha Plotar Gerar Probl. Direto Probl. Inverso FFT Análise DPT Ajuste Usinagem Sair

Malha Análise Diversos

FRF

Sens. Fluxo

Sens. Alfa

Sens. Lamb

Função Obj. DPT alpha

Função Obj. DPT lambda

Função Obj. Posição

SOR Coef. Relaxação

1

escala

Geral Dados Gerais

arquivo de dados (temperaturas e fluxo)= data\240306.dat skipdata= 4

arquivo que contem a FRF= FRF\240306#.dat

arquivo que contem a derivada (dT/dF)= xxxxxx.dat

número úteis de colunas do arquivo nc = 4

VOLTAGEM 1

FLUXO 2

TEMPERATURA1 3

TEMPERATURA2 4

intervalo de aquisição dt = 0.662108 [segundos]

temperatura inicial To = 22.055860 [°C] ou [K]

dimensões da amostra X = 0.082700 Y = 0.027700 Z = 0.030200 [metros]

propriedades termofísicas alfa = 1.631579e-07 [m/s²] lamb = 0.180000 [W/m²K]

número de sensores de temperatura NT= 2 sensores extras NM= 4

posições dos sensores de temperatura (x,y,z) [metros]

( 0.011200 , 0.027700 , 0.003700 )

( 0.009500 , 0.027700 , 0.019200 )

forma do fluxo de calor = retangular

velocidades do fluxo de calor x = 0.000000 [m/s] z = 0.000000 [m/s]

velocidade angular do fluxo rpm= 0.000000 [rpm] raio de translação do fluxo rT= 0.030000 [metros]

posição inicial de translação do fluxo (xoT,yoT,zoT)= (0.040000, 0.010000, 0.040000) [metros]

área do fluxo = 0.000110 [m²]

posição inicial do fluxo de calor (xo,yo,zo)= (0.005250, 0.027700, 0.006250) [metros]

raio do fluxo de calor (rx,ry,rz)= (0.005250, 0.000000, 0.005250) [metros]

valor mínimo e máximo para a busca do valor de alpha

loweralfa = 1.000000e-07 upperalfa = 4.000000e-07

número de pontos para o cálculo de alpha nptalfa2 = 4

ponto inicial para o cálculo de alpha nptalfa1= 2

valor mínimo e máximo para a busca do valor de lambda

lowerlamb = 0.500000 upperlamb = 4.000000

número de pontos para o cálculo de lambda nptlamb2 = 400

ponto inicial para o cálculo de lambda nptlamb1= 1

função objetivo do tipo= 1

```

eixo cartesiano x,y ou z eixo= x
valor mínimo e máximo do eixo para a busca da mínima diferença de temperatura
lowerposicao= 0.002000      upperposicao= 0.020000 [metros]
número de pontos para a avaliação ntposicao= 700

nº avaliações para seção áurea= 10

análise de sensibilidade

número de iterações nint= 3
valor inicial alfa0= 2.950000e-06 incremento incralfa = 1.000000e-06
valor inicial lamb0= 14.900000 incremento incrlamb = 1.000000

malha

valor médio da malha dx= 0.001000 dy= 0.001000 dz= 0.001000 [metros]

dimensão do problema 3D

temperatura ambiente 0.000000 °C

coeficientes de convecção faces
sul 0.000000 oeste 0.000000 back 0.000000
norte 0.000000 leste 0.000000 front 0.000000

geometria= rr

?:\TECPLOT\XYZ\T0000.plt
drive para gravar os dados do TECPLOT= D

SOR
erro= 1.000000e-05 coeficiente de relaxação= 1.0

posição de sensores adicionais (x,y,z) [metros]
(0.000000, 0.027700, 0.001000)

```

Figura A.5 - DPT janela “Resumo dos dados de entrada”



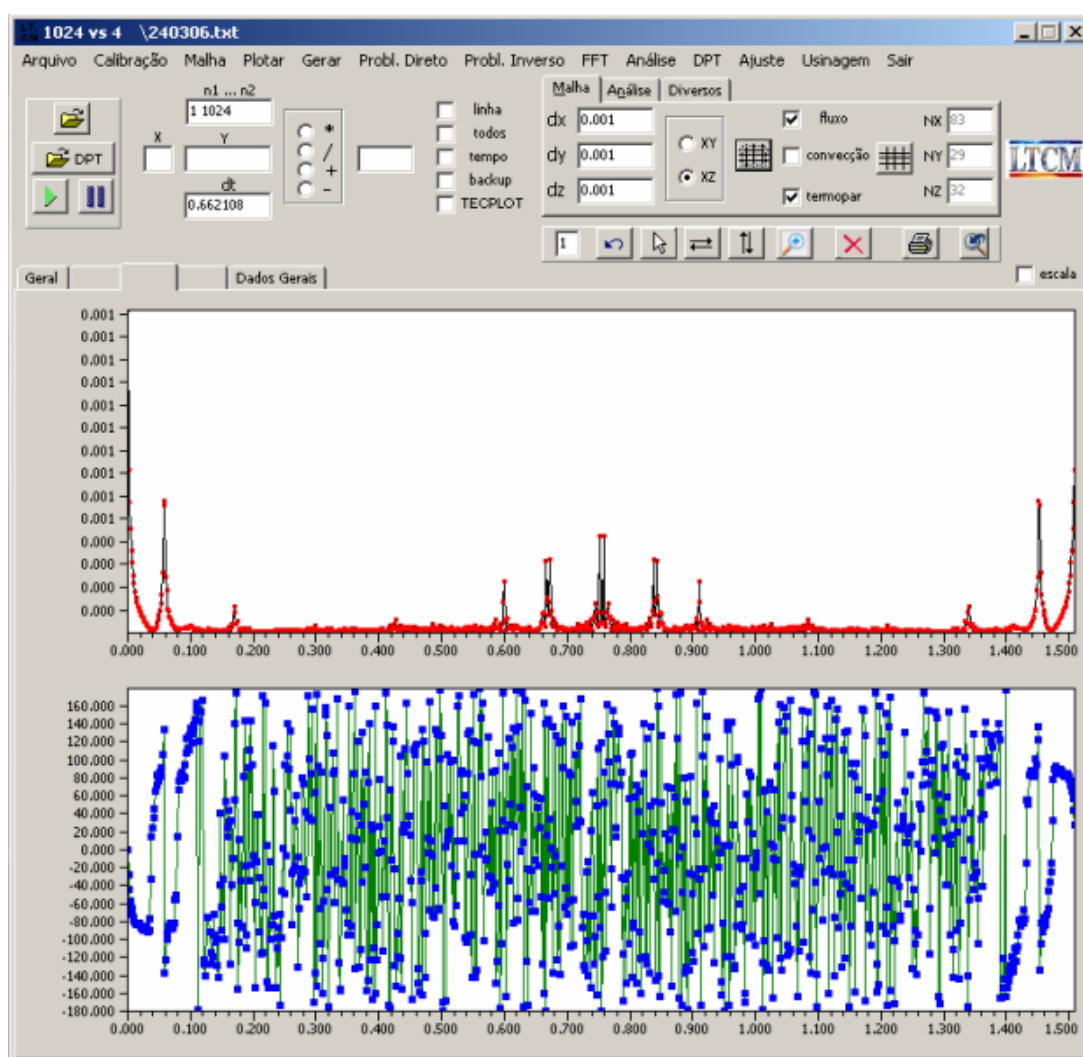


Figura A.5 - DPT janela "Gráficos da FRF do sistema"