

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS PARA
ATERRAMENTO DE UM CABO HORIZONTAL SITUADO NA
PRIMEIRA CAMADA CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER
NÚMERO DE CAMADAS**

ELDER LUIZ RODRIGUES SILVA

MESTRADO

UBERLÂNDIA

2014

ELDER LUIZ RODRIGUES SILVA

**RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS PARA
ATERRAMENTO DE UM CABO HORIZONTAL SITUADO NA
PRIMEIRA CAMADA CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER
NÚMERO DE CAMADAS**

Dissertação apresentada ao departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Área de Aterramentos Elétricos.

Banca Examinadora:

Luciano Martins Neto, Dr. Orientador

Ivan Nunes Santos, Dr. UFU

Rui Vagner R. da Silva, Dr. IFG

UBERLÂNDIA

JULHO, 2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

S586r
2014 Silva, Elder Luiz Rodrigues, 1988-
Resistência e potenciais elétricos para aterramento de um cabo horizontal situado na primeira camada considerando o solo com qualquer número de camadas / Elder Luiz Rodrigues Silva. - 2014.
81 f. : il.

Orientador: Luciano Martins Neto.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Aterros - Teses. 3. Modelos matemáticos - Teses. 4. Tensões térmicas - Teses. I. Martins Neto, Luciano, 1948- II. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ELDER LUIZ RODRIGUES SILVA

**RESISTÊNCIA E POTENCIAIS ELÉTRICOS PARA ATERRAMENTO
DE UM CABO HORIZONTAL SITUADO NA PRIMEIRA CAMADA
CONSIDERANDO O SOLO COM QUALQUER NÚMERO DE
CAMADAS**

Dissertação apresentada ao departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Área de Aterramentos Elétricos.

Luciano Martins Neto, Dr.

Orientador

Edgard Afonso Lamounier Júnior, Dr.

Coordenador do Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

UBERLÂNDIA

JULHO, 2014

Dedico esse trabalho a toda a minha família, amigos e a minha namorada que sempre me deram forças para continuar.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao professor Luciano Matins Netos, por sua atenção, dedicação ao orientar-me e por me passar parte do seu valioso conhecimento.

Aos meus pais, Luiz Antônio da Silva e Soneide do Rosário R. Silva, que me apoiaram e me deram todas as condições para a realização desse trabalho.

Aos meus irmãos que me ajudaram a realizar os experimentos.

A minha namorada Larissa Sampaio Teles, que sempre esteve ao meu lado me dando força e carinho.

Aos amigos e colegas do curso de pós-graduação pelo companheirismo e colaboração.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
 CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	 3
1.1. Considerações iniciais	3
1.2. Objetivo	4
 CAPÍTULO II - MODELAGEM MATEMÁTICA	 5
2.1. Método Matemático para o Cálculo dos Potenciais Elétricos Produzidos por Uma Fonte Pontual de Corrente em Meio Heterogêneo	5
2.2. Cálculo da Resistência e Potenciais de Um Cabo Horizontal Localizado na Primeira Camada do Solo Heterogêneo.	14
 CAPÍTULO III - IMPLEMENTAÇÃO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA SIMULAÇÕES DIGITAIS	 18
3.1. Fluxograma	18
3.2. Código e Comentários	19

CAPÍTULO IV - RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS.....	24
4.1. Considerações Iniciais	24
4.2. Metodologia Para A Medição Da Resistividade.....	24
4.3. Medição Da Resistência De Aterramento E Dos Potenciais De Superfície	28
4.3.1. Resistência de Aterramento.....	28
4.3.2. Potenciais de Superfície	29
4.4. Resultados Experimentais.....	30
4.4.1. Experimento 01	30
4.4.2. Experimento 02	35
4.4.3. Experimento 03	40
4.4.4. Experimento 04	45
4.4.5. Experimento 05	50
4.4.6. Experimento 06	55
4.4.7. Experimento 07	60
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES	66
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 - Fonte de corrente na origem do sistema cartesiano.	5
Figura 2. 2 - Fonte de corrente deslocada do centro e método das imagens.	9
Figura 2. 3 - Método da equipotencialidade.	14
Figura 3. 1 - Fluxograma do programa.....	18
Figura 4. 1 - Medição da resistividade pelo método de Wenner.....	25
Figura 4. 3 - Curva " $\rho_a \times a$ "......	27
Figura 4. 4 - Medição da Resistência de Aterramento.	28
Figura 4. 5 - Curva da resistência em relação a distância.....	29
Figura 4. 6 - Medição dos potenciais de superfície.	29
Figura 4. 7 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	33
Figura 4. 8 - Potenciais de superfície medidos.....	34
Figura 4. 9 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	35
Figura 4. 10 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	38
Figura 4. 11 - Potenciais de superfície medidos.....	39
Figura 4. 12 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	40
Figura 4. 13 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	43
Figura 4. 14 - Potenciais de superfície medidos.....	44
Figura 4. 15 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	45
Figura 4. 16 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	48
Figura 4. 17 - Potenciais de superfície medidos.....	49
Figura 4. 18 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	50
Figura 4. 19 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	53
Figura 4. 20 - Potenciais de superfície medidos.....	54
Figura 4. 21 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	55
Figura 4. 22 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	58
Figura 4. 23 - Potenciais de superfície medidos.....	59
Figura 4. 24 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	60
Figura 4. 25 - Curva da resistência de aterramento pela distância.	63
Figura 4. 26 - Potenciais de superfície medidos.....	64
Figura 4. 27 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.....	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 4. 1 – Resistividade aparente do solo, experimento 01.	31
Tabela 4. 2 – Estratificação do solo, experimento 01.....	31
Tabela 4. 3 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 01.	32
Tabela 4. 4 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.	32
Tabela 4. 5 – Desvios calculados propositalmente.....	33
Tabela 4. 6 - Resistência de Aterramento medida.	34
Tabela 4. 7 - Resistências de aterramento teórica e experimental.....	35
Tabela 4. 8 – Resistividade aparente do solo, experimento 02.	36
Tabela 4. 9 - Estratificação do solo, experimento 02.	36
Tabela 4. 10 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 02.	37
Tabela 4. 11 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.	37
Tabela 4. 12 – Desvios calculados propositalmente.....	38
Tabela 4. 13 - Resistência de Aterramento medida.	39
Tabela 4. 14 - Resistências de aterramento teórica e experimental.....	40
Tabela 4. 15 – Resistividade aparente do solo, experimento 03.....	41
Tabela 4. 16 – Estratificação do solo, experimento 03.....	41
Tabela 4. 17 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 03.	41
Tabela 4. 18 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.	42
Tabela 4. 19 – Desvios calculados propositalmente.....	42
Tabela 4. 20 - Resistência de Aterramento medida.	43
Tabela 4. 21 - Resistências de aterramento teórica e experimental.....	44
Tabela 4. 22 – Resistividade aparente do solo, experimento 04.....	45
Tabela 4. 23 – Estratificação do solo, experimento 04.....	46
Tabela 4. 24 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 04.	46
Tabela 4. 25 - Estratificação com variação de 10% na resistividade das camadas.	47
Tabela 4. 26 – Desvios calculados propositalmente.....	47

Tabela 4. 27 - Resistência de Aterramento medida.	48
Tabela 4. 28 - Resistências de aterramento teórica e experimental.	49
Tabela 4. 29 – Resistividade aparente do solo, experimento 05.	50
Tabela 4. 30 - Estratificação do solo, experimento 05.	51
Tabela 4. 31 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 05.	51
Tabela 4. 32 - Estratificação com variação de 10% na resistividade das camadas.	52
Tabela 4. 33 – Desvios calculados propositalmente.	52
Tabela 4. 34 - Resistência de Aterramento medida.	53
Tabela 4. 35 - Resistências de aterramento teórica e experimental.	54
Tabela 4. 36 – Resistividade aparente do solo, experimento 06.	55
Tabela 4. 37 – Estratificação do solo, experimento 06.	56
Tabela 4. 38 - Desvio entre a resistividade experimental e teórica, experimento 06.	56
Tabela 4. 39 - Estratificação com variação de 10% na resistividade da primeira camada.	57
Tabela 4. 40 – Desvios calculados propositalmente.	57
Tabela 4. 41 - Resistência de Aterramento medida.	58
Tabela 4. 42 - Resistências de aterramento teórica e experimental.	59
Tabela 4. 43 – Resistividade aparente do solo, experimento 07.	60
Tabela 4. 44 – Estratificação do solo, experimento 07.	61
Tabela 4. 45 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 07.	61
Tabela 4. 46 - Estratificação com variação de 20% na resistividade da primeira camada.	62
Tabela 4. 47 – Desvios calculados propositalmente.	62
Tabela 4. 48 - Resistência de Aterramento medida.	63
Tabela 4. 49 - Resistências de aterramento teórica e experimental.	64

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um método matemático que possibilita a obtenção da resistência de aterramento e dos potenciais de superfície do solo, gerados por um sistema de aterramento composto por um cabo enterrado de forma horizontal. A malha de terra está presente na primeira camada do solo, admitindo-se um solo composto por “n” camadas horizontais. A partir desse modelo matemático desenvolveu-se um programa computacional para calcular a resistência de aterramento e os potenciais de superfície do cabo horizontal. Para a validação deste modelo matemático foram realizados diversos ensaios experimentais, possibilitando a comprovação teórico-experimental. Também são feitas simulações para observar a influência das camadas na determinação da resistência de aterramento e dos potenciais de superfície, bem como a influência também da precisão da estratificação do solo em camadas horizontais.

ABSTRACT

This paper presents a mathematical method that enables the achievement of the grounding resistance and the potential of the soil surface, generated by a grounding system, it consists of a buried cable horizontally. The grounding is present in the first layer of soil, assuming a soil composed of "n" horizontal layers. From this mathematical model a computer program developed to calculate the ground resistance and potential surface of the horizontal cable. For the validation of this mathematical model several experimental tests were performed, allowing the theoretical and experimental evidence. Simulations are also conducted to observe the influence of the layers in order to determinate the grounding resistance and surface potentials, and also the influence on the accuracy of soil stratification into horizontal layers.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Diferentemente de outras áreas da Engenharia Elétrica, aterramentos elétricos é uma das poucas cujo objetivo não é único [1]. Utiliza-se o aterramento elétrico para fazer fluir para o solo a corrente elétrica de uma descarga atmosférica. Um outro aterramento elétrico já tem uma função diferente, a proteção de pessoas e/ou animais contra choque elétrico, e a proteção contra a queima de equipamentos. Os circuitos eletrônicos precisam de um potencial de referência, exatamente fornecido por aterramentos elétricos. Em certas aplicações, o solo é utilizado como condutor elétrico. São exemplos, as linhas monofilares com retorno pelo solo, e o aterramento do neutro dos transformadores de uma subestação. Neste caso, o sensoramento da corrente de neutro permite avaliar o nível de desequilíbrio das cargas distribuídas nas fases do sistema trifásico.

O projeto do aterramento é específico para cada uma das aplicações citadas, resultando em aterramentos diferentes para cada uma delas, porém, os potenciais elétricos gerados na superfície do solo, ocasionados pela corrente elétrica que flui do aterramento para o solo, na maioria das aplicações tem uma grande importância. Portanto uma das preocupações no projeto de uma malha de aterramento é com os potenciais de superfície, que geram as tensões de toque e de passo.

Um aterramento elétrico é geralmente constituído de cabos horizontais e hastes verticais. Uma boa estratégia de projeto é controlar os potenciais de superfície através dos cabos horizontais. Por razões construtivas, estes cabos são enterrados a uma profundidade em torno de 30 cm a 60 cm, e desta forma, na maioria dos casos, eles ficam na primeira camada da estratificação do solo. Porém, embora pertençam a primeira camada, não significa que seus potenciais de superfície dependam apenas da espessura e da resistividade desta camada. Estes potenciais de superfície dependem da espessura e da resistividade de cada uma das camadas que constituem o solo, ou seja, dependem da estratificação do solo.

Desta forma, pode-se concluir que é muito importante para projetos de aterramento, a realização de estudos que relacionam os potenciais de superfície dos cabos horizontais com os valores resultantes da estratificação do solo.

1.2. OBJETIVO

Esta dissertação tem como objetivo avaliar a questão do potencial de superfície, apresentando uma modelagem matemática que permite o seu cálculo, juntamente com a resistência de aterramento, para o caso de cabos horizontais pertencentes à primeira camada do solo, considerando o mesmo formado por “n” camadas horizontais. Será apresentada também uma metodologia simples e bastante útil, já conhecida, porém pouco divulgada, que consiste do aproveitamento da própria metodologia de medição da resistência de aterramento para obter os valores de potenciais de superfície e consequentemente determinando as tensões de passo e de toque.

CAPÍTULO II

MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1. MÉTODO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DOS POTENCIAIS ELÉTRICOS PRODUZIDOS POR UMA FONTE PONTUAL DE CORRENTE EM MEIO HETEROGÊNEO

Considerando o meio heterogêneo e um solo composto por “n” camadas horizontais, neste capítulo será apresentada a modelagem matemática utilizada em [2] e [3], para o cálculo dos potenciais de superfície, produzidos por uma fonte pontual de corrente, situada na primeira camada.

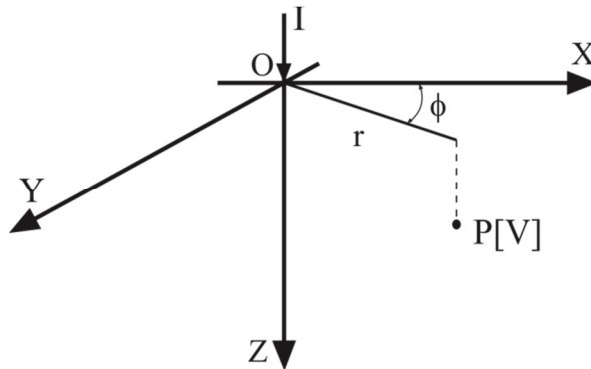


Figura 2. 1 - Fonte de corrente na origem do sistema cartesiano.

A fim de se obter o potencial V_p em qualquer ponto P do plano cartesiano, devido a uma fonte pontual de corrente, deve-se resolver a equação de Poisson (2.1).

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = - \frac{\rho_c}{\epsilon} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 V_p}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Para o objetivo que se deseja atingir nesse trabalho, consideramos três hipóteses para resolver a equação de Poisson.

A primeira hipótese considera nula a densidade volumétrica de cargas ($\rho_c = 0$), pois queremos verificar apenas o efeito da fonte de corrente em um ponto qualquer do solo, assim o solo deve estar descarregado eletricamente.

A segunda hipótese considera o potencial e a corrente invariante no tempo, ou seja, $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$.

A terceira hipótese considera o modelo do solo em camadas horizontais, isto implica uma simetria cilíndrica entorno do eixo Z. Portanto não há variação no ângulo ϕ . Tem-se em (2.2) a equação de Poisson simplifica, em coordenadas cilíndricas.

$$\frac{\partial^2 V_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_p}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.2)$$

Utilizando o método de separação de variáveis, obtém-se a solução da expressão (2.3), como sendo o produto de duas funções, uma em “r”, R(r), e outra em “z”, Z(z).

$$V_p = V_p(r, z) = R(r) \cdot Z(z) \quad (2.3)$$

Resolvendo as derivadas de V_p em relação à “r” e “z” e mudando a variável de “r” para “mr” obtém-se a equação diferencial de Bessel expressa em (2.4).

$$\frac{\partial^2 R(mr)}{\partial (mr)^2} + \frac{1}{mr} \frac{\partial R(mr)}{\partial (mr)} + R(mr) = 0 \quad (2.4)$$

A equação original de Laplace se separa em duas, a primeira em função de “z”, a qual a solução é a expressão (2.5) e a segunda em função de “r”, a qual a solução é a expressão (2.6).

$$Z(z) = Ae^{-mz} + Be^{mz} \quad (2.5)$$

$$R(mr) = A_m J_0(mr) + B_m Y_0(mr) \quad (2.6)$$

Onde:

A, B são constantes;

A_m, B_m são funções de m ;

$J_0(mr)$ e $Y_0(mr)$ são funções de Bessel de ordem zero.

De acordo com a função de Bessel, verifica-se que para valores de “ mr ” tendendo a zero, a função $J_0(mr)$ tende a 1 e a função $Y_0(mr)$ tende a infinito, e o mesmo acontece para o potencial V_p . Esse fato contraria a condição física, que afirma ter um valor finito e determinado para o potencial em pontos que possuem “ mr ” próximos de zero. Assim para qualquer tipo de heterogeneidade deve-se adotar $B_m = 0$. Assim, substituindo as equações (2.5) e (2.6) na equação (2.3), temos (2.7):

$$V_p = A_m J_0(mr) [Ae^{-mz} + Be^{mz}] \quad (2.7)$$

Considerando infinitos valores para A_m, A e B , tem-se infinitos valores para V_p e a solução geral deve ser a somatória destas diversas expressões, conforme a expressão (2.8).

$$V_p = \int_0^{\infty} [A'(m)e^{-mz} + B'(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.8)$$

A expressão (2.8) expressa o potencial causado por uma fonte de corrente I em qualquer ponto do solo heterogêneo. Para ajudar no desenvolvimento do cálculo obtém-se o potencial V_p para um solo homogêneo. Aplicando cálculo integral diferencial temos (2.9):

$$\int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm = \frac{1}{\sqrt{z^2 + r^2}} \text{ para } (z \geq 0) \quad (2.9)$$

Assim:

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} e^{-mz} J_0(mr) dm \quad (2.10)$$

Através da expressão (2.10) pode-se observar as seguintes igualdades:

$$\begin{cases} A'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} \\ B'(m) = 0 \end{cases}$$

Considerando agora um solo heterogêneo e aplicando o mesmo procedimento descrito anteriormente, tem-se a expressão (2.11).

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-mz} + A(m)e^{-mz} + B(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.11)$$

Através da expressão (2.11) podemos observar as seguintes igualdades:

$$\begin{cases} A'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} [1 + A(m)] \\ B'(m) = \frac{\rho I}{4\pi} B(m) \end{cases}$$

As funções $A(m)$ e $B(m)$ representam a parcela de heterogeneidade que, superposta ao solo homogêneo de resistividade “ ρ ”, resulta no solo heterogêneo a ser considerado. Admitindo o solo representado por camadas horizontais e que “ ρ ” representa a resistividade da primeira camada, ou seja, “ $\rho = \rho_1$ ”, assim teremos (2.12).

$$V_p = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{-mz} + A(m)e^{-mz} + B(m)e^{mz}] J_0(mr) dm \quad (2.12)$$

Admitindo a fonte de corrente fora da origem do sistema de coordenadas XYZ, por exemplo, no ponto $(0,0,z')$, e aplicando o método das imagens para representar o efeito da superfície do solo, figura 2.2, tem-se a equação (2.13).

A segunda condição considera que quando Z tender a infinito considera-se o potencial nulo ($V_n = 0$). Por isso não deve existir integral que possui exponencial positiva em “ z ”. Assim B_n e D_n são nulos.

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} \{e^{mz'} [e^{-mz} + A_1(e^{-mz} + e^{mz})] + e^{-mz'} [e^{-mz} + B_1(e^{-mz} + e^{mz})]\} J_0(mr) dm \quad (2.15)$$

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} [e^{mz'} (A_j e^{-mz} + D_j e^{mz}) + e^{-mz'} (C_j e^{mz} + B_j e^{-mz})] J_0(mr) dm \quad (2.16)$$

$$V_n = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} (e^{mz'} A_n e^{-mz} + e^{-mz'} C_n e^{-mz}) J_0(mr) dm \quad (2.17)$$

A terceira condição de contorno refere-se aos pontos situados na superfície que separa duas camadas adjacentes. O potencial nesse ponto deve ser o mesmo quando calculado por V_j ou por V_{j+1} .

$$V_j = V_{j+1} \Big|_{z=h_j} \quad (2.18)$$

A quarta condição de contorno leva em consideração que a densidade de corrente nos pontos da superfície que separa duas camadas adjacentes, deve ser a mesma quando calculado por V_j ou por V_{j+1} . A equação pode ser escrita dessa maneira, onde ρ_j e ρ_{j+1} são as resistividades das camadas genéricas j e $j+1$.

$$\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial V_j}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} = \frac{1}{\rho_{j+1}} \frac{\partial V_{j+1}}{\partial z} \Big|_{z=h'_j} \quad (2.19)$$

A partir da terceira e da quarta condição de contorno as seguintes igualdades podem ser adotadas.

$$\begin{aligned}
A_1 &= B_1 \\
A_j &= C_j \text{ para } 1 < j < n \\
B_j &= D_j \text{ para } 1 < j < n \\
A_n &= C_n
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Considerando:

$$\begin{aligned}
E_1 &= e^{-2mh_1} \\
E'_j &= e^{-2mh'_j} \\
E'_{n-1} &= e^{-2mh'_{n-1}}
\end{aligned}$$

obtem-se o sistema (2.21).

Para $j = 1$:

$$\begin{aligned}
E_1 + A_1(E_1 + 1) &= A_2E_1 + D_2 \\
\rho_2(-E_1 - A_1E_1 + A_1) &= \rho_1(-A_2E_1 + D_2)
\end{aligned}$$

Para $1 < j < n$:

$$\begin{aligned}
E_1 + A_1(E_1 + 1) &= A_2E_1 + D_2 \\
\rho_2(-E_1 - A_1E_1 + A_1) &= \rho_1(-A_2E_1 + D_2)
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Para $j = n-1$:

$$\begin{aligned}
A_{n-1}E'_{n-1} + D_{n-1} &= A_nE'_{n-1} \\
\rho_n(-A_{n-1}E'_{n-1} + D_{n-1}) &= -\rho_{n-1}A_nE'_{n-1}
\end{aligned}$$

A fim de se estabelecer uma modelagem adequada para o solo heterogêneo, as equações (2.15) à (2.17) serão aplicadas, considerando as igualdades de (2.20).

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|} + A_1[(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}) + (e^{m|z-z'|} + e^{m|z+z'|})] \right\} J_0(mr) dm \quad (2.22)$$

$$V_j = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty [A_j(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}) + B_j(e^{m|z-z'|} + e^{m|z+z'|})] J_0(mr) dm \quad (2.23)$$

$$V_n = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty [A_n(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|})] J_0(mr) dm \quad (2.24)$$

Para resolver as equações de (2.22) à (2.24), faz-se necessário obter as funções A_1 , A_j e B_j , onde ($1 < j < n$), e A_n . Esse trabalho tem a intenção de modelar apenas o caso onde o aterramento está na primeira camada, assim apenas a expressão (2.22) será resolvida. Utilizando o algoritmo de Sunde, referência [4], o qual é mostrado abaixo, é possível resolver o sistema (2.21), demonstrando assim o valor de A_1 .

$$K'_{n-1} = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} \quad (2.25)$$

$$N'_i = \frac{1 + K'_i e^{-2mh_i}}{1 - K'_i e^{-2mh_i}} \quad (2.26)$$

$$K'_{i-1} = \frac{\rho_i N'_i - \rho_{i-1}}{\rho_i N'_i + \rho_{i-1}} \quad (2.27)$$

Fazendo i variar de $n-1$ até 1, demonstra-se:

$$A_1 = \frac{1}{2} [N'_1 - 1] \quad (2.28)$$

A partir de (2.28) e (2.22), obtém-se (2.29):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^{\infty} \left\{ e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|} + \frac{1}{2} (N'_1 - 1) [(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}) + (e^{m|z-z'|} + e^{m|z+z'|})] J_0(mr) dm \right\} \quad (2.29)$$

O termo N'_1 é função de E_1 , assim, pode-se decompô-lo em um polinômio de ordem “k”.

$$N'_1 = X_0 + X_1 E_1 + X_2 E_1^2 + \dots + X_k E_1^k \quad (2.30)$$

Analisando o algoritmo de Sunde, nota-se que para “m” tendendo ao infinito, N'_1 tende a 1, portanto X_0 deve ser igual a 1, uma vez que para essa condição E_1 tende a zero, com isso tem-se (2.31).

$$N'_1 - 1 = \sum_{j=1}^k X_j E_1^j \quad (2.31)$$

Substituindo (2.31) em (2.29), resulta-se em (2.32):

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-m|z-z'|} J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} e^{-m|z+z'|} J_0(mr) dm + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \int_0^{\infty} E_1^j [(e^{-m|z-z'|} + e^{-m|z+z'|}) + (e^{m|z-z'|} + e^{m|z+z'|})] J_0(mr) dm \right\} \quad (2.32)$$

onde: $E_1^j = e^{-2mlh_1}$

Usando as expressões (2.10) e (2.32) é possível calcular o potencial elétrico em qualquer ponto do solo, localizado na primeira camada, produzido por uma fonte de corrente também localizada nesta camada, expressão (2.33).

$$\begin{aligned}
V_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} & \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - z')^2}} \right] \right. \\
& + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k X_l \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + z' + 2lh_1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (-z + z' + 2lh_1)^2}} \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z - z' + 2lh_1)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (-z - z' + 2lh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.33)
\end{aligned}$$

2.2. CÁLCULO DA RESISTÊNCIA E POTENCIAIS DE UM CABO HORIZONTAL LOCALIZADO NA PRIMEIRA CAMADA DO SOLO HETEROGÊNEO.

Uma vez apresentado a metodologia para encontrar a equação (2.33), da referência [3], a partir da qual, será desenvolvido a modelagem matemática que contempla o objetivo deste trabalho. Para o desenvolvimento do método de cálculo a seguir será utilizado um cabo cilíndrico, de raio “a”, enterrado a uma profundidade “z”, de forma horizontal, na primeira camada do solo heterogêneo. Dividindo o cabo em “n” partes iguais e admitindo que no centro de cada parte exista uma fonte de corrente, conforme a figura 2.3.

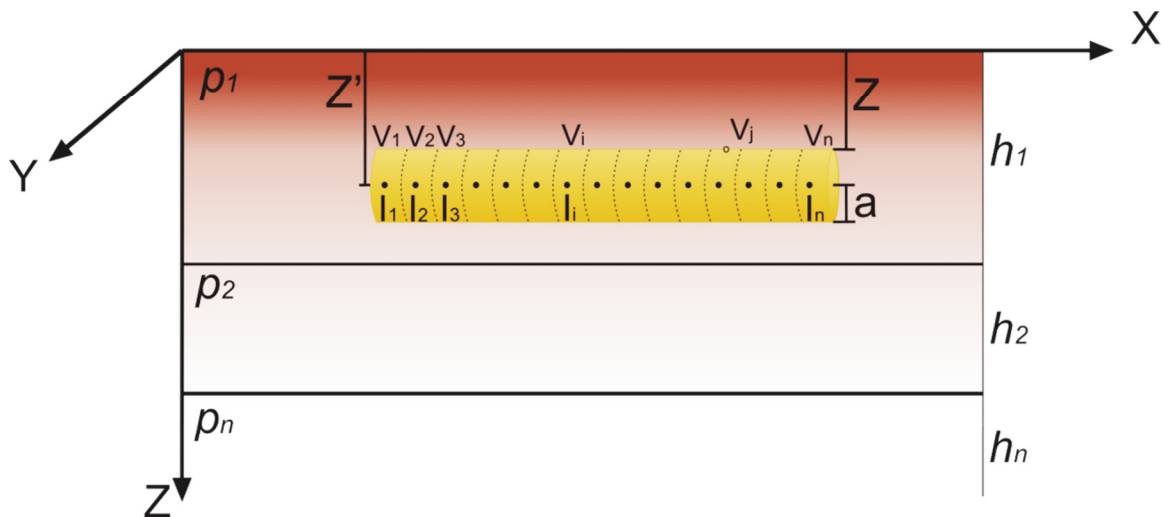


Figura 2. 3 - Método da equipotencialidade.

O potencial V_j do elemento “j” devido à fonte de corrente I_i do elemento “i”, é dado por (2.34).

$$\begin{aligned}
V_j = \frac{\rho_1 I_i}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{X_j - X_i^2 + (z - z')^2}} \right] \right. \\
+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z' + 2jh_1)^2}} \right. \\
+ \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z + z' + 2jh_1)^2}} \\
+ \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z' + 2jh_1)^2}} \\
\left. \left. + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z - z' + 2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.34)
\end{aligned}$$

Onde:

X_j = distância do elemento “j” em relação ao eixo X;

X_i = distância do elemento “i” em relação ao eixo X;

Z = profundidade do cabo;

Z' = profundidade da fonte de corrente.

O potencial V_j devido a todas as fontes de correntes é representado por (2.35).

$$\begin{aligned}
V_j = \frac{\rho_1}{4\pi} \sum_{i=1}^n I_i \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z')^2}} \right] \right. \\
+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z' + 2jh_1)^2}} \right. \\
+ \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z + z' + 2jh_1)^2}} \\
+ \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z' + 2jh_1)^2}} \\
\left. \left. + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z - z' + 2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.35)
\end{aligned}$$

Como a superfície do cabo deve ser equipotencial, atribui-se um valor constante para V_j . Para simplicidade matemática $V_j = \frac{\rho}{4\pi}$. Substituindo V_j em (2.35) temos (2.36):

$$\begin{aligned}
 1 = \sum_{i=1}^n I_i \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z')^2}} \right] \right. \\
 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z' + 2jh_1)^2}} \right. \\
 + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z + z' + 2jh_1)^2}} \\
 + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z' + 2jh_1)^2}} \\
 \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z - z' + 2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

Fazendo:

$$\begin{aligned}
 a_{ji} = \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z')^2}} \right] \right. \\
 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k X_l \left[\frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z + z' + 2lh_1)^2}} \right. \\
 + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z + z' + 2lh_1)^2}} \\
 + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (z - z' + 2lh_1)^2}} \\
 \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (-z - z' + 2lh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

Substituindo (2.37) em (2.36), tem-se:

$$\sum_{i=1}^n I_i a_{ji} = 1 \quad (2.38)$$

Variando j de 1 até n , tem-se um sistema de “ n ” equações, tendo as fontes I_1 a I_n como incógnitas. Resolvendo o sistema obtém-se a distribuição de correntes “ $I_1, I_2, ..., I_n$ ” ao longo do cabo horizontal. Por somatória obtém-se a corrente injetada no solo (2.39).

$$I_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (2.39)$$

A resistência de aterramento do cabo é dada pela relação do potencial na superfície do cabo, neste caso $\frac{\rho}{4\pi}$, e a corrente total, assim tem-se:

$$R_{\text{cabo}} = \frac{\frac{\rho}{4\pi}}{I_{\text{total}}} \quad (2.40)$$

Como o objetivo do trabalho é desenvolver uma equação do potencial de superfície do solo, então a variável “ z ” da equação (2.35) deve ser igual à zero. Com isso tem-se a expressão simplificada do potencial de um ponto “ p ” qualquer, na superfície do solo (2.41), devido a um aterramento composto por um cabo cilíndrico, de forma horizontal, situado na primeira camada do solo, em um solo dividido em “ n ” camadas horizontais.

$$V_p = \frac{\rho_1}{4\pi} \sum_{i=1}^n I_i \left\{ \left[\frac{2}{\sqrt{(X_p - X_i)^2 + (z')^2}} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{2}{\sqrt{(X_p - X_i)^2 + (z' + 2jh_1)^2}} + \frac{2}{\sqrt{(X_p - X_i)^2 + (-z' + 2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (2.41)$$

CAPÍTULO III

IMPLEMENTAÇÃO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA SIMULAÇÕES DIGITAIS

3.1. FLUXOGRAMA

Para a obtenção de resultados numéricos foi desenvolvido um programa, implementado no Matlab, que contempla toda a modelagem matemática apresentada no capítulo II. O fluxograma a seguir ilustra toda a sequência do programa computacional.

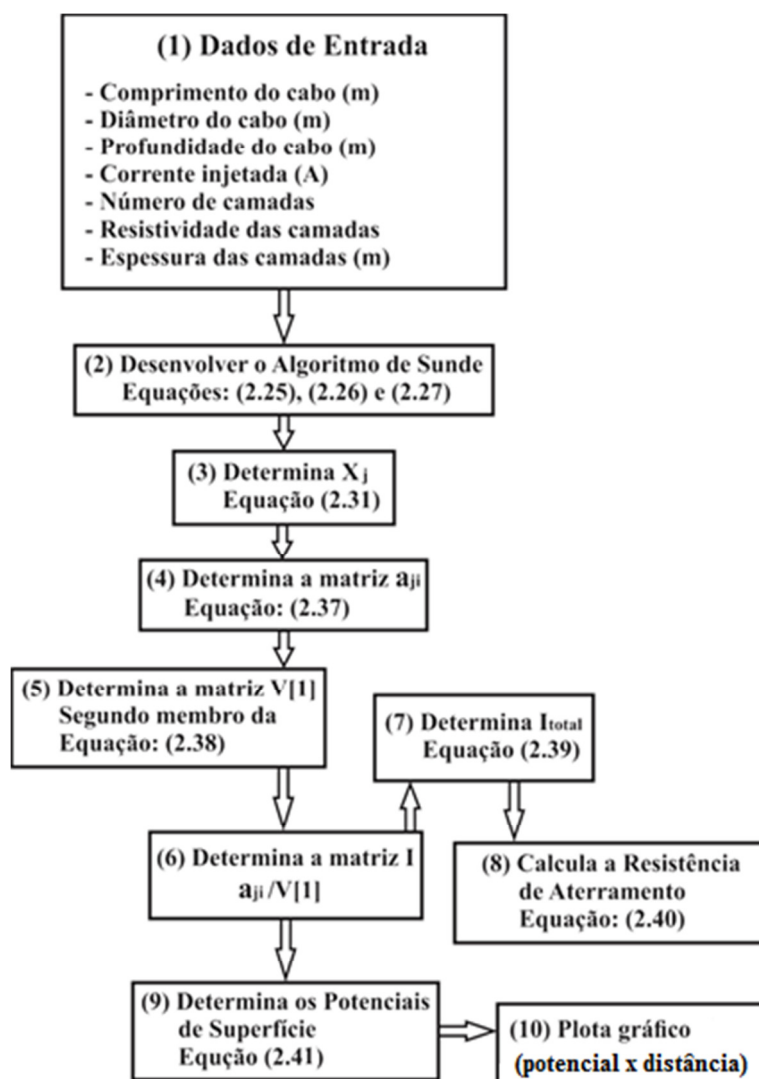


Figura 3. 1 - Fluxograma do programa.

3.2. CÓDIGO E COMENTÁRIOS

Para melhor entender o funcionamento do programa será apresentado, a seguir, o código fonte e os comentários.

Em (1) entra-se com os dados da malha de aterramento, do solo e da corrente utilizada.

Código 3.1 - Entrada dos dados.

```
disp(' ')
disp('Calculo do potencial de superfície para cabo horizontal ')
LC=input('Entre com o comprimento do cabo (m): ');
HC=input('Entre com a profundidade que o cabo está enterrado(m): ');
d=input(' Entre com o diâmetro do condutor (m): ');
I=input(' Corrente injetada no solo (A): ');
n=input(' Numero de camadas do solo: ');

%Salva os valores das resistividades e espessuras de cada camada do solo
for ii = 1:n
    ro(1,ii)=input(strcat(' Resistividade da camada' ,num2str(ii), '
    :'));
    H(1,ii)=input(strcat(' Profundidade da camada' ,num2str(ii), '
    (m):'));
end
```

Após a entrada dos dados desenvolve-se o algoritmo de Sunde em (2), apresentado nas equações (2.25), (2.26) e (2.27). O algoritmo de Sunde é desenvolvido com os termos N_i , K_j e EE como variáveis simbólicas.

Código 3.2 - Desenvolvimento do algoritmo de Sunde.

```
%declara as variáveis como sendo simbólicas
syms Ni Kj EE
%Expressões simbólicas de Ni e Kj
for j = n-1:-1:1
    %calcula o valor de Kn-1, com esse valor calcula-se Nn-1
    if (j == n-1)
        %salva o valor de Kn-1
        Kj(1,j) = ((ro(n)-ro(n-1))/(ro(n)+ro(n-1)));
    Else
        % salva os valores dos K entre Kn-2 até 1
        Kj(1,j) = ((ro(j+1)*Ni(1,j+1))-
        (ro(j)))/((ro(j+1)*Ni(1,j+1))+(ro(j)));
    end
    %salva os valores dos K entre Nn-1 até 1
    Ni(1,j) = (1 + (Kj(1,j)*(EE^(H(j)/H(1))))) /
    (1 - (Kj(1,j)*(EE^(H(j)/H(1))))) ;
end
```

Encontrando a equação simbólica de N_1 , desenvolve-se o sistema apresentado na equação (2.31). Para cada valor atribuído a E_1 , obtém-se pelo algoritmo de Sunde o valor N'_1 . Com “m” variando entre zero e infinito, tem-se E_1 , variando entre 1 e 0. A partir desta condição, os valores mais indicados para o intervalo de 1 a 0 segue a equação (3.1):

$$E_{1j} = \frac{j}{k} \quad (3.1)$$

Onde j varia de 1 a k ($k = 40$).

Depois de encontrados todos os valores de E_{1j} , encontra-se X_j equação (2.31).

Código 3.3 – Desenvolvimento da equação (2.31).

```
%Encontra os valores de N1 fazendo E varias de 0.025 até 1
for b = 1:40
    E = (0.025:0.025:1);
    % gera os 40 valores de N1 fazendo E variar de 0.025 até 1
    N(1,b) = subs(Ni(1)-1,EE,E(b));
    % retorna valor de N1 - 1 com E variando de 0,025 - 1
End
%Gera matriz A com os coeficientes que multiplicam X(vetor E1, E1^2
..., E^40) no sistema de equações X1E1 + X2E1^2 + ... + X40E1^40.
Matriz A todos os coeficientes que Multiplica X
% | E1 E1^2 ... E1^40      |
% | E2 E2^2 ... E2^40      |
% | :                       |
% | E40 E40^2 ... E40^40    |

for i = 1:40
    for ii= 1:40
        A(i,ii) = E(i)^ii;
    end
end

A;

%Equação que resolve o sistema de 40 equações e 40 variáveis
Xj = A\N';
```

No item (4) do fluxograma determina-se a matriz A_{ji} , através da equação (2.37). Para determinar essa matriz dividiu-se o cabo horizontal, pertencente ao sistema de aterramento, em n partes iguais, obedecendo à equação (3.2).

$$\text{Div} = \frac{\text{LC}}{\text{Raio}} + 1 \quad (3.2)$$

Onde:

Div = Número de divisões;

LC = Comprimento do cabo;

Raio = Raio da circunferência do cabo.

Código 3.4 – Determina o item (4)

```
%Divide o tamanho do condutor pelo tamanho do raio e acha o número
de divisões do cabo, arredonda o número.
div = fix(LC/raio)+1;

%Distancias no eixo X das divisões do cabo, variando com o
comprimento do raio
DivX = (0:raio:LC);

%Cria vetores com valor (1/distância) das "n" divisões do cabo para
a fonte de corrente e suas imagens, variando primeiro as correntes
I1-J, e depois os potenciais V1-J. Cria vetor aji = (1/dij + 1/d'ij)

for r = 1:div % variação potencial
    for z = 1:div% variação fonte de corrente
        for i = 1:40
            XXi(1,i) = X(i)*((1/sqrt((DivX(z)-DivX(r))^2 + (HC+Zi+2*i*H(1))^2))
                + 1/sqrt((DivX(z)-DivX(r))^2 + (-HC+Zi+2*i*H(1))^2)
                + 1/sqrt((DivX(z)- DivX(r))^2 + (HC-Zi+2*i*H(1))^2)
                + 1/sqrt((DivX(z)- DivX(r))^2 + (-HC-Zi+2*i*H(1))^2));
        end
        aji(r,z) = (1/sqrt((DivX(z)-DivX(r))^2+(HC-Zi)^2))+
            1/sqrt((DivX(z)-DivX(r))^2+(HC+Zi)^2) + 1/2*sum(XXi);
    end
end

aji;
```

No item (5) do fluxograma encontra-se a matriz V[1], segundo membro da equação (2.38).

Código 3.5 – Determina o item (5).

```
%Cálcula a distribuição da corrente pela haste Adimitindo Vj = P1/
(4*pi). V[1]= UM

UM = ones(1,div);
```

No item (6) encontra-se a matriz I, ou seja, todas as correntes, presentes nas “n” partes do cabo do sistema de aterramento. Depois de encontrar as correntes resolve-se a equação (2.39). Com a corrente total que circula pelo cabo podemos encontrar a resistência de aterramento, equação (2.40).

Código 3.6 - Determina os itens (6), (7) e (8).

```
%Encontra as correntes em cada divisão do cabo
I = aji\UM';

%Somatório das correntes de cada divisão do cabo
It = sum(II)

%cálculo da resistência de aterramento da haste
% R = [P1/(4*pi)]/It(Somatório I)
%valor da contante = P1/(4*pi)

const = (ro(1))/(4*pi);
Rhaste = const/It
```

Para determinar o item (9) do fluxograma, faz-se uma matriz Aji com as distâncias entre as “n” divisões do cabo e os pontos na superfície do solo. Uma vez determinado os potenciais de superfície faz-se o gráfico, item (10), para melhor visualizar os resultados.

Código 3.7 - Determina o item (9) e (10).

```
%Vetor com os valores das distâncias no eixo X (superfície do solo)
passo2 = 0.2;
fim = 30;
dR1 = (0:passo2:div);

Aji = zeros(div,div);

for r = 1:div
    for z = 1:div
        for i = 1:40
            Xi(1,i) = X(i)*((2/sqrt((dR1(r)-DivX(z))^2+(Zi+2*i*H(1))^2))
                + 2/sqrt((dR1(r)-DivX(z))^2+(-Zi+2*i*H(1))^2));
        end
        Aji(r,z) = ((2/sqrt((dR1(r)-DivX(z))^2+Zi^2))
            + (1/2)*sum(Xi));
    end
end

Aji;

%Multiplica os valores da corrente presente em cada divisão do cabo,
```

```

pela matriz Aji

for i = 1:div
    for ii = 1:div
        Vsup(i,ii) = (II(ii)*Aji(i,ii));
    end
end

%Transposta da matriz Vsup
Vsup;
Vsup';

%Somatória das colunas de Vsup'
Vsup_soma = sum(Vsup');
Vsuperf = const*Vsup_soma;

%Calcula o Potencia da superfície a partir de uma regra de 3 se com
o It obtenho um potencial qualquer então aplicando uma corrente que
eu quero o potencial será (Idesejada/It)*potencial obtido

Vreal = (I/It)* Vsuperf;% It*Vsuperf;%
Vreal

%Plotar Gráfico do potencial de superfície em relação à distância
%Define limites em Y
deltaY = Vreal(1)-Vreal(div);
deltay = Vreal(1)+Vreal(div);
Limy = round(Vreal(1)-deltaY);
limy = (Vreal(1)+deltay);

VV = Vreal(1:passo2:div);
fff = fim;
DR = dR1(1:passo2:div);

plot(DR,VV,'Color','red','LineWidth',2)
grid
title ('Potencial de Superfície')
xlabel ('Distância (m)')
ylabel ('Tensão (V)')
xlim([0 50])
ylim([Limy limy])

```

CAPÍTULO IV

RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para a validação da modelagem matemática desenvolvida, comparam-se os resultados encontrados teoricamente com os experimentais.

Os experimentos foram realizados com aterramentos construídos em solos com estratificações diversas. Cada aterramento é formado por um cabo de cobre enterrado de forma horizontal, colocado na primeira camada do solo. A estratificação do solo é a decomposição do solo em camadas horizontais, onde cada uma das camadas é homogênea em relação à resistividade elétrica.

Da estratificação tem-se a espessura da primeira camada, permitindo com precisão, a colocação do cabo horizontal nesta camada. Após enterrar o cabo, efetuam-se as medições da sua resistência de aterramento, como dos potenciais de superfície.

4.2. METODOLOGIA PARA A MEDIÇÃO DA RESISTIVIDADE

Para a realização das medições de resistividade utilizou-se o método de Wenner, referência [1]. O método utiliza quatro eletrodos alinhados, igualmente espaçados, cravados a uma mesma profundidade, conforme a figura (4.1).

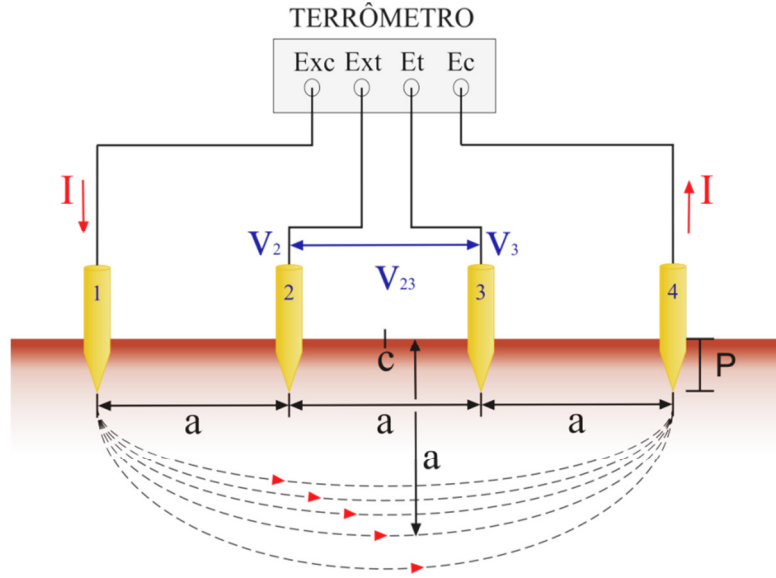


Figura 4. 1 - Medição da resistividade pelo método de Wenner.

O terrômetro é composto de quatro terminais, sendo os dois internos, Ext e Et, denominados eletrodos de tensão, e dois terminais externos, Exc e Ec, denominados eletrodos de corrente. Através dos eletrodos externos injeta-se uma corrente elétrica I no solo, sendo que sua difusão pelo solo produz uma diferença de potencial V entre os dois eletrodos internos. Tomando-se o cuidado de enterrar os eletrodos internos o mínimo possível no solo, pode-se obter os potenciais V_2 e V_3 .

$$V_2 = \frac{\rho_1}{4\pi} I \left\{ \left[\frac{1}{a} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{2}{\sqrt{a^2 + (2jh_1)^2}} \right] - \left[\frac{1}{2a} \right] - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k X_l \left[\frac{2}{\sqrt{2a^2 + (2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (4.1)$$

$$V_3 = \frac{\rho_1}{4\pi} I \left\{ \left[\frac{1}{2a} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{2}{\sqrt{2a^2 + (2jh_1)^2}} \right] - \left[\frac{1}{a} \right] - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k X_l \left[\frac{2}{\sqrt{a^2 + (2jh_1)^2}} \right] \right\} \quad (4.2)$$

Portanto a diferença de potencial medida entre as hastes 2 e 3 é dada pela equação (4.3).

$$V_{23} = \frac{\rho_1}{4\pi a} I \left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2jh_1}{a})^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + (\frac{2jh_1}{a})^2}} \right] \right\} \quad (4.3)$$

Observando-se a expressão (4.3) é possível dividir V_{23} por I e obter uma grandeza que dimensionalmente é uma resistência, embora fisicamente não seja, expressão (4.4).

$$R = \frac{V_{23}}{I} = \frac{\rho}{4 \cdot \pi \cdot a} \quad (4.4)$$

O terrômetro nada mais é que uma ponte para resistência, onde é alimentada por V_{23} e I , resultando em R , valor medido pelo terrômetro. Pode-se também, alternativamente, dispensar o terrômetro e alimentar os terminais 1 e 4 com uma fonte isolada de tensão, medindo-se V_{23} e I com voltímetro e amperímetro respectivamente. Neste caso calcula-se R pela relação V_{23} e I . De (4.4) pode-se escrever (4.5).

$$\rho = 4 \cdot \pi \cdot a \cdot R \quad (4.5)$$

Variando-se a distância “a” entre os eletrodos, para cada valor de “a” obtém-se o valor de “R” e através de (4.5) o valor de “ ρ ”. Se os valores de “ ρ ” em função de “a” variam pouco, a ponto de se cometer um pequeno erro, que possa ser desprezado, o solo é considerado homogêneo e sua resistividade elétrica é o valor de “ ρ ”. Na grande maioria dos casos esta condição não é satisfatória, e o solo passa a ser considerado heterogêneo. Como o valor da resistividade “ ρ ” passa a ter variações consideráveis em relação à distância “a”, se faz necessário dar uma nova nomenclatura e um novo conceito físico para “ ρ ”, pois esta grandeza não mais caracteriza a resistividade elétrica do solo. O nome passa a ser resistividade aparente “ ρ_a ”, e seus conceitos físicos correspondem a uma grandeza, evidentemente com dimensões de resistividade, que ao variar a distância “a”, armazena todas as informações necessárias para estratificar o solo em regiões homogêneas, ou seja, de mesma resistividade elétrica do solo, equação (4.6).

$$\rho_a = 4 \cdot \pi \cdot a \cdot R \quad (4.6)$$

Substituindo a equação (4.4) em (4.6) temos a expressão (4.7) que representa a resistividade aparente do solo.

$$\rho_a = \rho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^k X_j \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2jh_1}{a}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{2jh_1}{a}\right)^2}} \right] \right\} \quad (4.7)$$

Em aterramentos elétricos, dada à limitação de suas dimensões, se comparadas com outras aplicações da prospecção geolétrica, o modelo utilizado é da estratificação do solo em camadas horizontais, e homogêneas quanto à resistividade elétrica. É comum apresentar em um gráfico a resistividade aparente e função da distância “a”, figura (4.2). Este gráfico pode apresentar uma infinidade de aspectos diferentes, pois depende do solo a ser medido.

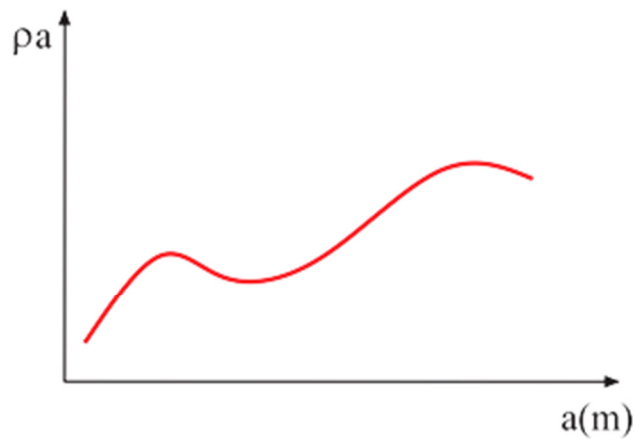


Figura 4. 2 - Curva "ρa x a".

A partir do levantamento da curva da resistividade aparente do solo, é possível através de métodos gráficos ou computacionais, estratificar o solo em camadas horizontais. Neste trabalho utilizou-se o método computacional, através do programa Strattifika, desenvolvido pelo aluno de doutorado da Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Will Roger Pereira, referência [5].

Tanto os métodos gráfico e computacional possuem um grau de imprecisão. Com isso se faz necessário utilizar um processo adicional para minimizar essa imprecisão. Um conhecido processo, aplicado computacionalmente através de um programa chamado Afere, referência [6], permite obter rapidamente a aferição dos valores de estratificação obtidos. Este programa consiste em calcular inicialmente a curva “ρa x a” através dos valores da

resistividade e espessura de cada camada, obtidos na estratificação. Estes valores são comparados com aqueles pertencentes à curva “ $\rho_a \times a$ ” medida e assim tem-se o desvio percentual entre as curvas “ $\rho_a \times a$ ” calculada e medida.

4.3. MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO E DOS POTENCIAIS DE SUPERFÍCIE

Para a medição da resistência de aterramento será utilizado o método tradicional conhecido como o de três pontas do terrômetro. Para a medição dos potenciais de superfície será apresentado um método, não muito utilizado, porém simples, e que utiliza o mesmo terrômetro anterior.

4.3.1. Resistência de Aterramento

Neste trabalho a resistência de aterramento foi medida com o mesmo equipamento utilizado na medição da resistividade do solo, apenas ligando os bornes “Exc” e “Ext”, conforme ilustrado na figura (4.3).

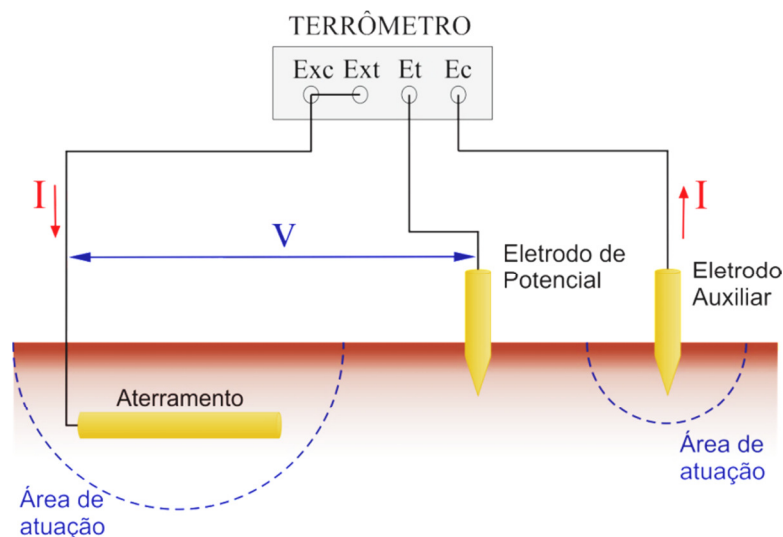


Figura 4. 3 - Medição da Resistência de Aterramento.

Conforme observado na figura 4.3, o terrômetro aplica uma tensão entre o aterramento a ser medido e o eletrodo auxiliar, circulando pelo solo a corrente I . O eletrodo de potencial é cravado em posições intermediárias, como indica a figura. Ao variar estas posições obtém-se a curva “ $R \times d$ ”, figura 4.4. Se as áreas de atuação do aterramento a ser medido e do eletrodo

auxiliar estiverem separadas, como é o caso da figura 4.4, então surge o patamar indicado. O valor da resistência a ser medido é a leitura no patamar da curva “R x d”.

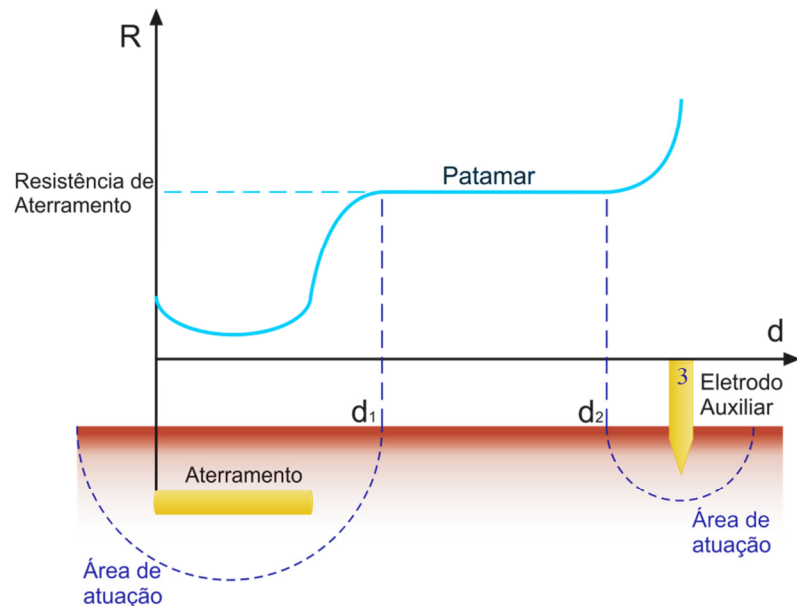


Figura 4. 4 - Curva da resistência em relação a distância.

4.3.2. Potenciais de Superfície

Os potenciais de superfície são obtidos a partir do esquema de medição indicado na figura (4.5).

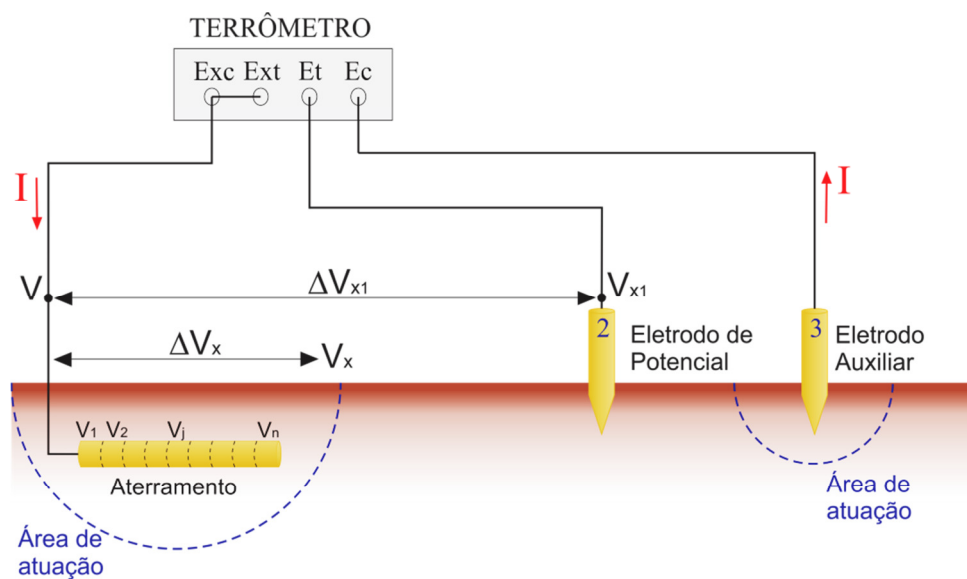


Figura 4. 5 - Medição dos potenciais de superfície.

A resistência de aterramento em um ponto “x” da superfície do solo é expressa por:

$$R_x = \frac{V}{I} - \frac{V_x}{I} \quad (4.8)$$

Como:

$$R_{\text{aterramento}} = \frac{V}{I} \quad (4.9)$$

Das equações (4.8) e (4.9) tem-se (4.10)

$$V_x = I (R_{\text{aterramento}} - R_x) \quad (4.10)$$

De (4.10) é possível obter a característica $V_x (X)$, ou seja, os potenciais elétricos de superfície produzidos por um aterramento.

4.4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Foram realizados sete ensaios, com o sistema de aterramento formado por cabos enterrados de forma horizontal, em diferentes tipos de solo. O malha de aterramento foi construída na primeira camada do solo, obedecendo aos resultados das estratificações de cada solo. Foram considerados nos resultados experimentais as estratificações, a resistência de aterramento e os respectivos potenciais de superfície.

4.4.1. Experimento 01

O experimento foi realizado no Campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.1). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “ $\rho_a \times a$ ” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 1 – Resistividade aparente do solo, experimento 01.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência medida (Ω)	ρ_a calculada ($\Omega.m$)
1,0	933	5862,21
2,0	633	7954,51
4,0	412	10354,69
8,0	76	3820,18
14,0	15	1319,47

De posse dos valores apresentados na tabela (4.1), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.2).

Tabela 4. 2 – Estratificação do solo, experimento 01.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	7311,72	6,06
2	101,46	8,78
3	303517,00	17,23
4	832,23	∞

Após encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6], para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.3).

Tabela 4. 3 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 01.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1,0	5862,21	7290,10	24,36%
2,0	7954,51	7151,99	-10,09%
4,0	10354,69	6346,13	-38,71%
8,0	3820,18	3752,74	-1,77%
14,0	1319,47	1316,35	-0,24%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar os desvios percentuais. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve resultados razoáveis, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com desvios menores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. A tabela (4.4) apresenta os valores utilizados na tentativa de melhorar a estratificação do solo.

Tabela 4. 4 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	5828,00	2,0
2	7500,00	4,0
3	50,00	∞

A tabela (4.5) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir da tentativa de melhorar os desvios das resistividades aparente, experimental e teórica, utilizando o programa Afere.

Tabela 4. 5 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
1,0	5862,21	5864,92	0,05%
2,0	7954,51	5964,58	-25,02%
4,0	10354,69	5737,16	-44,59%
8,0	3820,18	3725,78	-2,47%
14,0	1319,47	1310,65	-0,67%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 10 mm², de comprimento igual a 6 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 30 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 40 metros do aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.6).

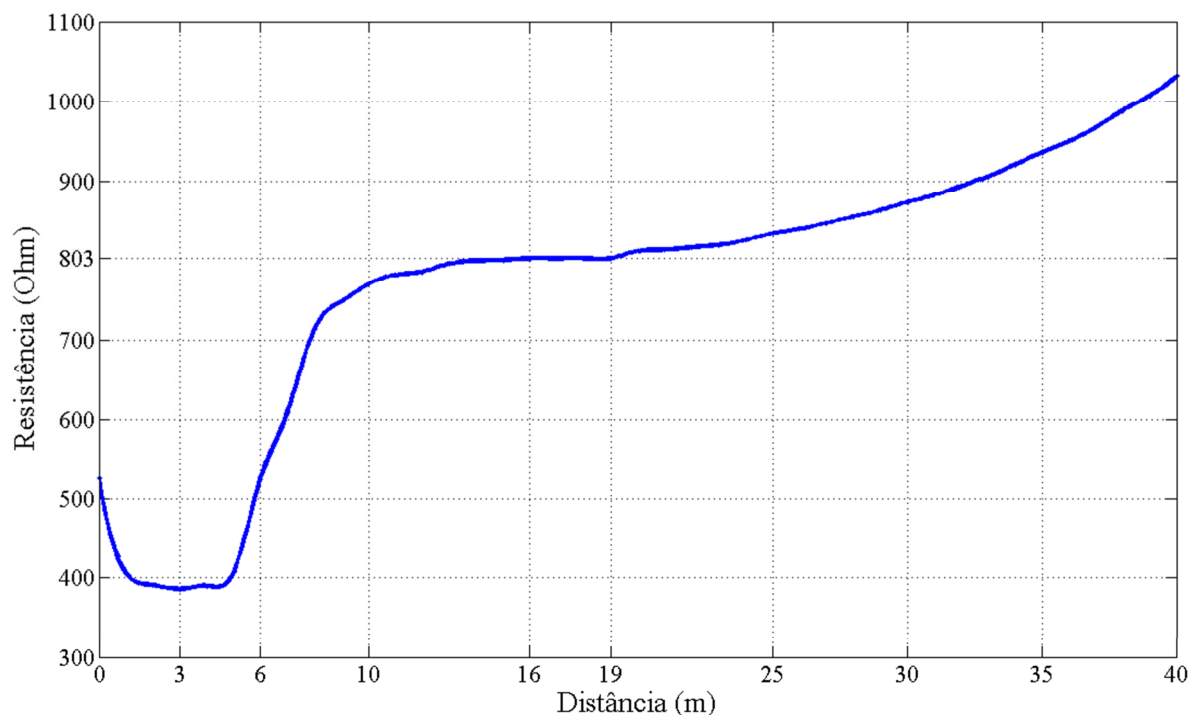


Figura 4. 6 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.6).

Tabela 4. 6 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de Aterramento (Ω)	803
--	-----

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada para determinar os potenciais de superfície é de 329,09 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.7).

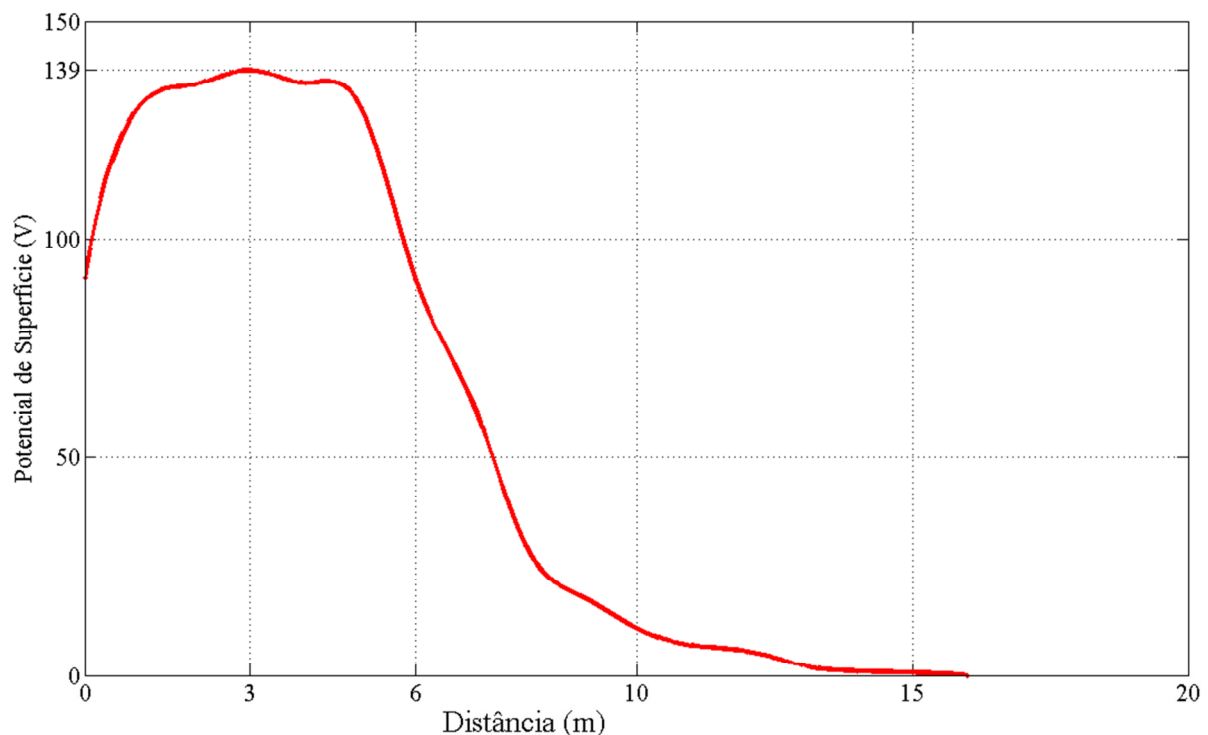


Figura 4. 7 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.7) e a figura (4.8) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície, obtidos utilizando as estratificações 1 e 2.

Tabela 4. 7 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
803	1768,1	1434,9

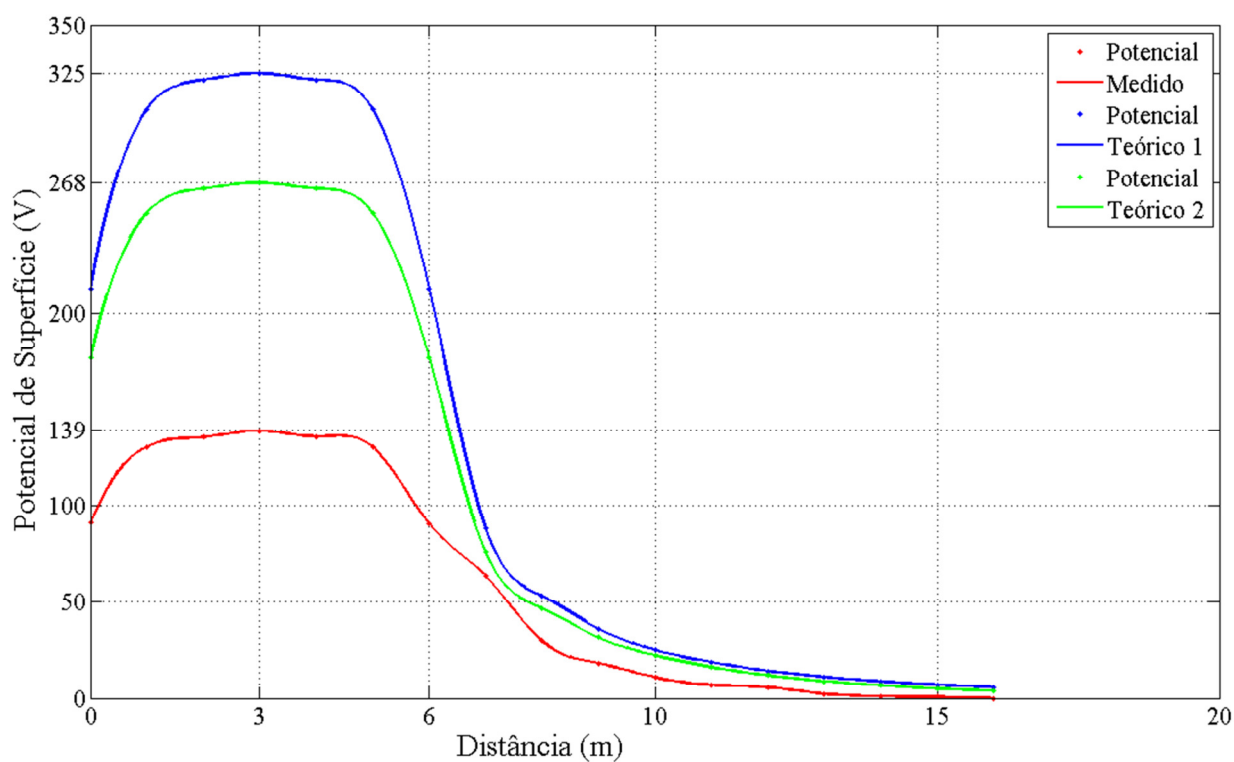


Figura 4. 8 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.2. Experimento 02

O experimento foi realizado no Campus Santa Mônica da Universidade Federal de Uberlândia, próximo ao bloco G. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.8). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “pa x a” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 8 – Resistividade aparente do solo, experimento 02.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência medida (Ω)	ρ_a calculada ($\Omega.m$)
0,5	427	1341,46
1,5	315	2968,81
3,0	290	5466,37
6,0	312	11762,12
12,0	208	15682,83
20,0	229	28776,99

De posse dos valores apresentados na tabela (4.8), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.9).

Tabela 4. 9 - Estratificação do solo, experimento 02.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	980,00	0,5
2	8577,00	2,35
3	999742,20	∞

Após encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6] , para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.10).

Tabela 4. 10 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 02.

Espaçamento entre as hastes (m)	pa experimental ($\Omega.m$)	pa teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	1341,46	1355,86	1,07%
1,5	2968,81	3031,70	2,12%
3,0	5466,37	5488,32	0,40%
6,0	11762,12	10162,39	-13,60%
12,0	15682,83	20882,69	33,16%
20,0	28776,99	35644,09	23,86%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve resultados razoáveis, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com desvios menores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. A tabela (4.11) apresenta os valores utilizados na tentativa de melhorar a estratificação do solo.

Tabela 4. 11 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	820,00	0,4
2	10000,00	6,0
3	999742,20	∞

A tabela (4.12) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de da tentativa de melhorar os desvios das resistividades aparente, experimental e teórica, utilizando o programa Afere.

Tabela 4. 12 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	1341,46	1341,42	0,00%
1,5	2968,81	3031,13	2,10%
3,0	5466,37	5093,07	-6,83%
6,0	11762,12	8712,06	-25,93%
12,0	15682,83	16185,27	3,20%
20	28776,99	31050,8	7,90%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 10 mm², de comprimento igual a 5 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 0,25 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 40 metros do aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.9).

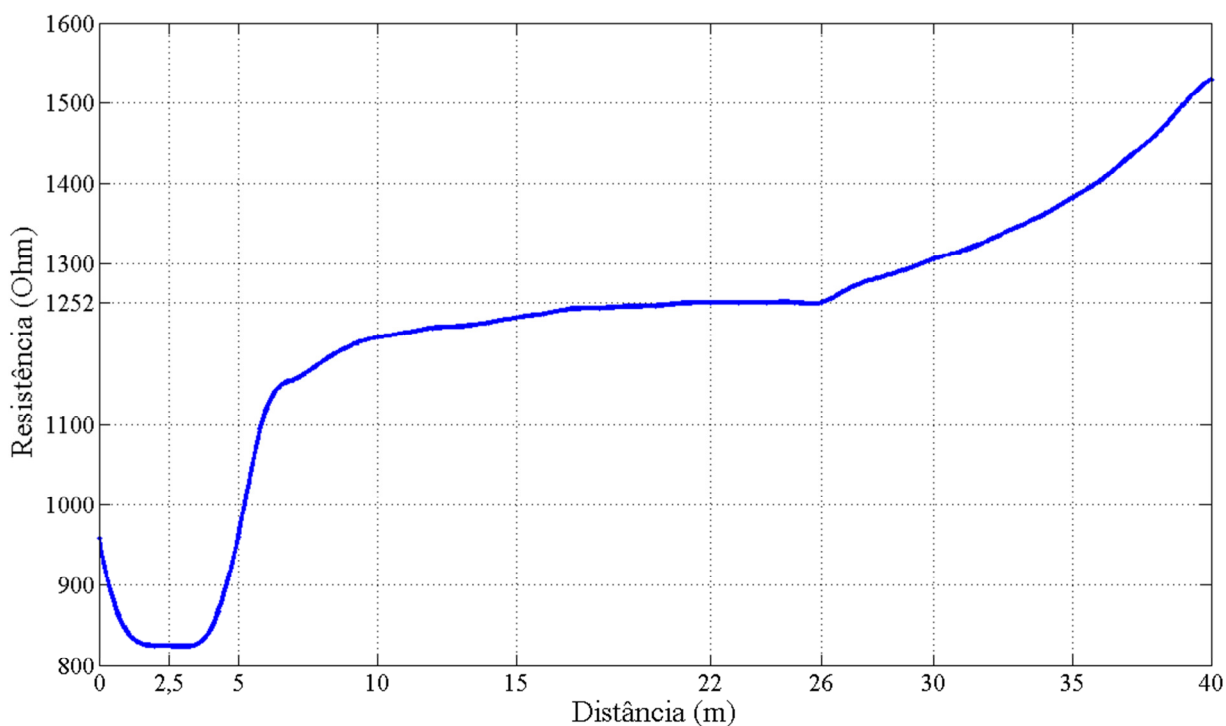


Figura 4. 9 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.13).

Tabela 4. 13 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de Aterramento (Ω)	1252
--	------

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada para determinar os potenciais de superfície é de 38,57 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.10).

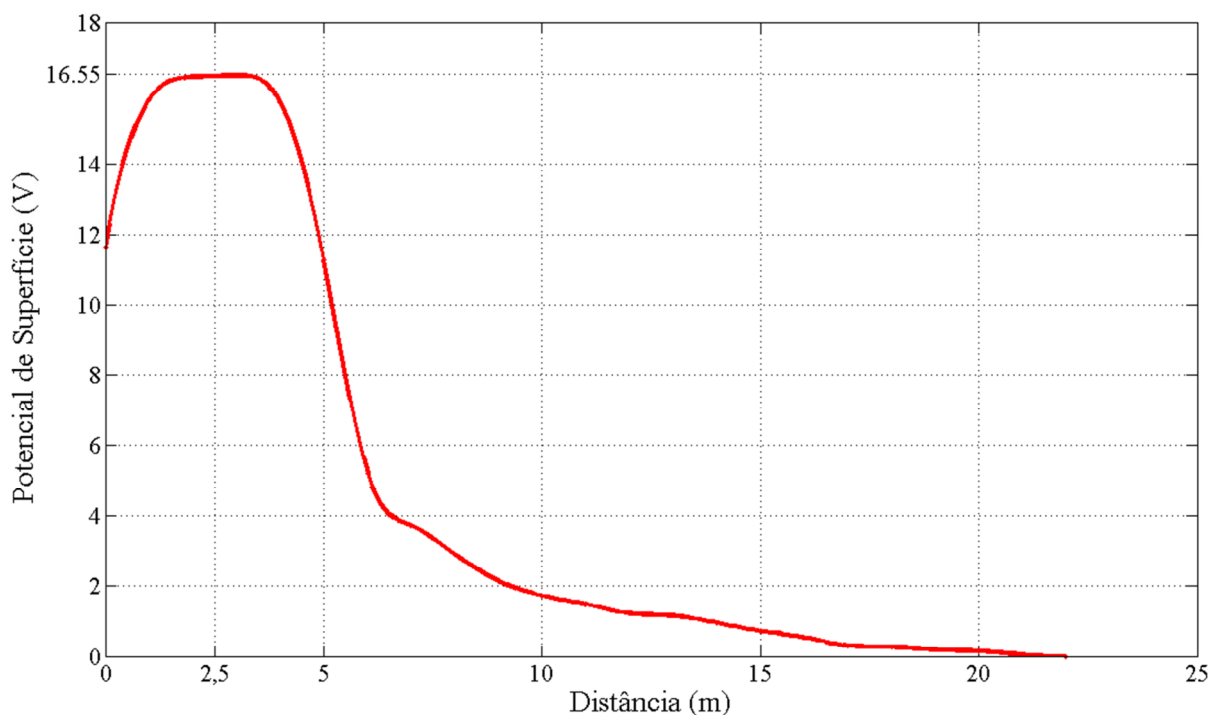


Figura 4. 10 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.14) e a figura (4.11) mostram, respectivamente, a comparação da

resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície, obtidos utilizando as estratificações 1 e 2.

Tabela 4. 14 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
1252	2022	1992,9

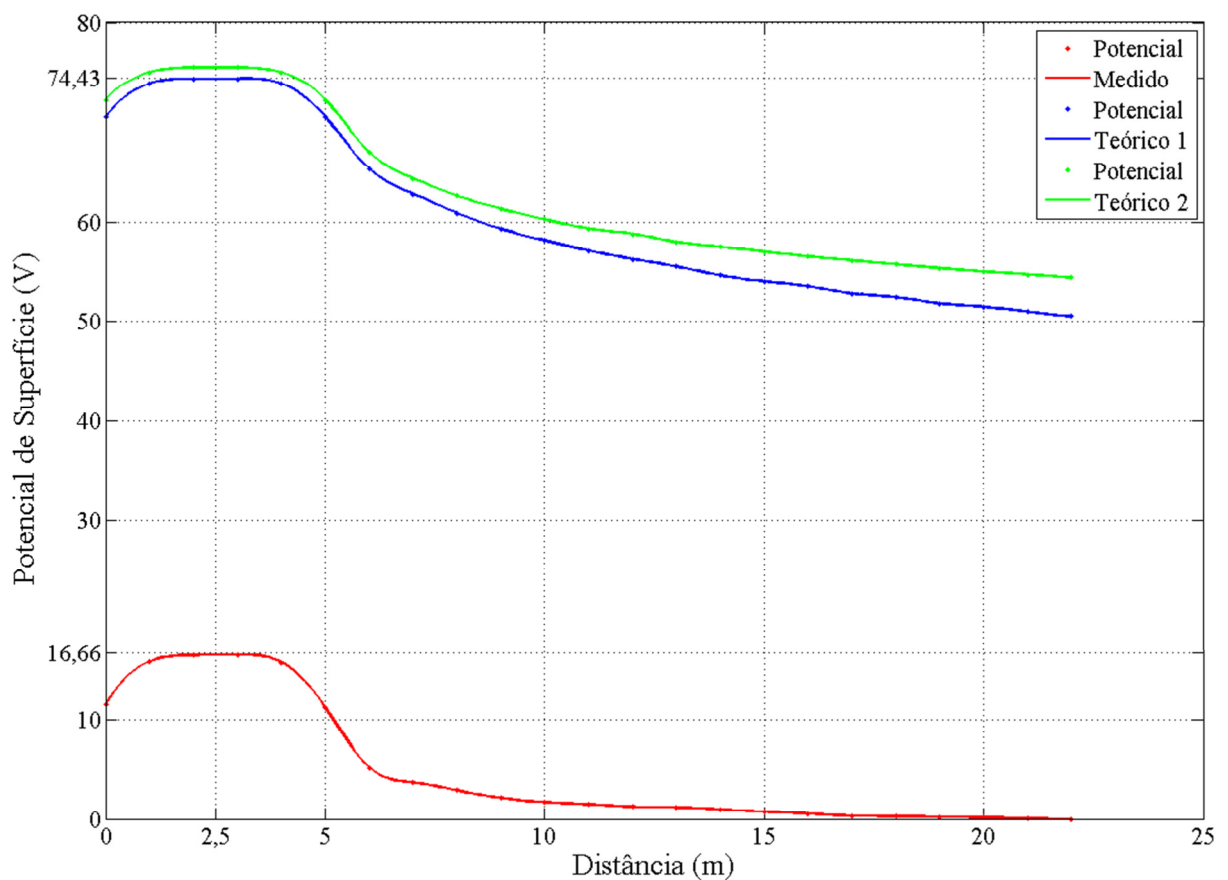


Figura 4. 11 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.3. Experimento 03

O experimento foi realizado no Campus Glória da Universidade Federal de Uberlândia próximo ao bloco 3E. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.15). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “ $\rho_a \times a$ ” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 15 – Resistividade aparente do solo, experimento 03.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência medida (Ω)	pa calculada ($\Omega.m$)
0,5	1320	4146,90
1,5	180	1696,46
3,0	180	3392,92
6,0	160	6031,86
14,0	120	10555,75

De posse dos valores apresentados na tabela (4.15), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.16).

Tabela 4. 16 – Estratificação do solo, experimento 03.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	5600,00	0,5
2	255,00	0,3
3	36000,00	∞

Após encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6], para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.17).

Tabela 4. 17 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 03.

Espaçamento entre as hastes (m)	pa experimental ($\Omega.m$)	pa teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	4146,90	4106,52	-0,97%
1,5	1696,46	1868,84	10,16%
3,0	3392,92	3027,03	-10,78%
6,0	6031,86	5596,20	-7,22%
14,0	10555,75	11089,93	5,06%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve resultados razoáveis, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com desvios menores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. A tabela (4.18) apresenta os valores utilizados na tentativa de melhorar a estratificação do solo.

Tabela 4. 18 – Estratificação do solo, tentativa de melhorar os desvios.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	6000,00	0,4
2	1400,00	7,0
3	30000,00	∞

A tabela (4.19) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de da tentativa de melhorar os desvios das resistividades aparente experimental e teórica, utilizando o programa Afere.

Tabela 4. 19 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	4146,90	4174,12	0,66%
1,5	1696,46	1713,27	0,99%
3,0	3392,92	1519,85	-55,21%
6,0	6031,86	1839,86	-69,50%
14,0	10555,75	3487,79	-66,96%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 10 mm², de comprimento igual a 6 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 30 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 40 metros do

aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.12).

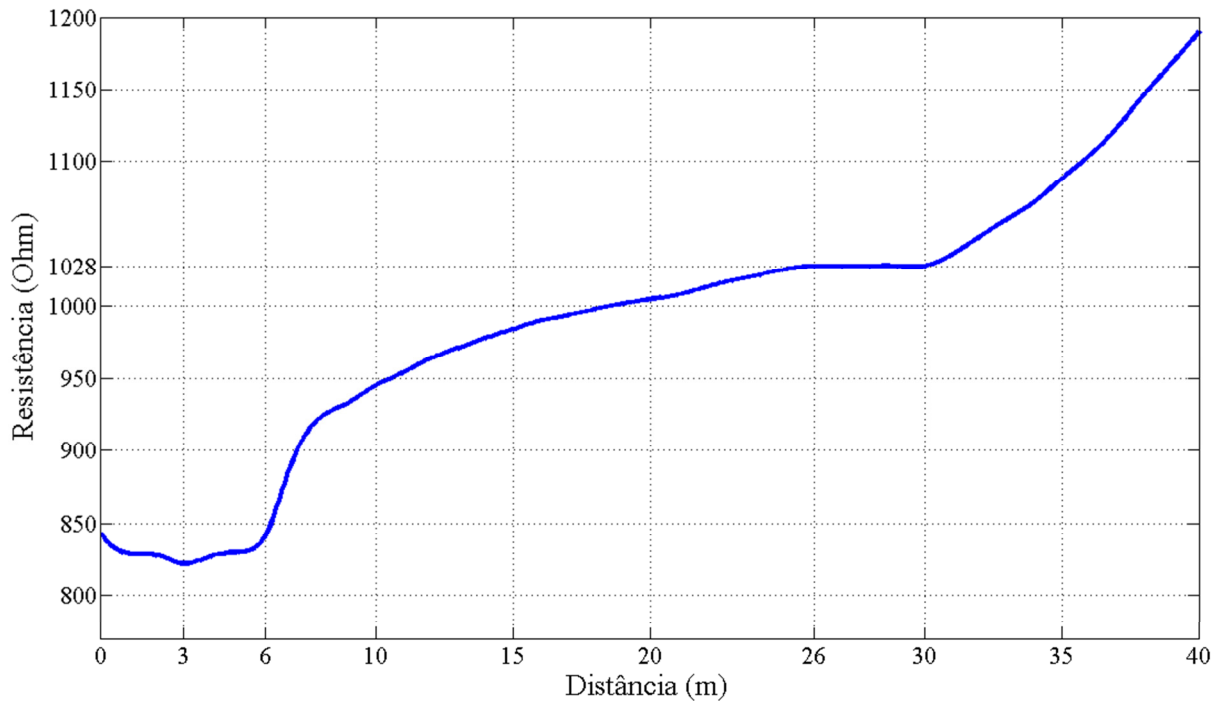


Figura 4. 12 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.20).

Tabela 4. 20 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de	
Aterramento (Ω)	1028

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada para determinar os potenciais de superfície é de 359,48 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.13).

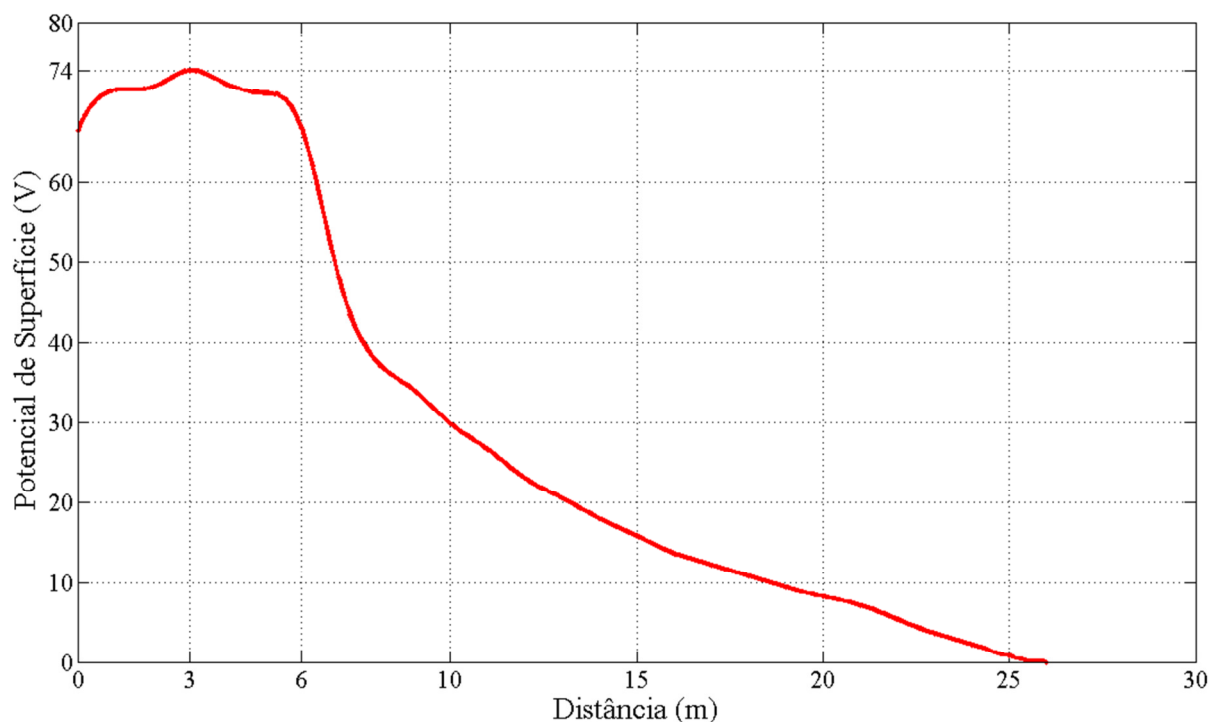


Figura 4. 13 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.21) e a figura (4.14) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície, obtidos utilizando as estratificações 1 e 2.

Tabela 4. 21 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
1028	1239,7	1019,3

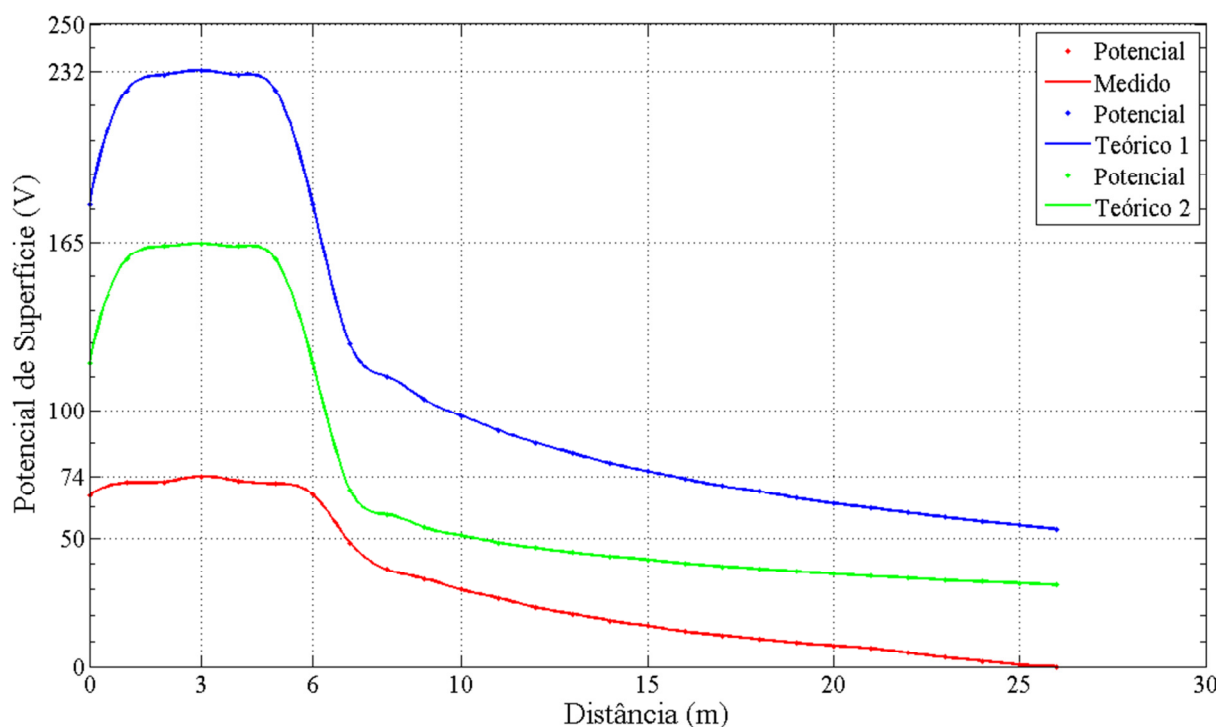


Figura 4. 14 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.4. Experimento 04

O experimento foi realizado na Fazenda Botafogo no município de Três Ranchos - GO. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.22). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “pa x a” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 22 – Resistividade aparente do solo, experimento 04.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência medida (Ω)	pa calculada ($\Omega.m$)
0,5	762	2393,89
1,0	438	2752,04
2,0	272	3418,05
4,0	181	4549,03
8,0	126	6333,45
16,0	84	8444,60
32,0	52	10455,22

De posse dos valores apresentados na tabela (4.22), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.23).

Tabela 4. 23 – Estratificação do solo, experimento 04.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	2317,78	0,94
2	4751,16	3,33
3	11504,81	9,38
4	12654,01	∞

Após encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6] , para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.24).

Tabela 4. 24 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 04.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	2393,89	2403,38	0,40
1,0	2752,04	2726,19	-0,94
2,0	3418,05	3479,14	1,79
4,0	4549,03	4606,9	1,27
8,0	6333,45	6334,14	0,01
16,0	8444,60	8528,76	1,00
32,0	10455,22	10506,04	0,49

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve excelentes resultados, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com

desvios maiores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. Para a obtenção de desvios maiores, considera-se um desvio de 10% nas resistividades de cada camada do solo, como apresentado na tabela (4.25).

Tabela 4. 25 - Estratificação com variação de 10% na resistividade das camadas.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	2549,6	1,10
2	5226,3	3,50
3	12655,3	9,30
4	13919,4	∞

A tabela (4.26) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de uma variação de 10% nas resistividades de cada camada da estratificação, pelo programa Afere.

Tabela 4. 26 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	2393,89	2643,74	10,44
1,0	2752,04	2998,84	8,97
2,0	3418,05	3827,09	11,97
4,0	4549,03	5067,63	11,40
8,0	6333,45	6967,59	10,01
16,0	8444,60	9381,66	11,10
32,0	10455,22	115556,66	10,53

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 25 mm², de comprimento igual a 7 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 40 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 50 metros do

aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.15).

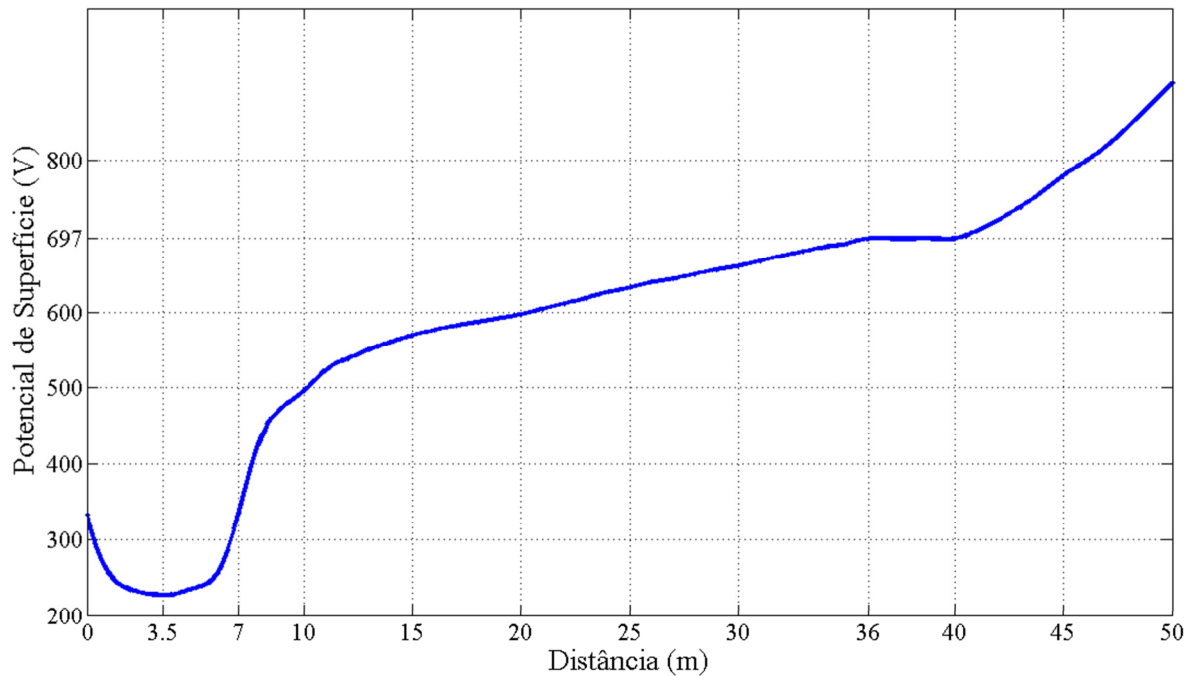


Figura 4. 15 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.27).

Tabela 4. 27 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de	
Aterramento (Ω)	697

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada para determinar os potenciais de superfície é de 267,19 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.16).

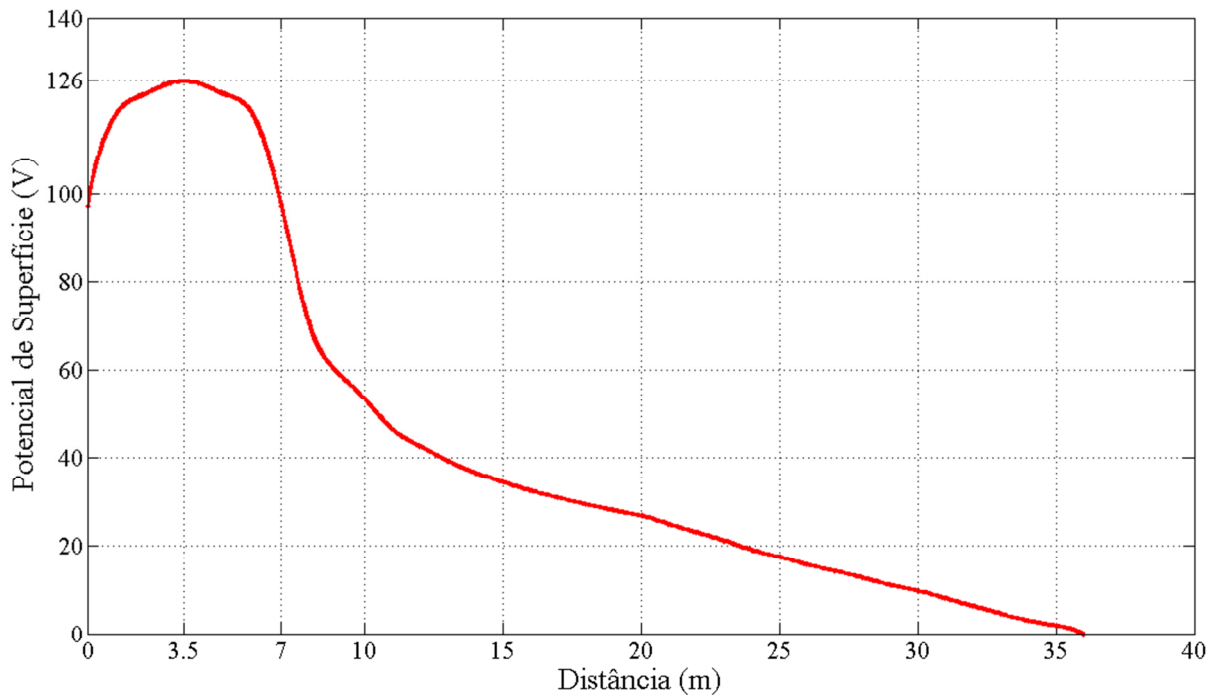


Figura 4. 16 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.28) e a figura (4.17) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície, obtidos utilizando as estratificações 1 e 2.

Tabela 4. 28 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
697	690,32	765,05

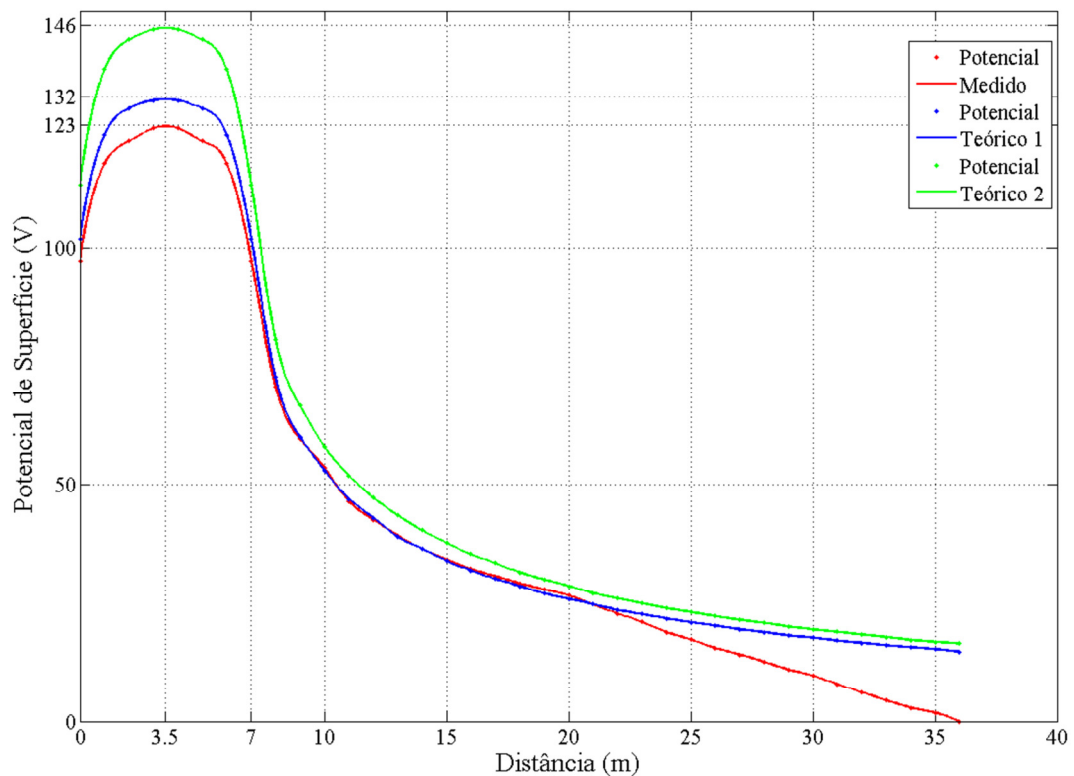


Figura 4. 17 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.5. Experimento 05

O experimento foi realizado na Fazenda Botafogo no município de Três Ranchos - GO. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.29). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “pa x a” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 29 – Resistividade aparente do solo, experimento 05.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência Medida (Ω)	pa calculada ($\Omega.m$)
0,5	985	3094,47
1	591	3713,36
2	347	4360,53
4	205	5152,21
8	80	4021,24
16	22	2211,68
32	4,7	944,99

De posse dos valores apresentados na tabela (4.29), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.30).

Tabela 4. 30 - Estratificação do solo, experimento 05.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	2955	0,72
2	5700	7,25
3	720	∞

Após encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6] , para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.31).

Tabela 4. 31 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 05.

Espaçamento entre as hastes (m)	pa experimental ($\Omega.m$)	pa teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	3094,47	3135,87	1,34%
1,0	3713,36	3655,09	-1,57%
2,0	4360,53	4461,27	2,31%
4,0	5152,21	4915,30	-4,60%
8,0	4021,24	4225,85	5,09%
16,0	2211,68	2228,19	0,75%
32,0	944,99	951,28	0,67%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve excelentes resultados, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com desvios maiores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os

potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. Para a obtenção de desvios maiores, considera-se um desvio de 10% nas resistividades de cada camada do solo, como apresentado na tabela (4.32).

Tabela 4. 32 - Estratificação com variação de 10% na resistividade das camadas.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	3250,5	0,7
2	6270	7,20
3	792	∞

A tabela (4.33) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de uma variação de 10% nas resistividades de cada camada da estratificação, pelo programa Afere.

Tabela 4. 33 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	3094,47	3449,45	11,47%
1,0	3713,36	4020,58	8,27%
2,0	4360,53	4907,26	12,54%
4,0	5152,21	5405,87	4,92%
8,0	4021,24	4643,90	15,48%
16,0	2211,68	2440,21	10,33%
32,0	944,99	1034,07	9,43%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 25 mm², de comprimento igual a 6 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 30 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 50 metros do

aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.18).

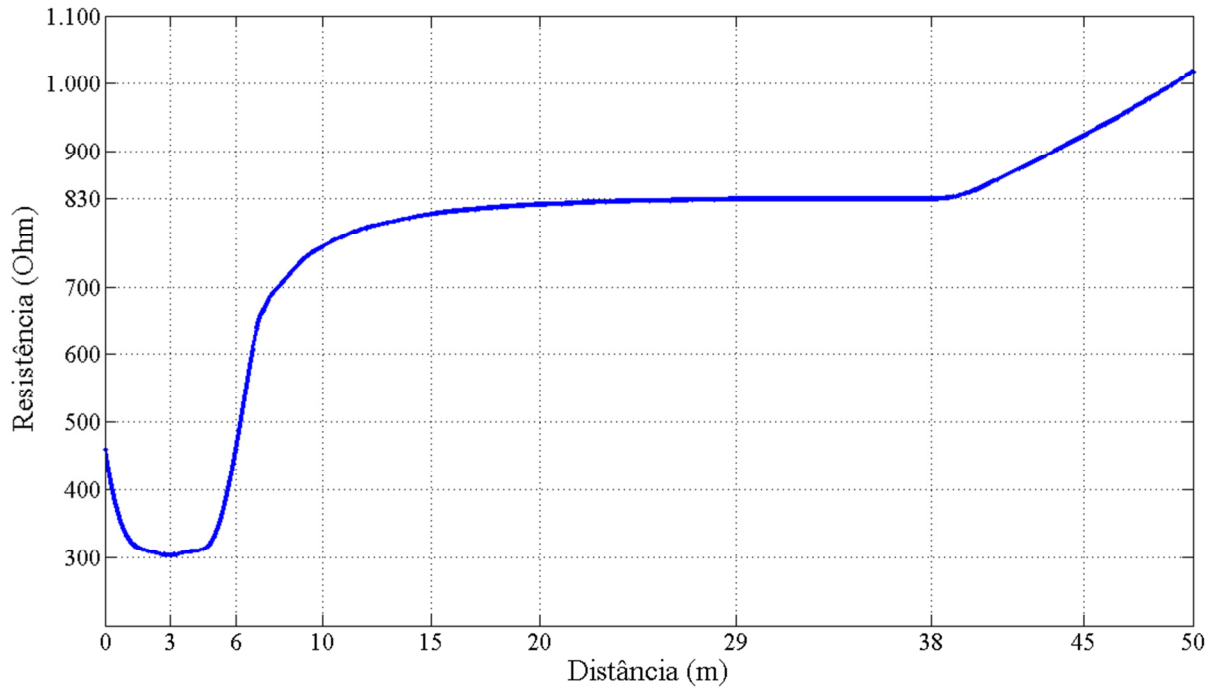


Figura 4. 18 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.34).

Tabela 4. 34 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de	
Aterramento (Ω)	830

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada, para a determinação dos potenciais de superfície, é de 281,52 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.19).

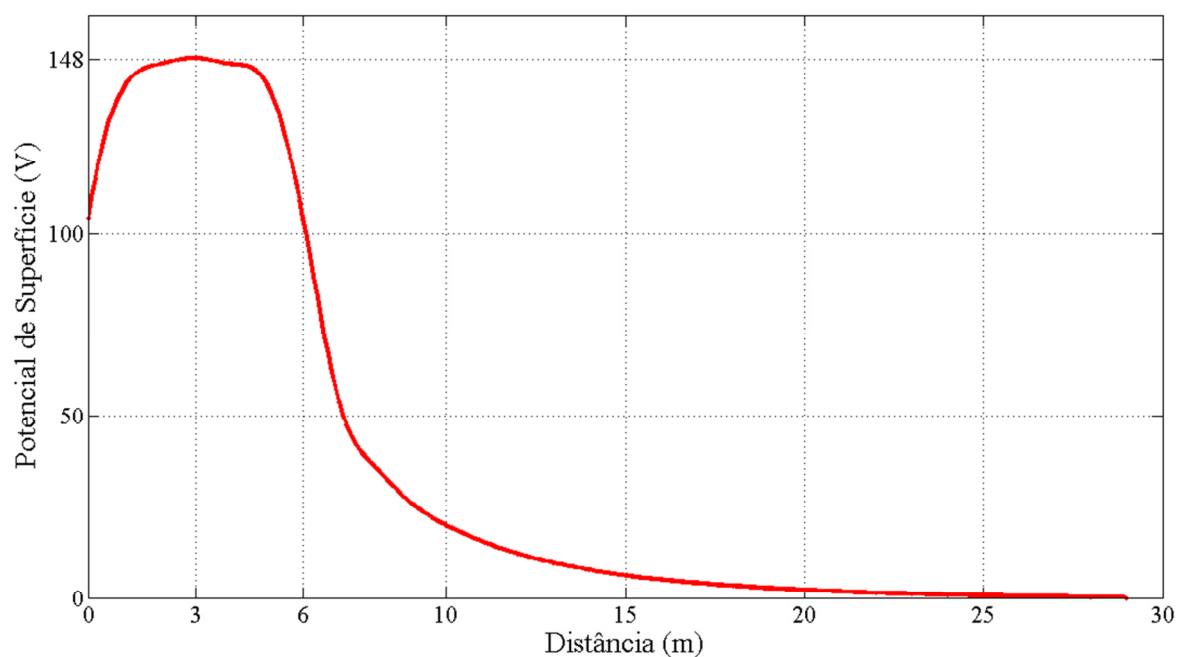


Figura 4. 19 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.35) e a figura (4.20) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície.

Tabela 4. 35 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
830	835,28	918,71

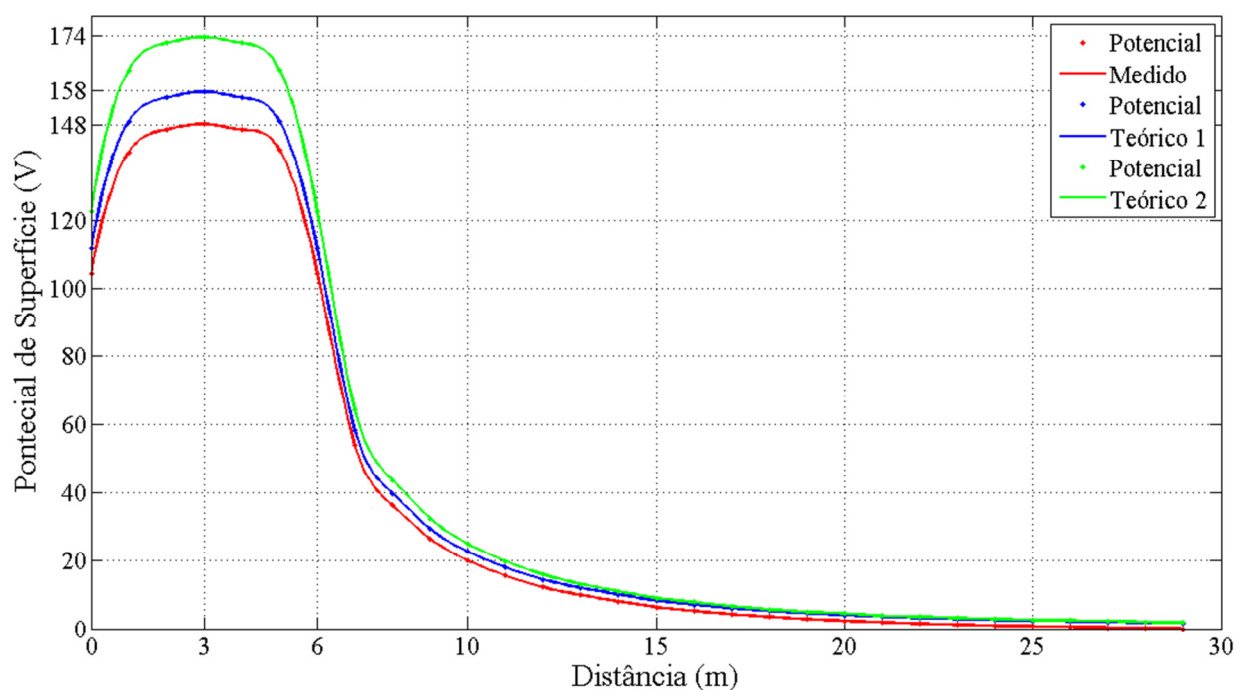


Figura 4. 20 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.6. Experimento 06

O experimento foi realizado na Fazenda Custódia no município de Catalão - GO. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.36). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “ $\rho_a \times a$ ” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 36 – Resistividade aparente do solo, experimento 06.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência Medida (Ω)	ρ_a calculada ($\Omega.m$)
0,5	1366	4291,42
1	628	3945,84
2	244	3066,19
4	95	2387,61
8	56	2814,87
16	45	4523,89
32	36	7238,23

De posse dos valores apresentados na tabela (4.36), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.37).

Tabela 4. 37 – Estratificação do solo, experimento 06.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	4367,72	1,21
2	1820,56	6,22
3	17335,03	8,06
4	14128,76	∞

Depois de encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6], para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.38).

Tabela 4. 38 - Desvio entre a resistividade experimental e teórica, experimento 06.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	4291,42	4288,76	-0,06%
1,0	3945,84	3938,16	-0,19%
2,0	3066,19	3042,08	-0,79%
4,0	2387,61	2354,34	-1,39%
8,0	2814,87	2826,68	0,42%
16,0	4523,89	4569,06	1,00%
32,0	7238,23	7174,42	-0,88%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve excelentes resultados, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com

desvios maiores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. Para a obtenção de desvios maiores, considera-se um desvio de 10% apenas na resistividade da primeira camada do solo, como apresentado na tabela (4.39).

Tabela 4. 39 - Estratificação com variação de 10% na resistividade da primeira camada.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	4804,5	1,21
2	1820,56	6,22
3	17335,03	8,06
4	14128,76	∞

A tabela (4.40) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de uma variação de 10% apenas na resistividade da primeira camada da estratificação, pelo programa Afere.

Tabela 4. 40 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistividade Experimental ($\Omega.m$)	Resistividade Teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	4291,42	4709,80	9,75%
1,0	3945,84	4289,79	8,72%
2,0	3066,19	3219,53	5,00%
4,0	2387,61	2391,05	0,14%
8,0	2814,87	2841,20	0,94%
16,0	4523,89	4591,33	1,49%
32,0	7238,23	7201,57	-0,51%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 16 mm², de comprimento igual a 6 metros, enterrado horizontalmente a uma

profundidade de 30 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 50 metros do aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.21).

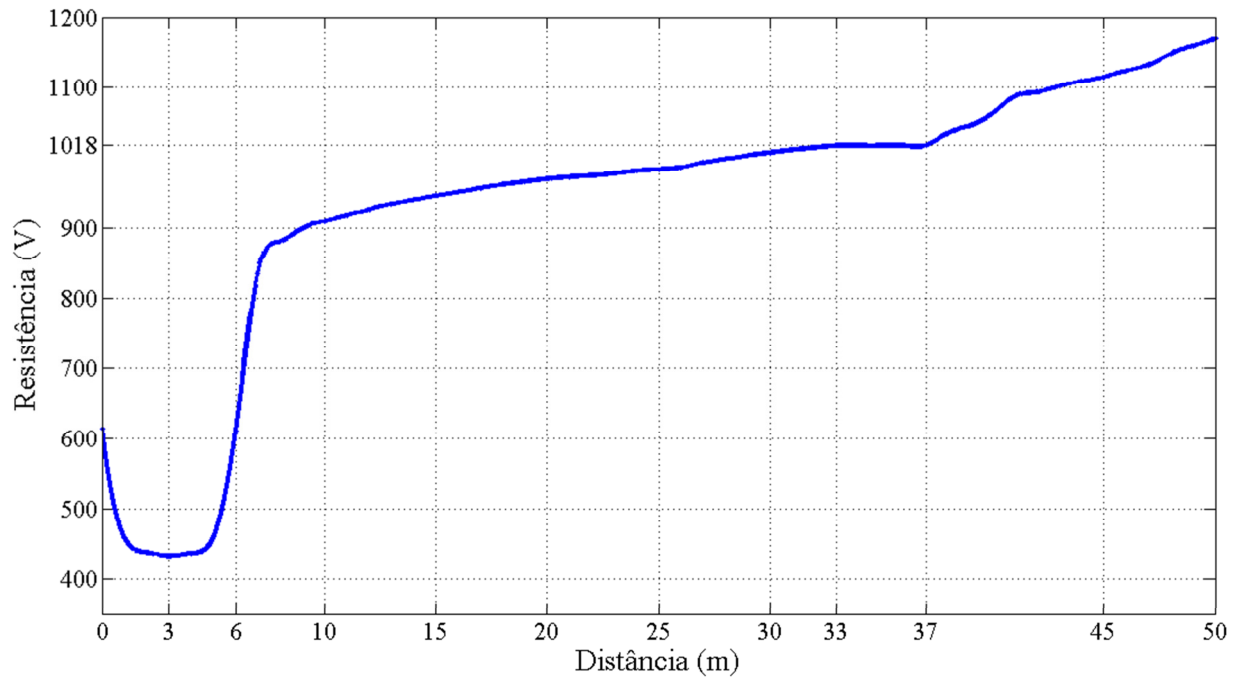


Figura 4. 21 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.41).

Tabela 4. 41 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de	
Aterramento (Ω)	1018

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada, para a determinação dos potenciais de superfície, é de 342,92 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.22).

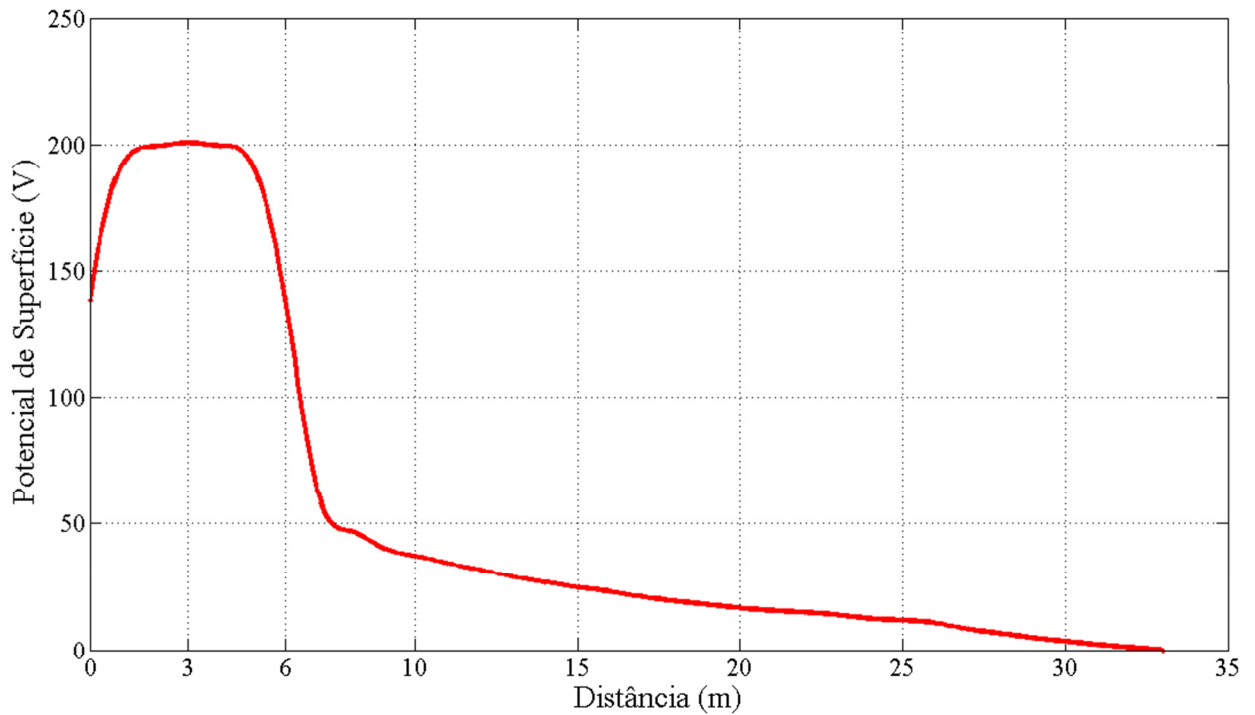


Figura 4. 22 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.42) e a figura (4.23) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície.

Tabela 4. 42 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
1018	1013,6	1058,3

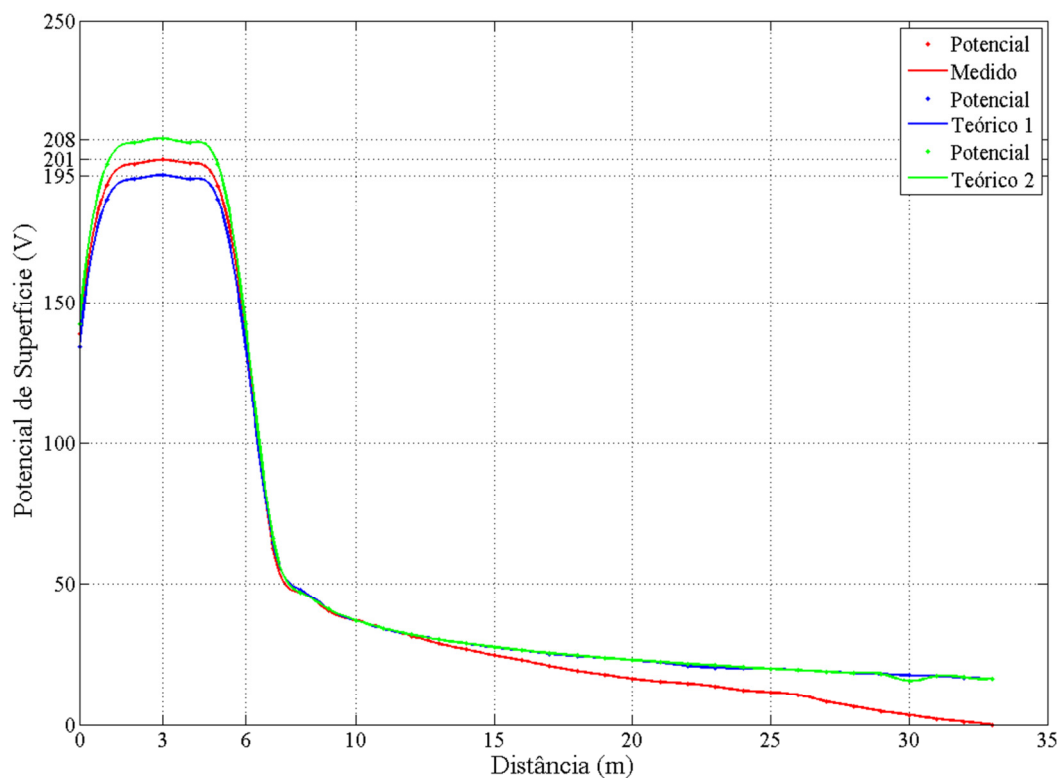


Figura 4. 23 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

4.4.7. Experimento 07

O experimento foi realizado na Fazenda Custódia no município de Catalão - GO. Os valores obtidos para a resistividade aparente do solo estão apresentados na tabela (4.43). Utilizou-se o método de Wenner para o levantamento da curva “ $\rho_a \times a$ ” e a equação (4.6) para calcular a resistividade aparente.

Tabela 4. 43 – Resistividade aparente do solo, experimento 07.

Espaçamento entre as hastes (m)	Resistência Medida (Ω)	ρ_a calculada ($\Omega.m$)
0,5	538	1690,18
1	336	2111,15
2	231	2902,83
4	167	4197,17
8	121	6082,12
16	83	8344,07
32	53	10656,28

De posse dos valores apresentados na tabela (4.43), utilizou-se o programa computacional Strattifika, referência [5], para obter a estratificação. O melhor resultado encontrado está apresentado na tabela (4.44).

Tabela 4. 44 – Estratificação do solo, experimento 07.

Estratificação 1		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	1520,00	0,60
2	3480,00	1,90
3	9460,00	9,10
4	19500,00	9,00
5	10600,00	∞

Depois de encontrados os resultados da estratificação, utiliza-se o programa Afere, referência [6], para obter a resistividade aparente calculada e o desvio percentual entre as curvas da resistividade aparente experimental e teórica. Os resultados são apresentados na tabela (4.45).

Tabela 4. 45 - Desvio entre as resistividades aparente experimental e teórica, experimento 07.

Espaçamento entre as hastes (m)	pa experimental ($\Omega.m$)	pa teórica 1 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	1690,18	1692,32	0,13%
1,0	2111,15	2139,54	1,34%
2,0	2902,83	2942,35	1,36%
4,0	4197,17	4218,53	0,51%
8,0	6082,12	6114,76	0,54%
16,0	8344,07	8440,72	1,16%
32,0	10656,28	10541,23	-1,08%

Através do próprio programa Afere é possível, em alguns casos, minimizar ou aumentar o desvio percentual. Como a estratificação obtida pelo programa Strattifika obteve

excelentes resultados, utilizou-se o programa Afere para conseguir uma estratificação com desvios maiores. Assim podemos observar se há uma diferença significativa, entre os potenciais de superfície e a resistência de aterramento, calculados utilizando uma estratificação mais precisa e uma estratificação com menor grau de precisão. Para a obtenção de desvios maiores, considera-se um desvio de 20% apenas na resistividade da primeira camada do solo, como apresentado na tabela (4.46).

Tabela 4. 46 - Estratificação com variação de 20% na resistividade da primeira camada.

Estratificação 2		
Camada	Resistividade ($\Omega.m$)	Espessura (m)
1	1824,00	0,60
2	3480,00	1,90
3	9460,00	9,10
4	19500,00	9,00
5	10600,00	∞

A tabela (4.47) apresenta os resultados dos desvios percentuais, calculados a partir de uma variação de 20% apenas na resistividade da primeira camada da estratificação, pelo programa Afere.

Tabela 4. 47 – Desvios calculados propositalmente.

Espaçamento entre as hastes (m)	ρ_a experimental ($\Omega.m$)	ρ_a teórica 2 ($\Omega.m$)	Desvio percentual (%)
0,5	1690,18	1987,09	17,57%
1,0	2111,15	2408,34	14,08%
2,0	2902,83	3170,60	9,22%
4,0	4197,17	4433,91	5,64%
8,0	6082,12	6336,73	4,19%
16,0	8344,07	8646,62	3,63%
32,0	10656,28	10689,86	0,32%

A malha de aterramento, utilizada nesse experimento, consiste de um cabo de cobre nú de 16 mm², de comprimento igual a 6 metros, enterrado horizontalmente a uma profundidade de 30 centímetros. O eletrodo auxiliar está colocado a 50 metros do aterramento. Utilizando a metodologia descrita no item (4.3), levanta-se a curva da resistência pela distância, figura (4.24).

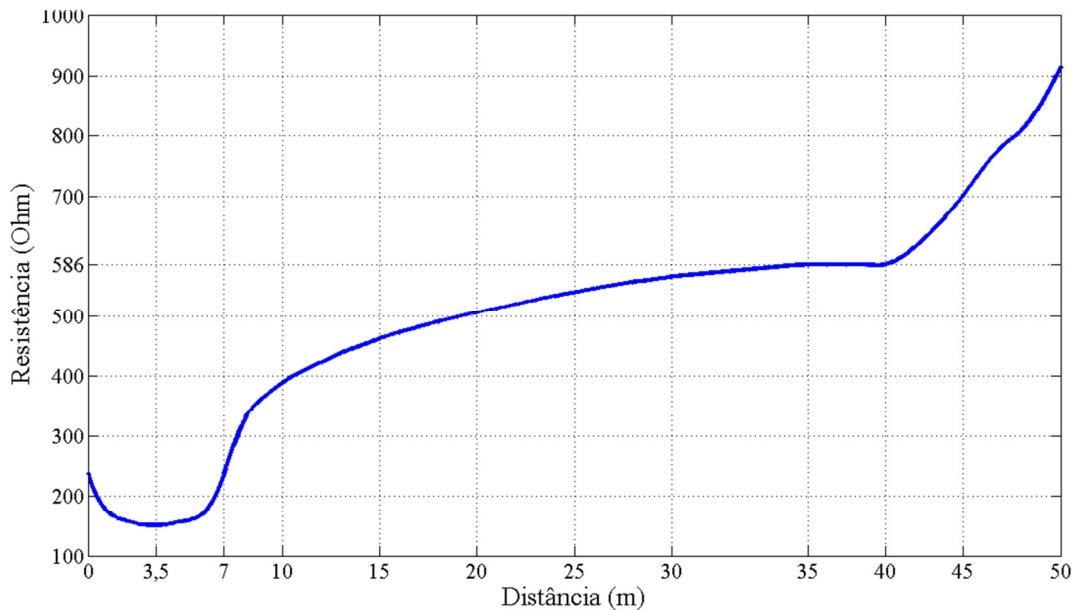


Figura 4. 24 - Curva da resistência de aterramento pela distância.

O valor da resistência de aterramento medido é apresentado na tabela (4.48).

Tabela 4. 48 - Resistência de Aterramento medida.

Resistência de	
Aterramento (Ω)	586

Para a obtenção dos potenciais de superfície utiliza-se a equação (4.10). A corrente utilizada, para a determinação dos potenciais de superfície, é de 210,97 mA. Os resultados estão indicados na figura (4.25).

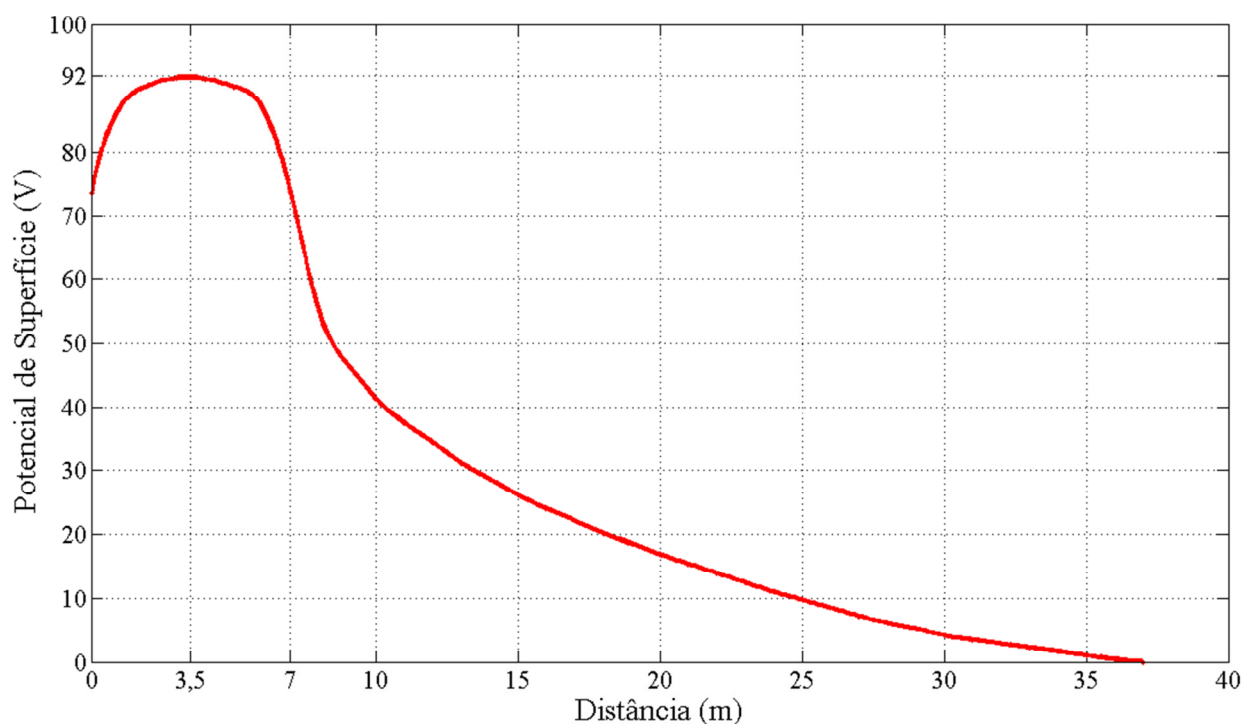


Figura 4. 25 - Potenciais de superfície medidos.

No intuito de comprovar a validade do equacionamento desenvolvido no capítulo II, faz-se a comparação entre os resultados experimentais e os resultados teóricos. Os resultados teóricos foram obtidos através de simulações computacionais utilizando a modelagem para o solo heterogêneo desenvolvida no capítulo II, através de um programa desenvolvido no Matlab. A tabela (4.49) e a figura (4.26) mostram, respectivamente, a comparação da resistência de aterramento e a comparação dos potenciais de superfície.

Tabela 4. 49 - Resistências de aterramento teórica e experimental.

Resistência	Resistência	Resistência
Medida	Teórica 1	Teórica 2
586	573,35	631,65

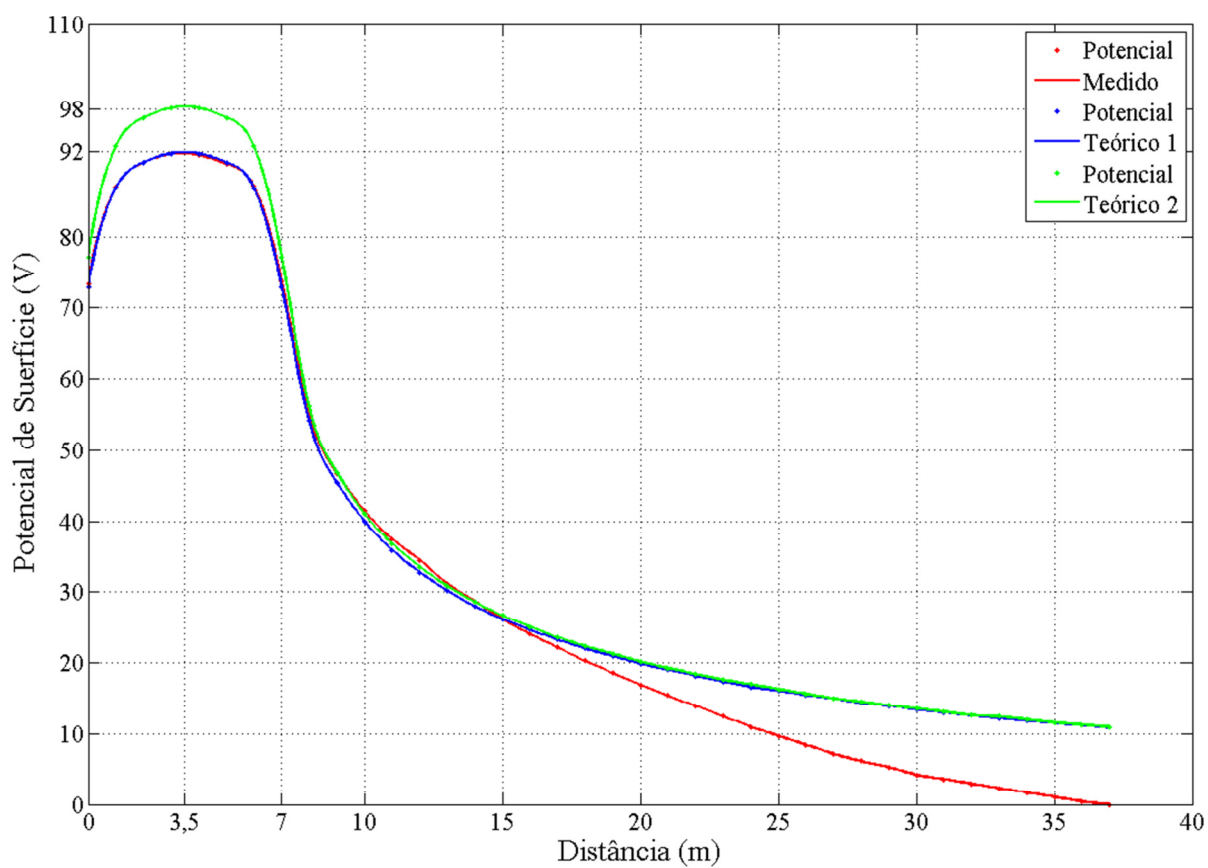


Figura 4. 26 - Potenciais de superfície teóricos e experimentais.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

A presente dissertação teve como principal abordagem o desenvolvimento de um método matemático que possibilita determinar a resistência de aterramento e os potenciais de superfície, devido a uma malha de aterramento composta por um cabo enterrado de forma horizontal, situado na primeira camada do solo, sendo este solo constituído por “n” camadas horizontais. Utilizando-se o modelo matemático desenvolveu-se um programa computacional, para realizar simulações, permitindo validar o método matemático, confrontando os resultados obtidos na prática com os resultados teóricos. Além de validar o método, utilizou-se o programa computacional para observar as influências das “n” camadas do solo sobre a resistência de aterramento e os potenciais de superfície.

Analisando os resultados encontrados no capítulo IV, podemos observar, que nos experimentos 01, 02 e 03 não obtivemos êxito na comparação entre os resultados experimentais e teóricos. Esses desvios podem ser atribuídos devido ao grau de imprecisão na estratificação do solo ou por influências externas, já que os experimentos foram realizados nos campus da Universidade Federal de Uberlândia, onde há redes elétricas, tubulações de água, prédios e outros aterramentos que podem ter influenciado nos resultados. Observamos nas tabelas (4.3), (4.5), (4.10), (4.12), (4.17) e (4.19) que sempre havia desvios maiores que 10% entre as resistividades aparentes do solo experimental e teórico, desvios estes encontrados utilizando o programa Afere. Observa-se também que ao se utilizar o programa Afere, as estratificações que geravam os desvios menores entre as resistividades aparente experimental e teórica, em profundidades menores, os resultados encontrados da resistência de aterramento e dos potenciais de superfície nas simulações, eram melhores do que os resultados obtidos através das simulações que utilizava a estratificação do solo, que geravam desvios maiores das resistividades aparente experimental e teórica, encontrada em profundidades menores. Observa-se melhor esse fato nas tabelas (4.7), (4.14) e (4.21) e nas figuras (4.9), (4.12) e (4.15).

Para os experimentos de 04 a 07, obtiveram-se ótimos resultados da comparação entre a resistência de aterramento e potenciais de superfície do solo experimentais e teóricos. Resultados estes que ficaram com desvios percentuais menores que 10%. Para comprovar a

influência das “n” camadas nos experimentos 04 e 05 variou-se em 10% o valor da resistividade de todas as camadas, obtidas na estratificação utilizando o programa Strattifika. Observa-se nas tabelas (4.28) e (4.21) e nas figuras (4.18) e (4.21), desvios consideráveis tanto na resistência de aterramento quanto nos potenciais de superfície, devido ao grau de imprecisão colocado nas camadas do solo. Já nos experimentos 06 e 07 variou-se em 10%, apenas o valor da resistividade da primeira camada do solo. Observa-se nas tabelas (4.42) e (4.49) e nas figuras (4.24) e (4.27), desvios consideráveis tanto na resistência de aterramento quanto nos potenciais de superfície, devido ao grau de imprecisão colocado na primeira camada do solo. Através desses experimentos pode-se observar que a primeira camada tem uma influência um pouco maior do que as demais camadas, sobre o valor da resistência e dos potenciais de superfície do solo.

Este estudo permitiu validar o método matemático desenvolvido no capítulo II e observar a influência das “n” camadas do solo sobre a malha de aterramento. Viu-se que a estratificação do solo tem grande influência sobre os resultados obtidos através do método matemático. Observou-se também que a curva dos potenciais elétricos na superfície do solo apresentou a mesma característica tanto nos resultados experimentais quanto nos teóricos.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar:

- Desenvolvimento de um modelo matemático que contemple cabos horizontais e hastes verticais;
- Desenvolvimento de programa computacional que calcule resistência e potenciais de superfície do solo, devido a um aterramento constituído de cabos horizontais e hastes verticais. Programa este que mostre os potenciais de superfície em 3D.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – NETO, L.M. *Curso em mídia de aterramentos elétricos*, Universidade Federal de Uberlândia, 1998.
- [2] – SAMUEL, C.M. de P. *Análise dos Métodos de Cálculo de Resistência e Potenciais de Aterramentos Elétricos*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Fevereiro 1996.
- [3] – DE SOUZA, K.T. *Resistência e Potenciais Elétricos para Um Aterramento Situado na Primeira Camada Considerando o Solo com Qualquer Número de Camadas*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Julho de 2003.
- [4] – SUNDE, E. D. *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*. Donver Publications, inc., New York, 1968.
- [5] – PEREIRA, W. R. *Manual do Programa Strattifika*. Universidade Federal de Uberlândia, 2014.
- [6] – NETO, L.M. *Manual do Programa Afere*. Universidade Federal de Uberlândia, 1993.
- [7] – COPEL. *Manual de Aterramento*. Departamento de Linhas de Transmissão, Curitiba, 1990.
- [8] – KINDERMAN, G. *Aterramento Elétrico*. 4ª ed. Editora Sagra – DC Luzzatto, Porto Alegre, 1998.