A tecnologia do emprego dos materiais supercondutores faz com que haja aumento na área de equipamentos acionados por motores lineares, e isto poderá ser uma aplicação futura nos acionamentos. A Figura 3.3, [38], apresenta uma proposta da NASA, para auxílio nos estudos dos futuros projetos aeroespaciais.

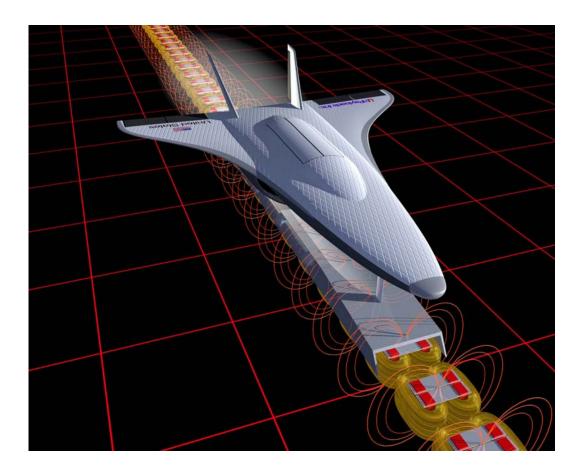


Figura 3.3 - Modelo de lançador de naves utilizando o MIL proposto pela NASA.

## 3.2 Princípio de funcionamento do MIL

O princípio de funcionamento do motor de indução linear, MIL, baseia-se na interação entre um campo magnético viajante em condutores adequadamente dispostos no espaço, com uma peça condutora. Se o elemento gerador do campo se encontrar fixo no espaço haverá deslocamento da peça condutora.

Inversamente, se a peça condutora se encontrar fixada, haverá deslocamento do elemento gerador de campo. Isto significa que podemos ter um MIL com diferentes formas de deslocamento. Movimento por deslocamento do elemento gerador de campo ou deslocamento da chapa rotórica, nesse caso denominada de chapa linórica, devido ao seu movimento linear.

O rotor por ser plano, agora denominado de linor, e o estator, ficam separados por um entreferro, que possibilita a sua variação, de forma de aumentar ou diminuir a velocidade de deslizamento do linor. O campo girante é transformado num campo que se propaga em sentido linear, agora denominado de campo transladante, e a (fmm), em vez de transmitir um impulso mecânico que faz girar o motor, exerce uma força de sentido linear que desloca a armadura. O estator é o circuito primário e o linor o secundário. O secundário de um MIL, é constituído por um material com alta condutividade elétrica e de permeabilidade paramagnética, tipicamente uma chapa de alumínio ou cobre, (opta-se normalmente por alumínio por razões econômicas).

No Anexo I, foi feita uma breve descrição dos princípios da levitação magnética com a descrição da experiência do "anel saltador" para ilustrar alguns dos princípios fundamentais da indução eletromagnética, aplicados ao funcionamento do motor de indução linear, com a geração de forças magnetomotrizes de componentes vertical (levitação), lateral (estabilização) e longitudinal (propulsora devido ao campo transladante), resultando assim num sistema de translação eletromagnética sem qualquer contato mecânico, cuja velocidade depende do passo polar e da sua fregüência de alimentação.

## 3.3 Classificação quanto ao uso

Dependendo da forma de funcionamento e características construtivas, os motores de indução lineares são classificados em três categorias diferentes de acordo com o seu propósito de utilização:

 Máquina de potência – Os MILs de potência são motores que devem desenvolver uma potência elevada e uma velocidade também elevada com a menor quantidade de perdas. Estes motores são geralmente destinados a

- tração elétrica. O seu rendimento é definido como sendo a potência mecânica desenvolvida por unidade de potência elétrica consumida.
- Máquinas de energia Este tipo de máquinas tem por finalidade fornecer elevadas energias cinéticas em pequenos intervalos de tempo e espaços. A eficiência das máquinas de energia é definida como sendo a energia cinética desenvolvida por unidade de potência elétrica consumida. Estes tipos de máquinas são basicamente utilizados com aceleradores cinéticos, onde o famoso "Electropult", Figura 3.1, representa um deste tipo de máquina.
- Máquinas de força As máquinas de força são essencialmente vistos como acionamentos de baixa velocidade. A eficiência deste tipo de máquinas é definida como a força mecânica que produzem por unidade de potência consumida.

# 3.4 Classificação quanto a geometria

Os MIL podem ser classificados de várias maneiras distintas. A Figura 3.4 apresenta uma classificação geométrica dos diferentes tipos de MIL.

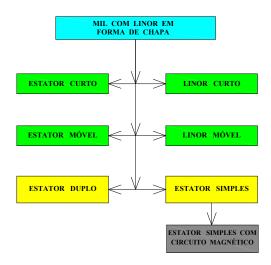


Figura 3.4 - Classificação geométrica do MIL.

O MIL pode ser classificado em estator curto ou longo e linor curto ou longo, quanto aos comprimentos dos circuitos primário e secundário.

Para que uma das partes se mova, a outra terá que ser fixa. Este é mais um atributo que classifica o MIL em estator móvel ou linor móvel.

Quanto ao número de estatores, o MIL pode ser classificado em estator simples ou estator duplo. Os MILs de estator simples podem ser apresentados com o linor constituído por um material paramagnético de alta condutividade elétrica, ou constituído pela associação do mesmo com um material ferromagnético, sob a influência do estator de modo que o fluxo magnético faça um caminho fechado por ele, diminuindo a dispersão das linhas de fluxo.

O MIL de estator duplo é constituído por dois estatores, com o linor posicionado entre eles. É importante referir que neste tipo de motor a sua força mecânica é aproximadamente proporcional ao quadrado da corrente de alimentação do estator. Isto significa que, sem saturação magnética, a força desenvolvida por um MIL de estator duplo tem um valor aproximadamente quatro vezes superior à força desenvolvida por um MIL de estator simples, levando em consideração que a corrente de alimentação de um MIL de estator duplo é o dobro da corrente de alimentação de um MIL de estator simples.

A Figura 3.5 a seguir, apresenta as configurações geométricas possíveis do MIL.

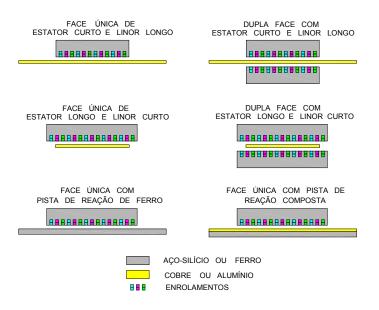


Figura 3.5 - Configurações geométricas dos MIL com chapa linórica

# 3.5 Formas de onda de campo características do MIL

A distribuição do fluxo magnético no entreferro não é uniforme, tal como nas máquinas rotativas. Nas Figuras 3.6 a 3.9 [Duarte Oliveira, 2000], são apresentadas as formas de onda de MILs que podem ter número de polos pares ou ímpares, cujo desenvolvimento teórico está descrito no Anexo IV.

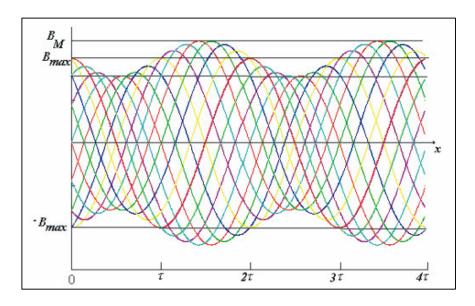


Figura 3.6 - Distribuição do campo no entreferro, em vazio, MIL de 3 polos.

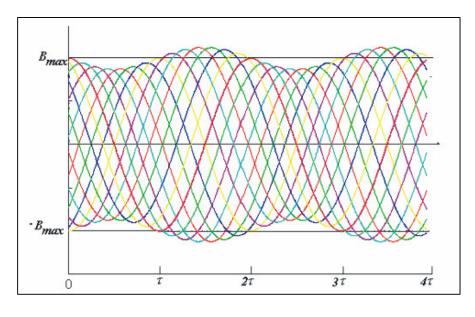


Figura 3.7 - Distribuição do campo no entreferro, em vazio, MIL de 5 polos.

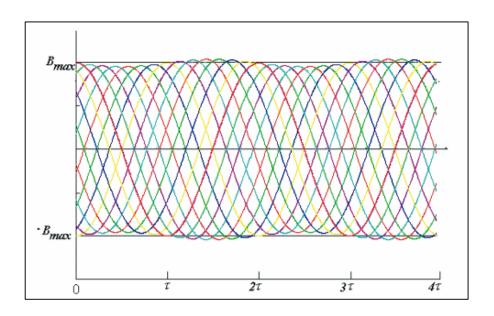


Figura 3.8 - Distribuição do campo no entreferro, em vazio, MIL de 15 polos.

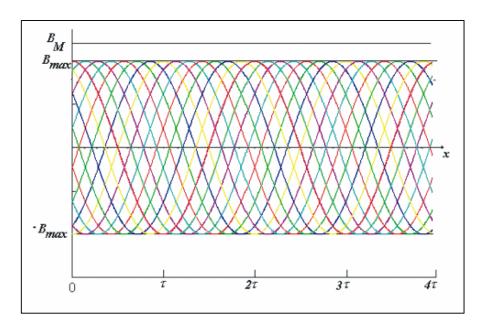


Figura 3.9 - Distribuição do campo no entreferro, em vazio, MIL de 2 polos.

Verificamos pela Figura 3.6, que para um MIL com três polos, que a amplitude do campo é modulada, salientando que as duas ondas envolventes de forma senoidal, se encontram fixas no espaço. Aumentando o número de pólos e

mantendo o passo polar, ou seja, aumentando o comprimento longitudinal da máquina, o campo passa a ser cada vez menos modulado. Para uma máquina com 15 pólos, a modulação do campo no espaço já é desprezível, tal como pode ser verificado na Figura 3.8.

No MIL com um número par de pólos, a amplitude do campo ao longo do entreferro não é modulada. Caso a máquina possuísse mais pólos tudo seria da mesma forma.

Por este aspecto, é conveniente trabalhar em máquinas que tenham número par de pólos, para que o campo ao longo do entreferro seja o mais uniforme possível, caso contrário o linor pode apresentar vibrações, as quais devem ser reduzidas ao mínimo possível.

# 3.6 Características dos motores de indução lineares

Os motores de indução lineares possuem características operacionais e construtivas que são descritas a seguir:

- Os motores de indução rotativos e os lineares são fisicamente diferentes, de modo que existem simetrias características das máquinas rotativas que não se encontram no MIL. Sendo assim, a distribuição do fluxo magnético em todo o seu entreferro não é uniforme, como nas máquinas rotativas. Consequentemente, o valor eficaz da densidade de fluxo ao longo do entreferro é modulada de acordo com o escorregamento do motor [Anexo IV].
- Na máquina rotativa o número de passos polares em todo o perímetro da máquina é sempre um número par. No MIL o número de passos polares pode ser par ou ímpar.
- No motor rotativo assume-se que s ó existe um único campo girante no estator, desprezando as harmônicas que não têm uma influência expressiva. No MIL existe mais que um campo no entreferro. No MIL de linor longo, existem sempre duas ondas de campo de translação expressivas. Uma com velocidade síncrona e a outra que depende da velocidade do linor.

- Na operação em regime permanente, o motor de indução rotativo produz fluxo de potência de forma que o binário da máquina não sofre variações bruscas. No MIL, tanto o fluxo de potência como a força desenvolvida podem sofrer variações no tempo.
- No MIL o fluxo magnético não se fecha por todo o estator tal como acontece na máquina rotativa. Este fato introduz perdas adicionais.
- No motor rotativo, os enrolamentos do estator podem ser ligados em série ou em paralelo, não havendo diferenças significativas entre as duas ligações. No MIL, a ligação em série é utilizada na configuração de linor longo. A ligação em paralelo é utilizada em MIL de estator longo onde existem muitas bobinas por fase, e caso fosse executada a ligação série, o valor de tensão aplicada a cada enrolamento seria muito baixo.
- Os MILs apresentam baixos rendimento e fator de potência quando comparados com sua contrapartida rotativa [Thé Pontes, 2003].
- Nos MILs, com exceção dos motores de disco, com construção mais robusta e mais simples que a máquina rotativa, requerem rolamentos e mancais como base de apoio de sustentação mecânica das partes móveis, não absorvendo da mesma forma que nas máquinas rotativas, os esforços mecânicos resultantes da transmissão do movimento, apresentando assim menores possibilidades de desgastes mecânicos, o que reduz sua manutenção e aumenta a confiabilidade.
- Dependendo da aplicação, os MILs evitam nas inversões de movimento, as folgas de engrenamentos, os fusos de esferas e as compressões e elasticidade variáveis em função do equipamento envolvido.
- Pelo fato dos MILs apresentarem uma geometria mais simples, a dissipação do calor é maior e mais rápida, o que permite o seu dimensionamento com densidades de corrente estatóricas mais elevadas.
- Nos MILs devido a sua forma geométrica e característica de funcionamento, permitem que a transmissão de potência mecânica aos equipamentos seja feito de forma direta ou acoplados por mecanismos menos complexos.

- O tipo de projeto, geometria, característica de operação, com a ligação entre o elemento fixo e o elemento móvel ser efetuada unicamente através de um campo magnético, permite que os MILs sejam utilizados em acionamentos de sistemas com levitação magnética, [Anexo I].
- Devido a sua característica construtiva e funcionamento as composições ferroviárias acionadas por MILs apresentam menor altura em relação aos trilhos, reduzindo a altura total dos mesmos e aumentando a sua estabilidade.
- Pelo fato da altura ser menor os diâmetros construtivos dos túneis para as máquinas ferroviárias acionadas por MILs também são menores, gerando economia de tempo, material e mão de obra na construção.
- Nos MILs a quase inexistência de acoplamentos mecânicos intermediários diminui os problemas inerciais, reduzindo os tempos de aceleração e desaceleração, melhorando o fluxo do funcionamento, observando-se o tipo de aplicação.
- Os custos de produção dos MILs são menores dos que os motores de indução rotativos, permitindo normalizar pequenas gamas de fabricação na medida em que, para se conseguirem maiores forças de tração, permite que se faça associação geométrica e elétrica de várias unidades.
- Os MILs admitem diferentes formas construtivas, que podem ser selecionadas de acordo com o tipo e características de cada aplicação.
- Os MILs praticamente suprimem o atrito, as vibrações e a poluição sonora.
- Neste trabalho de aplicação o MIL apresenta baixo consumo de energia, uma vez que o seu funcionamento é realizado por pulsos de tensão e corrente em pequenos intervalos de tempo.

### 3.7 Perdas nos motores de indução lineares

O motor elétrico é um conversor de energia que transforma a energia elétrica fornecida em energia mecânica com um percentual de perdas.

A Figura 3.10, apresenta um diagrama esquemático das transformações de energia que ocorrem em um motor elétrico.

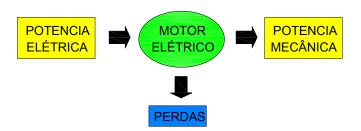


Figura 3.10 - Transformações de energia do motor elétrico.

As perdas inerentes ao processo de transformação, são quantificadas através do rendimento.

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{el}} (\%) \tag{3.1}$$

Onde ( $\eta$ ) apresenta o rendimento do motor, ( $P_{mec}$ ) a potência mecânica transferida pelo motor e ( $P_{el}$ ) a potência elétrica fornecida ao motor.

As perdas que ocorrem num motor dividem-se em quatro diferentes tipos:

### Perdas elétricas:

As perdas elétricas nos condutores são do tipo  $(RI^2)$  e aumentam acentuadamente com a carga aplicada ao motor. Estas perdas, por efeito de Joule podem ser reduzidas, aumentando a seção dos condutores do estator e do linor.

# Perdas magnéticas:

As perdas magnéticas ocorrem nas lâminas de ferro do estator e do linor. Ocorrem devido ao efeito de histerese e às correntes induzidas de Foucault, e variam com a densidade do fluxo e a freqüência.

### Perdas mecânicas:

As perdas mecânicas são devido ao atrito de ventilação devido à oposição do ar. Podem ser reduzidas, usando técnicas de diminuição do atrito e melhoria do sistema de ventilação.

# Perdas parasitas:

As perdas parasitas são devidas a fugas do fluxo, distribuição de corrente não uniforme, imperfeições mecânicas nas aberturas para escoamento do ar, e irregularidades na densidade do fluxo do ar que flui pelas aberturas. Podem ser reduzidas através da otimização do projeto do motor.

A Figura 3.11 apresenta a distribuição das perdas no motor de indução rotativo. As perdas parasitas não são representadas por terem um valor insignificante.

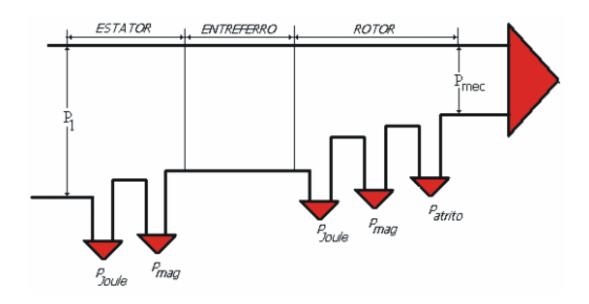


Figura 3.11 - Distribuição das perdas no motor de indução.

O MIL trifásico apresenta perdas por efeito de Joule nos condutores elétricos, perdas por correntes de Foucault e perdas devido à histerese magnética, ou seja:

$$P_{MIL} = P_{Joule} + P_{Foucault} + P_{Histerese}$$
 (3.2)

Onde  $(P_{\it MIL})$  é a perda total do MIL,  $(P_{\it Joule})$  as perdas por aquecimento dos condutores do estator e do linor,  $(P_{\it Foucault})$  as perdas no núcleo de ferro do

estator e do linor pelas correntes induzidas de Foucault e ( $P_{\it Histerese}$ ) as perdas por histerese do núcleo de ferro do estator e do linor.

Entretanto como no MIL a característica de funcionamento faz com que os esforços mecânicos nos rolamentos e mancais na maioria dos casos são menores que os dos rotativos, as perdas por atrito proveniente dos mesmos são menores, e dependendo do tipo de aplicação podem até serem desprezadas.

Uma descrição mais detalhada sobre as perdas no MIL está apresentada no Anexo III.

# 3.8 Campo magnético de translação

No MIL trifásico, os enrolamentos do estator geram um campo pulsante que evolui ao longo do tempo. Este campo é semelhante ao produzido pelo estator de um motor convencional. Neste caso, como o movimento do motor é linear e não circular, o campo é designado de transladante em vez de girante.

A corrente (I) constante no tempo, considerando uma distribuição senoidal de enrolamentos no espaço, gera um campo magnético de distribuição constante no tempo, mas variável no espaço, ao longo do entreferro, e é dados em (Wb) da seguinte forma:

$$B(x) = B_{\text{max}} \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x \tag{3.3}$$

Onde (B(x)) é o campo magnético distribuído ao longo do entreferro,  $(B_{max})$  é a densidade máxima de campo magnético dado em (Wb),  $(\tau)$  é o passo polar (igual ao passo da bobina) dado em (m), (x) é a distância de deslocamento do campo magnético, dado em (m). Como a corrente (i) dada em (A) é alternada senoidal, gera uma onda de campo variável no espaço e no tempo e escrita da forma:

$$B(x,t) = B_m . sen(\omega t) . \cos \frac{\pi}{\tau} . x$$
 (3.4)

Onde  $B_m = K.I_m$  é a intensidade máxima do campo de indução magnética, dado em (Wb),  $(I_m)$  o valor máximo da corrente em (A),  $(\omega)$  a velocidade angular do campo magnético em (rad/s).

Como o MIL é trifásico, ao invés de um enrolamento, temos três enrolamentos iguais e defasados no espaço de 120°, atravessados cada um por um sistema trifásico de correntes, tais que:

$$I_1 = I_m . sen\omega t$$

$$I_2 = I_m . sen(\omega t - 120^\circ)$$

$$I_3 = I_m . sen(\omega t + 120^\circ)$$
(3.5)

Onde  $(I_1)$ ,  $(I_2)$  e  $(i_3)$  são as ondas das correntes em (A) de cada fase que compõem o sistema trifásico.

São criados três campos pulsantes variáveis no espaço e no tempo, e com as transformações matemáticas descritas no Anexo III, teremos estes três campos dados por:

$$B_{1}(x,t) = \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t + \frac{\pi}{\tau}.x) + \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t - \frac{\pi}{\tau}.x)$$

$$B_{2}(x,t) = \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t + \frac{\pi}{\tau}.x - 240^{\circ}) + \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t - \frac{\pi}{\tau}.x)$$

$$B_{3}(x,t) = \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t + \frac{\pi}{\tau}.x + 240^{\circ}) + \frac{B_{m}}{2}.sen(\omega t - \frac{\pi}{\tau}.x)$$

$$(3.6)$$

A onda resultante corresponde à soma destas três ondas pulsantes, ou seja:

$$B(x,t) = B_1(x,t) + B_2(x,t) + B_3(x,t) = \frac{3}{2}B_m \cdot sen(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)$$
(3.7)

A onda resultante é uma onda girante com uma amplitude constante de valor  $\frac{3}{2}B_m$  e uma velocidade em (m/s) dada por:

$$V_S = 2.\tau. f \tag{3.8}$$

O Anexo III apresenta a evolução do campo transladante de um MIL de oito polos durante doze instantes de tempo, correspondendo a um período completo. Mostra também a disposição e sentidos das correntes do sistema trifásico que dão origem ao campo transladante no estator trifásico do MIL. Neste desenvolvimento

não foram incluídos os efeitos transversal de borda e longitudinal de extremidade que serão apresentados em itens específicos mais adiante.

O campo transladante desloca-se com uma velocidade ( $V_{sx}$ ) através do estator. Se este campo for aplicado a uma máquina rotativa, então a sua velocidade em (m/s) será dada por:

$$V_{\rm sx} = 2.\tau. f \tag{3.9}$$

Conclui-se então que a velocidade do campo girante é proporcional ao passo polar do estator trifásico e à freqüência de alimentação. Esta é a velocidade do campo magnético de translação no estator do MIL, e é denominada de velocidade síncrona. Na realidade, o linor não se move a esta velocidade, mas a uma velocidade inferior ( $V_{rx}$ ), que é dada em (m/s) por:

$$V_{rx} = 2.\tau \cdot f \cdot (1 - s) \tag{3.10}$$

Onde (s), é o escorregamento ou deslizamento do linor e é definido por:

$$s = \frac{V_{sx} - V_{rx}}{V_{sx}} \tag{3.11}$$

Concluindo, podemos dizer que a velocidade do linor pode ser controlada através da freqüência de alimentação, ou pelo comprimento do passo polar.

O sentido de translação do campo, que determina o sentido de translação do linor através do estator, depende da seqüência das tensões e das ligações das três fases, que na prática poderá ser invertido, invertendo as ligações de duas fases quaisquer do estator com a linha de alimentação.

# 3.9 Elementos fundamentais no estudo das máquinas de indução trifásicas lineares

No desenvolvimento do projeto de uma máquina de indução linear, vários aspectos devem ser considerados, para que se possa ter uma aproximação mais próxima do real no resultado final.

Tais aspectos influenciam na máquina de indução linear na quantificação da força propulsora, e são efeitos que podem ser definidos [Simone, 1996] como:

- Efeito da presença de ranhuras, ou Fator de Carter.
- Efeito da Dispersão de Fluxo.
- Efeito Pelicular.
- > Efeito Longitudinal de Extremidade.
- Efeito Transversal de Borda, ou Fator de Russell.
- > Empilhamento de Chapas.
- > Fator de enrolamento.

Todos os efeitos influenciam no desempenho da máquina de indução linear, desde o rendimento ao fator de potência.

Como já mencionado anteriormente, a máquina de indução rotativa dotada de rotor em caneca ou gaiola de esquilo é um caso particular da máquina de indução linear. Dentro desta visão, as equações utilizadas no projeto das máquinas de indução rotativas, gaiola de esquilo ou canecas, podem ser aplicadas no desenvolvimento das máquinas de indução lineares, exceto para a condição dos casos em que são levados em conta os efeitos, Transversal de Borda e Longitudinal de Extremidade.

### 3.10 Circuito equivalente do motor de indução linear

O MIL plano pode ser representado por um circuito equivalente, por fase e por estator, semelhante ao utilizado para representar o motor de indução rotativo convencional. O circuito equivalente está representado na Figura 3.12.

Os parâmetros apresentados no circuito são:

- $R_I$  Resistência elétrica de perdas, que representa a resistência dos enrolamentos do estator, por fase.
- $X_I$  Reatância de fugas do estator, por fase. Este reatância representa o fluxo magnético de dispersão do estator. Este fluxo não atravessa o linor, influencia nas perdas na medida em que muda a tensão do ramo magnetizante e a corrente de entrada do estator.

 $R_m$  - Resistência de perdas no ferro devido às correntes de Foucault e histerese magnética do material ferromagnético do estator. O efeito destas perdas é o aquecimento do estator.

 $X_m$  - Reatância de magnetização. Numa máquina elétrica convencional é necessária uma força magnetomotriz para que o fluxo percorra todo o circuito magnético. A reatância de magnetização representa a parcela de corrente para magnetização do circuito magnético.

 $R_L$  - Resistência de perdas do motor. Representa a potência dissipada nesta pelo aparecimento de harmônicas indesejadas no linor e pela ação do efeito longitudinal de extremidade.

 $X'_2$  - Reatância do linor, por fase.

*R'₂/s* - Resistência equivalente do linor referida ao estator, por fase. Representa as perdas por efeito Joule no linor por fase. Esta resistência é uma função do escorregamento do motor.

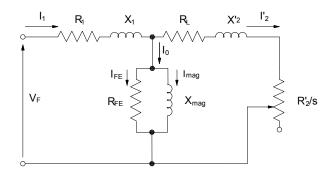


Figura 3.12 - Modelo equivalente do MIL plano, por fase e por estator.

A corrente que atravessa o estator ( $I_I$ ), pode ser decomposta em duas componentes ( $I'_I$ ) representa a componente da corrente do estator necessária para alimentar a carga e ( $I_{I0}$ ) representa a corrente de magnetização que cria a onda de densidade de fluxo magnético de translação.

A corrente do linor ( $I_2$ ) apresenta duas componentes ( $I'_2$ ), a qual é igual a ( $I'_1$ ) e ( $I_{20}$ ) que é a corrente de magnetização da onda refletida pelo efeito longitudinal e extremidade. O circuito equivalente representado é utilizado para analisar o comportamento de motores lineares de estator simples de baixa velocidade, uma vez que para este tipo de motor os efeitos de borda são pequenos.

### 3.11 Análise unidimensional do motor de indução linear

A análise unidimensional do MIL é feita tomando-se um motor com duplo estator curto face e linor longo.

Este tipo de motor foi escolhido por apresentar elevada força propulsora e uma força normal menor que seu semelhante de face única, além do fato de possuir um custo de construção relativamente baixo, se comparado aos motores de estator longo. Para este motor, mostrado na Figura 3.13, algumas hipóteses iniciais são consideradas:

- a) Os núcleos dos estatores são construídos de forma a apresentar elevada resistência elétrica (núcleos laminados) e uma elevada permeabilidade magnética, sendo que, para desenvolvimentos analíticos, esta será considerada infinita.
- O circuito magnético opera livre de saturação, face a grande espessura do entreferro.
- c) As correntes primárias são representadas por duas lâminas de corrente que circulam somente na direção z, e tem comportamento senoidal.
- d) A onda de força magnetomotriz, (*fmm*), se translada na direção do movimento do linor, direção *x*.
- e) O linor de comprimento muito grande e proporcionalmente muito fino (h) apresenta correntes induzidas que circulam somente na direção z, com permeabilidade magnética assumida semelhante a do ar  $(\mu_0)$ .
- f) A profundidade do núcleo de ferro na direção z é tomada como sendo unitária (1 metro).
- g) A densidade de campo magnético é função de x (espaço) e de t (tempo) e está orientada na direção y.

A seguir são apresentados conceitos fundamentais para estabelecimento do Modelo Unidimensional do MIL.

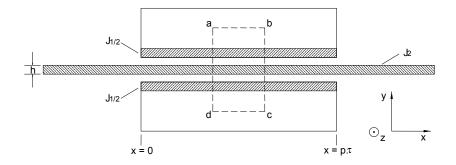


Figura 3.13 - Vista lateral do MIL de dupla face, com estator curto e linor longo.

### 3.12 Densidade linear de corrente no estator

Os MILs são dotados em sua maioria de enrolamentos trifásicos inseridos em ranhuras dispostas ao longo da superfície do estator. A corrente nos enrolamentos fica distribuída de forma discreta em condutores concentrados nessas ranhuras. Essa disposição determina a forma de onda de força magnetomotriz que pode ser modificada através da distribuição das bobinas de uma mesma fase, em diversas ranhuras.

No estudo das máquinas elétricas os enrolamentos trifásicos podem ser distribuídos por lâminas de corrente fictícias fluindo em condutores lisos, onde a distribuição de corrente se manifesta de forma contínua pela superfície interna dos mesmos. Teoricamente a lâmina de corrente deve produzir uma onda fundamental de força magnetomotriz semelhante àquela que seria observada no motor dotado de ranhuras.

O conceito de lâmina de corrente tem se mostrado muito útil no estudo dos MILs, sendo utilizado por diversos pesquisadores em seus trabalhos. Adota-se para a onda fundamental de densidade linear de corrente do estator, que se desloca no sentido positivo do eixo x, a seguinte expressão:

$$j_1 = J_{1m} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x\right) \tag{3.12}$$

Na expressão (3.12), ( $J_{1m}$ ) é o valor máximo da densidade linear de corrente (A/m), ( $\omega$ ) é a freqüência angular da fonte de alimentação e ( $\tau$ ) é o comprimento do passo polar (m). O valor máximo (pico) da densidade linear de corrente corresponde a um único estator do motor mostrado na Figura 3.13 é:

$$J_{sm} = \frac{J_{1m}}{2} \tag{3.13}$$

com:

$$J_{sm} = \frac{3.N_f . I_{fm} . k_w}{p.\tau}$$
 (3.14)

onde (p) é número de polos do estator,  $(k_w)$  o fator de enrolamento,  $(I_{fm})$  o valor máximo da corrente que circula pelos condutores do estator e  $(N_f)$  o número de condutores ativos por estator e por fase, que é igual ao dobro do número de espiras por estator e por fase  $(N_f)$ .

Quando a corrente que circula pelos condutores do estator é tomada em seu valor eficaz, a densidade linear de corrente, em (A/m), é expressa por:

$$J_s = \frac{J_{sm}}{\sqrt{2}} \tag{3.15}$$

### 3.13 Fator de enrolamento para o MIL

Os enrolamentos nas máquinas de indução trifásicas são executados em bobinas dispostas em ranhuras nos pacotes dos estatores correspondentes. O número de ranhuras de um estator trifásico é determinado pela equação:

$$N_{RE} = 3.p.q$$
 (3.16)

Observa-se que estão presentes na equação o número de polos do pacote do estator e o número de ranhuras por pólo e por fase (q).

O passo polar  $(\tau)$  pode ser determinado pela expressão:

$$\tau = \left(\frac{\pi . D}{p}\right) \tag{3.17}$$

Onde (D) é o diâmetro do entreferro.

Como as ranhuras estão distribuídas ao longo de um comprimento interno do estator ou externo do rotor, pode-se estabelecer relação entre comprimento de circunferência e número de ranhuras:

$$\tau_{ranhuras} = \left(\frac{N_{RE}}{p}\right) \tag{3.18}$$

Onde ( $au_{ranhuras}$ ) é o passo polar dado em ranhuras.

Um enrolamento em uma máquina de indução trifásica pode ter suas bobinas com passo pleno ou distribuído.

A expressão que leva a obtenção do *Fator de Distribuição do Enrolamento*  $(k_d)$ , é dado pela expressão:

$$k_{d} = \left\lceil \frac{sen\left(\frac{\pi}{2.3}\right)}{q.sen\left(\frac{\pi}{2.3.q}\right)} \right\rceil$$
 (3.19)

O enrolamento da máquina de indução trifásica pode ter suas bobinas com passo pleno ou passo encurtado.

As razões para se utilizar encurtamento do passo em enrolamentos de máquinas de indução são devidas a:

a) Com o encurtamento do passo das bobinas, a testa do enrolamento tornase menor e as bobinas têm maior rigidez mecânica. A reatância de dispersão que tem na testa de bobina um de seus principais componentes tem seu valor reduzido quando se introduz o encurtamento de passo, modificando os parâmetros do circuito elétrico equivalente da máquina, o que modifica sua corrente em vazio, sua corrente de partida e seu conjugado.

- b) Com o encurtamento do passo da bobina, consegue-se diminuir a influência de alguns harmônicos espaciais do fluxo. Isto é extremamente benéfico para o comportamento do conjugado do motor no seu estágio de aceleração e para a forma final do sinal de força eletromotriz induzida nas fases do enrolamento.
- O *Fator de Encurtamento de Passo* do enrolamento  $(k_p)$  é definido em função do ângulo de encurtamento do enrolamento  $(\beta)$ , que representa o *Passo da Bobina* em forma angular, e é definido por:

$$k_{P} = sen\left(\frac{\beta}{2}\right) \tag{3.20}$$

O *Fator de Enrolamento* ( $k_w$ ) para o enrolamento das máquinas de indução pode então ser definido como:

$$k_{w} = k_{d} \cdot k_{p} \tag{3.21}$$

No anexo IV está descrito de forma mais detalhada a forma de dedução matemática que envolve as expressões ligadas à obtenção do fator de enrolamento para as máquinas de indução trifásicas.

# 3.14 Densidade de campo magnético no entreferro

A Lei de Ampère, em sua forma diferencial aplicada ao laço fictício (*abcd*), praticado no motor da Figura 3.13, fornece:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{3.22}$$

Como as freqüências de operação dos motores de indução lineares são relativamente pequenas, as correntes de deslocamento podem ser desprezadas, e:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \tag{3.23}$$

Para desenvolver-se o rotacional aplicado à intensidade de campo, admitemse as seguintes hipóteses:

- A densidade de campo magnético terá somente componente na direção do eixo y.
- Toda a energia está armazenada no entreferro na forma de um campo magnético.

Respeitadas as hipóteses propostas anteriormente, a intensidade de campo magnético na direção y será:

$$\frac{\partial Hy}{\partial x} = \frac{j_1 + j_2}{g} \tag{3.24}$$

onde (g) é o comprimento do entreferro (distância entre os dois estatores),  $(j_1)$  a densidade linear de corrente do estator e  $(j_2)$  a densidade linear de corrente do linor.

Definindo-se b(x,t) = b, como a densidade de campo magnético presente na direção y, função do deslocamento e do tempo, pode-se escrever:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} = j_1 + j_2 \tag{3.25}$$

Aplicando a Lei de Faraday ao laço mostrado na Figura 3.13 e considerando que o campo elétrico somente possui componente na direção *z*:

$$\frac{\partial Ez}{\partial x} = \frac{\partial b}{\partial t} + V_{rx} \cdot \frac{\partial b}{\partial x}$$
 (3.26)

Da expressão anterior, pode-se observar que a força eletromotriz presente possui duas componentes, mocional e variacional, onde  $(V_{rx})$  é a velocidade de deslocamento da lâmina secundária. Como a densidade de campo possui somente componentes na direção y, pode-se desprezar a dispersão de fluxo no linor e considerar que toda a força eletromotriz presente está ligada à queda resistiva:

$$ez = \rho_r.j_2 \tag{3.27}$$

Onde  $(\rho_r)$  é a resistividade superficial da lâmina secundária, dada pela relação entre a resistividade volumétrica do material pela espessura da lâmina, como mostrado a seguir:

$$\rho_r = \frac{\rho_v}{h} \tag{3.28}$$

Então a expressão (3.25) é escrita como:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} = j_1 + \frac{ez}{\rho_x} \tag{3.29}$$

Derivando-se a expressão (3.29), em relação a (x), encontra-se:

$$\frac{\partial ez}{\partial x} = \rho_r \cdot \frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \rho_r \cdot \frac{\partial j_1}{\partial x}$$
 (3.30)

Das expressões (3.25), (3.26) e (3.29) resulta:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{V_{rx}}{\rho_r} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_r} \cdot \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial j_1}{\partial x}$$
(3.31)

A expressão (3.31) descreve o comportamento da onda de densidade de campo magnético no entreferro do MIL mostrado na Figura 3.13. O terceiro termo do primeiro membro da expressão (3.31) é uma derivada de b(x,t) em relação ao tempo, diferindo-se dos outros termos. Portanto, para trazer a necessária homogeneidade, procedem-se modificações neste termo. A solução particular desta expressão é do tipo:

$$b_{s}(x,t) = B_{s}.\cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \delta_{s}\right)$$
(3.32)

O desenvolvimento da expressão (3.31) através da utilização das expressões (3.14) e (3.32), permite obter os valores de ( $B_s$ ) e ( $\delta_s$ ).

$$B_{s} = \frac{J_{s}}{\sqrt{\left[\frac{\pi g}{\tau \cdot \mu_{0}}\right]^{2} + \left[\frac{s \cdot V_{sx}}{\rho_{r}}\right]^{2}}}$$
(3.33)

$$tg(\delta_s) = \frac{\pi \cdot \rho_r \cdot g}{\mu_0 \cdot \tau \cdot s \cdot V_{sx}}$$
(3.34)

Sendo ( $V_{sx}$ ) a velocidade linear síncrona da densidade de campo magnético no entreferro e (s) o escorregamento.

A expressão (3.33) permite determinar a densidade de campo magnético no entreferro dos MILs operando com dois estatores dotados de enrolamento (estatores ativos). Nesta expressão observa-se que a densidade de campo magnético varia com o escorregamento, apresentando maiores magnitudes para o motor operando em velocidade síncrona (s = 0) e valores mínimos para o motor com linor bloqueado (s = 1).

Derivando-se a expressão de b(x,t), escrita na forma exponencial, em relação ao tempo, resulta:

$$\frac{\overrightarrow{\partial b}}{\partial t} = j.\omega.b \tag{3.35}$$

A expressão (3.35) aplicada em (3.31), leva a uma equação diferencial de segunda ordem, não homogênea, a coeficientes constantes:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{V_{rx}}{\rho_r} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_r} \cdot j \cdot \omega \cdot b = \frac{\partial j_1}{\partial x}$$
(3.36)

A equação homogênea de (3.36) tem como raízes:

$$k_{1}, k_{2} = \frac{\mu_{0}.V_{rx}}{2.g.\rho_{r}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\mu_{0}.V_{rx}}{g.\rho_{r}}\right)^{2} + j.\frac{4.\omega.\mu_{0}}{g.\rho_{r}}}$$
(3.37)

O segundo membro da expressão (3.37) é uma raiz quadrada de número complexo, e pode ser analisado separadamente de forma a obter-se a parte real e a parte imaginária do mesmo:

$$M + j.N = \sqrt{\left(\frac{\mu_0.V_{rx}}{g.\rho_r}\right)^2 + j.\frac{4.\omega.\mu_0}{g.\rho_r}}$$
(3.38)

Os termos (M) e (N) da expressão (3.38) são números reais e juntamente com (3.37), conduzem a:

$$k_{1} = \frac{\mu_{0} \cdot V_{rx} - \rho_{r} \cdot g \cdot M}{2 \cdot g \cdot \rho_{r}} - j \frac{N}{2} = \frac{1}{\alpha_{1}} - j \cdot \frac{\pi}{\pi e}$$
(3.39)

$$k_2 = \frac{\mu_0 \cdot V_{rx} + \rho_r \cdot g \cdot M}{2 \cdot g \cdot \rho_r} + j \frac{N}{2} = \frac{1}{\alpha_2} + j \cdot \frac{\pi}{\pi}$$
 (3.40)

Observando-se as igualdades propostas em (3.39) e (3.40), encontra-se:

$$\alpha_{1} = \frac{2.\rho_{r}.g}{\rho_{r}.g.M - \mu_{0}.V_{rx}}$$
(3.41)

$$\alpha_2 = \frac{2.\rho_r.g}{\rho_r.g.M + \mu_0.V_{rx}}$$
 (3.42)

$$\tau_e = \frac{2.\pi}{N} \tag{3.43}$$

Os termos  $(\alpha_1)$ ,  $(\alpha_2)$  e  $(\tau_e)$  são todos positivos e conduzem à uma expressão para a onda de densidade de campo magnético que se translada pelo entreferro do MIL com velocidade síncrona  $(V_{sx})$ . A solução geral para b(x,t) é:

$$b(x,t) = b_s(x,t) + b_1(x,t) + b_2(x,t) =$$

$$=B_{S}.\cos\left(\omega t - \frac{\pi .x}{\tau} + \delta_{S}\right) + B_{1}.e^{-\frac{x}{\alpha_{1}}}.\cos\left(\omega t - \frac{\pi .x}{\tau e} + \delta_{1}\right) + B_{2}.e^{-\frac{x}{\alpha_{2}}}.\cos\left(\omega t + \frac{\pi .x}{\tau e} + \delta_{2}\right)$$
(3.44)

A equação (3.44) mostra o comportamento da densidade de campo magnético no entreferro do MIL e é composta por três ondas. A primeira, de

comprimento de onda  $(2.\tau)$ , representa a onda fundamental de campo magnético  $b_S(x,t)$ , que seria esperada em um motor de comprimento infinito. A segunda,  $b_I(x,t)$ , de comprimento de onda  $(2.\tau_e)$ , possui uma constante de atenuação  $(1/\alpha_1)$ , viajando no mesmo sentido e possuindo a mesma freqüência angular que a onda fundamental. Esta segunda onda representa o efeito longitudinal de extremidade de entrada, que é um fenômeno que aparece na região onde a lâmina móvel penetra no entreferro da máquina. A terceira e última onda  $b_2(x,t)$ , também de comprimento  $(2.\tau_e)$ , possui uma constante de atenuação  $(1/\alpha_2)$ , apresentando a mesma freqüência angular, porém, viajando em sentido contrário à da primeira. Esta última componente conduz o efeito longitudinal de extremidade de saída, mostrando o fenômeno que ocorre quando o linor deixa a região do entreferro. As amplitudes  $(B_I)$  e  $(B_I)$  são determinadas a partir de condições de contorno.

O passo polar das ondas de efeito de extremidade de entrada e saída  $\tau e$  é função do ponto de operação do MIL, ou seja, função do escorregamento.

Analisando-se a expressão (3.44), observa-se que as ondas  $b_1(x,t)$  e  $b_2(x,t)$  representam as distorções de campo provocadas pelas extremidades dos estatores. Como já foi mencionado, além de viajarem em sentidos contrários, as mesmas são amortecidas por constantes diferentes ( $1/\alpha_1$  e  $1/\alpha_2$ ).

A constante de atenuação  $(1/\alpha_1)$  pode assumir valores muito superiores aos assumidos por  $(1/\alpha_2)$ , para um mesmo motor e uma mesma velocidade de operação. Sendo assim, o comprimento de penetração da onda longitudinal de extremidade de entrada é muitas vezes superior ao da onda longitudinal de extremidade de saída.

A onda de extremidade de entrada atua ao longo de um comprimento muito grande do indutor do MIL, enquanto que a atuação da onda longitudinal de extremidade de saída fica restrita a regiões próximas ao final do bloco do indutor. Devido a esta pequena influência da onda de extremidade de saída, a maioria dos autores despreza a sua presença e a expressão para onda de densidade de campo magnético no entreferro pode ser simplificada, como mostrado na expressão:

$$b(x,t) = B_S \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi \cdot x}{\tau} + \delta_S\right) + B_I \cdot e^{-\frac{x}{\alpha_I}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi \cdot x}{\tau e} + \delta_I\right)$$
(3.45)

onde o efeito longitudinal de extremidade de entrada é responsável pela maior alteração das características da densidade de campo magnético no entreferro do MIL.

### 3.15 Fator de Qualidade

O MIL é uma máquina elétrica constituída por um circuito magnético e um circuito elétrico, Figura 3.14(a). Sejam quais forem os aspectos em estudo, estes dependem sempre dos fatores construtivos da máquina, os quais, depois da máquina construída não podem ser alterados.

Observando-se as equações da densidade de campo magnético do motor de indução linear, nota-se que seu comportamento está ligado a variáveis características importantes, tais como resistividade da lâmina linórica, espessura do entreferro, passo polar e freqüência da fonte de alimentação. O comportamento da máquina é sensivelmente alterado quando um destes parâmetros é modificado. Desta forma pode-se caracterizar ou qualificar um MIL através destes parâmetros.

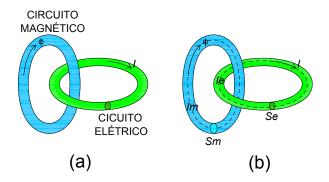


Figura 3.14 - Circuitos elétrico e magnético num dispositivo eletromagnético

Define-se Fator de Qualidade de uma máquina elétrica como o produto do fluxo magnético pela corrente elétrica que atravessa a máquina. A máquina será tanto melhor quanto maior for o seu fator de qualidade.

O Fator de Qualidade (Q) proposto por [Laithwaite, 1976], visa qualificar os sistemas conversores eletromagnéticos com base na observação de suas características elétricas e magnéticas.

A princípio, algumas das propriedades das máquinas elétricas, tais como o rendimento, podem levar a uma classificação dos MILs. No entanto, máquinas com rendimentos idênticos podem apresentar tamanhos e custos diferentes.

Como toda máquina elétrica pode ser analisada como a composição de um circuito elétrico com um circuito magnético, pode-se expressar sua "qualidade" através de elementos que observem os dois circuitos. Assim, admite-se que o melhor circuito elétrico produz a maior corrente para uma dada força eletromotriz (fem), enquanto que o melhor circuito magnético produz o maior fluxo para uma dada força magnetomotriz (fmm).

Nas máquinas elétricas, a corrente e o fluxo estão associados tanto a força eletromotriz (fem) quanto a força magnetomotriz (fmm). Portanto a interação entre o circuito primário e o secundário ocorre através da corrente elétrica e do fluxo magnético. O produto destas duas grandezas é responsável pela força nos dispositivos que efetuam a conversão eletromecânica de energia. O fator de qualidade (Q) está, então, ligado a fatores como resistência elétrica e relutância dos circuitos e quanto menores forem estes elementos, maior será a "qualidade" do dispositivo.

A definição do fator de qualidade de uma máquina é importante para que se tenha noção daquilo que ela irá realizar, e o que pode ser alterado, de modo que se obtenha uma máquina com melhor rendimento possível.

A expressão (3.46) mostra que o fator de qualidade é inversamente proporcional à resistência e à relutância.

$$Q = \frac{\omega}{\Re Rs} \tag{3.46}$$

O inverso do produto da resistência (Rs) pela relutância ( $\Re$ ), na expressão (3.46), possui dimensão de tempo, de forma que (Q) resulte adimensional. O fator de proporcionalidade ligado ao tempo, para as máquinas que operam em corrente alternada, é a freqüência angular ( $\omega$ ).

A expressão (3.46) pode ser particularizada para expressar o fator de qualidade de um MIL [Laithwaite, 1976]. Para este tipo de motor, admite-se um passo polar igual a ( $\tau$ ), um entreferro (g), uma resistividade superficial do linor igual a ( $\rho_r$ ), e uma freqüência angular ( $\omega$ ), resultando:

$$Q = \frac{\mu_0 \cdot \tau \cdot \omega}{\pi^2 \cdot \rho_r \cdot g} \tag{3.47}$$

O Fator de Qualidade descrito na expressão (3.47), apesar de sua utilidade para a análise dos MILs, não incorpora um importante fenômeno, característico destes motores, denominado de Efeito Transversal de Borda (ETB), fundamentalmente ligado à geometria da máquina.

A presença do ETB nos motores assíncronos lineares é responsável por uma não uniformidade na distribuição de correntes na lâmina linórica. Essa não uniformidade provoca um aparente aumento na resistividade da lâmina e uma redução na força propulsora, sendo, portanto necessária a sua inclusão na expressão (3.47).

O ETB, analisado por diversos autores, notadamente [Russell e Norsworthy, 1958], é incluído nos modelos matemáticos através de um fator que modifica a resistividade do linor.

Portanto, da expressão final do fator de qualidade do MIL, (3.47) resultam as seguintes conclusões:

O fator de qualidade depende diretamente do passo polar. Isto significa que quanto maior for o passo polar maior será este fator, porque um aumento do passo polar implica num aumento da área efetiva dos circuitos magnético e elétrico, provocando aumento do fluxo e da corrente linórica, e consequentemente, da força longitudinal.

Por outro lado, o aumento do passo polar implica também num aumento da velocidade do MIL, uma vez que esta é dada por ( $v=2.\,\tau.f$ ). Portanto, necessitamos de uma relação entre o fator de qualidade e a velocidade pretendida para a operação do motor.

Contém o termo frequência (f), o que se seria de esperar na medida em que se refere a uma máquina de corrente alternada.

O fator de qualidade varia inversamente com a resistividade superficial do linor, ( $\rho_s$ ). Verifica-se que quanto maior a intensidade do campo magnético, menor a resistividade, maior será a o valor do comprimento do entreferro.

O fator de qualidade também varia inversamente com o entreferro (g). Verifica-se que para um entreferro menor, menor será a relutância do circuito magnético. De acordo com a definição do circuito magnético, [Duarte Oliveira, 2000], para a mesma força magnetomotriz, quanto menor for a relutância do circuito maior será o fluxo magnético.

#### 3.16 Efeito Transversal de Borda

A análise unidimensional efetuada na distribuição da densidade de campo magnético no entreferro dos MILs pressupõe que as correntes induzidas no linor possuem componentes apenas na direção z. Entretanto, esta hipótese não permite considerar a circulação de correntes na região do linor externa ao entreferro, nos motores que possuem lâmina secundária com largura maior que a dos estatores e que formam o caso geral dessas máquinas. Assim os caminhos de corrente são considerados como perfeitamente uniformes, não se considerando circulação de correntes na direção x e os fechamentos das linhas de corrente no linor, na região do entreferro dos MILs. Assim uma potência dissipada adicional, relativa às perdas na lâmina deveriam ser consideradas.

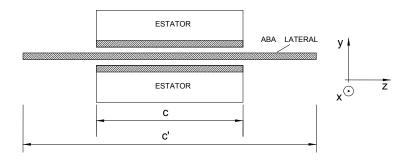


Figura 3.15 - Corte transversal do MIL

A Figura 3.15 representa, esquematicamente, um corte transversal efetuado em um MIL, com os blocos do estator de largura (c) o linor de largura (c), que viaja

na direção x com velocidade ( $V_{rx}$ ). A relação entre as larguras do indutor e do linor (c/c'), juntamente com a resistividade da lâmina, são importantes elementos no estudo do Efeito Transversal de Borda (ETB), que atua modificando a trajetória das correntes estabelecidas no secundário.

Observando-se linores com abas de diversos motores, constata-se que aqueles cuja lâmina linórica possui a mesma largura do estator (c/c'=I), apresentam distribuição de correntes com componentes de menor intensidade se comparadas ao motor com linor com abas maiores que o estator, contribuindo para a força propulsora final de translação (componentes de corrente na direção z), além de apresentarem instabilidade lateral em seu movimento [Gieras, 1993]. Por outro lado, os motores que apresentam a largura de lâmina muito maior que a largura do estator (c/c' << I), não apresentam vantagens significativas em seu desempenho, além do fato de elevarem o custo de construção destes motores.

Para determinar-se corretamente a largura da lâmina, pode-se utilizar fatores de correção de sua resistividade como uma importante ferramenta de projeto, além da observação das características particulares de cada aplicação.

O estudo do ETB para a determinação do valor ideal da relação (c/c'), mostra que este efeito é diferente em origem e natureza do Efeito Longitudinal de Extremidade, pois, não é originário do movimento relativo entre indutor e linor e não envolve fenômenos transitórios de qualquer natureza.

A determinação da resistividade da lâmina do linor pode incluir em seu cálculo, um fator de correção que envolva o ETB através da observação do comportamento não uniforme da distribuição das correntes circulantes no linor. Este fator afeta fortemente os modelos matemáticos para simulação dos MILs.

Diversos autores analisaram o ETB e estabeleceram fatores que, modificando a resistividade da lâmina linórica, introduzem este efeito no comportamento dos modelos dos MILs. A escolha do modelo matemático a ser utilizado para a caracterização do ETB deve ser feita considerando-se, principalmente, a precisão do modelo adotado.

Os trabalhos desenvolvidos por [Russell e Norsworthy, 1958] são os mais utilizados para o estudo deste fenômeno. Desse modo, o fator de correção para a resistividade superficial do linor ( $k_s$ ) proposto por Russell deverá ser adotado, em face de sua simplicidade de cálculo, sempre que atenda a precisão desejada.

O fator proposto por Russell ( $k_s$ ), é dado pela expressão:

$$k_{S} = \frac{tgh(\varepsilon_{X})}{\varepsilon_{X}.(I + tgh(\varepsilon_{X}) + tgh(\varepsilon_{Y}))}$$
(3.48)

onde:

$$\varepsilon_X = \frac{\pi . c}{2 \tau} \tag{3.49}$$

$$\varepsilon_{Y} = \frac{\pi \cdot (c' - c)}{2 \cdot \tau} \tag{3.50}$$

O fator mostrado na expressão (3.48) é função apenas de parâmetros mecânicos do MIL e sua variação se observa com a modificação do comprimento das abas do motor (c'-c). [Yamamura, 1972] e [Simone, 1992], analisaram a variação de ( $k_s$ ) com o comprimento das abas do linor e mostraram que a partir de certo valor destas, o fator ( $k_s$ ) é praticamente constante, sendo, portanto, inútil qualquer aumento. Assim pode-se demonstrar que um valor ótimo para o comprimento da aba, ligado ao passo polar ( $\tau$ ), é obtido quando  $\varepsilon_y = I$ . Portanto:

$$I = \frac{\pi \cdot (c' - c)}{2\tau} \tag{3.51}$$

$$\frac{\left(c'-c\right)}{2} = \frac{\tau}{\pi} \tag{3.52}$$

A expressão (3.52) mostra que o comprimento ideal da aba é cerca de um terço do comprimento do passo polar ( para  $\varepsilon_{_Y}=I$  ).

A resistividade superficial do linor, considerando-se a presença do ETB, é alterada para um novo valor, dado por:

$$\rho_c = \frac{\rho_r}{k_S} \tag{3.53}$$

O fator ( $k_S$ ), por ter valor menor que 1, aumenta a resistividade da lâmina, provocando uma redução no fator de qualidade (Q) e, como pode ser observado em simulações, aproxima o comportamento do modelo matemático do modelo real.

O fator de qualidade, agora considerando o ETB é denominado de fator de qualidade realístico (Qe), e calculado a partir de:

$$Qe = \frac{\mu_0 \cdot \tau^2 \cdot \omega}{\pi^2 \cdot \rho_c \cdot g} \tag{3.54}$$

De forma semelhante ao procedimento executado para incluir o ETB, outros fenômenos poderiam ser introduzidos no estudo do fator de qualidade, tornando o estudo ainda mais próximo do sistema real. Se forem considerados outros efeitos, como o Efeito Pelicular, que em baixas freqüências pode ser desprezado, o efeito do Fator de Carter, entre outros, pode-se introduzir novos fatores que modificam o fator de qualidade (Q), encontrando um novo fator de qualidade realístico (Qe), que caracteriza melhor a máquina real.

# 3.17 Efeito Longitudinal de Extremidade

A característica mais importante no estudo dos MILs é, sem dúvida, o fato destes apresentarem um estator com extremidades, favorecendo o aparecimento de perturbações no fluxo das regiões de entrada (Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada) e de saída (Efeito Longitudinal de Extremidade de saída) do motor. Para observar estes fenômenos, admite-se que o sistema de referência está colocado no estator, que é imóvel, como mostrado na Figura 3.16 e, admite-se que o linor se move com velocidade ( $V_{rx}$ ), no sentido positivo do eixo x, de forma semelhante ao campo magnético de translação, que viaja com velocidade ( $V_{sx}$ ). O ponto (x= $\theta$ ) caracteriza a região de entrada da lâmina no campo magnético e, portanto, a extremidade de entrada e o ponto (x=x0), caracteriza a região de saída da lâmina do campo, ou seja, a extremidade de saída.

O Efeito Longitudinal de Extremidade (ELE), observado nos MILs, está relacionado com o movimento do linor em relação aos estatores e atua de forma diferente em MILs de mesmas características mecânicas e diferentes velocidades.

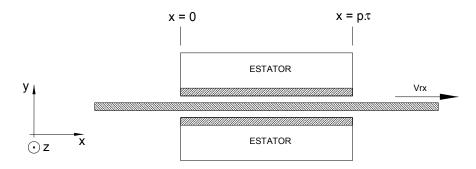


Figura 3.16 - Vista Longitudinal do MIL

O comportamento do motor de arco da Figura 3.16 é semelhante ao do MIL de estator curto, mostrado na Figura 3.18, onde pode-se visualizar o Efeito Longitudinal de Extremidade.

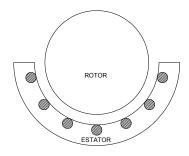


Figura 3.17 - Motor setorial em arco de 180º

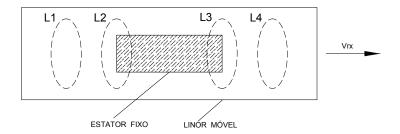


Figura 3.18 - Laços Fictícios praticados no Linor em movimento

Traçando-se sobre a lâmina secundária do motor, quatro laços fictícios, fazse a observação para um instante particular  $(t_I)$ . Os laços (LI) e (L4) estão muitos distantes das extremidades do estator de forma a permitir afirmar que os mesmos não concatenam fluxo magnético no instante ( $t_I$ ). Não concatenando fluxo, não estão sujeitos a variações deste, portanto, não estão sujeitos a forças eletromotrizes induzidas e, tampouco, a correntes elétricas circulantes.

Os laços (L2) e (L3), por sua vez, concatenam fluxo magnético variante no tempo e no espaço e estão sujeitos a forças eletromotrizes induzidas, por apresentarem velocidade em relação ao campo magnético de translação. Como o estator está estático em relação ao referencial externo e como o campo magnético viaja no sentido positivo de (x), ou seja, o mesmo sentido do linor são observados diversos fenômenos nestes laços.

Como é a lâmina que se movimenta, a extremidade da esquerda do indutor Figura 3.18, é a de entrada e a da direita a extremidade de saída. Os pontos situados na metade esquerda do laço (L2) estão fora da região ativa, enquanto que os pontos da metade direita estão imersos no fluxo magnético gerado pelo indutor. No laço (L3), apresenta-se a situação inversa.

A situação imposta pelas correntes induzidas no linor, na região (L2), está estabelecida de forma a opor-se ao crescimento do fluxo concatenado pelo mesmo. No laço (L3), a reação imposta pelas correntes atua no sentido de se opor ao decrescimento do fluxo concatenado pelo referido laço, o que já evidencia comportamento distinto para as duas extremidades.

O fato de haver circulação de correntes no laço (L3), após sua saída da região ativa, é motivo do aumento das perdas por correntes parasitas, além da interação do fluxo magnético criado por estas correntes com o fluxo magnético de espraiamento do estator dar origem a uma componente de força frenante, fato que é tão mais pronunciado quanto maior for a velocidade relativa entre lâmina que forma o linor e o indutor.

Como existe corrente induzida no laço (L2), ocorre o aparecimento de um forte fluxo magnético que interage com o fluxo magnético de translação, alterando o comportamento da força de propulsão, no sentido de reduzí-la. Desta forma, as extremidades do estator dão origem a duas componentes de forças frenantes que caracterizam o Efeito de Extremidade Longitudinal (de entrada e de saída).

Como visto no item 3.14, os efeitos observados nas extremidades do estator propagam-se através do entreferro, distorcendo o campo magnético de translação em regiões distantes das extremidades. A penetração da perturbação de fluxo, devido aos efeitos extremidades, está ligada, principalmente, à velocidade do MIL.

Nos conversores de alta velocidade, a influência da perturbação que ocorre na extremidade de entrada é muito maior que a perturbação que ocorre na extremidade de saída. Deve-se lembrar que o Efeito Transversal de Borda também se faz presente juntamente com os Efeitos Longitudinais de Extremidades.

Para motores de baixas velocidades, o Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada é atenuado mais rapidamente e sua influência no desempenho do motor é menor quer nos motores de alta velocidade.

# 3.18 Número de Reynolds magnético

Observa-se do estudo dos efeitos de extremidade, que a velocidade do MIL constitui um importante subsídio para sua análise.

Como o Efeito Longitudinal de Extremidade atua de forma diferente para motores de alta e baixa velocidades, surge a necessidade de classificar-se os motores, partindo-se de sua velocidade nominal de operação, em grupos que apresentam mesmo comportamento. Segundo [Yamamura, 1972], pode-se classificar os motores a partir do valor obtido pela expressão:

$$N_{rm} = \frac{\mu_0 \cdot (V_{rx})^2}{4 \cdot \omega \rho_c \cdot g}$$
 (3.55)

A expressão (3.55) representa o "Número de Reynolds Magnético", e permite classificar os motores quanto a sua velocidade. Um motor apresenta comportamento de alta velocidade quando ( $N_{rm}$ ) assume valores muito superiores à unidade e, de baixa velocidade quando ( $N_{rm}$ ) assume valores menores que a unidade, ou seja:

 $N_{rm} >> 1$  - Motores de comportamento de alta velocidade

 $N_{rm}$  < 1 - Motores de comportamento de baixa velocidade

Existe também, a situação em que  $(N_{rm})$  assume valores pouco maiores que a unidade. Neste caso, consideram-se os motores como de velocidade

intermediária, devendo-se proceder a uma análise mais detalhada dos efeitos provocados pelas extremidades, principalmente a de entrada.

O "Número de Reynolds Magnético" (Nrm), pode também ser expresso em função do fator de qualidade (Q), tomando-se como base duas equações importantes no estudo dos MILs, as expressões  $V_{sx}=2.\tau.f$  e  $V_{rx}=(1-s).V_{sx}$ , identificadas como (3.9) e (3.10), onde ( $V_{sx}$ ) é a velocidade síncrona do campo magnético de translação do motor, (s) o escorregamento e (f) a freqüência da fonte de alimentação.

O "Número de Reynolds Magnético" ( $N_{rm}$ ), pode então ser expresso por:

$$N_{rm} = \frac{(1-s)^2}{4}.Q$$
 (3.56)

O escorregamento na expressão (3.56), pode então ser adotado, para análises, como o referente à velocidade nominal de operação do MIL.

A influência do Efeito Longitudinal de Extremidade na força propulsora pode diferir em muito, para diferentes classes de velocidade de operação. Assim, MILs caracterizados como de baixa velocidade possuem força propulsora máxima reduzida a apresentam como característica particular, o fato de desenvolverem força em velocidade síncrona. Os MILs de média velocidade apresentam maior redução de força propulsora máxima, se comparado com os MILs de baixa velocidades, enquanto os MILs de elevadas velocidades apresentam uma redução ainda maior na força máxima, que é praticamente a força gerada em sua partida e apresentam força nula em velocidades pouco menores que a síncrona.

# 3.19 Inclusão do Efeito Longitudinal de Extremidade

A modelagem de um MIL através de circuitos elétricos equivalentes é possível de ser realizada e pode ser uma excelente ferramenta para o estudo destes motores, permitindo o cálculo da força propulsora, tensão (para um MIL operando com corrente eficaz constante), fator de potência e rendimento, através de um modelo que é muito semelhante ao utilizado nos motores de indução rotativos.

Um modelo matemático utilizado para simular um MIL com linor longo, operando com um ou dois estatores ativos com seus parâmetros calculados através da teoria e projeto desenvolvidos por [Simone, 1992], onde cada parâmetro é calculado a partir de informações construtivas do motor, como dimensões do estator, número de ranhuras, tipo de enrolamento, entreferro, espessura do linor, largura do linor, corrente nominal, pode ser representado na Figura 3.19.

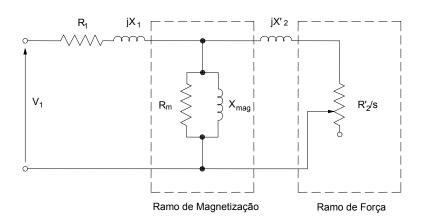


Figura 3.19 - Circuito equivalente tradicional

Em termos de circuito elétrico a redução da tensão sobre o ramo de força é conseguida com a introdução de uma impedância adicional, colocada em paralelo com o ramo magnetizante, que é influenciada pelo fator de correção do efeito longitudinal de extremidade ( $k_e$ ) [Gieras, 1987]. Esta impedância varia com a velocidade e assume valores bastante reduzidos em elevados escorregamentos. Faz-se assim uma drenagem de corrente do circuito e reduz-se a corrente sobre o ramo de força, resultando forças atenuadas para elevadas velocidades.

Pode-se encontrar MILs com linores construídos empregando diversos materiais, tais como, lâminas de cobre ou alumínio, ou uma combinação de cobre e ferro ou alumínio e ferro. O linor composto por uma base de ferro e uma capa de cobre ou alumínio são denominados também de pista de reação.

Dependendo da forma construtiva utilizada, como no caso dos MILs com dois estatores ativos e linor em forma de lâmina, tem a dispersão de fluxo de secundário muito pequena mesmo com a ausência de ferro no linor do MIL. Isto leva a uma simplificação do modelo matemático, no que se refere ao circuito de secundário,

observado a partir do primário. Que pode ser representado unicamente por uma resistência ( $R'_2$ ). Essa resistência de linor refletida no estator possui importância muito grande na modelagem da máquina assíncrona linear, pois, permite que o Efeito Transversal de Borda seja incluído no modelo matemático, a partir de fatores de correção (fator  $k_s$ ), trazendo os resultados do modelo para valores muito mais próximos dos valores reais obtidos em laboratório.

O modelo da Figura 3.19, com (R'<sub>2</sub>) calculada de forma a permitir a introdução do ETB, fica mais próximo do modelo final a ser utilizado em simulações, porém, o outro efeito que atua de forma importante nos MILs que é o Efeito Longitudinal de Extremidade, a ser introduzido.

A forma de introdução do ELE no circuito elétrico equivalente é tal que a tensão sobre o ramo de magnetização do modelo matemático resulta reduzida à medida que a velocidade do motor aumenta. Assim, a corrente sobre o ramo de força também diminui e a força propulsora é reduzida, em velocidades próximas à velocidade de sincronismo.

Esta alteração na tensão pode ser entendida como uma alteração na densidade de campo magnético do entreferro, que é modificada fortemente, em altas velocidades. Tomando-se o modelo de campo composto por duas ondas: uma onda fundamental de campo ( $b_S$ ) e outra onda de campo de extremidade de entrada ( $b_I$ ) e não considerando a onda de extremidade de saída, quando a velocidade de operação aumenta a onda ( $b_I$ ) começa a atuar com maior intensidade sobre a onda ( $b_S$ ) e a resultante, bastante atenuada, leva a uma tensão induzida menor, fato este que deve ser representado no modelo.

A Figura 3.20 mostra o circuito com correção para o ELE já implementada, através da impedância adicional ( $Z_e$ ). Esta impedância é calculada a partir dos parâmetros da máquina, principalmente reatância de magnetização e resistência de linor refletida para o indutor e do valor ( $k_e$ ), na forma mostrada na expressão (3.57).

$$k_e = \frac{(1 - k_e)}{k_e} . Z_e {(3.57)}$$

onde  $(Z_e)$  é a impedância equivalente referente aos parâmetros de linor refletidos e magnetização.

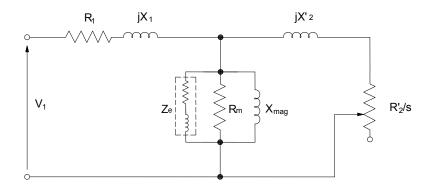


Figura 3.20 - Circuito elétrico equivalente considerando a impedância  $(Z_e)$  para a consideração do ELE

Quando o circuito elétrico mostrado na Figura 3.20, é simulado com valores de corrente de estator constantes, aparece um resultado semelhante ao mostrado na Figura 3.21, onde aparecem duas curvas de força propulsora em função do escorregamento (I-s). Nas curvas do gráfico pode-se observar o efeito da impedância adicional ( $Z_e$ ) colocada no circuito, que dá origem a curva de força com menor valor máximo. A outra curva mostrada é a do circuito elétrico sem a impedância ( $Z_e$ ), ou seja, sem a influência do Efeito Longitudinal de Extremidade e que não corresponde ao comportamento real do MIL para todos os valores de escorregamento.

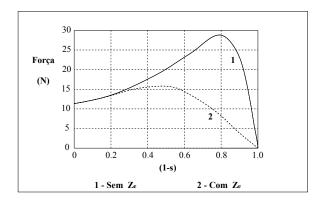


Figura 3.21 - Força Propulsora em função da velocidade obtida através do circuito elétrico equivalente para o MIL tipo disco.

Analisando o gráfico da Figura 3.21, verifica-se que as duas curvas de força, com e sem correção do ELE, apresentam um mesmo valor de força no instante da partida (s=1), demonstrando, que quando o MIL está bloqueado não existe influência do ELE no motor, somente sendo importante o Efeito Transversal de Borda. Este comportamento se verifica, também, quando o motor está operando com grandes escorregamentos (0 < 1-s < 0,2), onde as duas curvas caminham praticamente juntas. Quando o motor começa a adquirir velocidade, o ELE começa a manifestar o seu efeito diminuindo o valor da força final, o que pode ser visto na curva, apresentada na Figura 3.21, que apresenta valores menores que aqueles verificados na curva do circuito sem correção.

# 3.20 Modelagem dinâmica para os MILs

A dificuldade de representar as máquinas de indução lineares por modelos está na própria geometria da máquina, uma vez que sua forma construtiva, distinta da máquina de indução rotativa que é um dispositivo baseado na simetria, faz surgir fenômenos e efeitos que não são facilmente modelados, como no caso dos efeitos longitudinais de extremidades e do efeito transversal de borda.

A determinação dos parâmetros de um MIL é dificultada pela existência dos efeitos de extremidades que atuam de forma muito significativa, produzindo perturbações de fluxo com redução da força propulsora, principalmente no ensaio em vazio, onde o MIL opera com seu menor escorregamento o qual comparado com o das máquinas rotativas é bastante elevado. Neste tipo de ensaio os dados obtidos sofrem grande a influência do efeito longitudinal de extremidade. A representação do MIL em regime permanente foi efetuada através de circuitos elétricos equivalentes.

Os parâmetros necessários para a simulação em regime transitório dos MILs são: resistência de estator, indutância de dispersão de estator, indutância de magnetização, resistência e indutância de dispersão do linor refletidas para o estator.

#### 3.21 Resistência do enrolamento do estator

A resistência por fase do enrolamento de um estator ativo da máquina linear, pode ser determinada através da expressão genérica seguinte, considerando a operação com corrente eficaz constante:

$$R_{1} = \rho_{1} \cdot \frac{l_{1}}{S_{1}} \tag{3.58}$$

Onde  $(\rho_1)$  é a resistividade volumétrica dos condutores do indutor,  $(l_1)$  o comprimento dos condutores de uma fase e  $(S_1)$  a área dos condutores.

No MIL, o comprimento médio de um condutor ativo que forma o enrolamento do estator depende da largura do núcleo do estator (c) e do comprimento da "cabeça de bobina" ( $l_{cb}$ ), como mostra a expressão:

$$L_m = c + l_{cb} {(3.59)}$$

O comprimento ( $I_{cb}$ ) depende do tipo de enrolamento utilizado para o MIL e do tipo de condutores empregados (circulares ou retangulares). A densidade superficial de corrente especificada para estes estatores, é uma variável importante de projeto, escolhida de acordo com o tipo de aplicação.

Como o indutor possui  $(N_f)$  condutores ativos por fase e a densidade linear de corrente de indutor  $(J_s)$  é expressa por:

$$J_{s} = \frac{3.N_{f}.k_{w}}{p.\tau} \tag{3.60}$$

onde (p) é o número de pólos,  $(\tau)$  o passo polar e  $(k_w)$  o fator de enrolamento do estator.

A resistência do enrolamento do indutor, para uma fase do MIL, é dada por uma expressão que é função da corrente de operação e é dada por:

$$R_{I} = \frac{\rho_{I}.d_{f}.J_{s}.p.\tau.(c+l_{cb})}{3.I_{f}^{2}}$$
 (3.61)

Sendo  $(d_f)$ , a densidade superficial de corrente dos condutores.

Na expressão (3.61), a temperatura de operação pode ser introduzida através da correção do valor de resistividade do material, aproximando seu valor do encontrado durante a operação do MIL.

### 3.22 Indutância de dispersão do estator

A indutância de dispersão de estator é composta pela indutância de dispersão da região de ranhuras ( $L_{ra}$ ), pela indutância de dispersão de "cabeça de bobina" ( $L_f$ ) e pela indutância diferencial ( $L_d$ ), ou seja:

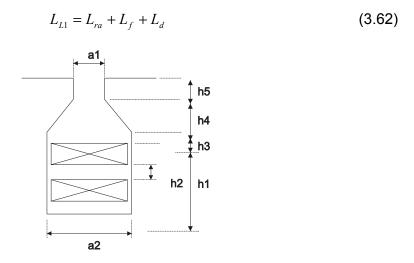


Figura 3.22 - Ranhura de Estator do Motor Linear

A indutância de dispersão na região das ranhuras, devido às linhas de campo magnético que não atravessam o entreferro e se fecham ao redor dos condutores de estator, pode ser calculada por [Langsdorf, 1971]:

$$L_{L1} = \frac{\mu_0.c.N_f^2}{p.q} \left[ \frac{h_5}{a_1} + \frac{2.h_4}{(a_1 + a_2)} + \frac{h_3}{a_2} \right]$$
 (3.63)

Onde (q) é o número de ranhuras por polo e por fase e  $(a_1, a_2, h_3, h_4, h_5)$  são dimensões da ranhura semi-aberta do indutor, mostradas na Figura 3.22.

A indutância de dispersão de "cabeça de bobina" é devida às linhas de campo que envolvem os condutores situados fora do núcleo do indutor e pode ser calculada através da expressão, [Creppe, 1997]:

$$L_f = \frac{\mu_0 . N_f^2 . \tau}{p} \left[ 0.3. \left( \frac{3.\tau_b}{\tau} - 1 \right) \right]$$
 (3.64)

Onde  $(\tau_b)$  é o passo da bobina do enrolamento do estator.

A indutância de dispersão diferencial está relacionada com as linhas de campo magnético que circulam pela região do entreferro situada nas proximidades da abertura da ranhura e pelos dentes do indutor e é expressa por:

$$L_{d} = \frac{\mu_{0}.c.N_{f}^{2}}{p.q} \left[ \frac{\left(\frac{5.g}{a_{1}}\right)}{5 + \left(\frac{4.g}{a_{1}}\right)} \right]$$
(3.65)

A indutância de dispersão diferencial é relativamente pequena, se comparada com a indutância de "cabeça de bobina" e com a indutância de dispersão da região das ranhuras.

#### 3.23 Indutância de dispersão de linor refletida para o indutor

As máquinas de indução lineares que possuem linor em forma de lâmina, construída com materiais não ferromagnéticos (cobre ou alumínio) apresentam, uma indutância de dispersão de linor muito pequena, podendo ser desprezada para a maioria das análises e cálculos efetuados. Nas máquinas com estator circular, mas não totalmente fechado formando um arco setorial, entretanto, a indutância de dispersão não pode ser desprezada. A filosofia de cálculo desta indutância, aplicada às máquinas de indução rotativas, leva a expressões que permitem relacionar os valores da indutância de estator com a de rotor refletida, [Langsdorf, 1971].

$$L'_{L2} = L_{L1} \cdot \left( \frac{1 - C_R}{C_R} \right) \tag{3.66}$$

A constante  $(C_R)$  relaciona os valores das indutâncias de dispersão de estator e linor refletida. Seu valor depende do tipo de máquina analisada e pode assumir valores na faixa de:

$$0.3 \le C_R \le 1.0 \tag{3.67}$$

Nas máquinas de indução lineares onde o linor é construído com materiais não ferromagnéticos, o valor da constante ( $C_R$ ) assume os maiores valores podendo ser considerada como unitária.

#### 3.24 Indutância de magnetização

A indutância de magnetização, calculada a partir da teoria das máquinas rotativas, pode ser observada na expressão (3.68) e determina o comportamento da corrente de magnetização, uma vez que as perdas que ocorrem no núcleo do indutor são pequenas. A indutância de magnetização dos MILs pode ser calculada, a partir das expressões desenvolvidas para as máquinas rotativas, ficando na forma:

$$L_{LI} = \frac{3.\mu_0.\tau.c.(k_w.N_f^2)}{\pi^2.p.g.k_c}$$
 (3.68)

Onde (g) é o entreferro e  $(k_c)$  o fator de Carter, desenvolvido para levar em conta o efeito do ranhuramento do núcleo do indutor.

#### 3.25 Resistência de linor refletida para o estator

A resistência de linor, observada a partir do estator (refletida) é, juntamente com a indutância de magnetização, um parâmetro crítico para a determinação do comportamento dos MILs, podendo ser calculada [Simone, 1992] partindo-se da hipótese de um rotor laminar, onde cada linha de corrente corresponde a uma barra de uma gaiola fictícia. A resistência desta barra hipotética, calculada de forma semelhante a uma resistência de estator, é expressa por:

$$R'_{2} = \frac{3.c.\rho_{r}.(k_{w}.N_{f})^{2}}{p.\tau}$$
 (3.69)

#### 3.26 Inclusão do Efeito Transversal de Borda

Na máquina de indução linear o Efeito Transversal de Borda (ETB) provoca uma perturbação na distribuição de campo magnético de entreferro, no sentido transversal ao comprimento do linor. Essa perturbação de campo magnético está associada à circulação de correntes por caminhos não uniformes no linor, colaborando para uma redução na força propulsora, pois, implica em uma redução das componentes de força atuando no sentido do movimento. A Figura 3.23 mostra, esquematicamente, o comportamento das linhas de correntes estabelecidas em um linor de quatro polos, produzido por um estator imóvel em relação ao linor.

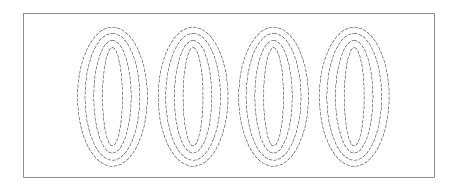


Figura 3.23 - Linhas de corrente sobre a lâmina secundária (linor)

Nas máquinas rotativas, as correntes de rotor utilizam-se de caminhos bem definidos para sua circulação, através das barras depositadas em ranhuras e seus fechamentos ocorrem em anéis de curto-circuito de seção reta elevada. Assim, em gaiolas bem projetadas, o ETB praticamente não introduz modificações no comportamento da máquina.

A resistência (R'2) apresentada em (3.23) possui valor adequado para máquina com caminhos bem definidos de corrente, como o caso das máquinas rotativas. Nas máquinas lineares, o ETB pode ser definido no cálculo da resistência

através do fator de Russell ( $k_s$ ), que altera o valor da resistividade superficial ( $\rho_r$ ) para um novo valor (maior), dado por ( $\rho_c$ ):

$$\rho_c = \frac{\rho_r}{k_c} \tag{3.70}$$

ficando:

$$R'_{2} = \frac{3.c.\rho_{c}.(k_{w}.N_{f})^{2}}{p..\tau}$$
 (3.71)

Onde  $(\rho_c)$  é mo valor da resistividade superficial corrigida pelo fator de Russell  $(k_s)$ .

## 3.27 Equações para o motor de indução linear

O equacionamento proposto para as máquinas de indução rotativas, pode ser adaptado e aplicado às máquinas de indução lineares, inicialmente, sem considerar a presença do ELE de Entrada, através de modificações adequadas.

Nas máquinas lineares, o deslocamento angular das máquinas rotativas, dado pelo ângulo posicionador ( $\theta$ ), é substituído pelo deslocamento linear, dado pelo posicionador linear (x). A velocidade angular das máquinas rotativas ( $\omega$ ) é dada, nas máquinas lineares, pela velocidade linear ( $V_{rx}$ ). Os conjugados desenvolvidos (eletromagnético) e frenantes das máquinas rotativas são equivalentes às forças propulsoras e forças frenantes nas máquinas lineares. O momento de inércia das máquinas rotativas dá lugar, na máquina linear, a massa do elemento móvel [Ivanov-Smolenski, 1980]. Estas comparações são apresentadas na Tabela 3.1.

Máquina Rotativa	Máquina Linear		
conjugado desenvolvido (Te)	força propulsora $(f_{rx})$		
conjugado de carga $(T_L)$	força de carga $(f_L)$		
velocidade angular (ω)	velocidade linear $(v_{rx})$		
posição angular (θ)	posição linear (x)		
momento de inércia (J)	massa $(m_a)$		
aceleração angular (dω/dt)	aceleração linear ( $dv_{rx}/dt$ )		

Tabela 3.1 - Variáveis características das máquinas elétricas

Como as configurações do estator e do linor podem ser admitidas como sendo do tipo não saliente (liso), as indutância dependente da posição do linor são as indutâncias mútuas entre as fases do estator e linor, e todas as indutâncias restantes podendo ser tomadas como invariáveis com o deslocamento do linor.

Definindo-se ( $L_{l2}$ ) como sendo a matriz das indutâncias mútuas entre indutor e linor e (x) como sendo a distância entre o eixo da bobina de referência de indutor e o eixo da bobina de referência de linor, tem-se:

$$L_{l2} = L_m \cdot \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{\pi}{\tau} k_e) \end{bmatrix}$$
(3.72)

Onde  $(\tau)$  é o passo polar do motor, e  $(k_e)$  o fator de inclusão do efeito longitudinal de extremidade.

A expressão da força propulsora é obtida da expressão que relaciona as correntes do indutor, as correntes de linor refletidas e a variação da indutância mútua estator-linor com a posição:

$$f_{x} = \frac{1}{2} \mathbf{I}_{1}^{\mathsf{T}} \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial L_{x}} \mathbf{I}_{1}^{\mathsf{T}}$$
 (3.73)

A força propulsora ( $f_x$ ) desenvolvida é oposta à força de carga ( $f_L$ ) e seu valor em (N), é obtido através da equação diferencial seguinte:

$$f_x - f_L = m_a \cdot \frac{dV_{rx}}{dt} \tag{3.74}$$

com:

$$\frac{dx}{dt} = V_{rx} \tag{3.75}$$

Onde  $(m_a)$  é a massa e  $(V_{rx})$  é a velocidade do linor.

### 3.28 Força propulsora considerando o ELE

A força propulsora do MIL, na direção do deslocamento, para composição de campos apresentada, pode ser determinada a partir da expressão de Lorentz para a força, aplicada aos MILs, e apresenta a forma [Yamamura, 1972]:

$$f_{xr} = \frac{c}{2} \int_0^r \text{Re}[j_1 b(x, t)^*] dx$$
 (3.76)

Nas máquinas analisadas, a corrente de indutor é admitida como sendo formada por uma capa de corrente, da forma:

$$j_{l} = J_{lm}.cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}x\right)$$
, já mencionada anteriormente pela expressão (3.12).

Onde  $b(x,t)^*$  é o complexo conjugado de b(x,t), (c) a largura do estator e o produto ( $p.\tau$ ) o comprimento do estator.

A força propulsora ( $f_{xr}$ ), obtida tendo em vista as expressões (3.73) e (3.76), é composta de duas parcelas de valor médio não nulo: uma referente a onda fundamental ( $f_x$ ) e outra devida a onda de extremidade de entrada ( $f_{xe}$ ). A força propulsora é então composta por:

$$f_{xr} = f_x + f_{xe} {(3.77)}$$

A componente de força propulsora fundamental da máquina, sem levar em consideração o Efeito Longitudinal de Extremidade é obtida da expressão (3.45) considerando-se apenas a primeira parcela do segundo membro da equação:

$$f_x = \frac{c.p.\tau.B_s.J_{lm}}{2}cos(\delta s)$$
 (3.78)

onde  $(B_s)$  é a amplitude densidade de campo magnético.

A segunda parcela de força, originada pelo ELE de Entrada, é obtida de forma análoga e apresenta a seguinte expressão [Hirasa, 1980]:

$$f_{xe} = \frac{c.J_{1m}.B_s.A_1.A_2}{\left(\frac{2.A_2.\pi}{\tau_e}\right) \left[1 + \left(1 + \frac{\tau_1}{\alpha_1.\pi}\right)^2\right]^{1/2}}$$
(3.79)

onde:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot g \cdot \rho_r \cdot \cos(\delta s)}{2} + \sin(\delta s)$$
 (3.80)

$$A_{2} = \left\{ e^{\left(\frac{-p.\tau}{\alpha_{l}}\right)} . sen\left(\frac{\pi.p.\tau}{\tau_{l}} - \delta l - \delta a\right) - sen(\delta l - \delta a) \right\}$$
(3.81)

$$A_{3} = \left(1 + \frac{\rho_{r} \cdot g}{\mu_{\theta} \cdot v_{rx} \cdot \alpha_{I}}\right) - sen(\delta I) + \left(\frac{\pi \cdot \rho_{r} \cdot g}{\mu_{\theta} \cdot v_{rx} \cdot \tau_{e}}\right) - cos(\delta I)$$
(3.82)

$$A_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi g}{\mu_0 \tau}\right)^2 + \left(\frac{V_{rx}}{\rho_r}\right)^2}$$
 (3.83)

$$A_{5} = \left(\frac{\pi \cdot \rho_{r} \cdot g \cdot sen(\delta s)}{\mu_{0} \cdot \tau \cdot V_{rx}} - cos(\delta s)\right)$$
(3.84)

$$\frac{1}{\tau_I} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_e} \tag{3.85}$$

$$tg(\delta a) = \frac{-\tau_I}{\alpha_I.\pi} \tag{3.86}$$

$$tg(\delta l) = \frac{(A_1 / A_4)(l + \pi . tg(\delta s) / \tau) + (\rho_r / V_{rx} + A_5 / A_4)(\tau . tg(\delta s) / \tau_e)}{(A_5 / A_4 - \rho_r / V_{rx})(l + \pi . tg(\delta s) / \tau) - (A_1 / A_4)(\tau . tg(\delta s) / \tau_e)}$$
(3.87)

A expressão:  $tg(\delta s) = \frac{\pi . \rho_r . g}{\mu_0 . \tau . s. v_{rx}}$  foi obtida da expressão (3.34), e (1/ $\alpha_1$ ) é o

comprimento (m) de penetração da onda de extremidade longitudinal de entrada na região do entreferro.

O comportamento da força resultante ( $f_{xr}$ ) dos MILs é, portanto, obtido através da soma das duas componentes de força mostradas, podendo assumir diferentes características, de acordo com particularidades de cada motor analisado. De uma forma geral, a componente de força ( $f_{xe}$ ) atua como uma força frenante em relação à componente ( $f_x$ ), reduzindo o valor final da força propulsora. Para alguns MILs, ou para determinadas freqüências de alimentação, a componente de força ( $f_{xr}$ ) pode assumir valores positivos, colaborando com a força final desenvolvida.

A composição de forças que ocorre nas máquinas lineares, assume características interessantes em motores classificados como de "baixa velocidade", pois, nestes motores a força propulsora existe, mesmo em velocidade síncrona e,

muitas vezes, em velocidades bem acima da síncrona. Por outro lado, nos motores classificados como motores de "alta velocidade" a força propulsora é nula para velocidades inferiores à síncrona. Os motores de "média velocidade" apresentam comportamento semelhante aos dos motores de indução rotativos, com forças nulas para velocidade síncrona. Para efeito de visualização do exposto anteriormente, são apresentadas na Figura 3.24 três curvas de força propulsora em função do escorregamento (velocidade), para motores hipotéticos operando nas três condições citadas.

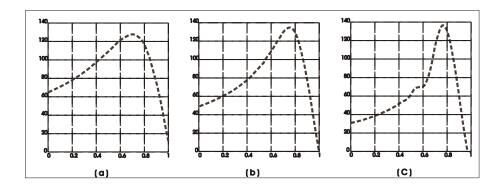


Figura 3.24 - Comportamento da Força Propulsora em função do escorregamento para MILs de (a) baixa velocidade (b) média velocidade e (c) alta velocidade

### 3.29 Força propulsora considerando a inclusão do ELE de entrada

Tomando a expressão de força mostrada na expressão (3.77), pode-se obter a relação entre a força propulsora real e a força propulsora sem o efeito de extremidade, através da seguinte expressão:

$$\frac{f_{xr}}{f_x} = \frac{f_x}{f_x} + \frac{f_{xe}}{f_x} \tag{3.88}$$

A relação apresentada no primeiro membro da expressão (3.88), é o que vai se denominar **Fator de Extremidade**, ( $k_e$ ), e apresenta-se como:

$$k_e = 1 + \frac{f_{xe}}{f_x} \tag{3.89}$$

Das expressões (3.78) e (3.79) na expressão (3.89), encontra-se, a expressão para o fator de extremidade ( $k_e$ ).

$$k_e = 1 - \frac{\left(\frac{2.\pi.\rho_s.g}{\mu_0.\tau.V_{rx}}\right)}{\frac{A_3.p.\tau.\pi}{\tau_1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\tau_1}{\alpha_1.\pi}\right)^2}} .A_2$$
(3.90)

Onde  $A_2$  e  $A_3$  são expressões apresentadas em (3.81) e (3.82). O fator ( $k_e$ ) proposto assume um comportamento diferente para cada motor analisado e, para a maioria dos motores lineares apresenta valores próximos à unidade, para grandes escorregamentos e valores muito pequenos, eventualmente negativos, para baixos escorregamentos. Este comportamento pode mudar, de acordo com o tipo de máquina analisada, permitindo classificar o seu comportamento como sendo de alta ou baixa velocidade.

# 3.30 Relação entre os fatores de correção para os ELE

O fator  $(k_r)$  [Simone, 1996] indica a relação entre a corrente  $(I''_2)$ , que é a corrente de linor refletida para o indutor, considerando o Efeito Longitudinal de Extremidade e  $(I'_2)$ , que é a corrente de secundário refletida para o primário sem considerar a presença do ELE.

$$k_r = \frac{I_2''}{I_2'} \tag{3.91}$$

A potência desenvolvida pela máquina de indutor infinito, onde não se faz presente o ELE, é dada por:

$$P_T = 3.R_2' \left( \frac{V_{rx}}{V_{sx} - V_{rx}} \right) (I_2')^2$$
 (3.92)

onde  $(V_{sx})$ é a velocidade síncrona da máquina e  $(V_{rx})$  a velocidade de operação.

Para a máquina linear, onde estão presentes os efeitos de extremidades, a potência em (*W*) desenvolvida é:

$$P_{R} = 3.R_{2}' \left( \frac{V_{rx}}{V_{sx} - V_{rx}} \right) (I_{2}'')^{2}$$
 (3.93)

Relacionando as potências mostradas em (3.92) e (3.93) com a definição de  $(k_r)$ , obtém-se:

$$P_{R} = P_{T}(k_{r})^{2} {(3.94)}$$

A potência desenvolvida pelas máquinas elétricas pode ser avaliada através do produto da força pela velocidade:

$$P_{T} = f_{x} V_{rx} \tag{3.95}$$

$$P_R = f_{xr}.V_{rx} \tag{3.96}$$

Da definição de fator de relação mostrada em (3.91), e das expressões anteriores, obtém-se:

$$f_{XR} = f_x (k_r)^2 (3.97)$$

Comparando as expressões mostradas em (3.97) e (3.91) encontra-se a relação entre os fatores  $(k_r)$  e  $(k_e)$ .

$$k_e = (k_r)^2 (3.98)$$

A expressão (3.98) permite relacionar o fator  $(k_r)$  com o fator  $(k_e)$  [Gieras 1987], que estabelece que a tensão induzida, E, nos condutores da máquina de indução linear é a tensão referente à onda de fluxo fundamental afetada pelo fator de extremidade  $(k_e)$ , como segue:

$$E = E_s(1 - k_e) \tag{3.99}$$

A tensão devido à onda fundamental, para um estator infinito é:

$$E_s = \left(\frac{R_2'.V_{sx}}{V_{sx} - V_{rx}}\right) \cdot (I_2')^2 \tag{3.100}$$

Na presença do efeito de extremidade a tensão assume novo valor, dado por:

$$E = \left(\frac{R_2' V_{sx}}{V_{sx} - V_{rx}}\right) \cdot (I_2')^2 (1 - k_e) = \left(\frac{R_2' V_{sx}}{V_{sx} - V_{rx}}\right) \cdot (I_2'')^2$$
(3.101)

A relação entre as correntes, com e sem o ELE de Entrada, e as respectivas tensões é:

$$\frac{E}{E_s} = \frac{I_2''}{I_2'} \tag{3.102}$$

A relação entre o fator  $(k_r)$  [Simone 1996] e o fator  $(k_e)$  [Gieras 1994] é:

$$k_r = 1 - k_o (3.103)$$

A análise detalhada dos fatores de correção permite concluir que durante a fase de projeto, algumas decisões devam ser tomadas para atenuar a influência do ELE de Entrada no desempenho do MIL, tal como aumentar o número de polos do MIL. Outras alternativas, como o aumento da resistividade de secundário, podem reduzir o ELE de Entrada mas provocar uma redução do desempenho geral do MIL e devem ser cuidadosamente observadas antes de sua efetiva implementação. Assim, a escolha dos parâmetros do MIL fica presa a uma combinação adequada de variáveis, para que o sucesso do projeto seja alcançado.

A forma de determinar o fator  $(k_e)$ , a partir de uma relação de forças, possibilita sua inclusão no modelo matemático de forma relativamente simples, possibilitando o cálculo da força propulsora real através da expressão:

$$f_x = k_e I_1^T \frac{\partial L_{12}}{\partial x} I_2$$
 obtida através da expressão (3.73)

Onde  $(I_1^T)$  é a matriz transposta das correntes de indutor,  $(I_2)$  a matriz das correntes de linor e  $(L_{12})$  a matriz das indutâncias entre indutor e linor, função da posição de translação.

#### 3.31 O motor de indução linear utilizado no projeto

Foi utilizado um MIL trifásico (220 V), de quatro pólos, duplo estator curto, e linor longo, cujo projeto baseou-se na referência [Thé Pontes, 2003]. Os pacotes do estator possuem núcleos ferromagnéticos em chapas de aço silício. O linor em

forma de barra retangular não é ferromagnético sendo confeccionado em alumínio. O MIL foi montado em estrutura especialmente projetada para ter flexibilidade de ensaio e controle de variação do entreferro. O corte das chapas, montagem dos pacotes, enrolamento e estrutura mecânica de sustentação foram executados em oficina especializada, sendo os ensaios realizados no Laboratório de Máquinas Elétricas da UFU.

A Figura 3.25 mostra uma vista geral construtiva do MIL, utilizado.

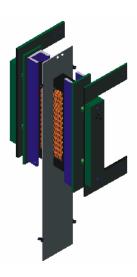
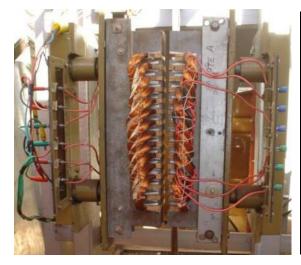


Figura 3.25 – Vista geral construtiva do MIL utilizado.

O enrolamento de cada pacote apresenta uma configuração trifásica de quatro pólos, tendo uma distribuição em dupla camada nas nove ranhuras centrais do estator e em monocamada nas seis ranhuras de extremidade, sendo três na extremidade de entrada e as outras na extremidade de saída. Como pode ser visto nas Figuras 3.26 e 3.27. Estas configurações juntamente com o alongamento dos dentes externos (neste caso desnecessário, devido ao fato do MIL utilizado ser de baixa velocidade) procuram suavizar os efeitos de extremidade.



Dimonoños físicos				
Dimensões físicas				
Número de polos	4			
Número de ranhuras	15			
Passo polar	65			
Comprimento do estator (mm)	400			
Altura do pacote estator (mm)	113			
Largura do pacote estator	45			
Largura dentes de	41			
Largura da ranhura (mm)	10			
Espessura dente ranhura (mm)	12			
Profundidade da ranhura (mm)	50			
Espessura chapas estator	0,35			
Número de chapas por pacote	130			
Material do linor	Alumínio			
Comprimento do linor (mm)	1000			
Largura da aba do linor (mm)	160			
Espessura do linor (mm)	6			

Figura 3.26 - Enrolamento do estator duplo do MIL utilizado.

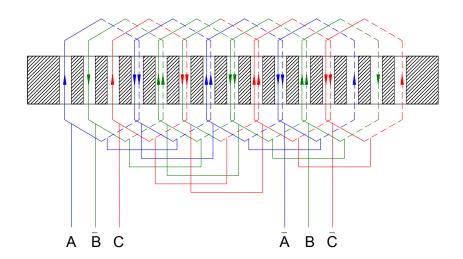


Figura 3.27 - Enrolamento trifásico do MIL.

O enrolamento foi constituído de uma bobina por pólo por fase, q=1, e cada bobina possuindo 150 espiras de fio nº. 19 AWG. O passo polar tem dimensões de 6,5 cm. O enrolamento de cada pacote foi conectado em delta ( $\Delta$ ) e associado em paralelo, formando um sistema de duplo triângulo, como a Figura 3.28.

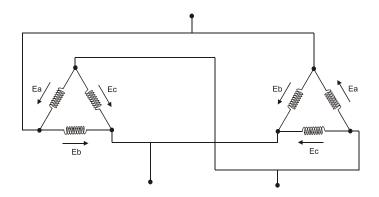


Figura 3.28 - Duplo delta dos pacotes primário.

### 3.32 Parâmetros elétricos do MIL utilizado no projeto

As resistências das fases do enrolamento primário foram extraídas de [Thé Pontes, 2003], com os valores apresentados nas Tabelas 3.2 e 3.3, por pacote e por fase, com a conexão dos enrolamentos em estrela paralelo.

PACOTE A				
Fase Resistência em $\Omega$				
A	6,2801±0,0001			
В	6,3519±0,0001			
С	6,3355±0,0001			

Tabela 3.2 - Resistência do enrolamento primário do pacote A por fase a 35°C

PACOTE B				
Fase	Resistência em $\Omega$			
A	6,2626±0,0001			
В	6,2811±0,0001			
С	6,2780±0,0001			

Tabela 3.3 - Resistência do enrolamento primário do pacote B por fase a 35°C

Na Tabela 3.4 estão apresentados os dados extraídos de [Thé Pontes, 2003], considerando a associação em paralelo de cada pacote os valores, das resistências  $(\dot{R})$  por fase , as reatâncias  $(X_d)$  de dispersão por fase, as reatâncias próprias  $(X_{ii})$ 

do primário por fase, as reatâncias mútuas  $(X_{ij})$  entre as fases do primário, as reatâncias obtidas  $(X_{0ij})$  com os ensaios em vazio sem o linor, e as impedâncias do linor  $(Z'_{2i})$  referidas ao estator.

$\dot{R}\left(\Omega\right)$	$X_d$ ( $\Omega$ )	$X_{ii}$ ( $\Omega$ )	$X_{ij}$ ( $\Omega$ )	$X_{0i}$	$Z'_{2i}$ ( $\Omega$ )
				$(\Omega)$	
3,135	16,202	11,498	-7,296	18,023	9,372+ <i>j</i> 2,883
3,158	16,643	11,578	-3,348	15,825	10,247+ <i>j</i> 2,496
3,153	16,818	11,654	-7,401	15,982	8,608+ <i>j</i> 3,703

Tabela 3.4 - Valores das resistências e reatâncias do MIL utilizado

### 3.33 Ensaios em operação

Foi realizado a medição de força do MIL, com linor bloqueado de acordo com a configuração apresentada na montagem da Figura 3.29.

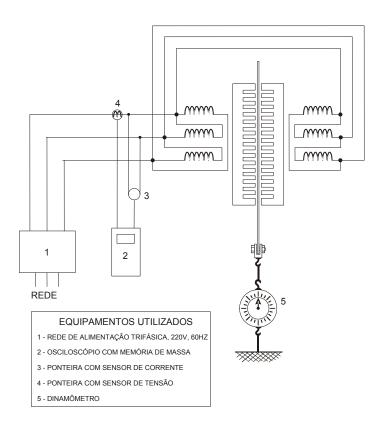


Figura 3.29 - Configuração da montagem para ensaios e medições no MIL

Realizaram-se medições sob condições de operação a vazio, uma vez que a operação do MIL no simulador, apresentou resultados de medições semelhantes para funcionamento com carga e sem carga.

Carga	V <sub>ab</sub> (V)	I <sub>a</sub> (A)	V <sub>bc</sub> (V)	I <sub>b</sub> (A)	V <sub>cc</sub> (V)	I <sub>c</sub> (A)
vazio	211,3	8,8	211,6	8,5	212,5	8,9

Tabela 3.5 - Módulo das tensões e correntes de fase, em condições de carga

### 3.34 Força medida no MIL

Os valores medidos para a força desenvolvida pelo MIL, foram poucos, devido as características laboratoriais de ensaio. Uma parte do trabalho foi a determinação da força desenvolvida pelo MIL, com linor travado, ou seja, a força de partida. Os cálculos foram executados conforme o esquema da Figura 3.30.

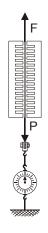


Figura 3.30 - Ensaio para determinação da força de partida

Com a aplicação da tensão nominal nos terminais do MIL e à partir de um peso (*P*) conhecido que o equilibra, pode-se escrever a expressão (3.104).

$$f_x = P + f_d \tag{3.104}$$

onde:

 $f_x$  - Força desenvolvida pelo MIL no equilíbrio, representada por (F), Figura 3.30.

P - Peso do linor.

f<sub>d</sub> - Força lida no dinamômetro

Para o caso do MIL utilizado o valor medido para as grandezas  $(f_d)$  e (P) envolvidas foram:

$$f_d = 15 \text{ Kgf} \cong 147 \text{ N}$$

$$P = 5.9 \text{ Kgf} \cong 58 \text{ N}$$

Assim substituindo os valores de  $(f_d)$  e (P) na expressão (3.108), tem-se o valor da força de partida do MIL.

$$f_{x} = 20.9 \text{ Kgf} \cong 205 \text{ N}$$

O valor obtido de 205 N é aproximadamente três vezes superior a força obtida nos ensaios obtidos de [Thé Pontes, 2003].

Tal resultado se deve ao fato de que os enrolamentos do MIL foram ligados à rede alternada na tensão de 220 V, 60 Hz, na conexão delta paralelo, embora o MIL fosse projetado para operação na tensão de 220 V, 60 Hz, na conexão estrela paralelo.

A ligação do MIL em conexão delta possibilitou a geração de correntes maiores e consequentemente aumentando os valores do campo magnético de translação, possibilitando a geração de uma força propulsora de maior valor.

Tal artifício foi possível de ser executado sem prejuízo de danos à isolação dos enrolamentos devido ao fato do MIL operar em pulsos de curta duração (intervalos de tempo << 0,5 segundos).