

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÓDULOS FOTOVOLTAICOS A PARTIR
DA SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES UTILIZANDO
TÉCNICAS DA REGIÃO DE CONFIANÇA**

POLLYANNA RODRIGUES

**Uberlândia
2012**

POLLYANNA RODRIGUES

**EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÓDULOS FOTOVOLTAICOS A PARTIR
DA SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES UTILIZANDO
TÉCNICAS DA REGIÃO DE CONFIANÇA**

Dissertação de mestrado apresentada por
Pollyanna Rodrigues à Faculdade de Engenharia
Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia
como parte dos requisitos necessários à obtenção
do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Roberto Camacho, PhD (UFU)

**Uberlândia
2012**

POLLYANNA RODRIGUES

**EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÓDULOS FOTOVOLTAICOS A PARTIR
DA SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES UTILIZANDO
TÉCNICAS DA REGIÃO DE CONFIANÇA**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia.

Banca examinadora:

José Roberto Camacho, PhD, UFU
Gustavo Malagoli Buiatti, PhD, UFU, Prof. Visitante
Izete Zanesco, Dra., PUC-RS
Sebastião Camargo Guimarães Jr., Dr., UFU

Prof. Alexandre Cardoso (Dr.)
Coordenador do Programa

Prof. José Roberto Camacho (PhD)
Professor Orientador

Uberlândia, ____ de _____ de 2012.

FICHA CATALOGRÁFICA

Rodrigues, Pollyanna, 1987.

Extração dos parâmetros de módulos fotovoltaicos a partir da solução de um sistema de equações não lineares utilizando técnicas da região de confiança – 2012.

117f.: il.

Orientador: José Roberto Camacho

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Uberlândia, Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 2012.

1. Sistemas de energia. 2. Fontes Alternativas de Energia. 3. Energia Solar. I. Camacho, José Roberto. II. Universidade Federal de Uberlândia. Pós Graduação em Engenharia Elétrica. III. Extração dos parâmetros de módulos fotovoltaicos a partir da solução de um sistema de equações não lineares utilizando técnicas da região de confiança

Dedico este trabalho aos meus pais e minhas irmãs que me ensinaram que é preciso coragem para acreditar, força para não desistir e sabedoria para aceitar, ainda que não se possa entender.

"Nada lhe posso dar que já não exista em você mesmo. Não posso abrir-lhe outro mundo de imagens, além daquele que há em sua própria alma. Nada lhe posso dar a não ser a oportunidade, o impulso, a chave. Eu o ajudarei a tornar visível o seu próprio mundo, e isso é tudo".

Hermann Hesse (1877-1962): "Lektüre für Minuten"

AGRADECIMENTOS

Ao professor orientador e amigo, José Roberto Camacho, por ter me acompanhado nessa empreitada.

A minha família, por ter me dado apoio incondicional nos momentos mais difíceis.

Ao programa de pós-graduação da faculdade de Engenharia Elétrica, especialmente à Cinara Fagundes Matos, secretária do curso, pela atenção e disponibilidade.

A FAPEMIG – Fundação de Assistência à Pesquisa de Minas Gerais, pelo apoio financeiro.

A Juliana Amâncio Malagoni, minha amiga, por ter compartilhado os mesmos medos, angústias e anseios ao longo dessa jornada.

Aos amigos e colegas da CEB Distribuição S.A. pelo incentivo.

RODRIGUES, Pollyanna. **Extração dos parâmetros de módulos fotovoltaicos a partir da solução de um sistema de equações não lineares utilizando técnicas da região de confiança**. 2012. 117f. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para extração dos parâmetros característicos de um painel fotovoltaico. A partir dessa metodologia é possível verificar a mudança dos parâmetros de um painel ao longo do tempo.

Após a apresentação da teoria na qual se fundamenta a metodologia aplicada e a descrição de programas de computador, é apresentado um aplicativo que também permite a análise do comportamento de sistemas fotovoltaicos em condições de sombreamento configurados pelo usuário. O aplicativo utiliza a metodologia apresentada para a estimativa das curvas para diferentes níveis de irradiância solar.

A ferramenta apresenta certa flexibilidade uma vez que, permite a análise dos mais diversos sistemas e configurações de sombreamento. O usuário determina o nível de sombreamento e quantos módulos estarão sujeitos àquele grau de irradiância, possibilitando assim a análise de sombreamentos em grupos série, paralelos ou mistos.

Palavras-chave: Energia solar, Painel fotovoltaico, Equações não lineares, Sombreamento.

RODRIGUES, Pollyanna. **Extraction of parameters of photovoltaic modules from the solution of nonlinear equation systems using thrust region techniques.** 2012. 117p. Master's dissertation. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG - Brazil.

ABSTRACT

This work presents a methodology for extracting characteristic parameters of a photovoltaic panel. From this methodology it is possible to verify the change of the parameters of a panel over time.

After the presentation of the theory which is based the methodology used and the description of computer programs, an application is presented also allowing the analysis of the behavior of photovoltaic systems in shaded conditions set by the user. The application uses this methodology for the estimation of curves for each level of irradiation.

The tool provides flexibility since allows the analysis of many different systems and configurations of shading. The user sets the level of shading and how many panels will be subject to that degree of brightness, thus enabling the analysis of series, shunts or mixed shading groups.

Keywords: Solar energy, Photovoltaic panel, Non-linear equations, Shading.

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1. CRESCIMENTO DA CAPACIDADE INSTALADA DE ENERGIA FOTOVOLTAICA NO MUNDO [3].....	16
FIGURA 2.1. DOPAGEM DO SILÍCIO EM UMA CÉLULA SOLAR	22
FIGURA 2.2. VARIAÇÃO DA CURVA DE OPERAÇÃO DA CÉLULA EM FUNÇÃO DA IRRADIAÇÃO SOLAR.....	25
FIGURA 2.3. VARIAÇÃO DA CURVA DE OPERAÇÃO DA CÉLULA EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA.....	26
FIGURA 2.4. REPRESENTAÇÃO DE UMA CÉLULA IDEAL	27
FIGURA 2.5. MODELO COM 4 PARÂMETROS	28
FIGURA 2.6. MODELO COM CINCO PARÂMETROS.....	29
FIGURA 2.7. MODELO COM DOIS DIODOS	30
FIGURA 2.8. TOPOLOGIA DE CONVERSOR CC/CC ELEVADOR.....	32
FIGURA 2.9. TOPOLOGIAS DE CONVERSORES CC/CA	32
FIGURA 3.1. FUNÇÕES CONVEXAS. (A) BIDIMENSIONAL [48] E (B) TRIDIMENSIONAL	41
FIGURA 3.2. REDUÇÕES NÃO SUFICIENTES EM $F(x)$	46
FIGURA 3.3. CONDIÇÕES DE WOLFE.....	47
FIGURA 3.4. PONTO DE <i>CAUCHY</i>	55
FIGURA 3.5. TRAJETÓRIA DOGLEG APROXIMADA	56
FIGURA 3.6. FUNÇÃO DE MÉRITO $f(x) = 12\cos 2x - x^2$	62
FIGURA 4.1. IRRADIÂNCIA SOLAR DIÁRIA TÍPICA EM MAIO	74
FIGURA 4.2. IRRADIÂNCIA SOLAR DIÁRIA TÍPICA EM AGOSTO	74
FIGURA 4.3. TEMPERATURA DIÁRIA TÍPICA EM MAIO	75
FIGURA 4.4. TEMPERATURA DIÁRIA TÍPICA EM AGOSTO	75
FIGURA 4.5. CURVA VI OBTIDA ATRAVÉS DO MINI KLA	76
FIGURA 4.6. PONTOS REPRESENTATIVOS DA CURVA.....	78
FIGURA 4.7. VALORES APROXIMADOS DE $F(x)$ A CADA ITERAÇÃO	81
FIGURA 4.8. CURVAS MEDIDAS E APROXIMADAS COM PONTO INICIAL ÚNICO.....	82
FIGURA 4.9. CURVAS MEDIDAS E APROXIMADAS COM PONTO INICIAL VARIÁVEL.....	84
FIGURA 4.10. VARIAÇÃO DA POTÊNCIA MÁXIMA COM A IRRADIAÇÃO SOLAR	86
FIGURA 4.11. VARIAÇÃO DA TENSÃO A VAZIO COM A IRRADIAÇÃO SOLAR.....	86
FIGURA 4.12. VARIAÇÃO DA CORRENTE DE CURTO-CIRCUITO COM A IRRADIAÇÃO SOLAR	86
FIGURA 4.13. VARIAÇÃO DA FOTOCORRENTE COM A IRRADIAÇÃO SOLAR	87
FIGURA 4.14. VARIAÇÃO DA CORRENTE INTRÍNSECA COM A IRRADIAÇÃO SOLAR.....	87
FIGURA 4.15. VARIAÇÃO DO FATOR DE IDEALIDADE COM A IRRADIAÇÃO SOLAR	87
FIGURA 4.16. VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA <i>SHUNT</i> COM A IRRADIAÇÃO SOLAR.....	88
FIGURA 4.17. ARRANJO DE MÓDULOS PARA ANÁLISE DE SOMBREAMENTO PARCIAL.....	90
FIGURA 4.18. TELA PRINCIPAL DO APLICATIVO	91
FIGURA 4.19. TELA DE DIÁLOGO APRESENTADA PARA ENTRADA DE DADOS CORRETA.....	91
FIGURA 4.20. TELA DE DIÁLOGO APRESENTADA PARA ENTRADA DE DADOS INCORRETA	92
FIGURA 4.21. TELA PARA EXIBIÇÃO DAS CURVAS DO SISTEMA DE GERAÇÃO	93

FIGURA 4.22. CURVAS DE OPERAÇÃO PARA SOMBREAMENTO SÉRIE DE METADE DOS MÓDULOS.....	97
FIGURA 4.23. CURVAS DE OPERAÇÃO PARA SOMBREAMENTO <i>SHUNT</i> DE 1/3 DOS MÓDULOS	101
FIGURA 4.24. CURVAS DE OPERAÇÃO PARA SOMBREAMENTO PARCIAL <i>SHUNT</i> DE 2/3 DOS MÓDULOS.....	105
FIGURA 4.25. CURVAS DE OPERAÇÃO DO SISTEMA PARA SOMBREAMENTO MISTO	106
FIGURA 4.26. VARIAÇÃO DA POTÊNCIA MÁXIMA PARA CADA MODELO	107

INDICE DE TABELAS

TABELA 1.1 – CAPACIDADE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA NO BRASIL	17
TABELA 2.1 – BALANÇO ENERGÉTICO APROXIMADO PARA UMA CÉLULA FOTOVOLTAICA	24
TABELA 4.1 – CARACTERÍSTICAS DO PAINEL FOTOVOLTAICO SOB AS CONDIÇÕES PADRÕES DE TESTE	73
TABELA 4.2 – RESULTADOS COM O MESMO PONTO INICIAL	80
TABELA 4.3 – RESULTADOS APÓS CORREÇÃO DO PONTO INICIAL	83
TABELA 4.4 – NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA PONTO INICIAL ÚNICO E VARIÁVEL	83
TABELA 4.5 – ERRO RELATIVO PARA PONTO INICIAL ÚNICO	85
TABELA 4.6 – ERRO RELATIVO PARA PONTO INICIAL VARIÁVEL	85
TABELA 4.7 – POTÊNCIA MÁXIMA PARA SOMBREAMENTO PARCIAL SÉRIE	93
TABELA 4.8 . POTÊNCIA MÁXIMA PARA SOMBREAMENTO DE UM GRUPO PARALELO	98
TABELA 4.9 . POTÊNCIA MÁXIMA PARA SOMBREAMENTO DE DOIS GRUPOS PARALELOS	102
TABELA 4.10 . CONFIGURAÇÃO PARA SOMBREAMENTO <i>MISTO</i>	106

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	14
1.1. IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.2. OBJETIVOS	15
1.2.1. <i>Objetivo geral</i>	15
1.2.2. <i>Objetivos específicos</i>	15
1.3. ESTADO DA ARTE	15
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO	18
1.5. TRABALHOS PUBLICADOS	18
CAPÍTULO 2	19
2.1. INTRODUÇÃO	19
2.2. HISTÓRICO	20
2.3. MÓDULOS FOTOVOLTAICOS	21
2.3.1. <i>Princípio de funcionamento</i>	22
2.3.2. <i>Teorias de modelagem</i>	26
a) Modelo com um diodo e quatro parâmetros	28
b) Modelo com um diodo e cinco parâmetros	29
c) Modelo com dois diodos	30
2.4. CONVERSORES CC E CA	31
2.4.1. <i>Conversor estático CC/CC</i>	31
2.4.2. <i>Conversor estático CC/CA</i>	32
2.5. DISPOSITIVOS DE ARMAZENAMENTO	32
2.6. CONTROLADOR DE CARGA	34
CAPÍTULO 3	35
3.1. INTRODUÇÃO	35
3.1.1. <i>O desenvolvimento das técnicas de otimização</i>	36
3.1.2. <i>Fundamentos da otimização numérica</i>	37
3.1.3. <i>Formulação matemática</i>	39
3.1.4. <i>Convexidade</i>	40
3.2. OTIMIZAÇÃO IRRESTRITA	41
3.2.1. <i>Condições de otimalidade</i>	42
3.2.2. <i>Métodos de busca linear</i>	43
a) Comprimento do passo	45
b) Convergência do Método	48
3.2.3. <i>Métodos da região de confiança</i>	50
a) Comprimento do passo	51
b) O ponto de <i>Cauchy</i>	53
c) O método <i>Dogleg</i>	55
3.3.1. <i>Métodos de Newton</i>	59

3.3.2.	<i>Função de mérito</i>	61
3.3.3.	<i>Métodos de busca linear</i>	62
3.3.4.	<i>Métodos da região de confiança</i>	64
3.4.	SISTEMAS NÃO LINEARES COM RESTRIÇÕES DE CAIXA	66
3.4.1	<i>Introdução</i>	66
3.4.2.	<i>Solução de problemas não lineares com restrições de caixa</i>	66
CAPÍTULO 4	72
4.1.	INTRODUÇÃO	72
4.2.	OBTENÇÃO DOS DADOS	73
4.3.	MODELO MATEMÁTICO	76
4.4.	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	80
4.4.1.	<i>Ponto inicial</i>	80
4.4.2.	<i>O efeito da irradiação solar nas características do painel</i>	85
4.4.3.	<i>Análise da operação do painel em condição de sombreamento</i>	88
a)	Introdução	88
b)	Apresentação do modelo	89
c)	Simulações e resultados	93
CAPÍTULO 5	108
5.1.	CONCLUSÕES	108
5.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	110
BIBLIOGRAFIA	111
ANEXO I – EXEMPLOS DE NORMAS	116
ANEXO II – INSTRUÇÕES PARA SIMULAÇÕES	117

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Identificação do problema

A determinação dos parâmetros de módulos fotovoltaicos é essencial para que se possam modelar tais sistemas e assim, simular o comportamento desses dispositivos nas mais diversas situações.

O crescimento da indústria de dispositivos fotovoltaicos, a redução nos custos de fabricação de módulos fotovoltaicos, bem como os fortes impactos ambientais vivenciados atualmente em virtude da geração crescente de resíduos a partir da revolução industrial, configuram-se como propulsores ao estudo e desenvolvimento de tais tecnologias.

A criação de modelos matemáticos contribui na concepção de uma normatização relacionada aos testes e aplicação dessa tecnologia, uma vez que para a elaboração de normas e procedimentos legais é necessário consolidar critérios de avaliação, padronização de testes, responsabilidades entre as partes, dentre outros. É possível, portanto atingir tal objetivo mediante a solidificação do conhecimento a respeito da tecnologia.

A aplicação de algumas metodologias já existentes para a extração dos parâmetros que representam o sistema mostrou-se uma tarefa complexa quando aplicadas a curvas reais de operação de módulos fotovoltaicos. Assim, a técnica aqui apresentada possibilita a verificação da mudança no comportamento dos parâmetros de um painel fotovoltaico ao longo de sua vida útil, uma vez que trabalha com os parâmetros obtidos a partir de suas curvas de tensão em função da corrente.

A partir desse conhecimento dos parâmetros é possível detectar aqueles que mais impactam no desgaste dos dispositivos de conversão tornando possível a busca de formas de expandir a vida útil dos equipamentos ou ainda, melhorar a eficiência dos mesmos durante o seu período de utilização.

Outra característica importante que pode ser analisada a partir da modelagem do painel consiste em simular a operação de tal dispositivo na ocorrência de sombreamentos que são comumente encontradas nas condições normais de operação desses sistemas.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo geral

Utilizar uma metodologia de solução para sistemas de equações não lineares que permita estimar os parâmetros de módulos fotovoltaicos a partir de um modelo matemático que caracterize o comportamento desses módulos e utiliza como dados de entrada curvas reais medidas experimentalmente.

1.2.2. Objetivos específicos

- Descrever o princípio de funcionamento de módulos fotovoltaicos;
- Definir métodos de modelagem matemática de módulos fotovoltaicos;
- Descrever os métodos numéricos que podem ser associados ao processo;
- Aplicar o método selecionado em modelos reais mensurados;
- Utilizar a metodologia para simular o comportamento de módulos em condição de sombreamento.

1.3. Estado da arte

A utilização de módulos fotovoltaicos para geração de energia elétrica vem se tornando cada vez mais atraente diante dos avanços tecnológicos que estão ocorrendo em detrimento das inúmeras e principais fontes de energia utilizadas atualmente. Sendo esta uma tecnologia que utiliza uma fonte limpa, na qual os custos de utilização se baseiam no processo de conversão da energia solar, existe uma crescente demanda em pesquisas que visam aperfeiçoar essa técnica.

Em 1954 [1] foi apresentada a primeira célula solar moderna. Ela tinha apenas dois centímetros quadrados de área e uma eficiência de 6%, gerando 5 mW de potência elétrica. Cinquenta anos depois, em 2004, as células solares já ultrapassavam o rendimento de 16% e a capacidade instalada mundial de energia solar era de 2,6 GW, aproximadamente 18% da capacidade instalada de Itaipu. Os principais países produtores eram o Japão (com 1132 MW instalados), seguido da Alemanha (com 794 MW) e Estados Unidos (365,2 MW) [2].

Até o final de 2008, a capacidade mundial de geração de energia fotovoltaica era de aproximadamente 16 GW. Um ano depois, registrou-se um crescimento de quase 50%, registrando-se a marca de 23 GW. Em 2010, quase 40 GW estavam instalados em todo mundo e produziam cerca de 50 TWh de energia ao ano, conforme dados da *EPIA - European Photovoltaic Industry Association* [3].

A Figura 1.1 a seguir mostra o crescimento da capacidade de geração instalada em sistemas fotovoltaicos no mundo na década de 2000 a 2010.

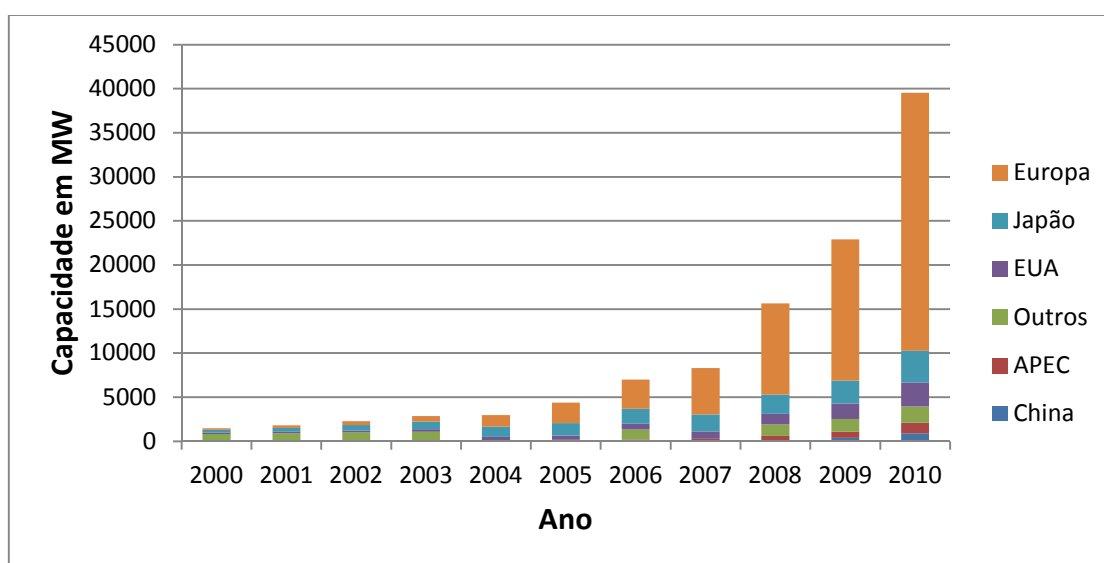


Figura 1.1. Crescimento da capacidade instalada de energia fotovoltaica no mundo [3]

No Brasil, segundo dados da Agência Nacional de Energia Elétrica, em novembro de 2011, a capacidade brasileira de geração de energia fotovoltaica fiscalizada pela agência reguladora era de aproximadamente 1 MW, sendo que até o ano de 2009 havia apenas 0,153 MW de potência gerada por sistemas conectados à rede. Esse número atingiu a marca de 1,087 MW de capacidade que está distribuída conforme Tabela 1.1 a seguir [4].

Tabela 1.1– Capacidade de geração de energia fotovoltaica no Brasil

USINA	POTÊNCIA OUTORGADA (KW)	POTÊNCIA FISCALIZADA (KW)	PROPRIETÁRIO	MUNICÍPIO
Araras	20,48	20,48	100% para Fundação de Amparo à Pesquisa e Extensão Universitária	Nova Mamoré - RO
Tauá	5.000	1.000	100% para MPX Tauá Energia Solar Ltda.	Tauá - CE
IEE	12,26	12,26	100% para Instituto de Eletrotécnica e Energia	São Paulo - SP
UFV IEE/Estacionamento	3	3	100% para Instituto de Eletrotécnica e Energia	São Paulo - SP
Embaixada Italiana	50	50	100% para Embaixada Italiana em Brasília	Brasília - DF
PV Beta Test Site	1,70	1,70	100% para DuPont do Brasil S.A	Barueri - SP
Total: 6 Usina(s)		Potência Total (fiscalizada): 1.087,44 kW		

Ainda segundo a EPIA, estima-se que em 2015, a capacidade global de energia fotovoltaica instalada será de aproximadamente 131 GW. Se, forem adotadas políticas públicas que estimulem o crescimento do setor, esse número pode chegar a quase 196 GW [3].

Uma medida importante no contexto brasileiro se deu em 17 de Abril de 2012, com a aprovação de regras pela Agência Nacional de Energia Elétrica para facilitar a geração de energia nas unidades consumidoras, conforme Resolução Normativa 482/2011 [5]

Tal medida pretende incentivar a geração distribuída, por meio da criação da norma de compensação de energia – regra válida para geradores que utilizem fontes incentivadas de energia (hídrica, solar, biomassa, eólica e cogeração qualificada) – e ainda, com a aprovação de novas regras para descontos na Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição – TUSD e na Tarifa de Uso do Sistema de Transmissão – TUST para usinas maiores (de até 30 MW) que utilizarem fonte solar [6].

Tal ação representa uma etapa importante para o desenvolvimento dos sistemas de geração que utilizam fontes incentivadas de energia, como a energia solar, que necessitam da criação de políticas públicas que viabilizem sua inserção efetiva na matriz energética brasileira.

1.4. Estrutura do trabalho

No capítulo 2 é apresentada a teoria a respeito da geração de energia fotovoltaica. Neste são apresentados os tipos de sistemas utilizados na geração deste tipo de energia e os principais componentes que constituem tais sistemas, dando ênfase ao painel fotovoltaico que é o dispositivo foco deste trabalho.

No capítulo 3 é feita a descrição da teoria de otimização numérica que dá suporte à solução de sistemas de equações não lineares. Aqui são apresentadas algumas técnicas matemáticas utilizadas na solução de sistemas não lineares e descreve-se a teoria pertinente à técnica empregada no projeto.

Já, no capítulo 4 é apresentada a metodologia para extração de parâmetros de módulos fotovoltaicos desenvolvida. Além disso, faz-se a aplicação da metodologia apresentada na modelagem do comportamento de módulos fotovoltaicos em condições de sombreamento. O objetivo deste capítulo é mostrar como o modelo pode ser utilizado em análises e simulações.

Por sua vez, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões a partir dos resultados obtidos durante a execução do projeto e também, são feitas sugestões para trabalhos futuros que pretendam versar sobre o tema aqui abordado.

1.5. Trabalhos publicados

Como resultado dos estudos realizados ao longo da execução desse trabalho foi publicado:

- [1] RODRIGUES, P., CAMACHO, J. R. e MATOS, F.B. "The application of Trust Region Method to estimate the parameters of photovoltaic modules through the use of single and double exponential models". Proceedings on ICREPQ'11, Las Palmas de Gran Canaria (Spain), 13th to 15th April, 2011.
- [2] RODRIGUES, P., CAMACHO, J. R. e MATOS, F.B. "The trust region method applied to the extraction of parameters for photovoltaic panels". Proceedings on Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia 2011, Coimbra (Portugal), 14 a 17 de Junho, 2011.

CAPÍTULO 2

CONVERSÃO DA ENERGIA SOLAR EM ENERGIA ELÉTRICA

2.1. Introdução

O processo de conversão da energia solar em energia elétrica é feito por meio de módulos fotovoltaicos que convertem a energia solar em energia elétrica. Porém, o uso a que se destina é que determinará a complexidade do sistema e consequentemente os elementos que o constituirão.

Os sistemas fotovoltaicos se dividem em sistemas autônomos e sistemas interligados [7]. O primeiro caso refere-se a sistemas que atendem determinada carga sem interligação com o sistema de geração convencional local. Esses sistemas requerem o emprego de elementos de armazenamento (baterias) e de controle de carga (reguladores de carga).

As primeiras utilizações terrestres dos sistemas fotovoltaicos se deram por meio de sistemas autônomos, especialmente em locais onde não era técnica ou economicamente viável para a concessionária a interligação por meio da rede convencional. Atualmente, os sistemas autônomos têm sido difundidos em dispositivos de iluminação em boias de navegação e de telefonia fixa [8] para apoio de usuários em rodovias e sistemas móveis, tais como calculadoras, relógios, carros e barcos.

Já, os sistemas interligados são aqueles que não utilizam sistemas de armazenamento. A energia gerada é fornecida à carga e aquela excedente é injetada no sistema da concessionária. Esses sistemas foram utilizados inicialmente em pequena escala, como por exemplo, sistemas instalados em telhados de casas para fornecer energia às residências.

Porém, verifica-se um elevado crescimento no emprego de grandes sistemas interligados à rede, constituindo o que se denominam usinas fotovoltaicas. Para esses sistemas é imprescindível a utilização de conversores de energia que

permitem a adequação da energia gerada pelos módulos fotovoltaicos ao padrão da rede de distribuição de energia elétrica.

Inicialmente será apresentado um breve histórico a respeito do desenvolvimento dessa tecnologia e posteriormente, serão descritos os dispositivos que compõem um sistema fotovoltaico.

2.2. Histórico

O uso da energia fotovoltaica tornou-se possível a partir da descoberta feita pelo físico francês Alexander Edmond Becquerel [9] em 1839. Em 1873, o engenheiro inglês Willoughby Smith, verifica o efeito fotovoltaico num material semicondutor – o selênio. Posteriormente, em 1883, os inventores norte-americanos, W. G. Adams e R. E. Day, constroem a primeira célula solar fotovoltaica com rendimento de cerca de 1% [10]. Somente em 1954 o químico norte-americano, Calvin Fuller, juntamente com os cientistas Gerald Pearson, e Daryl Chapin [11] criaram a primeira célula solar de silício monocristalino que apresentava rendimento de 4,5%.

Desse modo, em 1956, acontecem as primeiras aplicações terrestres da energia fotovoltaica feita em bóias de navegação, telecomunicações, entre outras. Dois anos subsequentes, embora a NASA (*North American Space Agency*) não estivesse muito convencida das vantagens na utilização de módulos fotovoltaicos, aceitou aplicar um pequeno painel composto por seis células solares no satélite artificial Vanguard I para alimentar um transmissor reserva de outro que era alimentado por uma pilha convencional de mercúrio [12].

O transmissor equipado com a pilha convencional operou por apenas 20 (vinte) dias, enquanto o transmissor que utiliza o painel fotovoltaico funcionou por cerca de 8 (oito) anos.

Assim, após o sucesso demonstrado pelas células solares no primeiro teste espacial, elas passaram a ser utilizadas nos satélites do programa espacial norte-americano, bem como do programa soviético.

Na década de 60, com a Guerra Fria, foram feitos vultosos investimentos no desenvolvimento da tecnologia de células fotovoltaicas, primordialmente no sentido

de aprimorar a eficiência de tais dispositivos. Durante esse período foram feitos avanços essenciais a essa tecnologia.

Em 1973, com a Crise do Petróleo, surge a segunda grande corrida pelo desenvolvimento das células solares [13], porém desta vez o objetivo principal era a redução dos custos das células solares que então empregavam o silício monocristalino como semicondutor base da produção. A preparação do silício é feita de maneira similar àquela dos chips de computador e são, ainda hoje, as células comerciais mais eficientes, porém o custo de fabricação é muito elevado.

As pesquisas intensificadas pela crise petrolífera contribuíram com a descoberta de novos materiais, como o silício policristalino ou amorfo que é muito menos exigente em termos de processo de fabricação e, conseqüentemente, mais barato.

Diante desses desenvolvimentos o mercado de energia fotovoltaica se expandiu exponencialmente, impulsionado inicialmente pelos investimentos americanos e posteriormente pelo Japão e Alemanha, que atualmente ocupam posição de destaque na utilização desta tecnologia nos seus parques energéticos.

2.3. Módulos fotovoltaicos

Atualmente existem diversas tecnologias utilizadas na fabricação de módulos fotovoltaicos e há ainda muitas pesquisas que buscam novas tecnologias que permitam alcançar níveis de eficiência maiores aliados a um custo de fabricação menor.

Tais tecnologias se caracterizam pelo material base utilizado na produção dos módulos fotovoltaicos. A tecnologia mais conhecida e consolidada atualmente é baseada no silício – o segundo elemento mais abundante na superfície do planeta – explorado sob diversas formas: monocristalino, policristalino e amorfo [14].

As células de silício monocristalino apresentam eficiência na faixa de 15% a 18%. Já, as células de silício policristalino apresentam um custo de fabricação menor, porém a eficiência opera em torno dos 13%. Por sua vez, as células de silício amorfo permitem a criação de células flexíveis, pois podem ser depositadas em

qualquer tipo de material, no entanto, apresentam rendimentos na faixa dos 6% que tendem a diminuir no primeiro ano de uso [15]

Além das células de silício, existem diversas pesquisas voltadas para a criação de módulos híbridos, que alcançam diferentes faixas de eficiência e módulos de película fina, que já têm sido fabricados em série e empregados em algumas aplicações.

Os módulos fotovoltaicos são formados por conjuntos de células ligadas em arranjos de modo a fornecerem os níveis de tensão e corrente adequados às aplicações em geral. Assim, de acordo com as características desejadas, as células solares são interligadas em série ou paralelo de modo a adaptar os níveis de tensão e corrente gerados aos demais componentes do sistema.

Assim, pode-se entender o princípio de funcionamento de um painel utilizando-se uma única célula solar como referência e utilizando o conceito de fontes em corrente contínua ligadas em série ou paralelo.

2.3.1. Princípio de funcionamento

Nas células solares de silício é formada uma junção pn em um processo de dopagem no qual, o silício, da Família IV-A, é dopado de um lado por um elemento da Família III-A da Tabela Periódica dos Elementos, como o boro (B) [16] e do outro por um elemento da Família V-A, como o fósforo (P), conforme indica a Figura 2.1.

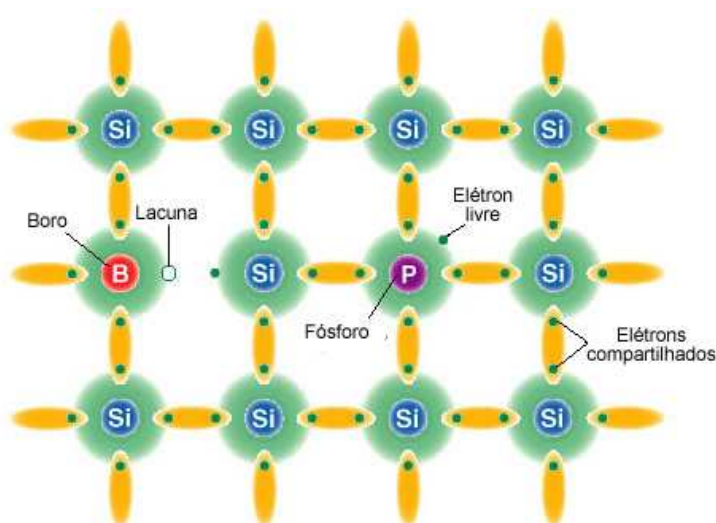


Figura 2.1. Dopagem do silício em uma célula solar

Quando é feita a dopagem do elemento base com átomos que possuem cinco elétrons na camada de valência, haverá excesso de elétrons que estarão fracamente ligados aos seus átomos de origem. Isto faz com que, com pouca energia seja possível mudar os elétrons da banda de valência para a banda de condução. Assim, forma-se o semiconductor tipo n ou doador de elétrons.

Já, quando se inserem elementos com três elétrons na camada de valência (família III-A) haverá a falta de elétrons para fazer a ligação com os átomos de silício (Si). Essa falta é chamada de lacuna que faz com que com pouca energia um elétron vizinho possa ocupar essa posição. Desse modo, constitui-se o semiconductor tipo p ou aceitador de elétrons.

A radiação solar fornece anualmente para a atmosfera terrestre $1,5 \times 10^{18}$ kWh de energia [14]. Porém, boa parte dessa energia é devolvida ao espaço sob a forma de energia refletida.

A célula exposta ao Sol recebe então, uma parcela da energia que é absorvida pela atmosfera na forma de radiação eletromagnética que é quantizada em fótons. Mas, nem toda a parcela de fótons que incidem sobre a célula é aproveitada durante o processo de conversão de energia. A quantidade de fótons que participarão efetivamente da conversão da energia solar em energia elétrica dependerá da energia armazenada em cada um deles [17].

Os fótons que possuírem energia inferior a um limite, conhecido por limiar fotovoltaico, não conseguirão arrancar um elétron da camada de valência do átomo, contribuindo apenas para o aquecimento da célula [18]. Os fótons que conseguirem atingir a célula arrancarão um elétron da camada de valência do átomo lançando-o para a camada de condução do mesmo, como descrito em [19]. Quando ocorre esse efeito de liberação de um elétron e consequente criação de uma lacuna, se diz que houve a geração de um par elétron-lacuna.

A tendência desse elétron livre é caminhar pelo material. Porém, o modo como esse elétron irá se comportar depende de onde foi gerado esse par elétron-lacuna. A geração pode ter sido feita no semiconductor tipo n, no semiconductor tipo p ou na camada de depleção (junção p-n).

A camada de depleção funciona como um dipolo. Portanto, um elétron na camada de condução será lançado para o semicondutor tipo n, da mesma forma que uma lacuna foto-gerada será lançada para o semicondutor tipo p.

Com o aumento dos elétrons no semicondutor tipo n e das lacunas no semicondutor tipo p, quando colocarmos uma carga entre contatos ligados aos lados n e p haverá a circulação de elétrons do lado n para o lado p na tentativa de equilibrar as cargas dos dois lados. Esse processo caracteriza o que se chama de corrente elétrica [20].

A Tabela 2.1 a seguir ilustra o balanço energético aproximado para uma célula fotovoltaica [21].

Tabela 2.1 – Balanço energético aproximado para uma célula fotovoltaica

Energia solar incidente	100%
Reflexão e sombreamento dos contatos frontais	3,0%
Perda devido à insuficiência de energia do fóton na radiação de onda longa	23,0%
Perda devido ao excesso de energia do fóton na radiação de onda curta	32,0%
Perda de energia devido ao processo de recombinação	8,5%
Perda de energia devido ao gradiente elétrico da célula, especialmente na barreira potencial	20,0%
Perdas caloríficas na resistência série	0,5%

A célula fotovoltaica tem seu comportamento diretamente afetado pela irradiância solar incidente na sua superfície tendo em vista que, conforme citado anteriormente, o processo de movimentação dos elétrons dentro do material é responsável pelo surgimento da corrente elétrica, depende diretamente da quantidade de fótons que incidirão sobre a célula e conseguirão tirar os elétrons do seu estado de imobilidade. Assim, verifica-se que a fotocorrente gerada pelo dispositivo é proporcional à irradiação solar incidente.

A Figura 2.2 mostra a variação da curva de operação da célula em função da irradiação solar incidente.

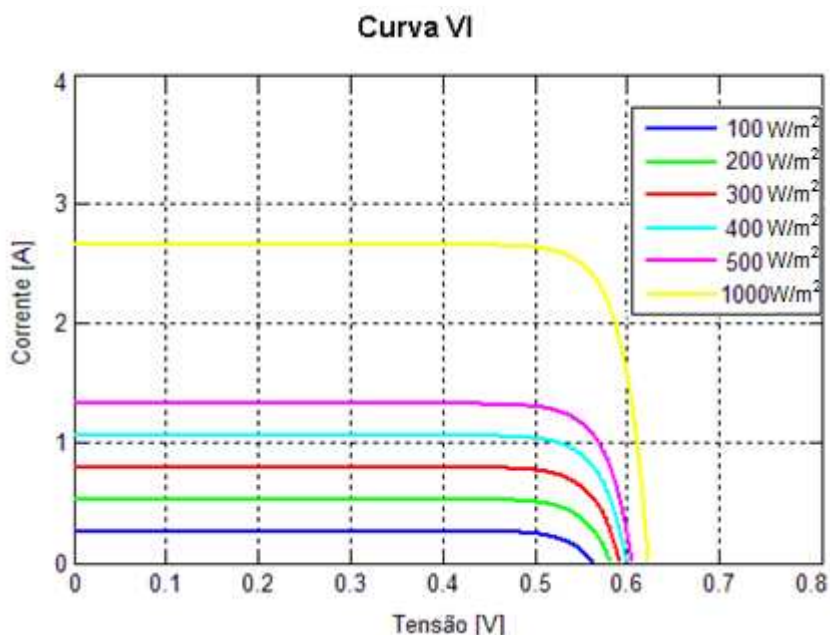


Figura 2.2. Variação da curva de operação da célula em função da irradiação solar

Outro fator fundamental na operação das células solares é a temperatura ambiente. Como a célula está diretamente exposta à irradiação solar haverá um aquecimento interno do dispositivo.

Quanto mais alta a temperatura externa, mais alta será também a temperatura interna do dispositivo. À medida que a temperatura interna da célula cresce, aumenta-se a agitação térmica dos materiais que por sua vez, aumenta a velocidade de recombinação dos pares elétron-lacuna. Conforme foi dito anteriormente, o aumento nessa recombinação faz com que haja um decréscimo no número de elétrons livres e consequentemente, aumento da tensão na barreira potencial.

A barreira de potencial é o potencial existente na junção que impede a livre passagem dos elétrons da camada tipo-n para a camada tipo-p e vice-versa. Assim, o aumento da tensão nessa barreira potencial afeta negativamente a tensão gerada pela célula.

Além disso, como as células são formadas por materiais semicondutores nota-se que o aumento de temperatura acarreta em perdas de eficiência do dispositivo semicondutor e consequentemente, no aumento da corrente reversa de saturação.

A Figura 2.3 ilustra a variação da curva de operação da célula em função da variação da temperatura ambiente.

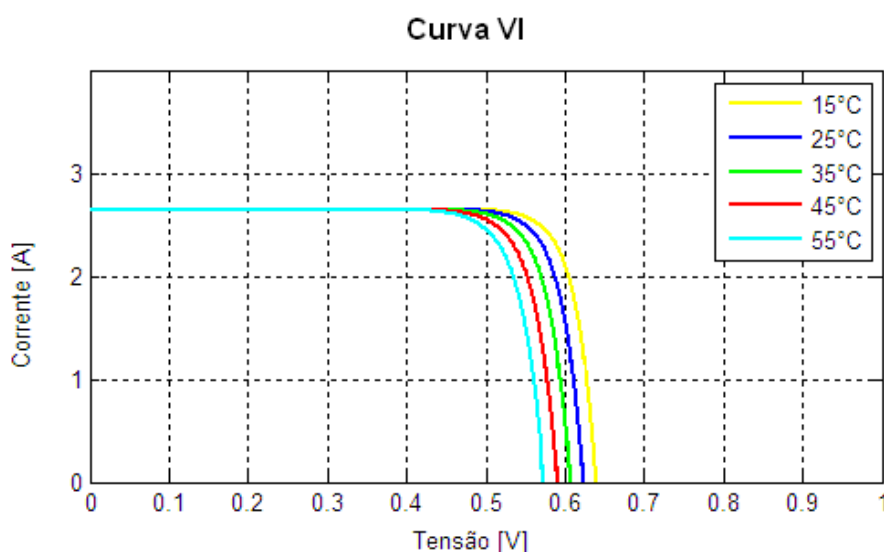


Figura 2.3. Variação da curva de operação da célula em função da temperatura

2.3.2. Teorias de modelagem

A modelagem de um painel fotovoltaico se faz a partir da determinação de parâmetros que representam os fenômenos físicos verificados no equipamento. Para tanto, é preciso estabelecer inicialmente um modelo elétrico equivalente ao modelo real existente.

Nesse contexto, é importante ressaltar que existem diferentes metodologias de modelagens para a célula tendo em vista os fenômenos que são considerados na análise.

O circuito elétrico equivalente ao dispositivo é formado por elementos que representam os efeitos observáveis na célula. Assim, para escolher o modelo de análise é necessário estabelecer quais os fenômenos que se deseja representar no modelo. Ademais, a escolha da representação deve ser feita tendo em vista que, um número maior de elementos implica em maior complexidade nos cálculos.

Existem, em suma, duas distinções a serem feitas: os modelos que apresentam uma exponencial para o diodo e os que apresentam duas exponenciais [22]; e ainda, os modelos que analisam somente uma resistência interna (série) ou as duas (série e shunt).

Desse modo, a compreensão do funcionamento da célula à luz das teorias físicas pertinentes bem como, a diferenciação e escolha de um modelo a ser representado, são essenciais para a obtenção das equações que irão reger os fenômenos em análise e permitir a obtenção dos parâmetros necessários para a modelagem do painel fotovoltaico.

A modelagem de células solares envolve de um modo geral, duas categorias: a modelagem com 4 (quatro) parâmetros e a modelagem com 5 (cinco) parâmetros. E ainda, faz-se a distinção entre a representação por um único diodo ou dois diodos, ou seja, a equação apresenta uma ou duas exponenciais.

De um modo geral, considerando um dispositivo ideal, o circuito elétrico que representa a célula solar é indicado pela Figura 2.4.

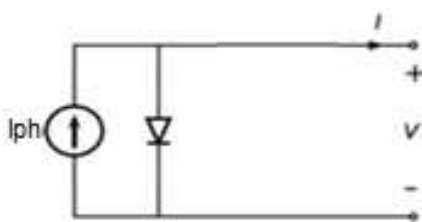


Figura 2.4. Representação de uma célula ideal

A partir dessa representação é possível identificar três parâmetros que estarão presentes em qualquer modelo que se escolha para representar o dispositivo. São eles: a fotocorrente (I_{ph}) que simula a corrente gerada pela célula por meio do processo fotovoltaico, a corrente reversa de saturação (I_s) que indica as fugas de corrente no material semicondutor e o fator de idealidade (m) que representa um fator de qualidade do material semicondutor. Esse fator varia entre 1 e 2 para uma célula de modo que, o valor unitário significa um comportamento ideal da curva IV no que diz respeito ao material semicondutor.

Com base nesse modelo extrai-se a Equação (2.1) que mostra a corrente da célula em função da tensão [23].

$$I = I_{ph} - I_s(e^{\frac{qV}{kT}} - 1) \quad (2.1)$$

Onde:

I_{ph} – fotocorrente gerada pela célula [A].

- T – temperatura [K].
 I_s – corrente reversa de saturação [A].
 q – carga do elétron ($1,602177 \cdot 10^{-19}$ C).
 k – constante de Boltzmann ($1,381 \times 10^{-23}$ J/K).

Ressalta-se que nesse modelo o fator de idealidade do diodo m é considerado ideal, ou seja, possui valor unitário, conforme supracitado.

Seguindo esse modelo é possível inserir os elementos de perda observados no dispositivo e criar modelos mais próximos daqueles encontrados comercialmente. A seguir serão apresentados os modelos que consideram as perdas inerentes aos dispositivos elétricos, como células solares.

a) Modelo com um diodo e quatro parâmetros

No modelo com quatro parâmetros é inserido um resistor em série com o circuito, de acordo com a Figura 2.5. Essa resistência série representa a soma da resistência de contato entre o material semicondutor e a superfície metálica e a resistência dos terminais metálicos.

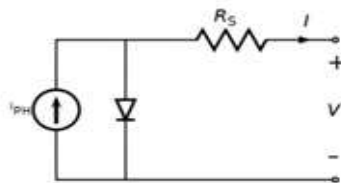


Figura 2.5. Modelo com 4 parâmetros

Para esse modelo a tensão de saída V da célula é dada pela tensão reversa no diodo menos a queda de tensão na resistência série. Desse modo, para o circuito elétrico com quatro parâmetros a Equação (2.1) pode ser reescrita conforme a Equação (2.2) [24].

$$I = I_{ph} - I_s \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{mkT}} - 1 \right) \quad (2.2)$$

Onde os novos parâmetros são:

- m – fator de idealidade do diodo.
 R_s – resistência série [Ω].

Esse modelo é dito de quatro parâmetros porque apresenta quatro incógnitas a serem determinadas. Além das três citadas no modelo ideal – fotocorrente, fator de idealidade e corrente reversa – tem-se a resistência série como novo parâmetro a ser estimado.

b) Modelo com um diodo e cinco parâmetros

Esse é o modelo de circuito elétrico mais utilizado na representação de células fotovoltaicas. Nele tem-se, além da resistência série, a resistência de perdas internas shunt [24], conforme a Figura 2.6. Esse resistor representa as fugas de corrente na camada de depleção.

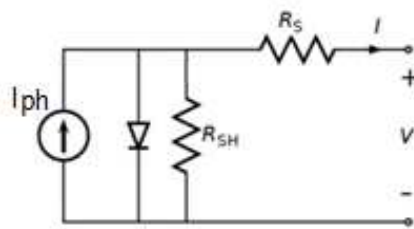


Figura 2.6. Modelo com cinco parâmetros

Assim, para obter a equação que simula a característica V-I da célula tem-se a inserção de mais um termo na Equação (2.2) de modo que, a corrente de saída da célula será a fotocorrente gerada menos a corrente no diodo (I_d) e a corrente no ramo shunt (I_p).

A Equação (2.3) representa a Equação I-V da célula para o modelo discutido [24].

$$I = I_{ph} - I_s \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{mkT}} - 1 \right) - \frac{V+IR_s}{R_{sh}} \quad (2.3)$$

Onde o novo parâmetro é:

R_{sh} – resistência shunt [Ω].

Adicionando-se a resistência shunt o circuito apresenta cinco variáveis a serem estimadas – fotocorrente, fator de idealidade, corrente reversa, resistência série e resistência *shunt*. É importante ressaltar que essas variáveis dependem de características externas à célula, como a temperatura e a irradiação solar incidente, e também de propriedades relativas ao processo de fabricação da célula,

principalmente os materiais semicondutores utilizados e a concentração de dopantes.

c) Modelo com dois diodos

A razão preponderante para utilizar um modelo com dois diodos, ou seja, uma equação com duas exponenciais está no fato de que o modelo com um único diodo não representa bem o comportamento da célula em condições de baixa irradiância solar [25]. Porém, conforme ilustra a Figura 2.7, o circuito elétrico equivalente para tal representação apresenta duas exponenciais que reproduzirão os dois diodos.

Em alguns modelos com dois diodos considera-se o fator de idealidade do primeiro diodo igual a 1 (um), representando o fenômeno da difusão, enquanto o segundo tem valor igual a 2 (dois), representando o fenômeno da recombinação [26].

Existem ainda, pesquisadores que consideram o primeiro diodo com fator de idealidade unitário e calculam o segundo. Neste caso será apresentado o modelo em que os dois fatores são variáveis.

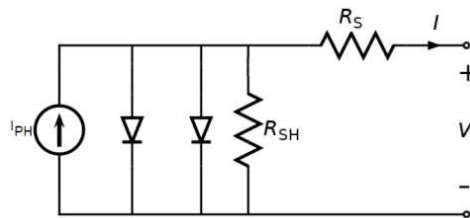


Figura 2.7. Modelo com dois diodos

A Equação (2.4) mostra a função $I = f(V)$, que representa o comportamento da célula nesse modelo.

$$I = I_{ph} - I_{s1} \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{m_1 kT}} - 1 \right) - I_{s2} \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{m_2 kT}} - 1 \right) - \frac{V+IR_s}{R_{sh}} \quad (2.4)$$

Onde:

- I_{s1} – corrente reversa de saturação do primeiro diodo [A].
- I_{s2} – corrente reversa de saturação do segundo diodo [A]
- m_1 – fator de idealidade relativo ao fenômeno da difusão
- m_2 – fator de idealidade relativo ao fenômeno da recombinação

Analisando a equação acima se verifica imediatamente a maior complexidade do problema a ser resolvido com esse tipo de representação com relação aos outros modelos apresentados. Além da inserção de uma nova exponencial, tem-se também a inclusão de outra variável no sistema, o que ocasionará um esforço computacional mais elevado para a solução do sistema.

2.4. Conversores CC e CA

Os dispositivos de conversão são utilizados para adequar a potência elétrica disponível em um determinado ponto do sistema para outra forma desejada. Os conversores podem elevar ou abaixar os níveis de tensão, além de transformar tensões ou correntes de entrada de alternada para contínua, bem como o oposto.

Nos sistemas fotovoltaicos são usados basicamente dois tipos de conversores estáticos: conversor estático CC/CC e o conversor estático CC/CA [27].

2.4.1. Conversor estático CC/CC

O conversor estático CC/CC é utilizado em sistemas fotovoltaicos que possuem baterias de modo a adequar os níveis baixos de tensão fornecidos pelo sistema de armazenamento ao barramento CC que alimentará cargas em corrente contínua.

Além disso, os conversores CC/CC são utilizados em sistemas fotovoltaicos como Seguidores de Máxima Potência, mais comumente conhecidos *por Maximum Power Point Tracker – MPPT* [28]. Como a curva de operação do painel fotovoltaico varia em função da irradiância solar e da temperatura, o MPPT busca o ponto de máxima potência para cada condição de operação verificada. Para tal, um algoritmo comanda a chave de controle do conversor de modo que o produto da tensão pela corrente na entrada do conversor seja sempre máximo.

A Figura 2.8 mostra uma das topologias de conversores CC/CC elevadores (step-up) utilizados em sistemas fotovoltaicos.

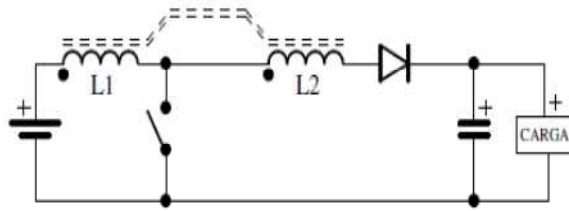


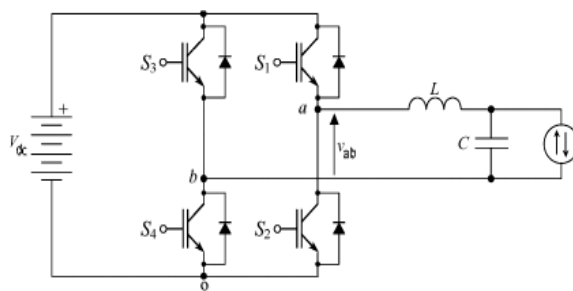
Figura 2.8. Topologia de conversor CC/CC elevador

2.4.2. Conversor estático CC/CA

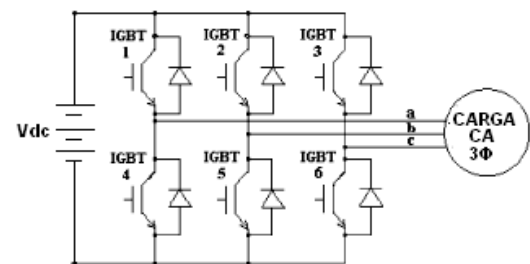
O conversor estático CC/CA, mais comumente conhecido por inversor, tem a função de transformar uma tensão ou corrente contínua de entrada em tensão ou corrente alternada na saída [27].

Tendo em vista que a maior parte dos equipamentos eletrônicos é fabricada de modo a operarem com tensões alternadas e, sabendo que a tensão gerada pelo sistema fotovoltaico é contínua, os inversores são utilizados para que se possa fazer a alimentação de cargas em corrente alternada e também, para a interconexão com o sistema da concessionária no caso de sistemas interligados à rede.

Os inversores utilizam chaves estáticas, como tiristores ou transistores, de modo a permitirem a conversão de frequência da tensão de entrada, para a frequência desejada na saída. Essa frequência é determinada pelo sistema de controle de abertura e fechamento das chaves. A Figura 2.9 mostra duas topologias básicas de inversor monofásico e trifásico em ponte completa, respectivamente.



(a) Inversor monofásico em ponte completa



(b) Inversor trifásico em ponte completa

Figura 2.9. Topologias de Conversores CC/CA

2.5. Dispositivos de armazenamento

Nos sistemas fotovoltaicos a geração de energia é diretamente proporcional à incidência de radiação solar, ou seja, nos períodos de grande insolação haverá a

geração de grande volume de energia, que poderá não ser totalmente utilizada pelo sistema e nos períodos de baixa insolação haverá pequeno volume de energia gerada.

Como a grande maioria dos sistemas não pode estar sujeito a essas grandes oscilações de geração, utilizam-se dispositivos de armazenamento de modo a obter um sistema mais estável, especialmente nos sistemas autônomos em que não há conexão com a rede de energia.

As baterias são os dispositivos de armazenamento mais utilizados em sistemas fotovoltaicos, pois permitem a conversão direta da energia elétrica gerada em energia potencial química, e posteriormente, a conversão dessa energia armazenada em energia elétrica.

Elas são classificadas em dois grupos: primárias e secundárias [29]. As baterias primárias são aquelas em que não existe o processo de recarga, ou seja, uma vez que seus reagentes são esgotados não é possível fazer a transformação da energia química em energia elétrica. Já, as baterias secundárias são as baterias recarregáveis, isto é, o processo de carga e descarga da bateria pode se repetir durante toda a sua vida útil.

Nos sistemas fotovoltaicos são utilizadas baterias secundárias. Entre os diversos modelos existentes, as mais utilizadas nesses sistemas são as de chumbo-ácido, enquanto as de níquel-cádmio são as que apresentam melhores características de operação. As primeiras representam uma das tecnologias mais utilizadas em baterias devido ao baixo custo relacionado a uma capacidade relativamente alta de armazenamento [30].

Já as baterias de níquel-cádmio tem se mostrado uma boa alternativa para aplicações que necessitam de alta densidade de carga e ainda, a possibilidade de instalação da bateria em diversas posições. Porém os custos são maiores que aqueles verificados nas baterias de chumbo-ácido, fazendo dessa uma tecnologia cara comparada à anterior.

As baterias de chumbo-ácido são projetadas para uso automobilístico e podem fornecer uma grande quantidade de corrente em um pequeno intervalo de

tempo. Para uma completa recuperação da energia armazenada aceitam até 30% de descarga. Já as baterias de ciclo profundo podem fornecer uma menor corrente por um intervalo de tempo mais longo e se adaptam melhor à utilização fotovoltaica. Estas já aceitam até 85% de descarga.

As baterias de chumbo-ácido ainda dominam esse mercado, entretanto se não houver melhorias no sentido de aperfeiçoar a capacidade de armazenamento e vida útil aliados ao custo, essas baterias podem vir a ser substituídas por outras tecnologias que vem sendo desenvolvidas.

2.6. Controlador de carga

Nos sistemas fotovoltaicos que utilizam o armazenamento de energia é imprescindível a utilização do controlador de carga de modo a evitar os processos de descarga profunda das baterias nos períodos longos sem insolação e de sobrecarga, nos períodos de grande insolação e baixo consumo de energia.

Assim, os controladores de carga protegem a bateria e aumentam a sua vida útil [31]. Para isso, são formados basicamente por dois circuitos: um de controle e outro de comutação. O circuito de controle é responsável por monitorar a bateria – estado de carga e temperatura – e enviar sinais ao sistema de comutação. Por sua vez, o circuito de comutação, formado por chaves semicondutoras, controla o processo de carga e descarga das baterias.

De um modo geral, o controlador de carga é feito por meio de um conversor CC/CC que opera com a tensão de saída igual à tensão de carga das baterias.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS MATEMÁTICOS

3.1. Introdução

O conhecimento a respeito da extração de parâmetros de células solares a partir de dados experimentais é essencial para o projeto, controle de qualidade e para análise de desempenho destes dispositivos.

Diferentes métodos para a determinação de parâmetros, quais sejam a resistência shunt (R_{sh}), a fotocorrente (I_{ph}), a resistência série (R_s), a corrente reversa de saturação (I_s) e o fator de idealidade do diodo (m) são propostos e discutidos por diversos autores. Alguns métodos envolvem a utilização de medidas da característica I-V da célula sob iluminação para um ou diferentes níveis de iluminação [32], [33] [34], [35], [36] e [37], outros usam condições de não iluminação (escuro) [38], [39], [40] e [41], e ainda há os que empregam medidas nas duas condições citadas.

Recentemente, têm sido propostos métodos que utilizam redes neurais artificiais para fazer a extração dos parâmetros da célula em função da irradiação solar e da temperatura de funcionamento do dispositivo. Além disso, têm sido publicados novos trabalhos que utilizam a técnica de solução numérica dos mínimos quadrados [42] para extrair os parâmetros da célula.

O foco desse trabalho se dá na utilização dos métodos numéricos de modo a solucionar um sistema de equações não lineares cujas variáveis a serem determinadas representam os parâmetros buscados. Inicialmente serão apresentados os métodos de otimização numérica e posteriormente as técnicas de solução para equações lineares que são fundamentadas pela teoria descrita nas técnicas de otimização.

3.1.1. O desenvolvimento das técnicas de otimização

Embora a matemática seja uma ciência antiga, a otimização tem uma história extremamente recente. Ainda que pareça um conceito bastante intuitivo, somente no final da década de 30 e início da década de 40 é que apareceram os primeiros resultados que impulsionaram o desenvolvimento das técnicas de otimização.

Analogamente ao que ocorreu com as células fotovoltaicas, a situação de guerra e competição que se vivia nesse período, às quais se associou um forte desenvolvimento industrial, criou condições para que se procurasse desempenhar tarefas de modo mais eficiente. A gestão dos recursos impunha que se utilizassem técnicas sofisticadas de otimização que acabaram por incidir no âmbito da matemática.

Os primeiros cientistas a se destacarem com contribuições determinantes foram George Dantzig [43], em 1947, nos Estados Unidos e Leonid Kantorovich [44] na extinta União Soviética. Dantzig foi o responsável pelo desenvolvimento do método *simplex* [45], utilizado para resolver problemas de transportes/distribuição no Pentágono, enquanto Kantorovich contribuiu com desenvolvimentos teóricos na resolução de problemas de equilíbrio econômico.

No final da década de 50 a otimização numérica, ou programação matemática como era mais conhecida na época, era já uma disciplina consolidada, começando a ser lecionada em universidades, em cursos de matemática ou cursos de ciências de gestão.

Nesse contexto, surgiu uma grande variedade de teoremas e ainda, teorias. Além disso, foram reapreciados resultados antigos como o *Lema de Farkas* e o processo de eliminação de Fourier e ainda, aprofundaram-se os estudos de conceitos como os de sistemas de inequações, poliedros e dualidade [45]. Concomitantemente, diversos outros resultados da teoria de convexidade foram desenvolvidos ou especializados de forma tal que a convexidade tornou-se parte fundamental da otimização.

Do ponto de vista prático, o método simplex possibilitou a resolução de problemas de otimização de grande dimensão, isto é, com um número elevado de

variáveis e inequações aplicadas a problemas de planejamento de transportes, de planejamento de produção e distribuição, de aplicação de recursos e de programação de tarefas.

Além disso, a interação com as ciências da computação possibilitou, por meio dos computadores, a aplicação dos métodos em problemas mais complexos e revelou ainda, fragilidades numéricas na computação automática suscitando questões de complexidade computacional.

Atualmente, com o crescimento da área coexiste uma grande especialização bem como, diversificação dessa ciência. Assim, observam-se especializações em: otimização não linear, otimização discreta e, mais recentemente, a otimização estocástica. Da mesma forma, tem-se diversificações quanto à teoria, processos computacionais, aplicação, entre outras.

3.1.2. Fundamentos da otimização numérica

Otimização numérica pode ser entendida como o processo que visa encontrar uma solução ou um conjunto de soluções ótimas para uma equação ou um sistema de equações, sejam elas lineares ou não.

Os métodos indiretos ou iterativos iniciam o processo de solução a partir de uma estimativa inicial fornecida pelo usuário, a qual é corrigida sucessivamente a cada iteração. Existem diversos métodos nessa classe que se diferenciam pela técnica utilizada para correção dos valores calculados e também pela taxa de convergência.

Uma vez que é extremamente improvável que o usuário forneça uma estimativa inicial precisa, o sistema normalmente se aproxima gradualmente da solução, além disso, é necessário determinar a precisão que a resposta deverá apresentar, definindo qual o erro aceitável na solução considerada ótima para um dado problema.

A definição de solução ótima depende do sistema em análise, por exemplo, para uma função $C = f(x)$ que representa o custo de produção de uma fábrica de latas de alumínio, a solução ótima consiste em determinar o valor de x que minimiza a função C . Por outro lado, para uma função $G = f(y)$ que define o lucro mensal

dessa mesma fábrica, a solução ótima passa pela determinação do valor y que maximiza a função G .

À medida que aumenta o número de variáveis e funções que representam o sistema, a determinação da solução ou ainda, conjunto de soluções, torna-se mais complexo. Nesse contexto surge a necessidade de aperfeiçoar os métodos de otimização através do aprimoramento e desenvolvimento das técnicas matemáticas e computacionais.

Podem-se dividir os métodos de otimização inicialmente pelo comportamento das funções a serem otimizadas em *otimização discreta* ou *otimização contínua*. No que diz respeito à otimização discreta tem-se a *programação estocástica* e *programação inteira*. Já, com relação à otimização contínua pode-se, pela presença ou não de limitantes, distinguir as técnicas de *otimização restrita* ou *otimização irrestrita* [46].

Em alguns problemas de otimização, o modelo não pode ser completamente definido porque ele depende de variáveis que não são conhecidas no momento da formulação do problema. Essa característica é encontrada em muitos modelos de planejamento econômico e financeiro que dependem de variáveis que se alteram com o tempo.

A *programação estocástica* usa funções de probabilidade na determinação dos parâmetros que são desconhecidos no momento de formulação do problema ao invés de empregar valores aproximados para estas variáveis [46].

Por outro lado, nos problemas de *programação inteira* as variáveis podem assumir unicamente valores inteiros, como por exemplo, o número de trabalhadores necessários para a construção de uma usina hidrelétrica ou ainda a quantidade de geradores a serem instalados nessa hidrelétrica.

No âmbito da otimização contínua, a *otimização irrestrita* trabalha com aqueles problemas para os quais o conjunto solução das respostas não é limitado, ou seja, pode assumir qualquer valor dentro de um espaço $S \in \mathbb{R}^n$. Ainda que o modelo real apresente certas limitações naturais para as variáveis, se tais restrições

não interferirem na solução do problema, elas podem ser ignoradas seguramente e o problema definido sem restrições [46].

Em alguns casos, os problemas de otimização irrestrita trabalham na solução de problemas restritos reformulados de modo que, as restrições são inseridas na função objetivo como termos de penalização que impedem que as variáveis assumam valores fora de um conjunto de valores pré-determinados.

Por outro lado, a *otimização restrita* trabalha com problemas para os quais as restrições são regras essenciais. Essas restrições podem ser lineares, como $0 \leq x_1 \leq 1000$ ou ainda, não lineares, que representam relações complexas entre as variáveis.

Quando a função objetivo e todas as restrições são representadas por funções lineares, tem-se um problema linear. Este tipo de problema é mais facilmente encontrado em modelos de sistemas financeiros e econômicos. Por outro lado, um problema não linear, trabalha com qualquer modelo que apresente não linearidade na função objetivo ou ainda, em alguma das restrições. Esses modelos aparecem naturalmente em problemas físicos e de engenharia, além de estarem sendo mais largamente utilizados em ciências econômicas e de gerenciamento.

3.1.3. Formulação matemática

A solução de um problema de otimização passa inicialmente pela modelagem do sistema a ser otimizado, de modo a definir a função objetivo (função que representará matematicamente o sistema), as variáveis (parâmetros desconhecidos) a serem determinadas e as restrições (igualdades ou desigualdades que limitam o conjunto solução das respostas).

Uma vez que o modelo tenha sido determinado, deve-se escolher o método de otimização que será empregado na solução do problema. Essa escolha deve ser feita com base nas características do problema a ser resolvido, pois os algoritmos de otimização trabalham com tipos de problema diferentes. Nesse contexto, verifica-se que o processo de modelagem é determinante na eficácia, bem como na eficiência do método de otimização.

De um modo geral, definida a função objetivo $f(x)$, o problema a ser solucionado é dado em (3.1) [46].

$$\min_{x \in \mathbb{R}} f(x), \text{ de modo que } \begin{cases} r_i(x) = 0; i \in \xi \\ r_i(x) \geq 0; i \in \zeta \end{cases} \quad (3.1)$$

Onde:

r_i – restrições;

ξ – conjunto dos índices das igualdades;

ζ – conjunto dos índices das desigualdades.

A partir disso, consideram-se dois tipos de solução para este problema a determinação de um mínimo local ou um mínimo global. Um mínimo global se refere ao ponto em que a função objetivo $f(x)$ é menor do que em qualquer outro ponto dentro do conjunto solução S .

Para uma função $f: A \subset \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$, onde $A \subset \mathcal{R}^n$ é um conjunto aberto e $\varepsilon > 0$ um número pequeno, um ponto x_0 é dito local se existe $B(x_0, \varepsilon)$ tal que, $f(x_0) \leq f(x)$ para todo $x \in B(x_0, \varepsilon)$ [47]. Já um ponto x_0 é um mínimo global se e somente se, $f(x_0) \leq f(x)$ para todo o domínio de f .

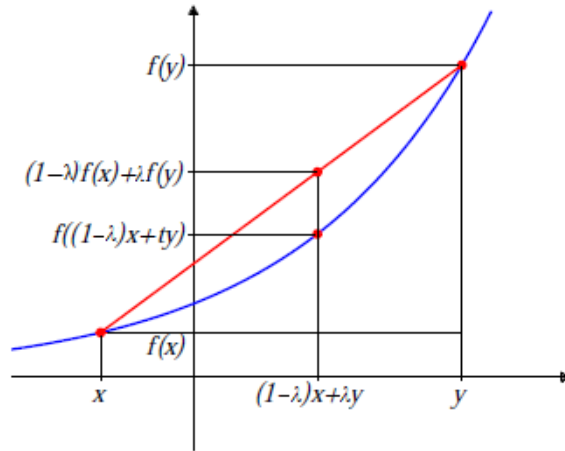
3.1.4. Convexidade

Como foi supracitado, o conceito de convexidade é essencial para a área de otimização. Muitos problemas práticos possuem essa característica que torna os problemas mais fáceis de serem resolvidos. Esse conceito pode ser aplicado tanto para a função objetivo, isto é, a função que representa o modelo estudado, quanto para as restrições.

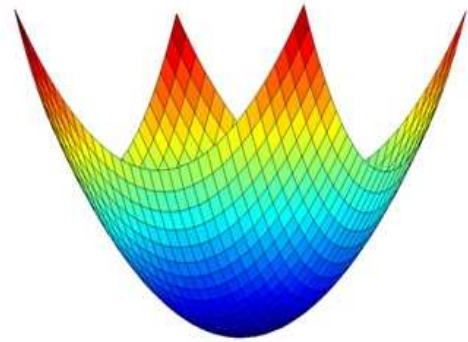
Um conjunto $S \subset \mathcal{R}^n$ é convexo se e somente se para todo $x, y \in S$ e para $\lambda \in [0,1]$ se verifica que $\lambda y + (1 - \lambda)x \in S$. O segmento de reta entre qualquer dois pontos do conjunto S deve pertencer ao conjunto. Desse modo, uma função f é convexa em um conjunto convexo S , se e somente se para todo $x, y \in S$ e para $\lambda \in [0,1]$ verifica-se o que está indicado na equação (3.2) [48].

$$f[\lambda y + (1 - \lambda)x] \leq \lambda f(y) + (1 - \lambda)f(x) \quad (3.2)$$

A Figura 3.1 mostra exemplos de funções convexas.



(a) Bidimensional



(b) Tridimensional

Figura 3.1. Funções convexas. (a) bidimensional [48] e (b) tridimensional

Ressalta-se que para funções convexas um mínimo local é também um mínimo global, assim, a solução do problema consiste na obtenção do mínimo local.

3.2. Otimização irrestrita

Quando na programação não linear o conjunto factível é o \mathbb{R}^n , tem-se um problema de otimização irrestrita, conforme equação (3.3) considerando que $f(x)$ é uma função contínua [46].

$$\min_x f(x), \text{ onde } x \in \mathbb{R}^n \quad (3.3)$$

O mínimo global é, muitas vezes, difícil de ser encontrado porque o conhecimento a respeito da função $f(x)$ que está sendo modelada restringe-se a uma região. Tendo em vista o esforço computacional, espera-se que o algoritmo não percorra muitos pontos, assim dificilmente se terá uma boa representação da forma da função como um todo e então, não se pode ter certeza que a função não apresenta um declive em alguma região que não foi abrangida pelo algoritmo. Muitos algoritmos restringem-se a determinar um mínimo local, ou seja, o ponto que alcança o menor valor dentro de uma vizinhança pré-determinada.

Nesse contexto, verifica-se que o único meio de determinar se um ponto x^* é um mínimo local, é examinar todos os pontos no domínio para ter certeza de que a função não possui um valor menor. Porém, quando a função $f(x)$ é suave, há

maneiras mais eficientes e práticas de identificar um mínimo local. Particularmente, se $f(x)$ é uma função duplamente diferenciável pode-se dizer que x é um mínimo local examinando somente o gradiente $\nabla f(x)$ e o Hessiano $\nabla^2 f(x)$ [48].

3.2.1. Condições de otimalidade

Para que um ponto x^* seja um mínimo local existem condições necessárias de primeira e segunda ordem que devem ser atendidas [48]:

- 1ª ordem: *Seja $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, continuamente diferenciável. Se x^* é um mínimo local de f em \mathbb{R}^n , então $\nabla f(x^*) = 0$. Onde $\nabla f(x)$ é o gradiente da função $f(x)$.*
- 2ª ordem: *Seja $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e que $\nabla^2 f(x)$ exista e seja contínua no domínio. Se x^* é um mínimo local de f em \mathbb{R}^n , então $\nabla f(x^*) = 0$ e $\nabla^2 f(x^*)$ é positiva semidefinida.*

Além disso, pode-se verificar a existência de uma condição suficiente tal que, seja $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e que $\nabla f(x^*) = 0$ e $\nabla^2 f(x^*)$ é definida positiva, então x^* é um *mínimo local estrito* de f .

Ressalta-se que seja A uma matriz simétrica $n \times n$ e x um vetor (ou escalar, que é um vetor 1×1) em \mathbb{R}^n , então A é uma matriz semidefinida positiva se $x^T A x \geq 0, \forall x \neq 0$. Do mesmo modo, a matriz A é definida positiva se $x^T A x > 0, \forall x \neq 0$ sendo que, por definição toda matriz definida é também semidefinida [49].

A partir do ponto x_0 , os algoritmos de otimização geram uma sequência de iterações. Existem duas estratégias fundamentais empregadas no processo iterativo que determina o valor de x a cada iteração: *busca linear* e *região de confiança*.

De um modo geral, os métodos de busca linear e região de confiança diferem no modo pelo qual eles determinam a direção e a distância do passo a cada iteração. Os métodos de busca linear fixam inicialmente a direção p_k e então identifica uma distância adequada, denominada de comprimento do passo α_k . Na estratégia da região de confiança escolhe-se a distância máxima, chamada de raio da região de confiança Δ_k e assim busca-se uma direção e o passo que alcança o

melhor progresso sujeito a esta distância delimitada. Caso o resultado seja insatisfatório, reduz-se a distância Δ_k computada e reinicia-se o processo.

3.2.2. Métodos de busca linear

Nos métodos de busca linear, o algoritmo escolhe uma direção p_k e investiga ao longo dessa direção um novo ponto x_k^* com um valor $f(x_k^*)$ menor a partir da iteração corrente x_k . A distância ao longo de p_k pode ser aproximada solucionando o problema unidimensional indicado em (3.4) para determinar o comprimento do passo α [46].

$$\min_{\alpha > 0} f(x_k + \alpha p_k) \quad (3.4)$$

A cada iteração o método computa a direção buscada p_k e então decide qual a distância a ser percorrida ao longo daquela direção. As iterações são de acordo com a equação (3.5), sendo que α_k é o comprimento do passo.

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k \quad (3.5)$$

Para que o método opere eficientemente é essencial que se faça uma boa escolha de ambos, a direção p_k e o comprimento do passo α_k .

A maioria dos métodos de busca linear exige que p_k seja uma direção descendente, tal que $p_k^T \nabla f_k < 0$, visto que essa propriedade garante que a função f decresce ao longo dessa direção.

No método de máxima descida caminha-se ao longo da direção $p_k = -\nabla f_k$. Para demonstrar tal proposição, utiliza-se o *Teorema de Taylor* que indica que, para qualquer direção de busca p e passo α , tem-se (3.6) [48].

$$f(x + \alpha p) = f(x) + \alpha p^T \nabla f_k + \frac{1}{2} \alpha^2 p^T \nabla^2 f(x_k + tp) p, \text{ para } t \in (0, \alpha) \quad (3.6)$$

Onde:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial p} = \nabla f(x) p^T$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial p^2} = p^T \nabla^2 f(x) p$$

A taxa de mudança de f ao longo da direção p é simplesmente o coeficiente de α , dado por, $p^T \nabla f_k$. Assim, para a direção unitária p a solução mais rápida para o problema está indicada em (3.7) [46].

$$\min_p p^T \nabla f_k, \text{ sujeito a } \|p\| = 1 \quad (3.7)$$

O produto interno $p^T \nabla f_k = \|p\| \|\nabla f_k\| \cos \theta = \|\nabla f_k\| \cos \theta$. Assim, verifica-se facilmente que a solução para o problema dado em (3.7) é obtida quando $\cos \theta = -1$, conforme a equação (3.8) [46].

$$p^T \nabla f_k = -\|\nabla f_k\| \rightarrow p = -\frac{\nabla f_k}{\|\nabla f_k\|} \quad (3.8)$$

Normalmente, a direção p é definida de acordo com (3.9), onde H_k é uma matriz simétrica, não singular e seu determinante é diferente de zero.

$$p = -H_k^{-1} \nabla f_k \quad (3.9)$$

Desse modo, para o método da máxima descida, H_k é a matriz identidade, tal que $p = -\nabla f_k$.

Uma das mais conhecidas, talvez a mais importante, das direções de busca é a *direção de Newton*. Para determinar essa direção, recorremos à série de Taylor de segunda ordem, conforme a equação (3.10).

$$f(x_k + p) = f_k + p^T \nabla f_k + \frac{1}{2} p^T \nabla^2 f_k p \stackrel{\text{def}}{=} m_k(p) \quad (3.10)$$

De tal modo, fazendo com que a derivada de $m_k(p)$ seja igual a zero, obtém-se a direção p de acordo com a equação (3.11). Verifica-se que para o método de busca de Newton, $H_k = \nabla^2 f_k$, que é conhecida como a Hessiana de f [46].

$$p = -(\nabla^2 f_k)^{-1} \nabla f_k \quad (3.11)$$

A direção de Newton é aplicável quando a diferença entre a função real $f(x_k + p)$ em (3.10) e o modelo quadrático aproximado $m_k(p)$ em (3.6) não é muito grande. Comparando as duas funções observa-se que a diferença entre elas está no fato de que no terceiro termo da expansão a matriz $\nabla^2 f(x_k + tp)$ foi substituída por $\nabla^2 f(x_k)$. Se $\nabla^2 f$ é suficientemente suave, esta diferença introduz uma perturbação $O(\|p\|^3)$

na expansão, então quando $\|p\|$ é pequeno, a aproximação $f(x_k + p) \approx m_k(p)$ é aceita.

A direção de Newton pode ser usada em um método de busca linear quando $\nabla^2 f(x_k)$ é definida positiva, pois assim, a menos que o gradiente, e consequentemente o passo, seja zero, tem-se que a direção de Newton é descendente [46], segundo a equação (3.12).

$$p^T \nabla f_k = -\nabla f_k^T H_k^{-1} \nabla f_k < 0 \quad (3.12)$$

Uma alternativa à direção de Newton é o método de busca *Quasi-Newton* que, ao invés da Hessiana verdadeira $\nabla^2 f(x_k)$, utiliza uma aproximação H_k que é recalculada a cada passo de modo a utilizar o conhecimento adicional adquirido a cada iteração. Assim, para o método *Quasi-Newton* a direção de busca p_k é dada pela equação (3.13).

$$p = -(H_k)^{-1} \nabla f_k \quad (3.13)$$

Assim, é necessário estabelecer procedimentos para determinar o comprimento do passo α e a direção de busca p de modo que o método tenha convergência garantida ainda que o ponto de partida não esteja próximo da solução. Para o método de Newton, conforme foi mencionado anteriormente, não se garante a existência de uma direção de descida quando a iteração corrente não é muito próxima à solução. Em tais casos, empregam-se técnicas de modificação que permitem a utilização de qualquer ponto inicial.

a) Comprimento do passo

Inicialmente, o processo de escolha do comprimento do passo induz à procura de um valor tal que se produza uma redução substancial em f , mas ao mesmo tempo, não é conveniente despendar muito tempo fazendo tal escolha. A opção ideal seria o mínimo global da função, porém muitas vezes esse processo é mais complexo e custoso.

Normalmente os algoritmos de busca linear determinam uma sequência de valores para o comprimento do passo e adota um critério de parada que satisfaça certas condições.

A busca linear é feita em duas etapas [50]:

- fase de agrupamento: procura um intervalo que contenha um comprimento de passo desejável;
- bissecção ou interpolação: calcula um bom comprimento de passo dentro desse intervalo.

A primeira e mais simples condição que deve ser atendida é a redução em f , isto é, $f(x_k + \alpha_k p_k) < f(x_k)$. Observa-se que essa é uma condição necessária, mas não suficiente, como pode ser visto na Figura 3.2 na qual é demonstrado o gráfico da função convexa $f^* = x^2 - 1 - 2$.

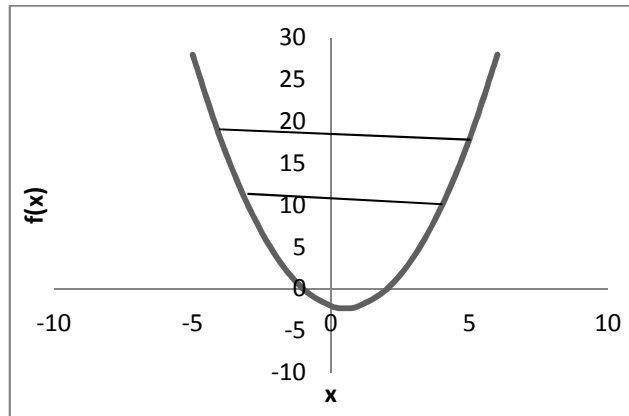


Figura 3.2. Reduções não suficientes em $f(x)$

Para a função f^* o mínimo é igual a 0,5. Adotando uma sequência de iterações tal que, o comprimento do passo seja igual a 1, haverão reduções no valor de f^* a cada iteração, porém o método falhará na convergência ao mínimo da função f^* convexa. Assim, estabelece-se a necessidade da segunda condição, que se trata de produzir um *decréscimo suficiente*.

Tal condição é conhecida como condição de *Armijo* e estabelece que para que haja um decréscimo suficiente na função f , a desigualdade apresentada em (3.14) deve ser atendida [48].

$$f(x_k + \alpha_k p_k) \leq f(x_k) + c_1 \alpha \nabla f_k^T p_k \quad (3.14)$$

Onde c_1 é uma constante entre zero e um, estabelecida com valores pequenos da ordem de 10^{-4} em aplicações práticas.

A desigualdade indica que o comprimento do passo α produz um decréscimo suficiente se a função linear do lado direito for maior ou pelo menos igual à $\phi(\alpha)$, tal que $\phi(\alpha) = f(x_k + \alpha_k p_k)$.

A condição de decréscimo suficiente não é o bastante para garantir que o algoritmo faça progresso aceitável, pois ele é satisfeito para todos os valores suficientemente pequenos de α . Para eliminar tamanhos de passo inaceitavelmente pequenos, e consequentemente, com excessivo tempo de processamento, introduz-se uma segunda condição, chamada de *condição de curvatura* que estabelece que a curvatura de ϕ no ponto α_k deve ser maior que a curvatura inicial na proporção de uma constante c_2 , conforme a Equação (3.15) [46].

$$\nabla f(x_k + \alpha_k p_k)^T p_k \geq c_2 \nabla f_k^T p_k \quad (3.15)$$

A equação acima mencionada mostra que quanto mais negativa a inclinação de $\phi(\alpha)$ mais consideravelmente pode-se reduzir f ao longo da direção p_k . Por outro lado, se a inclinação é pouco negativa ou positiva verifica-se que o método não está convergindo de modo a apresentar uma redução suficiente em f e deve-se encerrar o processo.

Essas duas condições juntas são conhecidas como *Condições de Wolfe* que possuem ainda, uma modificação que é empregada para garantir que quando as condições forem atendidas tenha-se a indicação de que o método está convergindo para o minimizador da função.

A Figura 3.3 a seguir mostra as condições de Wolfe [46].

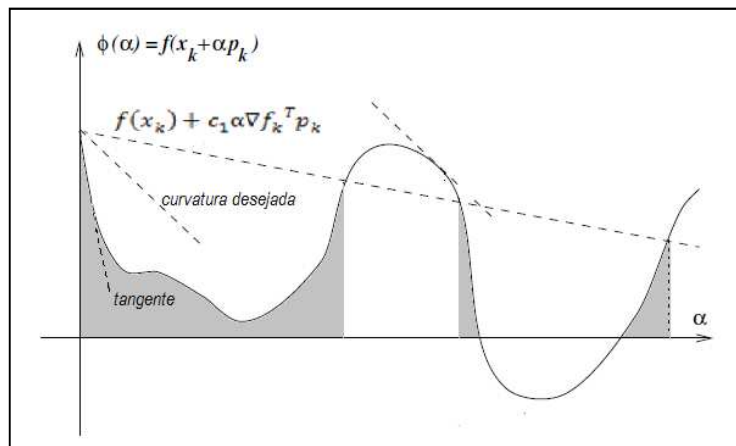


Figura 3.3. Condições de Wolfe

As *Condições Fortes de Wolfe* apenas impedem que a curvatura de $\phi(\alpha)$ seja muito positiva, de acordo com a equação (3.16). Assim, evita-se que a derivada $\phi'(\alpha)$ seja muito positiva e então, exclui-se os pontos que estão muito distantes dos pontos estacionários de ϕ .

$$\begin{aligned} f(x_k + \alpha_k p_k) &\leq f(x_k) + c_1 \alpha \nabla f_k^T p_k \\ |\nabla f(x_k + \alpha_k p_k)^T p_k| &\leq c_2 |\nabla f_k^T p_k| \end{aligned} \quad (3.16)$$

As condições apresentadas podem ser utilizadas na maioria dos métodos de busca linear e são particularmente importantes nos métodos *quase-Newton*.

Uma das maneiras de não utilizar a condição de curvatura e restringir-se apenas à condição do decréscimo suficiente é a aplicação do algoritmo de busca com retrocesso (*backtracking*); que faz com que, para o método de Newton ou *quase-Newton*, o comprimento inicial seja 1 e vá diminuindo gradativamente até que, após um número finito de iterações, seja encontrado um comprimento de passo adequado. Para métodos como o de *máxima descida* ou dos *gradientes conjugados* pode-se utilizar valores diferentes para α [46].

b) Convergência do Método

Para obter convergência global nos métodos de busca linear, além de um tamanho de passo bem selecionado, precisa-se que a direção de busca p_k satisfaça algumas propriedades. A propriedade essencial que ela deve atender está relacionada ao ângulo θ_k entre p_k e a direção de máxima descida ∇f_k , definido pela equação (3.17).

$$\cos \theta_k = \frac{-\nabla f_k^T p_k}{\|\nabla f_k\| \|p_k\|} \quad (3.17)$$

O teorema de *Zoutendijk* [51] mostra que o método de máxima descida é globalmente convergente, por outro lado indica que os métodos de Newton e quase-Newton são globalmente convergentes se as matrizes B_k^{-1} são definidas positivas, existe um número limitado de condições e atendem as condições de Wolfe.

A condição de *Zoutendijk* implica que $\cos^2 \theta_k \|\nabla f_k\|^2 \rightarrow 0$. Desse modo, se o método garante que o ângulo θ_k definido pela equação (3.17) está longe de 90° , existe uma constante δ tal que $\cos \theta_k \geq \delta \geq 0, \forall k$, portanto, $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\nabla f_k\| = 0$.

Isso implica que a sequência de normas dos gradientes converge para zero se as direções de busca nunca estão muito próximas da ortogonalidade com o gradiente.

Existem diversas técnicas empregadas na determinação do comprimento de passo para o método de busca linear, que podem ser encontradas na biografia relacionada, porém os conceitos aqui apresentados permitem que se tenha um embasamento suficiente para entender outras técnicas existentes ou que venham a surgir.

A seguir é apresentado um algoritmo genérico que implementa o método de busca linear.

ALGORITMO 1: Busca linear

Faça com que $\alpha_0 = 0$;
Escolha $\alpha_{\max} > 0$ e $\alpha_1 \in (0, \alpha_{\max})$;
Faça $i = 1$;
Repita
 Estime $\varphi(\alpha_i)$;
 Se $\varphi(\alpha_i) > \varphi(0) + c_1 \alpha_i \varphi'(0)$ ou $[\varphi(\alpha_i) \geq \varphi(\alpha_{i-1})$ e $i > 1]$
 então $\alpha^* = \text{interpola}(\alpha_{i-1}, \alpha_i)$;
 Fimse
 Estime $\varphi'(\alpha_i)$;
 Se $|\varphi'(\alpha_i)| \leq -c_2 \varphi'(0)$
 então $\alpha^* = \alpha_i$;
 Fimse
 Se $|\varphi'(\alpha_i)| \geq 0$
 então $\alpha^* = \text{interpola}(\alpha_i, \alpha_{i-1})$;
 Fimse
 Escolha $\alpha_{i+1} \in (\alpha_i, \alpha_{\max})$;
 Faça $i = i + 1$;
Fim (repita)

Obs.: interpola é uma função que faz a interpolação quadrática, cúbica ou bissecção de modo a determinar um comprimento de passo α que esteja entre α_{inferior} e α_{superior} .

3.2.3. Métodos da região de confiança

Nos métodos conhecidos como *métodos da região de confiança*, a informação conhecida a respeito da função f é usada para modelar a função m_k cujo comportamento próximo ao ponto x_k é similar ao da função objetivo f . Como o modelo m_k pode não ser uma boa aproximação de f quando x está distante de x_k , restringe-se à busca por um mínimo de m_k dentro de uma determinada região próxima a x_k . Em outras palavras, o passo p é aproximado solucionando-se o subproblema dado em (3.18).

$$\min_p m_k(x_k + p) \quad (3.18)$$

Onde $x_k + p$ deve estar inserido dentro da região de confiança.

Se uma possível solução não produz um decréscimo suficiente na função f , conclui-se que a região de confiança está muito extensa e então, restringe-se a região e soluciona-se o problema dado em (3.19) [46].

$$\min m_k(p) = f_k + pJ^T + \frac{1}{2}p^T H_k p, \text{ tal que } \|p\| \leq \Delta \quad (3.19)$$

Onde f_k é um escalar que representa o valor da função $f(x_k)$; $J = \nabla f_k$ é o vetor do gradiente de f_k , H_k é a matriz Hessiana de $f(x_k)$ representada por $\nabla^2 f_k$ ou ainda, uma aproximação da mesma, Δ é o raio da região de confiança e $\|\cdot\|$ é a norma euclidiana.

Normalmente, a região de confiança é definida por uma figura geométrica circular dada por $\|p\|_2 \leq \Delta$, onde o escalar $\Delta > 0$ é chamado de região de confiança. Além disso, é possível utilizar regiões elípticas ou cúbicas. A norma segunda indicada em $\|p\|_2$ está definida no Anexo I.

Assim como os métodos de busca linear, os métodos da região de confiança geram passos com a ajuda de um modelo quadrático criado a partir da função objetivo, porém os métodos de busca linear usam o modelo para gerar uma direção de busca e a partir disso encontrar um comprimento de passo adequado ao longo dessa direção.

Já os métodos da região de confiança, definem uma região em torno da iteração corrente dentro da qual se acredita que o modelo representa adequadamente a função objetivo e então, escolhe-se o passo que será o minimizador aproximado do modelo nessa região.

Na prática, escolhe-se a direção e o comprimento do passo simultaneamente, e caso o passo não seja aceitável restringe-se o raio da região de confiança, como foi mencionado anteriormente, e determina-se um novo minimizador.

O raio que define a região de confiança é muito importante uma vez que, se ele for muito grande, o modelo quadrático pode estar muito longe da função objetivo e, então, o minimizador do modelo quadrático pode não produzir decréscimo suficiente, o raio deve ser diminuído e o minimizador do modelo recalculado. Por outro lado, se o raio da região de confiança for muito pequeno, podem ser calculados passos muito pequenos e, então, são necessárias muitas iterações de regiões de confiança para que a solução do problema seja encontrada.

a) Comprimento do passo

O primeiro ponto que deve ser determinado ao se definir um método da região de confiança é a estratégia a ser empregada na escolha do raio da região de confiança. Uma metodologia bastante difundida consiste em verificar a proximidade entre a função real f e o modelo aproximado m_k a cada iteração, de acordo com a equação (3.20) [46].

$$p_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + p_k)}{m_k(0) - m_k(p_k)} \quad (3.20)$$

Onde o numerador representa a redução em f e o denominador a redução no modelo m_k .

Como o passo p_k é obtido pelo modelo minimizador m_k sobre uma região que inclui o passo $p = 0$, a redução no denominador nunca será negativa. Então, se o passo p_k é negativo, o novo valor da função $f(x_k + p_k)$ é maior que o valor atual da função $f(x_k)$ e o passo deve ser rejeitado.

Por outro lado se p_k apresenta um valor próximo de 1, tem-se que há uma boa proximidade entre o modelo m_k e a função f , pode-se expandir o raio da região de

confiança na próxima iteração. Já, quando p_k é positivo, porém distante de 1, não se deve alterar o raio da região de confiança, mas se ele é próximo de zero ou ainda, negativo, deve-se diminuir o raio da região de confiança.

Será definido um dos métodos conhecidos para encontrar *soluções aproximadas* para o problema dado em (3.19), que atinja, pelo menos, tanta redução em m_k quanto a redução alcançada pelo chamado ponto de *Cauchy*. Este ponto é simplesmente o minimizador de m_k ao longo da *direção de máxima descida* - ∇f_k , sujeito ao contorno da região de confiança. A estratégia de aproximação que será descrita é o *Método Dogleg*, que é apropriado quando a Hessiana do modelo B_k é definida positiva. Quando essa premissa não é satisfeita existem outras estratégias para solucionar o problema supracitado, mas que não serão tratadas no escopo desse trabalho.

A seguir é apresentado um algoritmo geral que mostra uma forma de implementação dos métodos da região de confiança.

ALGORITMO 2: Métodos da região de confiança

Dado $\hat{\Delta} > 0$, $\Delta_0 \in (0, \hat{\Delta})$, $\eta \in [0, \frac{1}{4}]$, um ponto inicial x_0

Passo 1: Faça $k = 0$;

Passo 2: Obtenha p_k solucionando a equação (3.19);

Passo 3: Estime p_k a partir de (3.20);

Passo 4: se $p_k < \frac{1}{4}$; então $\Delta_{k+1} = \frac{1}{4} \|p_k\|$;

Passo 5: senão se $p_k > \frac{3}{4}$ e $\|p_k\| = \Delta_k$, então $\Delta_{k+1} = \min(2\Delta_k, \hat{\Delta})$;

senão $\Delta_{k+1} = \Delta_k$;

Passo 6: se $p_k > \eta$, então $x_{k+1} = x_k + p_k$;

senão $x_{k+1} = x_k$;

Passo 7: Faça $k = k+1$ e volte para o Passo 2.

Neste método, $\hat{\Delta}$ é um limitante para o tamanho do passo. Note que o raio da região de confiança só é aumentado quando o passo p_k atinge, de fato, a borda da região de confiança. Quando a borda não é atingida, pode-se inferir que o tamanho da região de confiança não está atrapalhando o cálculo do passo e, por isso, o raio Δ_k é mantido para a próxima iteração.

Observa-se que o Passo 2 faz referência à solução de um problema que ainda não foi apresentada. Assim, para finalizar a definição da técnica é necessário obter meios de solucionar o problema indicado em (3.19). Neste trabalho serão apresentadas duas maneiras: o ponto de *Cauchy* e o método *Dogleg*.

b) O ponto de *Cauchy*

Assim como nos métodos de busca linear, nos métodos da região de confiança não é necessário que se utilizem comprimentos de passo ótimos para se obter convergência global. De fato, só é necessário que os passos satisfaçam certas condições, quais sejam, a solução deve estar dentro da região de confiança e precisa fornecer uma *redução suficiente* no modelo.

Para determinar se a redução é suficiente, utiliza-se o ponto de Cauchy, denotado por p_k^c , definido conforme descrição a seguir [52].

- Determina-se o vetor p_k^s que soluciona uma versão linear do problema dado em (3.19):

$$p_k^s = \arg \min_{p \in \mathbb{R}} (f_k + J^T p) \quad \text{tal que } \|p\| \leq \Delta_k \quad (3.21)$$

- Calcula-se o escalar $\tau_k > 0$ que minimiza $m_k(\tau p_k^s)$ sujeito a condição de contorno da região de confiança, tal que:

$$\tau_k = \arg \min_{\tau > 0} [m_k(\tau p_k^s)] \quad \text{tal que } \|(\tau p_k^s)\| \leq \Delta_k \quad (3.22)$$

- Faz-se com que $p_k^c = \tau_k p_k^s$.
- A solução da equação (3.21) é dada conforme (3.23) abaixo indicada.

$$p_k^s = -\frac{\Delta_k}{\|J\|} J \quad (3.23)$$

- Para obter τ_k explicitamente, analisa-se separadamente os dois casos abaixo apresentados.

- $J^T H_k J < 0$: a função $m_k(\tau p_k^s)$ decresce monotonicamente com τ quando $\nabla f_k \neq 0$, então τ_k é simplesmente o maior valor que satisfaz a condição de contorno da região de confiança $\tau_k = 1$;

- $J^T H_k J > 0$: a função $m_k(\tau p_k^s)$ é quadrática convexa em τ , então τ_k é o minimizador não restrito desta função quadrática, $\frac{\|J\|^3}{\Delta_k J^T H_k J}$, ou o valor de fronteira 1, o que for determinado primeiro.

A determinação desse ponto é feita da seguinte maneira:

- determina-se a função $m_k(\tau p_k^s)$;

$$m_k(\tau p_k^s) = f_k + \tau p_k^s J^T + \frac{1}{2} (p_k^s)^T H_k p_k^s \tau^2$$

- calcula-se a função $m_k'(\tau p_k^s)$;

$$m_k'(\tau p_k^s) = p_k^s J^T + (p_k^s)^T H_k p_k^s \tau$$

- iguala-se a função a zero e determina-se o valor de τ ;

$$\tau = \frac{-J^T p_k^s}{(p_k^s)^T H_k p_k^s}$$

- substitui-se o valor de $p_k^s = -\frac{\Delta_k}{\|J\|} J$;

$$\tau = \frac{\|\nabla f_k\|^3}{\Delta_k \nabla f_k^T H_k \nabla f_k}$$

- Assim, tem-se que o ponto de *Cauchy* será dado conforme a equação (3.24).

$$p_k^c = -\tau_k \frac{\Delta_k}{\|\nabla f_k\|} \nabla f_k \quad (3.24)$$

onde:

$$\tau_k = \begin{cases} 1 & \text{se } \nabla f_k^T H_k \nabla f_k < 0 \\ \min\left(\frac{\|\nabla f_k\|^3}{\Delta_k \nabla f_k^T H_k \nabla f_k}, 1\right) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A Figura 3.4 abaixo mostra o ponto de *Cauchy* utilizado nos métodos da região de confiança.

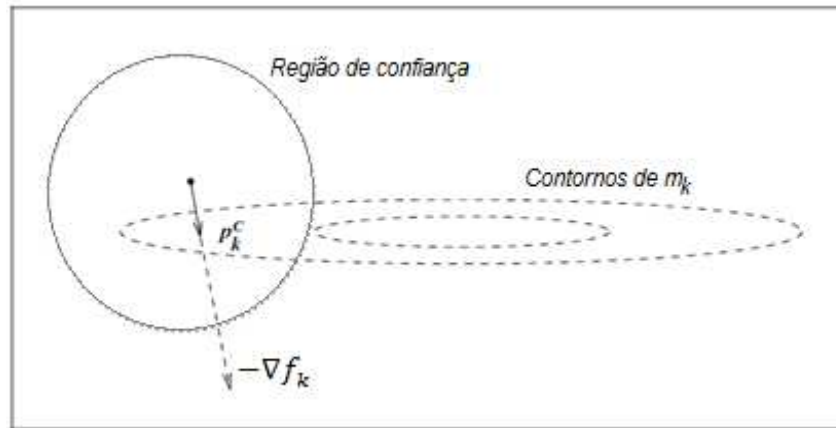


Figura 3.4. Ponto de *Cauchy*

Um método de regiões de confiança é globalmente convergente se os passos p_k obtêm, em cada iteração, decréscimo do modelo quadrático m_k de, pelo menos, um múltiplo do decréscimo obtido pelo ponto de *Cauchy*.

Alguns algoritmos utilizados nos métodos de região de confiança fazem avanços no método de *Cauchy* de modo a utilizar as informações contidas na Hessiana H_k , pois assim obtém-se um desempenho melhor na solução do subproblema indicado em (3.19). Vários algoritmos que geram soluções aproximadas para o subproblema supracitado primeiramente calculam o ponto de Cauchy e então tentam melhorá-lo.

c) O método *Dogleg*

Os métodos da região da confiança permitem determinar a solução para um problema de otimização ainda que o "chute" inicial esteja distante da solução real ou ainda, caso a matriz Jacobiana ∇f_k seja singular.

Esse método, também conhecido como *Powell's Dogleg*, aborda uma metodologia para a solução do subproblema apresentado em (3.19). Quando a matriz ∇f_k é definida positiva tem-se que o comprimento de passo que minimiza a função $m(p)$ é dado conforme a direção de Newton, tal que $p^N = -H^{-1}J$. Se este ponto for factível, será então, uma solução para o subproblema mencionado.

Quando o raio da região de confiança é muito pequeno, a restrição $\|p\| \leq \Delta$ garante que o termo quadrático em m tem pouco efeito na solução do problema. Assim, a solução nesse caso é a mesma daquela encontrada para a função linear

$f + J^T p$, onde $\|p\| \leq \Delta$ que é dada conforme a equação (3.25) que é função do raio da região de confiança [52].

$$p(\Delta) \approx -\Delta \frac{J}{\|J\|}, \text{ para } \Delta \text{ muito pequeno} \quad (3.25)$$

Para valores intermediários de Δ , isto é, valores não muito pequenos, a solução para o problema normalmente segue uma trajetória curva, conforme Figura 3.5 [52].

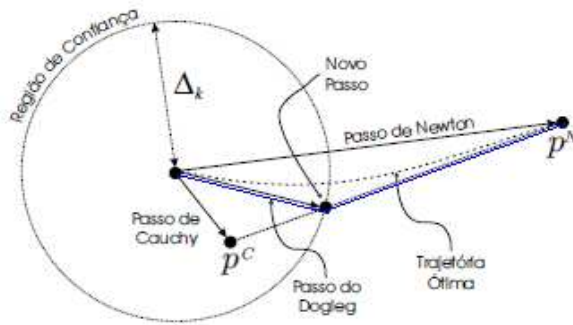


Figura 3.5. Trajetória *Dogleg* aproximada

O método *Dogleg* trabalha com uma solução aproximada substituindo a trajetória curva ótima por dois segmentos de reta. O primeiro vai da origem até o minimizador irrestrito na direção de máxima descida definido pela equação (3.26).

$$p^d = -\frac{J^T J}{J^T H J} J \quad (3.26)$$

O segundo segmento de reta vai de p^d até p^N . Matematicamente, essa trajetória é definida conforme a equação (3.27).

$$p(\tau) = \begin{cases} \tau p^d, & \text{tal que } 0 \leq \tau \leq 1 \\ p^d + (\tau - 1)(p^N - p^d), & \text{tal que } 1 \leq \tau \leq 2 \end{cases} \quad (3.27)$$

É possível verificar que os dois itens abaixo descritos são atendidos pela trajetória de solução *Dogleg* [52].

'seja $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma matriz definida positiva. Então:

- (I) $\|p(\tau)\|$ é uma função crescente de τ e;
- (II) $m(p(\tau))$ é uma função decrescente de τ ."

Isto significa que não é necessário fazer a busca para calcular p_k , pois a trajetória definida intersecta a borda da região de confiança no máximo uma vez e este ponto de intersecção pode ser calculado analiticamente determinando-se o valor τ na equação (3.28).

$$\|p^d + (\tau - 1)(p^N - p^d)\|^2 = \Delta^2 \quad (3.28)$$

Solução:

Fazendo com que $\alpha = \tau - 1$ e $\beta = p^N - p^d$, tem-se:

$$p(\alpha) = \|\beta\|^2 \alpha^2 + (2p^{dT} \beta) \alpha + (\|p^d\|^2 - \Delta^2)$$

Solucionando a equação de 2º grau e tomando a raiz positiva, obtém-se o valor de τ para o qual a trajetória Dogleg intercepta a região de confiança, conforme equação (3.29).

$$\tau = \frac{-2p^{dT} \beta + \sqrt{(2p^{dT} \beta)^2 - 4\|\beta\|^2(\|p^d\|^2 - \Delta^2)}}{2\|\beta\|^2} + 1 \quad (3.29)$$

O algoritmo que faz aplicação do método *Dogleg* está descrito no Algoritmo 3 a seguir.

ALGORITMO 3: Método Dogleg para determinação do comprimento de passo "p"

Dado $\Delta > 0$

Passo 1: *Calcule $p^N = -H^{-1}J$;*

Passo 2: *Se $\|p^N\| \leq \Delta$, então $p = p^N$;*

Passo 3: *Senão calcule p^d , conforme a equação (3.26);*

Passo 4: *Se $\|p^d\| \geq \Delta$, então calcule p^c , conforme a equação (3.24) e faça $p = p^c$*

Passo 5: *Senão calcule τ , conforme a equação (3.29);*

3.3 Equações não lineares

Em muitas aplicações práticas, principalmente em problemas físicos e de engenharia, o problema a ser resolvido não se trata apenas de otimizar uma função explícita e sim, encontrar valores para um determinado número de variáveis que

apresentam certas relações de dependência entre si. Quando essas relações não podem ser expressas por uma combinação não linear de variáveis independentes, tem-se uma *equação não linear* [46]. Se o problema consistir ainda, na resolução simultânea de um número de equações superior a 1 (um), configura-se então um *sistema de equações não lineares*.

O problema supracitado será abordado matematicamente de acordo com a equação (3.30).

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_3(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.30)$$

Será demonstrada a aplicação das técnicas descritas anteriormente na solução do estilo de problema aqui apresentado. Os métodos de Newton são o cerne para a solução de problemas de otimização e também de equações não lineares [46]. Outras técnicas como os métodos de busca linear e da região de confiança também são importantes nas duas áreas de conhecimento apresentando algumas vantagens e desvantagens em cada caso.

Apesar das muitas similaridades entre os algoritmos utilizados na solução de problemas não lineares e de otimização irrestrita, existem diferenças importantes que devem ser consideradas. Uma delas diz respeito aos requisitos para obtenção de convergência. Enquanto, para obter convergência quadrática, nos problemas de otimização era necessário obter as derivadas de segunda ordem para as equações não-lineares as derivadas de primeira ordem são suficientes.

Na otimização sem restrições, a função de referência ou modelo mede o progresso em direção à solução, mas nas equações não-lineares podem ser usadas diversas funções, o que indica algumas desvantagens. Os métodos de busca linear e técnicas da região de confiança são igualmente importantes na otimização, por outro lado, existem alguns argumentos que mostram que as técnicas da região de confiança têm certas vantagens teóricas na resolução de equações não-lineares [46].

Algumas das dificuldades encontradas na solução de problemas não-lineares está na possibilidade de existir mais de uma solução matemática para a função ou

sistema, ou seja, múltiplas raízes. Uma situação similar encontrada nos problemas de otimização consiste na existência de múltiplos mínimos locais. A diferença porém é que nos casos de múltiplos mínimos um deles pode ter um valor menor que os outros, ou seja, a determinação de uma solução não indica que aquela é a melhor solução, enquanto nas equações não lineares todas as soluções são igualmente boas do ponto de vista matemático.

Assim, deve-se fazer uma análise após a resolução matemática do problema de modo a verificar se a solução ou soluções encontradas satisfazem o problema fisicamente, caso essa premissa não seja satisfeita deve-se reformular o modelo e buscar novas respostas.

A seguir serão apresentados métodos de solução para equações não lineares. Inicialmente serão apresentados os métodos de Newton que são a base dos métodos de solução e, posteriormente são apresentadas outras metodologias, dentre as quais, aquela que foi utilizada na solução do problema proposto pelo trabalho.

3.3.1. Métodos de Newton

Similarmente ao método de otimização o método de Newton é obtido por meio da série de Taylor, porém é utilizado um modelo linear ao invés de um modelo quadrático. Nesse caso são utilizadas apenas as derivadas de primeira ordem conforme descrito por Ribeiro [48].

Suponha que $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma função contínua diferenciável em uma região convexa aberta S e que x e x^* são vetores em S , então:

$$f(x^*) = f(x) + J(x^*)p + E(x) \quad (3.31)$$

Onde:

$E(x)$ – erro da aproximação de primeira ordem;

$J(x)$ – Jacobiano da função;

ρ – comprimento do passo: $\rho = x^* - x$.

Quando $x = x^*$ tem-se que $E(x) = 0$. O método de Newton busca o valor p que faz com que o modelo seja igual a zero, conforme a equação (3.32).

$$\rho_k = -f(x_k) \cdot J(x_k)^{-1} \quad (3.32)$$

O algoritmo 4 a seguir ilustra o método de Newton para equações não lineares.

ALGORITMO 4: Método de Newton para equações não lineares

Dado $x_0 \in \mathbb{R}^n$;

Passo 1: Faça $k = 0$;

Passo 2: Calcule $J(x_k)\rho_k = -f(x_k)$;

Passo 3: Faça $x_{k+1} = x_k + \rho_k$;

Passo 4: Faça $k = k + 1$;

Passo 5: Volte para o Passo 2.

A convergência do algoritmo acima descrito pode ser resumida conforme descrito por Nocedal [46]:

Se f é uma função continuamente diferenciável em uma região convexa aberta $S \subset \mathbb{R}^n$. Fazendo com que x^* seja uma solução de $f(x) = 0$ e $\{x_k\}$ a sequência de iterações geradas pelo algoritmo, então quando x_k está suficientemente próximo de x^* , tem-se, conforme equação (3.33) convergência superlinear.

$$x_{k+1} - x^* = \mathcal{L}\|x_k - x^*\| \quad (3.33)$$

Quando f é Lipschitziana [53] próxima a x^* tem-se para todo x_k suficientemente próximo de x^* convergência quadrática, de acordo com a equação (3.34).

$$x_{k+1} - x^* = \mathcal{L}(\|x_k - x^*\|)^2 \quad (3.34)$$

O método de Newton apresenta algumas falhas tais como; comportamento irregular quando o ponto de partida está distante da solução ou comprimento de passo mal definido ou raiz corrompida quando a matriz $J(x^*)$ é singular. Além disso, existem as dificuldades de obter a matriz Jacobiana em alguns casos e o alto custo computacional de se obter o comprimento de passo quando o sistema é complexo, isto é, envolve muitas variáveis e muitas equações.

Assim, existem algumas variações do método de Newton que buscam minimizar, ou ainda, eliminar algumas dessas falhas. Alguns exemplos são os

métodos de Newton inexatos, métodos quase-Newton – que não exigem o cálculo do Jacobiano, métodos tensoriais – que permite obter convergência para sistemas de ordens superiores.

Essas técnicas não requerem o cálculo do Jacobiano. Ao invés disso, aproxima uma matriz que é adaptada a cada iteração.

A seguir serão analisados métodos práticos para a solução de equações não lineares como os métodos de busca linear e da região de confiança que fazem alterações no método de Newton de modo a obter um melhor comportamento no que diz respeito à convergência.

Algumas vezes o algoritmo pode ficar oscilando entre determinados valores e não conseguir aproximar uma solução para o sistema. Assim, os métodos de Newton e modificações acima citadas podem ser construídos de maneira mais robusta por meio de técnicas como os métodos de busca linear e da região de confiança.

3.3.2. Função de mérito

A função de mérito é a função que mede o progresso do método através da análise entre a nova iteração e a iteração corrente. Na otimização irrestrita a própria função objetivo é a função de mérito do problema de modo que, muitos algoritmos requerem como condição de convergência que haja a cada iteração uma redução no valor dessa função.

Nos sistemas não lineares uma função bastante difundida é a soma dos quadrados apresentada em (3.35) [46].

$$f = \frac{1}{2} \|q(x)\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i^2(x) \quad (3.35)$$

Obviamente, para qualquer raiz de m tem-se que $f(x^*) = 0$ e uma vez que $q(x) \geq 0$ para todo x , cada raiz é um minimizador de f . Essa função é amplamente utilizada e está implementada em um grande número de softwares que tratam esse tipo de problema [46]. A Figura 3.5 ilustra o gráfico da função $q(x) = \cos(2x) - x$.

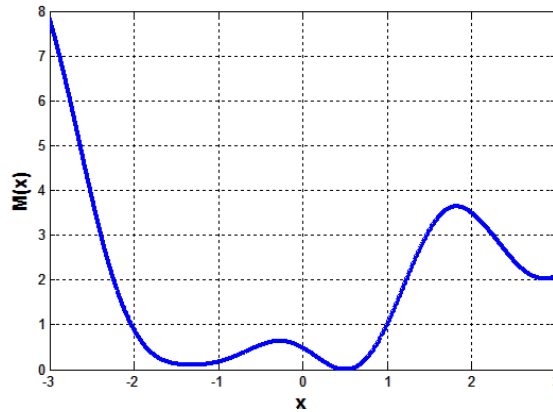


Figura 3.6. Função de mérito $f(x) = \frac{1}{2}[\cos(2x) - x]^2$

Observa-se um mínimo local correspondente à raiz da função 0,5149, mas existem outros mínimos locais como no ponto próximo a -1,3090. Estes mínimos locais que não são raízes de M satisfazem uma característica importante, só se tem $q(x^*) \neq 0$ se $J(x^*)$ é singular – se seu determinante é nulo – dado que $\nabla f(x^*) = J(x^*)^T q(x^*) = 0$.

Na prática, são utilizadas outras funções de mérito, como a função norma indicada em (3.36) [46]. O Anexo I mostra a definição de alguns tipos de função norma que usualmente são empregadas na solução de equações não lineares.

$$f(x) = \|q(x)\|_1 = \sum_{i=1}^n |q_i(x)| \quad (3.36)$$

3.3.3. Métodos de busca linear

Uma das maneiras de obter convergência para os problemas de equações não lineares é aplicar o método de busca linear aproximado no item 3.2.2 à função de mérito, como a da soma dos quadrados definida em (3.35).

Assim, sabendo que $f(x_k) = q(x_k)$, o comprimento de passo será definido de acordo com a equação (3.37) [46].

$$p_k J(x_k) = -q(x_k) \quad (3.37)$$

Assim, os comprimentos de passo são determinados do mesmo modo daquele apresentado para a otimização, sendo que os valores de α podem ser determinados conforme o algoritmo 1.

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k \quad (3.38)$$

Semelhanamente aos problemas de otimização, para obter convergência o método deve atender a condição [46] dada pela equação (3.39).

$$\cos\theta_k \geq \delta, \text{ para } \delta \in (0,1) \text{ e } k \text{ grande o suficiente} \quad (3.39)$$

onde, $\cos\theta_k = \frac{-\nabla f_k p_k}{\|\nabla f_k\| \|p_k\|}$.

Um motivo de preocupação no método de Newton com busca linear exata é o fato de que o sistema pode convergir para um ponto de nenhum interesse em que a Jacobiana é singular e os sistemas de equações não lineares normalmente contêm pontos singulares [46].

Para prevenir tal comportamento indesejável deve-se mudar a direção de Newton. Uma das possibilidades consiste em adicionar algum multiplicador à identidade $\gamma_k I$ e somar à $J_k^T J_k$ e definir o passo p_k conforme a equação (3.40) [46].

$$p_k = -(J_k^T J_k + \gamma_k I)^{-1} J_k^T q_k \quad (3.40)$$

Para qualquer $\gamma_k > 0$ a matriz $(J_k^T J_k + \gamma_k I)$ não é singular e se γ_k é limitada longe de zero, a condição estabelecida em (3.39) é satisfeita. O algoritmo 5 mostra o método de busca linear com adaptação quase-Newton para a solução de equações não lineares.

ALGORITMO 5: Método de busca linear para equações não lineares

Dado c_1, c_2 com $0 < c_1 < c_2 < \frac{1}{2}$ e $x_0 \in \mathbb{R}^n$

Passo 1: Faça $k = 0$;

Passo 2: Se J_k parece ser singular, calcule p_k conforme a equação (3.40);

Senão, calcule p_k a partir de (3.32) fazendo com que $f(x_k) = m(x_k)$;

Passo 3: Se $\alpha = 1$, faça $\alpha_k = 1$;

Senão utilize o método de busca linear tal que seja determinado um $\alpha_k > 0$ que atenda as condições de Wolfe;

Passo 4: Faça $k = k + 1$;

Passo 5: Volte para o Passo 2.

3.3.4. Métodos da região de confiança

Os métodos da região de confiança mais aplicados na solução de problemas de equações não lineares apenas aplicam o algoritmo 2 à função de mérito apresentada em (3.35) utilizando $H_k = J_k^T J_k$ como a matriz Hessiana aproximada da função modelo $m_k(p)$ definida de acordo com a equação (3.41) [46].

$$m_k(p) = \frac{1}{2} \|q_k + J_k p\|^2 = f_k + p^T J_k^T q_k + \frac{1}{2} p^T J_k^T J_k p_k \quad (3.41)$$

O passo p_k é definido solucionando-se o subproblema (3.42), onde Δ_k é o raio da região de confiança [46].

$$\min_p q_k(p), \text{ tal que } \|p\| \leq \Delta_k \quad (3.42)$$

A metodologia empregada nos métodos de otimização para fazer a crítica dos valores obtidos, conforme (3.20) aplicada à função de mérito implica na equação (3.43).

$$p_k = \frac{\|q(x_k)\|^2 - \|q(x_k + p_k)\|^2}{\|q(x_k)\|^2 - \|q(x_k + J(x_k)p_k)\|^2} \quad (3.43)$$

O algoritmo para solução das equações não lineares é o mesmo daquele apresentado no algoritmo 2, porém utilizam-se as equações (3.42) e (3.43) para o cálculo e estimativa do passo p_k .

Assim como foi feito para os métodos de otimização, será demonstrada a aplicação da técnica *Dogleg* na solução do subproblema (3.42). A técnica utiliza o ponto de *Cauchy* e o minimizador irrestrito de q_k . O ponto de *Cauchy* é definido pela equação (3.44) [46].

$$p_k^c = -\tau_k \frac{\Delta_k}{\|J_k^T q_k\|} J_k^T q_k \quad (3.44)$$

$$\text{onde: } \tau_k = \min \left(1, \frac{\|J_k^T q_k\|^3}{\Delta_k q_k^T J_k (J_k^T J_k) J_k^T q_k} \right)$$

Nota-se que, diferentemente da definição feita em (3.24), como a Hessiana $J_k^T J_k$ é positiva semidefinida o minimizador irrestrito de $m_k(p)$ é único quando J_k é não

singular. Neste caso o passo será definido por p_k^J e será determinado pela equação (3.45).

$$p_k^J = -(J_k^T J_k)^{-1} J_k^T q_k = -J_k^{-1} q_k \quad (3.45)$$

Comparando com o resultado obtido em (3.32) verifica-se que as equações são análogas sendo que $f(x_k) = q_k$. O algoritmo 6 ilustra uma aplicação do método aqui descrito.

ALGORITMO 6: Método Dogleg para equações não lineares

Dado $\Delta_k > 0$

Passo 1: Calcule p_k^c , conforme a equação (3.44);

Passo 2: Se $\|p_k^c\| = \Delta$, então $p_k = p_k^c$;

Passo 3: Senão calcule p_k^J , conforme a equação (3.45);

Passo 4: $p_k = p_k^c + \tau(p_k^J - p_k^c)$, tal que $\tau = \max [0,1]$ e $\|p_k\| \leq \Delta_k$.

O algoritmo converge quando a redução na função modelo corresponde pelo menos, à redução obtida pelo ponto de *Cauchy*. Ou ainda, se uma solução para a equação (3.42) não pode ser encontrada, a solução de (3.40) garante convergência global se a redução é maior ou igual à redução obtida pelo ponto de *Cauchy* e se $\|p_k\| \leq \gamma \Delta_k$, para algum $\gamma \geq 1$.

O método *Dogleg* só requer a solução de um sistema linear a cada iteração, por outro lado métodos que buscam uma solução exata para (3.42) devem solucionar diversos sistemas.

Pode-se ainda, considerar soluções alternativas que utilizam outras funções de mérito e definições diferentes da região de confiança. Uma função de mérito, citada anteriormente é a função norma dada em (3.36) que trabalha com um modelo da forma apresentada em (3.46) [46].

$$m_k(p) = |q_k + J_k p|, \text{ tal que } \|p\|_\infty \leq \Delta' \quad (3.46)$$

3.4. Sistemas não lineares com restrições de caixa

3.4.1 Introdução

Muitos problemas de engenharia trabalham com restrições em suas variáveis. Normalmente essas restrições são impostas para que a solução do problema seja verossímil com a realidade. Por exemplo, seja dado um conjunto de equações que modelam o comportamento de uma linha de transmissão, as variáveis a serem determinadas – indutância, resistência e condutância – de acordo com as características da linha de transmissão, só tem significado físico se seus valores estiverem dentro de uma faixa de valores.

Assim, a utilização das restrições pode ser essencial à solução de problemas de engenharia. Essas restrições podem ser classificadas como restrições de igualdade e restrições de desigualdade. Neste trabalho serão descritos e posteriormente empregados, problemas com restrições de desigualdades, mais especificamente, aquelas conhecidas como restrições de caixa.

3.4.2. Solução de problemas não lineares com restrições de caixa

O problema consiste em determinar o vetor $x \in \mathbb{R}^n$, tal que $F: X \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma função continuamente diferenciável e $X \subseteq \mathbb{R}^n$ é um conjunto aberto que contém a caixa n-dimensional, conforme a equação (3.47) [54].

$$F(x) = 0, \text{ onde } x \in C$$

e

(3.47)

$$C = \{x \in \mathbb{R}^n / l \leq x \leq u\}$$

Onde:

- l – limite inferior sobre as variáveis;
- u – limite superior sobre as variáveis.

Os métodos que são globalmente convergentes para o problema irrestrito $F(x) = 0$ muitas vezes apresentam-se inadequados para resolver o problema com restrição de caixa dado em (3.47), pois eles tendem a encontrar uma solução que satisfaz $F(x) = 0$, mas não pertence a C .

Será abordado um método que combina os métodos da região de confiança anteriormente apresentados para resolução de sistemas de equações não lineares irrestrito e as técnicas de solução de problemas de otimização restritos.

Basicamente, o método usa regiões de confiança elípticas definidas por uma mudança de escala que consiste na verificação da proximidade entre a estimativa feita e a fronteira da caixa, de modo que os passos sejam ajustados de acordo com essa distância.

Dados $x_k \in \text{int}(C)$ e a direção de busca p_k e a próxima iteração x_{k+1} . Seja $\delta(p_k)$ o comprimento do passo ao longo de p_k , seu valor será dado conforme a equação (3.48).

$$\delta(p_k) = \begin{cases} \infty & \text{se } C = \mathbb{R}^n \\ \min_i \omega_i(p_k) & \text{se } C \subset \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\text{onde: } \omega_i(p_k) = \begin{cases} \max \left\{ \frac{l_i - (x_k)_i}{(p_k)_i}, \frac{u_i - (x_k)_i}{(p_k)_i} \right\} & \text{se } (p_k)_i \neq 0 \\ \infty & \text{se } (p_k)_i = 0 \end{cases}, \text{ para } i = 1, 2, 3 \dots n.$$

Observa-se que se $\omega_i(p_k) > 1$, então $x_k + p_k$ satisfaz os limites de C , caso contrário deve-se reduzir o passo ao longo de p_k . Assim, para garantir que os passos estejam dentro dos limites faz-se uma alteração tal que, uma variável $\alpha(p_k)$ é utilizada para o cálculo da distância percorrida, conforme a equação (3.49).

$$\alpha(p_k) = \zeta(p_k)p_k \quad (3.49)$$

$$\text{onde: } \zeta(p_k) = \begin{cases} 1 & \text{se } \delta(p_k) > 1 \\ \max\{\theta, 1 - \|p_k\|\} & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ para } \theta \in (0, 1)$$

Portanto, a nova iteração será dada por (3.50).

$$x_{k+1} = x_k + \alpha(p_k) \quad (3.50)$$

Além disso, é necessário determinar a direção de busca p_k . Anteriormente, foram demonstradas técnicas que determinam a direção de busca a partir do método de Newton ou ainda incorporando-o a uma região de confiança. Por outro lado, quando o sistema não linear é restrito, temos que considerar que a exigência da viabilidade estrita pode levar a reduções no passo escolhido.

Em particular, se a direção do passo aponta para uma restrição que está próxima, uma fração excessivamente pequena de p_k deve ser tomada para que se permaneça no interior de C e isto pode levar a não convergência tal que $F(x) = 0$.

Para obter convergência, será aplicada a técnica proposta por Coleman e Li [54], na qual se considera o gradiente da função de mérito f , como sendo a função vetorial $v(x)$, conforme equação (3.51).

$$\begin{aligned} v_i(x) &= x_i - u_i \quad \text{se } \nabla f(x_i) < 0 \text{ e } u_i < +\infty \\ v_i(x) &= x_i - l_i \quad \text{se } \nabla f(x_i) \geq 0 \text{ e } l_i > -\infty \\ v_i(x) &= -1 \quad \text{se } \nabla f(x_i) < 0 \text{ e } u_i = +\infty \\ v_i(x) &= 1 \quad \text{se } \nabla f(x_i) \geq 0 \text{ e } u_i = -\infty \end{aligned} \quad (3.51)$$

Coleman e Li [54] observaram que o problema dado em (3.47), corresponde à solução do sistema não linear de equações $D(x)f(x) = 0$, onde $x \in C$, tal que $f(x) = \frac{1}{2} \|q(x)\|^2$. Será adotada a matriz de escala dada por Coleman-Li, porém existem diversas matrizes que satisfazem as condições dadas. Assim, a matriz diagonal de escala será definida de acordo com a equação (3.52).

$$D(x) = \text{diag}(\sqrt{|v_1(x)|}, \sqrt{|v_2(x)|}, \sqrt{|v_3(x)|}, \dots, \sqrt{|v_n(x)|}) \quad (3.52)$$

Desse modo será tratado o modelo quadrático com a região de confiança escalada, conforme a equação (3.53).

$$\min m_k(p), \text{ sujeito a } \|D(x)p\| \leq \Delta_k \quad (3.53)$$

Seguindo a filosofia dos métodos da região de confiança para sistemas irrestritos, define-se inicialmente o ponto de *Cauchy*, segundo a equação (3.54).

$$p^c = -\tau_k D_k J_k \quad (3.54)$$

É possível verificar que o valor de τ passa pela solução do problema, $\tau_k = \min_{\tau > 0} m_k(p(\tau))$, do modo indicado pela equação (3.55), sendo que a direção de máxima descida escalada é dada por $-D_k^{-2} \nabla f_k$.

$$\tau = \min \left\{ \frac{\|D_k^{-1} J_k\|^2}{\|D_k^{-2} H_k\|^2}, \frac{\Delta_k}{\|D_k^{-1} J_k\|} \right\} \quad (3.55)$$

Observa-se que pode ser necessária uma redução no passo ao longo da solução p_k de (3.53) para garantir a viabilidade das restrições. Este fato origina um passo da forma (3.49).

Para obter convergência global, é suficiente encontrar um vetor p_k tal que $\alpha(p_k)$ forneça uma redução suficiente no modelo quadrático m_k . Esta redução novamente será quantificada em termos do ponto de Cauchy, conforme (3.56).

$$p_k^c(p_k) = \frac{m_k(0) - m_k\alpha(p_k)}{m_k(0) - m_k\alpha(p^c)} \geq \beta_1 \in (0,1] \quad (3.56)$$

Quando uma redução no passo é necessária, a condição dada em (3.56) não garante uma boa aproximação para o modelo m_k , assim para se obter convergência a condição a ser satisfeita está em (3.57).

$$p_k^f(p_k) = \frac{f(x_k) - f(x_k + \alpha(p_k))}{m_k(0) - m_k\alpha(p_k)} \geq \beta_2 \in (0,1) \quad (3.57)$$

Portanto, se a condição (3.56) não é satisfeita, muda-se a direção corrente p_k para p_k^c , então se verifica a condição (3.57), se ela é atendida então se faz com que $x = x_k + \alpha(p_k)$ caso contrário despreza-se o passo $\alpha(p_k)$, diminui-se o raio da região de confiança e calcula-se o novo passo, conforme (3.58).

$$\Delta_k = \min\{\alpha_1 \Delta_k, \alpha_2 \|D_k \alpha(k)\|\} \quad (3.58)$$

Sabe-se que se o raio da região de confiança é muito pequeno com relação à concordância entre o modelo e a função de referência, o método não fornece passos maiores que poderiam obter uma melhora substancial na estimativa. Para tratar tal comportamento testa-se a condição (3.59) ao final de cada iteração. Se a condição é satisfeita é possível fazer uma ampliação no raio da região de confiança, caso contrário o raio é mantido o mesmo.

$$p_k^f(p_k) = \frac{f(x_k) - f(x_k + \alpha(p_k))}{m_k(0) - m_k\alpha(p_k)} \geq \beta_3, \text{ tal que } \beta_2 < \beta_3 < 1 \quad (3.59)$$

As descrições acima apresentadas estão sintetizadas no algoritmo 7 [52].

ALGORITMO 7: Método da região de confiança escalado

Dado, $x_0 \in C$, $\Delta > 0$, $\theta \in (0,1)$, $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$, $\beta_1 \in (0,1]$ e $0 < \beta_2 < \beta_3 < 1$.

Passo 1: Faça $k = 0$;

Passo 2: Calcule a matriz diagonal de escala D_k ;

Passo 3: Enquanto $p_k^f(p_k) < \beta_2$;

Passo 3.1. Determine p_k de acordo com a equação (3.53);

Passo 3.2. Calcule p^c conforme as equações (3.54) e (3.55);

Passo 3.3. Calcule $\alpha(p_k)$ e $\alpha(p^c)$, de acordo com a equação (3.48);

Passo 3.4. Calcule $p_k^c(p_k)$, de acordo com (3.56).

Passo 3.5. Se $p_k^c(p_k) < \beta_1$, então $p_k = p^c$;

Passo 3.6. Faça $\Delta_k^* = \Delta_k$ e diminua o raio da região de confiança conforme (3.58);

Passo 4: Faça $x_{k+1} = x_k + \alpha(p_k)$ e $\Delta_k = \Delta_k^*$;

Passo 5: Se $p_k^f(p_k) \geq \beta_3$, faça $\Delta_{k+1} = \max\{\Delta_k, 2\|D_k \alpha(k)\|\}$;

Passo 5.1. Senão $\Delta_{k+1} = \Delta_k$;

Passo 6.. Faça $k = k + 1$ e $x^* = x_k$.

Para finalizar o processo de solução da equação (3.47) e então, ter o algoritmo totalmente definido, basta resolver o passo 3.1, que implica no subproblema dado em (3.53). Para tanto, será utilizado o método *Dogleg*. Uma vez que já foi apresentada a metodologia dessa técnica para a solução do problema da região de confiança padrão, bastará uma mudança de variáveis para adaptá-lo ao novo problema apresentado.

Sabe-se que, quando o raio da região de confiança é grande o suficiente tal que, $\|D_k p_k^N\| \leq \Delta_k$ o passo de Newton p_k^N soluciona a equação (3.53). Porém quando essa condição não é satisfeita, calcula-se uma solução aproximada para o problema escalando a variável p de modo que a região de confiança seja esférica na variável escalada. Adotando $\tilde{p} = D_k p$ e substituindo em (3.53) tem-se a equação definida em (3.60).

$$\min_{\tilde{p} \leq \Delta_k} [f_k + \tilde{p} D_k^{-1} J_k^T + \frac{1}{2} \tilde{p}^T (D_k^{-1} D_k^{-1} H_k) \tilde{p}] \quad (3.60)$$

Assim, determinando a solução aproximada do subproblema pelo método *Dogleg*, isto é, por dois segmentos de reta que vão; da origem ao minimizador irrestrito p_k^d e do minimizador irrestrito p_k^d ao passo de Newton p_k^N , conforme as equações (3.61) e (3.62).

$$\tilde{p}_k = \begin{cases} \frac{\Delta_k D_k^{-1} J_k}{\|D_k^{-1} J_k\|} & \text{se } \|\tilde{p}_k^d\| \geq \Delta_k \\ \tilde{p}_k^d + (1 - \mu)(\tilde{p}_k^N - \tilde{p}_k^d), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.61)$$

$$\tilde{p}_k^d = \frac{\|D_k^{-1} J_k\|^2}{\|D_k^{-2} H_k\|^2} D_k^{-1} J_k \quad (3.62)$$

Onde, μ é a solução quadrática da equação (3.63):

$$\|\tilde{p}_k^d + (1 - \mu)(\tilde{p}_k^N - \tilde{p}_k^d)\|^2 = \Delta_k^2 \quad (3.63)$$

$$\mu = 1 - \frac{-2\tilde{p}_k^{dT} a + \sqrt{(2\tilde{p}_k^{dT} a)^2 - 4\|a\|^2 (\|\tilde{p}_k^d\|^2 - \Delta_k^2)}}{2\|a\|^2}$$

onde $a = \tilde{p}_k^N - \tilde{p}_k^d$ e $\varepsilon = 1 - \mu$.

Desse modo, o algoritmo 8 mostra a aplicação do método *Dogleg* na solução do subproblema (3.53), conforme exposição feita anteriormente.

ALGORITMO 8: Método Dogleg para método da região de confiança escalado

Dado, p_k^N , Δ_k , $J_k = \nabla f_k$ e D_k

Passo 1: Se $\|D_k p_k^N\| \leq \Delta_k$; então $p_k = p_k^N$ e encerra.

Passo 2: Senão calcule \tilde{p}_k^d , conforme (3.62);

Passo 3: Se $\|\tilde{p}_k^d\| \geq \Delta_k$; então $\tilde{p}_k^d = \frac{\Delta_k D_k^{-1} J_k}{\|D_k^{-1} J_k\|}$, conforme (3.61);

Passo 4. Senão $\tilde{p}_k = D_k p_k^N$;

Passo 4.1. Calcule μ conforme (3.63);

Passo 4.2. Faça $\tilde{p}_k = \tilde{p}_k^d + (1 - \mu)(\tilde{p}_k^N - \tilde{p}_k^d)$, conforme (3.61);

Passo 5. Faça $p_k = D_k^{-1} \tilde{p}_k$

CAPÍTULO 4

EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MÓDULOS FOTOVOLTAICOS

4.1. Introdução

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada no trabalho para extração dos parâmetros do painel fotovoltaico utilizado para os testes.

A metodologia consiste basicamente na obtenção das curvas reais de tensão *versus* corrente de um painel fotovoltaico sob diversas condições de temperatura e irradiância solar, a definição do sistema de equações não-lineares e então, a aplicação do método de solução, baseado nas técnicas apresentadas nos capítulos anteriores.

Os métodos numéricos são largamente utilizados na solução de problemas de engenharia sendo que a escolha do método matemático utilizado depende do tipo de problema a ser solucionado considerando a linearidade ou não do problema, número de variáveis, existência ou não de restrições, entre outras.

Os métodos *Levenberg Marquardt* e *Powell's Dogleg* – um método da Região da Confiança – são as metodologias mais conhecidas na solução de sistemas de equações não-lineares. Mais do que convergência linear, esses métodos podem obter convergência quadrática, além de não necessitarem calcular as segundas derivadas.

Em algumas situações, para pontos distantes da solução, o método de *Levenberg-Marquardt* apresentará uma taxa de convergência menor do que aquela verificada nos métodos da Região de Confiança. Os métodos da Região de Confiança são considerados uma evolução dos algoritmos de *Levenberg-Marquardt* [55].

Além da boa capacidade de convergência, outro fator determinante para a utilização dos métodos da região de confiança, foi a característica que estes apresentam de criar uma região que restringe o universo de soluções. Esse é um

fator de extrema relevância em problemas físicos, visto que, soluções matematicamente possíveis, podem não apresentar consistência no que diz respeito ao modelo físico.

4.2. Obtenção dos dados

O objetivo do trabalho é extrair os parâmetros de módulos fotovoltaicos em condições próximas àquelas de operação de modo que, os parâmetros obtidos permitam a caracterização de um comportamento do painel nas condições ambiente. Desse modo, os dados de entrada – temperatura, tensão e corrente – foram obtidos através de medições realizadas em um painel fotovoltaico sob diversas condições de irradiação solar.

A Tabela 4.1 a seguir mostra os dados do painel utilizado para obtenção dos dados de entrada, nas condições padrões de teste, isto é, sob irradiação solar de 1000 W/m^2 e temperatura da célula de 25°C .

Tabela 4.1 – Características do painel fotovoltaico sob as condições padrões de teste

Característica	Valor
Potência	40 W
Tensão no ponto de máxima potência	16.6 V
Corrente no ponto de máxima potência	2.45 A
Tensão de circuito aberto	20.5 V
Corrente de curto-circuito	2.80 A
Tipo de material	silício monocristalino
Número de células	36

As medições foram realizadas no Instituto Federal Goiano, em Urutaí – GO, no ano de 2009, pelo professor Fernando Barbosa Mantos e gentilmente cedidas para execução deste trabalho. A seguir serão apresentadas as curvas de irradiância diária típicas da região (dados referentes à cidade de Ipameri, cerca de 30 km de Urutaí) obtidas através do software Radasol, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul [56]. Ressalta-se que a radiação inclinada apresentada refere-se a um ângulo de 45° .

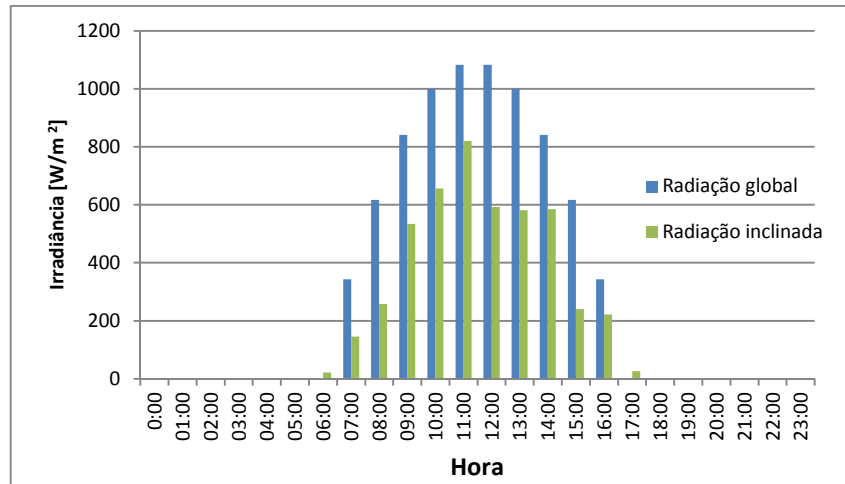


Figura 4.1. Irradiância solar diária típica em Maio

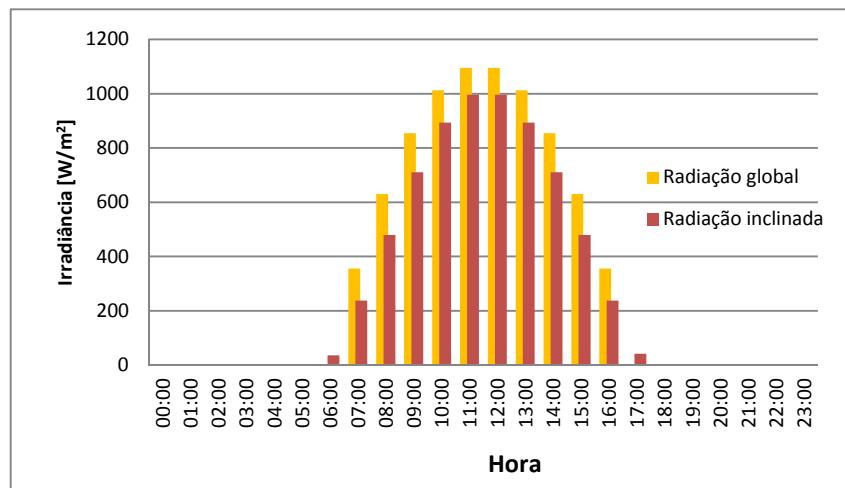


Figura 4.2. Irradiância solar diária típica em Agosto

Além disso, obtiveram-se as curvas típicas de variação da temperatura diária local para um dia do mês de Maio e outra de Agosto, mês no qual foram realizadas as leituras de tensão e corrente no painel fotovoltaico.

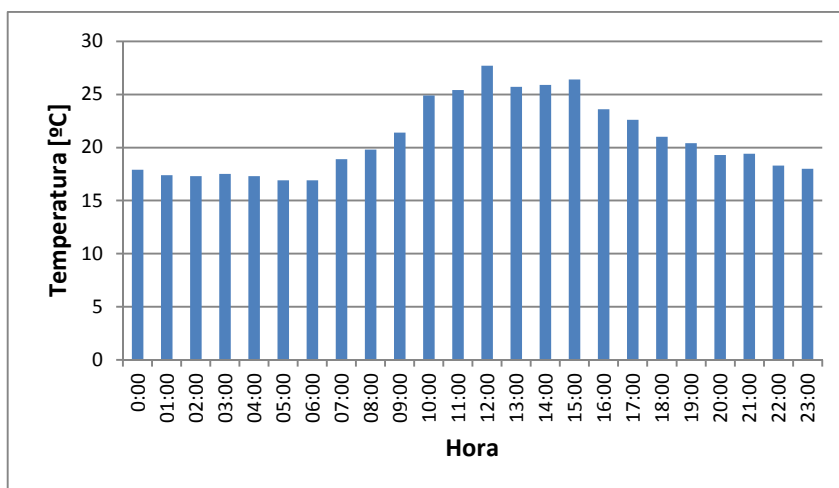


Figura 4.3. Temperatura diária típica em Maio

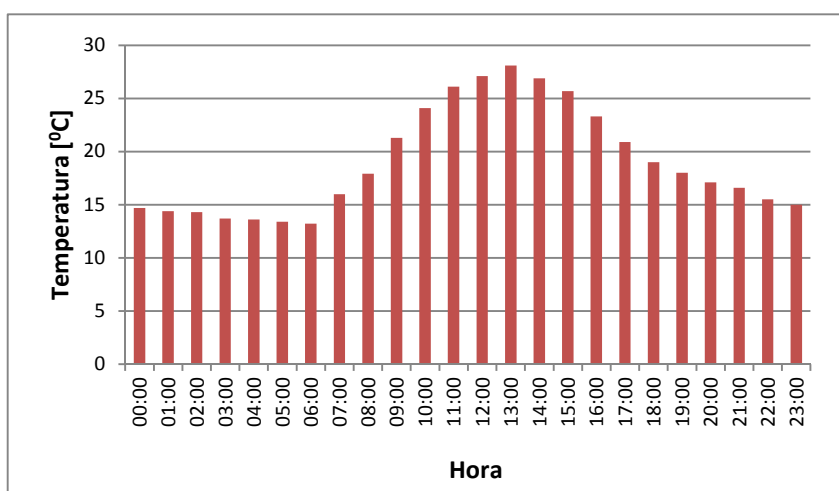


Figura 4.4. Temperatura diária típica em Agosto

As curvas de tensão e corrente do painel foram obtidas através do medidor *Mini KLA* da *Ingenieurbüro Mencke & Tegtmeyer* [57], empresa alemã que trabalha desde 1993 com sistemas de medição aplicados à tecnologia solar. O medidor trabalha dentro de uma faixa de temperatura de -20 a 100 °C com uma precisão de $\pm 0,4\%$. Além disso, o equipamento fornece os valores de temperatura e irradiância solar a cada medição.

A Figura 4.5 mostra uma das curvas obtidas, para as condições de irradiação solar incidente e temperatura interna descritas no gráfico. Vale ressaltar que a temperatura interna é aquela de operação do painel diferentemente da temperatura ambiente.

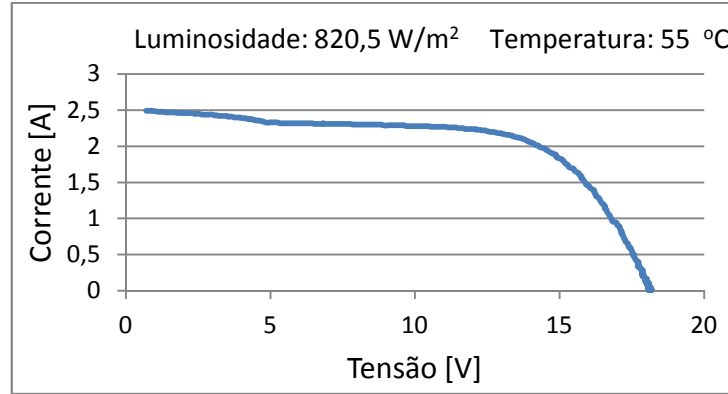


Figura 4.5. Curva VI obtida através do Mini KLA

É possível observar um comportamento não uniforme da curva à medida que o equipamento se aproxima do ponto de curto-circuito. Nesse contexto, o método proposto busca determinar os parâmetros do painel a partir dos dados obtidos na medição fazendo os ajustes necessários para que se possa trabalhar com este comportamento sem perda das características do painel solar.

4.3. Modelo matemático

Inicialmente é preciso definir o sistema $F(x)$ que representa o problema matematicamente. O modelo elétrico utilizado no trabalho consiste no modelo de 5 (cinco) parâmetros e um diodo, apresentado anteriormente. Assim, o problema consiste em determinar essas cinco variáveis: fotocorrente (I_{ph}), corrente reversa de saturação (I_s), fator de idealidade do diodo (m), resistência série (R_s) e resistência *shunt* (R_{sh}).

A equação (4.1) mostra o sistema de equações que representa o problema.

$$\begin{cases} f_1(x) = x_1 - x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_1 + I_1 x_4)}{x_3}} - 1 \right) - \frac{V_1 + I_1 x_4}{x_5} - I_1 = 0 \\ f_2(x) = x_1 - x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_2 + I_2 x_4)}{x_3}} - 1 \right) - \frac{V_2 + I_2 x_4}{x_5} - I_2 = 0 \\ f_3(x) = x_1 - x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_3 + I_3 x_4)}{x_3}} - 1 \right) - \frac{V_3 + I_3 x_4}{x_5} - I_3 = 0 \\ f_4(x) = x_1 - x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_4 + I_4 x_4)}{x_3}} - 1 \right) - \frac{V_4 + I_4 x_4}{x_5} - I_4 = 0 \\ f_5(x) = x_1 - x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_5 + I_5 x_4)}{x_3}} - 1 \right) - \frac{V_5 + I_5 x_4}{x_5} - I_5 = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Onde:

$$\lambda = q/kT; x_1 = I_{ph}, x_2 = I_s, x_3 = m, x_4 = R_s \text{ e } x_5 = R_{sh}.$$

Como algumas variáveis, como a corrente reversa, apresentam valores de ordem muito inferior às outras variáveis, faz-se uma adaptação à equação (4.1) de modo a deixar as variações das variáveis dentro de uma faixa menor. Como mostra a equação (4.2), é inserida a constante 10^{-6} multiplicando a corrente reversa e o fator 36 multiplicando o fator de idealidade, sendo que este representa o número de células em série.

$$\begin{cases} f_1(x) = x_1 - 10^{-6}x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_1+I_1x_4)}{36x_3}} - 1 \right) - \frac{V_1+I_1x_4}{x_5} - I_1 = 0 \\ f_2(x) = x_1 - 10^{-6}x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_2+I_2x_4)}{36x_3}} - 1 \right) - \frac{V_2+I_2x_4}{x_5} - I_2 = 0 \\ f_3(x) = x_1 - 10^{-6}x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_3+I_3x_4)}{36x_3}} - 1 \right) - \frac{V_3+I_3x_4}{x_5} - I_3 = 0 \\ f_4(x) = x_1 - 10^{-6}x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_4+I_4x_4)}{36x_3}} - 1 \right) - \frac{V_4+I_4x_4}{x_5} - I_4 = 0 \\ f_5(x) = x_1 - 10^{-6}x_2 \left(e^{\frac{\lambda(V_5+I_5x_4)}{36x_3}} - 1 \right) - \frac{V_5+I_5x_4}{x_5} - I_5 = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Além disso, o problema depende de algumas restrições com relação às variáveis de modo a limitar o conjunto de soluções matemáticas àquelas que são fisicamente possíveis. Essas restrições foram definidas tendo em vista valores típicos atribuídos a essas variáveis, conforme descrição feita a seguir.

Primeiramente, a fotocorrente obtida deve ter um valor maior que zero e menor que a corrente máxima obtida com o painel. Por isso, para o painel utilizado será adotado o valor máximo para a fotocorrente de 10 A. Sabe-se que essa corrente é maior que a corrente máxima obtida pelo painel, porém, para não restringir muito a faixa entre os limites inferior e superior, será utilizado o valor igual a 10 A.

A corrente reversa de saturação deve apresentar um valor muitas vezes menor que o valor da fotocorrente, normalmente na ordem de microampéres. Como foi utilizado um multiplicador de $1 \cdot 10^{-6}$ para essa variável, será adotada a faixa de 10^{-2} a 10, o que indica uma variação de 0,01 a 10 μ A.

Já o fator de idealidade do diodo apresenta o valor mínimo igual a 1 (um) e valor máximo igual a 2 (dois) [26].

A resistência série apresenta valores típicos na ordem de alguns miliohms ($m\Omega$) [referência], assim será adotado o valor mínimo de 0 e máximo de $10\ \Omega$. Já a resistência *shunt* apresenta valores típicos de centenas de ohms, desse modo será adotado o valor mínimo igual a $50\ \Omega$ e máximo de $1\ k\Omega$.

As restrições supracitadas podem ser sintetizadas da seguinte maneira:
 $0 < x_1 < 10$, $10^{-2} < x_2 < 1$, $1 < x_3 < 2$, $0 < x_4 < 10$ e $50 < x_5 < 10^3$.

A partir disso, são estabelecidos os 5 (pontos) na curva VI que serão utilizados para determinar as cinco equações e definir o sistema. Os pontos empregados são os pontos característicos do comportamento do painel (ponto de curto-circuito, de circuito aberto e ponto de máxima potência) e outros dois pontos intermediários que caracterizam o comportamento da curva, conforme a Figura 4.6.

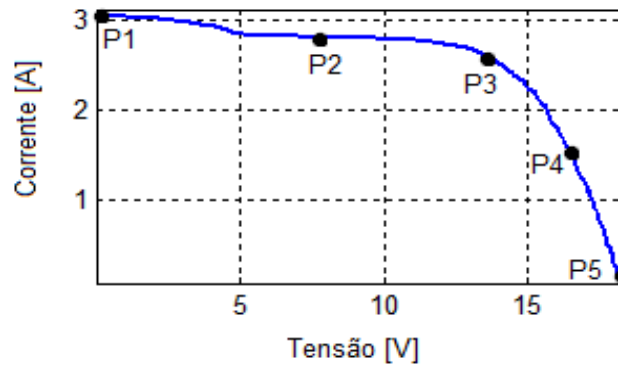


Figura 4.6. Pontos representativos da curva

Ressalta-se que o ponto P1 é a condição de curto-circuito, P2 representa a parte da curva em que a corrente é praticamente constante, P3 é a situação de máxima potência, P4 representa a parte da curva em que a relação tensão-corrente é linear e P5 define a operação em circuito aberto.

Desse modo, os pontos acima descritos são extraídos da curva medida e então substituídos na equação (4.2). O problema representa um sistema não-linear com restrição de caixa, tal que $l \leq x_i \leq u$, nesse contexto aplicam-se os algoritmos 7 e 8 na solução do problema adotando as definições dadas em (4.3), (4.4) e (4.5).

$$f(x_k) = F = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5] \quad (4.3)$$

$$J_k = \nabla f(x_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \ddots & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$H_k = \nabla^2 f(x_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f_5}{\partial x_5^2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Por fim é importante versar a respeito da precisão ou ainda dos critérios de parada adotados. Os principais critérios que definem a precisão do método bem como, determinam os critérios de parada referem-se à mínima variação nos valores das variáveis e o valor mínimo da função.

O primeiro critério determina qual o valor mínimo de variação em x que indica que o método está atualizando os valores das variáveis de modo efetivo. Assim, o limite estabelecido nesse critério indica que variações em x inferiores a este limite não produzem variações eficazes nas variáveis e o método deve ser encerrado. Nota-se que este critério não garante a convergência do método, ou seja, que $f(x) \cong 0$.

A equação (4.6) demonstra a aplicação do critério citado anteriormente.

$$(x_k - x_{k-1}) \leq TolX \quad (4.6)$$

O segundo critério define a precisão do método. Em sistemas reais pode ser muito dispendioso, em muitos casos, inviável, buscar uma solução tal que $f(x) = 0$. Assim, define-se um limite que determina o valor mínimo que a função $f(x)$ pode apresentar de forma a se considerar que o sistema foi solucionado. Em outras palavras, o que será considerado na prática como "zero".

Para um sistema de equações, utiliza-se a soma quadrática das funções como indicado na equação (4.7), onde $TolFun$ representa a tolerância supracitada.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^k f(x_i)^2} \leq TolFun \quad (4.7)$$

Na solução do sistema indicado em (4.2), foram adotadas as tolerâncias dadas em (4.8).

$$\begin{cases} TolX = 1e^{-6} \\ TolFun = 1e^{-6} \end{cases} \quad (4.8)$$

4.4. Simulações e resultados

Diante do exposto anteriormente serão demonstrados os dados obtidos com o modelo apresentado. As simulações serão agrupadas em duas seções. A primeira demonstra a influência do ponto inicial no esforço computacional e no comportamento do modelo aproximado, enquanto a segunda verifica a influência da irradiação solar nos parâmetros da célula.

4.4.1. Ponto inicial

A definição do ponto inicial foi feita considerando valores intermediários dentro dos limites máximos e mínimos definidos para cada variável. De um modo geral utilizou-se um valor médio dentro dos valores máximos e mínimos que se esperava obter para as variáveis em questão, tendo em vista a faixa de variação da irradiação solar entre 100 W/m^2 e 1000 W/m^2 .

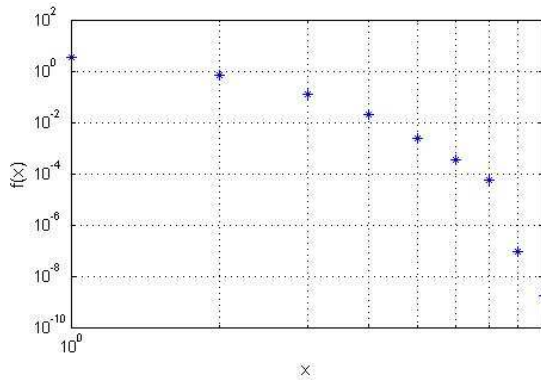
A Tabela 4.2 mostra os valores obtidos para os parâmetros do painel em diferentes condições de temperatura e irradiação solar, considerando o mesmo ponto inicial indicado em (4.9).

$$x_0 = [1,5; 1,0; 1,5; 0,1; 100] \quad (4.9)$$

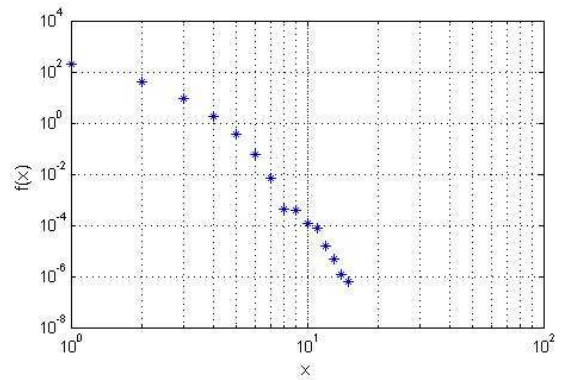
Tabela 4.2 – Resultados com o mesmo ponto inicial

Curva	Temperatura (°C)	Irradiação solar (W/m^2)	I_{ph} (A)	I_s (uA)	n	R_s (Ω)	R_{sh} (Ω)
1	51	117,3	0,3244	0,2600	1,8618	2,9197	284,6084
2	37	192,0	0,5431	0,1374	1,9331	0,6846	191,1901
3	52	501,8	1,5450	0,0473	1,4947	0,0187	98,2508
4	55	901,2	2,8381	0,0100	1,2591	0,2833	53,1719
5	67	1000,3	3,2785	0,0103	1,1525	0,4517	50,0210

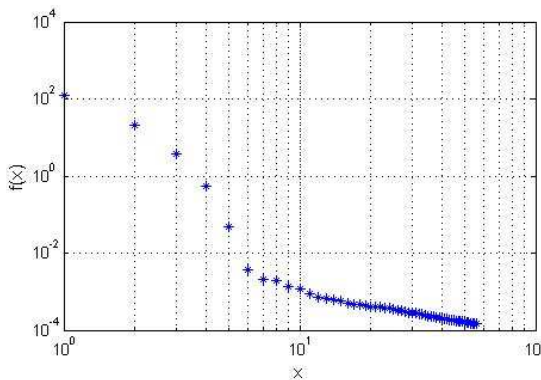
A Figura 4.7 mostra a evolução do método matemático a cada iteração para as curvas mostradas na Tabela 4.



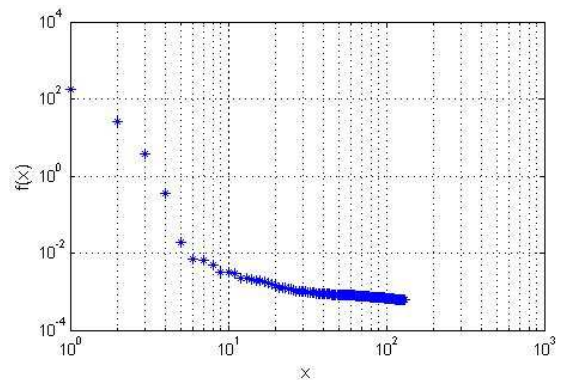
(a) Curva 1



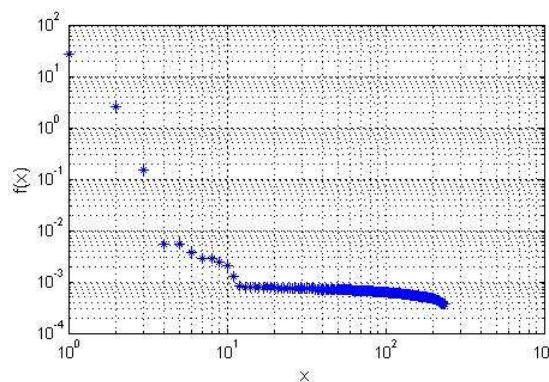
(b) Curva 2



(c) Curva 3



(d) Curva 4

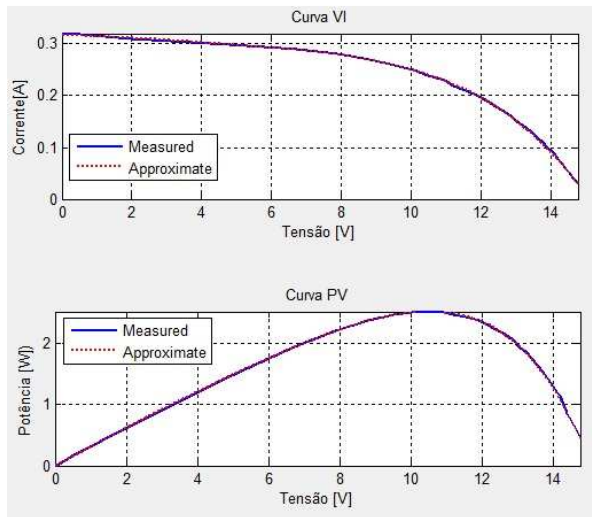


(e) Curva 5

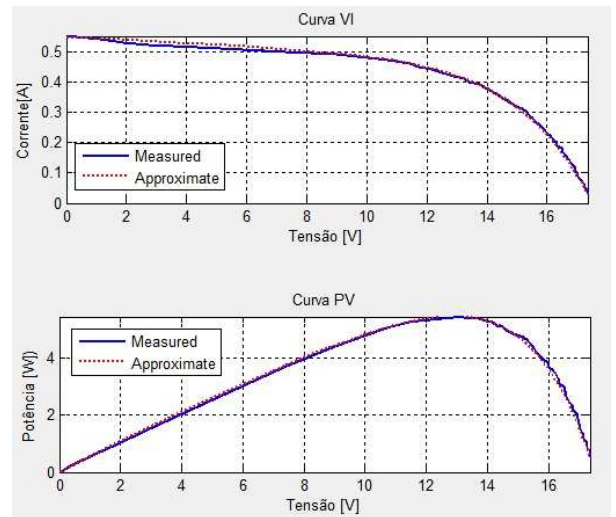
Figura 4.7. Valores aproximados de $F(x)$ a cada iteração

Uma forma de verificar a eficácia do método matemático é calcular o erro obtido com os resultados aproximados em comparação àqueles obtidos experimentalmente. Como não é possível medir diretamente os parâmetros calculados, essa averiguação será feita por meio das curvas de operação do painel obtidas experimentalmente e aquelas obtida por meio dos parâmetros aproximados pelo método matemático.

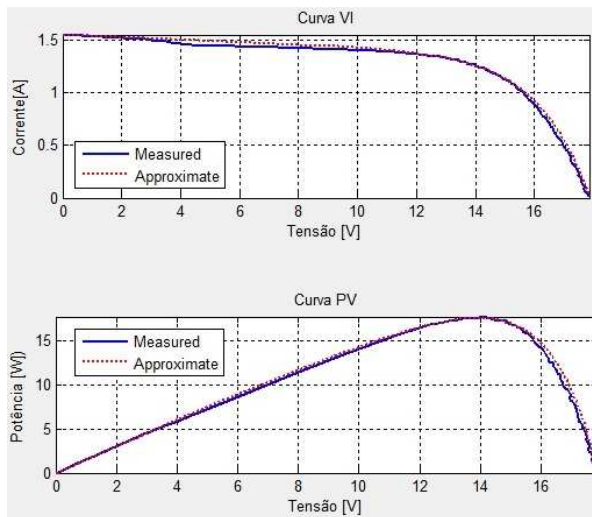
A Figura 4.8 ilustra as curvas obtidas experimentalmente confrontadas àqueles obtidas por meio de simulações.



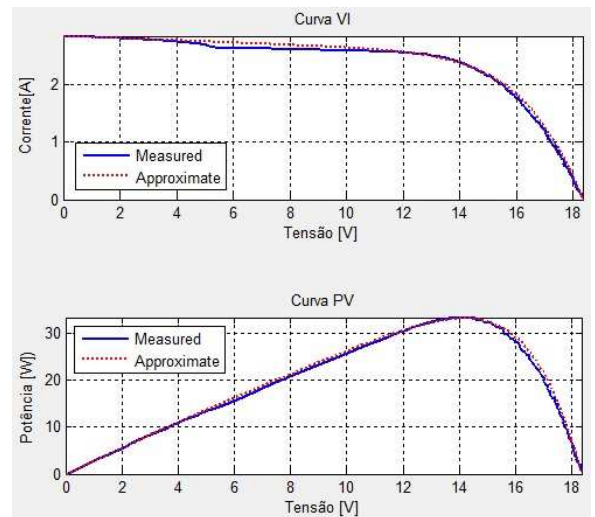
(a) Curva 1



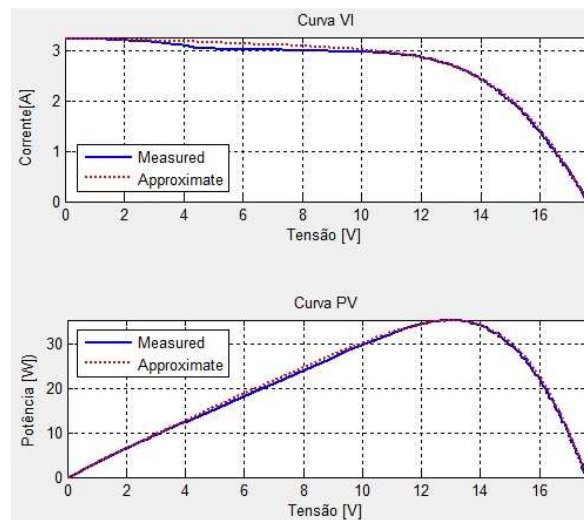
(b) Curva 2



(c) Curva 3



(d) Curva 4



(e) Curva 5

Figura 4.8.Curvas medidas e aproximadas com ponto inicial único

Observa-se que ao considerar o mesmo ponto inicial, tem-se para alguns casos, um número excessivo de iterações. Assim, fez-se uma adequação do ponto inicial em função do modelo em estudo, ou seja, ajustaram-se os parâmetros iniciais a partir do conhecimento prévio do valor aproximado de algumas variáveis.

A Tabela 4.3 a seguir mostra os valores obtidos quando se consideram pontos iniciais ajustados a cada curva. Esse ajuste é feito tendo em vista que, a partir das primeiras simulações tem-se um conhecimento prévio a respeito dos valores aproximados para as variáveis em cada situação.

Tabela 4.3 – Resultados após correção do ponto inicial

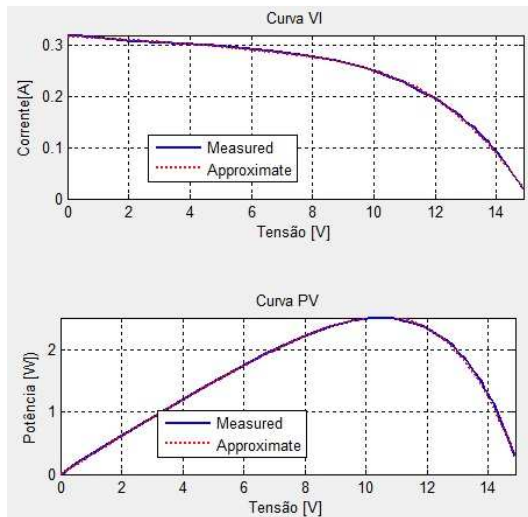
Curva	Temperatura (°C)	Irradiação solar (W/m^2)	I_{ph} (A)	I_s (uA)	n	R_s (Ω)	R_{sh} (Ω)
1	51	117,3	0,3256	0,0828	1,6064	4,3424	254,1026
2	37	192,0	0,5458	0,0371	1,6717	1,6516	200,8195
3	52	501,8	1,5466	0,0318	1,4396	0,1341	98,2621
4	55	901,2	2,8312	0,0296	1,3776	0,1883	58,4876
5	67	1000,3	3,2694	0,0412	1,2928	0,4135	55,3983

Como se pode observar pela Tabela 4.4, o número de iterações reduz-se significativamente quando se escolhem os pontos iniciais de acordo com a curva, especialmente para os casos em que inicialmente o esforço computacional foi maior.

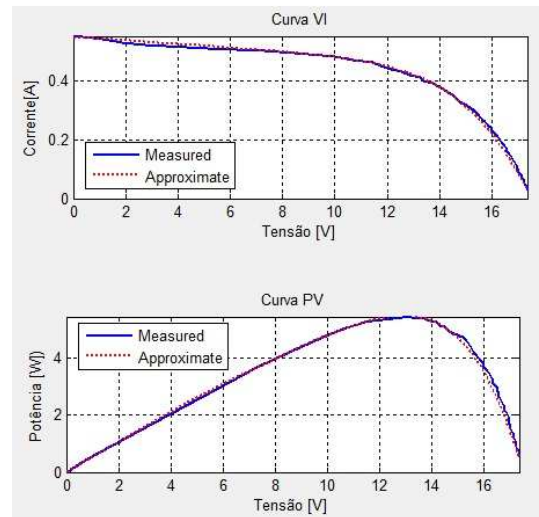
Tabela 4.4 – Número de iterações para ponto inicial único e variável

Curva	Temperatura (°C)	Irradiação solar (W/m^2)	Nº de iterações	
			Ponto inicial único	Ponto inicial ajustado
1	51	117,3	9	6
2	37	192,0	15	6
3	52	501,8	56	27
4	55	901,2	130	27
5	67	1000,3	236	9

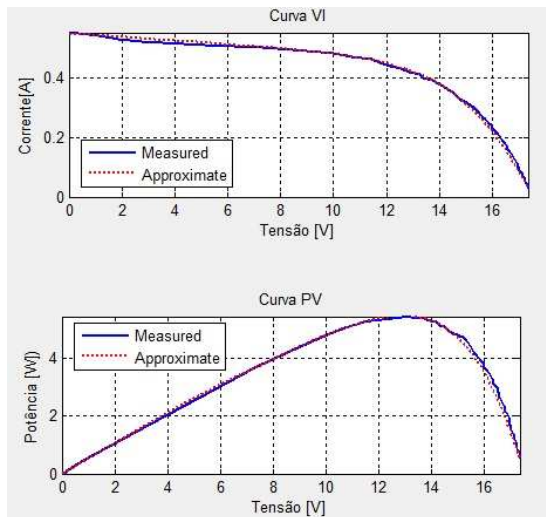
Para constatar a efetividade no processo de ajuste do ponto inicial é importante verificar também se os resultados obtidos são apropriados. Assim, fez-se a comparação entre as curvas características do painel apresentadas nas Figuras 4.8 e 4.9.



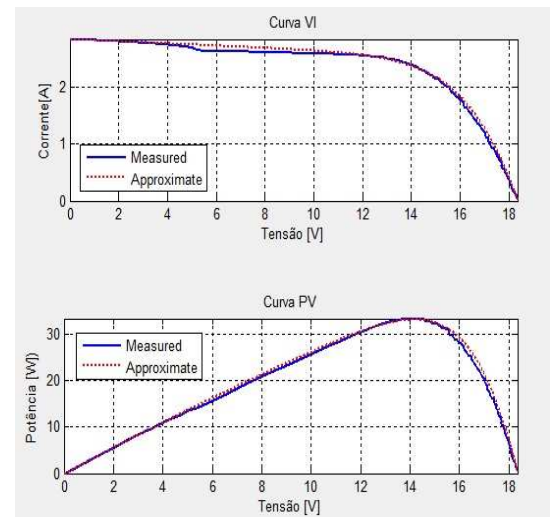
(a) Curva 1



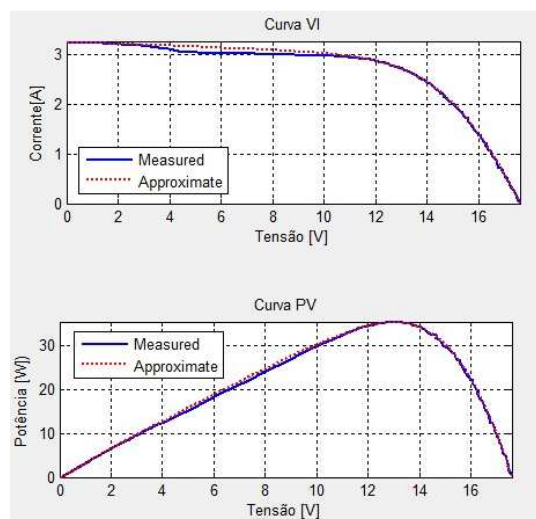
(b) Curva 2



(c) Curva 3



(d) Curva 4



(e) Curva 5

Figura 4.9.Curvas medidas e aproximadas com ponto inicial variável

Observa-se que o perfil do comportamento do painel é aproximado satisfatoriamente através do modelo apresentado. Destaca-se o ajuste feito pelo modelo para os pontos próximos ao ponto de curto-circuito que apresentam um comportamento não uniforme.

Por fim, serão analisados os erros relativos obtidos com o modelo nos pontos de maior importância no comportamento do painel considerando as duas simulações apresentadas: para um ponto inicial único e para o ponto inicial variável, conforme Tabelas 4.5 e 4.6, respectivamente.

Tabela 4.5 – Erro relativo para ponto inicial único

Curva	Medidas			Aproximadas			Erro relativo		
	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)
1	0,3200	15,0100	2,4800	0,3200	14,8800	2,52900	0,0000%	0,5856%	2,0081%
2	0,5500	17,4500	5,4000	0,5500	17,3500	5,4540	1,8182%	0,3536%	1,0463%
3	1,5500	17,6600	17,8300	1,5470	17,8600	17,6000	0,6452%	1,2775%	1,3208%
4	2,8300	18,3800	33,3700	2,8290	18,3500	33,1800	0,3534%	0,0218%	0,5598%
5	3,2600	17,5900	35,3200	3,2590	17,5900	35,1100	0,0307%	0,0000%	0,5946%

Tabela 4.6 – Erro relativo para ponto inicial variável

Curva	Medidas			Aproximadas			Erro relativo		
	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)	I_{sc} (A)	V_{oc} (V)	P_{max} (W)
1	0,3200	15,0100	2,4800	0,3200	14,8800	2,5340	0,0000%	0,6449%	2,1734%
2	0,5500	17,4500	5,4000	0,5500	17,3502	5,4600	1,8182%	0,4109%	1,1611%
3	1,5500	17,6600	17,8300	1,5500	17,8600	17,6000	0,6452%	1,2860%	1,3006%
4	2,8300	18,3800	33,3700	2,8300	18,3500	33,1450	0,3534%	0,0288%	0,6386%
5	3,2600	17,5900	35,3200	3,2600	17,5900	35,0844	0,3067%	0,1120%	0,5065%

Conforme apresentado pelas Tabelas 4.5 e 4.6 conhecendo-se previamente algumas características das variáveis a serem determinadas é possível realizar um "chute" inicial mais adequado e minimizar sensivelmente o número de iterações, e consequentemente, o tempo de execução do aplicativo, obtendo praticamente os resultados obtidos com um número maior de iterações.

4.4.2. O efeito da irradiação solar nas características do painel

Uma análise importante que pode ser feita através do aplicativo é analisar o comportamento do painel a partir dos parâmetros obtidos pelo método. Nesta análise serão avaliados os pontos característicos de operação do painel: circuito aberto, curto-circuito e máxima potência.

Conforme as Figuras 4.10, 4.11 e 4.12 à medida que a irradiação solar aumenta a máxima potência gerada pelo painel, a tensão para operação em circuito aberto e a corrente de curto-circuito também aumentam para uma temperatura constante de 43 °C.

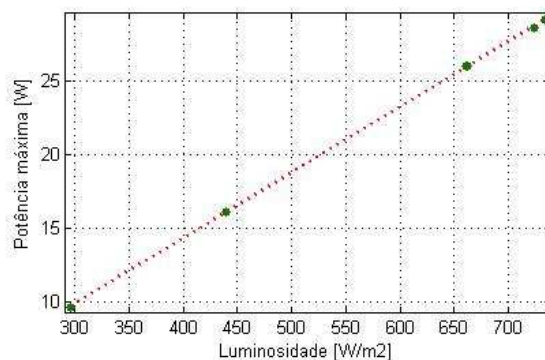


Figura 4.10.Variação da potência máxima com a irradiação solar

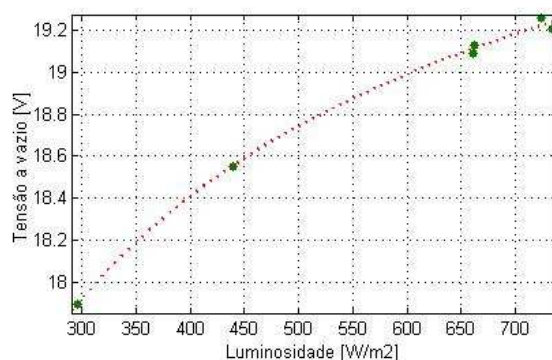


Figura 4.11.Variação da tensão a vazio com a irradiação solar

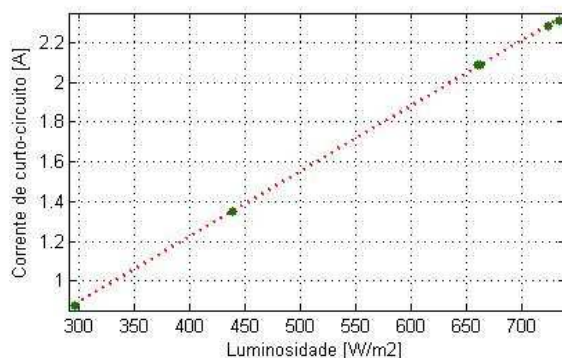


Figura 4.12. Variação da corrente de curto-circuito com a irradiação solar

Esse comportamento é explicado principalmente pelo aumento da fotocorrente gerada, pois com o aumento da irradiação solar há um número maior de fótons com energia suficiente para gerar os pares elétrons-lacuna. A Figura 4.13

mostra a variação da fotocorrente para os mesmos parâmetros utilizados na simulação do comportamento da máxima potência.

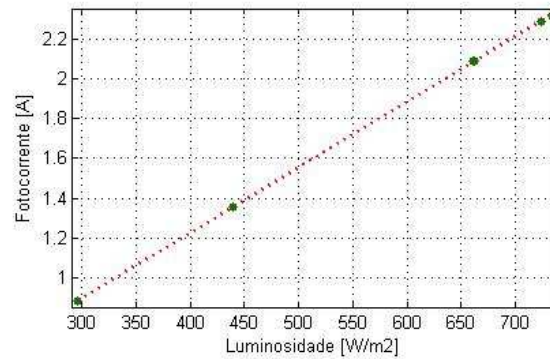


Figura 4.13.Variação da fotocorrente com a irradiação solar

Além disso, pode-se observar a redução no valor da corrente intrínseca, do fator de idealidade e da resistência interna, de acordo com as Figuras 4.14, 4.15 e 4.16 que indicam perdas menores e consequentemente um incremento na potência gerada pelo painel.

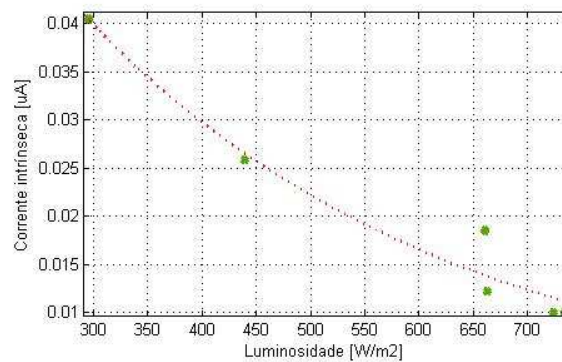


Figura 4.14. Variação da corrente intrínseca com a irradiação solar

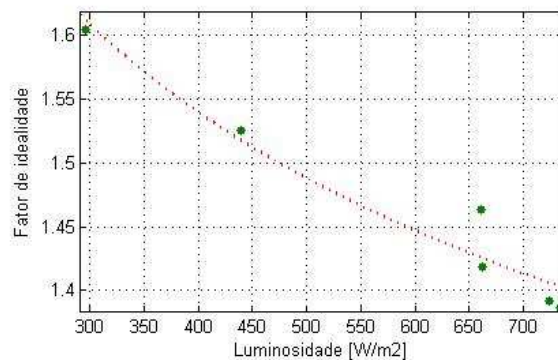


Figura 4.15.Variação do fator de idealidade com a irradiação solar

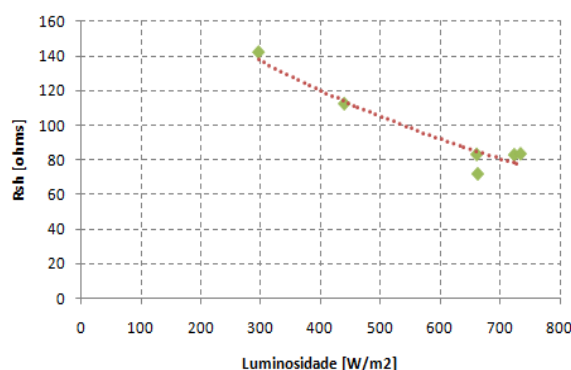


Figura 4.16. Variação da resistência *shunt* com a irradiação solar

4.4.3. Análise da operação do painel em condição de sombreamento

a) Introdução

Normalmente, quando se faz a análise de um sistema de geração fotovoltaica considera-se a curva normal de operação do painel, porém o sombreamento é um efeito que tem influência no comportamento do sistema de geração e deve ser considerado, pois afeta diretamente na potência efetivamente gerada.

O modo como o sombreamento afetará o sistema depende do número de módulos sombreados, o grau de sombreamento e também do arranjo empregado.

Quando um módulo está sombreado a corrente gerada por este é menor do que aquela existente nos outros módulos conectados em série com ele. Assim, considerou-se no aplicativo que cada painel possui um diodo *bypass* ou diodo de derivação ligado em antiparalelo com o módulo de modo que, quando o dispositivo estiver sombreado o diodo estará diretamente polarizado fazendo um caminho alternativo para a corrente.

Desse modo, tem-se que a corrente da fileira conectada em série com o módulo sombreado não fique limitada ao valor da corrente gerada pelo módulo sombreado. Além disso, como o diodo antiparalelo do módulo sombreado estará polarizado, a tensão naquele painel será considerada nula.

Observa-se a importância dos diodos *bypass* na operação dos módulos com sombreamento, uma vez que tendem a minimizar os efeitos do sombreamento na operação do sistema de geração como um todo.

b) Apresentação do modelo

Uma aplicação que será feita ao modelo de extração dos parâmetros do painel fotovoltaico será analisar as características de operação do mesmo em condições de sombreamento parcial. Essa é uma análise de extrema importância, pois reflete a condição de operação real de módulos solares uma vez que, instalados ao tempo a irradiação solar ao longo de um arranjo fotovoltaico possivelmente não será a mesma, principalmente pelo sombreamento de folhas, poeira, dentre outros.

A partir disso, criou-se um aplicativo que permite analisar arranjos de módulos fotovoltaicos com sombreamentos parciais definidos de 10% a 100%, tal que a irradiação solar varia de 100 W/m^2 a 1000 W/m^2 com o número de módulos em série e paralelo definidos pelo usuário. O aplicativo faz uso do método de extração dos parâmetros para simular o comportamento do painel em diferentes níveis de irradiação solar e assim, fazer a análise do sombreamento parcial dos mesmos.

O protótipo empregado no aplicativo pode ser visualizado na Figura 4.17. O modelo consiste em três grupos em paralelo que permite fazer três modos de sombreamento diferentes. O número de conjuntos em paralelo é definido pelo usuário para cada grupo, conforme variáveis dadas por M1, M2 e M3. Além disso, o número de módulos em série para cada arranjo é dado pelas variáveis N1, N2 e N3 em cada grupo.

É importante salientar que o aplicativo pressupõe que os módulos são iguais, ou seja, apresentam as mesmas características e, além disso, os módulos são dotados de diodos *bypass* que, evitam a operação dos módulos fotovoltaicos de modo reverso, isto é, absorvendo corrente.

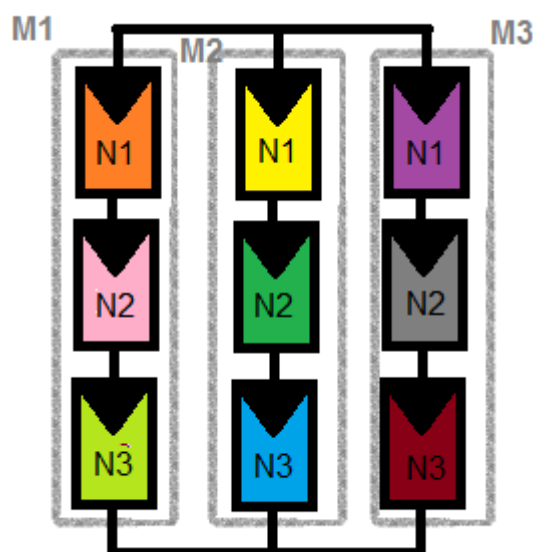


Figura 4.17.Arranjo de módulos para análise de sombreamento parcial

De acordo com a Figura 4.18, inicialmente estabelece-se o número total de módulos em série. Feito isso, determinam-se os números de módulos para cada faixa de irradiância solar definidos por grupo. Além disso, definem-se quantos arranjos em paralelo cada grupo terá. O objetivo é simular diversas condições de sombreamento, tornando possível a escolha de inúmeras configurações.

A seguir será feita uma descrição detalhada do aplicativo descrevendo a entrada de dados, execução e obtenção dos resultados. A Figura 4.18 mostra a tela principal do aplicativo.

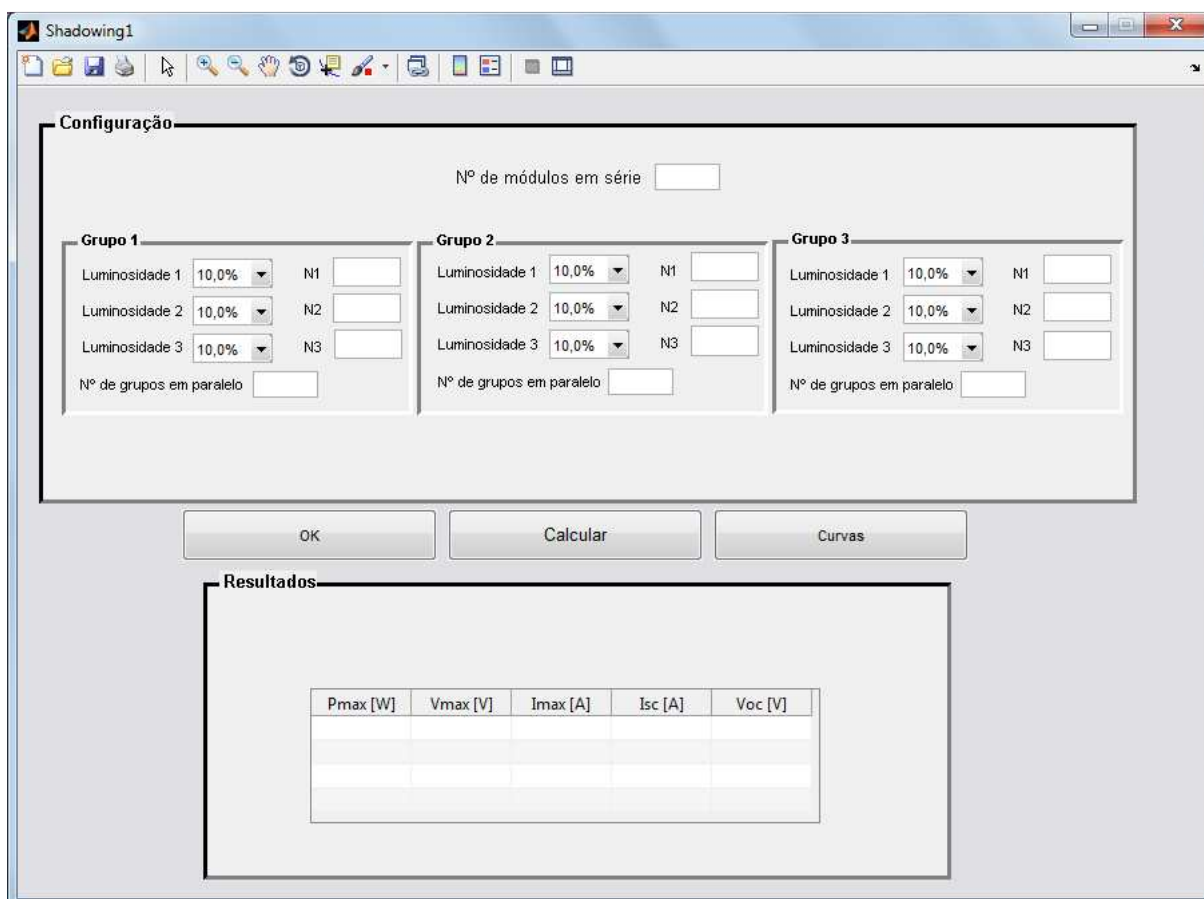


Figura 4.18. Tela principal do aplicativo

Inicialmente estabelece-se o número de módulos ligados em série que os grupos terão. Ressalta-se que esse valor é o mesmo para todos os grupos. A partir disso define-se o grau de sombreamento para cada grupo a partir da irradiância solar incidente e número de módulos afetados. Além disso, define-se o número de arranjos em série por cada grupo. Ressalta-se que esse valor pode ser diferente para cada grupo.

Feito isso, deve-se pressionar o botão "OK" que verificará a conformidade da entrada de dados. Caso os dados estejam corretos, a tela de diálogo indicada na Figura 4.19 será apresentada. Caso contrário, a tela em 4.20 será mostrada.

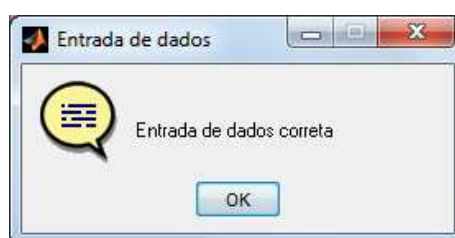


Figura 4.19. Tela de diálogo apresentada para entrada de dados correta

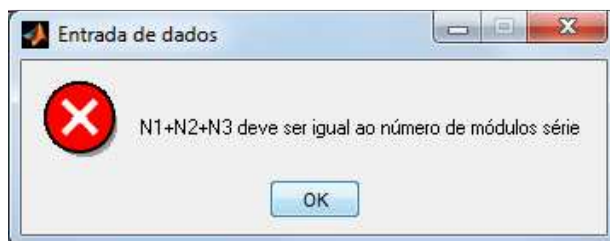


Figura 4.20. Tela de diálogo apresentada para entrada de dados incorreta

Feito isso, o aplicativo está pronto para fazer a análise dos dados de entrada. Ao clicar no botão "*Calcular*" o aplicativo irá ler os dados de entrada, fará a determinação dos parâmetros do painel para cada nível de irradiação solar e então calculará os resultados.

Assim, serão apresentados os parâmetros do sistema de geração conforme configurado e, para obter as curva tensão *versus* corrente e tensão *versus* potência do sistema aciona-se o botão "*Curvas*". A partir disso, serão traçadas as curvas em uma nova tela de acordo com a Figura 4.21.

No Anexo II são expostos alguns exemplos que demonstram como fazer a entrada de dados para diversas configurações exemplificando a análise de um único painel, arranjos série, arranjos paralelo e arranjos série-paralelo.

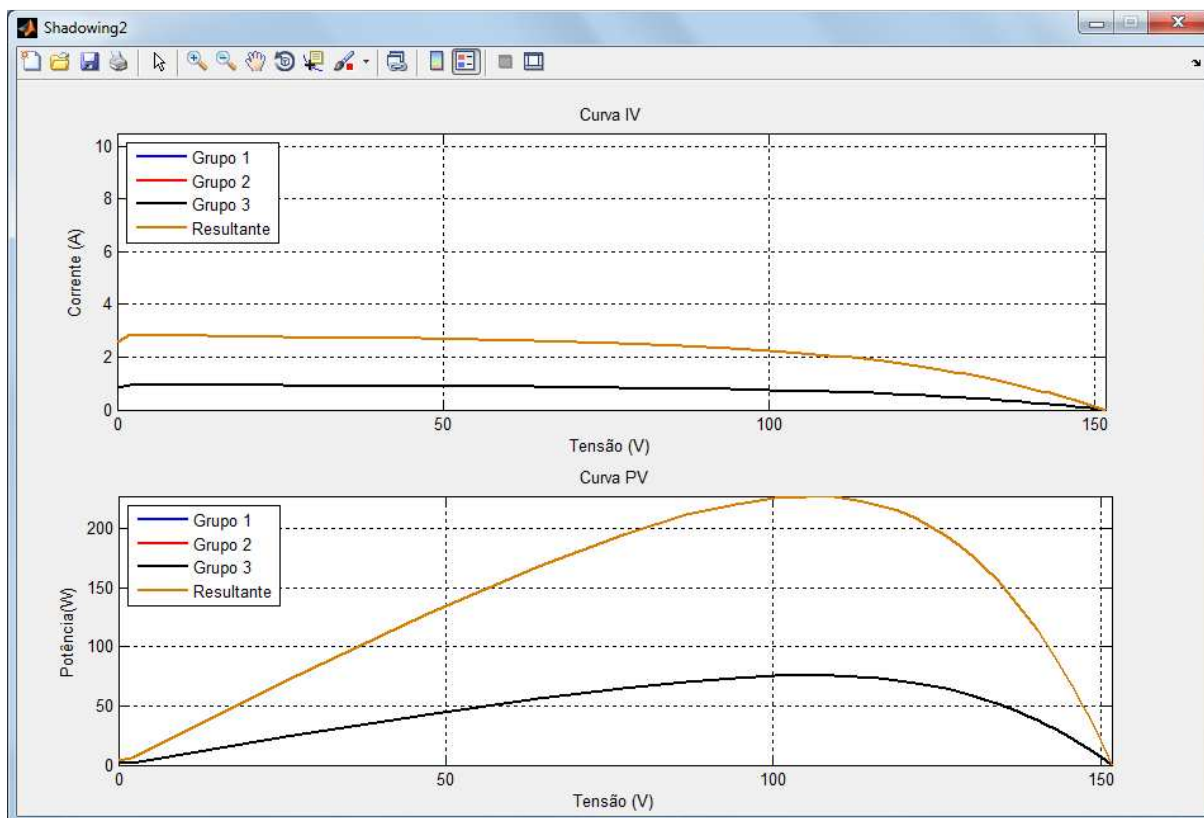


Figura 4.21. Tela para exibição das curvas do sistema de geração

c) Simulações e resultados

Inicialmente, será feita a análise do efeito do sombreamento de metade dos módulos, com irradiância solar igual nos três grupos. Assim, será considerado um sistema com 30 (trinta) painéis, sendo, 3 (três) grupos de 10 (dez) módulos ligados em série. A configuração do sistema e os resultados obtidos estão indicados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Potência máxima para sombreamento parcial série

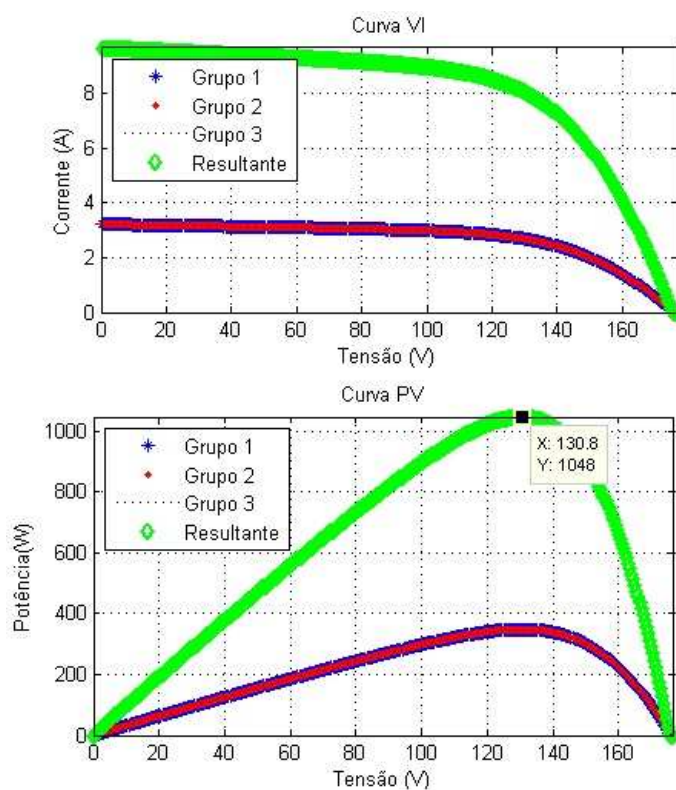
Item	Grupos 1, 2 e 3						Potência máxima [W]
	Número de módulos			Irradiância solar [%]			
	N1	N2	N3	L1	L2	L3	
1	5	5	0	100%	100%	-	1047,6836
2	5	5	0	100%	80%	-	928,2050
3	5	5	0	100%	60%	-	703,4046
4	5	5	0	100%	50%	-	579,3146
5	5	5	0	100%	40%	-	523,8418
6	5	5	0	100%	20%	-	523,8418

A coluna referente à L3 não tem nenhum valor indicado, pois, esse valor é irrelevante uma vez que o número de painéis com esse nível de irradiação solar é zero.

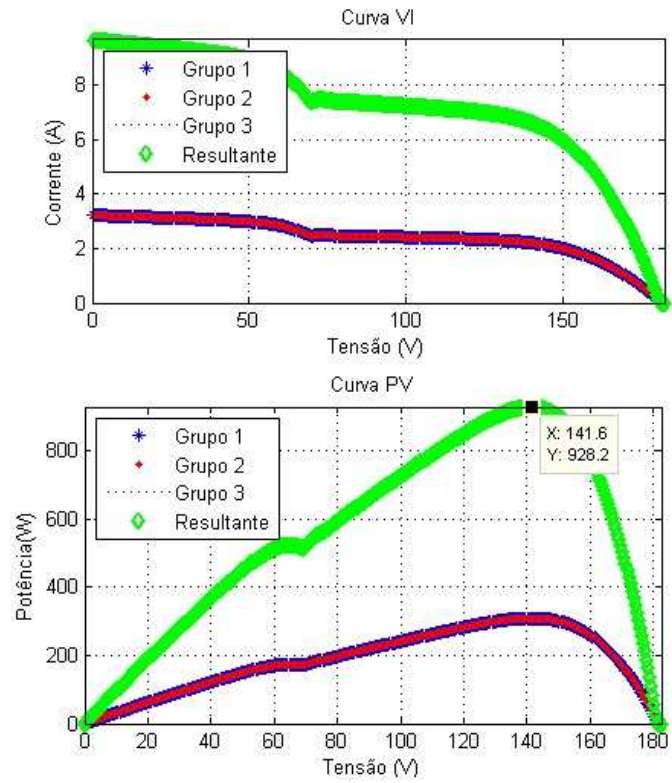
De acordo com a tabela, a máxima potência gerada pelo sistema tem perdas de 32,87% na potência gerada se metade dos módulos tiver uma redução de 40% de irradiação solar. Já, a partir de 60% de redução desta irradiação a potência gerada diminui para quase metade daquela verificada na ausência de sombreamentos.

Outro efeito interessante que pode ser observado é que a partir de um determinado valor de redução da irradiação solar a potência máxima gerada não muda. Neste caso, a partir de 60% de sombreamento em metade dos módulos a potência máxima gerada é constante, isto é, o conjunto opera como se estes módulos estivessem totalmente sombreados.

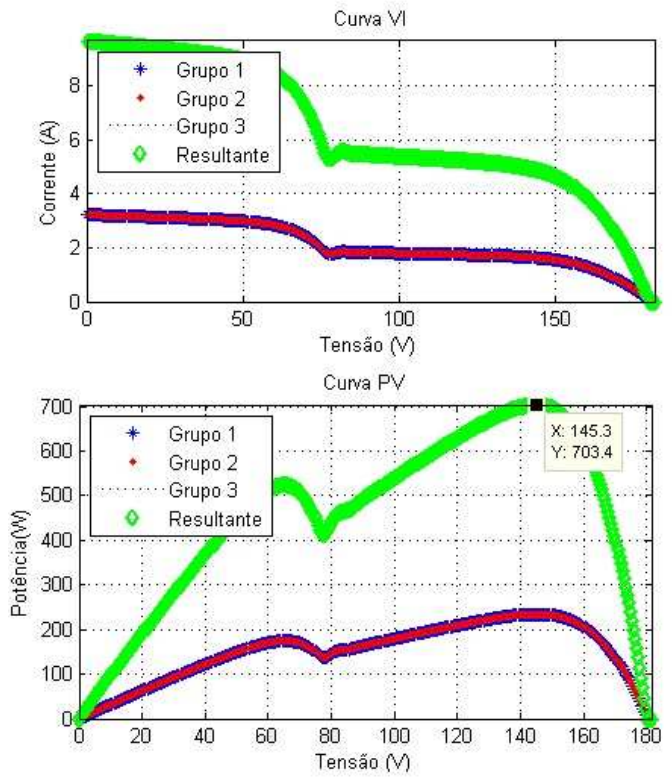
A Figura 4.22 mostra as curvas características do arranjo para cada situação simulada. Ressalta-se que, como o sombreamento é considerado uniforme nos três grupos, isto é, mesmo número de painéis sombreados e irradiância solar igual, as curvas para os três grupos são coincidentes.



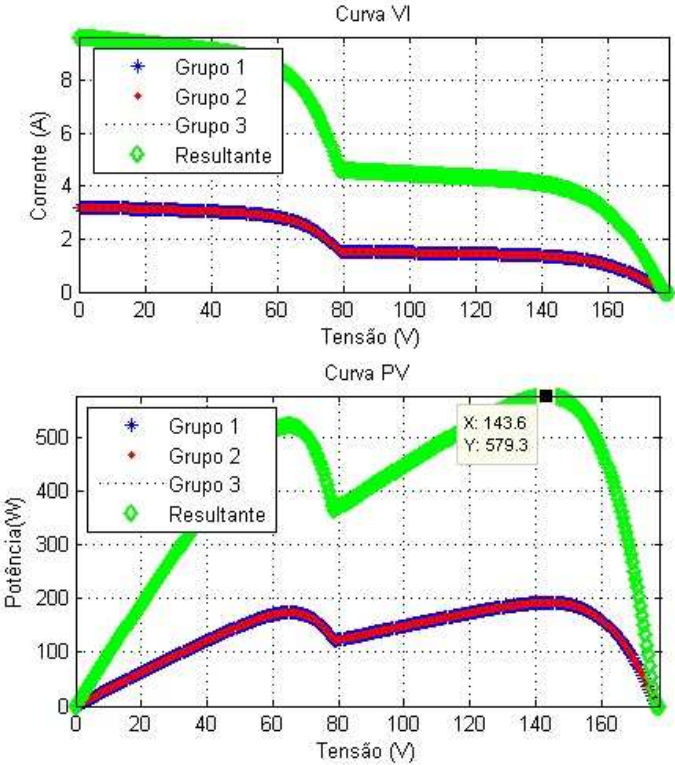
(a) Item 1



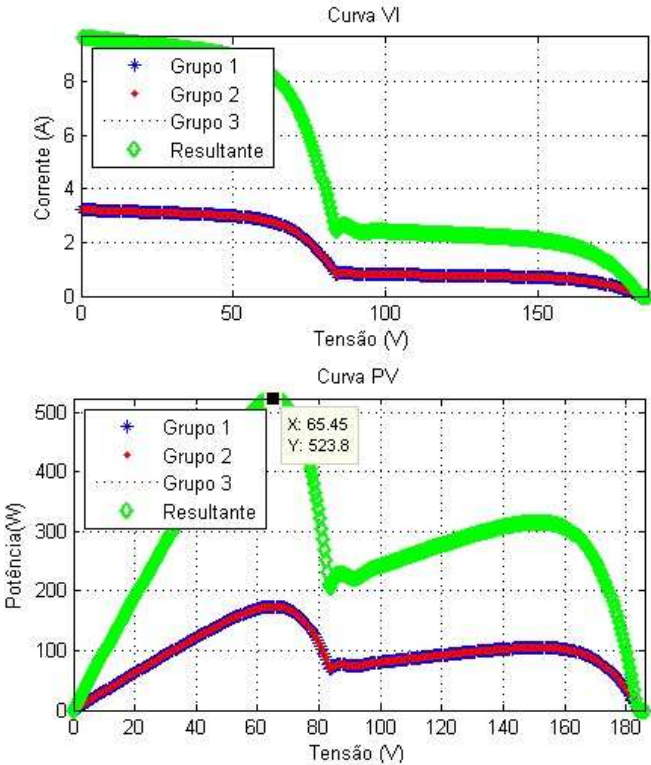
(b) Item 2



(c) Item 3



(d) Item 4



(e) Item 5

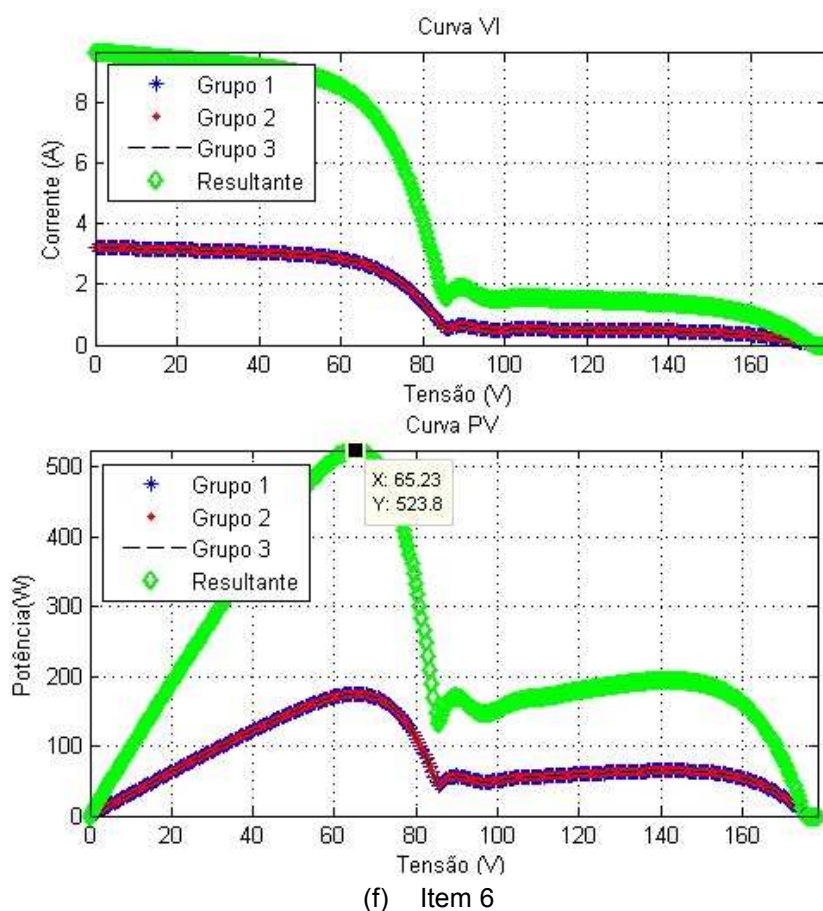


Figura 4.22. Curvas de operação para sombreamento série de metade dos módulos

Observa-se que, na primeira simulação foram considerados todos os grupos iguais e se introduziu sombras nos módulos ligados em série. Na simulação a seguir será verificado o efeito do sombreamento nos conjuntos paralelos, ou seja, mantendo a mesma irradiação solar nos conjuntos série e diferenciando nos grupos *shunt*.

Neste caso, será verificado o comportamento do sistema considerando apenas um grupo sombreado, isto é, dois grupos terão a mesma irradiação solar e o terceiro grupo valores diferentes. Utilizaram-se neste caso, como no anterior, 10 (dez) módulos em série para cada grupo.

Na Tabela 4.8 a seguir são apresentados os valores de potência máxima obtida para o sombreamento do *Grupo 3* com irradiação solar decrescente de 100% a 20%.

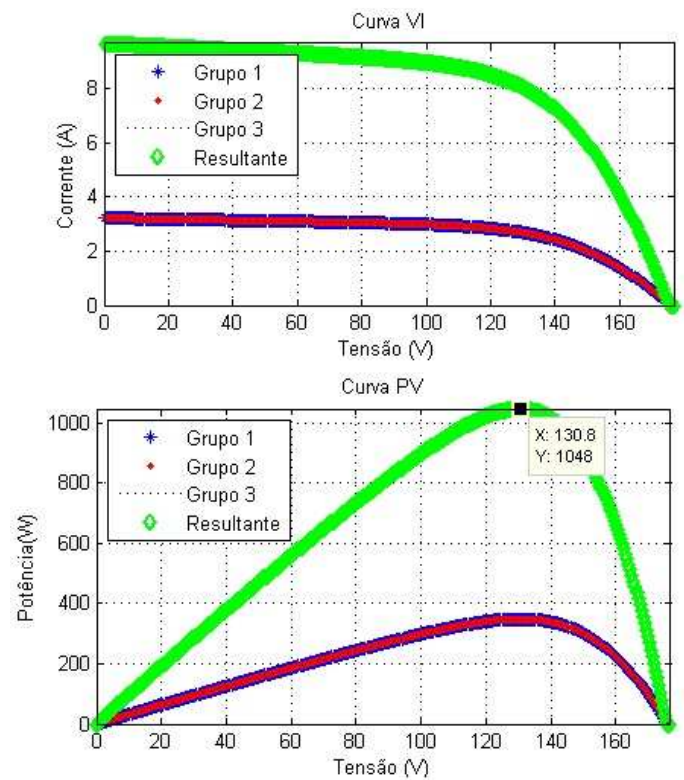
Da mesma forma que na Tabela 4.7, o valor de L3 não é indicado, pois este é irrelevante, tendo em vista que o número de painéis com este nível de irradiação solar é zero.

Tabela 4.8. Potência máxima para sombreamento de um grupo paralelo

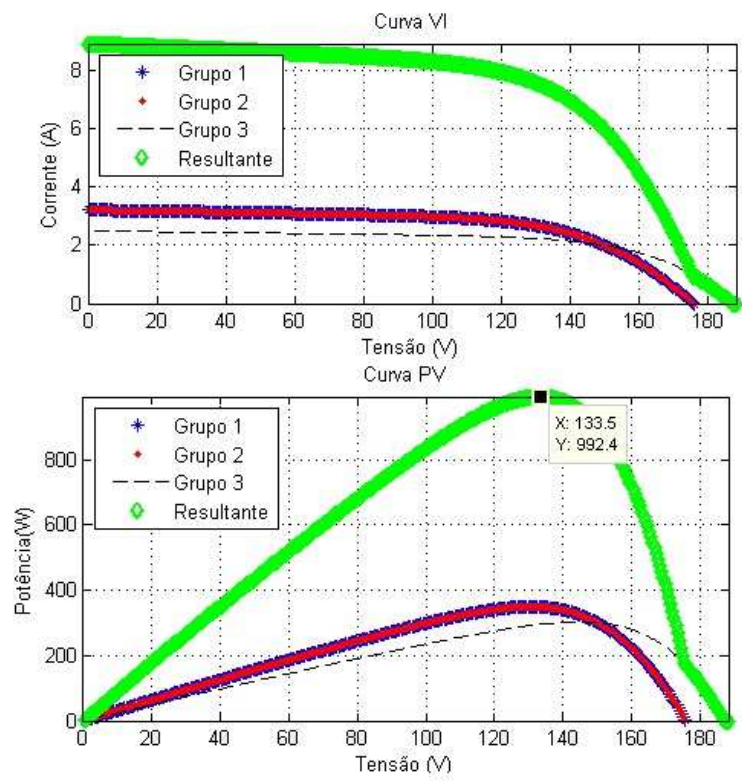
Item	Grupos 1 e 2						Grupo 3						Potência máxima [W]
	Número de módulos			Irradiância solar [%]			Número de módulos			Irradiância solar [%]			
	N1	N2	N3	L1	L2	L3	N1	N2	N3	L1	L2	L3	
1	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	100%	100%	-	1047,6836
2	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	80%	80%	-	992,4015
3	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	60%	60%	-	912,5493
4	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	50%	50%	-	871,4584
5	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	40%	40%	-	790,4145
6	5	5	0	100%	100%	-	5	5	0	20%	20%	-	752,6274

Nota-se que o efeito do sombreamento de um único grupo *shunt* na potência máxima gerada pelo painel, considerando a redução da irradiação solar em um dos grupos paralelos de 100% para 60%. Neste caso reduz-se a potência máxima em 12,90%. Observa-se que essa redução é menor do que aquela obtida no sombreamento série, porém é importante salientar que apenas um dos grupos foi sombreado e que este efeito tende a ser mais pronunciado à medida que se aumenta o número de arranjos paralelos sombreados.

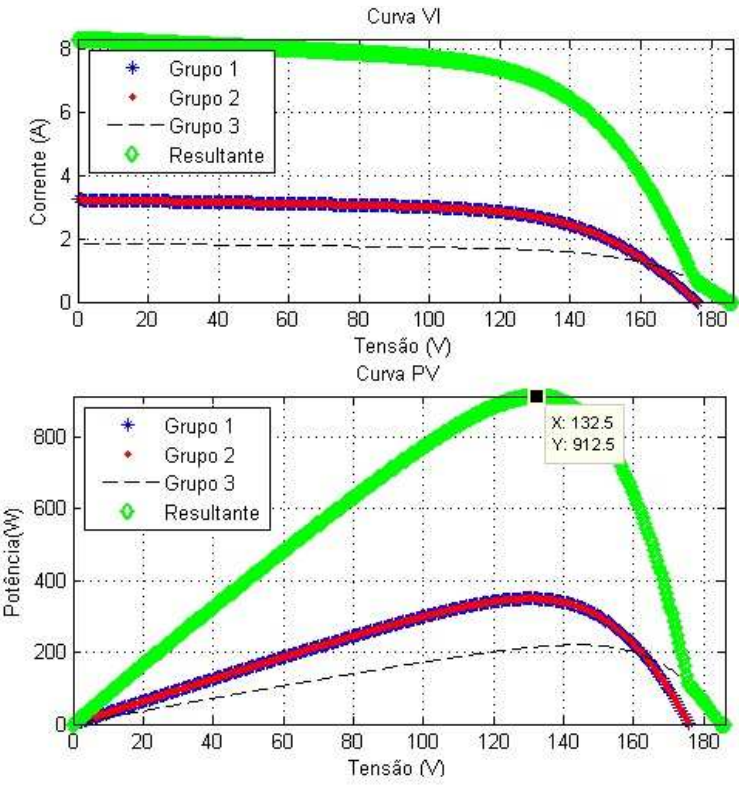
A Figura 4.23 mostra as curvas de operação obtidas para as simulações indicadas na Tabela 4.8.



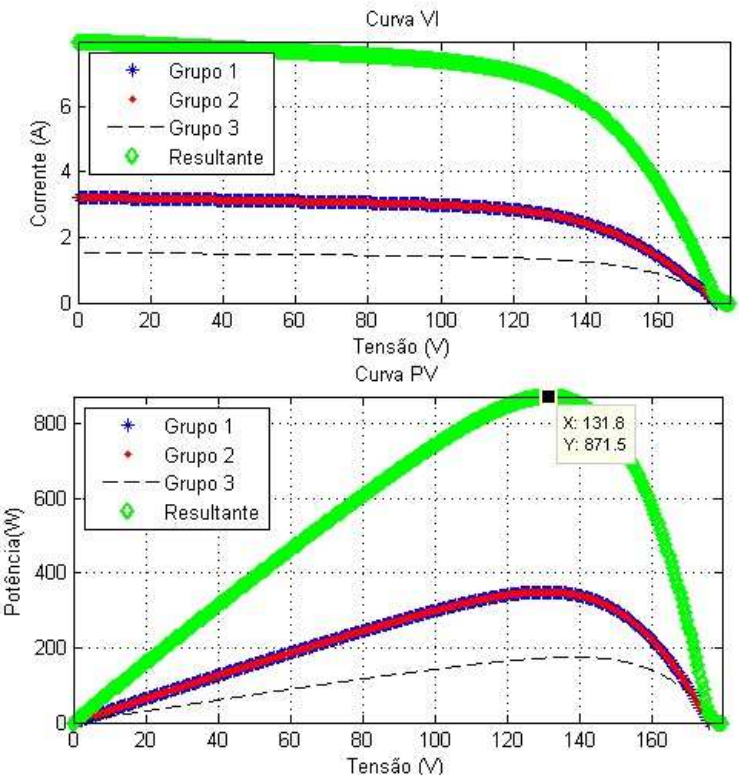
(a) Item 1



(b) Item 2



(c) Item 3



(d) Item 4

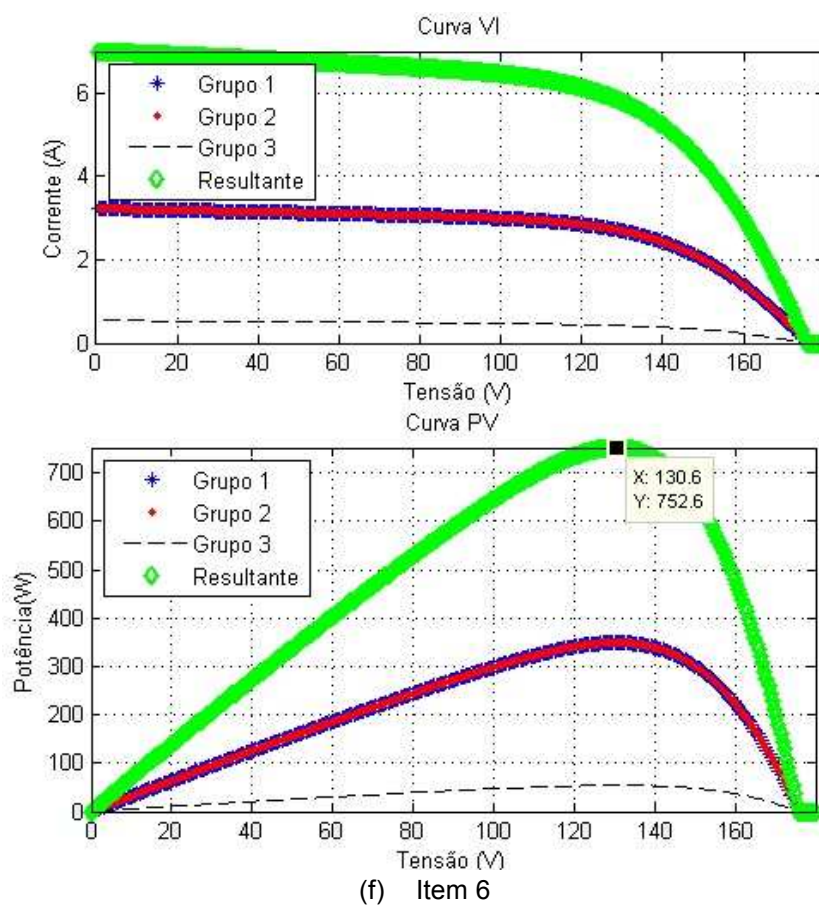
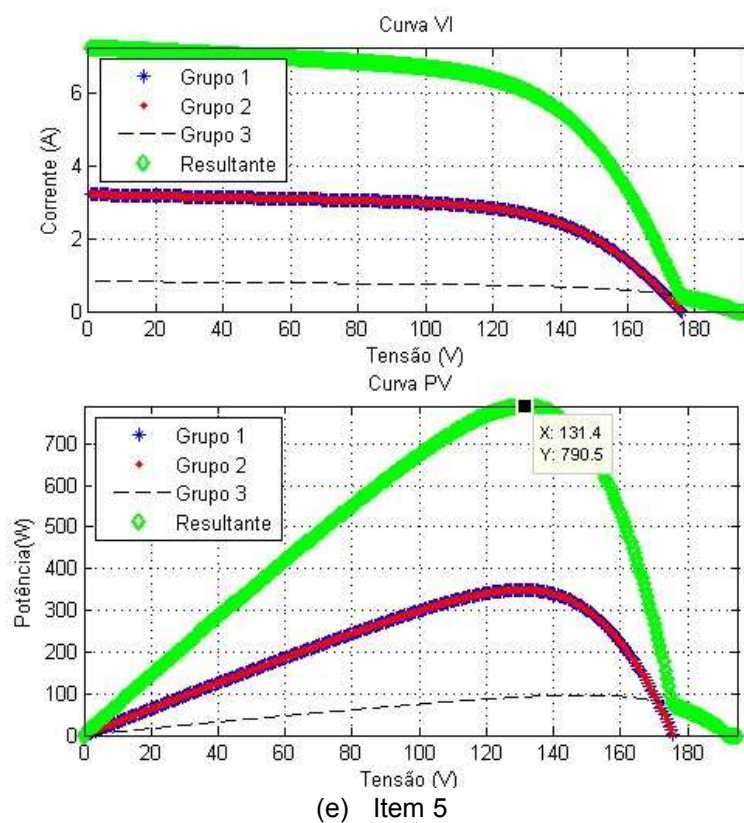


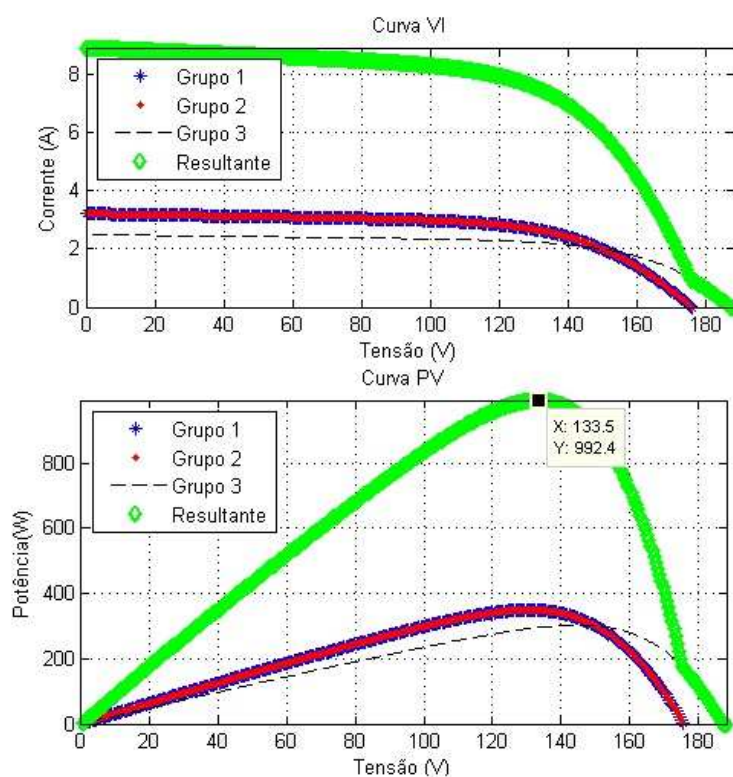
Figura 4.23. Curvas de operação para sombreamento *shunt* de 1/3 dos módulos

Conforme foi indicado anteriormente, o efeito do sombreamento *shunt* tende a ser mais prejudicial para o sistema fotovoltaico à medida que se aumenta o número de módulos sombreados. A seguir será feita análise da redução da potência máxima gerada pelo sistema considerando 2 (dois) grupos *shunt* sombreados.

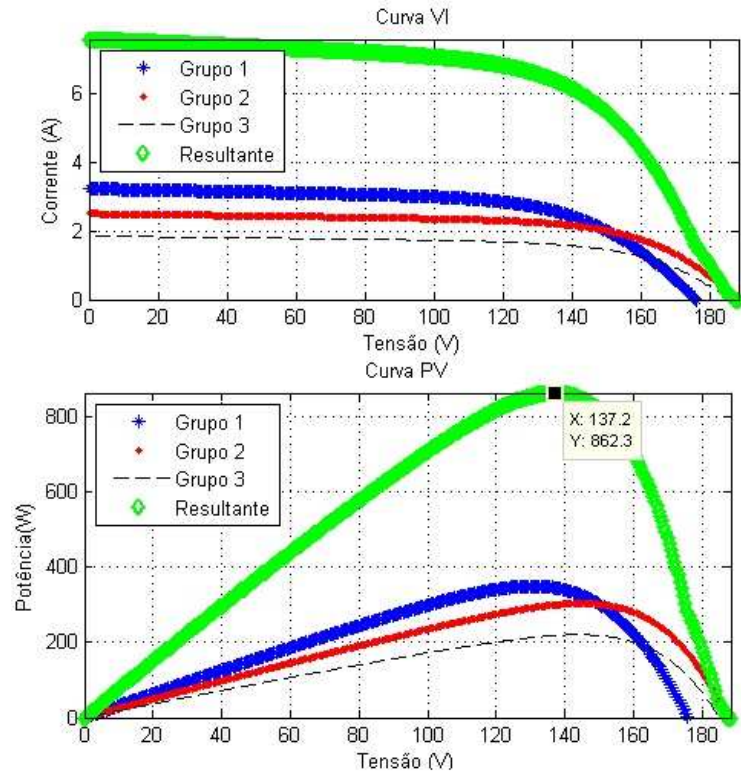
A Tabela 4.9 mostra a potência máxima obtida quando dois grupos *shunt* são sombreados de maneira diferente.

Tabela 4.9. Potência máxima para sombreamento de dois grupos paralelos

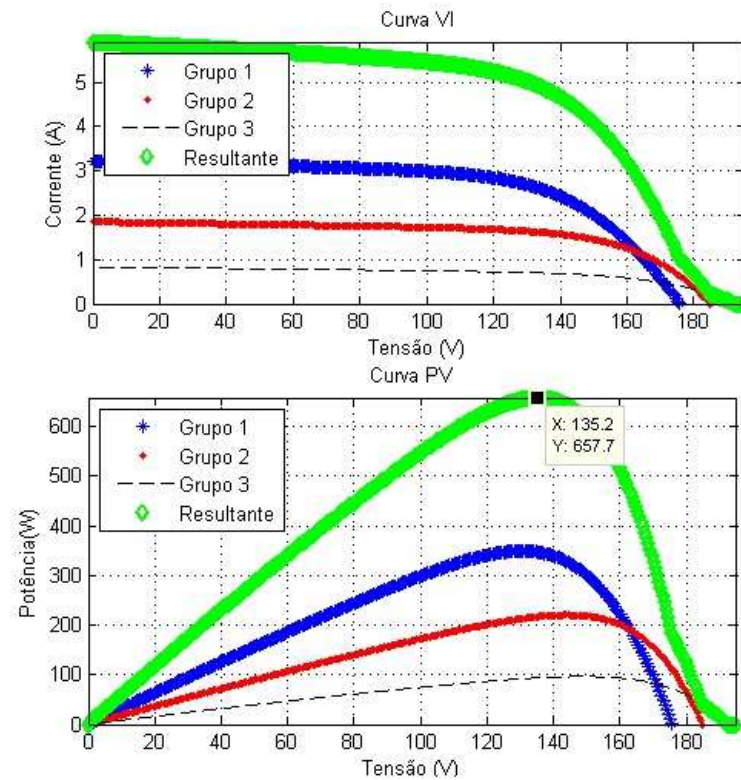
Item	Grupo 1						Grupo 2						Grupo 3						Potência máxima [W]
	Número de módulos			Irradiância solar [%]			Número de módulos			Irradiância solar [%]			Número de módulos			Irradiância solar [%]			
	N1	N2	N3	L1	L2	L3	N1	N2	N3	L1	L2	L3	N1	N2	N3	L1	L2	L3	
1	5	5	0	100	100	-	5	5	0	100	100	-	5	5	0	80	80	-	992,4015
2	5	5	0	100	100	-	5	5	0	80	80	-	5	5	0	60	60	-	862,2974
3	5	5	0	100	100	-	5	5	0	60	60	-	5	5	0	40	40	-	657,6914
4	5	5	0	100	100	-	5	5	0	50	50	-	5	5	0	30	30	-	623,2697
5	5	5	0	100	100	-	5	5	0	40	40	-	5	5	0	20	20	-	495,6465
6	5	5	0	100	100	-	5	5	0	20	20	-	5	5	0	10	10	-	423,6184



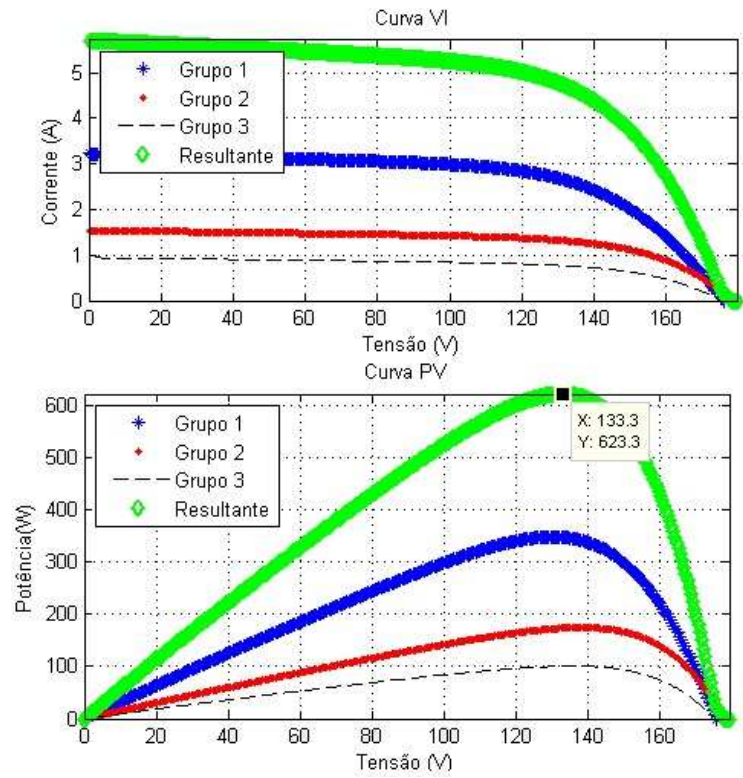
(a) Item 1



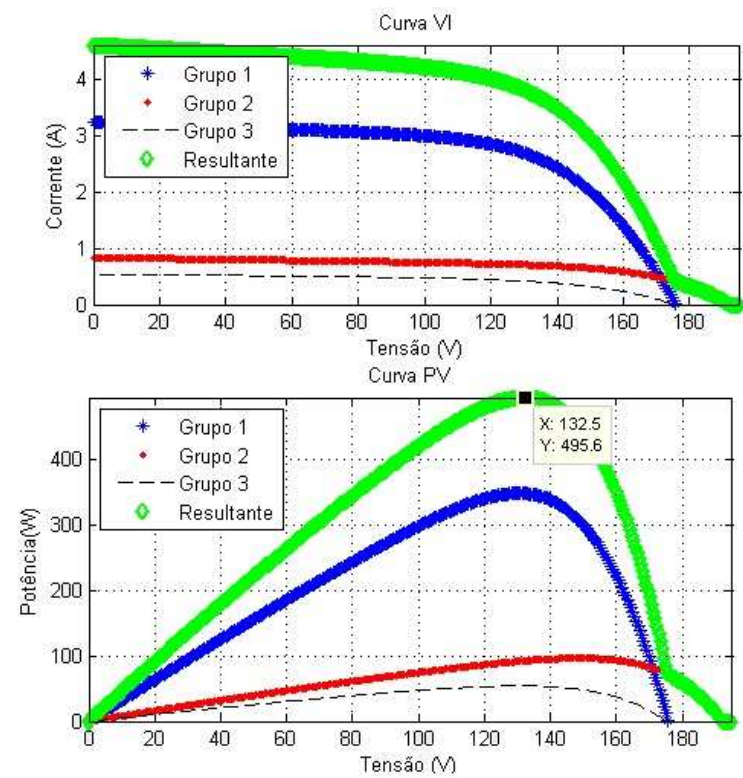
(b) Item 2



(c) Item 3



(d) Item 4



(e) Item 5

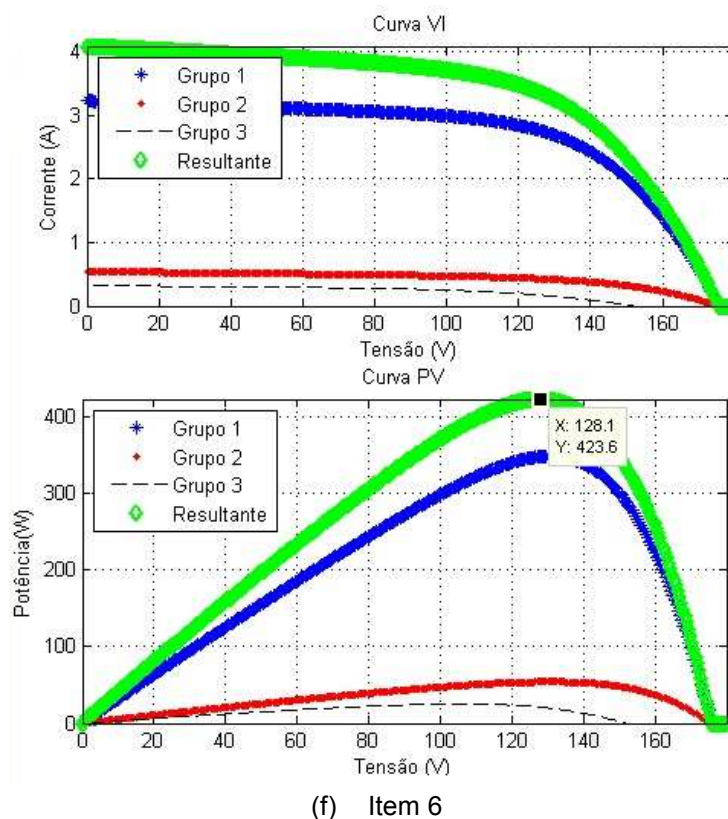


Figura 4.24. Curvas de operação para sombreamento parcial *shunt* de 2/3 dos módulos

É possível observar que a corrente gerada pelo sistema é dada pela soma das correntes produzidas pelos conjuntos paralelos e a tensão resultante é igual aquela do conjunto que apresenta maior tensão. Considerando que cada painel tem diodos antiparalelos, para baixos níveis de irradiação solar os módulos estarão inversamente polarizados de modo que a corrente gerada circulará pelos diodos *bypass* e a tensão gerada naquele determinado grupo seja igual à tensão do diodo diretamente polarizado.

Através das simulações fica evidente que o efeito do sombreamento *shunt* é mais prejudicial à medida que se aumentam o número de conjuntos paralelos sombreados.

Por fim, será demonstrada a operação do painel para uma condição de sombreamento série e *shunt* conjuntamente, conforme indica a Tabela 4.10. Destaca-se que todos os grupos serão considerados únicos, ou seja, $M_i = 1$.

Tabela 4.10. Configuração para sombreamento *misto*

Grupo 1						Grupo 2						Grupo 3					
Número de módulos			Irradiância solar [%]			Número de módulos			Irradiância solar [%]			Número de módulos			Irradiância solar [%]		
N1	N2	N3	L1	L2	L3	N1	N2	N3	L1	L2	L3	N1	N2	N3	L1	L2	L3
4	2	4	50	80	100	5	2	3	40	70	90	6	2	2	30	60	80

A potência máxima gerada para esse caso foi de aproximadamente 421 Watts, ocorrendo para o terceiro ponto de máximo da curva apresentada na Figura 4.25. Esse máximo ocorre próximo ao ponto de maior irradiação solar entre os três grupos.

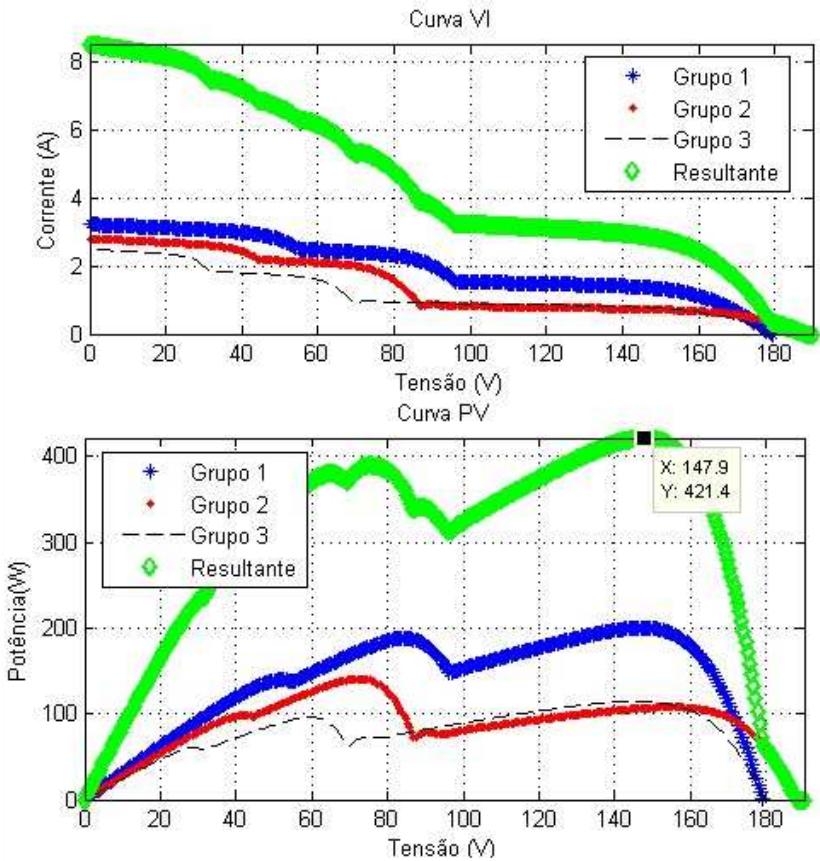


Figura 4.25. Curvas de operação do sistema para sombreamento misto

Por fim, a Figura 4.26 mostra a redução na potência máxima gerada para os três eventos iniciais simulados. Conforme era esperado, as perdas de potência foram maiores à medida que se aumentou o nível de sombreamento.

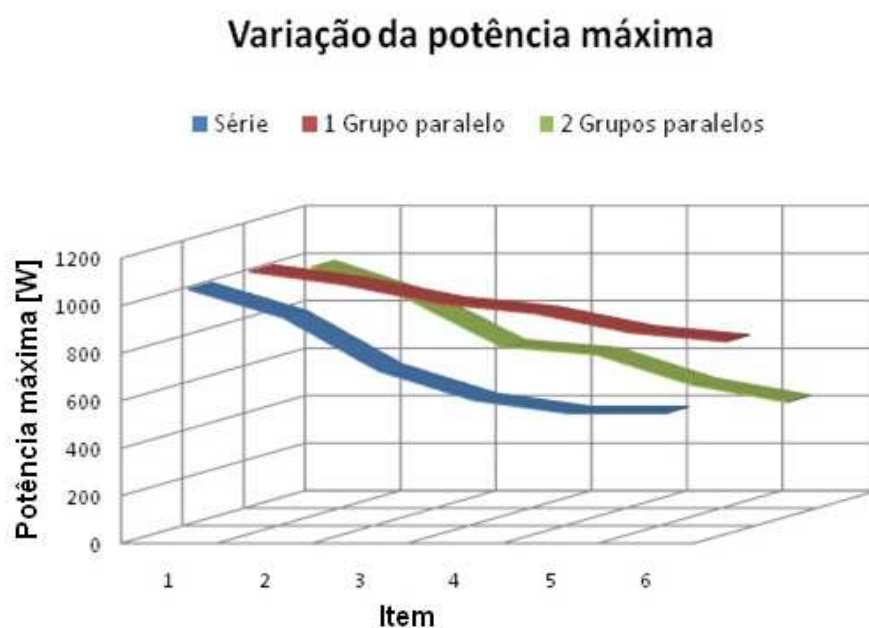


Figura 4.26. Variação da potência máxima para cada modelo

Outro fator de extrema relevância é o fato de que, a partir de um determinado nível de sombreamento série os módulos operam como se estivessem totalmente sombreados. Assim, é importante observar as características dos módulos conjuntamente com as do ambiente externo de modo a projetar corretamente a capacidade de geração do sistema ao longo do tempo, além de projetar o sistema de modo a minimizar os efeitos do sombreamento.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. Conclusões

A análise de viabilidade de uma determinada fonte de energia deve pautar-se em diversos fatores como: disponibilidade dos recursos, investimento, custo de produção, impacto ambiental, entre outros. Segundo, Sergio Roberto Santos [58]

Estes vários fatores não são independentes, mas, ao contrário, têm forte relação entre si. A redução dos impactos ambientais pode aumentar os investimentos iniciais ou a disponibilidade da fonte de energia pode compensar a menor eficiência do processo.

Assim, em virtude da preocupação crescente com os impactos ambientais, reforçada pela pressão de ambientalistas em todo o mundo, somada ainda à necessidade eminente de diversos países de diversificar sua matriz energética, impulsionada, principalmente, por questões políticas que permeiam a indústria do petróleo; faz-se eminente a necessidade de implantação de novos sistemas para geração de energia elétrica.

Segundo Henrique Cortez, da EcoDebate, "[...] 89% da energia consumida no mundo ainda vem de fontes fósseis, com altas emissões de CO₂" [59] e estima-se que em 2030 a capacidade de geração de energia no mundo deverá dobrar para atender a nova demanda. Nesse contexto, a Alemanha, segunda maior produtora de energia solar no mundo, aumentou em 60% sua produção de energia solar em 2011 [60].

Embora o Brasil apresente um panorama privilegiado nesse cenário, uma vez que a maior parte da produção nacional provém da energia hidráulica – uma fonte renovável de energia – o país tem grande potencial para empregar a tecnologia fotovoltaica em aplicações autônomas de geração que podem ser implantadas próximas aos consumidores finais.

Políticas públicas de incentivo à pesquisa e produção de energia solar como parte da matriz energética nacional e não somente para aplicação em sistemas isolados e o fortalecimento da indústria nacional, são ações primordiais para que o país possa diminuir os custos dessa tecnologia tornando-a mais acessível.

Nesse contexto, ressalta-se a importância do desenvolvimento de técnicas que permita modelar e estimar as curvas de operação desse sistema, possibilitando ainda, o desenvolvimento de softwares que simulam o comportamento de tais sistemas.

Ferramentas de modelagem e simulação, como aquela apresentada neste trabalho, são essenciais na minimização de custos de projeto, produção e testes de sistemas, notadamente, quando esses custos são elevados, como é o caso da tecnologia fotovoltaica.

Nesse contexto, o trabalho aqui apresentado permitiu a elaboração de uma técnica de extração dos parâmetros de módulos fotovoltaicos baseada na metodologia matemática de solução de equações não lineares, na qual se empregaram apenas cinco pontos característicos de operação do módulo para determinação destes parâmetros.

A opção pela utilização de apenas cinco pontos se deu em virtude do objetivo principal de criar um método que possibilitasse a extração dos parâmetros dos módulos fotovoltaicos ainda que não fosse possível obter a curva tensão versus corrente do mesmo, mas apenas alguns pontos essenciais.

A metodologia da região de confiança mostrou-se adequada para a solução do problema uma vez que, permitiu a obtenção dos parâmetros desejados dentro da faixa definida, além de apresentar boas taxas de convergência, ainda que o ponto inicial estivesse distante da solução.

Assim, foi possível aplicar a técnica para estimar as curvas de operação dos módulos em diversas condições de sombreamento e consequentemente, a simulação do comportamento de sistemas diversos em condição de sombreamento série, *shunt* e dos dois casos conjuntamente.

Cabe ainda destacar a capacidade essencial do aplicativo de simular diversas configurações de sistema de acordo com as opções inseridas pelo usuário. Além disso, pode-se facilmente alterar as características do módulo fotovoltaico simulado mudando os dados de entrada relativos aos pontos de operação para cada nível de irradiação solar.

Disse, em entrevista, o ganhador do Prêmio Nobel de Física, Carlo Rubbia [61] "o sol gera para o mundo volume de energia dez vezes superior a cada dia ao consumo do planeta", "não há como ignorar essa fonte de energia no futuro". Assim, é incontestável a relevância de trabalhos que produzem contribuições nas áreas de pesquisa relacionadas ao projeto, produção, instalação, operação, manutenção, normatização e desenvolvimento da tecnologia fotovoltaica.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros que venham versar sobre o tema aqui abordado faz-se as proposições a seguir:

- Simular a resposta do método a módulos que utilizam células multicamadas ou ainda, outros tipos de materiais base;
- Desenvolver um software que permita verificar a resposta de um seguidor de máxima potência às curvas obtidas;
- Aplicar a metodologia a um painel com n células sombreadas, simular determinadas condições de sombreamento e testar as condições simuladas em módulos reais.
- Montar um método mais rápido de obtenção de parâmetros, com diminuição do número de variáveis desconhecidas, via ajuste prévio das resistências série e *shunt* para cada condição de irradiação solar e temperatura.
- Construir um sistema de aquisição de dados em tempo real para acompanhamento de parâmetros dos módulos solares com o estudo de operação pela minimização do número de variáveis coletadas para análise.

BIBLIOGRAFIA

1. CHAPIN, D. M.; FULLER, C. S. A. P. G. L. A New Silicon p-n Junction Photocell for Converting Solar Radiation into Electrical Power. **Journal of Applied Physics**, v. 25, p. 676, 1954.
2. IEA. Trends in photovoltaic applications. **Site da International Energy Agency**. Disponível em: <<http://iea-pvps.org/index.php?id=92>>. Acesso em: 18 Novembro 2011.
3. EPIA. Global Market Outlook for Photovoltaics until 2015. **Site da European Photovoltaic Industry Association**. Disponível em: <<http://www.epia.org/publications/photovoltaic-publications-global-market-outlook.html>>. Acesso em: 16 Novembro 2011.
4. ANEEL. Banco de Informações de Geração. **Site da Aneel**. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/15.htm>>. Acesso em: 17 Novembro 2011.
5. BRASIL. Resolução normativa nº 482 de 17 de Abril de 2012. Estabelece as condições gerais para o acesso de microgeração e minigeração distribuída aos sistemas de distribuição de energia elétrica, o sistema de compensação de energia elétrica e dá outras providências. **Diário Oficial da União de 19/04/2012**, Brasília, v. 149, n. 76, p. 53, Seção 1, Abril 2012.
6. ANEEL. **Site da Aneel**. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias/Output_Noticias.cfm?Identidade=5457&id_area=90>. Acesso em: 27 Abril 2012.
7. SOLENERG. Disponível em: <<http://www.solenerg.com.br/conceitos.htm>>. Acesso em: 08 fevereiro 2012.
8. OGURA, M. I.; JUNIOR, P. G. **Alimentação de sistemas de Telecomunicações através da energia solar**. Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, p. 19.
9. BIOGRAFIA de Edmond Becquerel Alexander. **Site de biografias**. Disponível em: <<http://pt.learnedrussian.com/biografia-de-edmond-becquerel-alexander.html>>. Acesso em: 14 Novembro 2011.
10. HIMALAYA, C. S. P. Ciência Viva, 1996. Disponível em: <<http://www.cienciaviva.pt/rede/energia/himalaya2005/home/guia4.pdf>>. Acesso em: 11 fevereiro 2012.
11. AMBIENTEBRASIL, R. Ambiente Brasil, 2000. Disponível em: <http://ambientes.ambientebrasil.com.br/energia/energia_solar/historico_das_celulas_fotovoltaicas_e_a_evolucao_da_utilizacao_de_energia_solar.html>. Acesso em: 11 fevereiro 2012.
12. NASA. Vanguard I. **National Aeronautics and Space Administration**. Disponível em: <<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/spacecraftDisplay.do?id=1958-002B>>. Acesso em: 23

Março 2011.

13. SILVA, P. F. Instituto Auperior Técnico. Disponível em: <<http://web.ist.utl.pt/palmira/solar2.html>>. Acesso em: 11 fevereiro 2012.
14. BRITO, S. D. S. Centro de Referência para Energia Solar e Eólica Sérgio de Salvo Brito. **Site da CRESESB.** Disponível em: <http://www.cresesb.cepel.br/tutorial/images/tutorial_solar/Image89.gif>. Acesso em: 23 Setembro 2010.
15. NASCIMENTO, C. A. D. **Princípio de funcionamento da célula fotovoltaica.** Monografia. Departamento de Engenharia. Universidade Federal de Lavras. Lavras. 2004.
16. TABELA Periódica Online. Disponível em: <<http://www.tabela.oxigenio.com/>>. Acesso em: 24 Setembro 2010.
17. MATOS, F. B. **Modelagem computacional do comportamento de células fotovoltaicas baseado nas propriedades físicas dos materiais.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 140. 2006.
18. TIPLER, P. A. E. G. M. **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics.** New York: W. H. Freeman, 2007. 1412 p. ISBN 978-0716789642.
19. NELSON, J. **The Physics of Solar Cells.** United Kingdom: Imperial College Press, 2003. ISBN 978-1860943492.
20. MAH, O. Fundamentals of Photovoltaic Materials. **National Solar Power Research Institute, Inc.** Disponível em: <<http://userwww.sfsu.edu/~ciotola/solar/>>. Acesso em: 6 Outubro 2010.
21. MANUAL sobre tecnologias, projeto e instalação. **Portal Energia.** Disponível em: <<http://www.portal-energia.com>>. Acesso em: 10 Setembro 2011.
22. FREIRE, C. A. D. S.; CARVALHO, P. C. M. **Comparação de dois modelos de células fotovoltaicas usando dados reais:** modelo de dois diodos versus modelo de um diodo e quatro parâmetros. 3º Encontro de Energia no Meio Rural. Campinas: [s.n.]. 2000. p. 6.
23. MESSENGER, R.; VENTRE, J. **Photovoltaic Systems Engineering.** Florida: CRC Press, 2000. ISBN 978-1439802922.
24. KININGER, F. **Photovoltaic Systems Technology.** Universidade Kassel. [S.l.]. 2003.
25. CHAN, D. S. H.; PHANG, J. C. H. A. P. J. R. **A comparison of extracted solar cell parameters from single and double lumped circuit models.** Kobe: 1st International Science Exhibition and Conference. 1984.

26. BÜHLER, A. J. **Determinação de parâmetros fotovoltaicos a partir de ensaios de curvas de operação características sem iluminação**. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 89. 2007.
27. HASHID, M. H. **Eletrônica de Potência: Circuitos, Dispositivos e Aplicações**. São Paulo: Makron Books, 1999.
28. ANICETO, J. M. A. **Conversor DC-DC com busca de ponto de potência máxima (MPPT) para painéis solares**. Dissertação de Mestrado. Universidade Nova de Lisboa. Lisboa, p. 110. 2012.
29. PERIFÉRICOS, T. D. M.-G. E. S. CEETA - Centro de Estudos em Economia da Energia dos Transportes e do Ambiente , 1986. Disponível em: <<http://www.ceeeta.pt/downloads/pdf/Armazenamento.pdf>>. Acesso em: 11 fevereiro 2012.
30. ALVES DA CUNHA, J. L. D. P. Solenerg. Disponível em: <http://www.solenerg.com.br/files/monografia_joseluiz.pdf>. Acesso em: 11 fevereiro 2012.
31. NETO, A. F. D. C. P. et al. **Desenvolvimento de um controlador de carga do tipo ON/OFF**. II Congresso Brasileiro de Energia Solar e III Conferência Regional Latino-Americana da ISES. Florianópolis: [s.n.]. 2008. p. 10.
32. TONGPRON, J.; KIRTIKARAA, K.; JIVACATE, C. A method for the determination of dynamic resistance of photovoltaic modules under illumination. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 90, p. 3078 - 3084, 2006.
33. HAOUARI-MERBAHA, M. et al. Extraction and analysis of solar cell parameters from the illuminated current-voltage curve. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 87, p. 225 - 233, 2005.
34. ORTIZ-CONDE, A.; SANCHEZ, F. J. G.; MUCI, J. New method to extract the model parameters of solar cells from the explicit analytic solutions of their illuminated I-V characteristics. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 90, p. 352 - 361, 2006.
35. SINGH, S. N.; PRYANKA, M. L. A new method of determination of series and shunt resistances of silicon solar cells. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 91, p. 137 - 142, 2007.
36. QUENNOUGH, Z.; CHEGAAR, M. A simpler method for extracting solar cell parameters using the conductance method. **Solid State Electronics**, v. 43, p. 1985-1988, 1999.
37. TIRANOV, M. et al. Determination of solar cell parameters from its current-voltage and spectral characteristics. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 87, p. 457 - 465, 2005.

38. RADZIEMSKA, E. Dark I–U–T measurements of single crystalline silicon solar cells. **Energy Conversion Management**, v. 46, p. 1485 - 1494, 2005.
39. HUSSEIN, R.; BORCHERT, D.; GRABOSH, G. A. F. W. R. Dark I–V–T measurements and characteristics of (n) a-Si/(p) c-Si heterojunction solar cells. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 69, p. 123 - 129, 2001.
40. MACABEBE, E. Q. B.; ERNEST, V. D. E. Parameter extraction from dark current–voltage characteristics of solar cells. **South African Journal of Science**, v. 104, p. 401 - 404, 2012.
41. SALINGER, J. Measurement of Solar Cell Parameters with Dark Forward I-V Characteristics. **Acta Polytechnica**, v. 46, p. 25 - 27, 2006.
42. BOUZIDI, K.; CHEGAAR, M. A. B. A. Solar cells parameters evaluation considering the series and shunt resistance. **Solar Energy Materials and Solar Cells**, v. 91, p. 1647 - 1651, 2007.
43. GASS, S. I. Informs Online. Disponível em: <<http://www.orms-today.org/orms-8-05/dantzig.html>>. Acesso em: 12 fevereiro 2012.
44. NOBELPRIZE.ORG. "Leonid Vitaliyevich Kantorovich - Autobiography"., 2003. Disponível em: <http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1975/kantorovich-autobio.html>. Acesso em: 12 fevereiro 2012.
45. BERKOVITZ, L. D. **Convexity and Optimization in Rn**. New York: John Wiley & Sons, 2002. ISBN ISBN: 978-0-471-35281-5.
46. NOCEDAL, J.; WRIGTH, S. J. **Numerical Optimization**. New York: Springer, 2006.
47. IME-UERJ-Instituto de Matemática e Estatística da UERJ - Livro de Cálculo. Disponível em: <<http://www.ime.uerj.br/~calculo/Livroll/maxmin.pdf>>. Acesso em: 12 fevereiro 2012.
48. RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W. Um curso de otimização. Universidade Federal do Paraná. **Site da UFPR**. Disponível em: <www.ufpr.br/~ewkaras/ensino/cm106/livro.pdf>. Acesso em: 10 Setembro 2011.
49. JÚDICE, J. J.; PATRÍCIO, J. M. **Sistemas de equações lineares**. Universidade de Coimbra. Coimbra, p. 247. 1996.
50. ANDRETTA, M. Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação. **Métodos de busca linear**. Disponível em: <www.icmc.usp.br/~andretta/ensino/aulas/sme5720-2-10/buscalinear.pdf>. Acesso em: 14 fevereiro 2012.
51. BRANDÃO, M. A. L. **Estudo de alguns métodos determinísticos de otimização irrestrita**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p.

101. 2010.
52. SACHINE, M. **Métodos da região de confiança para sistemas de equações não-lineares com restrições de caixa**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p. 62. 2006.
 53. ALVES, C. J. S. Método do Ponto Fixo. **Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico de Lisboa**. Disponível em: <http://www.math.ist.utl.pt/~calves/courses/eqn/capii212.html>. Acesso em: 22 Novembro 2011.
 54. COLEMAN, T. F.; LI, Y. An interior trust-region approach for nonlinear minimization subject to bounds. **SIAM Journal on optimization**, New York, v. 6, p. 418-446, 1996.
 55. BERGHEN, F. V. Kranf Site. **Levenberg-Marquardt algorithms vs Trust Region algorithms**, 2004. Disponível em: <http://www.applied-mathematics.net/LMvsTR/LMvsTR.pdf>. Acesso em: 22 Maio 2012.
 56. UFRGS, E. D. E. D. **Laboratório de energia solar**, 2012. Disponível em: <http://www.solar.ufrgs.br/#softwares>. Acesso em: 02 22 2012.
 57. MENCKE, D.; TEGTMEYER, D.; MARIS, N. Mini I-V Curve Analysor. **Ingenieurbüro Mencke & Tegtmeier GmbH**. Disponível em: http://www.ib-mut.de/en/produkt_detail.php4?id=22. Acesso em: 15 set. 2010.
 58. SANTOS, S. R. Segurança e confiabilidade em sistemas fotovoltaicos. **O Setor Elétrico**, São Paulo, n. 70, p. 136, Novembro 2011.
 59. CORTEZ, H. **EcoDebate**, 2011. Disponível em: <http://www.ecodebate.com.br/>. Acesso em: 23 Janeiro 2012.
 60. LIPINSKI, J. **Jornal meio ambiente**, 2012. Disponível em: <http://jornalmeioambiente.com/materia/1401/producao-de-energia-solar-aumenta-60-na-alemanha-em-2011>. Acesso em: 22 Janeiro 2012.
 61. CHADE, J. **O Estado de S. Paulo**, 2011. Disponível em: <http://www.estadão.com.br>. Acesso em: 23 Janeiro 2012.

ANEXO I – EXEMPLOS DE NORMAS

Seja $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ uma matriz $m \times n$.

1. Norma infinito: a maior soma absoluta das linhas

$$\|A\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

2. Norma 1: a maior soma absoluta das colunas

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^m |a_{ij}|$$

3. Norma 2: maior valor singular de A (onde λ é o autovalor).

$$\|A\|_2 = \sqrt{(\max \lambda(A^T A))}$$

ANEXO II – INSTRUÇÕES PARA SIMULAÇÕES

- **Um único painel**

Para simular um único painel basta utilizar o número de módulos em série como sendo igual a 1 (um) e na determinação do número de módulos em série para cada grupo utiliza-se o valor 1 (um) para a irradiação solar desejada e 0 (zero) para os outros. Além disso, utiliza-se o valor 1 (um) para o número de módulos em paralelo, para o primeiro grupo e 0 (zero) para os demais.

- **Arranjo série**

Para analisar um arranjo série, faz-se com que o número de módulos em paralelo para os grupos 2 (dois) e 3 (três) igual a 0 (zero).

- **Arranjo paralelo**

Para analisar um arranjo paralelo, emprega-se o valor 1 (um) para o total de módulos em série e na determinação do número de módulos em série para cada grupo utiliza-se o valor 1 (um) para a irradiação solar desejada e 0 (zero) para os outros.

- **Arranjo série-paralelo**

Para arranjos série-paralelo utilizam-se todos os campos conforme a configuração desejada.