

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA



ANTONIO CARLOS VILANOVA

**OTIMIZAÇÃO DE UM MODELO DE PROPAGAÇÃO
COM MÚLTIPLOS OBSTÁCULOS NA TROPOSFERA
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO**

UBERLÂNDIA - MG

Janeiro de 2013

ANTONIO CARLOS VILANOVA

**OTIMIZAÇÃO DE UM MODELO DE PROPAGAÇÃO
COM MÚLTIPLOS OBSTÁCULOS NA TROPOSFERA
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO**

Tese apresentada por Antonio Carlos
Vilanova à Universidade Federal de Uberlândia
como parte dos requisitos para obtenção do título
de doutor em Engenharia Elétrica.

Prof. Dr. Gilberto Arantes Carrijo
Orientador

Prof. Dr. Alexandre Cardoso
Coordenador do Curso de Pós-Graduação

Uberlândia - MG

Janeiro de 2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

V69o
2013 Vilanova, Antonio Carlos, 1954-
Otimização de um modelo de propagação com múltiplos obstáculos
na troposfera utilizando algoritmo genético / Antonio Carlos Vilanova. -
2013.
127 f. : il.

Orientador: Gilberto Arantes Carrijo.

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
Inclui bibliografia.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Ondas eletromagnéticas - Teses.
3. Algoritmos genéticos - Teses. I. Carrijo, Gilberto Arantes, 1948- II.
Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU: 621.3

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:
PROCESSAMENTO DA INFORMAÇÃO**

ANTONIO CARLOS VILANOVA

**OTIMIZAÇÃO DE UM MODELO DE PROPAGAÇÃO
COM MÚLTIPLOS OBSTÁCULOS NA TROPOSFERA
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO**

Banca Examinadora:

Gilberto Arantes Carrijo, Dr. (UFU) - Orientador

Paulo Sérgio Caparelli, Dr. (UFU)

Alexandre Coutinho Matheus, Dr. (UFU)

Valtemir E. do Nascimento, Dr. (IFMT)

Luciano Xavier Medeiros, Dr. (UFTM)

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus todas as graças recebidas e, em especial, a conclusão deste doutorado.

Agradeço também as instituições UFU e IFMT, pela oportunidade concedida.

A CAPES, pelo apoio financeiro, através do programa PIBTEC.

Ao meu orientador, professor Gilberto Arantes Carrijo, pelo apoio científico e incentivo. Foi um privilégio ter novamente como orientador uma excelente pessoa, tanto no aspecto profissional quanto no humano.

À minha esposa Regina Lúcia e a meus filhos Silvia, Danilo e Renato, pelo incentivo, paciência e compreensão. E à minha cunhada Maria Antonieta, pela constante companhia e importante apoio a minha esposa e filhos quando precisei estar ausente.

A todos os colegas do IFMT e, em especial, aos do Departamento da Área Eletroeletrônica representados pelo professor Ronan, e aos da Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, representados pelos professores Tony, Cristovam e Aldair.

À equipe do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFU, representada pelo professor Alexandre e pela Cinara.

Aos colegas de sala de pesquisa do IFMT, professores Ruy, Valtemir e Ed'Wilson, pelas importantes contribuições.

E à minha nora Verônica, pela dedicação na revisão, inclusive no fim de semana.

Sumário

Sumário	i
Resumo	iv
Abstract	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	ix
Lista de Siglas	x
Lista de Símbolos	xi
Capítulo I Introdução	1
1.1 Contribuição	2
1.2 Organização do Texto	2
Capítulo II Propagação sobre Terrenos Irregulares	3
2.1 Propagação de Ondas Eletromagnéticas	3
2.2 Modos e mecanismos de propagação	6
2.2.1 Visada Direta ou propagação no espaço livre	10
2.2.2 Reflexão sobre Terra Plana	11
2.2.3 Refração	15
2.2.4 Difração	17
2.2.4.1 O Princípio de Huygens	17
2.2.4.2 Zonas e Elipsóides de Fresnel	19
2.2.4.3 A Integral de Fresnel	24
2.2.4.4 Difração por Obstáculos tipo Gume de Faca	26
2.2.4.5 Atenuação por Obstáculos com o Topo Arredondado	28
2.3 Modelos de Propagação para Múltiplos Obstáculos tipo Gume de Faca	30
2.3.1 Modelo de Bullington	30
2.3.2 Modelo de Epstein-Peterson	31
2.4 Modelos de Propagação em Terrenos Irregulares	32
2.4.1 Implementação dos modelos	32
2.4.2 O modelo de Egli	33
2.4.3 O modelo de Edwards e Durkin	33
2.4.4 O modelo de Blomquist e Ladell	34
2.4.5 O modelo de Okumura	35

2.4.6 O modelo de Hata	38
2.5 Conclusão	39
Capítulo III Equação Parabólica	40
3.1 Introdução	40
3.2 Algoritmos para solução de equações parabólicas	47
3.1.1 Divisor de Passos de Fourier	47
3.1.1.1 Resultados Preliminares do módulo de Propagação do Aplicativo EP_AG, relativos ao tilt da antena e aos perfis verticais de campo.	51
3.1.2 Método das Diferenças Finitas	56
3.1.3 Métodos dos Elementos Finitos	57
3.3 Conclusão	60
Capítulo IV Algoritmos Genéticos	62
4.1 Introdução	62
4.2 Estrutura e funcionamento	64
4.2.1 Codificação	66
4.2.1.1 Codificação binária	66
4.2.1.2 Codificação Gray	67
4.2.1.3 Codificação real	67
4.2.2 Inicialização da População	68
4.2.3 Avaliação	68
4.2.4 Operadores Genéticos	69
4.2.4.1 Seleção	69
4.2.4.2 Recombinação (cruzamento)	73
4.2.4.3 Mutação	76
4.2.5 Formação de Nova Geração	77
4.2.6 Critérios para Convergência	78
4.2.6.1 Número máximo de gerações	78
4.2.6.2 Erro máximo admissível	78
4.2.6.3 Diversidade genética da população	78
4.2.6.4 Combinação de critérios	78
4.2.7 Avaliação de Desempenho do AG	79
4.3 Conclusão	80
Capítulo V Aplicativo EP_AG	81
5.1 Introdução	81
5.2 Módulo de Propagação	82
5.3 Módulo de Otimização	90
5.3.1 Redução do tempo de processamento	90
5.3.1.1 Processamento pela Força Bruta com a configuração 01	92
5.3.1.2 Processamento por AG com a configuração 01	95

5.3.1.3 Processamento pela Força Bruta com a configuração 02	96
5.3.1.4 Processamento por AG com a configuração 02	98
5.3.1.5 Comparando resultados com e sem otimização	100
5.3.2 Curvas de Desempenho do AG	102
5.3.3 Características aleatórias do AG	104
5.4 Conclusão	107
Capítulo VI Conclusão	109
Referências Bibliográficas	111

OTIMIZAÇÃO DE UM MODELO DE PROPAGAÇÃO COM MÚLTIPLOS OBSTÁCULOS NA TROPOSFERA UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Resumo

Esta tese apresenta uma avaliação metodológica para otimizar parâmetros em um modelo de propagação de ondas eletromagnéticas na troposfera. O modelo de propagação é baseado em equações parabólicas resolvidas pelo Divisor de Passos de Fourier. Esse modelo de propagação apresenta boa eficiência em terrenos irregulares e situações em que a refratividade varia com a distância. A busca de parâmetros ótimos em modelos que envolvem ondas eletromagnéticas demanda um grande custo computacional, principalmente em grandes espaços de busca. Com o objetivo de diminuir o custo computacional na determinação dos valores dos parâmetros que maximizem a intensidade de campo em uma determinada posição do observador, foi desenvolvido um aplicativo denominado EP-AG. O aplicativo possui dois módulos principais. O primeiro é o módulo de propagação, que estima o valor do campo elétrico na área de um determinado terreno com irregularidades e com a refratividade variando com a distância. O segundo é o módulo de otimização, que encontra o valor ótimo da altura da antena e da frequência de operação que levam o campo ao valor máximo em determinada posição do terreno. Inicialmente, executou-se apenas o módulo de propagação utilizando diferentes perfis de terrenos e de refratividade. Os resultados apresentados através de contornos e de perfis de campo mostraram a eficiência do modelo. Posteriormente, para avaliar a otimização por algoritmos genéticos, foram utilizadas duas configurações bem diferentes quanto à irregularidade do terreno, perfil de refratividade e tamanho de espaço de busca. Em cada uma dessas configurações, escolheu-se um ponto observação no qual o valor do campo elétrico serviu de métrica para comparação. Nesse ponto, determinou-se os valores ótimos dos parâmetros pelo método da força bruta e pela otimização por algoritmo genético. Os resultados mostraram que, para pequenos espaços de busca, praticamente não houve redução do custo computacional, porém, para grandes espaços de busca, a redução foi muito significativa e com erros relativos bem menores do que os obtidos pelo método da força bruta.

PALAVRAS-CHAVE: Algoritmos Genéticos, Equações Parabólicas, Divisor de passos de Fourier, Custo Computacional.

OTIMIZATION OF A PROPAGATION MODEL WITH MULTIPLE OBSTACLES ON TROPOSPHERE USING GENETIC ALGORITHMS

Abstract

This thesis presents an evaluation methodology to optimize parameters in a model of propagation of electromagnetic waves in the troposphere. The propagation model is based on parabolic equations solved by Split-Step Fourier. This propagation model shows good efficiency and rough terrain situations where the refractivity varies with distance. The search for optimal parameters in models involving electromagnetic waves requires a large computational cost, especially in large search spaces. Aiming to reduce the computational cost in determining the parameter values that maximize the field strength at a given position of the observer was developed an application called EP-AG. The application has two main modules. The first is the propagation module that estimates the value of the electric field in the area of a given terrain irregularities and varying with the refractivity with distance. The second is the optimization module which finds the optimum antenna height and frequency of operation that lead the field to the maximum value of the land in a certain position. Initially performed only the propagation module using different profiles of land and refractivity. The results shown by contours and profile field shown the efficiency of the model. Subsequently to evaluate the optimization by genetic algorithms were used two different settings as well as the irregularity of the terrain, refractivity profile and size of the search space. In each of these settings picked up a point observation in which the value of the electric field served as a metric for comparison. At this point, we determined the optimal values of the parameters by the brute force method and the genetic algorithm optimization. The results showed that for small search spaces virtually no reduction of the computational cost, however for large search spaces, the decrease was very significant and relative errors much smaller than those obtained by the method of brute force.

KEYWORDS: Genetic Algorithms, Parabolic Equations, Split-Step Fourier, computational cost.

Lista de Figuras

2.1	Onda propagando na direção x	5
2.2	Modos básicos de propagação de ondas eletromagnéticas	6
2.3	Tubo de raios astigmáticos	7
2.4	Reflexão usando o sistema de coordenadas fixo ao raio	12
2.5	Refração - vista do plano de incidência	15
2.6	Princípio de Huygens	18
2.7	Obstrução de uma frente de onda por um obstáculo	18
2.8	Ilustração para cálculo do campo pelo Princípio de Huygens	19
2.9	Distâncias entre alguns pontos da frente de onda e o observador O	20
2.10	Geometria para cálculo da defasagem entre os raios	21
2.11	Elipsoides de Fresnel	23
2.12	Componentes $C(v)$ e $S(v)$ da Integral de Fresnel	25
2.13	Espiral de Cornu em função do parâmetro v	25
2.14	Geometria da difração por obstáculo tipo gume de faca	26
2.15	Atenuação por difração devido a obstáculo tipo gume de faca	28
2.16	Geometria associada a obstáculos com topo arredondado	29
2.17	Função $PL_{EX(m,n)}$ para obstáculos arredondados	29
2.18	Obstáculo gume de faca equivalente do modelo de Bullington	30
2.19	Geometria associada ao Modelo Epstein-Peterson	32
2.20	Definição do Parâmetro Δh	36
2.21	Atenuação relativa média, método Okumura	37
2.22	Fator de correção para diferentes tipos de terrenos	37
3.1	Solução da Equação Parabólica x Equação Elíptica	44
3.2	Perfis verticais do campo para cada passo horizontal da distância	50
3.3	Configuração para análise da influência do ângulo tilt	52
3.4	Contorno do campo para tilt de 0°	52
3.5	Perfil vertical do campo antes do obstáculo	53
3.6	Perfil vertical do campo na distância do obstáculo	54
3.7	Perfil vertical do campo logo após o obstáculo	54
3.8	Perfil vertical do campo bem depois do obstáculo	55
3.9	Contorno do campo para tilt de $+0,5^\circ$	55
3.10	Contorno do campo para tilt de $-0,5^\circ$	56

3.11	Grade das diferenças finitas para o esquema Crank-Nicolson	57
4.1	Fluxograma do funcionamento básico do AG Simples	65
4.2	Representação de um cromossomo de 6 bits	66
4.3	Representação gráfica da seleção por roleta	71
4.4	Representação do cruzamento de um ponto	74
4.5	Representação do cruzamento de dois pontos	75
4.6	Representação do cruzamento linear	76
4.7	Operação Mutação no bit da direita	76
5.1	Interface Gráfica do Aplicativo EP-AG	82
5.2	Perfis verticais do campo para cada passo horizontal da distância	83
5.3	Configurações do terreno para análise da influência dos obstáculosgume de faca	85
5.4	Perfis de Refratividade	86
5.5	Contorno do campo para um perfil de terreno sem obstáculos e com Refratividade padrão	87
5.6	Contorno do campo para um perfil de terreno sem obstáculos e perfil de Refratividade com duto de superfície	87
5.7	Contorno do campo para um perfil de terreno com obstáculos e perfil de Refratividade Padrão	88
5.8	Contorno do campo para um perfil de terreno com obstáculos e com perfil de Refratividade com duto de superfície	88
5.9	Configuração 01 para pesquisa da redução do tempo de processamento com AG	91
5.10	Configuração 02 para pesquisa da redução do tempo de processamento com AG	91
5.11	Campo elétrico obtido pela Força Bruta com a configuração 01 para 10, 20, 40 e 80 amostras	94
5.12	Curvas de desempenho do AG para a configuração 01 e refratividade Padrão para 10, 20, 40 e 80 amostras	95
5.13	Campo elétrico obtido pela Força Bruta com a configuração 02, para 10, 20, 40 e 80 amostras	98
5.14	Curva de desempenho do AG para configuração 02 com duto de superfície para 10, 20, 40 e 80 amostras	99
5.15	Curva de desempenho padrão para população de 20 indivíduos e 20 gerações	102
5.16	Curva de desempenho acumulada para população de 20 indivíduos e	103

	20 gerações	
5.17	Melhor campo de quatro execuções do EP_AG para os mesmos parâmetros	106

Lista de Tabelas

2.1	Faixa de valores do parâmetro Δh	35
4.1	População com 4 indivíduos	71
4.2	Exemplo de seleção por Normalização Linear	73
5.1	Campo elétrico dos pontos destacados nas Figuras 5.5	89
5.2	Processamento pela Força Bruta com a configuração 01	94
5.3	Processamento por AG com a configuração 01	96
5.4	Processamento pela Força Bruta com a configuração 02	98
5.5	Processamento por AG com a configuração 02	100
5.6	Redução do tempo de processamento para a configuração 01	100
5.7	Redução do tempo de processamento para a configuração 02	101

Lista de Siglas

AG	Algoritmo Genético
DFDT	Diferenças Finitas no Domínio do Tempo
EP	Equações Parabólicas
EP-AG	Aplicativo Equações Parabólicas por Algoritmos Genéticos
FFT	Transformada Rápida de Fourier
MdM	Método dos Momentos
MEF	Método dos Elementos Finitos
MLT	Matriz de Linhas de Transmissão
MOO	Múltiplos Objetivos de Otimização
OG	Ótica Geométrica
PL	Programação Linear
PNL	Programação Não Linear
TEM	Transversa Elétrica e Magnética
TR	Traçado dos Raios

Lista de Símbolos

\vec{E}	campo elétrico
\vec{H}	campo magnético
k_0	número de onda no espaço livre
k	número de onda
Γ_h	coeficientes de reflexão de Fresnel <i>hard</i>
Γ_s	coeficientes de reflexão de Fresnel <i>soft</i>
ϵ_0	permissividade elétrica no espaço livre
ϵ	permissividade elétrica do meio
ϵ_{eff}	permissividade elétrica efetiva relativa
μ_0	permeabilidade magnética no espaço livre
I_F	Integral de Fresnel
c_0	Velocidade da luz
c	velocidade da onda no meio
p_{cross}	Taxa ou Probabilidade de cruzamento
p_{mut}	Taxa ou Probabilidade de mutação
λ_0	comprimento de onda no espaço livre
λ	comprimento de onda no meio
μ	permeabilidade magnética do meio
$C(v)$	função cosseno integral de Fresnel
Q	operador pseudo diferencial
$S(v)$	função seno integral de Fresnel
f	frequência
n	índice de refração do meio
v	parâmetro de difração de Fresnel-Kirchhoff
x	coordenada distância
z	coordenada altura
α	constante de atenuação
β	constante de fase
γ	constante de propagação
ρ	coordenada no domínio espectral correspondente à altura, z no domínio espacial
σ	condutividade do meio

ω velocidade angular

Capítulo I Introdução

Dentre os vários modelos de predição de propagação desenvolvidos nas últimas décadas, como os baseados em Equações Parabólicas (EP), Método dos Momentos (MdM), Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (DFDT), Matriz de Linhas de Transmissão (MLT) e Traçado dos Raios (TR), os baseados em Equações Parabólicas têm sido considerados mais atrativos e eficazes e estão sendo amplamente utilizados em modelos de propagação de ondas terrestres por levarem em conta a dependência da refratividade com a distância e as irregularidades dos terrenos [1, 2].

Na solução das equações parabólicas são usadas, principalmente, as técnicas do Divisor de Passos de Fourier, das diferenças finitas e dos elementos finitos. O eficiente algoritmo do Divisor de Passos de Fourier para solução de equações parabólicas, utilizado neste trabalho, foi desenvolvido em 1973 por Hardin e Tapert [3] e continua sendo muito utilizado nas pesquisas atuais, como pode ser visto em [1, 2, 4-6].

Nas ferramentas que utilizam a equação parabólica com o Divisor de Passos de Fourier para predição de propagação na troposfera como em [4] e [5], o usuário entra com uma combinação de parâmetros como frequência, altura e *tilt* da antena, largura do feixe, entre outros, para obter a cobertura de uma determinada região. Cada parâmetro possui uma faixa de valores possíveis como definido em [7].

Encontrar valores ótimos dos parâmetros de interesse em amplos espaços de busca é uma tarefa que exige grande esforço computacional.

Com o objetivo de diminuir tal esforço, os projetos de engenharia requerem, além de conhecimentos específicos em áreas como propagação de ondas, cálculo estrutural, mecânica dos fluidos etc., o uso de técnicas capazes de tratar o grande número de possíveis soluções, trazendo à luz as poucas possíveis, que podem ser chamadas de ótimas. À medida que aumenta a complexidade dos sistemas, torna-se cada vez mais importante o uso da otimização [8].

1.1 CONTRIBUIÇÃO

O presente trabalho apresenta uma otimização através de Algoritmos Genéticos dos parâmetros altura da antena transmissora e frequência de operação em um modelo de propagação de ondas eletromagnéticas na troposfera com múltiplos obstáculos baseado em equações parabólicas, visando à redução do custo computacional na busca dos valores ótimos dos referidos parâmetros.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Os capítulos desta tese estão estruturados como descrito abaixo:

O Capítulo 1 apresenta a motivação, os objetivos e a descrição das etapas que compõem o trabalho.

O Capítulo 2 aborda o estado da arte da Propagação sobre Terrenos Irregulares e apresenta o princípio da óptica geométrica, os modos e mecanismos de Propagação de Ondas Eletromagnéticas e os principais Modelos de Propagação em Terrenos Irregulares.

O Capítulo 3 apresenta o Modelamento da Equação Parabólica na Troposfera, e os principais métodos de sua implementação.

O Capítulo 4 apresenta a classificação e os principais métodos de otimização e enfatiza o método estocástico Algoritmos Genéticos.

O Capítulo 5 apresenta o aplicativo EP-AG que utiliza a otimização por Algoritmo Genético para determinação dos valores ótimos da altura da antena transmissora e frequência de operação em um modelo que usa Equações Parabólicas com método Divisor de Passos de Fourier.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões e as sugestões para os trabalhos futuros.

Capítulo II Propagação sobre Terrenos Irregulares

2.1 PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Quando uma potência elétrica é aplicada em um sistema elétrico ou em um circuito qualquer, tensões e correntes são estabelecidas ao longo do sistema ou do circuito com certas relações governadas pela teoria dos circuitos elétricos ou, mais precisamente, pelas equações de Maxwell. Quando uma tensão é aplicada nos terminais de uma antena, uma distribuição de tensões e correntes também aparece ao longo do fio da antena e certa quantidade de energia escapa no espaço que está em volta dela. Esta energia escapa na forma de ondas eletromagnéticas [9].

Ondas eletromagnéticas são oscilações que propagam no espaço livre com a velocidade da luz, ou seja, $c=299.792,5 \text{ km/s}$ (aproximadamente $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

As ondas eletromagnéticas são transversais (oscilações perpendiculares à direção de propagação) e as direções do campo elétrico e magnético também são perpendiculares entre si.

A polarização de uma onda eletromagnética se refere à orientação física do campo elétrico.

Um condutor qualquer, colocado em um meio onde está propagando uma onda eletromagnética, fica sujeito às induções de correntes elétricas na sua superfície. Essas correntes podem alimentar um receptor qualquer, como uma televisão ou um rádio. A explicação para indução de correntes no condutor é dada por uma expressão bem conhecida em física, $V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{L}$ (V é a tensão, \vec{E} é o campo elétrico que circula na antena e \vec{L} o tamanho do fio).

O objetivo principal da teoria da propagação de ondas eletromagnéticas é calcular a intensidade do campo elétrico e magnético emitido por uma antena

transmissora. Calculado o campo elétrico, pode-se determinar a potência recebida pelo receptor. O cálculo do campo elétrico depende do meio de propagação da onda.

O ponto de partida para o estudo e a resolução de todos os problemas eletromagnéticos são as equações de Maxwell, que foram desenvolvidas a partir das leis fundamentais do eletromagnetismo [9, 10].

As quatro equações de Maxwell que representam a base da teoria eletromagnética são:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon \vec{E}) = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot (\mu \vec{H}) = 0 \quad (2.4)$$

Onde \vec{H} é o campo magnético, \vec{E} é o campo elétrico, μ, ε e σ são a permeabilidade, permissividade e condutividade, respectivamente, do meio. $\nabla \times \vec{E}$ é o rotacional do campo elétrico e $\nabla \cdot \vec{E}$ é o divergente do campo elétrico, que são dados por

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{i}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{i}_z \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (2.6)$$

Em [9] é demonstrado que, para uma onda plana deslocando apenas na direção x como indicado na Figura 2.1, as equações (2.1) e (2.2) tornam-se, respectivamente,

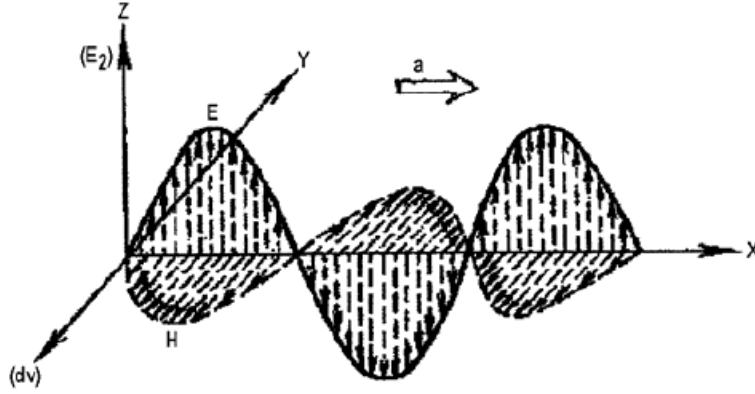


Figura 2.1 Onda propagando na direção x

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z + \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2.6)$$

e para a onda eletromagnética propagando em um dielétrico se obtém

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

Para uma onda eletromagnética propagando em um condutor imperfeito obtém

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (2.8)$$

Segundo [11], supondo uma simetria azimutal, a equação $\nabla^2 \psi + k^2 n^2 \psi = 0$, onde ψ representa o campo elétrico ou magnético dependendo do tipo de problema, pode ser reduzida a uma equação de Hemholtz bidimensional, denominada equação parabólica. A equação parabólica é definida pela equação (2.9).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2jk \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2 (n^2 - 1)u = 0. \quad (2.9)$$

A variável $u = u(x, z) = e^{-jk_0 z} \psi(x, z)$ representa a amplitude do campo elétrico. No capítulo 3 a Equação Parabólica será descrita em detalhe.

Para polarização horizontal, $\psi(x, z) = E_y$ é a única componente não nula do campo elétrico e, para polarização vertical, $\psi(x, z) = H_y$ a única componente não nula do campo magnético.

2.2 MODOS E MECANISMOS DE PROPAGAÇÃO

De acordo com os modos básicos de propagação, as ondas eletromagnéticas são classificadas em ondas ionosféricas, troposféricas e terrestres, como ilustrado na Figura 2.2.

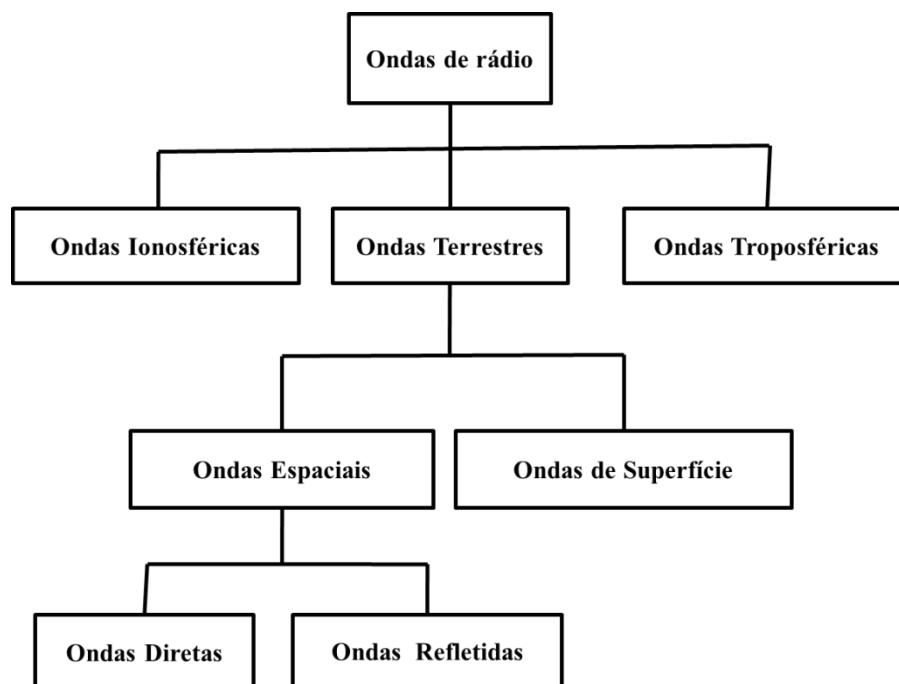


Figura 2.2 Modos básicos de propagação de ondas eletromagnéticas.

Os mecanismos de propagação de ondas eletromagnéticas predominantes na troposfera são: visada direta, reflexão, refração e difração.

Para melhor compreensão destes mecanismos é apresentada a definição de raio óptico baseada no princípio da óptica geométrica. A Óptica Geométrica (OG) é um método assintótico, ou seja, para altas frequências, usado para determinação de campos incidentes, refletidos e refratados. Em altas frequências, as ondas tendem a ter

o comportamento de ondas localmente plana e transversa elétrica e magnética (TEM), cujas trajetórias são representadas por raios ópticos [12]. Na OG clássica, o transporte de energia entre dois pontos é conseguido através do uso de conservação do fluxo de energia em um conjunto de raios, referido como tubo de raios, ilustrado na Figura 2.3.

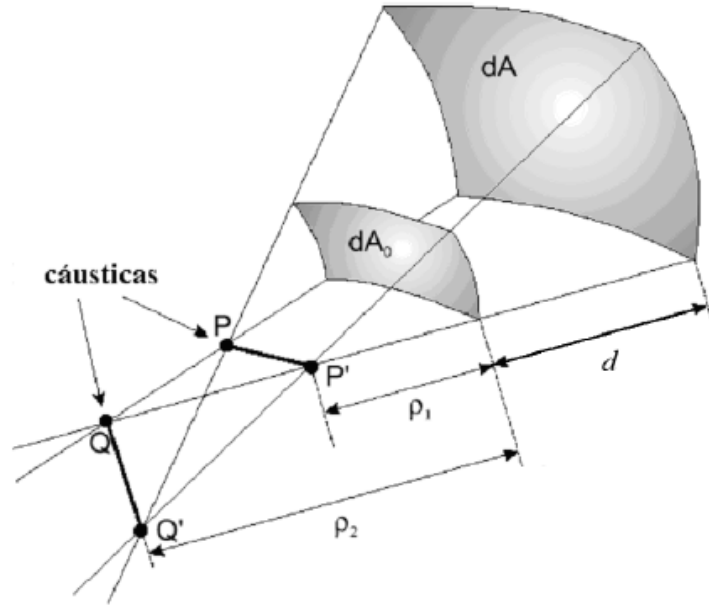


Figura 2.3 Tubo de raios astigmáticos

Se o meio for homogêneo para o ar, como assumido neste trabalho, as trajetórias dos raios são linhas retas perpendiculares às frentes de onda. O transporte de energia ocorre ao longo dessas trajetórias, não havendo transporte de energia transversalmente a um raio (exceto para ondas evanescentes). Assim, o fluxo de potência em qualquer seção transversal do tubo permanece constante [12], ou seja:

$$W_0 dA_0 = W dA \quad (2.10)$$

onde:

W_0	é densidade de potência irradiada no ponto de referência $d = 0$	$[W/m^2]$
W	é densidade de potência irradiada em um ponto de referência $d = d$	$[W/m^2]$
dA_0	é área da seção transversal do tubo no ponto de referência $d = 0$	$[m^2]$
dA	é área da seção transversal do tubo no ponto de referência $d = d$	$[m^2]$

Para ondas eletromagnéticas TEM numa região suficientemente afastada da fonte, a intensidade de campo elétrico pode ser relacionada com a densidade de potência irradiada W pela equação (2.11),

$$W = \frac{1}{2\eta} |E|^2 \quad (2.11)$$

onde η é a impedância do meio. Substituindo a equação (2.11) em (2.10), resulta na equação (2.12).

$$\frac{|E|^2}{|E_0|^2} = \frac{dA_0}{dA} \quad (2.12)$$

Para o tubo de raios astigmáticos, configuração geral da Figura 2.2, tem-se que a equação (2.12) resulta em,

$$\frac{|E|}{|E_0|} = \sqrt{\frac{dA_0}{dA}} = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + d)(\rho_2 + d)}} \quad (2.13)$$

onde ρ_1 e ρ_2 são, respectivamente, os raios de curvatura nos planos principais da frente de onda em $d = 0$ em relação aos pontos de referência Q e P, enquanto $(\rho_1 + d)$ e $(\rho_2 + d)$ são os raios de curvatura da distância $d = d$ para os devidos pontos de referência Q e P. Para um raio de curvatura positivo a onda está divergindo, e para um raio negativo a onda está convergindo.

Todos os raios do tubo passam através das linhas PP' e QQ', denominadas cáusticas. Em princípio, o campo nestas linhas é infinito, uma vez que o número de raios que passa por elas é infinito. A OG não é válida para avaliação quantitativa do campo nas cáusticas, que pode ser um ponto, uma linha ou uma superfície. Para frentes de onda esférica, cilíndrica e plana, os raios de curvatura se tornam $(\rho_2 = \rho_1 = \rho_0)$, $(\rho_1 = \infty \text{ e } \rho_2 = \rho_0)$ ou $(\rho_2 = \infty \text{ e } \rho_1 = \rho_0)$ e $(\rho_2 = \rho_2 = \infty)$, respectivamente. Então a relação de amplitude dos campos reduz-se para

$$\frac{|E|}{|E_0|} = \frac{\rho_0}{(\rho_0 + d)} \quad (2.14)$$

$$\frac{|E|}{|E_0|} = \sqrt{\frac{\rho_0}{(\rho_0 + d)}} \quad (2.15)$$

$$\frac{|E|}{|E_0|} = 1 \quad (2.16)$$

respectivamente para frentes de onda esférica, cilíndrica e plana.

As condições necessárias para aplicação da OG são [12]:

- Superfícies de dimensões maiores que o comprimento de onda;
- Antena transmissora distante da superfície refletora (condição de campo distante);
- Raio de curvatura da superfície refletora deve ser grande se comparado ao comprimento de onda, no ponto de reflexão.

As expressões (2.13) a (2.16) relacionam apenas as amplitudes dos campos elétricos entre duas frentes de ondas. A fase e a polarização podem ser incluídas adotando-se a expansão em altas frequências de Luneberg e Kline [12]. O primeiro termo dessa expansão, que representa uma onda plana local, passa a ser dominante e, em combinação com a OG clássica, leva a:

$$E(d) = E'_0(0)e^{j\phi_0(0)}\sqrt{\rho_1\rho_2/(\rho_1 + d)(\rho_2 + d)}e^{-jk_0d} \quad (2.17)$$

onde:

$E(d)$ é o campo elétrico no ponto $d = d$;

$E'_0(0)$ é o campo elétrico no ponto de referência $d = 0$;

$\phi_0(0)$ é a fase do campo no ponto de referência $d = 0$;

$\sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + d)(\rho_2 + d)}}$ é a atenuação espacial (fator de divergência ou espalhamento);

$e^{-jk_0 d}$ é o fator de fase;

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ é o número de onda no espaço livre [rad/m] e

λ_0 é o comprimento de onda no espaço livre [m].

A equação (2.17) é válida somente na geometria óptica.

2.2.1 Visada Direta ou propagação no espaço livre

O campo de visada direta existe quando o transmissor e o receptor estão em uma situação de visibilidade, sem obstrução do raio direto entre os mesmos. A uma distância d da antena transmissora, o campo elétrico é dado por [13]:

$$E^d(d) = \mathbf{E}_A(\theta, \phi) \frac{e^{-jk_0 d}}{d} \quad (2.18)$$

onde:

$\mathbf{E}_A(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{\eta_0 P_{Tx} G_{Tx}}{2\pi}} \mathbf{E}_0(\theta, \phi)$ é o fator de excitação da onda esférica [V/m];

$\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \cong 120\pi$ é a impedância do espaço livre; Ω

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ é a permeabilidade magnética no espaço livre [H/m];

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ é permissividade elétrica no espaço livre [F/m];

P_{Tx} é a potência de transmissão [w];

G_{Tx} é o ganho máximo da antena de transmissão;

$\mathbf{E}_0(\theta, \phi) = E_0(\theta, \phi) \hat{\mathbf{a}}$ é o ganho de campo normalizado da antena transmissora na direção (θ, ϕ) no sistema de

coordenadas esféricas centrado na antena.

\hat{a} é o vetor polarização do campo elétrico na região de campo distante.

Uma equação muito utilizada na prática para o cálculo da potência recebida devido à propagação no espaço livre é denominada fórmula de *Friis*, dada pela equação (2.19).

$$P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G_{Tx} G_{Rx} \lambda^2}{(4\pi d)^2} \quad (2.19)$$

onde

P_{Rx} é a potência recebida [w]

P_{Tx} é a potência transmitida [w]

G_{Tx} é o ganho da antena transmissora

G_{Rx} é o ganho da antena receptora

λ é o comprimento de onda [m]

d é a distância entre as antenas [m]

Com um tratamento algébrico simples, expressando a frequência em megahertz e a distância em quilômetros, a atenuação e os ganhos em decibéis, obtém-se a equação (2.20).

$$A(dB) = 32,44 + 20\log(f[MHz]) + 20\log(d[Km]) - G_{Tx}[dB] - G_{Rx}[dB] \quad (2.20)$$

2.2.2 Reflexão sobre Terra Plana

O fenômeno da reflexão causa alteração no campo elétrico (amplitude, fase, polarização e direção de propagação). Para o cálculo dos campos associados com o mecanismo de reflexão usa-se a Óptica Geométrica.

A Figura 2.4 mostra os elementos da reflexão no sistema de coordenadas fixo ao raio.

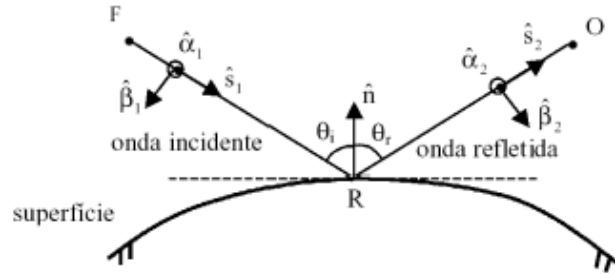


Figura 2.4 Reflexão usando o sistema de coordenadas fixo ao raio

onde,

\hat{n} é o vetor unitário normal à superfície refletora no ponto de reflexão

\hat{s}_1 : é o vetor unitário diretor da onda incidente

\hat{s}_2 : é o vetor unitário diretor da onda refletida

$\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1, \hat{s}_1$ são os vetores que definem o sistema de coordenadas fixo ao raio incidente

$\hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_2, \hat{s}_2$ são os vetores que definem o sistema de coordenadas fixo ao raio refletido

Plano de incidência

Plano que contém o raio incidente na direção \hat{s}_1 , o raio refletido na direção \hat{s}_2 e a normal \hat{n} .

Ângulo de incidência (θ_i)

Ângulo agudo formado entre a direção da onda incidente e o vetor normal e obtido pela expressão $\theta_i = \arccos(-\hat{n} \cdot \hat{s}_1)$.

Ângulo de reflexão (θ_r)

Ângulo agudo formado entre a direção da onda refletida e o vetor normal e obtido pela Lei de Snell da reflexão, $\theta_r = \theta_i$.

Sistema fixo ao raio (Reflexão):

Sistema montado escolhendo-se um de seus eixos ao longo do próprio raio (incidente ou refletido), e os dois eixos restantes perpendiculares ao raio, em direções condizentes à decomposição usual dos coeficientes de reflexão, paralela e perpendicular ao plano de incidência. Para campos da OG não há componentes na direção de propagação, sendo a decomposição dos campos feita apenas nas duas direções perpendiculares ao raio

Para a reflexão, o sistema fixo ao raio é um sistema de três eixos, no qual

- um eixo está ao longo do raio, na Figura 2.4 corresponde aos unitários $\hat{\mathbf{s}}_1$ e $\hat{\mathbf{s}}_2$ ao longo dos raios incidente e refletido, respectivamente;
- um eixo é perpendicular ao plano de incidência, na Figura 2.4 corresponde aos unitários $\hat{\alpha}_1$ e $\hat{\alpha}_2$;
- e um terceiro está sobre o plano de incidência, na Figura 2.4 corresponde aos unitários $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$;

A componente de campo perpendicular ao plano de incidência é denominada de componente *soft* e a componente sobre o plano de incidência é denominada componente *hard*.

Os vetores unitários envolvidos nesse sistema são relacionados por:

$$\hat{\mathbf{s}}_2 = \frac{\hat{\mathbf{s}}_1 - 2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_1)\hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{s}}_1 - 2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_1)\hat{\mathbf{n}}|} \quad (2.21)$$

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\mathbf{s}}_1 \times \hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{s}}_1 \times \hat{\mathbf{n}}|} \quad (2.22)$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\mathbf{s}}_1 \times \hat{\alpha}_1 \quad (2.23)$$

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{\hat{\mathbf{s}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{s}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}|} \quad (2.24)$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\mathbf{s}}_2 \times \hat{\alpha}_2 \quad (2.25)$$

O campo refletido relaciona-se com o campo incidente no ponto de reflexão R, na Figura 2.3, através da equação (2.26)

$$E^r(R) = E^i(R) \cdot \bar{R} \quad (2.26)$$

onde:

$E^r(R)$ é o campo elétrico imediatamente após o ponto de reflexão R;

$E^i(R)$ é o campo elétrico imediatamente anterior ao ponto de reflexão R;

\bar{R} é uma diádica representando os coeficientes de reflexão da superfície.

Os campos incidente, refletido e a diádica dos coeficientes de reflexão podem ser descritos, através do sistema fixo ao raio, da forma das equações (2.27):

$$E^i(R) = E_{\alpha_1}^i(R)\hat{\alpha}_1 + E_{\beta_1}^i(R)\hat{\beta}_1 \quad (2.27a)$$

$$E^r(R) = E_{\alpha_2}^r(R)\hat{\alpha}_2 + E_{\beta_2}^r(R)\hat{\beta}_2 \quad (2.27b)$$

$$\bar{R} = \Gamma_s \hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2 + \Gamma_h \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 \quad (2.27c)$$

onde Γ_s e Γ_h representam os coeficientes de reflexão de Fresnel *soft* e *hard*, definidos pelas equações (2.28) e (2.29), respectivamente.

$$\Gamma_s(\theta_i) = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{\varepsilon_{efr_2} - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{\varepsilon_{efr_2} - \sin^2\theta_i}} \quad (2.28)$$

$$\Gamma_h(\theta_i) = \frac{\varepsilon_{efr_2} \cos\theta_i - \sqrt{\varepsilon_{efr_2} - \sin^2\theta_i}}{\varepsilon_{efr_2} \cos\theta_i + \sqrt{\varepsilon_{efr_2} - \sin^2\theta_i}} \quad (2.29)$$

Onde,

θ_i é o ângulo de incidência;

$\varepsilon_{efr_2} = \frac{\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}}{\varepsilon_0}$ é a permissividade elétrica efetiva relativa do meio 2;

ε é permissividade elétrica da superfície refletora [F/m];

σ condutividade da superfície refletora [S/m];

$\omega = 2\pi f$ é a frequência angular [rad/s];

$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ [F/m];

Utilizando as equações (2.17) e (2.28), o campo refletido no ponto de observação O da Figura 2.3 pode ser expresso por:

$$E^r(O) = E^i(R) \cdot \bar{R} A^r e^{-jk_0 d_2} \quad (2.30)$$

onde:

k_0 é o número de onda no espaço livre;

d_2 é a distância em [m] entre o ponto de reflexão R e o ponto de observação O ;

$A^r = \frac{d_1}{d_1 + d_2}$ é o fator de divergência do tubo de raios para ondas esféricas e faces planas, onde d_1 é a distância em [m] entre a fonte F e o ponto de reflexão R .

2.2.3 Refração

A onda eletromagnética, ao incidir sobre a superfície de separação de dois meios, além de gerar a onda refletida, gera também uma onda refratada (transmitida), conforme ilustrado na Figura 2.5. Esse fenômeno também causa alterações na amplitude, fase e direção do campo transmitido.

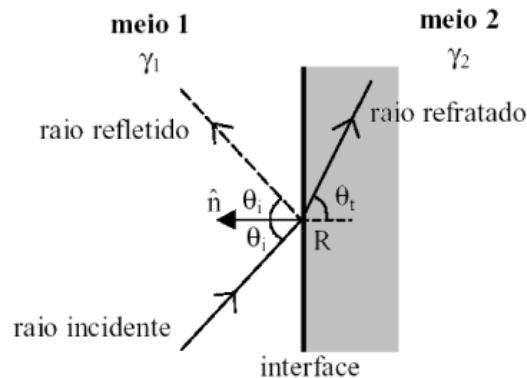


Figura 2.5 Refração - vista do plano de incidência

Os elementos da Figura 2.5 são:

\hat{n} é o vetor unitário normal à interface no ponto de reflexão R ;

θ_i é o ângulo de incidência formado entre a direção da onda incidente e o vetor normal, $0 \leq \theta_i \leq \pi/2$;

θ_t é o ângulo de refração formado entre a direção da onda refratada e o vetor normal, $0 \leq \theta_t \leq \pi/2$.

O plano de incidência é o plano que contém o raio incidente e o vetor normal.

Os raios incidente e refratado estão no mesmo plano.

A direção da onda refratada é determinada pela lei de Snell, expressa por:

$$\gamma_1 \text{sen} \theta_i = \gamma_2 \text{sen} \theta_t \quad (2.31)$$

onde:

$\gamma_1 = \alpha_1 + \beta_1$ constante de propagação da onda no meio 1;

$\gamma_2 = \alpha_2 + \beta_2$ constante de propagação da onda no meio 2;

$\alpha_{1,2}$ constante de atenuação dos meios 1 e 2 [Np/m], definida pela equação

(2.32)

$$\alpha_{1,2} = \omega \sqrt{\mu_{1,2} \varepsilon_{1,2}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{1,2}}{\omega \varepsilon_{1,2}} \right)^2} - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (2.32)$$

$\beta_{1,2}$ é a constante de fase dos meios 1 e 2 [rad/m], definida por

$$\beta_{1,2} = \omega \sqrt{\mu_{1,2} \varepsilon_{1,2}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{1,2}}{\omega \varepsilon_{1,2}} \right)^2} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (2.33)$$

$\omega = 2\pi f$ frequência angular [rad/s]

f frequência em [Hz]

$\mu_{1,2}$ $\mu_{1,2}$ permeabilidade magnética nos meios 1 e 2 [H/m]

$\varepsilon_{1,2}$ permissividade elétrica nos meios 1 e 2 [F/m]

$\sigma_{1,2}$ condutividade elétrica nos meios 1 e 2; [S/m]

A constante de propagação γ é relacionada ao número de onda k pela expressão:

$$\gamma = jk = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon} \sqrt{\left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)} = j(\beta - j\alpha) \quad (2.34)$$

Para meios sem perdas ($\sigma = 0$), a constante de fase β e o número de onda k equivalem-se, ou seja:

$$k = \beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.35)$$

que resulta em uma constante de propagação γ puramente imaginária.

Expressões mais simples podem ser obtidas para a constante de propagação dependendo da relação $(\sigma/\omega\varepsilon)^2$. Meios cuja relação $(\sigma/\omega\varepsilon)^2 \ll 1$ são referidos como bons dielétricos e aqueles com a relação $(\sigma/\omega\varepsilon)^2 \gg 1$ são referidos como bons condutores. As simplificações são [1]:

- Para bons dielétricos $(\sigma/\omega\varepsilon)^2 \ll 1$

$$\alpha_{1,2} \cong \frac{\sigma_{1,2}}{2} \sqrt{\frac{\mu_{1,2}}{\varepsilon_{1,2}}} \quad (2.36)$$

$$\beta_{1,2} \cong \omega \sqrt{\mu_{1,2}\varepsilon_{1,2}} \quad (2.37)$$

Uma onda eletromagnética propagando no espaço livre viaja com a velocidade da luz dada por $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Para uma onda propagando-se em um meio onde não seja o espaço livre, a velocidade da onda é menor do que c . O comprimento de onda no espaço livre é dado por, $\lambda = \frac{c}{f}$.

O índice de refração (n) de um meio é a razão entre as velocidades de propagação de uma onda eletromagnética no vácuo e no meio considerado, ou seja, $n = c_0/c$, onde c_0 é a velocidade da luz e c a velocidade da onda no meio considerado.

O fenômeno da refração é de vital importância para a propagação na troposfera. No capítulo III ela será descrita em maior detalhe.

2.2.4 Difração

Dois conceitos importantes na análise da difração são: o do Princípio de Huygens e o das Integrais de Fresnel.

2.2.4.1 O Princípio de Huygens

O princípio de Huygens estabelece que cada ponto da frente de onda é uma fonte de onda secundária. A Figura 2.6 ilustra esse princípio.

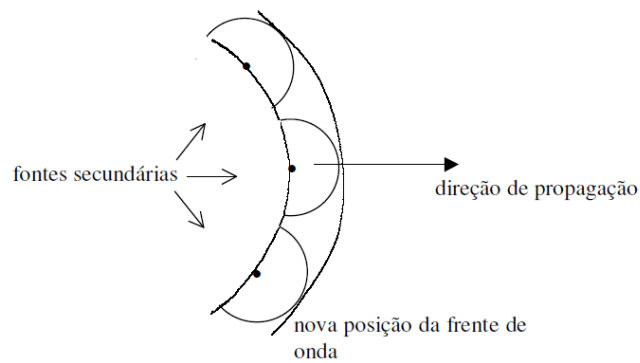


Figura 2.6 - Princípio de Huygens

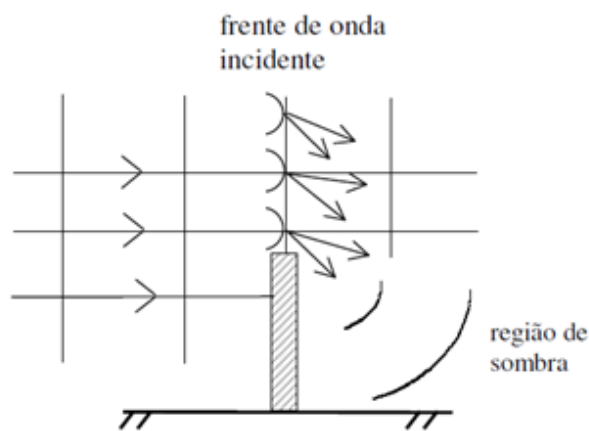


Figura 2.7 - Obstrução de uma frente de onda por um obstáculo

Supondo-se que a frente de onda encontre um obstáculo, como mostrado na Figura 2.7, uma parte da frente de onda será obstruída pelo obstáculo. Se analisarmos a propagação sem o princípio de Huygens, a região situada atrás do obstáculo não será iluminada (região de sombra). Porém, considerando a difração através do princípio de Huygens, as fontes pontuais da região não obstruída emitirão frentes de onda secundárias que iluminarão a região situada atrás do obstáculo. Diz-se que a energia foi, então, difratada. Uma análise através da teoria eletromagnética mostra que a onda incidente induz correntes no obstáculo e que o campo irradiado por essas correntes constitui-se no campo difratado. Usando o princípio de Huygens é possível calcular o campo eletromagnético em qualquer ponto no espaço conhecendo-se a intensidade do campo na superfície da frente de onda original.

Considerando a ilustração da Figura 2.8, podemos calcular a intensidade do campo no ponto M , conhecendo-se a intensidade do campo na superfície S [9].

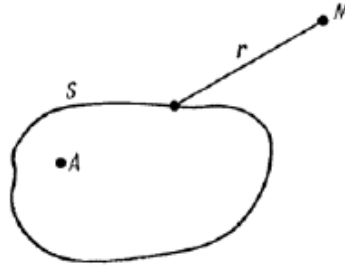


Figura 2.8 - Ilustração para cálculo do campo pelo Princípio de Huygens

Considerando Ψ e Ψ_s as intensidades do campo elétrico no ponto M e na superfície S , respectivamente, o princípio de Huygens estabelece que:

$$d\Psi = A\Psi_s \frac{e^{-ikr}}{r} ds \quad (2.38)$$

onde A é o coeficiente de proporcionalidade. O campo total em M é dado por :

$$\Psi = \int_S A\Psi_s \frac{e^{-ikr}}{r} ds \quad (2.39)$$

A determinação da intensidade de campo usando a equação (2.39) é muito complexa e às vezes é usada em alguns casos da óptica.

Na teoria da propagação, o princípio de Huygens é usado de outra forma, considerando os conceitos de zonas e elipsoides de Fresnel.

2.2.4.2 Zonas e Elipsoides de Fresnel

A Figura 2.9 mostra que as frentes de onda oriundas de cada irradiador secundário percorrem distâncias distintas até alcançarem o ponto de observação O . O conceito de zona de Fresnel surge da análise da defasagem entre os campos associados aos diversos percursos. A diferença de fase entre quaisquer dois percursos é dada por

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l \quad (2.40)$$

onde Δl é a diferença de comprimento entre os percursos considerados. Dessa forma, dependendo do caminho percorrido, cada fonte secundária dará uma contribuição positiva ou negativa ao campo recebido em O [14].

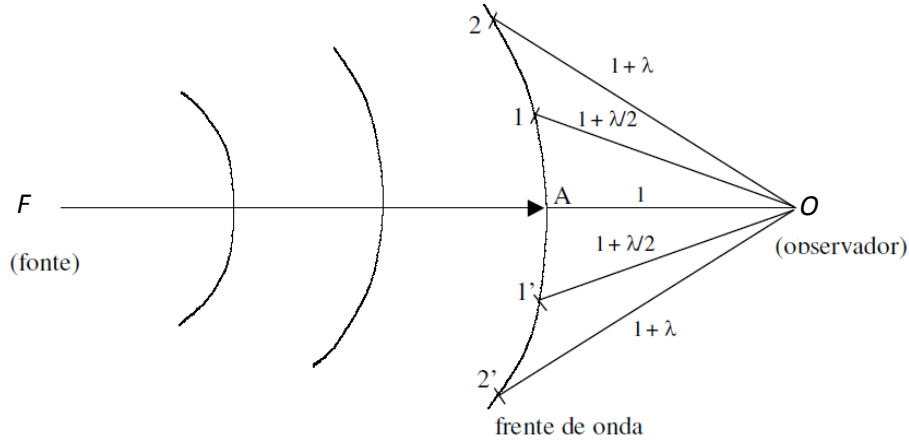


Figura 2.9 - Distâncias entre alguns pontos da frente de onda e o observador O .

Se a frente de onda da Figura 2.9 for substituída por um plano perpendicular ao percurso entre a antena transmissora e receptora, pode-se fazer uma aproximação da diferença de comprimento e, portanto da diferença de fase, entre o percurso direto que une o ponto A ao observador e qualquer outro percurso que chegue ao ponto O . Essa defasagem, em relação ao percurso perpendicular ao plano, é útil no conceito de zona de Fresnel.

Na Figura 2.10, h é o raio de uma circunferência sobre o plano, centrada no ponto A , d_1 a distância da fonte ao plano, d_2 a distância do plano ao observador. A diferença de comprimento entre um percurso que passa por A e um percurso que passa por qualquer outro ponto da circunferência de raio h é:

$$\Delta l = \frac{h^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right), \quad h \ll d_1 \text{ e } h \ll d_2 \quad (2.41)$$

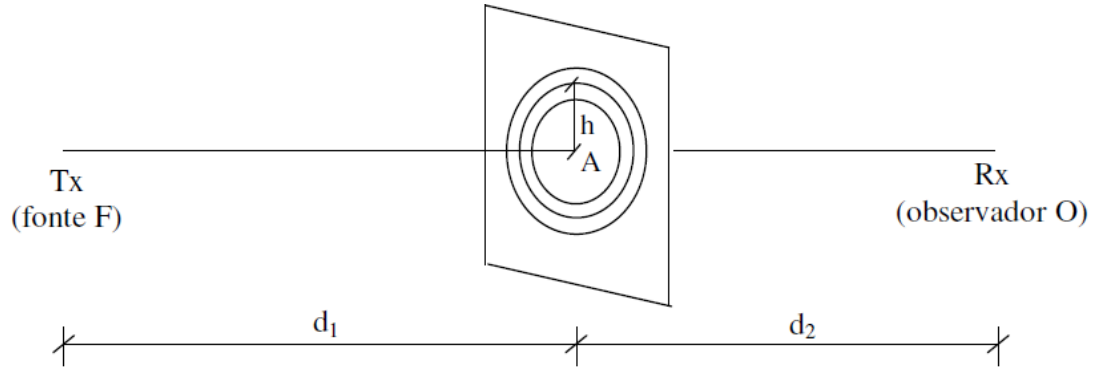


Figura 2.10 – Geometria para cálculo da defasagem entre os raios

Substituindo (2.41) em (2.40) a diferença de fase entre os percursos é dada por:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} h^2 \frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2} \quad (2.42)$$

Definindo o parâmetro v , denominado parâmetro de difração de Fresnel-Kirchhoff, pela equação (2.43),

$$v = h \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \quad (2.43)$$

a diferença de fase é obtida pela equação (2.44).

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} v^2 \quad (2.44)$$

Na Figura 2.9, delimita-se uma porção da frente de onda centrada em A, que descreve um círculo (calota esférica) cujo diâmetro se estende do ponto 1 ao ponto 1'. Em toda essa região criada, os pontos da frente de onda distam do ponto O um valor compreendido entre 1 e $1 + \frac{\lambda}{2}$, ou seja, a máxima diferença de fase entre percursos que passam por essa região é dada pela equação (2.45).

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left[\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) - 1 \right] = \pi \quad (2.45)$$

Sejam os diversos percursos que partem do ponto A com um valor máximo $n \frac{\lambda}{2}$, a primeira região de máximo obtida corresponde a $n = 1$. A próxima região é o anel delimitado pelos pontos 1-1' e 2-2' e, da mesma forma, a máxima defasagem entre pontos situados no anel é de π radianos. Essa região corresponde a $n = 2$, pois a diferença de fase em relação ao percurso que se origina de A está situada entre π e 2π .

As regiões assim formadas, com n a partir de 1, são denominadas zonas de Fresnel. A primeira zona de Fresnel, por compreender variações de fase de zero a π radianos, gera maiores contribuições que interferem construtivamente para o campo relativo ao percurso que começa em A. Observa-se que as zonas de Fresnel fornecem, alternadamente, contribuições correspondentes a interferências construtivas e destrutivas para o campo total. É possível demonstrar que a área de cada zona é aproximadamente igual, de forma que as contribuições de campo no ponto O, vindas de cada duas zonas adjacentes, tendem a se anular. Porém, como as distâncias entre os pontos pertencentes a cada zona e o ponto de recepção O aumentam progressivamente com o aumento de n , as contribuições das zonas de maior ordem tendem a ser menores. Assim, ocorre que, à medida que se adicionam as contribuições das várias zonas de Fresnel, o campo resultante, inicialmente com oscilações de maior amplitude, tende a oscilar menos até chegar a um valor final.

A contribuição principal para o campo no ponto O é devido à primeira zona [9].

É interessante observar que, se fosse possível obstruir apenas as zonas de ordem par, ou seja, aquelas que geram contribuições correspondentes a interferências destrutivas para o campo da primeira zona de Fresnel ($n = 1$), o campo recebido seria maior que o de espaço livre, onde não há obstrução.

Ao considerar outras posições da frente de onda ao longo da propagação entre as antenas, conclui-se que, se forem unidos os limites de cada zona de Fresnel ao longo de toda a propagação, as figuras formadas seriam elipsoides (com as antenas transmissora e receptora nos focos), denominadas elipsoides de Fresnel. A Figura 2.11

ilustra um elipsoide obtido para um valor de n qualquer. Da mesma forma que nas zonas de Fresnel, são utilizadas as denominações primeira elipsoide de Fresnel, segunda elipsoide de Fresnel, e assim por diante, conforme o valor de n . Pela forma como são definidas, conclui-se que qualquer ponto situado na superfície de um elipsoide dista do ponto “O” de um valor que é $n\frac{\lambda}{2}$ maior que o percurso oriundo do ponto “A”. Assim, usando a equação (2.41), obtém:

$$\frac{h^2}{2} \frac{(d_1 + d_2)}{d_1 d_2} = n \frac{\lambda}{2} \quad (2.46)$$

$$h^2 = n\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (2.47)$$

$$h \cong r_n \cong \sqrt{\frac{n\lambda d_1 d_2}{d_1 + d_2}} \quad (2.48)$$

A Equação (2.48) fornece o raio de um elipsoide de ordem n a uma distância d_1 da fonte, como ilustra a Figura 2.11.

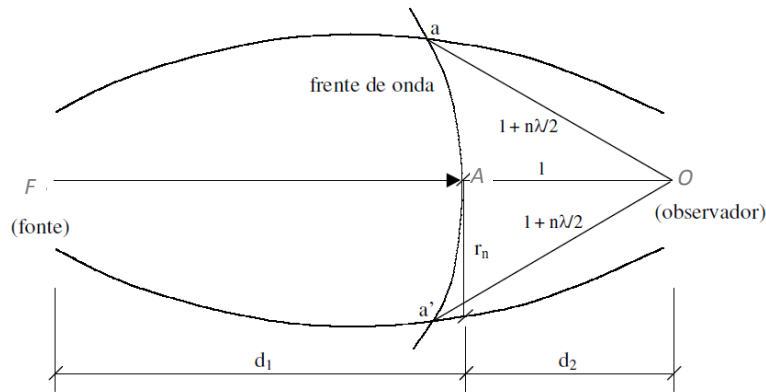


Figura 2.11 - Elipsoides de Fresnel

2.2.4.3 A Integral de Fresnel

Para quantificar as perdas por difração é necessário determinar a Integral de Fresnel. A Integral de Fresnel é apresentada na Equação (2.49) [15].

$$I_F(0, v) = \int_0^v e^{-j\frac{\pi}{2}x^2} dx = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) dx - j \int_0^v \sin\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) dx = C(v) - jS(v) \quad (2.49)$$

As funções $C(v)$ e $jS(v)$ são denominadas função cosseno integral e função seno integral, respectivamente, e correspondem às componentes real e imaginária da Integral de Fresnel.

A Figura 2.12 [15] mostra a variação das funções $C(v)$ e $-jS(v)$, em função do parâmetro v . Observa-se que as funções $C(v)$ e $-jS(v)$ tendem para $\pm\frac{1}{2}$, à medida que v tende para $\pm\infty$.

Da Integral de Fresnel podem se tirar algumas propriedades:

$$I_F(v_1, v_2) = [C(v_2) - C(v_1)] - j[S(v_2) - S(v_1)] \quad (2.50)$$

$$I_F(0, +\infty) = [C(+\infty) - jS(+\infty)] \rightarrow \frac{1}{2} - j\frac{1}{2} \quad (2.51)$$

$$I_F(0, -\infty) = [C(-\infty) - jS(-\infty)] \rightarrow -\frac{1}{2} + j\frac{1}{2} \quad (2.52)$$

$$I_F(-\infty, +\infty) = [C(+\infty) - C(-\infty)] - j[S(+\infty) - S(-\infty)] \rightarrow 1 - j \quad (2.53)$$

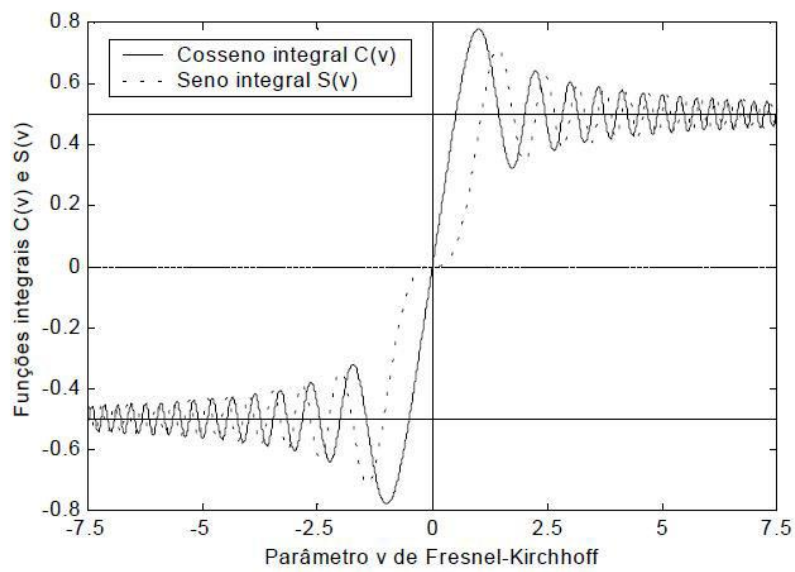


Figura 2.12 - Componentes $C(v)$ e $S(v)$ da Integral de Fresnel [15]

A Figura 2.13 mostra o comportamento de $C(v)$ e $S(v)$ em função do parâmetro v , no intervalo $[-3,5,+3,5]$. Esta figura é conhecida como espiral de Cornu:

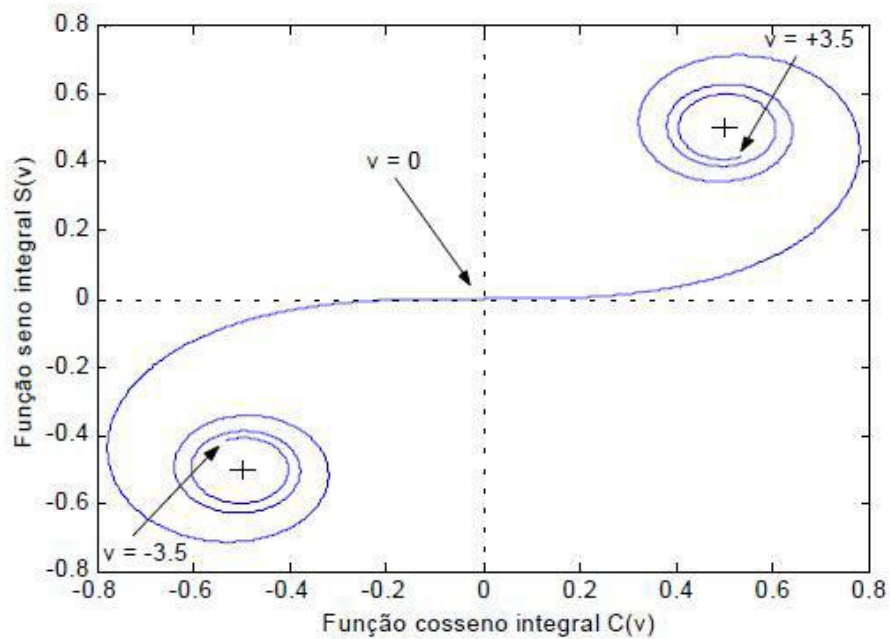


Figura 2.13 - Espiral de Cornu em função do parâmetro v [15]

2.2.4.4 Difração por Obstáculos tipo Gume de Faca

Em meios reais, os obstáculos apresentam-se com os mais diversos formatos e as perdas de propagação são feitas por aproximações, enquadrando-os em uma das geometrias pré-definidas. As principais geometrias pré-definidas de obstáculos, para efeito de difração, são obstáculos tipo gume de faca, aresta e cunha. Um obstáculo tipo gume de faca tem dimensões ilimitadas no sentido perpendicular à direção de propagação, espessura desprezível e não apresenta reflexões por serem completamente absorventes. Sua influência pode ser deduzida a partir da geometria mostrada na Figura 2.14 [14]

Alternativamente à equação (2.41), a diferença de percurso Δl pode ser expressa pela equação (2.54):

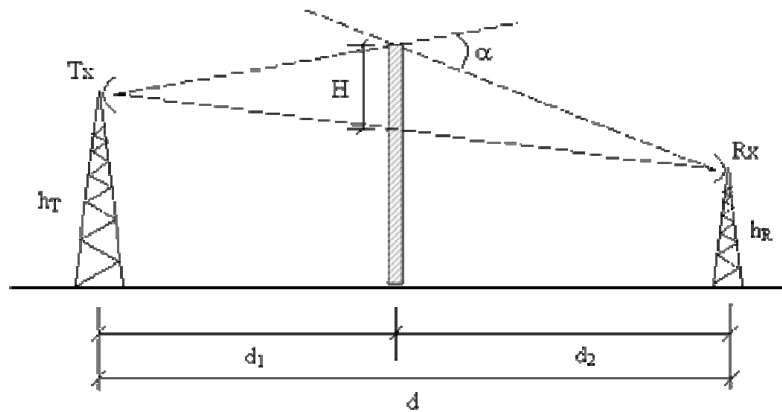


Figura 2.14 - Geometria da difração por obstáculo tipo gume de faca

$$\Delta l = \frac{\alpha^2}{2} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (2.54)$$

Para $H \ll d_1$ e $H \ll d_2$ e α como indicado na Figura 2.14, a diferença de fase é expressa pela equação (2.55):

$$\Delta\phi = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \quad (2.55)$$

Lembrando que $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} v^2$ e usando a equação (2.51), o parâmetro v pode ser reescrito como mostrado na equação (2.56).

$$v \cong \alpha \sqrt{\frac{2 d_1 d_2}{\lambda(d_1 + d_2)}}, \quad \text{para } \alpha < 0,2 \text{ rad} \quad (2.56)$$

A função atenuação por difração [9] é dada pela equação (2.57)

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} [C(v) + jS(v)] = \sqrt{\frac{C^2(v) + S^2(v)}{2}} e^{j\gamma} \quad (2.57)$$

$$\tan(\gamma) = \frac{S(v)}{C(v)} \quad (2.58)$$

$$C(v) = \frac{1}{2} - \int_0^v \cos\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) dx \quad (2.59)$$

$$S(v) = \frac{1}{2} - \int_0^v \sin\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) dx \quad (2.60)$$

A Figura 2.15 mostra a função atenuação em um obstáculo tipo gume de faca em função do parâmetro v .

O valor de $F(v)$ também pode ser obtido por algumas expressões aproximadas como

$$F(v)(dB) = \begin{cases} -20\log(0,5 - 0,6v) & -0,8 < v < 0 \quad (2.61) \\ -20\log(0,5e^{-0,9v}), & 0 < v < 1 \quad (2.62) \\ -20\log\left\{0,4 - [0,1184 - (0,38 - 0,1v)^2]^{\frac{1}{2}}\right\} & 1 < v < 2,4 \quad (2.63) \\ -20\log(0,255/v) & v \geq 2,4 \quad (2.64) \end{cases}$$

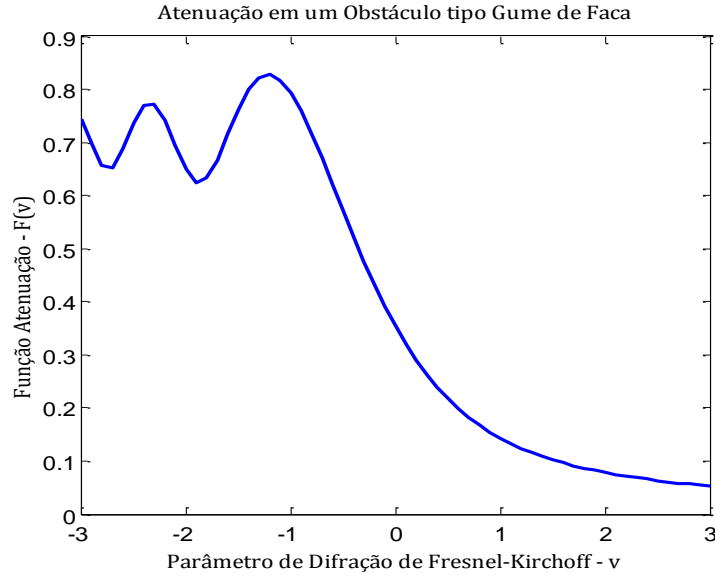


Figura 2.15 - Atenuação por difração devido a obstáculo tipo gume de faca

2.2.4.5 Atenuação por Obstáculos com o Topo Arredondado

Se o obstáculo tem gume arredondado, há formulações empíricas para o cálculo da atenuação em excesso à atenuação de gume de faca baseada no raio do topo do obstáculo. Uma solução é substituir os topos por cilindros. A Figura 2.16 ilustra a substituição por cilindro de raio R_{TOPO} [15].

O cálculo das perdas é constituído de duas parcelas. A primeira é equivalente à perda se o obstáculo fosse do tipo gume de faca, obtida pela equação (2.57). A segunda é a perda excedente obtida pela equação (2.65).

$$PL_{EX(m,n)} = (8,2 + 12n)m^{0,73+0,27[1-e^{(-1,43n)}]} \text{ dB} \quad (2.65)$$

onde:

$$m = R_{TOPO} \times \frac{[\rho_0^2 + (h_{re} - h_{te})^2]^{\frac{1}{2}} + [r_0^2 + (h_{re} - h_{te})^2]^{\frac{1}{2}}}{[\rho_0^2 + (h_{re} - h_{te})^2]^{\frac{1}{2}} \times [r_0^2 + (h_{re} - h_{te})^2]^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{\pi R_{TOPO}}{\lambda} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (2.66)$$

e

$$n = h_{re} \times \left(\frac{\pi R_{TOPO}}{\lambda} \right)^{-\frac{2}{3}} \times R^{-1} \quad (2.67)$$

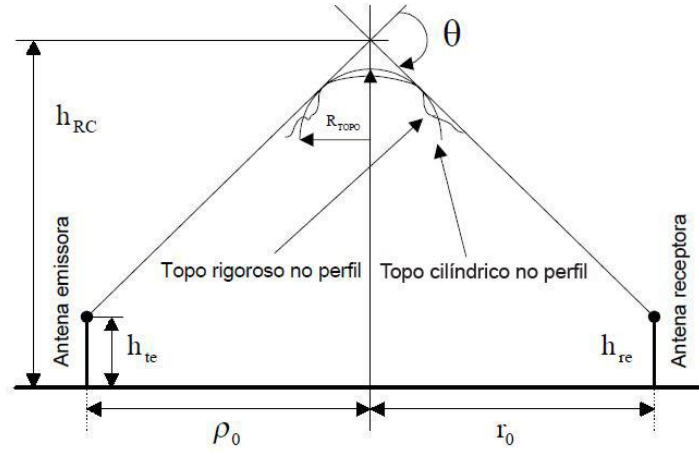


Figura 2.16 - Geometria associada a obstáculos com topo arredondado

A Figura 2.17 ilustra o comportamento das perdas adicionais através de uma família de curvas.

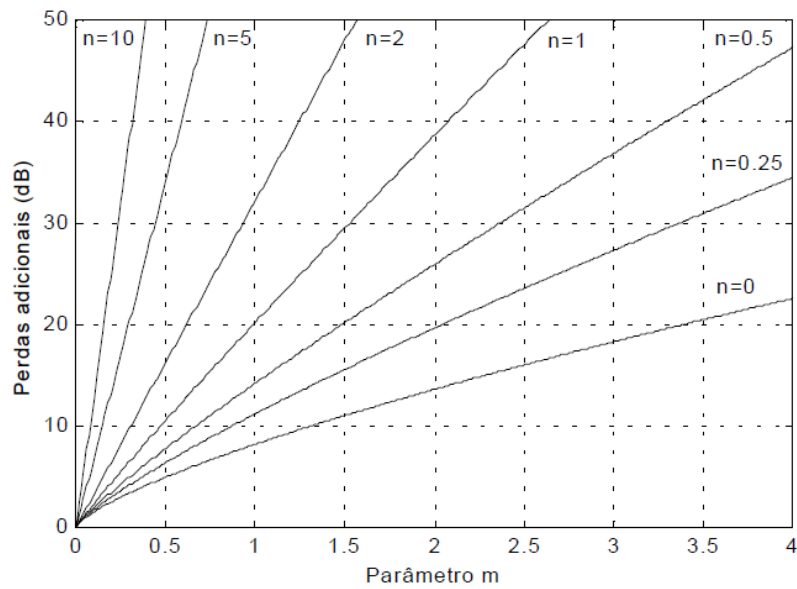


Figura 2.17 - Função $PL_{EX(m,n)}$ para obstáculos arredondados.

2.3 MODELOS DE PROPAGAÇÃO PARA MÚLTIPLOS OBSTÁCULOS TIPO GUME DE FACA

Há na literatura vários modelos para o cálculo das perdas por difração em ambientes com dois ou mais obstáculos tipo gume de faca. O cálculo exato não é simples, principalmente quando os obstáculos apresentam alturas e espaçamentos diferentes. O modelo de Vogler inicialmente foi formulado através de uma integral múltipla de dimensão igual ao número de obstáculos e posteriormente modificado para uma série. Embora preciso, o modelo de Vogler exige muito esforço computacional e sua implementação para um número de obstáculos superior a cinco torna praticamente inviável [15].

Alguns métodos aproximados, apresentados a seguir, determinam as perdas por difração sobre múltiplos obstáculos, com uma implementação bem mais simples.

2.3.1 Modelo de Bullington

Neste modelo, o perfil do terreno entre o transmissor e o receptor é substituído por um obstáculo equivalente, como ilustrado na Figura 2.18.

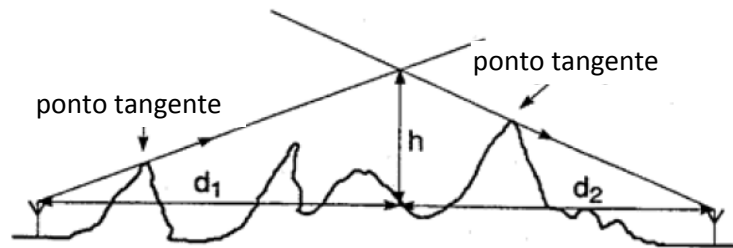


Figura 2.18 Obstáculo gume de faca equivalente do modelo de Bullington

As perdas por difração são determinadas a partir do parâmetro de Fresnel-Kirchhoff, $v = h \sqrt{\frac{2d_1d_2}{\lambda(d_1+d_2)}}$ e calculadas a partir da equação (2.68)

$$PL_D = 20 \log \left(\frac{\sqrt{2}}{2} |I_F(v, +\infty)| \right) = 20 \log |I_F(v, +\infty)| \text{ [dB]} \quad (2.68)$$

Onde PL_D são as perdas por difração, $I_F(v, +\infty)$ a integral de Fresnel no intervalo do parâmetro v até o infinito.

Esse modelo é simples e de fácil implementação, mas a imprecisão aumenta com o número de obstáculos maior que dois, por ignorar obstáculos de menor importância.

2.3.2 Modelo de Epstein-Peterson

Neste modelo, todos os obstáculos são considerados no cálculo das perdas por difração. A Figura 2.19 ilustra a geometria associada ao modelo. A perda total é obtida pela soma das perdas individuais proporcionadas por todos os obstáculos, através da equação (2.69).

As parcelas da perda total são obtidas considerando os parâmetros de difração de Fresnel-Kirchhoff, v de cada obstáculo.

O valor de v_1 é determinado a partir de das distâncias d_1 e d_2 e da altura h_1 . A altura h_1 é medida do topo do obstáculo 01 até a reta que une o transmissor ao topo do obstáculo 02, o valor de v_2 é obtido a partir das distâncias d_2 e d_3 e da altura h_2 medida do topo do obstáculo 02 até a reta que une os topos dos obstáculos 01 e 03, o valor de v_3 é obtido a partir das distâncias d_3 e d_4 e da altura h_3 medida do topo do obstáculo 03 até a reta que une o topo do obstáculo 02 ao receptor, e assim por diante.

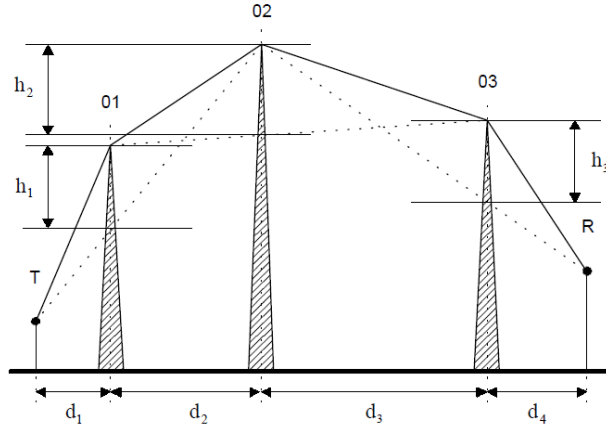


Figura 2.19 Geometria associada ao Modelo Epstein-Peterson

A perda total para os três obstáculos é

$$PL_D = PL_1 + PL_2 + PL_3 = \sum_{i=1}^3 [20 \log_{10} |I_F(v_i, +\infty)|] - 9 \text{ dB} \quad (2.69)$$

2.4 MODELOS DE PROPAGAÇÃO EM TERRENOS IRREGULARES

As irregularidades do relevo terrestre e da morfologia fazem com que a linha de visada entre o transmissor e receptor fique parcial ou totalmente obstruída.

2.4.1 Implementação dos modelos

Geralmente, na prática é utilizado um modelo que depende da distância entre o transmissor e o receptor e da frequência do sinal, como a equação (2.70).

$$PL(d) = A + B \cdot \log_{10}(d) + C \cdot \log_{10}(f) \quad (2.70)$$

Os parâmetros A e B são obtidos da análise estatística das medidas em campo. O modelo deve incorporar ainda uma quarta parcela, que traduz o efeito de desvanecimento de variação lenta, dado por uma distribuição log-normal, com média

μ em dB e desvio padrão σ em dB [16]. Existem vários modelos de aplicação restrita e modelos de caráter geral. Porém, não há um modelo que seja aplicável a qualquer situação em termos de tipo de relevo e da morfologia do terreno.

As estimativas da maior parte dos modelos são valores médios e não excedem 50% dos locais e 50% do tempo.

2.4.2 O modelo de Egli

Para medições em terrenos irregulares na faixa de frequência de 40 MHz a 1 GHz, a expressão do valor médio PL_{50} é definido como: [17, 18]

$$PL_{50}(d, f_{MHz}) = g_T g_R \left(\frac{h_{te} h_{re}}{d^2} \right)^2 \times \left(\frac{40}{f_{MHz}} \right)^2 \quad (2.71)$$

onde d é a distância em metros entre o transmissor e o receptor, f_{MHz} é a frequência em MHz, g_T e g_R , os ganhos e h_{te} e h_{re} as alturas efetivas das antenas transmissora e receptora respectivamente.

2.4.3 O modelo de Edwards e Durkin

Este modelo utiliza um perfil, entre o transmissor e o receptor, reconstruído de amostragem em intervalos de 500 m na horizontal. Uma vez obtido o perfil, são feitos dois testes. O primeiro consiste em verificar se existe linha de visada entre o transmissor e o receptor; o segundo consiste em verificar se a primeira zona de Fresnel está desobstruída. Caso as duas condições sejam satisfeitas, a perda é calculada pela equação (2.73),

$$PL = \max[20\log(pl_F), 20\log(pl_P)] \quad (2.72)$$

$$PL = \max[PL_F, PL_P] \quad (2.73)$$

onde PL_F são as perdas no espaço livre e PL_P são as perdas em terra plana.

Na ausência da linha de visada ou a primeira zona de Fresnel estando obstruída, adiciona-se à equação (2.70) uma parcela devido à difração, PL_D . O cálculo de PL_D é feito considerando o perfil reconstruído entre o transmissor e o receptor. Esse perfil substitui vários obstáculos gume de faca. Segundo [16], em função do número de obstáculos, as perdas por difração são calculadas por:

- Para apenas um obstáculo, pela Equação (2.57);
- Para dois ou três obstáculos, pelo método de Epstein-Peterson;
- Para mais de três obstáculos, os obstáculos interiores são substituídos por um equivalente obtido pelo método de Bullington; o cálculo das perdas por difração, PL_D , é obtido pelo método de Epstein-Peterson, nos três obstáculos resultantes.

2.4.4 O modelo de Blomquist e Ladell

Este modelo considera as mesmas perdas existentes no modelo de Edwards e Durkin, combinando-as de maneira diferente. A combinação delas é feita com base nas alturas efetivas das antenas do transmissor e do receptor e com o seu afastamento horizontal. Também são consideradas as características elétricas do solo e a curvatura da Terra.

As perdas de propagação são

$$PL = PL_F \pm \sqrt{F_B^2 \pm PL_D^2} \quad (2.74)$$

onde PL_F e PL_D são as perdas no espaço livre e as perdas por difração, respectivamente.

O fator F_B é dado por

$$F_B = 10 \log \left| \left(\frac{4\pi h_{te}^2}{\lambda d} + \frac{\lambda \varepsilon_T^2}{\pi d (\varepsilon_T - 1)} \right) \times \left(\frac{4\pi h_{re}^2}{\lambda d} + \frac{\lambda \varepsilon_R^2}{\pi d (\varepsilon_R - 1)} \right) \right| + F_{CT} \quad (2.75)$$

onde h_{te} e h_{re} são as alturas efetivas das antenas do transmissor do receptor e ε_T e ε_R as constantes dielétricas nas suas vizinhanças, respectivamente. A distância d entre o transmissor e o receptor é expressa em metros. A influência da curvatura da Terra é considerada através do fator F_{CT} , que é expresso pela equação (2.76),

$$F_{CT} = \begin{cases} -2,8X & X < 0,53 \\ 6,7 + 10\log_{10}(X) - 10,2X & 0,53 \leq X < 2 \end{cases} \quad (2.76)$$

onde X é definido pela equação (2.77).

$$X = \left(\frac{\beta_0}{k^2 r_T^2} \right)^{\frac{1}{3}} d \quad (2.77)$$

O parâmetro k é o fator de transformação da superfície terrestre curva em uma superfície plana equivalente. O raio médio da superfície da Terra, r_T , é de aproximadamente 6371 km.

2.4.5 O modelo de Okumura

Este modelo é resultado de medidas de intensidade de campo para a cidade de Tóquio. Inicialmente, o modelo foi baseado no grau de ondulação do terreno (Δh), conforme a Figura 2.20.

O fator de ondulação do terreno varia com o perfil do terreno. Na prática, quando o perfil do terreno não está disponível, utilizam-se valores tabelados, como os indicados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Faixa de Valores do Parâmetro Δh

Tipo de Terreno	$\Delta h(m)$
Água ou regiões quase planas	0-5
Planícies	5-20
Planícies levemente onduladas	20-40
Terreno ondulado	40-80
Colinas	80-150
Serras	150-300
Montanhas	300-700
Montanhas muito acidentadas	>700

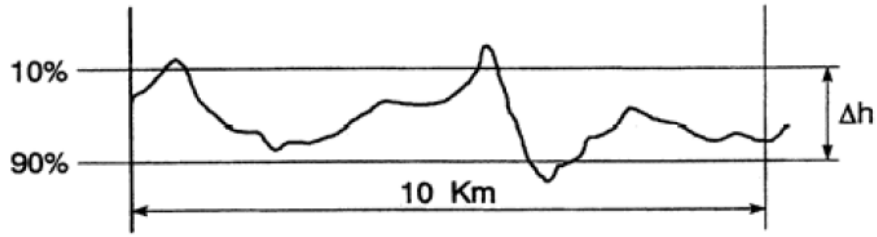


Figura 2.20 - Definição do Parâmetro Δh

No modelo de Okumura, Δh inicialmente foi considerado igual a 20. A atenuação $A(f, d)$, para $\Delta h = 20$, $h_t = 200$ m e $h_r = 3$ m, pode ser obtida através da Figura 2.21. A atenuação para outros valores dos parâmetros é obtida pela equação (2.78).

$$L = L_0 + A(f, d) - G_{\text{área}} - G(h_t) - G(h_r) \quad (2.78)$$

onde L_0 é a perda no espaço livre, $A(f, d)$ é a atenuação obtida da Figura 2.20 e

$$G(h_t) = 20 \log(h_t/200) \quad h_t > 10m \quad (2.79)$$

$$G(h_r) = 10 \log(h_r/3) \quad h_r > 10m \quad (2.80)$$

$$G(h_r) = 20 \log(h_r/3) \quad 3m \leq h_r < 10m \quad (2.81)$$

$G_{\text{área}}$ é obtido através do gráfico da Figura 2.22 e corresponde a correções devido às irregularidades do terreno.

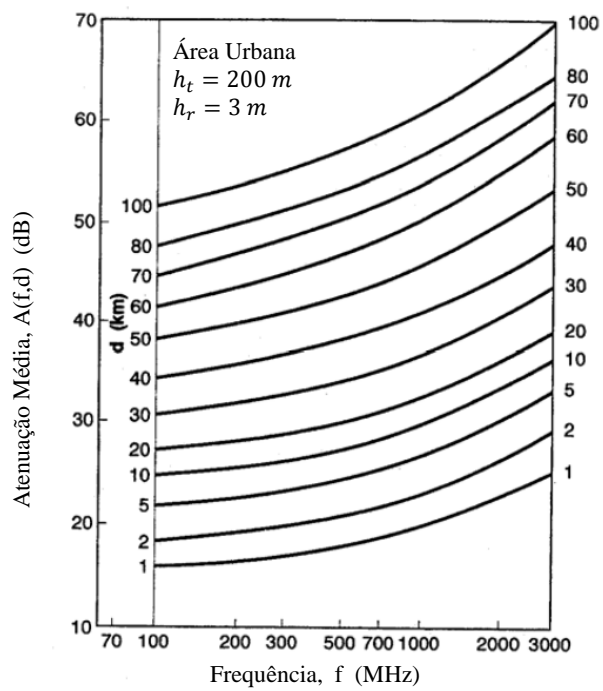


Figura 2.21- Atenuação relativa média, método Okumura

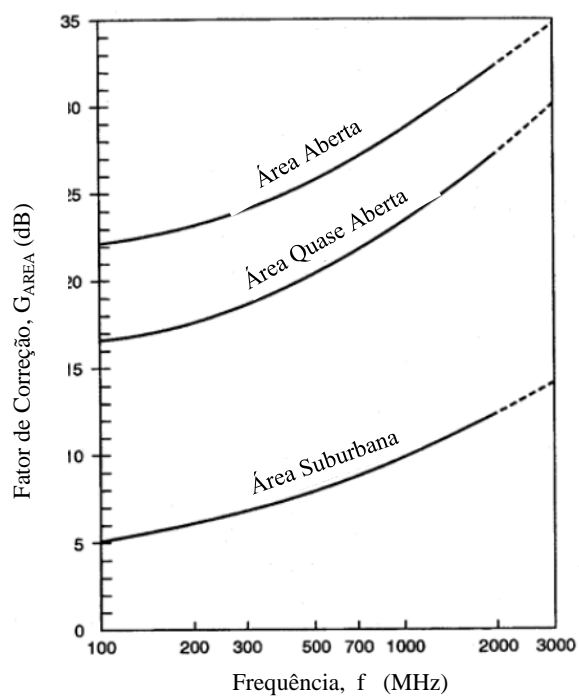


Figura 2.22 Fator de correção para diferentes tipos de terrenos

2.4.6 O modelo de Hata

Masaharu Hata propôs em [19], um modelo empírico para cálculo de perdas de propagação a partir das curvas de Okumura. O modelo é uma reta logarítmica da forma $A + \log_{10}(d)$, implementada diretamente em computador.

Este modelo possui as seguintes restrições:

- frequência entre 150 e 1500 MHz;
- altura efetiva da antena transmissora entre 30 e 300 m;
- altura efetiva da antena receptora entre 1 e 10 m;
- distância do transmissor ao receptor entre 1 e 20 km.

O valor médio das perdas de propagação em dB é definido pela equação (2.82).

$$L = 69,55 + 26,16\log(f) - 13,82\log(h_t) - A(h_r) + [44,9 - 6,55\log(h_t)\log(d)] \text{ (dB)} \quad (2.82)$$

O fator de correção $A(h_r)$ é dado por

a) para pequena e média cidade:

$$A(h_r) = (1,1\log(f) - 0,7)h_r - (1,56\log(f) - 0,8) \text{ (dB)} \quad (2.83)$$

b) para cidade grande:

$$A(h_r) = 8,29\log^2(1,5h_r) - 1,1 \text{ dB} \quad \text{para } f \leq 300 \text{ MH} \quad (2.84)$$

$$A(h_r) = 3,2\log^2(11,75h_r) - 4,97 \text{ dB} \quad \text{para } f \leq 300 \text{ MH} \quad (2.85)$$

2.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados os princípios, modos e mecanismos de propagação das ondas eletromagnéticas emitidas por uma antena transmissora, através das definições de raio óptico, visada direta, reflexão, refração e difração. Também foi apresentado o estado da arte dos modelos de propagação em terrenos irregulares com um ou múltiplos obstáculos. O modelo de propagação baseado em equações parabólicas é apresentado em detalhes no capítulo 3, por se tratar do modelo de propagação utilizado no aplicativo EP_AG desenvolvido neste trabalho.

Capítulo III Equação Parabólica

3.1 INTRODUÇÃO

Os modelos de predição de propagação baseados em Equações Parabólicas (EP) propiciam solução completa da equação da onda considerando a dependência da refratividade com a distância e as irregularidades dos terrenos [20].

A Equação Parabólica é uma aproximação da equação de onda que modela a propagação de energia em um cone centrado em uma direção preferida. Foi introduzida por Leontovich e Fock na década de 1940, para tratar o problema da difração e da refração de ondas eletromagnéticas [21].

Inicialmente, a Equação Parabólica foi aplicada em modelos de propagação acústica subaquática. Só mais tarde, com o advento do computador digital, é que a EP tornou-se popular em modelos de propagação de ondas eletromagnéticas na troposfera, principalmente com a introdução do método para determinar a intensidade de campo com EP em ambientes anômalos como dutos [22], e pela utilização dos algoritmos Split-Step Fourier, [23-27] e das diferenças finitas [28].

Desde então, a técnica EP foi melhorada, combinada com muitas ferramentas auxiliares e aplicada em uma variedade de problemas complexos de propagação de ondas eletromagnéticas.

Em 1995, os resultados da predição com EP implementados com os algoritmos Divisores de Passos de Fourier e das Diferenças Finitas foram comparados com valores medidos em [29], obtendo ótima concordância entre os valores.

Uma ótima fonte de pesquisa para EP é o livro de Mireilelli Levy [21], que tem sido referência constante desde seu lançamento, em 2000, por discutir a modelagem de EP em detalhes e reunir uma lista enorme de estudos relacionados. Em 2002, as faixas de valores ótimos dos principais parâmetros na solução da Equação Parabólica utilizando o Divisor de Passos de Fourier são discutidas em [7], que apresenta também uma forma de quantizar o erro ocasionado pela redução da equação exata de Helmholtz para a Equação Parabólica em função dos parâmetros.

A modelagem de EP na previsão de propagação usando os algoritmos dos Elementos Finitos e do Divisor de Passos de Fourier é discutida em [1], que também apresenta testes canônicos, comparações e calibrações.

No aplicativo Equações Parabólicas com Algoritmos Genéticos (EP-AG), apresentado no capítulo IV, a propagação de ondas eletromagnética é resolvida através de Equações Parabólicas e tratada de forma bidimensional, independente do azimute e com dependência do tempo na forma $e^{-j\omega t}$, onde ω é a velocidade angular. Essa dependência não está explícita nas equações.

Para um meio homogêneo, a componente de campo satisfaz a equação de onda escalar bidimensional de Helmholtz, definida pela equação (3.1)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \varphi = 0 \quad (3.1)$$

onde $\varphi(x, z)$ é o campo elétrico ou magnético dependendo do tipo de problema.

Para polarização horizontal, $\varphi(x, z) = E_y$ é a única componente não nula do campo elétrico e, para polarização vertical, $\varphi(x, z) = H_y$ é a única componente não nula do campo magnético. As variáveis z e x são as coordenadas transversal (altura em relação ao solo) e longitudinal (na direção de propagação), respectivamente; n é índice de refração e $k_0 = 2\pi/\lambda$ é o número de onda no espaço livre.

A equação (3.1) aplica-se muito bem em meios com baixo contraste de índice de refração, como os analisados neste trabalho. Para análise de meios com alto contraste e/ou variação abrupta, são necessárias formulações semivetoriais ou vetoriais [30]. Para propagação em ângulos próximos ao eixo x , direção paraxial, é utilizada a equação reduzida (3.2),

$$u(x, z) = e^{-jk_0 z} \varphi(x, z), \quad (3.2)$$

que denota a amplitude da onda. A equação de onda escalar em termos de u é dada pela equação (3.3),

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2jk_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2 - 1)u = 0. \quad (3.3)$$

que pode ser fatorada formalmente resultando na equação (3.4),

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x} + jk(1 - Q)\right\}\left\{\frac{\partial}{\partial x} + jk(1 + Q)\right\}u = 0 \quad (3.4)$$

onde o operador pseudodiferencial Q é definido pela equação (3.5).

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z)} \quad (3.5)$$

O operador pseudodiferencial é construído de derivadas parciais e funções ordinárias das variáveis. Uma estrutura matemática formal é requerida para dar um significado preciso ao símbolo raiz quadrada na expressão de Q . A raiz quadrada corresponde a uma composição de operadores, no sentido de que $Q(Q(u))$, definida pela equação (3.6) [21],

$$Q(Q(u)) = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + n^2 u \quad (3.6)$$

precisa ser satisfeita para todas as funções u em certa classe. A construção do símbolo apropriado do operador raiz quadrada está associada à classe de função u sobre a qual é aplicado o operador, e este, por sua vez, depende das condições de contorno da equação diferencial parcial dada pela equação (3.3).

Separando os termos da equação (3.4), obtemos duas pseudoequações diferenciais resultantes, descritas por (3.7) e (3.8).

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -jk(1 - Q)u \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -jk(1 + Q)u \quad (3.8)$$

A equação (3.7) corresponde à equação parabólica que propaga para frente e a equação (3.8) corresponde à equação parabólica em sentido contrário.

Em um meio, independente da distância, a solução de apenas uma das equações, (3.7) ou (3.8), irá satisfazer automaticamente a equação de onda reduzida original (3.3). Contudo, essa não é uma solução geral correspondente ao campo

eletromagnético real. Por exemplo, a solução da equação parabólica que propaga para frente negligencia o campo que propaga em sentido contrário.

A fim de obter a solução exata da equação (3.3), as equações (3.7) e (3.8) são resolvidas simultaneamente no sistema de equações completo (3.9).

A aproximação feita para resolver cada termo separadamente é uma aproximação paraxial: por exemplo, para a equação parabólica da onda que propaga para frente, a solução considera a energia propagando em um cone paraxial centrado na direção positiva de x , e, para onda que propaga em sentido contrário, na direção negativa de x .

$$\begin{cases} u = u_+ + u_- \\ \frac{\partial u_+}{\partial x} = -jk(1 - Q)u_+ \\ \frac{\partial u_-}{\partial x} = -jk(1 + Q)u_- \end{cases} \quad (3.9)$$

As equações (3.7) e (3.8) são pseudodiferenciais de 1ª ordem em x . Elas podem ser resolvidas por técnica de avanço, dado o campo em uma posição vertical inicial e as condições de contorno inferior e superior do domínio.

Alguns modelos de propagação consideram a propagação nos dois caminhos, ou seja, da onda que sai e da onda que volta de algum obstáculo, como em [5]. Entretanto, outros modelos consideram apenas a propagação de um caminho, ou seja, da onda que sai, como [4], [1].

Como visto em [1], quando o interesse é investigar as ondas que saem de uma antena transmissora e chegam a um receptor, a restrição de considerar somente as ondas que saem não compromete de forma significativa os resultados.

A equação parabólica que sai (3.7) tem como solução formal a equação (3.10).

$$u(x + \Delta x, z) = e^{jk\Delta x(-1+Q)}u(x, z) \quad (3.10)$$

A propagação para frente é obtida para uma distância, dado o campo da distância anterior e condições de contorno adequadas dos limites inferior e superior do

domínio; em outras palavras, a solução avança na distância. O ganho computacional é substancial comparado à equação de onda elíptica, que é de segunda ordem em ambas as coordenadas x e z e precisam ser resolvidas simultaneamente para todos os pontos de integração do domínio. Isso é ilustrado na Figura 3.1.

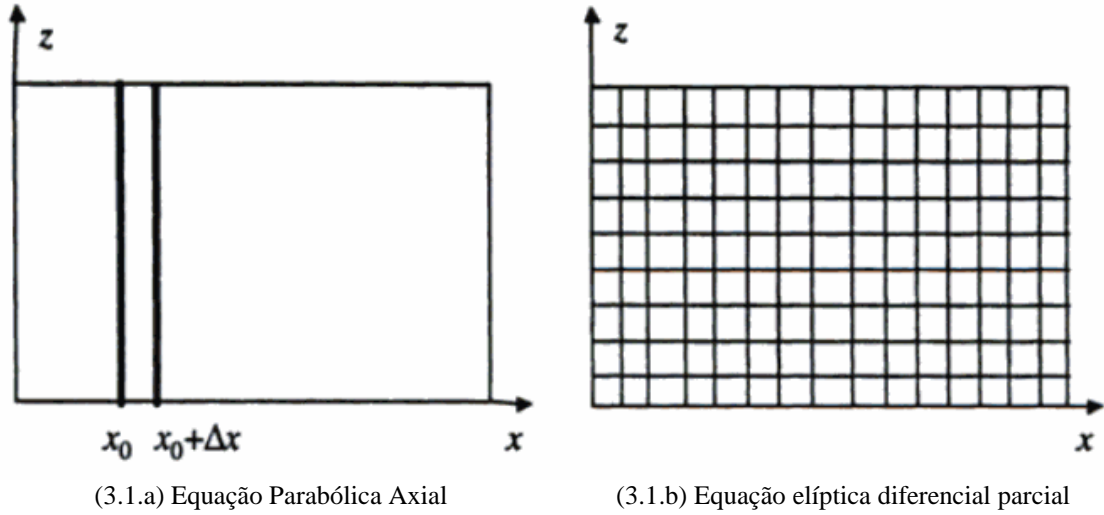


Figura 3.1 Solução da Equação Parabólica x Equação Elíptica

Ao fazer uma aproximação da equação (3.3), utilizando a expansão de Taylor, obtém-se a equação parabólica padrão (3.11).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(x, z) + 2jk_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, z) + k_0^2(n^2(x, z) - 1)u(x, z) = 0. \quad (3.11)$$

No vácuo, como n não varia com x e z , a equação parabólica padrão é escrita como na equação (3.12).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(x, z) + 2jk_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, z) = 0. \quad (3.12)$$

Para completar o cenário de propagação bidimensional, as condições de contorno transversal e longitudinal apropriadas são escolhidas. As condições de contorno transversais ao chão (ao longo de z) são descritas pela equação (3.13) [1],

$$\left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial z} + \alpha_2\right) u(z, x)|_{x=0} = 0 \quad (3.13)$$

onde α_1 e α_2 são constantes.

Para $\alpha_1 = \alpha_2$, resulta nas condições de contorno de Dirichlet (polarização horizontal) e Nedumann (polarização vertical), respectivamente, para superfície perfeitamente condutora de eletricidade. As condições de contorno tipo Cauchy são introduzidas com $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = jk_0\sqrt{\gamma - 1}$ e $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = jk_0\sqrt{\gamma - 1}/\gamma$ para a polarização horizontal e vertical, respectivamente. $\gamma = \varepsilon_r + j60\sigma\lambda$ é a constante dielétrica complexa em termos da permissividade relativa ε_r e da condutividade σ do chão para a distância x . Como as ondas de propagação tendem a ir ao infinito ou são dobradas para baixo por causa das variações da refratividade, uma função janela, (Hanning e Hamming) pode ser aplicada ao perfil campo vertical acima da altura selecionada para cada faixa, a fim de eliminar os efeitos de reflexão. A condição de contorno da radiação ao longo de x é determinada pela equação (3.14).

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x} - jk_0\right\} u(x, z)|_{x \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (3.14)$$

Técnicas de transformada de Fourier proporcionam poderosas soluções para algumas equações diferenciais. Para isso, é definida, no domínio espectral, a variável transformada $\rho = k \cdot \sin(\theta)$, onde k é o número de onda e θ é o ângulo de propagação com a horizontal. O princípio dessas técnicas é resolver a equação no domínio espectral mais simples, e depois voltar para o domínio original pela transformada inversa. A transformada de Fourier, denotada por F , de uma função suficientemente bem comportada $u(x, z)$ em relação à altura z , é definida pela equação (3.15),

$$U(x, \rho) = F\{u(x, z)\} = \int_{-Z_{max}}^{Z_{max}} u(x, z) e^{-2j\rho z} dz \quad (3.15)$$

e a transformada inversa de Fourier, denotada por F^{-1} da função transformada $U(x, \rho)$, é definida pela equação (3.16).

$$u(x, z) = F^{-1}\{U(x, \rho)\} = \int_{-\rho_{max}}^{\rho_{max}} U(x, \rho) e^{2j\rho z} d\rho. \quad (3.16)$$

As transformadas são escritas de forma contínua, mas com limites de integração correspondentes a limites de faixa das variáveis z e ρ (uma vez que na realidade se usa a transformada rápida de Fourier, através da FFT). Os limites z_{max} e ρ_{max} são determinados pelo critério de Nyquist, $z_{max} \cdot \rho_{max} = \pi N$, sendo N o tamanho da transformada [20].

Aplicando a propriedade da transformada de Fourier $F(\partial u / \partial x) = \partial(Fu) / \partial x$ em (3.12), resulta na equação (3.17),

$$-4\pi^2 \rho^2 U(x, \rho) + 2jk \frac{\partial U}{\partial x}(x, \rho) = 0, \quad (3.17)$$

uma equação diferencial ordinária que pode ser resolvida de forma fechada, resultando na equação (3.18).

$$U(x, p) = e^{-\frac{2j\pi^2 p^2 x}{k}} U(0, p). \quad (3.18)$$

O campo no domínio original é obtido pela transformada inversa de (3.18), como visto na equação (3.19).

$$u(x, z) = F^{-1} \left\{ e^{-\frac{2j\pi^2 p^2 x}{k}} F\{u(0, z)\} \right\}. \quad (3.19)$$

O campo para $x = 0$, próximo à antena, no domínio espectral $U(0, p)$, é obtido diretamente do diagrama de radiação da antena. O campo distante forma um par de transformada de Fourier com o diagrama de radiação da antena.

O método de Equações Parabólicas converte o problema de propagação na troposfera em um problema de um valor inicial que pode ser resolvido, empregando métodos numéricos, avançando com a distância em conjunto com as condições de contorno apropriadas.

3.2 ALGORITMOS PARA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES PARABÓLICAS

Os principais algoritmos utilizados para resolver Equações Parabólicas são o Divisor de Passos de Fourier, o das Diferenças Finitas e o dos Elementos Finitos. Esses algoritmos são apresentados nas próximas subseções.

3.1.1 Divisor de Passos de Fourier

O eficiente algoritmo do divisor de passos de Fourier para solução de equações parabólicas foi desenvolvido em 1973 por Hardin e Tapert [3]. Ele passou a ser utilizado intensamente nas pesquisas de modelos de propagação na troposfera e continua sendo como visto em [1, 2, 4-6]. A grande utilização desse algoritmo é devido a sua eficiência na solução numérica.

A técnica do Divisor de Passos de Fourier substituiu o problema original de propagação por uma sequência de telas de fases. Para essa análise, a discussão é limitada a casos de ângulos estreitos, partindo de uma equação parabólica padrão [21].

A implementação da solução numérica do Divisor de Passos de Fourier depende de que as condições de contornos sejam satisfeitas para a parte inferior e superior do domínio de propagação. É considerado o caso em que o campo é zero na parte inferior do domínio, que no momento será considerado plano. A solução é implementada com a transformada seno discreta de Fourier.

Iniciaremos reformulando a equação parabólica padrão (3.11) na equação (3.20).

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{jk}{2} \left\{ \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (n^2(x, z) - 1) \right\} u \quad (3.20)$$

Essa equação é vista como uma equação diferencial ordinária em relação à distância.

Se a transformada de Fourier for aplicada em relação à altura z , o termo que envolve a convolução da transformada de Fourier do perfil do índice de refração desaparece e não haverá mais lacunas na solução simples. Assim, é necessário

encontrar uma forma de considerar separadamente a ação do termo do índice de refatividade.

Assumindo que a refatividade não depende da distância, a solução pode ser formalmente expressa pela equação (3,21),

$$u(x + \Delta x, z) = e^{\delta(A+B)} \cdot u(x, z) \quad (3.21)$$

onde,

$$A = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.22)$$

$$B = n^2(z) - 1 \quad (3.23)$$

$$\delta = \frac{jk\Delta x}{2} \quad (3.24)$$

O objetivo estará alcançado se pudermos separar os dois termos do expoente e escrever a exponencial como um produto de fatores contendo somente A e B. De fato, a ação de fatores em A pode ser expressa eficientemente em termos da transformada de Fourier, enquanto fatores em B agem por simples multiplicação. A separação simplista é dada pela equação (3.25).

$$S_1 = e^{\delta B} e^{\delta A} \quad (3.25)$$

Essa separação não é exata para meios não homogêneos porque os dois termos operadores do expoente não atendem à propriedade da comutação a menos que o índice de refatividade seja constante. Se o índice de refatividade depende da altura z, então é válida a inequação (3.26).

$$\frac{\partial^2 \{(n^2 - 1)u\}}{\partial z^2} \neq (n^2 - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.26)$$

Mas se as variações de do índice de refatividade com a altura são relativamente lentas, o erro introduzido pela separação do expoente é pequeno. Mais precisamente, podemos definir o comutador pela equação (3.27).

$$[A, B] = AB - BA \quad (3.27)$$

Da definição de A e B , chegamos à equação (3.28).

$$[A, B]u = -\frac{1}{2k^2} \left(\frac{\partial^2 n^2}{\partial z^2} u + 2 \frac{\partial n^2}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.28)$$

O erro E causado por esta separação é definido pela equação (3.29).

$$E = e^{\delta B} e^{\delta A} - e^{\delta(A+B)} \quad (3.29)$$

Se o exponencial for expandido usando a série de Taylor, o erro pode ser expresso como uma série em Δx . O termo dominante dado pela equação (3.30).

$$\varepsilon = \frac{k^2}{8} (\Delta x)^2 [A, B] \quad (3.30)$$

O erro é de segunda ordem no passo da distância. Da equação (3.28), percebe-se que ele também depende das variações do índice de refração com a altura.

Para essa separação, a solução do Divisor de Passos (Split-Step) para a distância $x + \Delta x$ é dada pela equação (3.31).

$$u(x + \Delta x, z) = e^{\delta B} \cdot \{e^{\delta A} \cdot u(x, z)\} \quad (3.31)$$

$$u(x, z) = F^{-1} \left\{ F \left\{ e^{-\frac{2j\pi^2 p^2 x}{k}} u(0, z) \right\} \right\}. \quad (3.32)$$

Aplicando a transformada de Fourier na equação parabólica padrão (3.11), obtém-se a equação (3.33),

$$-4\pi^2 \rho^2 U(x, \rho) + 2jk \frac{\partial U}{\partial x}(x, \rho) = 0, \quad (3.33)$$

cujas soluções são a equação (3.34),

$$U(x, \rho) = e^{-\frac{2j\pi^2 \rho^2 x}{k}} U(0, \rho). \quad (3.34)$$

onde

$\rho = k \cdot \text{sen}(\theta)$ é a variável transformada para o domínio espectral

k é o número de onda

θ é o ângulo de propagação com a horizontal,

O campo no domínio original é obtido pela transformada inversa.

O algoritmo Divisor de Passos de Fourier parte da origem e avança com passos Δx até atingir o alcance máximo desejado. Para cada passo, o campo é determinado ao longo da direção vertical e o perfil do campo é armazenado, como representado na Figura 3.2.

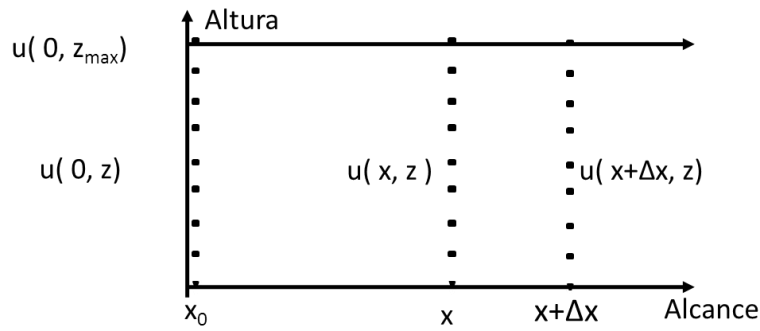


Figura 3.2 Perfis verticais do campo para cada passo horizontal da distância

O campo longe da antena é obtido pelo par de transformada de Fourier

$$u(z) \xleftrightarrow{F} U(\rho)$$

O campo para a distância $x + \Delta x$ é calculado pela equação (3.35).

$$u(x + \Delta x, z) = e^{jk(n^2-1)\Delta x/2} F^{-1} \left\{ e^{-j\rho^2 \Delta x/2k} F\{u(x, z)\} \right\}, \quad (3.35)$$

Como já mencionado, o campo na origem é obtido do diagrama de radiação da antena. No módulo propagação do aplicativo EP-AG apresentado no capítulo V, o diagrama de radiação da antena é especificado pelos parâmetros:

- altura da antena, z_0 ;

- largura do feixe, θ_{BW} ;
- o ângulo tilt, θ_{elev} .

A teoria da imagem é utilizada para satisfazer a condição de contorno de campo zero na superfície. Dessa forma, na origem e a uma altura z , o campo, no domínio espacial, é calculado pela equação (3.36).

$$\varphi(0, z) = A(z - z_0) - A^*(z + z_0) \quad (3.36)$$

O campo na origem é especificado no domínio espectral através do número de onda por:

$$U(0, \rho) = f(\rho)e^{-j\rho z_0} - f^*(\rho)e^{j\rho z_0} \quad (3.37)$$

O diagrama Gaussiano da antena é definido por

$$f(\rho) = e^{\left[\frac{-\rho^2 2 \ln 2}{4k \sin(\theta_{BW}/2)} \right]} \quad (3.38)$$

onde θ_{BW} é a largura de feixe.

A inclinação da antena, *tilt*, pode ser alterada de um ângulo θ_{elev} , substituindo

$$f(\rho) \text{ por } f(\rho - k \sin(\theta_{elev}))$$

3.1.1.1 Resultados Preliminares do módulo de Propagação do Aplicativo EP-AG, relativos ao tilt da antena e aos perfis verticais de campo.

Nesta seção são apresentados os contornos do campo obtidos do módulo propagação do Aplicativo EP-AG, descrito no capítulo V. O aplicativo utiliza um modelo de propagação baseado em Equação Parabólica com o Divisor de Passos de Fourier.

Para os resultados apresentados nesta sessão, o módulo de propagação do EP-AG foi executado com a configuração de terreno da Figura 3.3. Nessa configuração, o terreno tem alcance de 20 km, altura de 300 m e um obstáculo gume de faca de 150 m a 8 km da antena transmissora. O perfil de refratividade é padrão, a antena

transmissora está localizada a uma altura de 150 m e o transmissor opera na frequência de 100 MHz com largura de feixe de 1°.

Essa configuração é utilizada para analisar a influência do ângulo tilt e os perfis de refratividade.

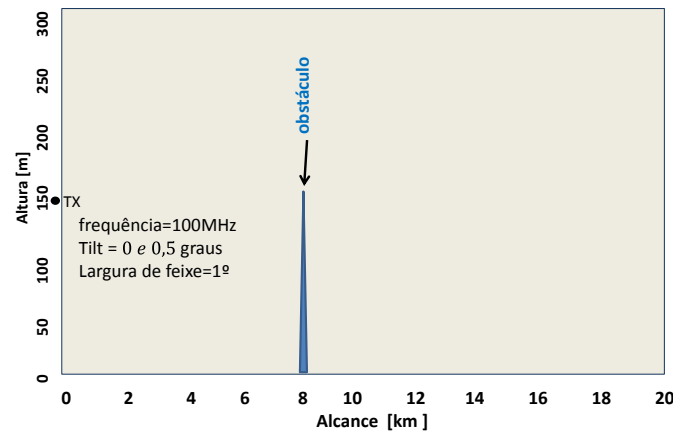


Figura 3.3 Configuração para análise da influência do ângulo tilt.

O contorno do campo elétrico para tilt de 0° pode ser visto na Figura 3.4. As Figuras de 3.5 a 3.8 mostram os perfis verticais do campo para o observador em diversas posições em relação ao obstáculo.

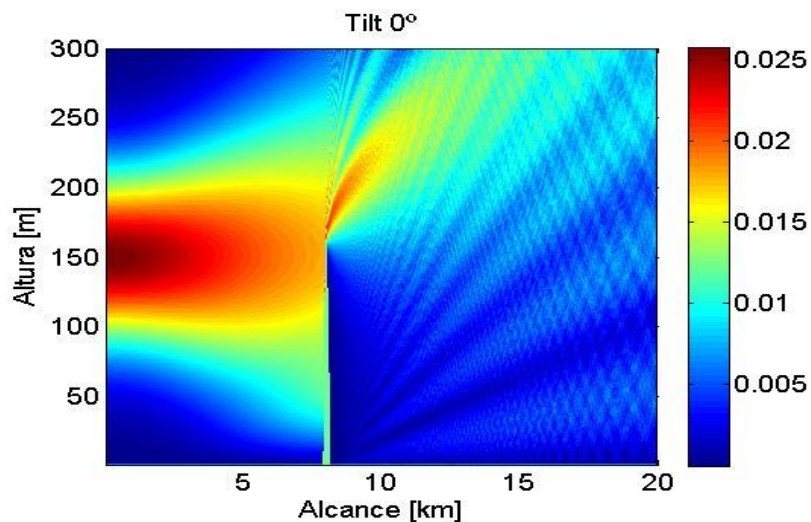


Figura 3.4 Contorno do campo para tilt de 0°

Analisando a Figura 3.4, verifica-se que para um observador antes do obstáculo, a 4 km da antena, o campo é intenso na altura da antena e diminui gradativamente à medida que ele se afasta para cima ou para baixo dessa altura. Esse efeito é ratificado pelo perfil vertical do campo da Figura 3.5.

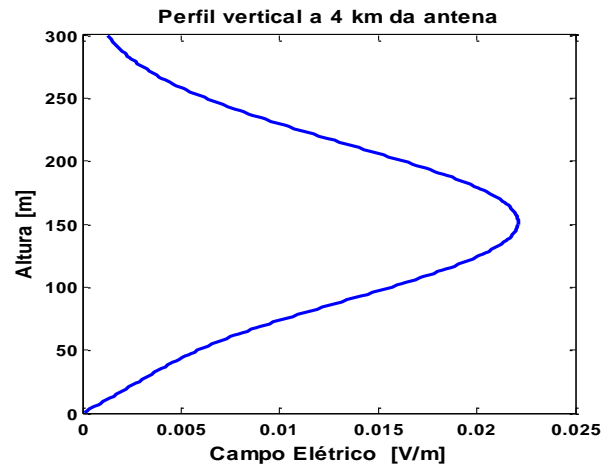


Figura 3.5 Perfil vertical do campo antes do obstáculo.

Já para o observador localizado na posição do obstáculo a 8 km da antena, o perfil vertical do campo é mostrado na Figura 3.6. Observa-se que o campo é nulo da superfície do terreno até a altura do obstáculo. Essa é uma condição inerente ao algoritmo utilizado. Logo acima do obstáculo, o campo assume o valor máximo, próximo ao campo máximo obtido da Figura 3.5 nessa mesma altura. A partir dessa altura, o campo vai decrescendo de forma oscilatória, e a oscilação diminui a amplitude a partir dos 220 m.

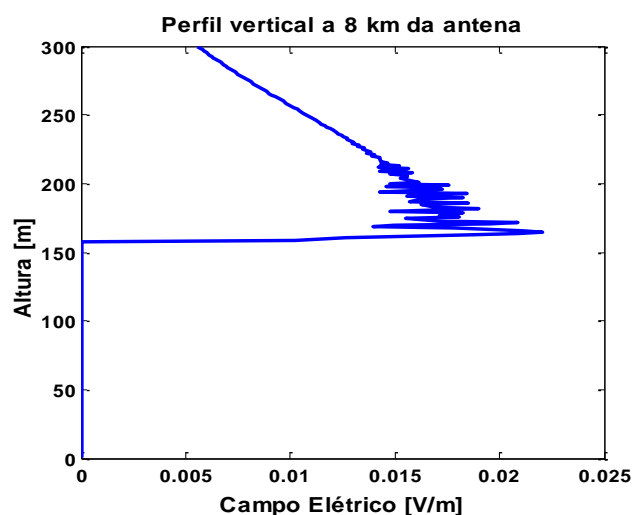


Figura 3.6 Perfil vertical do campo na distância do obstáculo.

Para o observador a 9 km da antena, ou seja, logo após o obstáculo o campo, é nulo na altura igual a zero e cresce com pequenas oscilações até a altura aproximadamente igual a 200 m, quando começa a decrescer.

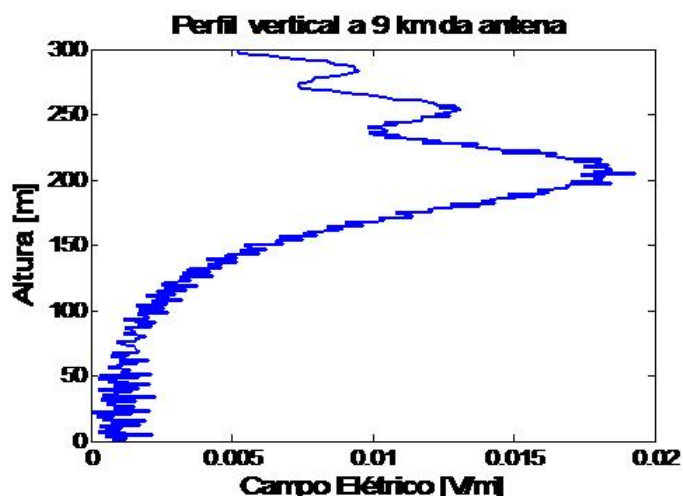


Figura 3.7 Perfil vertical do campo logo após o obstáculo.

Para o observador localizado bem depois do obstáculo, a 20 km da antena, o campo é nulo na altura igual a zero e cresce de forma oscilatória até altura máxima do perfil do terreno que é de 300m.

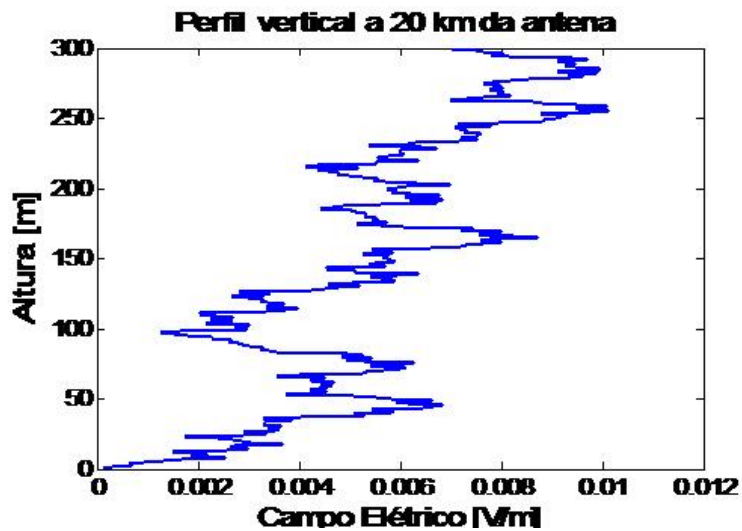


Figura 3.8 Perfil vertical do campo bem depois do obstáculo.

As Figuras 3.9 e 3.10 mostram os contornos do campo para a mesma configuração da Figura 3.3, com o tilt da antena ajustado para $+0,5^\circ$ e $-0,5^\circ$, respectivamente. Observa-se nitidamente que, para o tilt positivo, o feixe foi inclinado para cima e, para o tilt negativo, o feixe foi inclinado para baixo. Porém, nessas Figuras, 3.9 e 3.10, tem-se a impressão de que o ângulo tilt, em módulo, é bem maior que $0,5^\circ$. Essa falsa impressão ocorre porque nessas figuras a altura e o alcance estão em escalas diferentes. A escala da altura está em metros, enquanto a escala do alcance está em quilômetros.

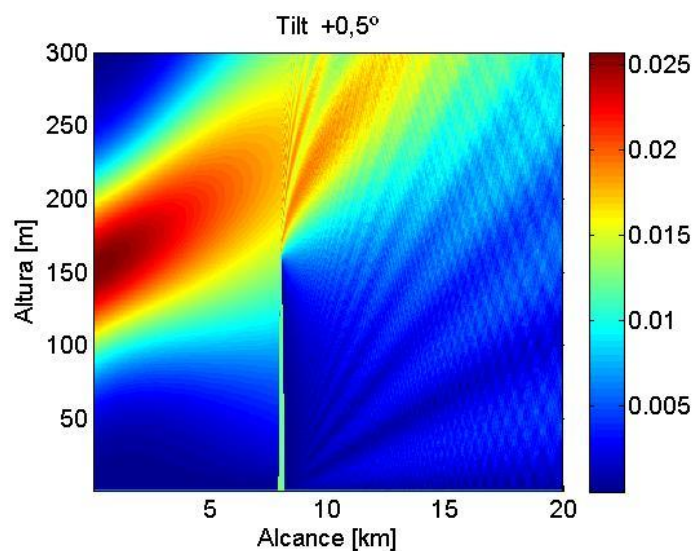


Figura 3.9 Contorno do campo para tilt de $+0,5^\circ$

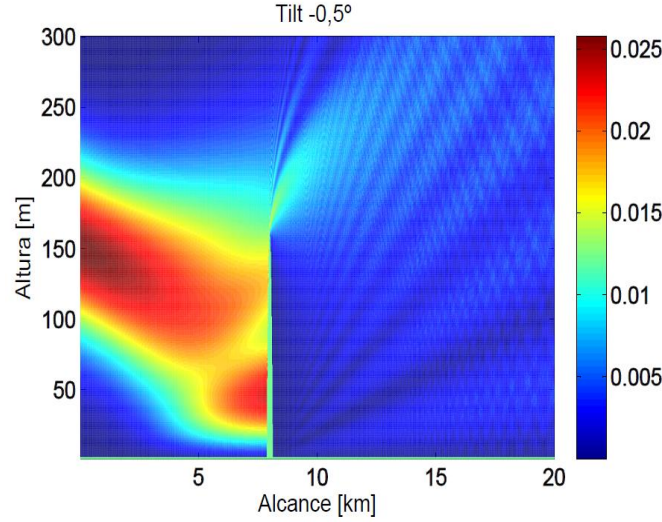


Figura 3.10 Contorno do campo para tilt de $-0,5^\circ$

3.1.2 Método das Diferenças Finitas

Para contornos complicados, o algoritmo do Divisor de Passos de Fourier não pode ser utilizado. Nesses casos, uma alternativa é a utilização do método das diferenças finitas.

O algoritmo das diferenças finitas é baseado no esquema implícito de diferenças finitas do tipo de Crank-Nicolson, que permite uma modelagem arbitrária das condições de contorno. É uma adaptação de técnicas que tem sido implementada na propagação de ondas acústicas embaixo d'água [21].

É assumido que o contorno inferior é horizontal, localizado em $z = 0$. Inicia-se definindo a grade de integração fixada da direção vertical, mas não com a distância, de forma que possa ser adaptada à forma do terreno.

Fazendo $z_j = j\Delta z$, com j variando de 0 a N , ser os pontos verticais da grade e x_0, \dots, x_m, \dots ser as sucessivas distâncias de integração. Para avançar a solução de x_{m-1} para x_m , é considerado o ponto médio

$$\xi = \frac{x_{m-1} + x_m}{2} \quad (3.39)$$

A ideia básica é escrever a expressão da diferença finita para a derivada parcial no ponto (ξ_m, z_j) , envolvendo apenas valores da função u para as esquinas dos retângulos adjacentes, como mostrado na Figura 3.11 [21].

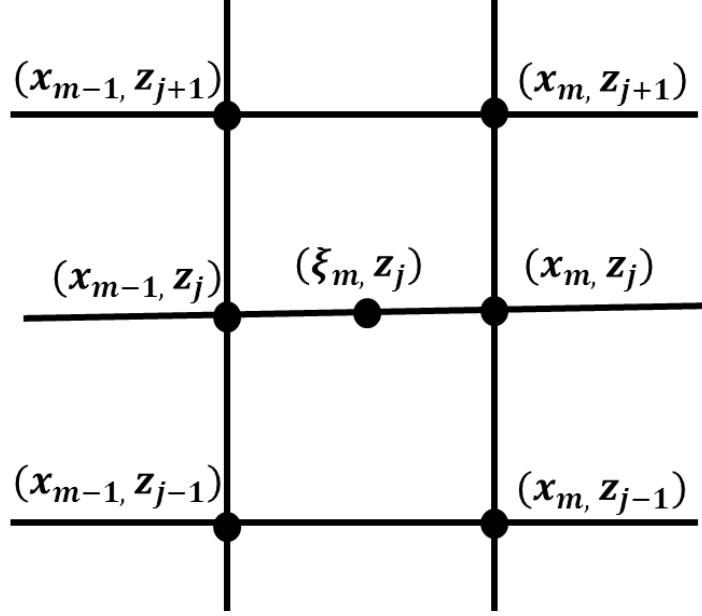


Figura 3.11 Grade das diferenças finitas para o esquema Crank-Nicolson

3.1.3 Métodos dos Elementos Finitos

O método dos Elementos Finitos (MEF) também tem sido utilizado no desenvolvimento de ferramentas de propagação baseadas em solução numérica de equações parabólicas. Inicialmente, os modelos baseados em Equação Parabólica com MEF, também foram aplicados em problemas de previsão de propagação acústica submarina [25]. Alguns modelos de propagação baseados em Equações Parabólicas com MEF têm aparecido na última década [26-28].

A solução de Equações Parabólicas com o Método de Elementos Finitos avançando longitudinalmente é construída multiplicando a equação (3.11) por uma função de teste ajustada, $v(z)$, considerando a condição de contorno da equação (3.13). Integrando de 0 a Z_{max} obtém-se a equação (3.40) [1].

$$\int_0^{Z_{max}} \left\{ \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + k_0^2 [n^2(z) - 1] u(x, z) + 2jk_0 \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} \right\} v(z) dz = 0 \quad (3.40)$$

Usando a regra de integração por partes,

$$\int_0^{Z_{max}} \left\{ -\frac{\partial u(x,z)}{\partial z} \frac{\partial v(z)}{\partial z} + k_0^2 [n^2(z) - 1] u(x,z) v(z) + 2jk_0 \frac{\partial u(x,z)}{\partial x} v(z) \right\} dz + \frac{\partial u(Z_{max})}{\partial z} v(Z_{max}) - \frac{\partial u(0)}{\partial z} v(0) = 0 \quad (3.41)$$

Os últimos dois termos da equação (3.41) devem ser levados em consideração, de acordo com as condições de contorno de Cauchy. Eles não têm contribuições para as condições de contorno homogêneas de Dirichlet e Neumann.

A ideia do MEF é dividir o domínio, no caso o perfil vertical $[0, Z_{max}]$, em subdomínios (chamados elementos) em que as funções de base são geralmente formadas com a ajuda de polinômios lineares de Lagrange

$$B_1^e(z) = \frac{z_2^e - z}{z_2^e - z_1^e}, \quad (3.42)$$

$$B_2^e(z) = \frac{z - z_1^e}{z_2^e - z_1^e}, \quad (3.43)$$

onde e representa os elementos entre os nós z_1^e e z_2^e . A função campo $(,)$ pode ser aproximada por $u_{ap}(x, z)$ para os pontos discretos da altura, como indicado na equação (3.44),

$$u_{ap}(x, z) = \sum_{e=1}^{n_e} \sum_{j=1}^2 c_j^e(x) B_j^e(z), \quad (3.44)$$

onde n_e é o número de elementos e $c_j^e(x)$ o coeficiente de funções não conhecidas.

Se a função teste é substituída por $B_m(z)$ para $m = 1, 2$, a equação (3.41) passa a ser calculada pela equação (3.45).

$$\sum_{e=1}^{n_e} \left\{ \sum_{j=1}^2 c_j^e \int_{z_1^e}^{z_2^e} \frac{\partial B_j^e}{\partial z} \frac{\partial B_m^e}{\partial z} dz - k_0^2 c_j^e \int_{z_1^e}^{z_2^e} [n^2(z) - 1] B_j^e B_m^e dz - 2ik_0 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial c_j^e}{\partial x} \int_{z_1^e}^{z_2^e} B_j^e B_m^e dz \right\} = 0 \quad (3.45)$$

A matriz para a equação (3.45) pode ser representada pela equação (3.46)

$$(K + L)c + M \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (3.46)$$

ou pela equação (3.47),

$$[K_{mj}^e + L_{mj}^e]\{c_j^e\} + [M_{mj}^e] \left\{ \frac{\partial c_j^e}{\partial x} \right\} = \{0\} \quad (3.47)$$

para $e = 1, \dots, n_e$, $m = 1, 2$ e $j = 1, 2$, onde:

$$K_{mj}^e = \int_{z_1^e}^{z_2^e} \frac{\partial B_j^e}{\partial z} \frac{\partial B_m^e}{\partial z} dz, \quad (3.48)$$

$$L_{mj}^e = k_0^2 \int_{z_1^e}^{z_2^e} [n^2(z) - 1] B_j^e B_m^e dz, \quad (3.49)$$

$$M_{mj}^e = -2ik_0 \int_{z_1^e}^{z_2^e} B_j^e B_m^e dz. \quad (3.50)$$

A matriz L é determinada a partir da refratividade. Por exemplo, se uma refratividade que diminui linearmente é considerada, tal como na equação (3.51),

$$n^2(z) = 1 - a_0 z \quad (3.51)$$

onde a_0 é uma constante positiva, essas matrizes elementares entre os nós z_1^e e z_2^e são obtidas pelas equações (3.52) e (3.53), respectivamente.

$$[K^e] = \frac{1}{h^e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$[L^e] = \frac{k_0^2 a_0 h^e}{12} \begin{bmatrix} 3z_1^e + z_2^e & z_1^e + z_2^e \\ z_1^e + z_2^e & z_1^e + 3z_2^e \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

$$[M^e] = -\frac{ik_0 h^e}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

onde $h^e = z_2^e - z_1^e$ mostra a largura da grade.

Usando a aproximação de Crank-Nicholson baseado no método melhorado de Euler para $k = 2, \dots, N_z$ [31],

$$c^k = c^{k+1} + \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial c^k}{\partial x} + \frac{\partial c^{k-1}}{\partial x} \right), \quad (3.55)$$

Multiplicando a equação (3.55) por M , e eliminando os termos derivativos pelo uso da equação diferencial na equação (3.46), obtêm-se as equações (3.56) a (3.58)

$$Mc^k = Mc^{k-1} + \frac{\Delta x}{2} M \left(\frac{\partial c^k}{\partial x} + \frac{\partial c^{k-1}}{\partial x} \right), \quad (3.56)$$

$$Mc^k = Mc^{k-1} - \frac{\Delta x}{2} (K + L)(c^k + c^{k+1}), \quad (3.57)$$

$$\left[M + (K + L) \frac{\Delta x}{2} \right] c^k = \left[M - (K + L) \frac{\Delta x}{2} \right] c^{k-1}, \quad (3.58)$$

As equações (3.57) e (3.58) produzem um sistema incondicionalmente estável com um erro de discretização de $O(\Delta x^2)$. Os coeficientes de campo inicial, c^1 em $x = 0$, são gerados a partir do padrão de antena Gaussiana especificado pela sua altura, largura de feixe e inclinação. Embora Crank-Nicholson proporcione uma solução rápida, deve-se notar que esse método apresenta desvantagens, uma vez que a oscilação ocorre para grandes valores de Δx .

3.3 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram descritos a obtenção do modelo de propagação baseado em Equações Parabólicas e os métodos de solução por Divisor de Passos de Fourier, das diferenças finitas e dos elementos finitos.

A Equação Parabólica é obtida da equação da onda escalar bidimensional de Helmholtz, considerando apenas o termo relativo à amplitude, a propagação na direção paraxial e o índice de refração constante. Fazendo essas considerações e a aproximação pela expansão de Taylor, obtém-se a equação parabólica padrão.

Geralmente, o índice de refração varia com distância x e a equação parabólica não é exata. Entretanto, desde que as variações do índice de refração mantenham-se lentas, tornando-se praticamente constantes em um pequeno intervalo de distância Δx , ela é uma ótima aproximação uma vez que a equação parabólica é resolvida para cada intervalo Δx e avança de intervalo em intervalo até atingir o destino desejado.

O módulo de propagação do aplicativo EP-AG resolve a Equação Parabólica utilizando o método do Divisor de Passos de Fourier. O campo inicial, na origem, é obtido diretamente do diagrama de radiação da antena.

Com o objetivo de resolver a equação no domínio espectral que é mais simples e depois voltar para o domínio espectral, utilizou-se o par de transformada de Fourier.

Capítulo IV Algoritmos Genéticos

4.1 INTRODUÇÃO

O projeto de sistemas de engenharia é um campo que requer, por um lado, conhecimento específico da área, como propagação de ondas, cálculo estrutural, mecânica dos fluidos etc.; por outro, técnicas capazes de tratar o grande número de possíveis soluções, trazendo à luz as poucas possíveis, que podem ser chamadas de ótimas. Essas técnicas são chamadas técnicas de otimização. À medida que avança a tecnologia, com o aumento da complexidade dos sistemas a serem projetados, torna-se cada vez mais importante o uso da otimização[8].

A otimização pode ser definida como um conjunto de procedimentos para se maximizar ou minimizar uma função, almejando-se a melhor solução para um problema.

Um problema de maximização é expresso pela equação (4.2), onde $f(x)$ é uma função $f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$, num espaço de busca $S \subseteq \mathcal{R}^n$ [32]. A busca, definida pela equação (4.1), encontra o valor máximo da função, e a otimização, definida pela equação (4.2), encontra o valor do parâmetro ou conjunto de parâmetros que levam a função ao valor máximo.

$$\text{Busca} \rightarrow \max(f(x)) | x \in S \quad (4.1)$$

$$\text{Otimização} \rightarrow x^* | f(x^*) \geq f(x), \forall x \in S \quad (4.2)$$

A minimização, geralmente, é convertida em um processo de maximização.

Em muitas aplicações, a função a ser otimizada pode ter múltiplos objetivos de otimização (MOO), alguns deles até conflitantes. Uma forma de resolver problemas de MOO é a soma ponderada das funções de todos os objetivos de otimização, produzindo uma função total a ser otimizada [33].

De acordo com as características dos problemas, os métodos de otimização podem ser divididos em dois grandes grupos: programação linear e programação não linear.

A programação linear (PL) tem como objetivo encontrar a solução ótima de problemas que sejam perfeitamente representados por um conjunto de equações lineares. O propósito da PL está em minimizar ou maximizar uma função linear, chamada função objetivo, respeitando-se um sistema linear de desigualdades denominadas restrições [34].

Para problemas que são descritos por sistemas de equações não lineares, utiliza-se a Programação Não Linear (PNL). Pode-se dividir a PNL em três grandes famílias de métodos: os determinísticos, os estocásticos e os enumerativos [34].

Os métodos determinísticos analíticos resolvem somente as equações das derivadas das funções igualadas a zero e são restritos a funções explicitamente conhecidas e diferenciáveis no espaço de busca. Já os métodos determinísticos numéricos usam a técnica simples ou gradiente em espaços de busca linear ou não linear, respectivamente, mas não são capazes de obter ótimos globais em funções multimodais e não se aplicam em funções não contínuas e/ou não diferenciáveis. Os métodos enumerativos procuram pontos ótimos em todo o espaço de busca. A ideia de procura dos métodos enumerativos (busca exaustiva ou força bruta) é muito simples. Estipula-se um universo finito de busca, discretiza-se esse espaço de modo a representar todas as possíveis soluções e verificam-se todos os pontos. É evidente que a implementação é muito simples de ser realizada, mas essa técnica torna-se inviável para problemas em que o universo de busca é muito grande. Além disso, uma discretização, por mais fina que seja, dificilmente cobrirá todos os pontos possíveis.

Os métodos estocásticos têm como principal característica a busca pelo ótimo, através de regras de probabilidade trabalhando de maneira “aleatória orientada”. Tais métodos utilizam apenas as informações contidas na função de otimização, não requerendo informações sobre suas derivadas ou possíveis descontinuidades.

Em eletromagnetismo, os problemas são geralmente complexos, não lineares, de difícil representação e derivação, e geralmente necessitam de métodos numéricos

para serem resolvidos. Por isso, ferramentas de programação não lineares estocásticas são as mais aptas para a otimização destes problemas [35].

Dentre os métodos estocásticos, os Algoritmos Genéticos vêm obtendo destaque devido a robustez, simplicidade de implementação e por não necessitar conhecer o comportamento do problema [33].

Os AGs possuem um processo criativo no qual as melhores soluções pertencentes a um conjunto de possíveis soluções do problema são selecionadas para os procedimentos de recombinação e mutação, que geram soluções novas e, provavelmente, melhores [36].

Os AGs simulam a evolução dos indivíduos da natureza. A teoria de Darwin propõe uma evolução gradual dos seres vivos, gerando proles diversas que competem pela sobrevivência, num processo de seleção natural. No entanto teorias evolutivas modernas propõem uma evolução não gradual, aos “saltos”. Os AGs, apesar de basear na teoria de Darwin, também têm apresentado essas teorias modernas. Enquanto estima-se que uma evolução do homem leve cem mil gerações [32], nos AGs um processo evolutivo pode saturar em apenas cinquenta– ou até mesmo cinco – gerações.

No processo natural da evolução, a maioria dos seres vivos superiores é formada por células diploides, isso é, com cromossomos aos pares, e o mapeamento genótipo-fenótipo é bastante complexo e com um vasto espaço de busca. Geralmente, nos AGs, os indivíduos têm células haploides, com um cromossomo de tamanho fixo e o espaço de busca é bem menor, com mapeamento genótipo-fenótipo fácil e direto.

4.2 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO

Os Algoritmos Genéticos podem ser definidos como métodos computacionais de busca baseados em mecanismo de evolução natural e genética. Em AGs, uma população de possíveis soluções para o problema em questão evolui de acordo com operadores probabilísticos concebidos a partir de metáforas biológicas, de modo que há uma tendência de que, na média, os indivíduos se tornem cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua [32].

Os otimizadores por AG, por serem versáteis, podem apresentar diferentes modelos, mas geralmente apresentam um fluxo semelhante de execução de tarefas que envolvem:

- Codificação dos parâmetros como genes;
- Criação de uma sequência de genes para formar um cromossomo;
- Gerar uma população inicial de possíveis soluções;
- Avaliar e atribuir valores à função de aptidão de todos os indivíduos da população;
- Realizar a reprodução através da seleção ponderada, tendo como peso a aptidão dos indivíduos, da recombinação e da mutação para produzir os indivíduos da próxima geração.

A Figura 4.1 mostra a sequência das tarefas executadas no AG simples, descritas nas próximas seções.

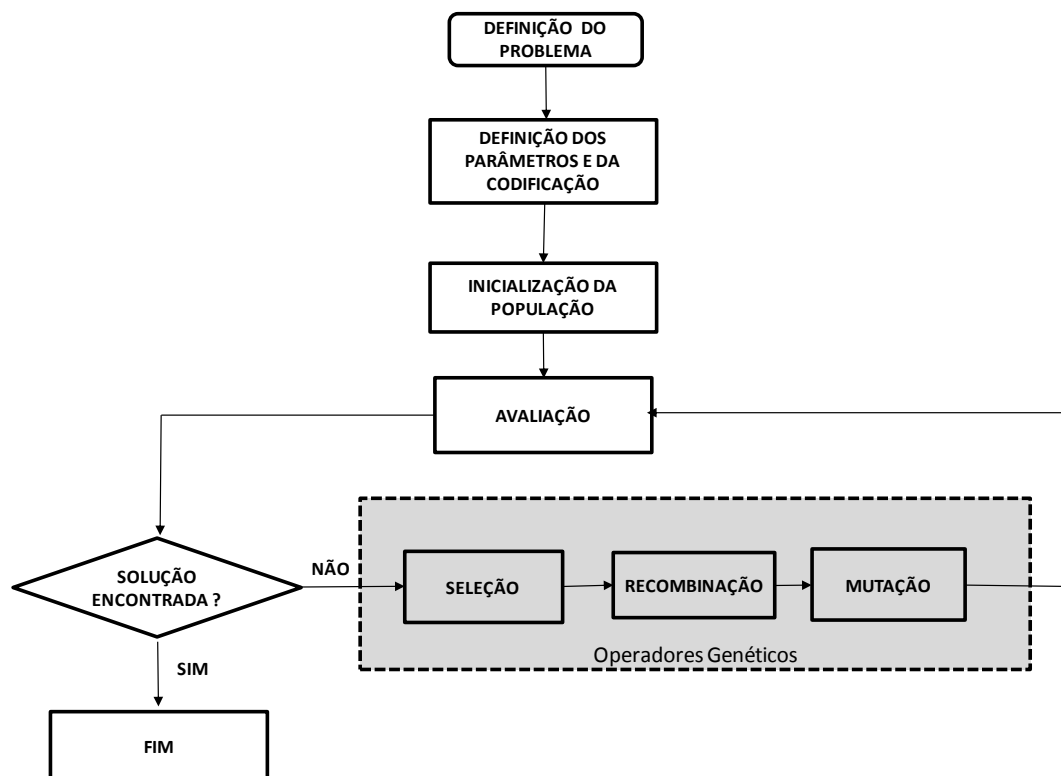


Figura 4.1 Fluxograma do funcionamento básico do AG Simples

4.2.1 Codificação

Na codificação, cada variável do problema é representada por uma sequência de símbolos (genes) que advêm de um alfabeto finito de opções (alelos), formando um cromossomo. Um ou mais cromossomos formam o indivíduo, caso o problema tenha uma ou mais variáveis, respectivamente.

A codificação a ser utilizada depende do tipo de problema e do que se deseja manipular geneticamente. As principais codificações utilizadas são a binária, a Gray e a real. Mas dependendo do tipo de problema pode apresentar codificação apropriada como a codificação por caminho, utilizada em problemas do tipo caixeiro viajante.

4.2.1.1 Codificação binária

A representação binária é simples, possui analogia direta com a genética natural, os cromossomos são fáceis de serem manipulados pelos operadores dos AGs e a transformação para um inteiro ou real também é fácil. Por essas razões, a codificação binária é a mais utilizada.

Qualquer que seja a representação empregada, ela deve ser capaz de representar todo o espaço de busca que se deseja investigar.

Como exemplo, deseja-se encontrar o máximo da função $f(x) = x^2$, sendo x um número inteiro no intervalo $[0,63]$. As soluções do problema são representadas através de um cromossomo de seis bits, como ilustrado na Figura 4.2.

C1 0 0 1 0 0 1 representa $x = 9$

C2 0 0 0 1 0 0 representa $x = 4$

Figura 4.2 Representação de um cromossomo de 6 bits

Um binário também pode representar um número real $X \in [X_{min}, X_{máx}]$, com precisão de p casas decimais. Para isso são necessários K bits, sendo K calculado pela equação (4.3):

$$2^k \geq (X_{max} - X_{min}) \times 10^p \quad (4.3)$$

A representação binária, entretanto, nem sempre pode ser empregada. O problema muitas vezes exige um alfabeto de representação com maior número de símbolos.

A codificação binária apresenta alguns problemas. Gera vetores muito extensos para representar indivíduos com alta precisão e o fenômeno conhecido como colina de Hamming, que consiste em grande diferença na cadeia de bits de dois números inteiros adjacentes. Uma alternativa para minimizar os efeitos da colina de Hamming é usar o código Gray.

4.2.1.2 Codificação Gray

Uma alternativa à codificação binária é o código Gray, que também utiliza o alfabeto de alelos 0 e 1, mas minimiza o efeito da colina de Hamming, uma vez que números inteiros consecutivos são representados por sequência que diferem de apenas um único “bit”.

Com a utilização do código Gray, uma pequena taxa de perturbação ajuda na convergência final dos AGs, enquanto que no binário poderia ampliar a região de exploração. Com isso, pode-se verificar que o código Gray favorece a precisão da solução, mas pode levar a um ótimo local. Já o código binário se torna mais “livre” para explorar novas regiões e localizar o ótimo global, mas o refinamento da solução torna-se mais difícil.

4.2.1.3 Codificação real

A representação por números reais (ponto flutuante) oferece melhor desempenho que a representação binária, pois não há necessidade de transformação decimal-binário-decimal para formar cromossomos e calcular a aptidão. A precisão não depende do número de bits do parâmetro. A codificação real também minimiza o fenômeno de Hamming.

Porém, a codificação real possui um espaço de busca infinito (contínuo), exigindo adaptações na codificação e tornando os processos de recombinação e mutação muito mais complexos.

4.2.2 Inicialização da População

A população inicial é criada aleatoriamente dentro dos limites estabelecidos para o espaço de busca. A população inicial pode ser semeada com bons cromossomos para uma evolução mais rápida, quando se conhece, a priori, o valor de boas “sementes”.

Geralmente o tamanho da população é fixo e, teoricamente, quanto maior o seu valor, mais rápido se obtém o valor ótimo.

4.2.3 Avaliação

Para resolver um problema real através da otimização, deve-se inicialmente modelá-lo matematicamente através de uma equação que contenha seus parâmetros – essa equação é denominada função objetivo. Às vezes, a função objetivo apresenta problemas que dificultam ou impossibilitam a execução dos AGs. Nesses casos, é necessário transformar a função objetivo em função aptidão, na qual os problemas estejam corrigidos. Também se deve tomar providências para que a função objetivo não retorne valores negativos e atenda as restrições impostas pelo problema de otimização.

Cada indivíduo da população é uma solução do problema e é necessário avaliar a aptidão desses indivíduos. A avaliação dessa aptidão, também chamada *fitness*, é feita através da função aptidão que representa o problema. A função aptidão é obtida a partir da função objetivo, que é uma expressão matemática direta do problema que se deseja resolver. Já a função aptidão é uma manipulação matemática da função objetivo, de modo que o resultado seja positivo e normalizado. Em muitos casos utiliza-se a função objetivo diretamente como função aptidão.

4.2.4 Operadores Genéticos

Através do operador de seleção é extraído da população um par de indivíduos genitores. No par genitor selecionado são aplicados os operadores cruzamento e mutação, com probabilidade p_{cross} e p_{mut} , respectivamente, gerando um par de indivíduos descendentes.

4.2.4.1 Seleção

A seleção dos indivíduos da população privilegia os indivíduos com melhores aptidões para a reprodução, gerando descendentes mais qualificados, implementando o mecanismo de sobrevivência dos mais aptos. Entretanto, a seleção não pode escolher apenas os indivíduos com melhores aptidões da população atual, uma vez que esses podem não estar próximos da solução ótima global. Portanto, deve-se manter alguma chance de indivíduos com baixa aptidão participarem do processo de reprodução, para garantir que os genes transportados por esses indivíduos não sejam prematuramente extintos da população.

Uma série de estratégias de seleção tem sido desenvolvida e utilizada para os Algoritmos Genéticos. Todas elas utilizam o valor da aptidão como parâmetro, ou seja, quanto maior esse valor, maior a probabilidade de ser selecionado.

Essas estratégias são geralmente classificadas como estocásticas ou determinísticas. Normalmente, a seleção resulta na escolha dos pais para participarem do processo de reprodução. As mais importantes e mais amplamente estratégias de seleção utilizadas serão discutidas nas próximas sessões.

4.2.4.1.1 Dizimação ou Corte

A mais simples das estratégias determinísticas é a dizimação da população. Em dizimação da população, os indivíduos são classificados em ordem decrescente dos valores de suas aptidões. Um valor arbitrário de aptidão mínima é escolhido como ponto de corte, e qualquer indivíduo com aptidão menor que o mínimo é removido da população. Os demais indivíduos são então utilizados para originar a nova geração através de emparelhamento ao acaso. O emparelhamento e aplicação de Operadores AG são repetidos até que a nova geração esteja completa.

A vantagem da seleção por dizimação está em sua simplicidade. É necessário apenas determinar quais indivíduos estão aptos a permanecer na população e, em seguida, fornecer um meio para emparelhamento aleatório dos indivíduos que sobreviveram ao processo de dizimação.

A desvantagem de dizimação da população é que uma vez um indivíduo tenha sido removido da população, qualquer característica original da população possuída por ele estará perdida. Essa perda de diversidade, embora seja uma consequência natural de todas as estratégias evolutivas bem-sucedidas, na dizimação acontece frequentemente, muito antes dos efeitos benéficos ou de uma característica única serem reconhecidos pelo processo evolutivo. Infelizmente, boas características podem não estar diretamente associadas às melhores aptidões nos primeiros estágios de evolução.

Quando uma característica é removida de uma população por seleção por dizimação, a única maneira de essa característica ser reintroduzida é através da mutação. Em termos genéticos, mutação é uma forma de adicionar material genético novo, ou características, mas é um mecanismo muito pobre para adicionar material genético específico. É melhor manter bons genes ou boas porções de genes sempre que possível.

São devido aos graves efeitos prejudiciais dessa perda prematura de características benéficas que as mais sofisticadas técnicas estocásticas de seleção foram desenvolvidas.

4.2.4.1.2 Seleção Proporcional ou Roleta

A seleção proporcional ou, como é conhecida, seleção por roleta, é o método estocástico mais popular de seleção. Na roleta os indivíduos da população são selecionados para reprodução baseados em uma probabilidade de seleção proporcional às suas aptidões relativas. Indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos. A probabilidade p_i de um indivíduo i ser selecionado é dada pela equação (4.4).

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (4.4)$$

A tabela 4.1 mostra uma população de quatro indivíduos com aptidões de 12, 6, 3 e 25 e suas respectivas probabilidades de serem selecionados.

O indivíduo 3, com aptidão igual a 3, tem apenas 7% de probabilidade de ser selecionado, enquanto o indivíduo 4, cuja aptidão é igual a 25, tem uma probabilidade de 54% de ser selecionado.

Tabela 4.1 População com 4 indivíduos

Indivíduo	Aptidão	Probabilidade
i	f_i	$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$
1	12	26%
2	6	13%
3	3	7%
4	25	54%
$\sum_{i=1}^N f_i$	46	100%

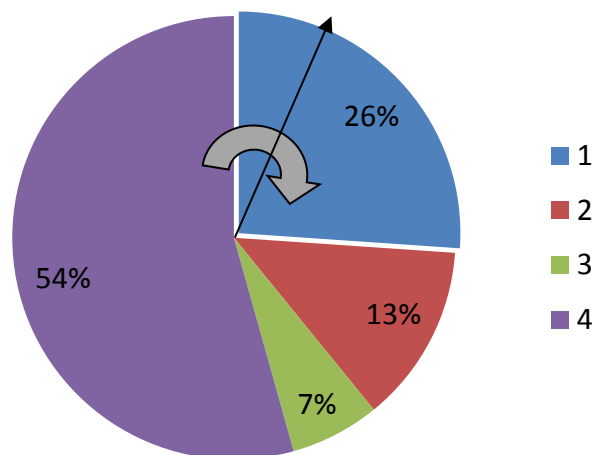


Figura 4.3 Representação gráfica da seleção por roleta para exemplo da Tabela 4.1

Graficamente a probabilidade de cada indivíduo ser selecionado é representada por uma fatia da roleta, como ilustrado na Figura 4.3.

4.2.4.1.3 Torneio

A segunda estratégia de seleção mais popular, e uma das mais eficazes, é a seleção por torneio [37]. Na seleção por torneio, uma subpopulação de N indivíduos é extraída aleatoriamente da população. Os indivíduos dessa subpopulação competem com base em suas aptidões. O indivíduo da subpopulação com maior aptidão ganha o torneio, e torna-se o indivíduo selecionado como genitor para a reprodução. Todos os membros da subpopulação são recolocados na população e o processo é repetido até que a nova geração esteja completa. A forma mais comumente utilizada na seleção por torneio é com subpopulação de dois indivíduos, ou seja, N é igual a dois.

Tanto a seleção por torneio como por roleta usam a reposição, de modo que os indivíduos possam participar de sorteios múltiplos. A seleção por torneio proporciona melhora na convergência nos estágios iniciais do processo e também um menor tempo de execução. A complexidade do tempo na seleção por roleta é $O(n^2)$, enquanto por torneio é $O(n)$ [37].

4.2.4.1.4 Normalização Linear

No método de seleção por normalização linear, os indivíduos são inicialmente ordenados de acordo com sua aptidão. A seguir, esses valores de aptidão são alterados de acordo com a posição relativa de cada indivíduo. Ao melhor indivíduo é assinalada uma aptidão de valor máximo (*máx*) e, ao pior, uma aptidão de valor mínimo (*mín*). Esses dois valores são determinados pelo usuário, mas a forma original deste método prevê que as condições $máx = 2 - mín$ e $mín \geq 0$ devam ser atendidas. Os demais indivíduos têm valores de aptidão linearmente distribuídos entre mínimo e máximo, de acordo com sua posição relativa na ordenação ($i = 1$ corresponde ao pior elemento)[38]. A aptidão do i -ésimo indivíduo, A_i , é determinada pela equação (4.5), onde N é o número de indivíduos da população.

$$A_i \equiv \min + \frac{(\max - \min)}{N - 1} \times (i - 1) \quad (4.5)$$

No exemplo da Tabela 4.2, o método reduz o domínio exercido por super indivíduos (cromossoma 6) e aumenta a pressão seletiva entre indivíduos com avaliação próxima (cromossomas 5, 4, 3, 2) em função da taxa de decremento,

Tabela 4.2: Exemplo de Seleção por Normalização Linear

CROMOSSOMAS	6	5	4	3	2	1
Avaliação Original	200	15	14	13	10	9
Aptidão (taxa=1)	100	99	98	97	96	95
Aptidão (taxa=20)	101	81	61	41	21	1

4.2.4. 1.5 Normalização Exponencial

O método de seleção por normalização exponencial diferencia-se da normalização linear pelo fato de as probabilidades de seleção de cada indivíduo seguirem uma função exponencial. Essa probabilidade é dada por:

$$p_i = \frac{C - 1}{C^N - 1} C^{N-1}; \quad i \in \{1, \dots, N\} \quad (4.6)$$

onde C determina o grau de ‘exponencialidade’ da função, podendo variar de 0 a 1.

Quanto mais próximo de 1, menor a ‘exponencialidade’. A intensidade de seleção é calculada aproximadamente pela equação (4.7):

$$I \approx \frac{\ln(k)}{-2,548 - 1,086\sqrt{k} + 0,4028 \ln(k)} \quad (4.7)$$

onde $k = C^N$. Através da característica de I em função de C , verifica-se que a pressão seletiva diminui à medida que C aumenta [38].

4.2.4.2 Recombinação (cruzamento)

A recombinação é considerada por muitos o operador que mais caracteriza os AGs. Após cada par de genitores ter sido escolhido da população, o operador de

recombinação provê troca do material genético entre esses genitores. Os descendentes serão diferentes de seus pais, mas com as características de ambos.

Os operadores de recombinação apresentam algumas variações que merecem destaque como: Cruzamento de Um Ponto, Cruzamento de Dois Pontos e Cruzamento Uniforme.

4.2.4.2.1 Cruzamento de Um Ponto

O operador cruzamento gera dois descendentes a partir de um par de genitores previamente selecionado. Muitas variações de cruzamento têm sido desenvolvidas. A mais simples delas é o cruzamento de um único ponto de corte. No cruzamento de ponto único, mostrado na Figura 4.4, um número p é gerado randomicamente tal que $0 < p < 1$. Se $p < p_{cross}$, onde p_{cross} é a taxa de cruzamento definida antes de o algoritmo ser executado, uma posição aleatória dos cromossomos é selecionada como ponto de corte.

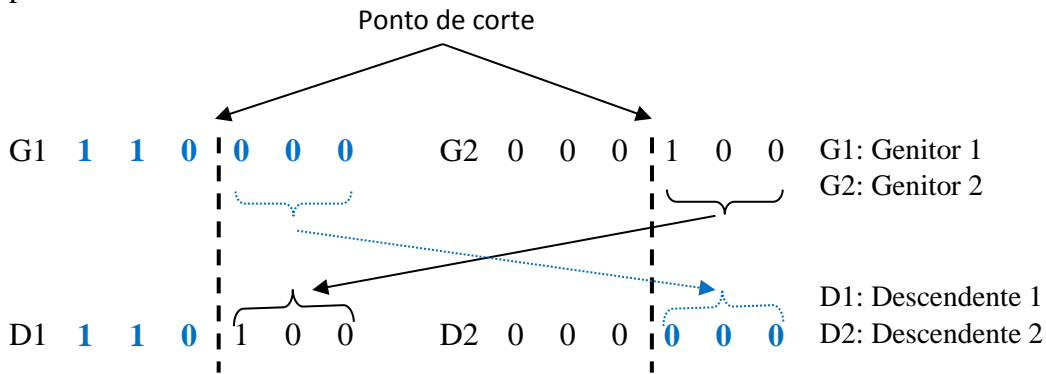


Figura 4.4 Representação do Cruzamento de um Ponto

A porção do cromossomo anterior ao ponto de corte é copiada do cromossomo do genitor 1 para o cromossomo do descendente 1 e do cromossomo do genitor 2 para o cromossomo do descendente 2.

A porção do cromossomo do genitor 1 após o ponto de corte é colocada na posição correspondente ao descendente 2 e a porção após o ponto de corte do cromossomo do genitor 2 é colocada na posição correspondente ao descendente 1.

Se $p > p_{cross}$, o cromossomo inteiro do genitor 1 é copiado no descendente 1; similarmente, o cromossomo inteiro do genitor 2 é copiado no descendente 2, ou seja, o cruzamento não é realizado.

D1 é um cromossoma mais apto que seus genitores, todavia D2 é um indivíduo medíocre (baixa avaliação em $f(x) = x^2$).

4.2.4.2.2 Cruzamento de Dois Pontos

O Cruzamento de Dois Pontos executa a recombinação de dois indivíduos a partir de dois pontos de corte escolhidos aleatoriamente. Este operador é capaz de combinar com posições fixas nas extremidades, como no exemplo da Figura 4.5.

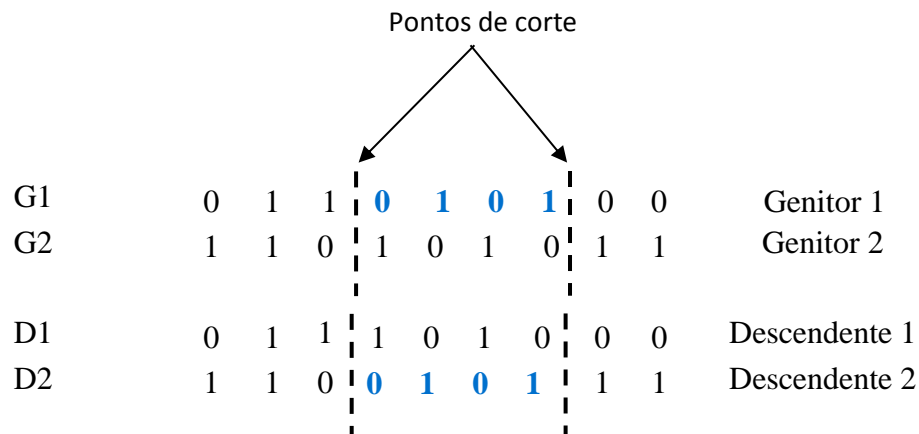


Figura 4.5 - Representação do cruzamento de dois pontos

4.2.4.2.3 Cruzamento Linear

O cruzamento linear, por sua vez, é capaz de recombinar quaisquer posições entre dois genitores. Este operador utiliza um padrão (palavra binária) escolhido aleatoriamente para designar de qual genitor cada um dos bits virá. Para o descendente 1, se o bit da posição correspondente na palavra padrão for 1, esse bit virá do genitor 1; caso contrário, do genitor 2. De maneira análoga, para o descendente 2, se o bit da posição correspondente na palavra padrão for 1, esse bit virá do genitor 2; caso contrário, do genitor 1.

Por exemplo:

Genitor 1	1	1	0	0	1	0	1
Genitor 2	0	1	1	1	1	1	0
Padrão	0	1	1	0	1	0	0
Descendente 1	0	1	0	1	1	1	0
Descendente 2	1	1	1	0	1	0	1

Figura 4.6 – Representação do cruzamento linear

O cruzamento linear apresenta um poder de destruição maior que o cruzamento de um ponto e o de dois pontos de corte.

4.2.4.3 Mutação

O operador mutação é fundamental porque garante que o AG não fique preso em um ótimo local, proporcionando a continuidade da diversidade genética da população. A mutação injeta novos cromossomos na população, permitindo ao AG que explore soluções fora dos limites definidos pela população atual.

Na mutação, um número p é gerado randomicamente, tal que $0 < p < 1$, se $p < p_{mut}$, uma posição da sequência que compõe o cromossomo é selecionada aleatoriamente e seu valor alterado. No caso de codificação binária, isso equivale a selecionar um bit da sequência de cromossomos e invertê-lo.

Geralmente, tem sido demonstrado que a mutação deve ocorrer com uma baixa probabilidade, geralmente na faixa de $0,01 < p_{mut} < 0,1$. A ação do operador de mutação é ilustrada na Figura 4.5.

Antes da Mutação	C1	1	1	1	1	0	0
Depois da Mutação	C1	1	1	1	1	0	1

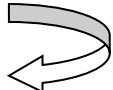


Figura 4.7 Operação mutação no bit da direita.

4.2.5 Formação de Nova Geração

Como consequência da seleção, recombinação e mutação, uma nova geração de indivíduos é criada e substitui a anterior. A nova população é avaliada e submetida aos operadores genéticos. Esse processo é desenvolvido iterativamente, esperando-se que a cada geração a qualidade média dos indivíduos aumente. Ao longo de um determinado número de gerações, é possível que soluções muito boas para o problema sejam geradas, ou mesmo que a melhor solução seja encontrada.

A formação de uma nova geração é baseada em técnicas de reprodução. Essas técnicas determinam o critério de substituição dos indivíduos de uma população para a próxima geração. Há basicamente os seguintes métodos:

1. Troca de toda população: a cada ciclo, N novos indivíduos são criados substituindo a população anterior: $N/2$ pares são escolhidos para o acasalamento, gerando N descendentes.
2. Troca de toda a população com elitismo: todos os cromossomas são substituídos, sendo o cromossoma mais apto da população corrente copiado na população seguinte.
3. Troca parcial da população (steady state): gera M indivíduos ($M < N$), que substituem os piores indivíduos da população corrente (o número de indivíduos substituídos também é conhecido como GAP). Técnica elitista que mantém população mais estática, permitindo, portanto, a utilização de operadores menos conservadores como o cruzamento uniforme.
4. Troca parcial da população (steady state) sem duplicados: semelhante ao anterior, sem permitir a presença de indivíduos duplicados, que são descartados da população. Garante, assim, o melhor aproveitamento do paralelismo intrínseco dos GAs (N pontos diferentes do espaço de busca sendo avaliados a cada ciclo). Todavia, implica em “overhead” para a detecção de duplicados e criação de novos indivíduos.

4.2.6 Critérios para Convergência

Os critérios de avaliação de convergência são utilizados para determinar se o algoritmo encontrou uma solução ótima, devendo encerrar o loop e apresentar os resultados. Os critérios de avaliação de convergência mais utilizados em AG são:

- Número máximo de gerações;
- Erro máximo admissível;
- Diversidade genética da população.

4.2.6.1 Número máximo de gerações

O critério mais simples e mais utilizado é o número máximo de gerações. Esse critério falha quando não se dá tempo suficiente ao algoritmo para investigar todo o universo de busca. Na grande maioria das aplicações, esse critério satisfaz e o algoritmo converge bem antes do número de gerações estipulado. Geralmente se estipula um número máximo de gerações entre 50 e 100.

4.2.6.2 Erro máximo admissível

Esse critério é utilizado quando a aptidão requerida é conhecida. Dessa forma, assim que os AGs encontrarem um indivíduo que proporcione um erro menor que o estipulado, finaliza-se o processo.

4.2.6.3 Diversidade genética da população

Se os indivíduos estão muito parecidos entre si, ou seja, se a avaliação da aptidão de cada indivíduo der resultados muito próximos, pode significar que eles estejam na mesma região. Isso caracteriza a presença de um máximo ou mínimo da função. Esse critério falha quando os AGs convergem para um mínimo local, ou seja, quando acontece convergência prematura.

4.2.6.4 Combinação de critérios

Uma metodologia inteligente para ser adotada é a utilização racional do critério número máximo de gerações com o da diversidade de gerações. Por exemplo, se, ao final do processo evolutivo, a diversidade genética ainda for elevada, pode-se permitir que o número de gerações seja estendido.

4.2.7 Avaliação de Desempenho do AG

Para a avaliação da evolução das aptidões dos indivíduos após cada geração, há algumas medidas de desempenho. As principais são:

- ***aptidão mínima*** é o menor valor das aptidões de todos os indivíduos da população em determinada geração;
- ***aptidão média*** é a média dos valores das aptidões de todos os indivíduos da população em determinada geração;
- ***aptidão máxima*** é o maior valor das aptidões de todos os indivíduos da população em determinada geração;
- ***curva de desempenho padrão*** é a curva contendo as aptidões média e máxima de cada geração;
- ***curva de desempenho acumulado*** é a curva contendo as aptidões média e máxima de todos os indivíduos gerados até uma determinada geração.

Nas curvas de desempenho, as aptidões média e máxima são calculadas após cada geração.

Com esses parâmetros devidamente representados em gráficos, é possível uma análise do que ocorreu durante a execução do algoritmo genético. Por exemplo, os valores das aptidões média e máxima muito próximos entre si indicam que o algoritmo convergiu para um determinado valor. Nesse caso, normalmente tem-se duas situações:

1. Um determinado número de indivíduos na população é substituído ou incluído e o algoritmo prossegue;
2. Considera-se que houve a convergência, o algoritmo é interrompido e os resultados são informados.

A diferença entre os valores dos parâmetros nas curvas de desempenho padrão e acumulado fornece uma medida da diversidade genética em cada geração. Quanto maior o valor da diferença, maior a diversidade genética.

Nos casos práticos em que o algoritmo genético tem sido utilizado, tem-se comprovado que ele é robusto e eficiente, principalmente na resolução de problemas de elevada complexidade, com grande número de combinações entre as variáveis envolvidas no problema. Além destas características, quando não há necessidade de solução ótima e, sim, de apenas uma solução satisfatória, esse método tem se destacado.

4.3 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentada a importância da otimização nos projetos de engenharia, bem como sua definição e classificação. Um estudo detalhado compreendendo a estrutura e o funcionamento do método de otimização Algoritmo Genético foi apresentado por ser esse o método de otimização utilizado no módulo de otimização do aplicativo EP-AG.

Capítulo V Aplicativo EP_AG

5.1 INTRODUÇÃO

O aplicativo Equações Parabólicas otimizadas por Algoritmo Genético - EP_AG apresentado neste trabalho é constituído de duas partes principais, uma relativa ao modelo de propagação e outra, ao mecanismo de otimização. A interface gráfica possui painéis com grupos de campos para entrada de parâmetros, visualização dos resultados, monitoramento do processo e uma área para apresentação de gráficos. Os parâmetros do AG inseridos pela interface são número de gerações, tamanho da população e taxas de cruzamento e mutação, enquanto os principais parâmetros inseridos para o modelo de propagação são altura máxima e alcance máximo do terreno, limites inferior e superior da frequência e da altura da antena, nome e caminho do arquivo com o perfil do terreno e o perfil de refratividade. Em um dos painéis da interface, é possível acompanhar a evolução do processamento em que é apresentado o número da geração atual, e, para cada indivíduo gerado, os valores da frequência, altura da antena e da aptidão. Também é visualizada a aptidão máxima e média da geração inicial e da última geração processada. Na Figura 5.1 pode ser vista a interface do aplicativo.

Outros parâmetros como largura de feixe e tilt da antena, tamanho do passo horizontal e número de pontos do perfil vertical do campo, são definidos no programa principal. O tamanho do passo horizontal, o número de pontos do perfil vertical do campo, a altura máxima e o alcance máximo definem a matriz de pontos de observação, na qual o campo elétrico será determinado. O número de linhas dessa matriz é igual ao número de pontos do perfil vertical e o número de colunas é igual à razão entre o alcance máximo e o tamanho do passo horizontal.

Como o AG é um algoritmo estocástico, ao ser executado várias vezes dificilmente apresentará o mesmo resultado. O aplicativo permite definir o número de vezes que o AG será executado e comparar os resultados apresentados.

A interface possui ainda uma área para apresentação de gráficos, como o contorno do campo e a curva de desempenho do AG.

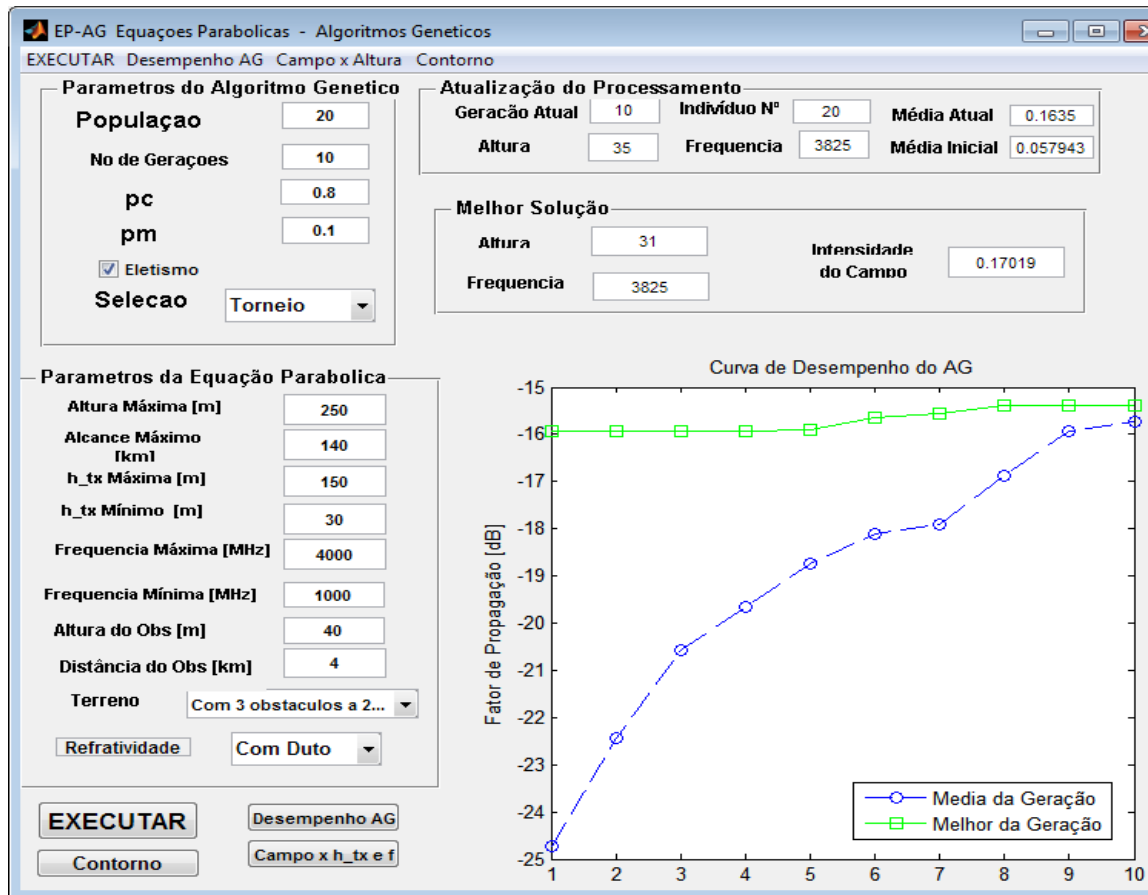


Figura 5.1. Interface Gráfica do Aplicativo EP-AG

5.2 Módulo de Propagação

A Equação Parabólica é resolvida pelo Divisor de Passos de Fourier. O algoritmo do Divisor de Passos de Fourier foi apresentado na Sessão 3.1.1. A seguir é apresentado o funcionamento desse algoritmo.

Com o objetivo de resolver a equação no domínio espectral, que é mais simples, e depois voltar para o domínio espacial, utiliza-se do par de transformada de Fourier.

Inicialmente, o campo na origem e no domínio espectral, $U(0, \rho)$, é obtido diretamente do diagrama de radiação da antena usando a teoria da imagem para

garantir a condição de contorno de campo nulo na superfície, como indicado na equação (5.1),

$$U(0, \rho) = f(\rho)e^{-j\rho z_0} - f^*(\rho)e^{j\rho z_0} \quad (5.1)$$

onde

$\rho = k \cdot \text{sen}(\theta)$ é a variável do domínio espectral, sendo k o número de onda e θ o ângulo de propagação com a horizontal;

$f(\rho)$ é o diagrama de radiação;

z_0 é a altura da antena.

O campo distante forma um par de transformada de Fourier com o diagrama de radiação da antena

O algoritmo Divisor de Passos de Fourier parte da origem e avança com passos Δx até atingir o alcance máximo desejado.

Como visto no capítulo III, o campo para a distância $x + \Delta x$ é calculado pela equação (3.34) e reescrita na equação (5.2).

$$u(x + \Delta x, z) = e^{jk(n^2-1)\Delta x/2} F^{-1} \left\{ e^{-jp^2 \Delta x/2k} F\{u(x, z)\} \right\} \quad (5.2)$$

Para cada passo horizontal, o campo é determinado ao longo da direção vertical e o perfil vertical do campo é armazenado, como ilustrado na Figura 5.2.

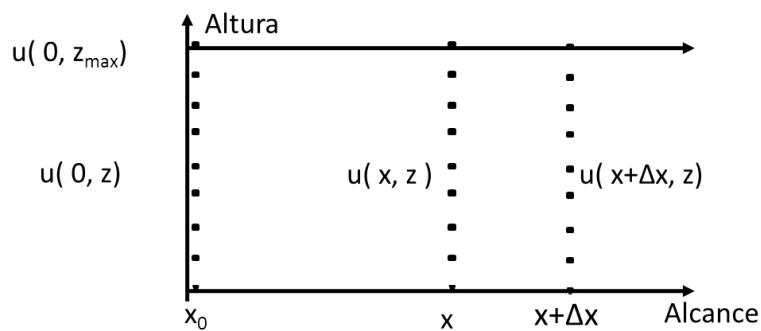


Figura 5.2 Perfis verticais do campo para cada passo horizontal da distância.

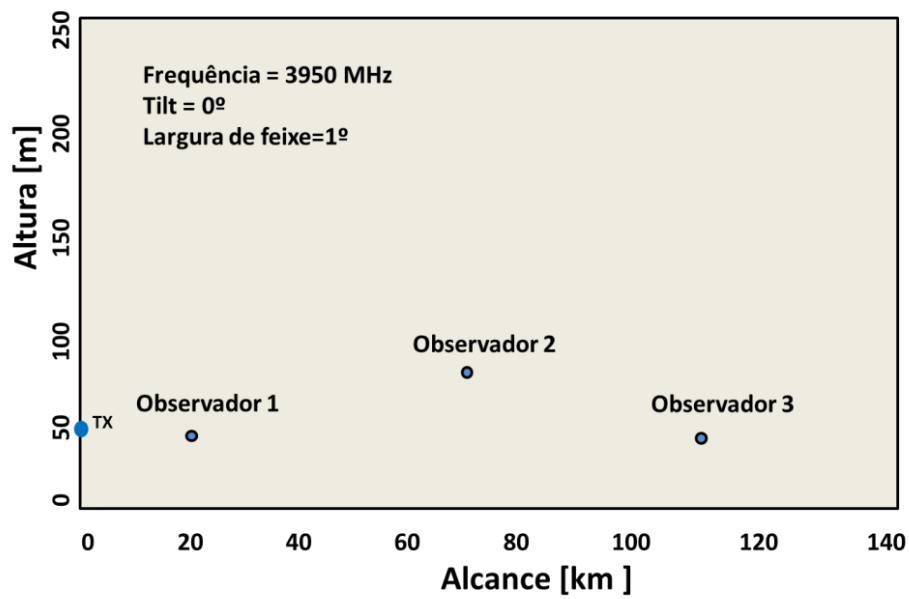
O aplicativo EP-AG permite configurar o número de perfis verticais e número de pontos de observação por perfil. Neste trabalho, O EP-AG foi configurado para mil perfis verticais, com 256 pontos de observação cada. Dessa forma, após cada execução do aplicativo, é gerada uma matriz 1000 x 256 com os valores de campo de todos os pontos de observação. O aplicativo permite plotar o contorno do campo para a área do terreno analisado convertendo os valores do campo de todos os pontos de observação, de acordo com uma legenda de cores.

Para analisar a influência dos obstáculos gume de faca e dos perfis de refratividade, o aplicativo EP-AG foi executado com duas configurações de terreno e dois perfis de refratividade.

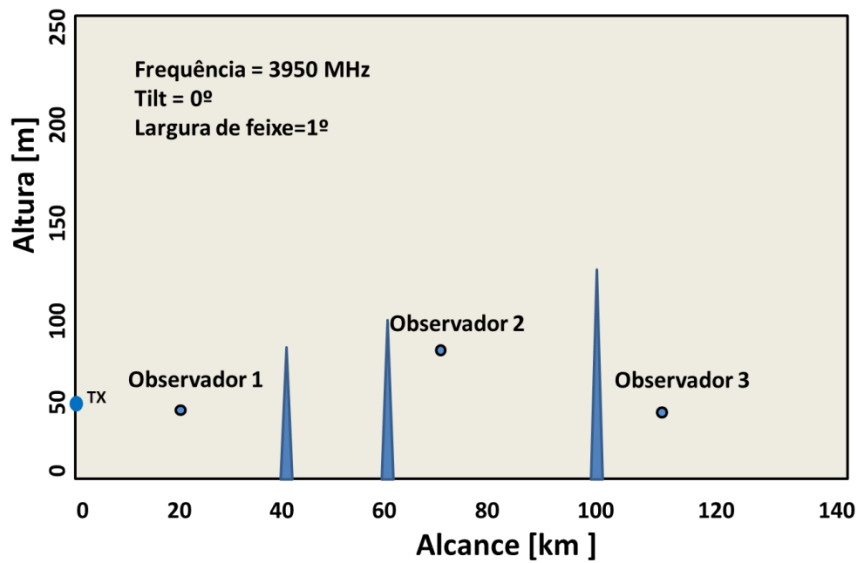
As configurações do terreno estão mostradas nas Figuras 5.3 (a) e (b). O perfil do terreno tem altura máxima de 250 m e alcance máximo de 140 km, largura de feixe fixada em 1° e o tilt em 0°. A frequência é de 3950 MHz e a antena está localizada a 50 m de altura. Na configuração da Figura 5.3(a), o terreno não possui obstáculos; na configuração da Figura 5.3(b), o terreno possui três obstáculos, localizados a 20, 60 e 100 km da origem, e com alturas de 80, 120 e 150 m, respectivamente.

Nessas configurações, são destacados três observadores:

- Observador 1: a 20 km de distância da antena, a uma altura de 50 m e localizado antes de todos os obstáculos;
- Observador 2: a 70 km de distância da antena, a uma altura de 80 m e localizado entre o 2° e 3° obstáculos;
- Observador 3: a 110 km de distância da antena, a uma altura de 50 m e localizado após todos os obstáculos.



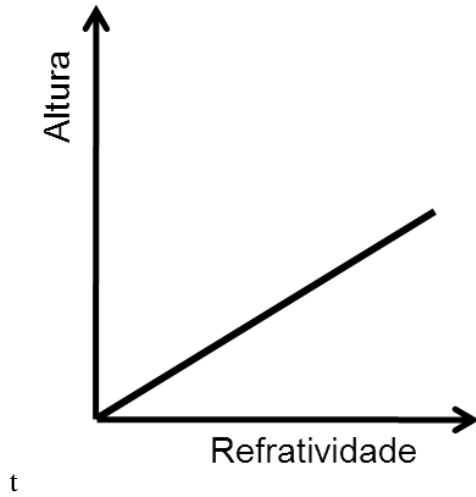
5.3 (a) Configuração sem obstáculos



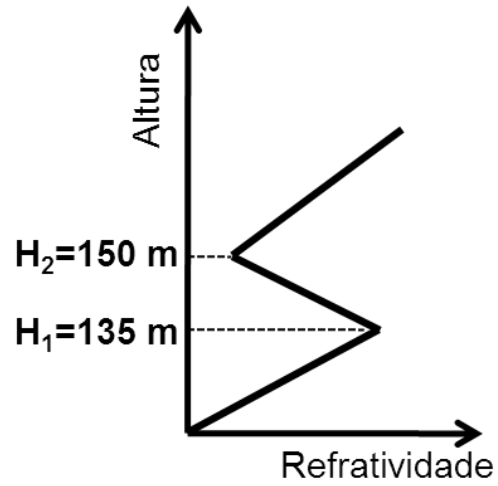
5.3 (b) Configuração com obstáculos

Figuras 5.3 Configurações do terreno para análise da influência dos obstáculos gume de faca.

Os perfis de refratividade são ilustrados nas Figuras 5.4 (a) e (b).



5.4 (a) Refratividade padrão



5.4 (b) Refratividade com duto de superfície.

Figuras 5.4 Perfis de Refratividade

O perfil de refratividade padrão da Figura 5.4 (a) é obtido pela equação (5.3)

$$n(h) = 1 + a_0 h \quad (5.3)$$

onde a_0 é o coeficiente de inclinação e h é a altura. Foi utilizado $a_0 = 0,118\text{m}^{-1}$.

O perfil de refratividade com duto de superfície da Figura 5.4 (b) é obtido pela equação (5.4),

$$n(h) = n_0 \cdot \begin{cases} 1 + a_0 h & h \leq H_1 \\ 1 + a_0 H_1 + b_0 h & H_1 < h \leq H_2 \\ 1 + a_0 H_1 + b_0 H_2 - a_0 h & h > H_2 \end{cases} \quad (5.4)$$

onde h é a altura, n_0 a refratividade na superfície da Terra e os coeficientes a_0 e b_0 são as inclinações dos gradientes de refratividade até H_1 e entre H_1 e H_2 , respectivamente [4].

Os contornos do campo elétrico para análise da influência dos obstáculos e dos perfis de refratividade, obtidos a partir das configurações de terreno das Figuras 5.3 (a) e (b), e dos perfis de refratividade das Figura 5.4 (a) e (b), estão ilustrados nas Figuras 5.5 a 5.8.

Para os três observadores destacados nas configurações, os valores estão explicitados na Tabela 5.1.

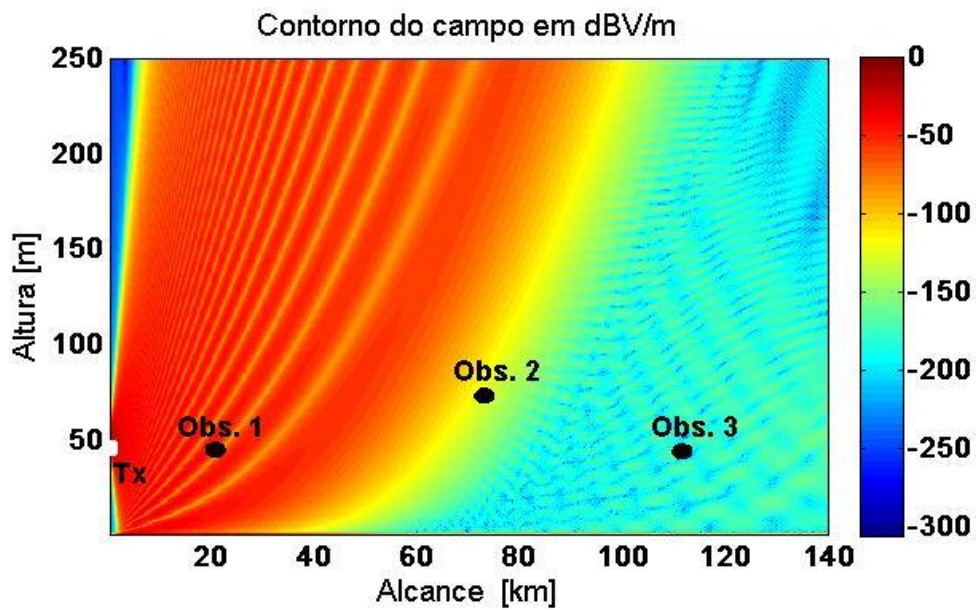


Figura 5.5 Contorno do campo para um perfil de terreno sem obstáculos e com refratividade padrão

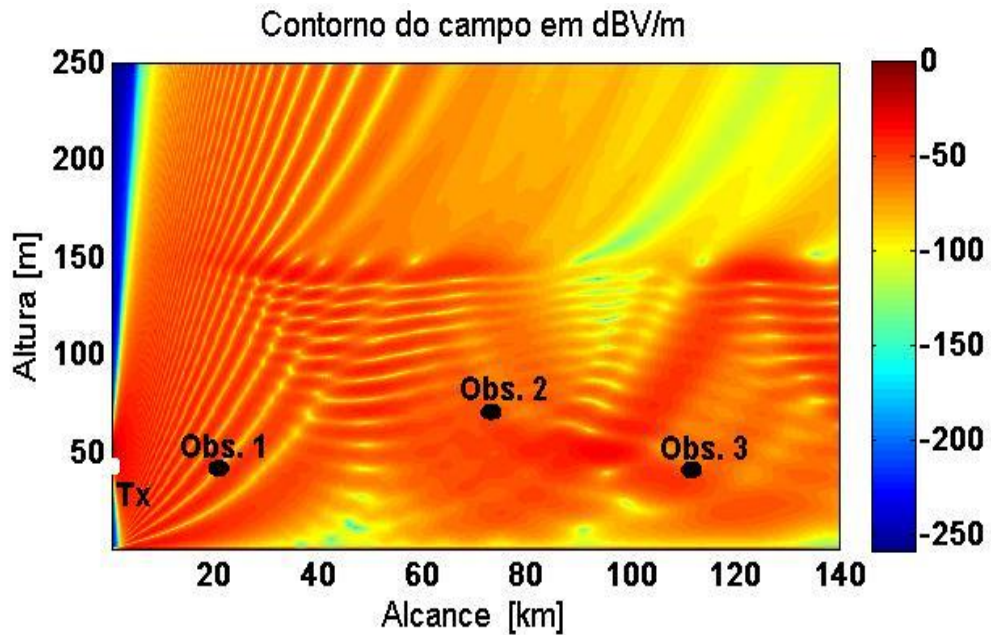


Figura 5.6 Contorno do campo para um perfil de terreno sem obstáculos e perfil de refratividade com duto de superfície

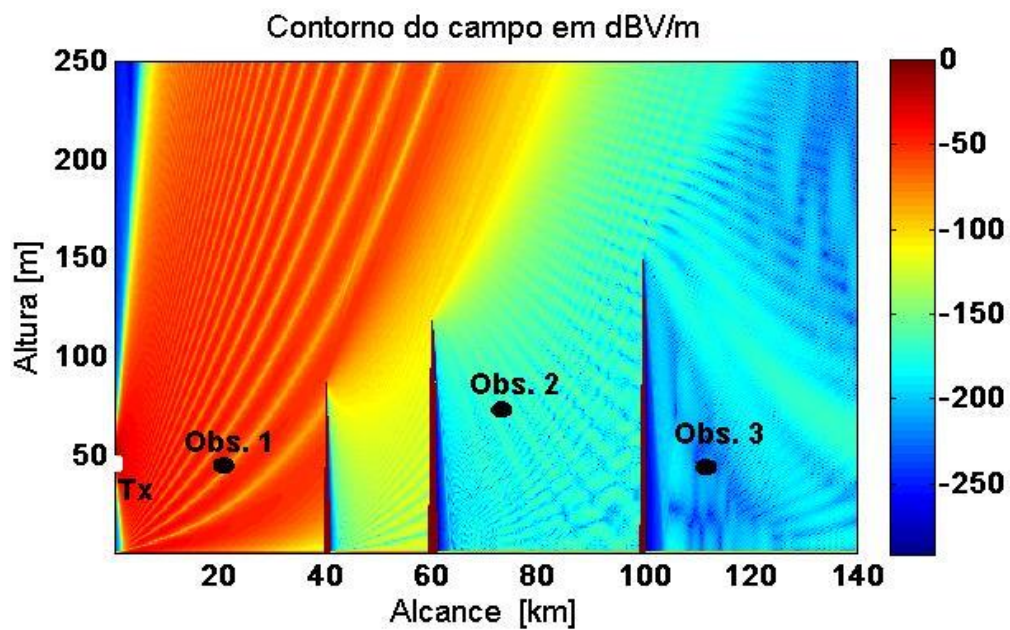


Figura 5.7 Contorno do campo para um perfil de terreno com obstáculos e perfil de refratividade padrão

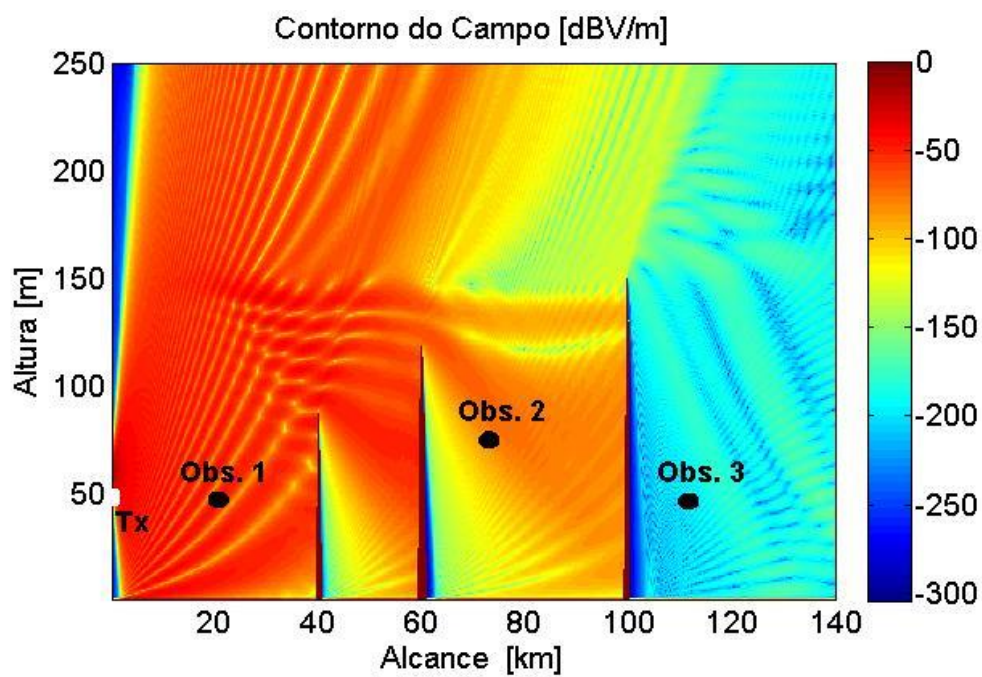


Figura 5.8. Contorno do campo para um perfil de terreno com obstáculos e perfil de refratividade com duto de superfície

Tabela 5.1: Campo elétrico dos pontos destacados na Figura 5.5

Presença de Obstáculos	Perfil de Refratividade	Observador 1 (dBV/m)	Observador 2 (dBV/m)	Observador 3 (dBV/m)
Não	Padrão	-19,34	-26,07	-27,81
Não	Duto	-24,49	-23,28	-25,55
Sim	Padrão	-19,34	-60,41	-74,48
Sim	Duto	-24,49	-49,88	-75,84

Analisando as Figuras de 5.5 a 5.8, e comparando os valores do campo apresentados na Tabela 5.1, pode ser observado que:

- no observador 1:
 - a presença dos obstáculos não altera o valor do campo, tanto na refratividade padrão como na com duto de superfície, uma vez que esse observador está localizado antes dos três obstáculos.
- no observador 2:
 - para a refratividade padrão, a presença dos obstáculos diminuiu o valor do campo em 34,34 dB;
 - para a refratividade com duto de superfície, a presença dos obstáculos diminuiu o valor do campo em 26,6 dB e o duto melhorou o campo em 7,74 dB. Isso ocorre porque o observador 2 está entre o 1º e o 2º obstáculos e o duto contorna o 1º obstáculo.
- no observador 3:
 - para a refratividade padrão, a presença dos obstáculos diminuiu o valor do campo em 46,67 dB.
 - para a refratividade com duto de superfície, a presença dos obstáculos diminuiu o valor do campo em 50,30 dB.
 - O duto não melhorou o valor do campo em relação ao perfil de refratividade padrão; ao contrário, o valor do campo diminuiu 3,63 dB. Esse fato se explica, pois o 3º observador está localizado após o 3º obstáculo, que bloqueia o campo, tanto com a refratividade padrão como a com duto de superfície.

5.3 MÓDULO DE OTIMIZAÇÃO

Esta sessão apresenta os procedimentos e resultados da redução do tempo de processamento pela utilização do AG em relação ao processamento pela Força Bruta, na obtenção dos valores ótimos dos parâmetros. Foram utilizadas duas configurações com características bem diferentes quanto às dimensões do terreno e ao tamanho do espaço de busca dos parâmetros. As configurações estão ilustradas nas Figuras 5.9 e 5.10. Também são evidenciadas as características aleatórias do AG.

5.3.1 Redução do tempo de processamento

Na configuração 01 da Figura 5.9, o perfil de terreno tem alcance máximo de 10 km, altura máxima de 120 m, tilt de 0°, largura de feixe de 1°. A faixa dos parâmetros a serem otimizados são de 100 a 2000 MHz para a frequência e de 30 a 100 m para a altura da antena. O terreno possui um obstáculo gume de faca de 50 m, localizado a 3 km da origem. O ponto de observação, onde o valor do campo é utilizado com métrica para o AG, está a 4 km da origem, a uma altura de 40 m.

Na configuração 02 da Figura 5.10, o perfil de terreno tem alcance máximo de 140 km, altura máxima de 300 m, tilt de 0°, largura de feixe de 1°. A faixa dos parâmetros a serem otimizados são de 1000 a 4000 MHz para a frequência e de 30 a 150 m para a altura da antena. O terreno possui três obstáculos gume de faca, localizados a 20, 60 e 100 km da origem e com alturas de 80, 120 e 150 m, respectivamente. Nessa configuração, o ponto de observação para o qual o campo é calculado, servindo de métrica para a aptidão dos indivíduos no AG, está a 70 km da origem e a uma altura de 80 m.

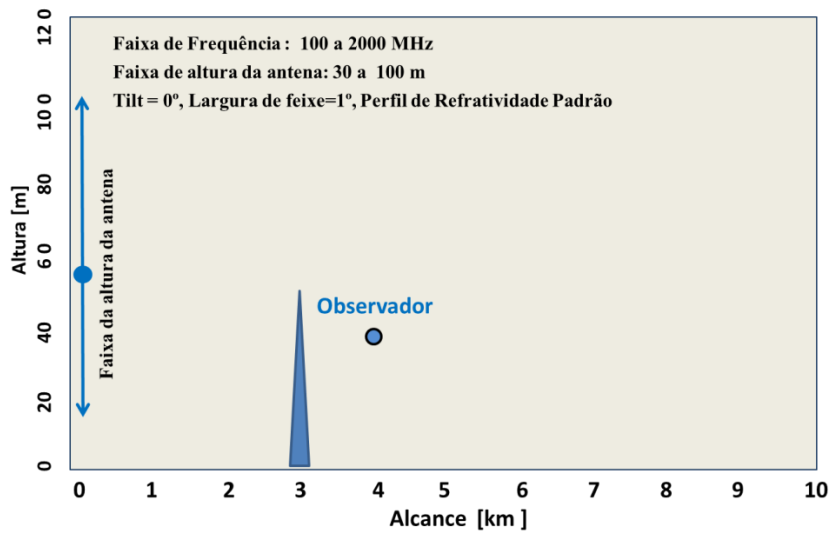


Figura 5.9 Configuração 01 para pesquisa da redução do tempo de processamento com AG

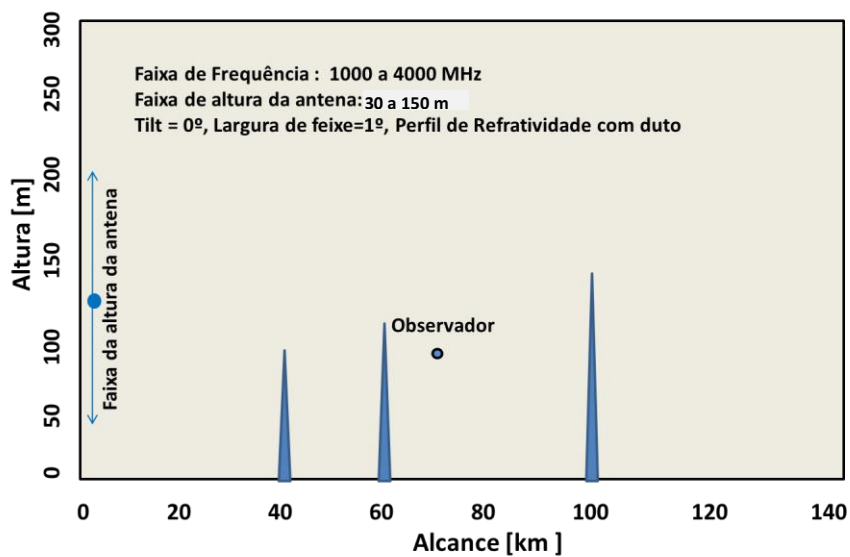


Figura 5.10 Configuração 02 para pesquisa da Redução do tempo de processamento com AG

Para cada uma das configurações, o campo elétrico no observador destacado é determinado pela Força Bruta e pela otimização por AG.

Pela Força Bruta, o campo elétrico é determinado para todas as combinações da altura da antena e da frequência do espaço de busca de cada configuração. A solução ótima é obtida encontrando o valor máximo do campo no conjunto de

soluções. Os parâmetros altura e frequência que levam o campo ao valor máximo são os valores ótimos dos parâmetros.

5.3.1.1 Processamento pela Força Bruta com a configuração 01

Os gráficos mostrados nas Figuras de 5.11(a) a 5.11(d) apresentam o campo obtido pela Força Bruta para 10, 20, 40 e 80 amostras para a configuração 01, com o perfil de refatividade padrão e o tamanho do passo do Divisor de Passos de Fourier igual a 1 km. O valor máximo obtido está indicado nos gráficos por uma circunferência azul. O tempo de processamento, o valor máximo do campo obtido, a frequência e a altura da antena estão indicados embaixo de cada figura. A Tabela 5.2 compara esses valores.

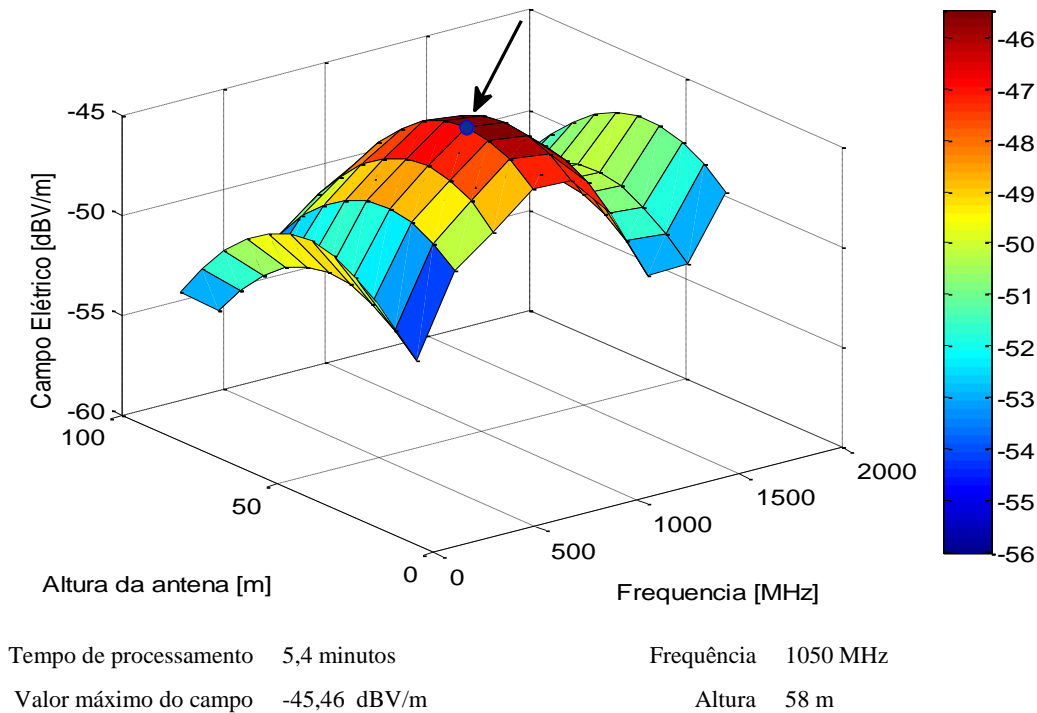
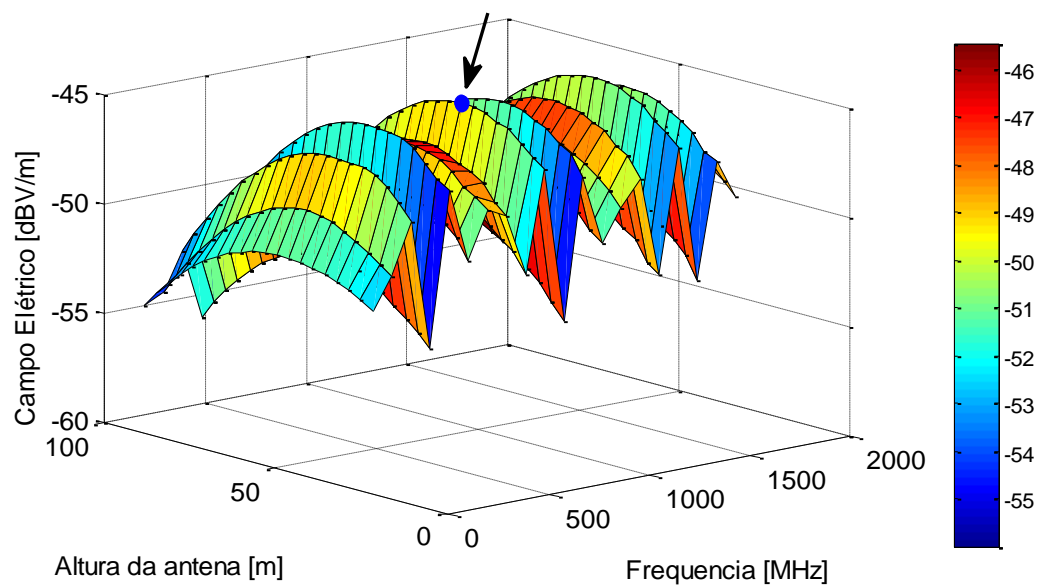
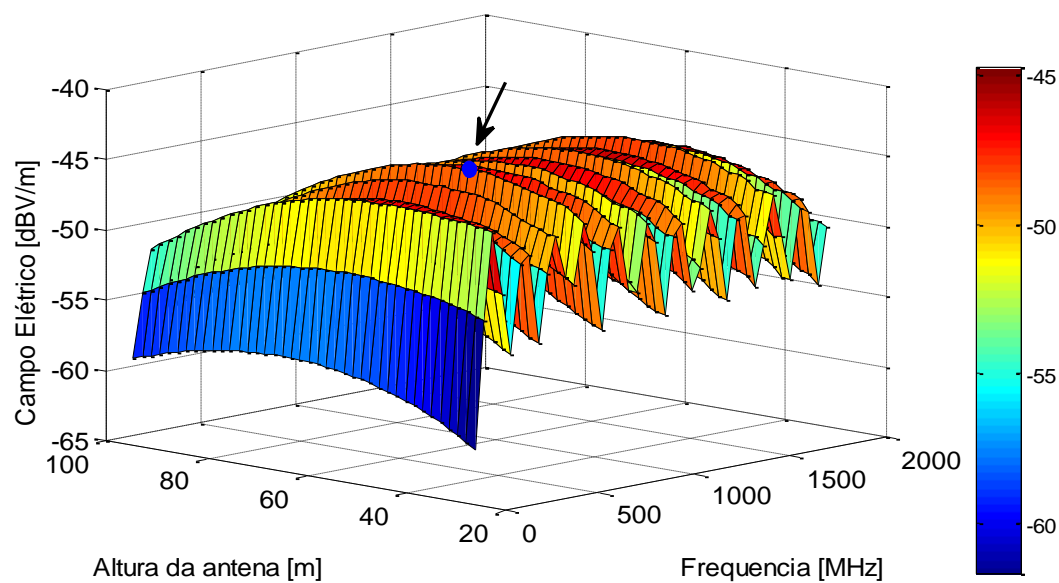


Figura 5.11(a) Campo elétrico para 10 amostras



Tempo de processamento 21,5 minutos Frequência 1050 MHz
 Valor máximo do campo -45,46 dBV/m Altura 58 m

Figura 5.11 (b) Campo elétrico para 20 amostras



Tempo de processamento 86 minutos Frequência 717,5 MHz
 Valor máximo do campo -44,75 dBV/m Altura 54,5m

Figura 5.11 (c) Campo elétrico para 40 amostras

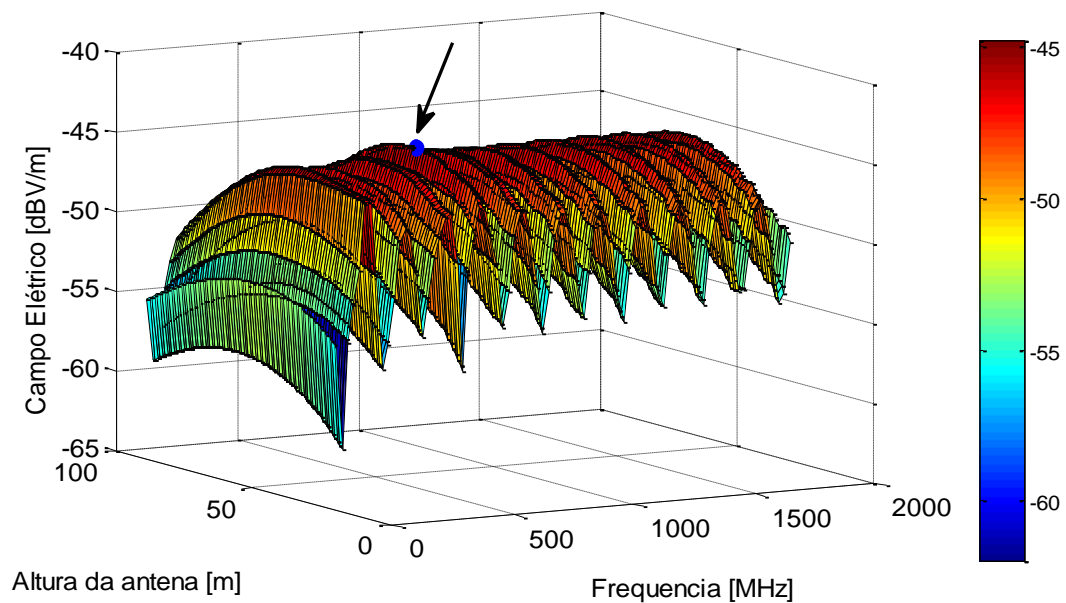


Fig. 5.11 (d) Campo elétrico para 80 amostras

Figura 5.11 Campo Elétrico obtido pela Força Bruta
 Com a configuração 01 para 10, 20, 40 e 80 Amostras.

A Tabela 5.2 reúne o tempo de processamento pela Força Bruta, o valor máximo obtido para campo elétrico e os valores dos parâmetros altura da antena e frequência que levaram a esse valor máximo, para todas as quantidades de amostras analisadas para a configuração 01.

Tabela 5.2				
Processamento pela Força Bruta com a Configuração 01				
Número de Amostras	Tempo de Processamento [minutos]	Valor máximo do Campo [dBV/m]	Frequência [MHz]	Altura [m]
10	5,4	-45,46	1050,0	58,0
20	21,5	-45,46	1050,0	58,0
40	86,0	-44,75	717,5	54,3
80	342,0	-44,75	717,5	54,3

5.3.1.2 Processamento por AG com a configuração 01

Os gráficos da Figura 5.12 apresentam a Curva de Desempenho do AG para 10, 20, 40 e 80 amostras obtidas também para a configuração 01 com o mesmo perfil de refratividade e tamanho do passo no Divisor de Passos de Fourier.

O tempo de processamento, o valor máximo do campo obtido, frequência e altura da antena estão indicados embaixo de cada gráfico.

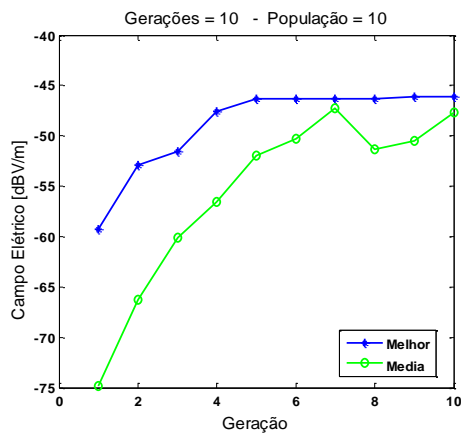


Figura 5.12 (a): Curva de Desempenho do AG – 10 Amostras

Tempo de processamento: 5 minutos
 Valor máximo do campo: -46,02 dBV/m
 Frequência: 136 MHz
 Altura: 30 m

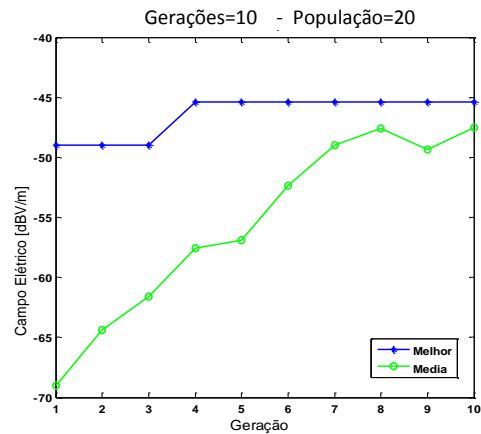


Figura 5.12 (b) Curva de Desempenho do AG – 20 Amostras

Tempo de processamento: 14 minutos
 Valor máximo do campo: -45,38 dBV/m
 Frequência: 118 MHz
 Altura: 35 m

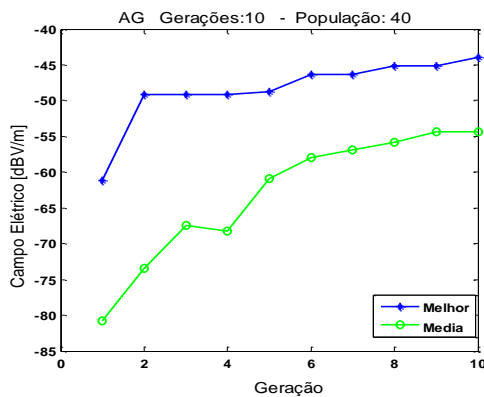


Figura 5.12 (c) : Curva de Desempenho do AG – 40 Amostras

Tempo de processamento: 27 minutos
 Valor máximo do campo: -43,87 dBV/m
 Frequência: 135 MHz
 Altura: 32 m

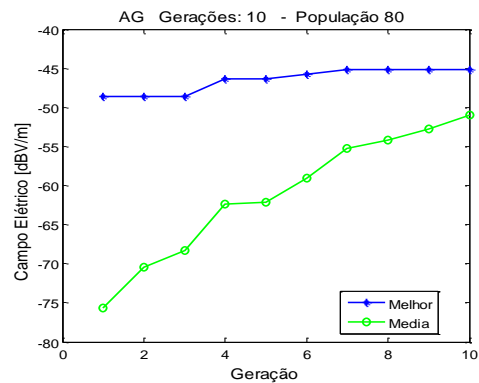


Figura 5.12 (d) Curva de Desempenho do AG – 80 Amostras

Tempo de processamento: 51 minutos
 Valor máximo do campo: -45,15 dBV/m
 Frequência: 105 MHz
 Altura: 39 m

Figura 5.12 Curvas de Desempenho do AG para a configuração 01 e refratividade padrão para 10, 20, 40 e 80 Amostras.

A Tabela 5.3 reúne o tempo de processamento por AG, o valor máximo obtido para campo elétrico e os valores dos parâmetros altura da antena e frequência que levaram a esse valor máximo, para todas as quantidades de amostras analisadas.

Tabela 5.3
Processamento por AG com a configuração 01

Número de Amostras	Tempo de Processamento	Valor do Campo [dBV/m]	Frequência [MHz]	Altura da antena [m]
10	5,0	-46,02	136,0	30,0
20	14,0	-45,38	118,0	35,0
40	27,0	-43,87	135,0	32,0
80	51,0	-45,15	105,0	39,0

5.3.1.3 Processamento pela Força Bruta com a configuração 02

Os resultados foram obtidos com a configuração 02 com duto de superfície e o campo determinado para o observador a 70 km da origem e a 80 m de altura. A faixa de frequência foi de 1000 a 4000 MHz e de altura de 30 a 150 m.

Os gráficos mostrados nas Figuras de 5.13 (a) a 5.13 (d) apresentam o campo obtido pela Força Bruta para 10, 20, 40 e 80 amostras. A comparação do tempo de processamento, do valor máximo do campo obtido, frequência e altura da antena estão na Tabela 5.4.

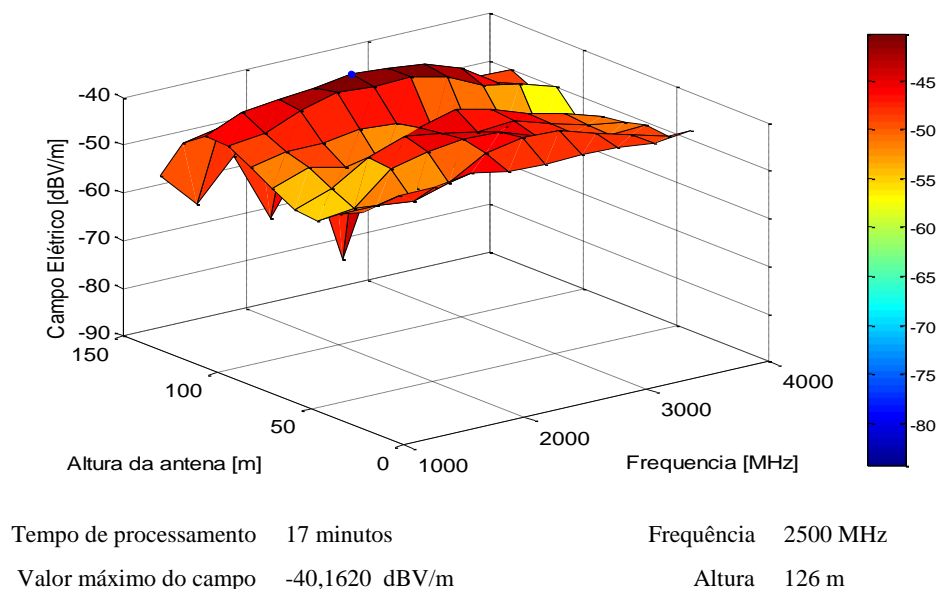
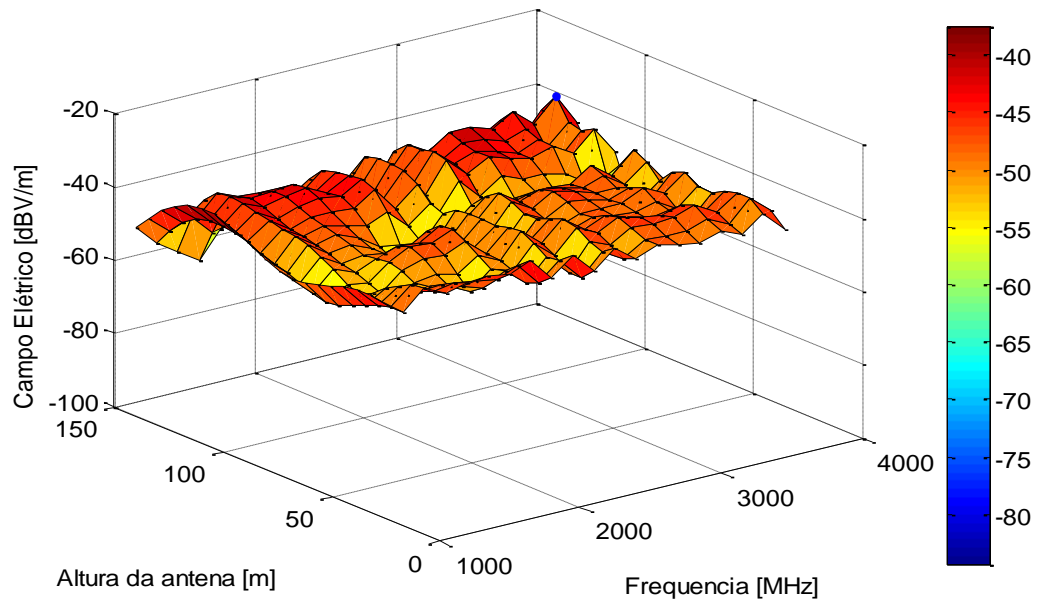
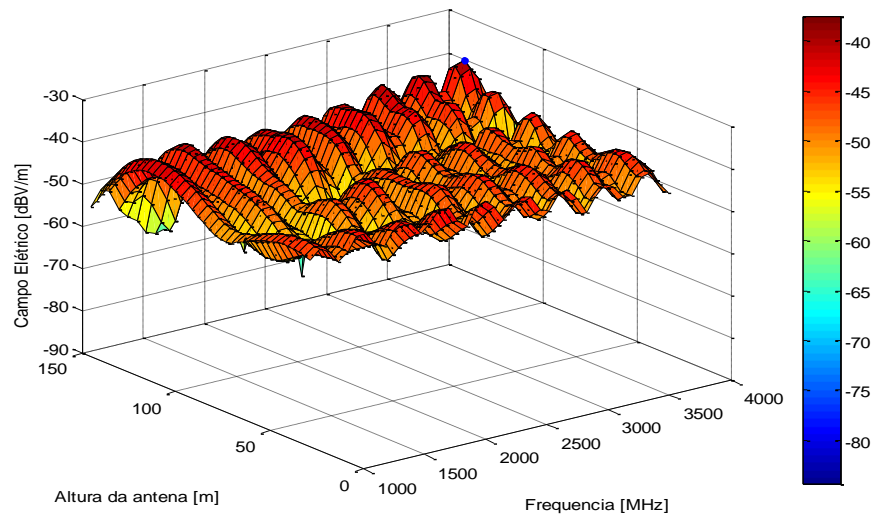


Figura 5.13 (a) Campo elétrico para 10 amostras



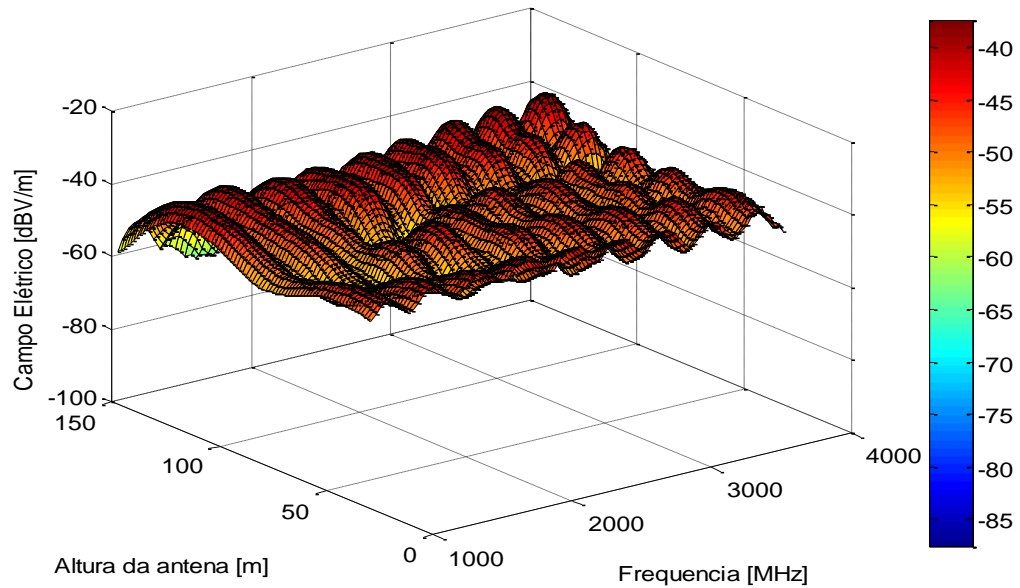
Tempo de processamento	64 minutos	Frequência	3850 MHz
Valor máximo do campo	-37,4687dBV/m	Altura	132 m

Figura 5.13 (b) Campo elétrico para 20 amostras



Tempo de processamento	252 minutos	Frequência	3850 MHz
Valor máximo do campo	-37,4687 dBV/m	Altura	132 m

Figura 5.13 (c) Campo elétrico para 40 amostras



Tempo de processamento	922 minutos	Frequência	3812,5 Hz
Valor máximo do campo	-37,3940 dBV/m	Altura	132 m

Figura 5.13 (d) Campo elétrico para 80 amostras

Figuras 5.13. Campo Elétrico obtido pela Força Bruta com a configuração 02, para 10, 20, 40 e 80 amostras.

A Tabela 5.4 reúne o tempo de processamento pela Força Bruta, o valor máximo obtido para campo elétrico e os valores dos parâmetros altura da antena e frequência que levaram a esse valor máximo, para todas as quantidades de amostras analisadas para a configuração 02.

Tabela 5.4: Processamento Pela Força Bruta para a Configuração 02				
Número de Amostras	Tempo de processamento [minutos]	Melhor Solução [dBV/m]	Valores Ótimos	
			Altura da Antena [m]	Frequência [Hz]
10	17	-40,16	126	2500
20	64	-37,47	132	3850
40	252	-37,47	132	3850
80	922	-37,39	132	3812,5

5.3.1.4 Processamento por AG com a configuração 02

Os gráficos das Figuras de 5.14 (a) a 5.14 (d) apresentam a curva de Desempenho do AG para 10, 20, 40 e 80 amostras, obtida para a configuração 02 com

duto de superfície e tamanho do passo horizontal igual a 4 km. O campo elétrico foi calculado para o observador a 70 km da origem e a 80 m de altura. O tempo de processamento, o valor máximo do campo obtido, a frequência e a altura da antena estão indicados embaixo de cada gráfico.

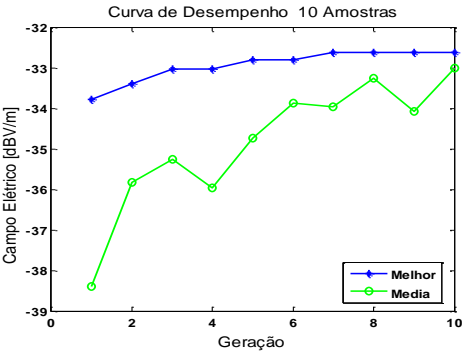


Figura 5.14 (a) - 10 Amostras

Tempo de processamento	17	minutos
Valor máximo do campo	-32,6295	dBV/m
Frequência	1703	MHz
Altura	128	m

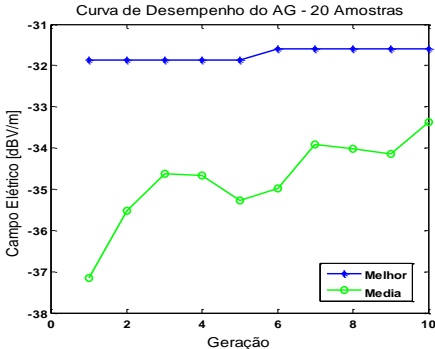


Figura 5.14 (b) - 20 amostras

Tempo de processamento	33	minutos
Valor máximo do campo	-31,5916	dBV/m
Frequência	3864	MHz
Altura	132	m

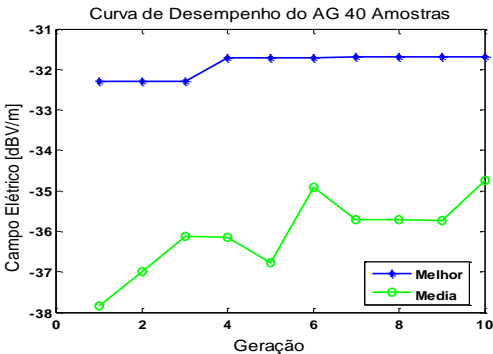


Figura 5.14 (c) - 40 Amostras

Tempo de processamento	67	Minutos
Valor máximo do campo	-31,6906	Dev./m
Frequência	3501	MHz
Altura	51	m

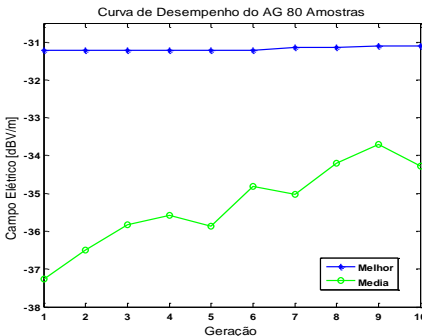


Figura 5.14 (d) - 80 amostras

Tempo de processamento	193	Minutos
Valor máximo do campo	-31,10	dBV/m
Frequência	3835	MHz
Altura	46	m

Figura 5.14 Curva de desempenho do AG para configuração 02 com duto de superfície para 10, 20, 40 e 80 Amostras.

A Tabela 5.5 reúne o tempo de processamento por AG, o valor máximo obtido para campo elétrico e os valores dos parâmetros altura da antena e frequência que levaram a esse valor máximo, para todas as quantidades de amostras analisadas.

Tabela 5.5: Processamento com AG para a Configuração 02

Número de Amostras	Tempo de processamento [minutos]	Melhor Solução [dBV/m]	Valores Ótimos	
			Altura da Antena [m]	Frequência [Hz]
10	17	-32,63	128	1703
20	33	-31,59	132	3864
40	67	-31,69	51	3501
80	193	-31,10	46	3835

5.3.1.5 Comparando resultados com e sem otimização

A Tabela 5.6 mostra a redução do tempo de processamento e o erro relativo do valor do campo elétrico para todas as quantidades de amostras para a configuração 01.

Para calcular o erro relativo do valor do campo foi adotado como referência o valor máximo do campo obtido entre todos os processamentos, tanto pela Força Bruta como por AG, e para todas as quantidades de amostras. Para a configuração 01, a referência foi de -43,87 dBV/m para o processamento por AG com 40 amostras.

Tabela 5.6.
Redução do Tempo de Processamento e Erro Relativo para a Configuração 01

Número de Amostras	Tempo de Processamento pela FB [minutos]	Tempo de Processamento com AG [minutos]	Redução do tempo de Processamento	Erro em relação ao melhor valor obtido	
				Força Bruta	Algoritmo Genético
10	5,4	5	7,4%	3,6%	4,9%
20	21,5	14	34,9%	3,6%	3,4%
40	86	27	68,6%	2,0%	0,0%
80	342	51	85,1%	2,0%	2,9%

A Tabela 5.7 mostra a redução do tempo de processamento e o erro relativo do valor do campo elétrico para todas as quantidades de amostras para a configuração 02.

Da mesma forma, para calcular o erro relativo do valor do campo, foi adotado como referência o valor máximo do campo obtido entre todos os processamentos, tanto pela Força Bruta como por AG, e para todas as quantidades de amostras. Para a configuração 02, a referência foi de -31,10 dBV/m para o processamento por AG para 80 amostras.

Tabela 5.7.
Redução do Tempo de Processamento e Erro Relativo para a Configuração 02

Número de Amostras	Tempo de Processamento pela FB [minutos]	Tempo de Processamento com AG [minutos]	Redução do tempo de Processamento	Erro em relação ao melhor valor obtido	
				Força Bruta	Algoritmo Genético
10	17	17	0%	29,1%	4,9%
20	64	33	48%	20,5%	1,6%
40	252	67	73%	20,5%	1,9%
80	922	193	79%	20,2%	0,0%

Analisando os dados da configuração 01, da tabela 5.6, observou-se que:

- Quanto maior o número de amostras, maior é a redução do tempo de processamento ao utilizar a otimização por AG para a mesma configuração e os mesmos parâmetros;
- Apesar da significativa redução do tempo de processamento por utilizar a otimização por AG, os valores do campo elétrico foram bem próximos, e para todos os casos o erro foi menor que 5%;
- O melhor valor do campo foi obtido pelo processamento pela FB para 10 e 80 amostras e por otimização por AG para 20 e 40 amostras. O melhor resultado, que serviu de referência para o cálculo do erro, foi o de 40 amostras por AG.

Analisando os dados da configuração 02, da tabela 5.7, observou-se que:

- Da mesma forma que na configuração 01, quanto maior o número de amostras, maior é a redução do tempo de processamento ao utilizar a otimização por AG para a mesma configuração e os mesmos parâmetros;
- Os valores do campo elétrico obtidos pelo processamento por AG foram bem maiores que os obtidos pela FB para todas as quantidades de amostras. O maior valor de campo, que serviu de referência para o cálculo do erro, foi o obtido por AG para 80 amostras;

- Pelo processamento por AG, em todos os casos analisados, o erro foi menor que 5%, enquanto que, pelo processamento pela FB, também em todos os casos analisados, o erro foi maior que 20%;
- Percebe-se nitidamente a vantagem da utilização da otimização por AG nos problemas com espaço de busca de grandes dimensões.

5.3.2 Curvas de Desempenho do AG

Das avaliações do desempenho do AG definidas na seção 4.2.7, as mais utilizadas são a curva de desempenho padrão e a curva de desempenho acumulado. Enquanto a curva de desempenho padrão leva em conta apenas os indivíduos de cada geração, isoladamente, a curva de desempenho acumulado leva em conta, além dos indivíduos da geração que estão sendo processados, todos os indivíduos das gerações anteriores.

As Figuras 5.15 e 5.16 mostram a curva de desempenho padrão e acumulada para a mesma execução. Essa execução do EP_AG foi com 20 gerações, população de 20 indivíduos e para a configuração 01 com duto de superfície e $\Delta x = 1 \text{ km}$.

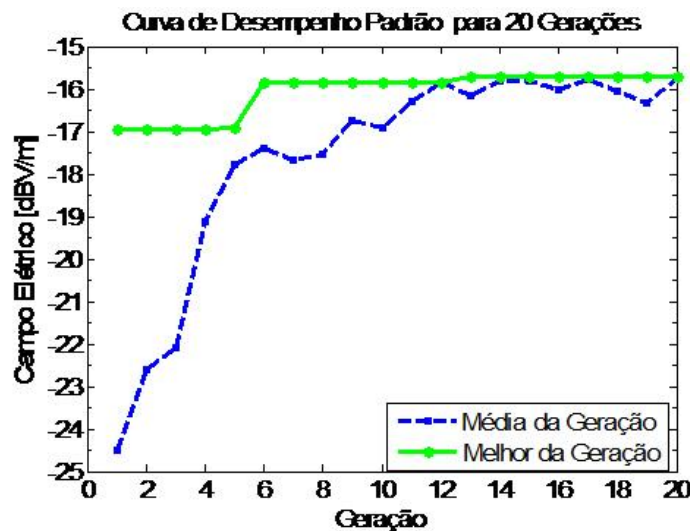


Figura 5.15 Curva de Desempenho Padrão para população de 20 indivíduos e 20 Gerações

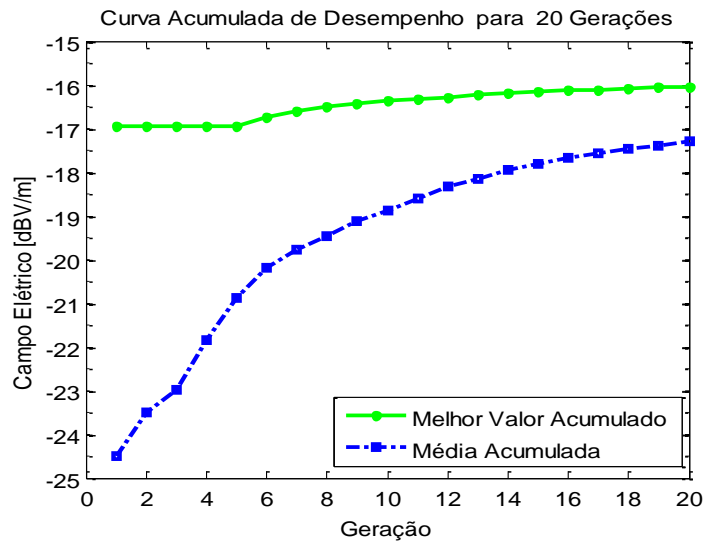


Figura 5.16 **Curva de Desempenho Acumulado** para população de 20 indivíduos e 20 Gerações

Análise da curva de desempenho padrão da Fig.5.15:

- O valor máximo do campo é igual a -17 dBV/m nas cinco primeiras gerações, depois sobe e permanece em -16dBV/m da 6ª a 12ª gerações e some novamente, permanecendo em -15,75 da 13ª a 20ª. O valor máximo nunca diminui. Essa característica do valor máximo do campo nunca diminuir e subir em degrau deve-se à utilização da técnica do elitismo;
- O valor médio do campo sobe da 1ª a 5ª geração de -24,5 dBV para -17,5 dBV/m, ou seja, 7 dB em apenas 4 gerações. Da 5ª geração até a 20ª geração, o valor médio sobe menos de 2 dB e, em determinados momentos, o valor médio diminui de valor de uma geração para a próxima geração, como é o caso nas gerações de número 6, 9, 12 e 17.

O fato de o valor médio do campo se aproximar do valor máximo já na 5ª geração implica que o algoritmo convergiu rapidamente.

Análise da curva de desempenho acumulado da Fig.5.16:

Como nessa curva os valores médio e máximo de todas as gerações são levados em conta, as curvas sobem mais suavemente. Esse efeito é mais visível na curva do valor médio.

O valor médio que, na curva de desempenho padrão, atingiu o valor de -17,5 dBV/m já na 5ª geração, na curva de desempenho acumulado o valor médio até a 20ª geração ainda não tinha atingido esse patamar.

- O valor máximo do campo, devido ao elitismo, aproxima-se mais da curva padrão.

5.3.3 Características aleatórias do AG

O AG não garante a melhor solução para um problema, mas uma solução ótima, em um tempo bem menor que o da solução sem otimização. A solução ótima atende critérios preestabelecidos pelo problema e geralmente é bem próxima à melhor solução.

Por ser um processo aleatório, ao se executar o AG várias vezes com o mesmo conjunto de parâmetros, é bem provável que se chegará a resultados bem próximos, porém diferentes. A razão disso são os procedimentos aleatórios descritos a seguir:

- A população inicial é gerada aleatoriamente;
- As técnicas de seleção, na primeira etapa, escolhem os indivíduos da população atual de forma aleatória para definirem os genitores que formarão os indivíduos da próxima geração;
- Antes de aplicar o operador genético cruzamento, é gerado um número aleatório “na”. O cruzamento só é aplicado em cada par de genitores selecionados se o número “na” for menor que a taxa de cruzamento;
- Procedimento análogo é realizado antes de aplicar o operador mutação. As taxas de cruzamento e mutação são definidas previamente pelo usuário.

A Figura 5.19 mostra as curvas de desempenho de quatro execuções diferentes para o mesmo conjunto de parâmetros. A análise da curva de desempenho das execuções mostra que em duas delas os valores do melhor campo foram iguais e, nas outras duas, diferentes. Apesar de, nas quatro execuções, o melhor valor do campo ter sido iguais ou bem próximos, percebe-se, nitidamente, nas curvas de desempenho, a

diferença no comportamento da evolução, tanto do valor médio como do valor máximo.

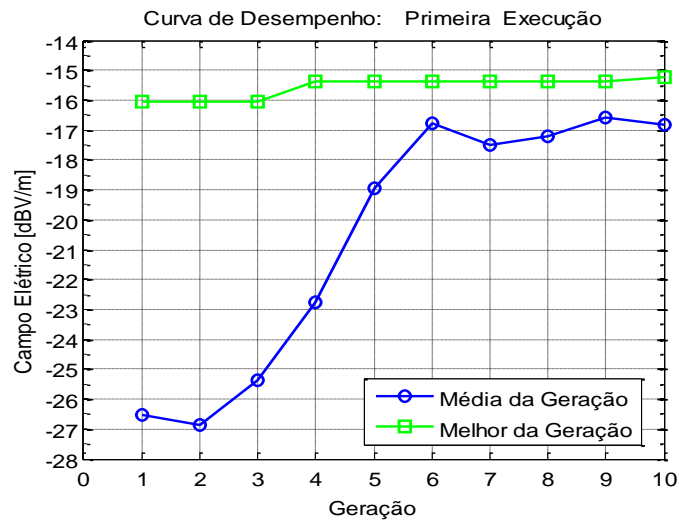


Figura 5.17 (a) 1ª Execução: Melhor campo: -15,2491 dBV/m

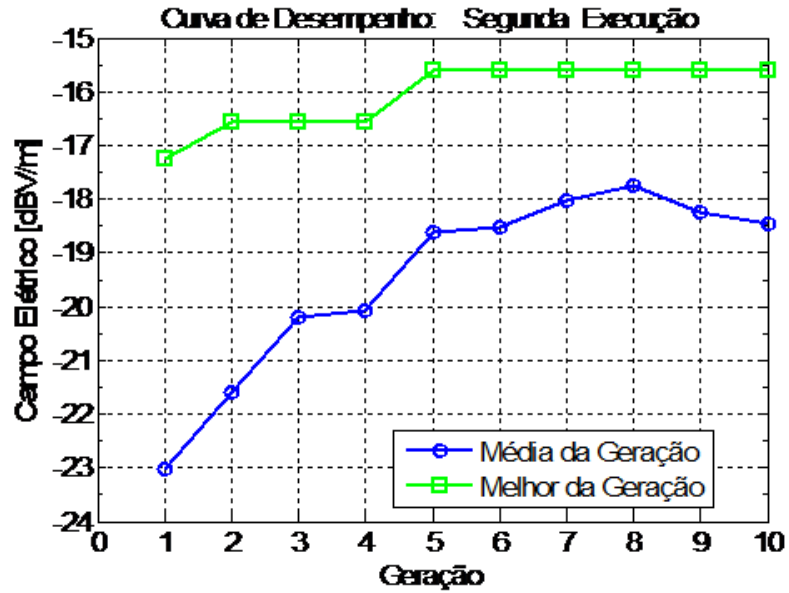


Figura 5.17 (b) 2ª Execução: Melhor campo: -15,6083 dBV/m

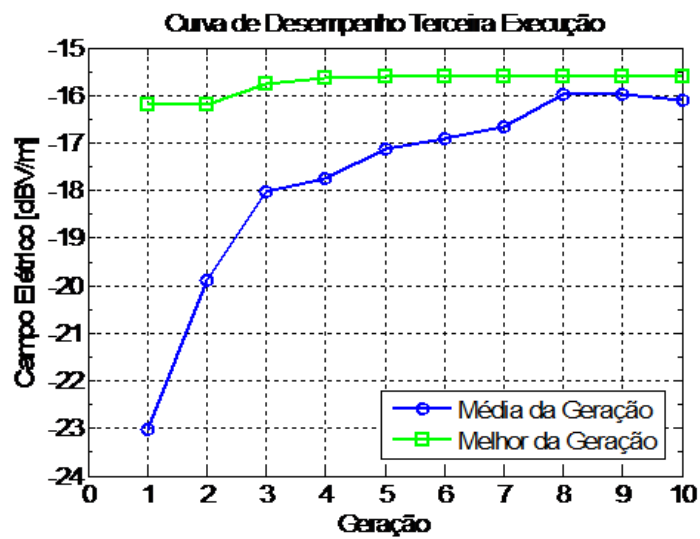


Figura 5.17 (c) 3ª Execução Melhor campo: -15,6083 dBV/m

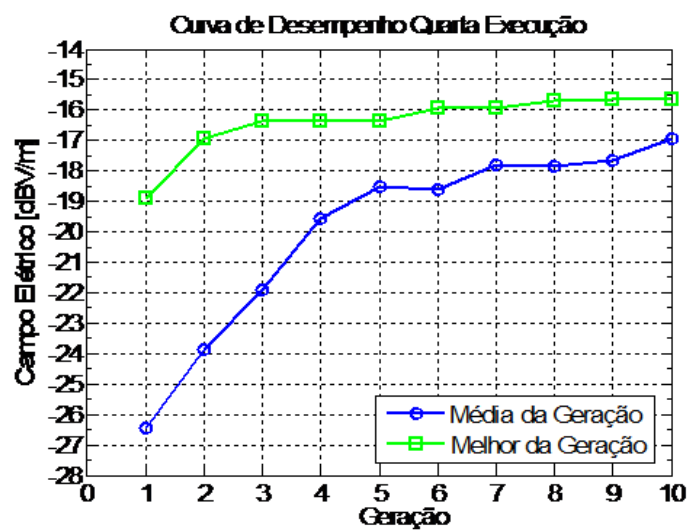


Fig. 5.17 (d) 4ª Execução: Melhor campo:- 15,6609 dBV/m

Fig. 5.17 Melhor Campo de quatro Execuções do EP_AG
para os mesmos parâmetros

5.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado o aplicativo EP-AG, que constitui a principal contribuição desta tese. O aplicativo é constituído de dois módulos. O módulo de propagação determina a intensidade do campo elétrico através de equações parabólicas resolvidas pelo Divisor de Passos de Fourier. O módulo de otimização utiliza algoritmos genéticos para determinar os valores ótimos dos parâmetros altura da antena e frequência de operação do modelo de propagação. Na interface gráfica do aplicativo são inseridos os principais parâmetros do modelo de propagação e do módulo de otimização. A interface gráfica também permite monitorar a evolução do algoritmo genético e plotar gráficos como contorno do campo elétrico, perfil vertical do campo para uma determinada distância da antena e curva de desempenho do algoritmo genético.

Para comprovar a eficácia do modelo de propagação baseado em equações parabólicas em terrenos com múltiplos obstáculos e variação da refratividade com a distância, foram utilizadas três configurações de terrenos. A primeira configuração é um perfil de terreno com alcance de 20 km, altura de 300 m e um obstáculo de 150 m a 8 km da antena, apresentado na Figura 3.3, utilizada para análise da influência da distância, da presença de um obstáculo gume de faca e do ângulo de elevação da antena, *tilt* na intensidade do campo. Pelos resultados obtidos nos contornos do campo das Figuras 5.4, 5.9 e 5.10 e perfis verticais de campo das Figuras 3.5 a 3.8, todas as influências pesquisadas foram ratificadas. A segunda e terceira configurações são constituídas por um terreno com alcance de 140 km, altura de 250 m, sendo a segunda sem obstáculos, mostrada na Figura 5.3 (a), e a terceira, com obstáculo mostrado na Figura (b). Essas duas configurações de terreno e os perfis de refratividade padrão e com duto de superfície, mostrados na Figura 5.4 (a) e na Figura 5.4 (b), respectivamente, foram utilizadas para análise da influência de múltiplos obstáculos gume de faca e do perfil de refratividade na intensidade do campo elétrico em três observadores. O primeiro observador está localizado antes de todos os obstáculos; o segundo observador entre o 1º e o 2º obstáculos; e o terceiro observador após todos os obstáculos. Os resultados apresentados nos contornos do campo das Figuras 5.5 a 5.8

e na tabela 5.1, bem como a análise que segue esta tabela, ratificaram a influência dos múltiplos obstáculos e do perfil de refratividade na propagação das ondas.

Para determinação da redução do tempo de processamento ao utilizar o algoritmo genético, foram utilizadas duas configurações. Essas configurações possuem um observador com posição fixa, onde o campo elétrico foi determinado sem otimização e com otimização. A primeira, denominada configuração 01, Figura 5.9, é um perfil de terreno de alcance de 10 km, altura de 120 m, com um obstáculo de 50 m a 3 km da antena e perfil de refratividade padrão. A segunda, denominada configuração 02, Figura 5.10, é um perfil de terreno de alcance de 140 km, altura de 300 m, com perfil de refratividade com duto de superfície e três obstáculos tipo gume de faca.

Pela análise dos resultados obtidos da configuração 01, Figuras 5.11 e 5.12 e tabelas 5.2, 5.3 e 5.6, verificou-se que houve uma significativa redução no tempo de processamento ao utilizar a otimização por AG, e que o erro relativo ao melhor resultado da configuração 01 foi da mesma ordem de grandeza em ambos os processamentos, com e sem otimização.

Pela análise dos resultados obtidos da configuração 02, Figuras 5.13 e 5.14 e tabelas 5.4, 5.5 e 5.7, verificou-se que com a otimização por AG, além da significativa redução no tempo de processamento, o erro relativo ao melhor resultado dessa configuração no processamento com AG foi mais de dez vezes menor que no processamento sem otimização.

Ao aumentar o espaço de busca e manter os mesmos números de amostras, como ocorreu na configuração 02 em relação à configuração 01, o intervalo de valores entre as amostras aumenta. Com isso, aumenta a probabilidade de os valores ótimos dos parâmetros estarem entre as amostras e não serem encontrados pela força bruta. Por essa razão, o erro relativo, com processamento pela força bruta, foi bem maior na configuração 02. Com o processamento utilizando a otimização por AG, os operadores cruzamento e mutação modificam os valores dos parâmetros, varrendo praticamente todo o espaço de busca. Por essa razão, na configuração 02 o erro relativo com otimização por AG foi significativamente menor que o obtido sem otimização.

Capítulo VI Conclusão

Esta tese apresentou o resultado da pesquisa da otimização, utilizando algoritmos genéticos, dos parâmetros altura da antena transmissora e frequência de operação em um modelo de propagação na troposfera com múltiplos obstáculos baseado em equações parabólicas com o Divisor de Passos de Fourier.

Para atingir o objetivo proposto foi desenvolvido um aplicativo denominado EP-AG, com dois módulos principais: um módulo de propagação e outro de otimização.

Inicialmente, foram apresentados os princípios, os mecanismos e modos de propagação de ondas eletromagnéticas e o estado da arte dos modelos de propagação em terrenos irregulares. Uma ênfase especial foi dada ao modelo de propagação baseada em equações parabólicas, por este ser o modelo utilizado no aplicativo desenvolvido. Também foi apresentado um estudo detalhado da estrutura e do funcionamento do método de otimização Algoritmo Genético, por ser a base do módulo de otimização do aplicativo EP-AG.

Para avaliar o desempenho do modelo de propagação baseado em equações parabólicas, foram utilizados três perfis de terreno, de diferentes dimensões e número de obstáculos, e dois perfis de refratividade. Os resultados obtidos comprovaram a eficiência do modelo analisado na determinação do campo elétrico em terrenos irregulares e com o índice de refração variando com a distância.

Para avaliar a eficiência da otimização por algoritmo genético, foram utilizadas duas configurações de terreno, com dimensões bem diferentes. A primeira, denominada configuração 01, tem alcance máximo de 10 km, apenas um obstáculo, perfil de refratividade padrão e o espaço de busca da frequência é de 100 a 2000 MHz e da altura de 30 a 100 m. A segunda, denominada configuração 02, tem alcance máximo de 140 km, três obstáculos, perfil de refratividade com duto de superfície e o espaço de busca da frequência é de 1000 a 4000 MHz e da altura de 30 a 150 m. Para as duas configurações, o campo foi determinado para um observador fixo,

considerando 10, 20, 40 e 80 amostras, e por dois tipos de processamento: sem otimização e com otimização por AG.

Foi realizada uma comparação entre o tempo de processamento e o erro relativo nos processamentos sem otimização e com otimização por AG na busca dos valores ótimos dos parâmetros nas configurações 01 e 02.

Os resultados obtidos demonstram que a utilização de algoritmos genéticos reduz significativamente o tempo de processamento na busca de valores ótimos dos parâmetros pesquisados, sem reduzir a precisão, o que implica a redução do custo computacional.

Pelos resultados obtidos, concluiu-se que:

- Quanto maior o número de amostras, maior é a redução do tempo de processamento com a otimização por AG, comparada ao tempo de processamento sem otimização;
- Para espaço de busca de pequenas dimensões, o erro relativo com processamento por AG foi da mesma ordem de grandeza do erro com o processamento sem AG;
- Para espaço de busca de grandes dimensões, o erro relativo com processamento por AG foi mais de dez vezes menor do que o erro com o processamento sem AG.

Trabalhos futuros:

O próximo passo é empregar o AG para otimizar os parâmetros altura da antena e frequência em um modelo de propagação 3D com equações parabólicas. Tal modelo possui maior espaço de busca, o que ocasiona considerável impacto no tempo de processamento computacional. Portanto, a redução do custo computacional em tal modelo torna-se imperativo. A técnica de otimização empregada neste artigo também poderá ser aplicada em outros modelos de propagação em suas diversas configurações.

Referências Bibliográficas

- [1] G. Apaydin and L. Sevgi, "The Split-Step-Fourier and Finite-Element Based Parabolic-Equation Propagation Prediction Tools: Canonical Tests, Systematic Comparisons, and Calibration", in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation Magazine* vol. 52, 2010, pp. 66-79.
- [2] A. Gokhan, O. Ozgum, M. Kuzuoglu, and L. Sevgi, "Two-way Split-Step Fourier and Finite Element based Parabolic Equation Propagation Tools: Comparisons and Calibration", in *Antennas and Propagation Society International Symposium IEEE* 2010.
- [3] R. H. Hardin and F. D. Tappert, "Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations", in *SIAM*. vol. 15, 1973, pp. 423,1973.
- [4] L. e. a. Sevgi, "A MATLAB-Based Two-Dimensional Parabolic Equation Radiowave Propagation Package", in *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. vol. 47, 2005.
- [5] O. Ozgun, "Recursive Two-Way Parabolic Equation Approach for Modeling Terrain Effects in Tropospheric Propagation", in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* vol. 57, 2009.
- [6] O. Ozgum, A. Gokhan, M. Kuzuoglu, and L. Sevgi, "Two-way Fourier Split Step Algorithm over Variable Terrain with Narrow and Wide angle Propagation", in *Antennas and Propagation Society International Symposium IEEE* 2010.
- [7] O. Ozgum, S. G. Tanyer, and C. B. Erol, "An Examination of The Fourier Split-Step Method of Representing Electromagnetic Propagation in The Troposphere", in *International Geoscience and Remote Sensing Symposium - IEEE* Toronto - Canada, 2002.
- [8] H. S. Lopes and R. H. C. Takahashi, *Computação Evolucionária em Problemas de Engenharia*, 1ª ed. Curitiba, PR: Omnipax Editora Ltda, 2011.
- [9] G. A. Carrijo, "Propagação", in *Notas de Aula - Antenas e Propagação - UFU*, 2010.
- [10] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3ª ed. New York: Wiley, 1998.
- [11] J. R. Kuttler, "Differences Between the Narrow-Angle and Wide-Angle Propagators in the Split-Step Fourier Solution of the Parabolic Wave Equation", *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 1999.

- [12] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Eletromagnetics*. New York: John Wiley & Sons, 1989.
- [13] M. F. Catedra and J. P. Arriaga, *Cell Planning for wireless Communications*: Artech House, 1999.
- [14] M. A. B. PEREIRA, "ANÁLISE DE MODELOS DE PROPAGAÇÃO NA ÁREA URBANA DA REGIÃO DE CURITIBA – PR NA FAIXA DE FREQUÊNCIA DE 1800 MHz", in *Dissertação de Mestrado UFPR* Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2007.
- [15] J. P. P. d. Carmo, "Comunicações móveis - Impáctos do relevo terrestre", in *Dissertação de Mestrado Universidade do Porto*. vol. Mestrado Porto, Portugal: Universidade do Porto, 2001.
- [16] T. S. Rappaport, *Wireless Communication - Principles and Practice*: Prentice Hall, 1996.
- [17] J. J. Egli, "Radio Propagation Above 40 MC Over Irregular Terrain," *IRE* 1957.
- [18] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel, Second Edition*. Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd, 2000.
- [19] M. Hata, "Impirical formula for propagation loss in land mobile radio service," *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 1980.
- [20] A. E. Barrios, "A Terrain Parabolic Equation Model for Propagation in the Troposphere", in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* vol. 42, 1994.
- [21] M. Levy, *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation*. London: The Institution of Eletrical Engineers, 2000.
- [22] H. V. K. Sari, J. W. Sari, and J. P. Skura, "Anomalous wave propagation through athmospheric ducts", *Johns Hopkins APL Tech. Dig.*, vol. 4, pp. 12-26, 1983.
- [23] K. H. Craig, "Propagation modelling in the troposphere parabolic equation method," *Electron Lett*, vol. 24, pp. 1136 - 1139, 1988.
- [24] K. H. Craig and M. F. Levy, "Parabolic equation modelling of the effects of multipath and ducting on radar sistems", *IEE Proc*, vol. 138, pp. 153 - 162, 1991.
- [25] G. D. Dockery, "Modeling eletromagnetic wave propagation in the troposphere using parabolic equation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 36, pp. 1464 - 1470, 1988.

- [26] G. D. Dockery and J. R. Kuttler, "An improved impedance boundary algorithm for Fourier split-step solutions of the parabolic wave equation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1592 - 1599, 1996.
- [27] J. R. Kutler and G. D. Dockery, "Theoretical description of the PE / Fourier split-step method of representing eletromagnetic propagation in the troposphere", *Radio Sci*, vol. 26, pp. 381-393, 1991.
- [28] M. Fournier, "Analysis of propagation in an inhomogeneous atmosphere in the horizontal and the vertical direction using the parabolic equation method " *AGARD CP*, pp. 21.1-21.12, 1989.
- [29] N. Geng and W. Wiesbeck, "Parabolic Equation Method Simulations Compared to Measurements," in *Antennas and Propagation IEE* 1995.
- [30] V. E. d. Nascimento, "Método FD-BPM Semivectorial de Ângulo Largo para a Análise de Estruturas Tridimensionais Utilizando a Técnica ADI", in *Dissertação de Mestrado - USP*, São Carlos -SP, 2002.
- [31] W. Y. Yang, W. Cao, T. Chung, and J. Morris, *Applied Numerical Methods Using Matlab*. New York: John Wiley Press, 2005.
- [32] J. Tanomaru, "Motivação, Fundamentos e Aplicações em Algoritmos Genéticos," in *Congresso Brasileiro de Redes Neurais*, Curitiba - PR, 1995.
- [33] R. L. Haupt and S. E. Haupt, *Practical Genetic Algorithms* Hoboken -NY USA: Wiley-Interscience, 2004.
- [34] S. L. Ávila, "Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras," in *Dissertação UFSC*, Florianópolis-SC, 2002.
- [35] M. Milanie, *An Introduction to Genetic Algorithms*, MIT Press, 1999.
- [36] H. S. Lopes, "Algoritmos Genéticos em Projetos de Engenharia: Aplicações e Perspectivas Futuras," in *IV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, São Paulo, Brasil, 1999, pp. 01-11.
- [37] D. E. Goldberg and K. Deb, "A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms", in *Book Foundations of Genetic Algorithms of Morgan Kaufmann* 1991.
- [38] T. Blickle and L. Thiele, "A Comparison of Selection Schemes use in Genetic Allgorithms", Swiss Federal Institute of Technology (ETH), 1995.
- [39] E. Bobel and H. S. Lopes, "Inteligência computacional aplicada à logística de equipes de manutenção de redes de distribuição de energia elétrica", in *Espaço e Energia*, 2007.