

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO DE
FORMA NÃO TRADICIONAL – CONVERSOR ELETROMECHANICO DE
CONJUGADO PARA BAIXAS VELOCIDADES**

ANDRÉ LUIZ GONTIJO

MAIO

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO ALIMENTADO DE
FORMA NÃO TRADICIONAL – CONVERSOR ELETROMECHANICO DE
CONJUGADO PARA BAIXAS VELOCIDADES

ANDRÉ LUIZ GONTIJO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Campo de pesquisa: Máquinas elétricas.

Orientador: Luciano Martins Neto

UBERLÂNDIA
2011

Orientador

Prof. Dr. Luciano Martins Neto

*“Dedico à minha querida esposa e
companheira Geisa Aparecida da
Silva Gontijo.”*

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me concedido forças, inteligência e capacidade para que eu desenvolvesse este trabalho com o nível de qualidade esperado.

À minha esposa e aos meus familiares pela presença constante (Geisa, Sônia, Lélío, Isabel e Cristiano).

Ao professor Luciano Martins Neto por partilhar sua sabedoria, conhecimento e atenção, que muito contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos Alexandre, Márcio, Geraldo, Bruno, Marcel e Edgar, colegas do curso de Pós-Graduação e da Graduação da Engenharia Elétrica da UFU, pela colaboração, amizade e companheirismo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo apoio financeiro.

Ao grupo de comunhão da Igreja Presbiteriana Central de Uberlândia, pela amizade e companheirismo, eu agradeço a todos de coração.

Enfim, a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para que eu concretizasse este trabalho, aos demais professores do Departamento de Engenharia Elétrica, secretários e companheiros do Laboratório de Máquinas.

RESUMO

O objetivo desta tese de doutorado é desenvolver um método para gerar uma variação temporal de conjugado desejado em um motor de indução, em baixas velocidades, por meio da manipulação da forma de onda das tensões de entrada. O modelo matemático para o motor de indução considera seu rotor bloqueado, uma vez que visa aplicações em baixas velocidades. Através de um tratamento matemático do modelo, é possível colocar as tensões de alimentação do motor em função do conjugado eletromagnético. Resultados experimentais obtidos em protótipos de motores rotativo e linear são confrontados satisfatoriamente com os resultados teóricos encontrados na modelagem desenvolvida.

Palavras-chave: harmônicos; inversor PWM; motor de indução, oscilação de conjugado.

ABSTRACT

The objective of this thesis is the development of a method to generate a desired time variant force in an induction motor, working on low speed, through the fed voltage waveform manipulation. The mathematical model to the induction motor considers the rotor blocked, once the goal is to apply this method at low speed. Through a mathematical treatment of the model, is possible to obtain the fed voltage of the induction motor as a function of the electromagnetic force. Experimental results obtained in rotative and linear motor prototypes are satisfactorily compared with the teorical results, obtained with the developed method.

Keywords: harmonics; induction machine, PWM inverter, torque oscillations.

SUMÁRIO

| | |
|---|------------|
| CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS | 1 |
| 1.2. JUSTIFICATIVA | 1 |
| 1.3. OBJETIVOS | 2 |
| 1.3.1. <i>Objetivo Geral</i> | 2 |
| 1.3.2. <i>Objetivos Específicos</i> | 2 |
| 1.4. ESTRUTURA DA TESE | 3 |
| CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 5 |
| 2.1. MÉTODOS DE CONTROLE DE CONJUGADO | 5 |
| 2.2. HARMÔNICOS EM MOTORES DE INDUÇÃO | 7 |
| CAPÍTULO 3 – MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO | 9 |
| 3.1. EQUACIONAMENTO COM O ROTOR BLOQUEADO | 9 |
| 3.2. O SIMULADOR UTILIZADO | 12 |
| 3.3. ESTUDO DO CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO | 17 |
| 3.3.1. <i>Tensão de Entrada Senoidal</i> | 18 |
| 3.3.2. <i>Tensão de Entrada Não Senoidal</i> | 22 |
| 3.4. INDEPENDÊNCIA DA POSIÇÃO INICIAL DO ROTOR | 27 |
| CAPÍTULO 4 – DESENVOLVIMENTO E SIMULAÇÕES | 30 |
| 4.1. DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO | 30 |
| 4.1.1. <i>Equacionamento do conjugado</i> | 31 |
| 4.1.2. <i>Estudo do conjugado transitório</i> | 49 |
| 4.1.3. <i>Estudo do conjugado em regime</i> | 51 |
| 4.2. PROCEDIMENTO PARA A ESCOLHA DAS TENSÕES DE ENTRADA | 54 |
| 4.2.1. <i>O Sistema não Linear</i> | 54 |
| 4.2.2. <i>Procedimento adotado</i> | 59 |
| 4.3. SIMULAÇÕES DO MOTOR | 64 |
| 4.3.1. <i>Perfil de conjugado Gaussiano</i> | 64 |
| 4.3.2. <i>Perfil de Conjugado Trapezoidal</i> | 66 |
| 4.3.3. <i>Perfil de Conjugado Triangular</i> | 69 |
| CAPÍTULO 5 – DESENVOLVIMENTO PRÁTICO | 71 |
| 5.1. EQUIPAMENTOS UTILIZADOS | 71 |
| 5.1.1. <i>Motor de indução</i> | 71 |
| 5.1.2. <i>Conversor (Inversor)</i> | 72 |
| 5.1.3. <i>Sensor de Conjugado e Força</i> | 73 |
| 5.2. O CONTROLE DO CONVERSOR | 76 |
| 5.2.1. <i>O hardware</i> | 76 |
| 5.2.2. <i>O Software</i> | 84 |
| 5.3. CONFRONTAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL | 88 |
| 5.3.1. <i>Montagens Experimentais</i> | 88 |
| 5.3.2. <i>Ensaio Realizados com o Motor Rotativo</i> | 90 |
| 5.3.3. <i>Ensaio realizados com o Motor Linear</i> | 105 |
| 5.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS | 111 |
| 5.4.1. <i>Análise de resultados no motor rotativo</i> | 111 |
| 5.4.2. <i>Análise de resultados no motor linear</i> | 112 |
| CAPÍTULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS | 113 |
| 6.1. CONCLUSÕES | 113 |
| 6.2. RECOMENDAÇÕES | 114 |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Fmm's do rotor e estator em um motor de indução | 11 |
| Figura 2 - Modelo utilizado para estudar o conjugado | 13 |
| Figura 3 - Janela com os parâmetros de entrada do bloco "Gerador de Harmônicos" | 13 |
| Figura 4 - Diagrama de blocos do "Gerador de Harmônicos" | 14 |
| Figura 5 - Janela de entrada de dados do bloco "Motor" | 15 |
| Figura 6 - Diagrama de blocos do Bloco "Motor Bloqueado" | 15 |
| Figura 7 - Janela do bloco "MIB" | 16 |
| Figura 8 - Diagrama do bloco "Medidas" | 17 |
| Figura 9 - Diagrama dos blocos "Enrolamento" | 17 |
| Figura 10 - Tensão aplicada a uma das fases do motor (a) Espectro da tensão aplicada (b) | 18 |
| Figura 11 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 300 Volts de pico e frequência de 60 Hz | 19 |
| Figura 12 - Tensão aplicada a uma das fases do motor (a) Espectro da tensão aplicada (b) | 19 |
| Figura 13 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 50 Volts de pico e frequência de 60 Hz | 20 |
| Figura 14 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 50 Volts de pico e uma frequência de 0,6 Hz | 21 |
| Figura 15 - Corrente de 60 Hz (a) Corrente de 0,6 Hz (b) | 21 |
| Figura 16 - Tensão de entrada no Motor de Indução (a) Espectro da tensão de entrada (b) | 22 |
| Figura 17 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) Detalhe do Conjugado em regime permanente (b) | 23 |
| Figura 18 - Espectro do conjugado gerado pela tensão da Figura 16(a) em uma máquina com rotor bloqueado | 23 |
| Figura 19 - Tensão de entrada no motor de indução (a) e Espectro da tensão de entrada (b) | 24 |
| Figura 20 - Conjugado Eletromagnético gerado com rotor bloqueado | 24 |
| Figura 21 - Tensão de entrada no Motor de Indução | 25 |
| Figura 22 - Amplitude de cada harmônico do espectro (a) e Fase de cada harmônico do espectro (b) | 25 |
| Figura 23 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) e Detalhe em regime permanente (b) | 25 |
| Figura 24 - Amplitude de cada harmônico do conjugado (a) e Fase de cada harmônico do conjugado (b) | 26 |
| Figura 25 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) e Amplitude de cada harmônico do conjugado (b) | 26 |
| Figura 26 - Esquema de funcionamento do motor de indução bloqueado | 28 |
| Figura 27 - Tensão senoidal aplicada (a) e comparação do conjugado com posições iniciais diferentes (b) | 29 |
| Figura 28 - Tensão não senoidal aplicada (a) e comparação do conjugado com posições iniciais diferentes (b) | 29 |
| Figura 29 - Decomposição dos Conjugados (a) e Tensão de Entrada (b) | 50 |
| Figura 30 - Espectro da forma de onda de tensão aplicada | 50 |
| Figura 31 - Decomposição do Conjugado transitório | 51 |
| Figura 32 - Perfil de Conjugado desejado | 60 |
| Figura 33 - Espectro do conjugado requerido | 60 |
| Figura 34 - Algoritmo de resolução do sistema | 62 |
| Figura 35 - Melhor resultado obtido | 63 |
| Figura 36 - Tensão de entrada obtida | 64 |
| Figura 37 - Perfil de Conjugado desejado (Perfil Gaussiano) | 65 |
| Figura 38 - Tensões de Entrada para obter o conjugado de perfil gaussiano | 65 |
| Figura 39 - Comparação de resultados (Perfil Gaussiano) | 66 |
| Figura 40 - Comparação de resultados para entrada em PWM (Perfil Gaussiano) | 66 |
| Figura 41 - Pulso de Conjugado desejado (Perfil Trapezoidal) | 67 |
| Figura 42 - Tensão aplicada ao modelo para obter o conjugado de perfil trapezoidal | 67 |
| Figura 43 - Comparação de resultados (Perfil Trapezoidal) | 68 |
| Figura 44 - Comparação de resultados com entrada PWM (Perfil Trapezoidal) | 68 |
| Figura 45 - Conjugado Eletromagnético desejado (Perfil Triangular) | 69 |
| Figura 46 - Tensão aplicada ao modelo para obter o perfil de conjugado triangular | 69 |
| Figura 47 - Comparação de resultados (Perfil Triangular) | 70 |
| Figura 48 - Comparação de resultados com entrada PWM (Perfil Triangular) | 70 |
| Figura 49 - Montagem utilizada no levantamento de parâmetros dos motores | 72 |
| Figura 50 - Esquema do inversor utilizado | 72 |
| Figura 51 - Conexão entre o inversor e o motor | 73 |
| Figura 52 - Sensor de Conjugado Dinâmico MKDC-50 | 74 |
| Figura 53 - Montagem do amplificador de instrumentação utilizado | 74 |
| Figura 54 - Circuito Somador | 75 |
| Figura 55 - Filtros Butterworth de segunda ordem em série | 75 |

| | |
|---|-----|
| Figura 56- Esquema do hardware para controle do conversor | 76 |
| Figura 57 - Esquema de Ligação da Porta Paralela | 77 |
| Figura 58 - Esquema de Ligação dos Opto acopladores | 78 |
| Figura 59 - Esquema do bloco tempo morto | 78 |
| Figura 60 - Porta latch presente no bloco saída gates | 79 |
| Figura 61 - Esquema de ligação do transistor presente nas saídas do latch | 79 |
| Figura 62 - Detalhe do bloco Trigger, Botão e Sobre corrente | 79 |
| Figura 63- Ajuste do nível DC máximo do barramento | 80 |
| Figura 64 - Controle de tempo dos erros de sobre corrente e sobre tensão | 81 |
| Figura 65- Detalhe do bloco Display | 81 |
| Figura 66 - Saída para o conversor | 82 |
| Figura 67 - Esquema do Bloco Controle | 82 |
| Figura 68 - Fluxograma do programa utilizado no PIC16F870 | 83 |
| Figura 69 - Ambiente gráfico do software de controle do conversor | 85 |
| Figura 70 – Fluxograma do Software em Labview® | 87 |
| Figura 71 - Montagem experimental utilizada no motor rotativo | 88 |
| Figura 72 - Montagem experimental utilizada no motor linear | 89 |
| Figura 73- Conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos) | 91 |
| Figura 74 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos) | 91 |
| Figura 75 - Tensões de referência do inversor (Perfil Gaussiano com período de 4 segundos) | 91 |
| Figura 76 - Conjugado e Corrente da fase A (Perfil Gaussiano 4 s / 4 N.m) | 92 |
| Figura 77 - Comparação dos resultados (Perfil Gaussiano com período de 4 segundos) | 92 |
| Figura 78 - Conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos) | 92 |
| Figura 79 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos) | 93 |
| Figura 80 - Tensões de referência do inversor (Perfil Gaussiano com período de 5 segundos) | 93 |
| Figura 81 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Gaussiano 5 s / 4 N.m) | 93 |
| Figura 82 - Comparação dos resultados (Perfil Gaussiano com período de 5 segundos) | 94 |
| Figura 83 - Conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos) | 94 |
| Figura 84 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos) | 95 |
| Figura 85 - Tensões de referência do inversor (Perfil Trapezoidal com período de 4 segundos) | 95 |
| Figura 86 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Trapezoidal 4 s / 4 N.m) | 95 |
| Figura 87 - Comparação dos resultados (Perfil Trapezoidal com período de 4 segundos) | 96 |
| Figura 88 - Conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos) | 96 |
| Figura 89 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos) | 97 |
| Figura 90 - Tensões de referência do inversor (Perfil Trapezoidal com período de 5 segundos) | 97 |
| Figura 91 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Trapezoidal 5 s / 4 N.m) | 97 |
| Figura 92 - Comparação dos resultados (Trapezoidal com período de 5 segundos) | 98 |
| Figura 93 - Conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 4 segundos) | 98 |
| Figura 94 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 4 segundos) | 99 |
| Figura 95 - Tensões de referência do inversor (Perfil Triangular com período de 4 segundos) | 99 |
| Figura 96 - Conjugado e Corrente da fase A (Perfil Triangular 4s / 4 N.m) | 99 |
| Figura 97 - Comparação dos resultados (Perfil Triangular com período de 4 segundos) | 100 |
| Figura 98 - Conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 5 segundos) | 100 |
| Figura 99 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 5 segundos) | 100 |
| Figura 100 - Tensões de referência do inversor (Perfil Triangular com período de 4 segundos) | 101 |
| Figura 101 - Conjugado e corrente da Fase A (Perfil Triangular 4 s / 4 N.m) | 101 |
| Figura 102 - Comparação dos resultados (Perfil Triangular com período de 5 segundos) | 101 |
| Figura 103 - Conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 4 segundos) | 102 |
| Figura 104 - Espectro do conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 4 segundos) | 102 |
| Figura 105 - Tensões de referência do inversor (Perfil dente de serra com período de 4 segundos) | 103 |
| Figura 106 - Conjugado e corrente da Fase A (Perfil dente de serra 4 s / 4 N.m) | 103 |
| Figura 107 - Comparação dos resultados (Perfil dente de serra com período de 4 segundos) | 103 |
| Figura 108 - Conjugado requerido (Dente de serra com um período de 5 segundos) | 104 |
| Figura 109 - Espectro do conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 5 segundos) | 104 |
| Figura 110 - Tensões de referência do inversor (Perfil dente de serra com período de 5 segundos) | 104 |
| Figura 111 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil dente de serra 5 s / 4 N.m) | 105 |
| Figura 112 - Comparação dos resultados (Perfil dente de serra com período de 5 segundos) | 105 |

| | |
|--|-----|
| Figura 113 - Perfil de Conjugado Trapezoidal requerido | 106 |
| Figura 114 - Tensão de referência do inversor (Perfil Trapezoidal – período de 0,5 segundos) | 107 |
| Figura 115 - Corrente da Fase A (Motor Linear) | 107 |
| Figura 116 - Corrente da fase B (Motor Linear) | 108 |
| Figura 117 - Corrente da fase C (Motor Linear) | 108 |
| Figura 118 - Comparação entre as forças medida e requerida (Motor Linear) | 108 |
| Figura 119 - Corrente da Fase A (Motor Linear com tensões desbalanceadas) | 110 |
| Figura 120 - Corrente da Fase B (Motor Linear com tensões desbalanceadas) | 110 |
| Figura 121 - Corrente da Fase C (Motor Linear com tensões desbalanceadas) | 110 |
| Figura 122 - Comparação entre as forças medida e requerida (Motor Linear com correntes desbalanceadas) | 111 |

Lista de Tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela I – Comparação entre métodos de controle de conjugado | 7 |
| Tabela II - Parâmetros da máquina utilizada no estudo | 18 |
| Tabela III – K^* em função de m e n | 52 |
| Tabela IV – K em função de m e n | 52 |
| Tabela V - K em função de m e n | 52 |
| Tabela VI - h em função de m e n | 53 |
| Tabela VII - γ em função de m e n | 53 |
| Tabela VIII - Relação entre os últimos harmônicos de tensão e de conjugado | 55 |
| Tabela IX - Valores de módulo e ângulo do conjugado desejado | 60 |
| Tabela X - Valores achados | 63 |
| Tabela XI - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Gaussiano) | 65 |
| Tabela XII - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Trapezoidal) | 67 |
| Tabela XIII - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Triangular) | 69 |
| Tabela XIV - Parâmetros das máquinas | 72 |
| Tabela XV - Nomenclatura dos pinos | 77 |
| Tabela XVI - Tempos de espera configuráveis | 80 |
| Tabela XVII - Lista de erros | 81 |
| Tabela XVIII - Funcionalidade dos Sinais | 84 |
| Tabela XIX - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos) | 91 |
| Tabela XX - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos) | 93 |
| Tabela XXI - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos) | 95 |
| Tabela XXII - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos) | 97 |
| Tabela XXIII - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Triangular com um período de 4 segundos) | 99 |
| Tabela XXIV - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Triangular com um período de 5 segundos) | 101 |
| Tabela XXV - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Dente de Serra com um período de 4 segundos) | 102 |
| Tabela XXVI - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Dente de Serra com um período de 5 segundos) | 104 |
| Tabela XXVII – Decomposição Harmônica | 106 |
| Tabela XXVIII - Tensões harmônicas para o motor linear (Trapezoidal - período de 0,5 segundos) | 107 |
| Tabela XXIX - Tabela de resultados obtidos no desbalanceamento das tensões | 109 |

Lista de Anexos

| | |
|-----------|--|
| ANEXO I | – Datasheet do Conversor |
| ANEXO II | – Datasheet do Sensor de Conjugado |
| ANEXO III | – Folhas de dados dos componentes utilizados |

Lista de Apêndices

| | |
|--------------|---|
| APÊNDICE I | – Código do Bloco “Gerador de Harmônicos” |
| APÊNDICE II | – Código do bloco “s-function MID” |
| APÊNDICE III | – Algoritmo do Método |

| | |
|---------------|--|
| APÊNDICE IV | – Levantamento de Parâmetros do Motor Linear |
| APÊNDICE V | – Circuito do Condicionador de Sinais do Torquímetro |
| APÊNDICE VI | – Circuito de Controle do Conversor |
| APÊNDICE VII | – Software do Microcontrolador |
| APÊNDICE VIII | – Software do Labview |
| APÊNDICE IX | – Lista de Publicações |

Simbologia

| | |
|----------------|--|
| $v_X(t)$ | Tensão instantânea da fase X |
| $i_X(t)$ | Corrente instantânea da fase X |
| $\lambda_X(t)$ | Fluxo instantâneo da fase X |
| R_S, R_1 | Resistência de estator do motor de indução |
| R_R, R_2 | Resistência de rotor do motor de indução |
| L_{XY} | Indutância entre as fases X e Y |
| L_{SS} | Indutância própria do estator do motor de indução |
| L_{DS} | Indutância de Dispersão do estator |
| L_{DR} | Indutância de Dispersão do rotor |
| Fmm_X | Força magnetomotriz da fase X |
| θ | Posição angular do rotor |
| P | Número de pólos |
| $T(t)$ | Conjugado instantâneo |
| T | Conjugado em regime permanente senoidal |
| X_1 | Impedância de dispersão do estator |
| X_2 | Impedância de dispersão do rotor |
| X_m | Impedância de magnetização |
| L_m | Indutância de magnetização |
| s | Escorregamento da primeira componente harmônica |
| ω_o | Frequência angular da tensão de alimentação |
| ω_m | Velocidade angular mecânica |
| \hat{V}_1 | Fasor da tensão de alimentação por fase do motor |
| \hat{I}_1 | Fasor da corrente do estator por fase do motor |
| \hat{I}_2 | Fasor da corrente do rotor por fase do motor |
| m, n | Ordens harmônicas |
| T_{mh} | Conjugado devido ao harmônico m |
| F_S | Força magneto-motriz girante do estator |
| F_R | Força magneto-motriz girante do rotor |
| δ_{SR} | Ângulo entre as fmm's girantes do estator e do rotor |

| | |
|------------------------|--|
| T_{SR} | Conjugado resultante da interação entre as fmm's do estator e do rotor |
| $V_X(s)$ | Tensão da fase X no domínio da frequência |
| $I_X(s)$ | Corrente da fase X no domínio da frequência |
| V_m, V_n | Amplitudes das tensões harmônicas de ordem m ou n |
| φ_m, φ_n | Ângulo de defasamento das tensões harmônicas de ordem m ou n |
| t | Tempo |
| ω | Velocidade angular da fundamental do conjugado |
| α_{ih} | Ângulo da harmônica i do conjugado |
| T_{ih} | Amplitude da harmônica i do conjugado |

Capítulo 1 – Introdução

1.1. Considerações Iniciais

Esta tese apresenta um método diferente de controle de conjugado, em que o controle é feito em malha aberta, pois não há nenhum tipo de realimentação, e se baseia na hipótese de que exista um conjunto de tensões trifásicas, não senoidais, defasadas entre si em 120 graus que, quando aplicadas aos terminais da máquina são capazes de gerar o conjugado desejado.

Este capítulo visa dar ao leitor embasamento para que ele possa entender o conteúdo da tese, em seguida serão expostos os objetivos e a justificativa deste trabalho e, então, será descrita a estrutura da tese.

É importante salientar que o método proposto não é similar aos métodos usuais que serão descritos no próximo capítulo, sendo ele mais simples e de fácil aplicação para um caso específico de funcionamento do motor (motor operando com velocidade muito baixa) e em tarefas repetitivas. Mesmo assim, é importante mostrar os avanços na área de controle de conjugado em motores de indução, para que se possa comparar as vantagens e desvantagens com o método proposto.

1.2. Justificativa

Existem várias aplicações práticas em que uma carga mecânica necessita de uma determinada força ou conjugado, em uma determinada direção, com velocidades baixas. São cargas que exigem força e não velocidade. Exemplos comuns podem ser encontrados em prensas, estamparias, guilhotinas, ensaios de tração e compressão de materiais e, atualmente, em aplicações na Bioengenharia e Biomecânica.

Atualmente, muitas dessas aplicações são realizadas com sistemas mecânicos, como molas, pesos, equipamentos hidráulicos e pneumáticos, ou mesmo com motores de indução rotativos, acionando volantes para reduzir a velocidade e aumentar a força. Muitos desses sistemas são caros, exigem manutenção dispendiosa e baixo rendimento.

A ideia deste trabalho é eliminar os sistemas mecânicos utilizando somente o motor de indução, gerando economia, devido à simplicidade, e eficiência e redução de custos em sua aquisição e manutenção.

Para que os sistemas mecânicos possam ser dispensados, a força ou o conjugado gerado pela máquina deve se compatibilizar com a carga, ou seja, a máquina deve suprir a exigência da carga. Assim, a solução proposta neste trabalho é procurar formas não tradicionais de onda das tensões de alimentação, que produzam as variações temporais de conjugado que a carga exige.

1.3. Objetivos

A seguir são apresentados os objetivos gerais e específicos do presente trabalho.

1.3.1. Objetivo Geral

- ✓ Oferecer uma alternativa aos sistemas mecânicos e possibilitar o uso de forma direta do motor de indução em aplicações onde é necessária força ou conjugado em velocidades baixas.

1.3.2. Objetivos Específicos

- ✓ Desenvolver um método matemático para calcular as tensões que gerariam o conjugado proposto;
- ✓ Construir um sistema que permita a alimentação do motor de indução com as tensões calculadas;
- ✓ Comparar e validar o método tanto em motores de indução rotativos quanto em motores de indução lineares;

1.4. Estrutura da Tese

Neste item será exposta a estrutura da tese, que será composta por cinco capítulos, as referências bibliográficas, os apêndices e anexos.

A Introdução foi dividida em considerações iniciais, onde é feita uma breve descrição do trabalho, sua justificativa, o objetivo e a estrutura da tese, na qual serão explicitadas a forma de apresentação do trabalho e o seu objetivo.

No capítulo reservado à revisão bibliográfica serão abordados o desenvolvimento atual de métodos de controle de torque em motores de indução, e suas vantagens e desvantagens, e os estudos realizados quanto ao funcionamento do motor de indução na presença de harmônicos e seu efeito no conjugado produzido pelo motor.

No capítulo reservado ao motor de indução, o primeiro item apresentará uma breve noção do funcionamento de um motor de indução. No segundo item deste mesmo capítulo será mostrado o desenvolvimento do modelo utilizado para estudo do motor de indução e no terceiro e último item será apresentado um estudo do conjugado eletromagnético, bem como seu comportamento na presença de harmônicas nas tensões de entrada.

No desenvolvimento teórico serão mostradas todas as suposições e equacionamentos envolvidos no desenvolvimento do método no primeiro item, enquanto que todo o procedimento para a escolha das tensões de entrada será mostrado no segundo item. A seguir serão mostradas as simulações e a prova do método, comparadas com o modelo do motor de indução apresentado no capítulo dois e, por último, o efeito no motor quando introduzida a modulação PWM nas tensões de entrada.

O desenvolvimento prático se divide em quatro itens. O primeiro mostra os equipamentos utilizados nos ensaios, incluindo os motores, o segundo mostra o controle do conversor, incluindo os projetos de software e hardware deste controle, no terceiro serão mostrados os ensaios de

confrontação teórico-experimentais, tanto no motor rotativo quanto no motor linear e, no último item, tem-se a análise dos resultados obtidos.

No último capítulo serão apresentadas as conclusões do trabalho bem como as recomendações finais deste.

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

2.1. Métodos de Controle de Conjugado

Este item visa apresentar o estado da arte dos métodos mais utilizados de controle de conjugado. O estudo se concentrou nos dois métodos mais estudados, o FOC e o DTC, e se baseou em livros, artigos e teses [1-28].

O conceito de FOC - controle orientado pelo campo - foi introduzido por Blaschke [8] e a partir dele foram desenvolvidas várias versões desse tipo de controle.

O seu princípio de funcionamento se baseia em um modelo dq do motor de indução. Utiliza-se a referência do fluxo enlaçado pelo rotor, o que simplifica a expressão do conjugado. Desta maneira, há um descoplamento entre a componente do conjugado (corrente em quadratura) e a componente do fluxo (corrente direta), o que facilita o controle do motor de maneira similar ao motor CC, ou seja, é possível manter o fluxo constante e variar o torque alterando-se somente a componente do conjugado.

A dificuldade deste método é conseguir o ângulo, ou posição instantânea do fluxo enlaçado pelo rotor. A classificação usual do controle orientado pelo campo é realizada de acordo com o modo em que esse ângulo é obtido.

No controle vetorial direto, este ângulo é obtido dos terminais da máquina (tensões e correntes) ou através de sensores de fluxo no entreferro. Em baixas velocidades, esse controle é inexato, pois há dificuldades na obtenção do ângulo do fluxo girante. No caso do uso de sensores de fluxo no entreferro da máquina, em baixas velocidades, estes sensores captam sinais pequenos, comparáveis a ruídos. O cálculo do fluxo através das tensões e correntes fica comprometido em baixas velocidades devido ao aumento na queda de tensão na resistência do estator em comparação à tensão de alimentação.

No controle vetorial indireto, o ângulo é obtido através de um sensor de velocidade acoplado ao eixo do rotor e de parâmetros da máquina. Em baixas velocidades o funcionamento deste método dependerá da qualidade do sensor de velocidade e dos parâmetros da máquina.

Vários estudos foram feitos sobre o controle orientado pelo campo (FOC) [9-16], em que se evidencia a preocupação com o funcionamento deste método em baixas velocidades [13].

Outro método muito utilizado de controle de conjugado em máquinas assíncronas é o DTC- *Direct Torque Control*. Este método foi introduzido por Takahashi [17 - 19] com participação decisiva de Depenbrock [20], e consiste de uma estratégia de controle de fluxo girante do estator, onde se calcula de maneira instantânea o torque imposto pela máquina através das correntes e tensões medidas e se compara esse torque com o pedido. Com base nessa comparação e nos cálculos da magnitude e ângulo do fluxo do estator aplica-se um algoritmo de chaveamento do inversor de forma a se conseguir o torque necessário.

Este método é muito utilizado, pois não necessita de medidores de velocidade, nem controla o motor através das correntes do estator.

Em baixas velocidades o controle se torna impreciso pela dificuldade de obtenção dos fluxos estatóricos devido ao aumento da queda de tensão na resistência do estator em relação à tensão aplicada.

Há uma extensa literatura sobre este tipo de controle [21-27], nela se destacam os estudos de funcionamento deste método em baixas velocidades [24, 27].

As referências [7] e [28] comparam as estratégias de controle FOC e DTC. De acordo com Magalhães [7], as vantagens e desvantagens de cada controle são mostradas na Tabela I.

Tabela I – Comparação entre métodos de controle de conjugado

| | Vantagens | Desvantagens |
|---------------------|--|--|
| Controle FOC | <ul style="list-style-type: none"> • Controle separado de fluxo e conjugado; • Bom desempenho dinâmico; • Tecnologia viável e madura; • Corrente e conjugado com baixo conteúdo harmônico. | <ul style="list-style-type: none"> • Utilização de transformações de coordenadas com referência em movimento; • Utilização de controladores PI; • Requer sensores de posição ou velocidade para se obter controle de fluxo e conjugado; • Utilização de reguladores de corrente; • Sensibilidade aos parâmetros do rotor. |
| Controle DTC | <ul style="list-style-type: none"> • Simplicidade e robustez na implementação (controle por tensão e não corrente); • Dispensam transformações de coordenadas relativas com referenciais em movimento; • Excelente desempenho dinâmico; • Controle separado de fluxo e conjugado; • Estabilidade em face de incertezas na modelagem; • Controle sem sensores de velocidade ou posição. | <ul style="list-style-type: none"> • Frequência de comutação variável; • Sensibilidade em relação ao valor da resistência do estator em baixas velocidades; • Corrente e conjugado com conteúdo harmônico elevado e imprevisível; • Desempenho dependente da frequência de amostragem. |

2.2. Harmônicos em Motores de Indução

Com o advento da eletrônica de potência, muitos métodos de acionamento têm sido aplicados aos motores de indução para possibilitar os controles de velocidade e/ou conjugado. Estes controles são construídos com chaves semicondutoras (SCR, MOSFET, IGBT) que, através de seu chaveamento, introduzem harmônicos de tensão ou corrente nos terminais da máquina.

Este item visa mostrar os estudos realizados sobre a presença de harmônicas nos terminais da máquina, já que este assunto será abordado na tese. Para o desenvolvimento deste item, foram consultados livros [1,2] e artigos [29-40] que abordam o tema.

Estudos de (Lipo e Wagner) [29,30] revelaram que o uso de inversores em motores de indução gera harmônicas nos terminais da máquina que, por sua vez, geram pulsos de conjugado eletromagnético.

De acordo com Wagner [30], tensões não senoidais geram sobreaquecimento, conjugados pulsantes, ruído e vibração mecânica no eixo do motor. Estudos têm sido feitos para analisar o desempenho mecânico [31] e elétrico [32] do motor de indução sob o efeito destes harmônicos.

Segundo Ekram [32], o conjugado desenvolvido por um motor de indução sob a influência de harmônicos pode ser dividido em: conjugado em regime permanente, que é o conjugado médio desenvolvido pela máquina, e conjugado pulsante, resultado da interação entre as forças magnetomotrizes de estator e rotor com frequências diferentes.

Segundo estudos realizados por Lee [32] e Brito [34], além de causar vibração e aquecimento, o acréscimo de harmônicas no sistema também pode ocasionar perda de eficiência, pois dependendo da combinação das harmônicas de corrente do estator e do rotor é gerado um conjugado positivo ou negativo. Sabe-se ainda, que ao adicionar múltiplas das terceiras harmônicas ao motor não será gerado nenhum conjugado, ou seja, essas terceiras harmônicas não realizarão trabalho e só acumularão perdas, diminuindo a eficiência da máquina.

Os estudos atuais envolvendo presença de harmônicos em motores de indução concentram-se em minimizar as oscilações de conjugado produzidas pelos métodos de controle apresentados no item anterior, principalmente no método DTC [35-40], que apresenta a desvantagem de gerar um maior conteúdo harmônico, conforme visto na Tabela I.

Capítulo 3 – Modelo do Motor de Indução

Este capítulo mostra o equacionamento do motor de indução utilizado e o desenvolvimento do simulador do motor de indução, ambos com o rotor bloqueado. O intuito deste simulador é o de comprovar o funcionamento do método proposto antes de aplicá-lo.

3.1. Equacionamento com o rotor bloqueado

Neste item será estudado o modelo *abc* de um motor de indução trifásico convencional, conectado em Y, com rotor bloqueado. Este modelo será utilizado tanto para o desenvolvimento do método proposto quanto para a construção do simulador onde será testado este método. O estudo e o desenvolvimento deste modelo se basearam nas referências [41-43].

As equações das tensões no domínio do tempo dos enrolamentos no motor de indução são apresentadas em (1) a (6). Nota-se que o fluxo não depende da posição, pois se está trabalhando com o rotor bloqueado.

$$v_a(t) = R_s \cdot i_a(t) + \frac{d\lambda_a(t)}{dt} \quad (1)$$

$$v_b(t) = R_s \cdot i_b(t) + \frac{d\lambda_b(t)}{dt} \quad (2)$$

$$v_c(t) = R_s \cdot i_c(t) + \frac{d\lambda_c(t)}{dt} \quad (3)$$

$$0 = R_r \cdot i_A(t) + \frac{d\lambda_A(t)}{dt} \quad (4)$$

$$0 = R_r \cdot i_B(t) + \frac{d\lambda_B(t)}{dt} \quad (5)$$

$$0 = R_r \cdot i_C(t) + \frac{d\lambda_C(t)}{dt} \quad (6)$$

As equações do fluxo são mostradas nas equações de (7) a (12).

$$\lambda_a(t) = L_s \cdot i_a(t) + L_{aa} \cdot i_a(t) + L_{ab} \cdot i_b(t) + L_{ac} \cdot i_c(t) + L_{aA} \cdot i_A(t) + L_{aB} \cdot i_B(t) + L_{aC} \cdot i_C(t) \quad (7)$$

$$\lambda_b(t) = L_S \cdot i_b(t) + L_{ba} \cdot i_a(t) + L_{bb} \cdot i_b(t) + L_{bc} \cdot i_c(t) + L_{bA} \cdot i_A(t) + L_{bB} \cdot i_B(t) + L_{bC} \cdot i_C(t) \quad (8)$$

$$\lambda_c(t) = L_S \cdot i_c(t) + L_{ca} \cdot i_a(t) + L_{cb} \cdot i_b(t) + L_{cc} \cdot i_c(t) + L_{cA} \cdot i_A(t) + L_{cB} \cdot i_B(t) + L_{cC} \cdot i_C(t) \quad (9)$$

$$\lambda_A(t) = L_R \cdot i_A(t) + L_{Aa} \cdot i_a(t) + L_{Ab} \cdot i_b(t) + L_{Ac} \cdot i_c(t) + L_{AA} \cdot i_A(t) + L_{AB} \cdot i_B(t) + L_{AC} \cdot i_C(t) \quad (10)$$

$$\lambda_B(t) = L_R \cdot i_B(t) + L_{Ba} \cdot i_a(t) + L_{Bb} \cdot i_b(t) + L_{Bc} \cdot i_c(t) + L_{BA} \cdot i_A(t) + L_{BB} \cdot i_B(t) + L_{BC} \cdot i_C(t) \quad (11)$$

$$\lambda_C(t) = L_R \cdot i_C(t) + L_{Ca} \cdot i_a(t) + L_{Cb} \cdot i_b(t) + L_{Cc} \cdot i_c(t) + L_{CA} \cdot i_A(t) + L_{CB} \cdot i_B(t) + L_{CC} \cdot i_C(t) \quad (12)$$

Montando-se as equações de (1) a (6) na forma matricial tem-se a equação (13).

$$[v(t)] = [R] \cdot [i(t)] + [L] \cdot \frac{d[i(t)]}{dt} \quad (13)$$

Em que:

$$[v(t)] = \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[i(t)] = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \\ i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_R \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} (L_{DS} + L_{aa}) & L_{ab} & L_{ac} & L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{ba} & (L_{DS} + L_{bb}) & L_{bc} & L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{ca} & L_{cb} & (L_{DS} + L_{cc}) & L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \\ L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} & (L_{DR} + L_{AA}) & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} & L_{BA} & (L_{DR} + L_{BB}) & L_{BC} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} & L_{CA} & L_{CB} & (L_{DR} + L_{CC}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Com base na Figura 1 podem-se definir os valores L_{xy} da matriz (17), chegando-se às equações (18) a (34).

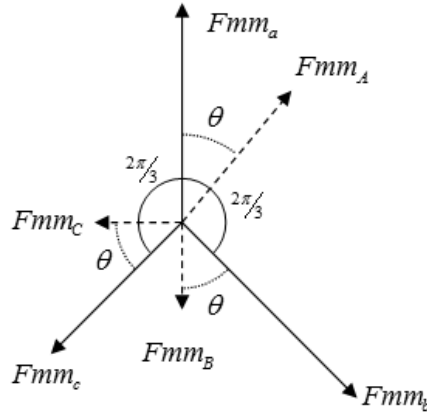


Figura 1 - Fmm's do rotor e estator em um motor de indução.

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{SS} \quad (18)$$

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{RR} = L_{SS} \quad (19)$$

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (20)$$

$$L_{ac} = L_{ca} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (21)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (22)$$

$$L_{AB} = L_{BA} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (23)$$

$$L_{AC} = L_{CA} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (24)$$

$$L_{BC} = L_{CB} = L_{SS} \cdot \cos(2\pi/3) \quad (25)$$

$$L_{aA} = L_{Aa} = L_{SS} \cdot \cos(\theta) \quad (26)$$

$$L_{aB} = L_{Ba} = L_{SS} \cdot \cos(\theta + 2\pi/3) \quad (27)$$

$$L_{aC} = L_{Ca} = L_{SS} \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (28)$$

$$L_{bA} = L_{Ab} = L_{SS} \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (29)$$

$$L_{bB} = L_{Bb} = L_{SS} \cdot \cos(\theta) \quad (30)$$

$$L_{bC} = L_{Cb} = L_{SS} \cdot \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \quad (31)$$

$$L_{cA} = L_{Ac} = L_{SS} \cdot \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \quad (32)$$

$$L_{cB} = L_{Bc} = L_{SS} \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad (33)$$

$$L_{cC} = L_{Cc} = L_{SS} \cdot \cos(\theta) \quad (34)$$

A equação do conjugado eletromagnético é dada pela equação (35), e a matriz contendo a derivada é mostrada em (36).

$$T(t) = \frac{P}{4} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) & i_b(t) & i_c(t) & i_A(t) & i_B(t) & i_C(t) \end{bmatrix} \cdot \frac{d[L]}{d\theta} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \\ i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\frac{d[L]}{d\theta} = -L_{SS} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & 0 & \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\theta) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

3.2. O Simulador Utilizado

Neste item serão explicadas as partes do simulador utilizado no estudo do conjugado gerado por um motor de indução com o rotor bloqueado alimentado com tensões com conteúdo harmônico. Este simulador foi feito pelo Software Simulink®, que faz parte do programa computacional Matlab®, e utilizou a biblioteca SimPowerSystems®, que contém modelos prontos de circuitos elétricos.

O modelo, mostrado na Figura 2, é composto pelo bloco do “Motor Bloqueado”, um bloco “Gerador de Harmônicos”, que é uma fonte de tensão que pode gerar tensões compostas de até 11 harmônicos, um bloco de medição das tensões e correntes trifásicas, um bloco responsável pelo cálculo das potências ativa e reativa e os blocos em que se podem ver as medições realizadas.

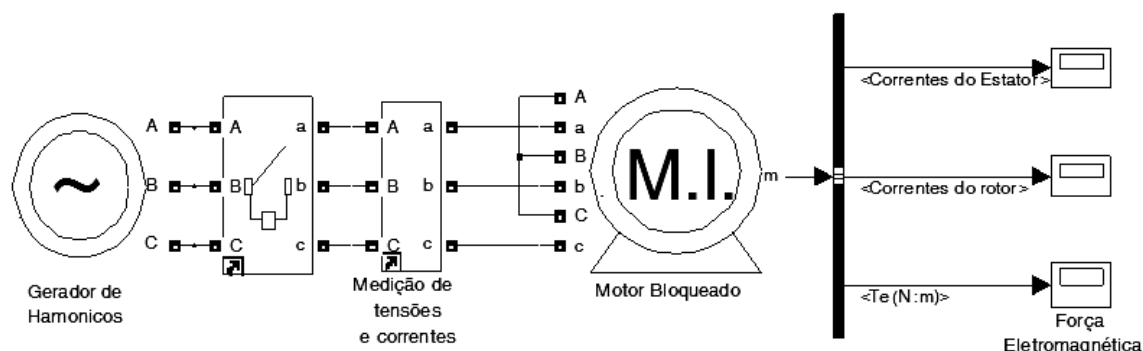


Figura 2 - Modelo utilizado para estudar o conjugado.

Os blocos de medição de tensão e correntes e do cálculo das potências e da carga são blocos já prontos e foram obtidos pelas bibliotecas do Simulink®. Por esta razão será dada maior ênfase aos blocos “Gerador de Harmônicos” e “Motor”, que foram construídos para o estudo do efeito de tensões com harmônicos no conjugado produzido pelo motor.

O bloco “Gerador de Harmônicos” é uma fonte de tensão trifásica que permite injetar tensões trifásicas contendo até onze harmônicos no motor. As variáveis destas tensões são as amplitudes e os ângulos iniciais de defasamento das tensões de cada harmônico, como se pode visualizar pela janela de entrada de dados mostrada na Figura 3.

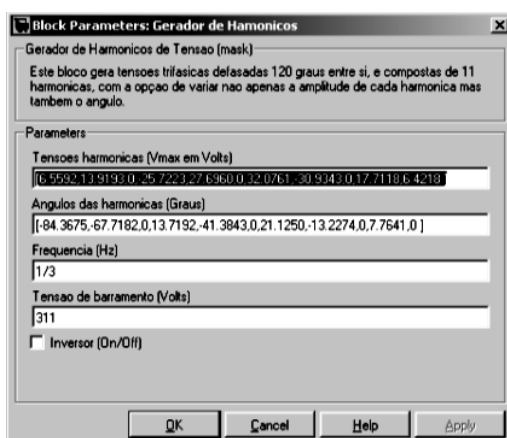


Figura 3 - Janela com os parâmetros de entrada do bloco “Gerador de Harmônicos”.

Ao expandir o bloco “Gerador de Harmônicos”, tem-se como resultado o diagrama de blocos mostrado na Figura 4, cujo bloco principal é um bloco especial do Simulink®, que permite usar o código do Matlab® para tratar as entradas e gerar as saídas necessárias. A listagem do código contido neste bloco está no Apêndice I desta tese.

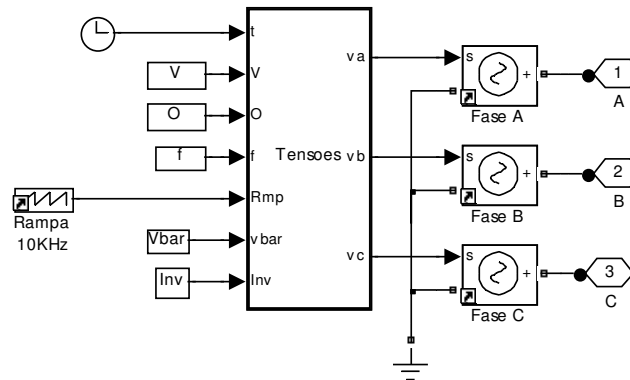


Figura 4 - Diagrama de blocos do “Gerador de Harmônicos”.

As entradas ‘V’ e ‘O’, contidas na janela de parâmetros, mostrada na Figura 4, são vetores contendo, respectivamente, as amplitudes das tensões para cada harmônico e os ângulos iniciais também para cada harmônico. Estas grandezas são utilizadas para gerar a tensão trifásica a ser conectada aos terminais do motor de indução.

Além destas entradas existem também outras no bloco “Tensões”, como a entrada do tempo (primeira entrada) e de uma forma de onda em dente de serra de 10 kHz, cuja amplitude varia da tensão de barramento negativa até a tensão de barramento positiva. Esta entrada possibilita ao bloco “Gerador de Harmônicos” fornecer uma saída de tensão com os harmônicos, modulada em PWM e, assim, simular o funcionamento de um inversor.

O modelo do motor de indução trifásico com o rotor bloqueado, contido no bloco “Motor”, tem como entradas os parâmetros mostrados na janela da Figura 5.

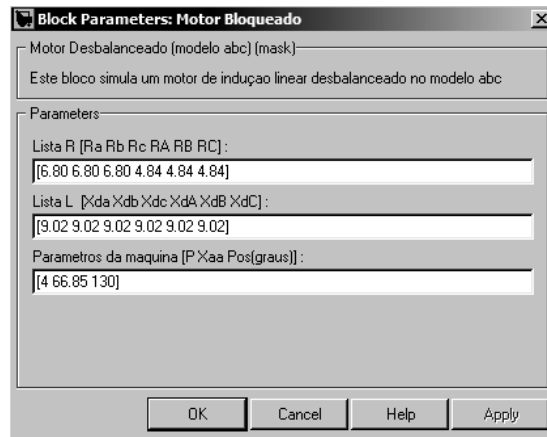


Figura 5 - Janela de entrada de dados do bloco "Motor".

O bloco do motor pode ser visto detalhadamente na Figura 6. O barramento de entrada, responsável por multiplexar as entradas no bloco principal, o bloco “MIB”, que é o bloco principal do modelo, pois é um bloco especial do Matlab® chamado *s-function*, responsável pela resolução do sistema em espaço de estados do motor e o bloco de medidas, que demultiplexa as saídas do bloco “MIB” e disponibiliza as correntes do estator para os blocos seguintes, que são os blocos do enrolamento que transformam os sinais em corrente através de fontes de corrente controladas.

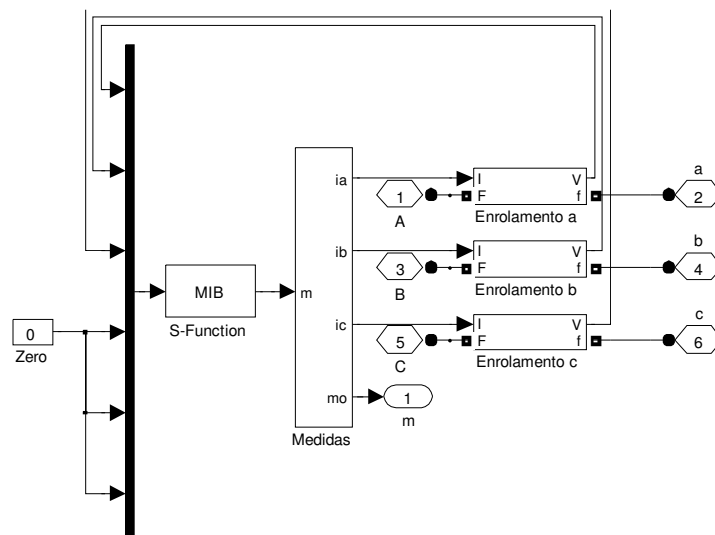


Figura 6 - Diagrama de blocos do Bloco "Motor Bloqueado".

Na janela do bloco “MIB”, mostrado na Figura 7, colocam-se os parâmetros de entrada, que neste caso, são a matriz de resistências, as indutâncias de dispersão, o número de pólos, a indutância do entreferro e a posição inicial da máquina.

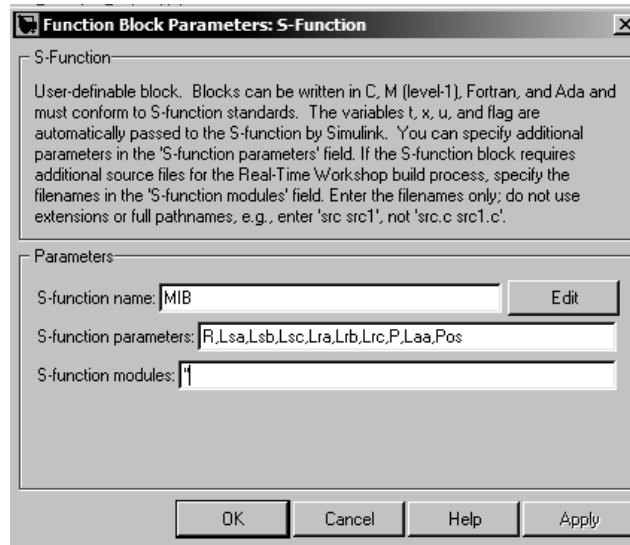


Figura 7 - Janela do bloco “MIB”.

O bloco “MIB” conecta o Simulink® com o código do modelo, desenvolvido no Capítulo 2 desta tese. Para que haja esta conexão o modelo deve ser modificado em um sistema em espaço de estados do motor.

Partindo da Equação (13), pode-se isolar a derivada da corrente de forma que a equação matricial seja igual a (37). Esta expressão pode ser reescrita na forma da equação (38) e, assim, pode ser resolvida por métodos computacionais, tais como o ode23tb, presente no MATLAB®.

$$\frac{d[i(t)]}{dt} = \{[v(t)] - [R] \cdot [i(t)]\} \cdot [L]^{-1} \quad (37)$$

$$\frac{dX}{dt} = A - (B \cdot X) \quad (38)$$

O conjugado eletromagnético é calculado pela Equação (35) logo após a obtenção da corrente instantânea pelo MATLAB®. O código do bloco “MIB” é mostrado no apêndice II desta tese.

O bloco “Medidas”, mostrado na Figura 8, multiplexa a saída do bloco “MIB”. Isto é necessário porque este bloco gera uma saída em forma de um vetor de sete posições. A ordem dos parâmetros de saída também pode ser vista na Figura 8. Este bloco ainda disponibiliza a saída das correntes do estator que serão utilizadas pelos blocos “Enrolamento”.

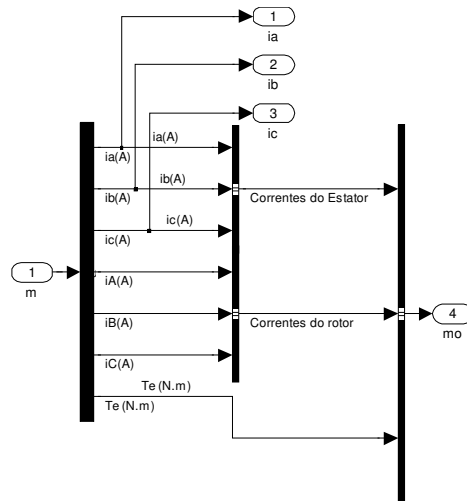


Figura 8 - Diagrama do bloco “Medidas”.

O bloco “Enrolamento”, mostrado em detalhe na Figura 9, tem como entrada um sinal de corrente, proveniente do modelo da máquina e, como saída, um sinal de tensão. Este bloco simula o enrolamento de cada fase do estator da máquina. Para isto ele lê a tensão de entrada, passa para o modelo, que ao final do processamento envia um sinal de corrente a uma fonte de corrente controlada.

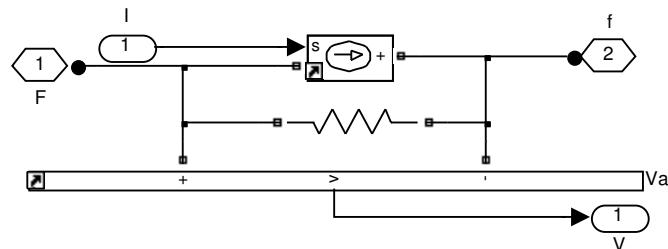


Figura 9 - Diagrama dos blocos “Enrolamento”.

3.3. Estudo do Conjugado Eletromagnético

Este item estudará como as características relativas às tensões de entrada do motor de indução, tais como: a frequência da rede e a presença de harmônicos, influem no conjugado eletromagnético gerado.

Esse estudo é feito através do simulador citado no item anterior, sendo que os parâmetros do motor utilizados já são conhecidos [44]. Esses parâmetros pertencem a um motor trifásico de 1.5 kW de potência, com quatro pólos e uma tensão de alimentação de 220/380 Volts para ligações delta e estrela, respectivamente. Os parâmetros são apresentados na Tabela II.

Tabela II - Parâmetros da máquina utilizada no estudo.

| Parâmetro | Valor |
|-----------|-----------|
| R_s | 3,11 Ohms |
| R_r | 3,83 Ohms |
| L_{DS} | 8,4 mH |
| L_{DR} | 8,4 mH |
| L_m | 127 mH |

As condições iniciais de todas as simulações realizadas neste item são iguais a zero. Essas condições iniciais são as correntes de rotor e estator e a posição inicial do rotor da máquina. As correntes iniciais iguais a zero retratam a energização da máquina, pois este é o período em que a máquina trabalhará durante a parte prática. A posição inicial do rotor não tem influência no conjugado, como será visto no item 3.4, portanto, qualquer posição inicial é satisfatória.

3.3.1. Tensão de Entrada Senoidal

Neste subitem será investigado o conjugado gerado em um motor de indução com o rotor bloqueado, quando alimentado por tensões puramente senoidais. Embora esta análise seja trivial, ela nos permite confirmar o comportamento do simulador sobre como a amplitude e a frequência da rede afetam o conjugado da máquina.

No primeiro teste o objetivo foi estudar o efeito da variação da amplitude das tensões no conjugado eletromagnético. Para tal foram aplicadas tensões puramente senoidais na entrada do motor. A Figura 10 (a) mostra a tensão em uma das fases do motor e a Figura 10 (b) mostra o conteúdo harmônico das tensões aplicadas.

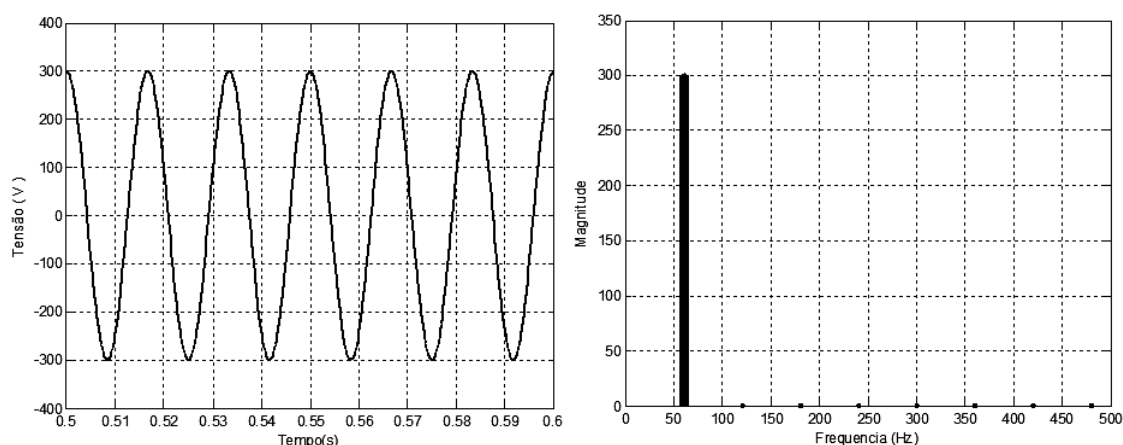


Figura 10 - Tensão aplicada a uma das fases do motor (a) Espectro da tensão aplicada (b).

Na Figura 11 tem-se o conjugado produzido por um motor de indução com o rotor bloqueado funcionando com alimentação trifásica puramente senoidal. Nota-se que há um período em que existe uma oscilação de conjugado e, que depois disso, este se estabiliza. Esta oscilação é devido ao transitório elétrico da máquina, e ela sempre se fará presente quando houver alguma perturbação na alimentação do motor.

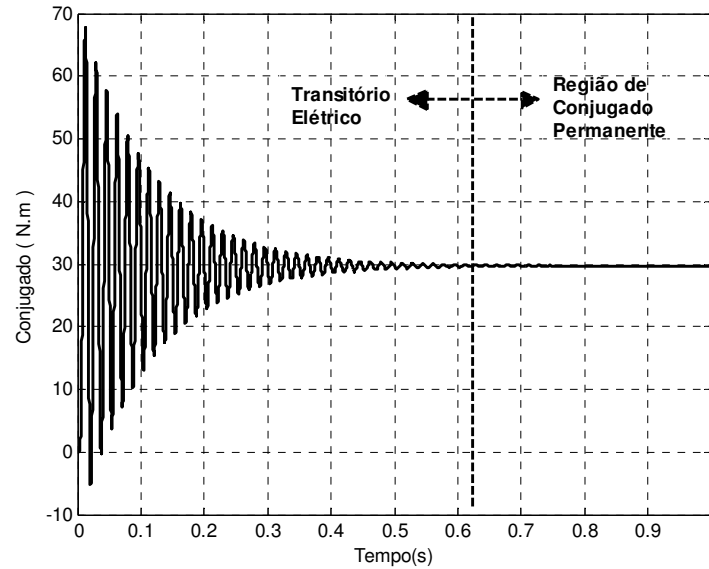


Figura 11 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 300 Volts de pico e frequência de 60 Hz.

Ao aplicar uma tensão trifásica senoidal com uma amplitude menor, mostrada na Figura 12(a) e, cujo conteúdo harmônico é mostrado na Figura 12(b), é gerado o conjugado da Figura 13.

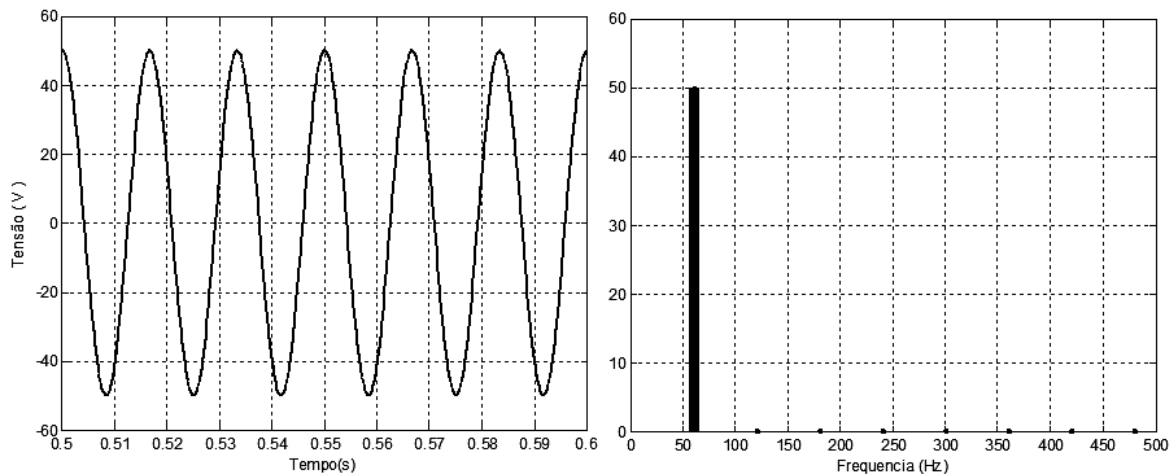


Figura 12 - Tensão aplicada a uma das fases do motor (a) Espectro da tensão aplicada (b).

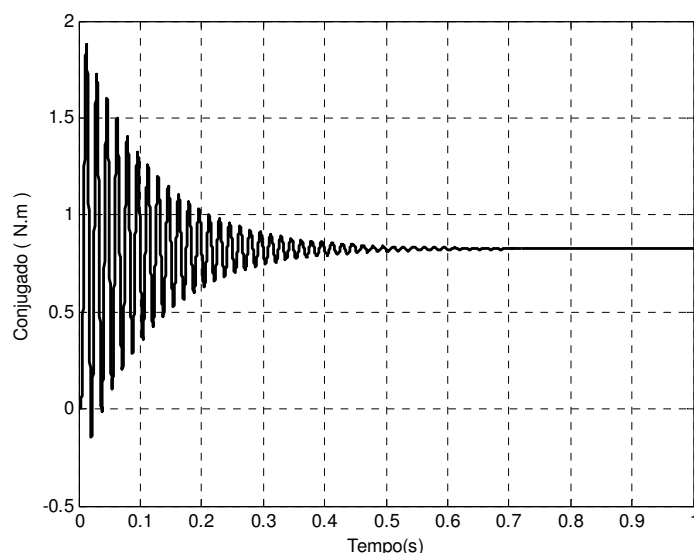


Figura 13 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 50 Volts de pico e frequência de 60 Hz.

Sabe-se que o conjugado é diretamente proporcional ao quadrado da amplitude da tensão induzida no rotor da máquina que, na frequência nominal, é aproximadamente igual à tensão de alimentação. Como se manteve a frequência e reduziu-se a tensão de 300 volts para 50 volts, o conjugado reduziu $(50/300)^2$ vezes e passou de aproximadamente 30 N.m para um valor próximo de 0,833 N.m.

Ao se manter a amplitude da tensão apresentada na Figura 12 e diminuir a frequência da rede drasticamente para 0,6Hz, se obtém o conjugado mostrado na Figura 14, onde se pode comprovar que houve um aumento significativo na intensidade.

O conjugado é inversamente proporcional ao quadrado da frequência, o que explica o aumento de amplitude do conjugado. Porém, em baixas frequências, a queda de tensão na resistência do estator se torna mensurável, o que faz com que a tensão nos terminais da máquina não seja igual àquela induzida no rotor. Desta maneira, mesmo mantendo a amplitude da tensão de alimentação constante, houve uma diminuição da tensão induzida do motor e, por esta razão, o ganho de conjugado não foi o esperado.

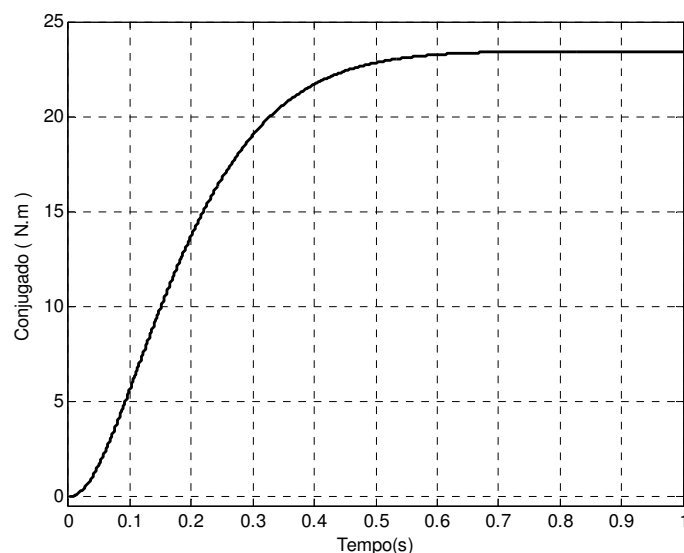


Figura 14 - Conjugado para tensão puramente senoidal de 50 Volts de pico e uma frequência de 0,6 Hz.

Além disto, o acréscimo de conjugado em baixas frequências ocorre porque a impedância do circuito cai, aumentando a amplitude das correntes do estator, como pode ser observado na Figura 15, o que, por sua vez, aumenta a amplitude das forças magnetomotrizes do estator e do rotor, que são diretamente responsáveis pela amplitude do conjugado eletromagnético.

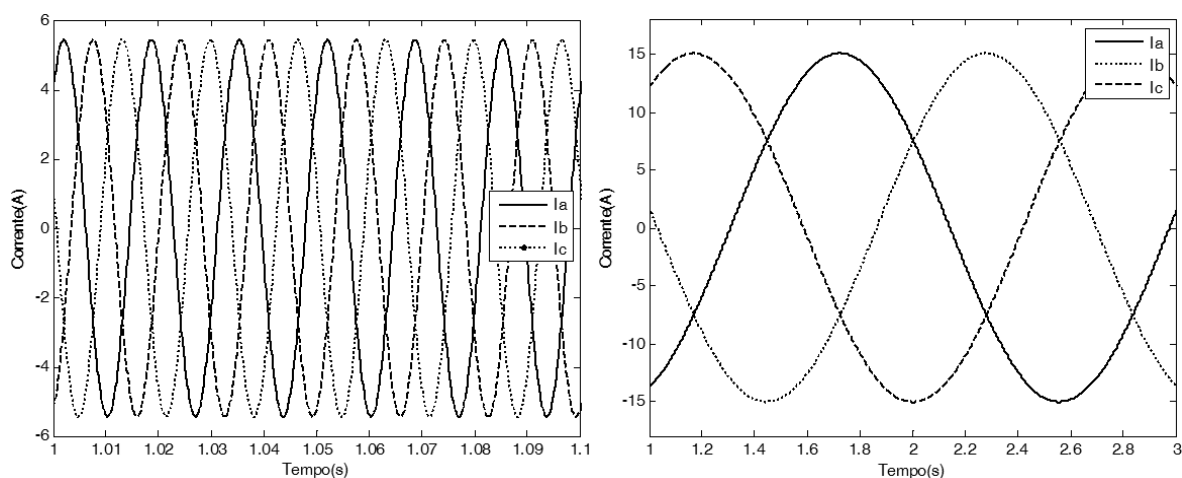


Figura 15 - Corrente de 60 Hz (a) Corrente de 0,6 Hz (b).

No próximo subitem será estudado o conjugado quando há a presença de harmônicos nas tensões de entrada. As características de variação do conjugado com a amplitude e a frequência das tensões de entrada, estudadas até aqui, se mantêm para os casos apresentados a seguir.

3.3.2. Tensão de Entrada Não Senoidal

Este subitem visa entender como a adição de componentes harmônicos nas tensões de entrada influi no conjugado. Para entender melhor o processo deve-se lembrar que a presença de conteúdo harmônico nas tensões de entrada faz com que haja componentes harmônicos nas correntes de estator e rotor e, assim, haverá multiplicações cruzadas destes componentes harmônicos, conforme foi comentado no item 2.2 do presente trabalho.

A uma fonte de tensão trifásica de 220 Volts RMS de fase e 60 Hz de frequência foi adicionada uma harmônica de segunda ordem de 20% da tensão nominal, sendo esta tensão aplicada ao motor de indução.

A Figura 16(a) mostra uma das tensões de fase aplicadas no motor, sendo que as outras tensões estão defasadas de 120 e 240 graus em relação a esta tensão. Nota-se que há uma distorção nesta forma de onda de tensão, o que indica a presença de conteúdo harmônico. Aplicando um algoritmo de FFT acha-se o espectro desta tensão, mostrado na Figura 16(b).

As tensões mostradas na Figura 16(a) foram aplicadas a um motor de indução com rotor bloqueado e, como resultado, tem-se o conjugado mostrado na Figura 17(a), e o detalhe do mesmo na região permanente, mostrado na Figura 17(b).

Como o interesse inicial é somente na região permanente, aplica-se o algoritmo do FFT no conjugado que se encontra nesta região, o que certamente resultará em uma componente em nível contínuo e algumas harmônicas, conforme Figura 18.

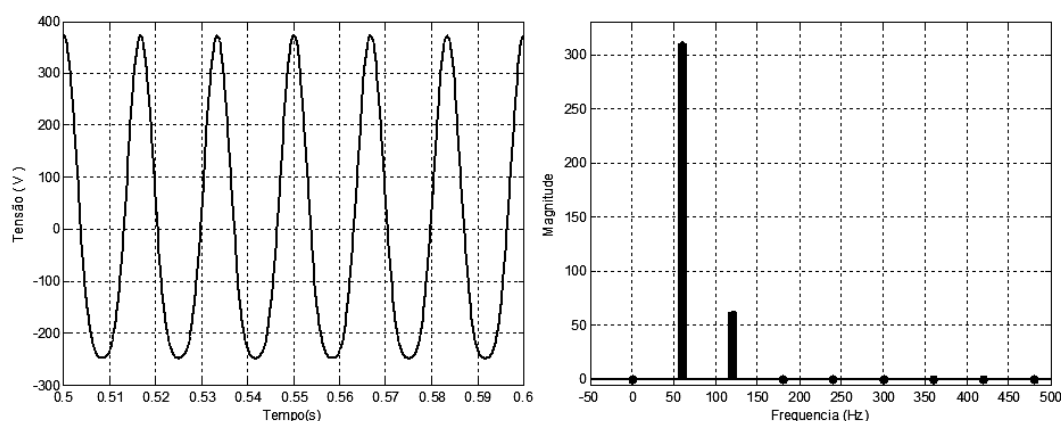


Figura 16 - Tensão de entrada no Motor de Indução (a) Espectro da tensão de entrada (b).

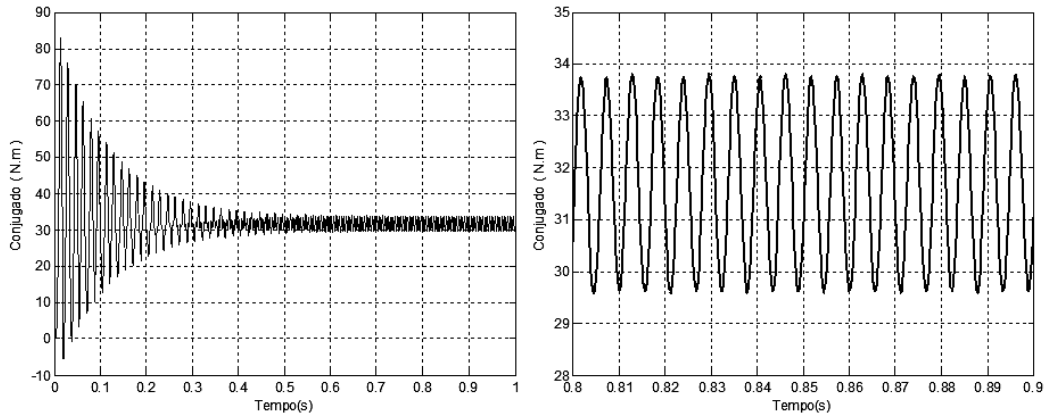


Figura 17 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) Detalhe do Conjugado em regime permanente (b).

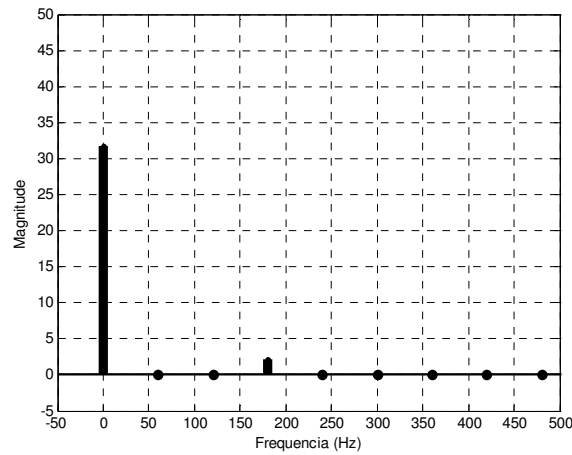


Figura 18 - Espectro do conjugado gerado pela tensão da Figura 16(a) em uma máquina com rotor bloqueado.

Nota-se que, ao adicionarmos uma harmônica de segunda ordem na entrada, o efeito no conjugado foi o aparecimento de uma oscilação de conjugado cuja harmônica é de terceira ordem. Este conjugado pulsante aparece devido à interação das fmm's de estator e rotor de ordens harmônicas diferentes, conforme observado no item 2.2 deste trabalho.

Com a adição de uma harmônica de terceira ordem de amplitude igual à metade da fundamental, têm-se as formas de onda da Figura 19(a) aplicadas ao motor de indução bloqueado. Adota-se o mesmo procedimento para o caso em que foi adicionada a segunda harmônica e obtém-se a Figura 19(b), que mostra o espectro da tensão de entrada com a presença do terceiro harmônico.

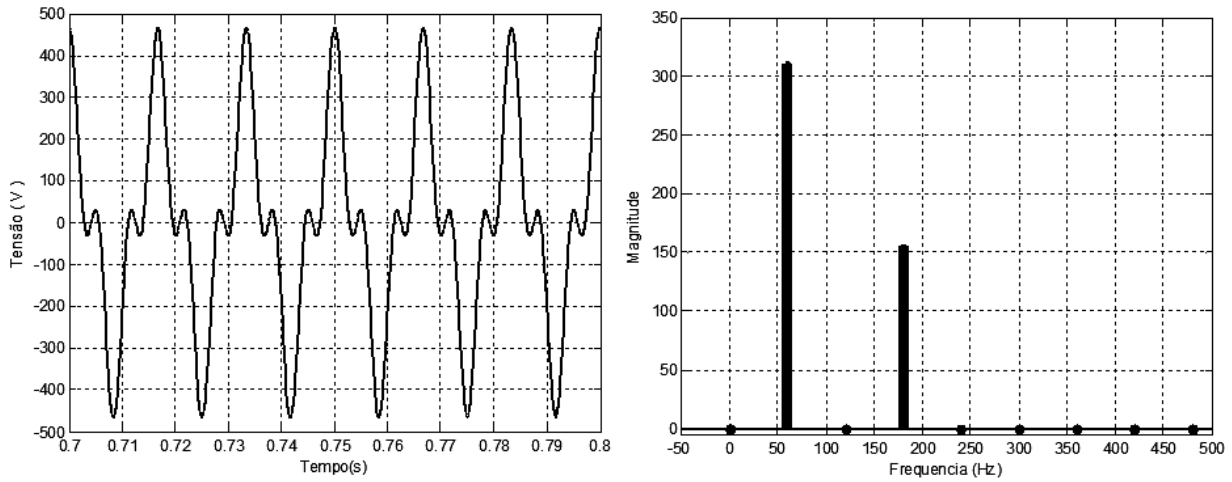


Figura 19- Tensão de entrada no motor de indução (a) e Espectro da tensão de entrada (b).

A Figura 20 apresenta o conjugado do motor de indução com rotor bloqueado, quando acionado pela tensão trifásica com as distorções da Figura 19(a). Note que o conjugado eletromagnético é similar ao conjugado de um motor bloqueado sujeito a uma tensão puramente senoidal. Isto ocorre porque, conforme estudado no item 2.2, a terceira harmônica de tensão não tem efeito no conjugado de saída da máquina.

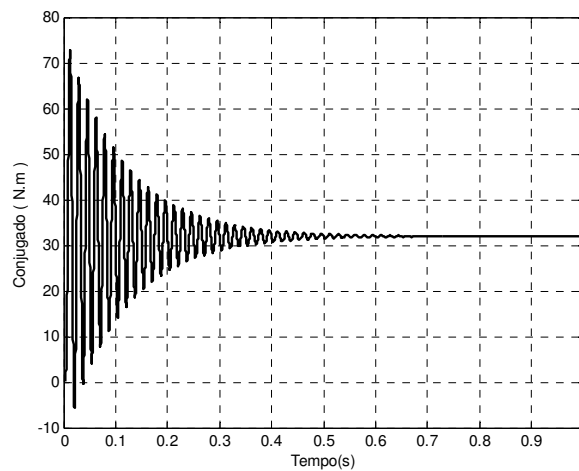


Figura 20 - Conjugado Eletromagnético gerado com rotor bloqueado.

No próximo teste aplica-se a tensão mostrada na Figura 21, cuja distorção harmônica é elevada ($THD = 43,03\%$) nas três fases e defasada em 120 graus uma da outra, no mesmo motor usado anteriormente. As Figuras 22(a) e (b) mostram a amplitude e a fase do espectro da tensão aplicada.

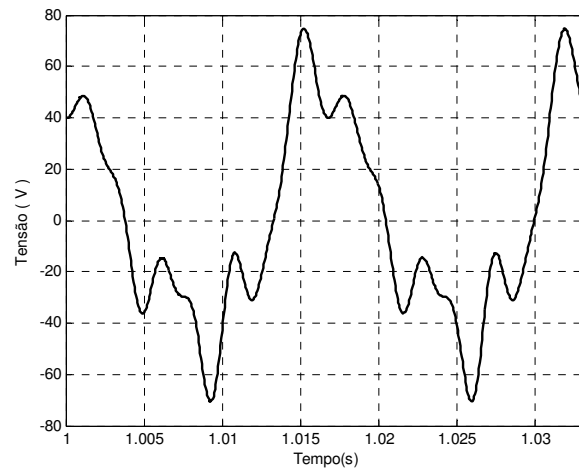


Figura 21 - Tensão de entrada no Motor de Indução.

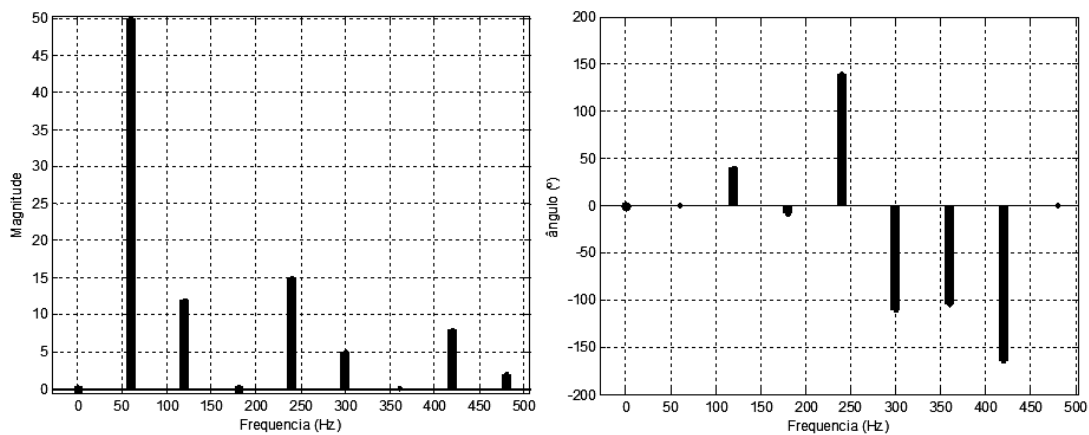


Figura 22 - Amplitude de cada harmônico do espectro (a) e Fase de cada harmônico do espectro (b).

Para a forma de onda de tensão mostrada na Figura 21, se obteve o conjugado mostrado na Figura 23(a) e (b), cujo espectro na região permanente pode ser visto na Figura 24(a) e (b).

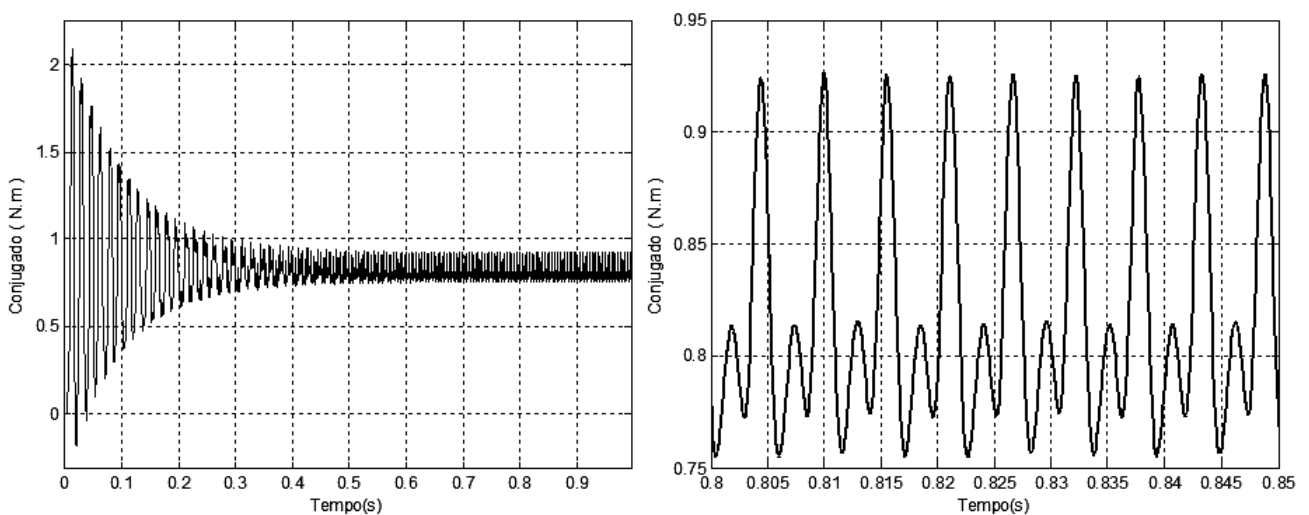


Figura 23 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) e Detalhe em regime permanente (b).

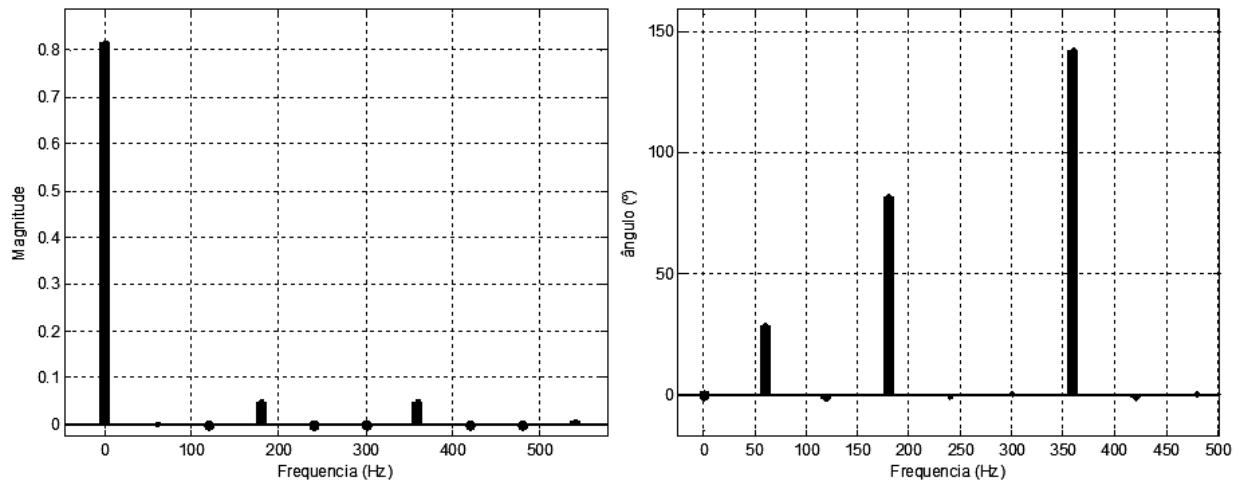


Figura 24 - Amplitude de cada harmônico do conjugado (a) e Fase de cada harmônico do conjugado (b).

Isto mostra que para qualquer combinação de harmônicos na tensão de entrada aparecerão no conjugado somente um nível contínuo de conjugado e componentes harmônicos que são múltiplos da terceira harmônica (3^a , 6^a , 9^a ...), o que é um fato conhecido, conforme pode ser visto na referência [1].

Neste último teste se verificará se o aumento do conjugado eletromagnético ocorre quando se diminui a frequência das tensões de alimentação do motor, como aconteceu no caso do motor alimentado por tensões trifásicas puramente senoidais, e qual o comportamento do espectro do conjugado eletromagnético quando aplicamos a tensão da Figura 21 com uma amplitude dez vezes menor e uma frequência 60 vezes menor (1 Hz).

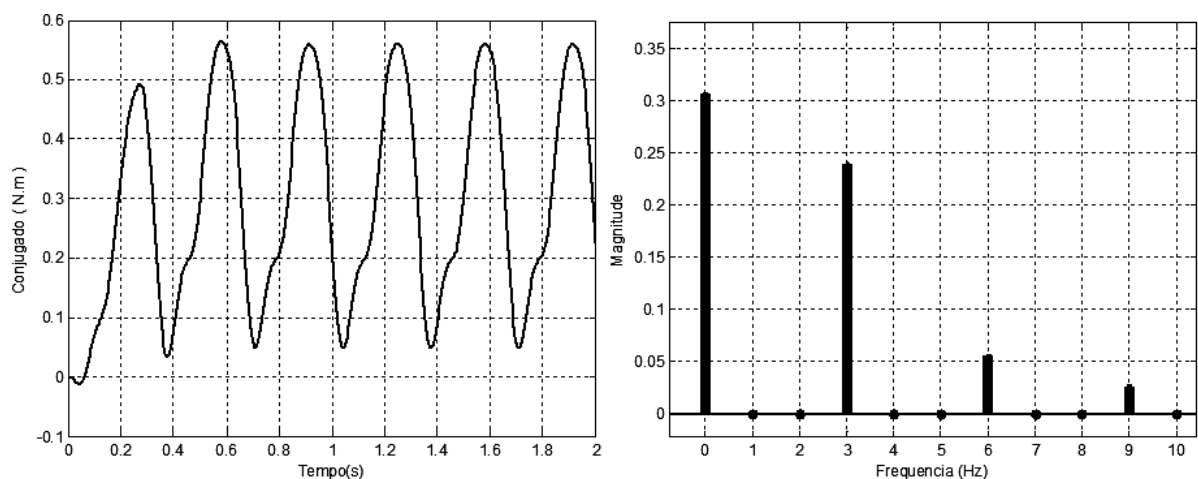


Figura 25 - Conjugado gerado com rotor bloqueado (a) e Amplitude de cada harmônico do conjugado (b).

A Figura 25(a) mostra que, com a diminuição da frequência, houve um aumento na oscilação do conjugado, mesmo com a diminuição da amplitude da tensão, dez vezes menor que a

tensão da Figura 21. Observa-se na Figura 25(b) que a amplitude das harmônicas cresceu, em relação à fundamental, e que apareceram somente harmônicas múltiplas de três (3ª, 6ª e 9ª).

Em uma análise mais apurada da Figura 25(a) nota-se que apareceram variações temporais de conjugado em amplitudes consideráveis. Estas variações, durante o funcionamento normal do motor de indução, isto é, em seu funcionamento na frequência nominal, são vistas como um efeito indesejável na máquina. Porém, existem casos em que tais variações são desejáveis, como por exemplo: a guilhotina e o bate-estaca, onde é necessária a aplicação de uma força considerável repetidamente durante determinado período de tempo.

A hipótese que surge é que se for possível aproveitar essa oscilação de conjugado para gerar um pulso que se aproxime de um pulso quadrado, por exemplo, utilizando para isso somente a manipulação das tensões de entrada, a aplicação de motores de indução para gerar um determinado conjugado em velocidades muito baixas se torna uma opção possível e que merece ser estudada.

3.4. Independência da Posição Inicial do Rotor

Neste item, um estudo é realizado para comprovar na simulação o fato de que o conjugado desenvolvido pelo motor com o rotor bloqueado independe da posição inicial do mesmo, se forem desconsiderados os harmônicos espaciais devido à distribuição dos enrolamentos do motor.

Sabe-se que a equação do conjugado é determinada pela Equação (39), desenvolvida a partir da Equação (35). Nota-se que esta equação depende da posição inicial do rotor.

$$T(t) = -\frac{P}{2} \cdot L_{SS} \cdot \left\{ \begin{array}{l} i_a(t) \cdot [i_A(t) \cdot \text{Sen}(\theta) + i_B(t) \cdot \text{Sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_C(t) \cdot \text{Sen}(\theta - \frac{2\pi}{3})] + \dots \\ i_b(t) \cdot [i_A(t) \cdot \text{Sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_B(t) \cdot \text{Sen}(\theta) + i_C(t) \cdot \text{Sen}(\theta + \frac{2\pi}{3})] + \dots \\ i_c(t) \cdot [i_A(t) \cdot \text{Sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_B(t) \cdot \text{Sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_C(t) \cdot \text{Sen}(\theta)] \end{array} \right\} \quad (39)$$

Mas também pode-se calcular o conjugado através da Equação (40), em que ele é proporcional à multiplicação das amplitudes das forças magnetomotrizes de estator e rotor e o ângulo entre essas fmm's girantes.

$$T_{SR} \propto F_S \cdot F_R \cdot \text{sen}(\delta_{SR}) \quad (40)$$

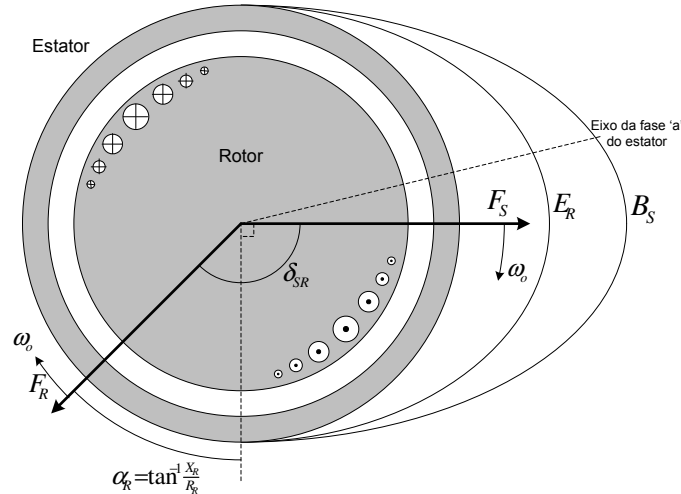


Figura 26 - Esquema de funcionamento do motor de indução bloqueado.

Analisando a Figura 26, nota-se que as correntes de cada fase do estator, em conjunto, formam a fmm girante do estator F_s , girando na velocidade da rede ω_o na direção indicada. Esta fmm do estator gera uma distribuição de densidade de fluxo B_s que induz a uma tensão E_R nas barras do rotor em gaiola. Como o circuito do rotor é indutivo, há um atraso da tensão em relação à corrente. Esta corrente é mostrada na Figura 26, por meio de círculos, cujo círculo com a notação cruz simboliza a corrente entrando no papel e o círculo com a notação ponto representa uma corrente saindo do papel.

As correntes geradas no rotor formam uma fmm do rotor que também gira na velocidade síncrona da rede. Como se sabe o conjugado resulta da interação entre estas duas fmm's, conforme visto na Equação (40). Observa-se que o ângulo δ_{SR} não tem relação com a posição inicial da máquina, mas sim com a posição instantânea das fmm's girantes do estator e do rotor.

Deste modo, a posição inicial do rotor em relação à fase 'a' do estator não influi no cálculo do conjugado, pois a fmm do rotor será induzida a partir da fmm do estator. Simulações foram realizadas para comprovar a independência do conjugado em relação à posição. O resultado destas simulações pode ser visto nas Figuras 27 e 28.

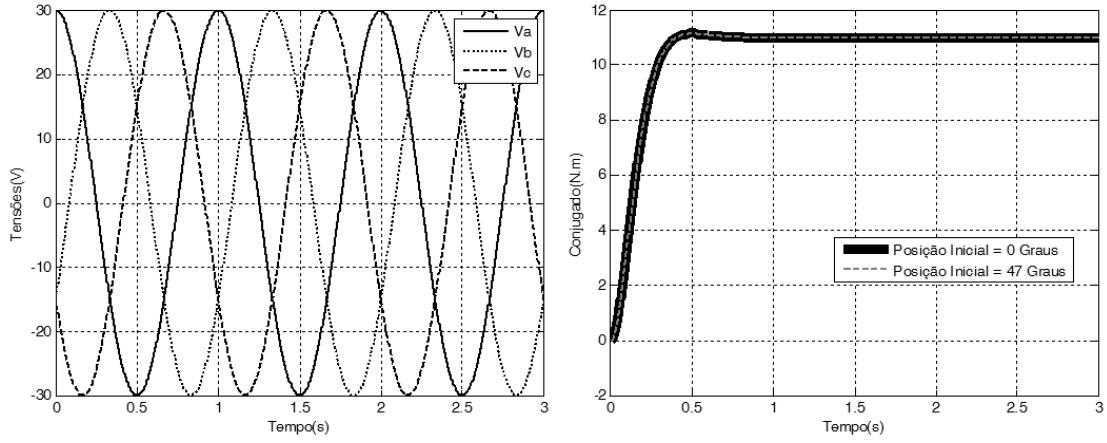


Figura 27 - Tensão senoidal aplicada (a) e comparação do conjugado com posições iniciais diferentes (b).

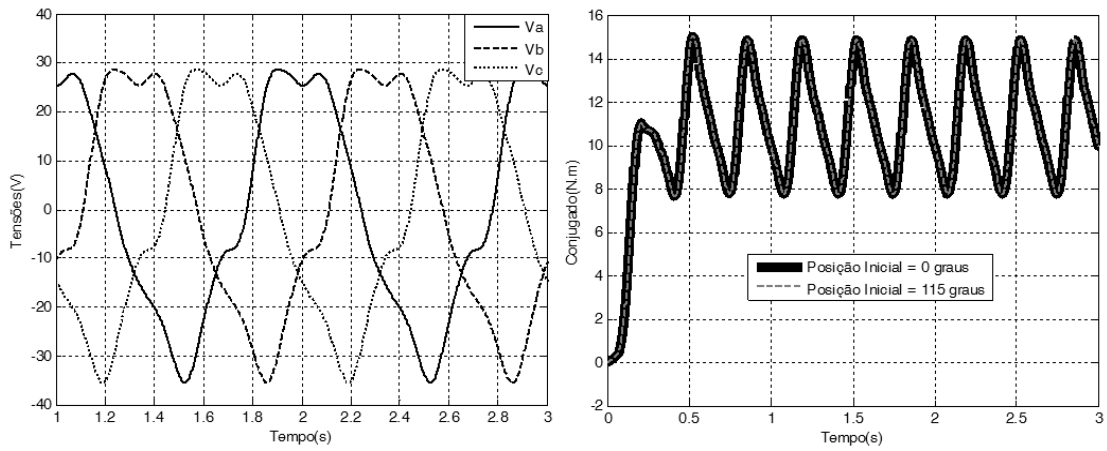


Figura 28 - Tensão não senoidal aplicada (a) e comparação do conjugado com posições iniciais diferentes (b).

Nota-se nas Figuras 27 e 28, que o conjugado não é afetado pela posição inicial do rotor, mesmo quando há a presença de tensões harmônicas. Assim, igualando a posição θ a zero na Equação (39), pode-se simplificar a equação do conjugado e obter-se a Equação (41), que será utilizada a partir de então.

$$T(t) = -\frac{\sqrt{3} \cdot P}{4} \cdot L_{ss} \cdot \{i_a(t) \cdot [i_b(t) - i_c(t)] + i_b(t) \cdot [i_c(t) - i_a(t)] + i_c(t) \cdot [i_a(t) - i_b(t)]\} \quad (41)$$

Capítulo 4 – Desenvolvimento e Simulações

No capítulo 2 foram vistos os métodos de controle de conjugado mais utilizados, sendo que todos eles são estratégias de controle em malha fechada e foram projetados para motores de indução em movimento. No caso de uma aplicação com velocidades próximas a zero, o controle vetorial direto e o controle direto de conjugado (DTC) têm dificuldades em calcular a posição do rotor, necessária para realizar o controle. O controle vetorial indireto necessita de um sensor de velocidade conectado ao rotor para realizar o controle.

Além disso, as estratégias de controle vetorial direto e indireto necessitam de um controle de corrente, o que agrega ao projeto sensores de corrente, que devem monitorar a corrente em tempo real, e um sistema de controle específico para controlar a corrente imposta ao motor, o que pode dificultar o projeto.

Neste capítulo será desenvolvido o método de controle proposto que é aplicável a motores de indução funcionando em baixas velocidades. Este método é um controle em malha aberta que necessita apenas dos parâmetros da máquina e um inversor injetando tensão nos terminais da máquina.

As equações do motor de indução serão manipuladas com o objetivo de se obter uma função que relacione diretamente o conjugado produzido pela máquina e as tensões de entrada. Em seguida será mostrado o método para, através do espectro do conjugado desejado, se obter as entradas de tensão que serão capazes de gerar este conjugado e algumas simulações mostrando os resultados obtidos e a influência da aplicação das tensões propostas por um inversor de frequência.

4.1. Desenvolvimento do método

Para maior compreensão do desenvolvimento do método este item se subdivide em três subitens. O primeiro deles diz respeito ao desenvolvimento do conjugado em função das tensões de entrada, no qual se poderá observar e separar seus efeitos permanentes e transitórios. O segundo

subitem trata da parte transitória da equação do conjugado eletromagnético em função das tensões de entrada, e o terceiro e último trata da parte permanente do conjugado eletromagnético.

4.1.1. Equacionamento do conjugado

Antes de começar o equacionamento, foi definido que o motor em questão está conectado em estrela com ponto comum flutuante e que trabalha com velocidades bem próximas a zero, ou seja, pode-se considerá-lo com o rotor bloqueado. Definiu-se, também, que as resistências do estator são iguais, assim como as resistências do rotor e as indutâncias de dispersão do estator e do rotor. Um pequeno resumo das considerações iniciais pode ser visto nas Equações (42) a (48).

$$R_a = R_b = R_c = R_s \quad (42)$$

$$R_A = R_B = R_C = R_R \quad (43)$$

$$L_{da} = L_{db} = L_{dc} = L_{DS} \quad (44)$$

$$L_{dA} = L_{dB} = L_{dC} = L_{DR} \quad (45)$$

$$v_A(t) + v_B(t) + v_C(t) = 0 \quad (46)$$

$$i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0 \quad (47)$$

$$i_A(t) + i_B(t) + i_C(t) = 0 \quad (48)$$

Sabe-se, por meio da Equação (41), que para o cálculo do conjugado eletromagnético se faz necessário o cálculo das correntes. Logo, se a intenção for colocar esse conjugado em função das tensões, primeiro se faz necessário colocar as correntes em função das tensões. Para isto, a análise começa a ser feita através das equações de tensão para o caso do rotor bloqueado, mostradas nas Equações (49) a (54).

$$v_a(t) = R_s \cdot i_a(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_a(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_a(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_b(t) + i_c(t)] + i_A(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_B(t) + i_C(t)] \right\} \quad (49)$$

$$v_b(t) = R_s \cdot i_b(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_b(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_b(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_a(t) + i_c(t)] + i_B(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_A(t) + i_C(t)] \right\} \quad (50)$$

$$v_c(t) = R_S \cdot i_c(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_c(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_c(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_a(t) + i_b(t)] + i_c(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_A(t) + i_B(t)] \right\} \quad (51)$$

$$v_A(t) = R_R \cdot i_A(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_A(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_A(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_B(t) + i_C(t)] + i_A(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_b(t) + i_c(t)] \right\} \quad (52)$$

$$v_B(t) = R_R \cdot i_B(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_B(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_B(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_A(t) + i_C(t)] + i_B(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_a(t) + i_c(t)] \right\} \quad (53)$$

$$v_C(t) = R_R \cdot i_C(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_C(t)]}{dt} + L_{SS} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \left\{ i_C(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_A(t) + i_B(t)] + i_C(t) - \frac{1}{2} \cdot [i_a(t) + i_b(t)] \right\} \quad (54)$$

Ao aplicar as Equações (42) a (48) nas Equações (49) a (54) obtém-se as Equações simplificadas (55) a (60).

$$v_a(t) = R_S \cdot i_a(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_a(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_a(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_A(t)]}{dt} \quad (55)$$

$$v_b(t) = R_S \cdot i_b(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_b(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_b(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_B(t)]}{dt} \quad (56)$$

$$v_c(t) = R_S \cdot i_c(t) + L_{DS} \cdot \frac{d[i_c(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_c(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_C(t)]}{dt} \quad (57)$$

$$0 = R_R \cdot i_A(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_A(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_A(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_a(t)]}{dt} \quad (58)$$

$$0 = R_R \cdot i_B(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_B(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_B(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_b(t)]}{dt} \quad (59)$$

$$0 = R_R \cdot i_C(t) + L_{DR} \cdot \frac{d[i_C(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_C(t)]}{dt} + \frac{3}{2} \cdot L_{SS} \cdot \frac{d[i_c(t)]}{dt} \quad (60)$$

Aplica-se então a transformada de Laplace nas Equações (55) a (60), tendo como resultado as Equações (61) a (66).

$$V_a(s) = R_S \cdot I_a(s) + s \cdot L_{DS} \cdot I_a(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_a(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_A(s) \quad (61)$$

$$V_b(s) = R_S \cdot I_b(s) + s \cdot L_{DS} \cdot I_b(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_b(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_B(s) \quad (62)$$

$$V_c(s) = R_S \cdot I_c(s) + s \cdot L_{DS} \cdot I_c(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_c(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_C(s) \quad (63)$$

$$0 = R_R \cdot I_A(s) + s \cdot L_{DR} \cdot I_A(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_A(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_a(s) \quad (64)$$

$$0 = R_R \cdot I_B(s) + s \cdot L_{DR} \cdot I_B(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_B(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_b(s) \quad (65)$$

$$0 = R_R \cdot I_C(s) + s \cdot L_{DR} \cdot I_C(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_C(s) + \frac{3}{2} \cdot s \cdot L_{SS} \cdot I_c(s) \quad (66)$$

Isolam-se as correntes do rotor nas Equações (64) a (66) obtendo-se as Equações (67) a (69).

$$I_A(s) = \frac{-3 \cdot s \cdot L_{SS}}{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]} \cdot I_a(s) \quad (67)$$

$$I_B(s) = \frac{-3 \cdot s \cdot L_{SS}}{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]} \cdot I_b(s) \quad (68)$$

$$I_C(s) = \frac{-3 \cdot s \cdot L_{SS}}{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]} \cdot I_c(s) \quad (69)$$

Ao substituir as Equações (67) a (69) nas Equações (61) a (63) obtém-se, através de simplificações, as Equações (70) a (72), que são as correntes do estator em função das tensões de entrada.

$$I_a(s) = \left\{ \frac{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_a(s) \quad (70)$$

$$I_b(s) = \left\{ \frac{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_b(s) \quad (71)$$

$$I_c(s) = \left\{ \frac{[2 \cdot R_R + (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) \cdot s]}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_c(s) \quad (72)$$

Assim, aplicam-se as Equações (70), (71) e (72) em (67), (68) e (69) para se obter as correntes do rotor em função das tensões de entrada, mostradas nas Equações (73) a (75).

$$I_A(s) = \left\{ \frac{-3 \cdot L_{SS} \cdot s}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_a(s) \quad (73)$$

$$I_B(s) = \left\{ \frac{-3 \cdot L_{SS} \cdot s}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_b(s) \quad (74)$$

$$I_c(s) = \left\{ \frac{-3 \cdot L_{SS} \cdot s}{2 \cdot R_S \cdot R_R + [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \cdot s + [2 \cdot L_{DS} \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \cdot s^2} \right\} \cdot V_c(s) \quad (75)$$

Para simplificar as expressões das correntes foram estabelecidas as relações (76) a (81).

$$z_1 = 2 \cdot R_S \cdot R_R \quad (76)$$

$$z_2 = [R_S \cdot (2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS}) + R_R \cdot (2 \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS})] \quad (77)$$

$$z_3 = [2 \cdot L_{DR} \cdot L_{DS} + 3 \cdot L_{SS} \cdot (L_{DS} + L_{DR})] \quad (78)$$

$$p_1 = 2 \cdot R_R \quad (79)$$

$$p_2 = 2 \cdot L_{DR} + 3 \cdot L_{SS} \quad (80)$$

$$p_3 = 3 \cdot L_{SS} \quad (81)$$

A aplicação das relações (76) a (81) nas Equações (73) a (75) é feita e, então, se obtêm as relações entre as tensões de entrada e as correntes de estator e rotor de forma simplificada (82) a (87).

$$I_a(s) = \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_a(s) \quad (82)$$

$$I_b(s) = \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_b(s) \quad (83)$$

$$I_c(s) = \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_c(s) \quad (84)$$

$$I_A(s) = \frac{-s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_a(s) \quad (85)$$

$$I_B(s) = \frac{-s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_b(s) \quad (86)$$

$$I_C(s) = \frac{-s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot V_c(s) \quad (87)$$

Note que para se calcular a corrente é necessário o conhecimento prévio da forma de onda das tensões de entrada. Sabe-se que toda forma de onda pode ser escrita como uma somatória de cossenos, conforme mostram as Equações (88) a (90).

$$v_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m] \quad (88)$$

$$v_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \quad (89)$$

$$v_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \quad (90)$$

As Equações das tensões (88) a (90) podem ser separadas em uma somatória de senos e cossenos, conforme mostrado em (91) a (93).

$$v_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \{ \cos[m \cdot \varphi_m] \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t] + \sin[m \cdot \varphi_m] \cdot \sin[m \cdot \omega_o \cdot t] \} \quad (91)$$

$$v_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \{ \cos[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t] + \sin[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \sin[m \cdot \omega_o \cdot t] \} \quad (92)$$

$$v_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \{ \cos[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \cos[m \cdot \omega_o \cdot t] + \sin[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \sin[m \cdot \omega_o \cdot t] \} \quad (93)$$

Aplica-se a transformada de Laplace nas Equações (91), (92) e (93) e se obtêm as equações (94), (95) e (96), mostradas a seguir.

$$V_a(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \cos[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sin[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (94)$$

$$V_b(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \cos[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sin[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (95)$$

$$V_c(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \cos[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sin[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (96)$$

A aplicação das Equações (94), (95) e (96) nas Equações de (82) a (87) é feita e, como resultado, têm-se as correntes em função das amplitudes e ângulos iniciais de defasamento presentes nas tensões de entrada, conforme (97) a (102).

$$I_a(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (97)$$

$$I_b(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (98)$$

$$I_c(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (99)$$

$$I_A(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (100)$$

$$I_B(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (101)$$

$$I_C(s) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \quad (102)$$

É necessário, no entanto, transformar as correntes no domínio do tempo e, para tanto, deve-se aplicar a anti-transformada de Laplace às Equações (97) a (102), obtendo-se as Equações (103) a (108).

$$i_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m] \cdot S_{m1}(t) - V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m] \cdot S_{m2}(t) \quad (103)$$

$$i_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot S_{m1}(t) - V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot S_{m2}(t) \quad (104)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot S_{m1}(t) - V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot S_{m2}(t) \quad (105)$$

$$i_A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m] \cdot R_{m1}(t) + V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m] \cdot R_{m2}(t) \quad (106)$$

$$i_B(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot R_{m1}(t) + V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot R_{m2}(t) \quad (107)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m + m \cdot 2\pi/3] \cdot R_{m1}(t) + V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m + m \cdot 2\pi/3] \cdot R_{m2}(t) \quad (108)$$

Em que:

$$S_{m1}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (109)$$

$$S_{m2}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (110)$$

$$R_{m1}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (111)$$

$$R_{m2}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{s \cdot p_3}{s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} \quad (112)$$

Para se obter as anti-transformadas das Equações (109) a (112) é necessário o desenvolvimento destas, conforme mostram as Equações (113) a (116).

$$\frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 + \left(\frac{z_2}{z_3}\right) \cdot s + \left(\frac{z_1}{z_3}\right)} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} = \left\{ \begin{aligned} & z_3 \cdot A_m \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + z_3 \cdot B_m \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + \\ & Z_3 \cdot C_m \cdot \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} + Z_3 \cdot D_m \cdot \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

$$\frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 + \left(\frac{z_2}{z_3}\right) \cdot s + \left(\frac{z_1}{z_3}\right)} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} = \left\{ \begin{aligned} & z_3 \cdot E_m \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + z_3 \cdot F_m \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + \\ & Z_3 \cdot G_m \cdot \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} + Z_3 \cdot H_m \cdot \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

$$\frac{s \cdot p_3}{s^2 + \left(\frac{z_2}{z_3}\right) \cdot s + \left(\frac{z_1}{z_3}\right)} \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} = \left\{ \begin{aligned} & z_3 \cdot I_m \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + z_3 \cdot J_m \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + \\ & Z_3 \cdot M_m \cdot \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} + Z_3 \cdot N_m \cdot \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

$$\frac{s \cdot p_2 + p_1}{s^2 + \left(\frac{z_2}{z_3}\right) \cdot s + \left(\frac{z_1}{z_3}\right)} \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} = \left\{ \begin{aligned} & z_3 \cdot O_m \cdot \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + z_3 \cdot P_m \cdot \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} + \\ & Z_3 \cdot U_m \cdot \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} + Z_3 \cdot X_m \cdot \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

A Equação (117) é obtida trabalhando-se apenas com o denominador das Equações (113) a (116).

$$s^2 + (z_2/z_3) \cdot s + (z_1/z_3) = (s - Q_2)^2 - Q_1^2 \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = \sqrt{z_2^2 - 4 \cdot z_1 \cdot z_3} / (2 \cdot z_3) \\ Q_2 = -z_2 / (2 \cdot z_3) \end{cases} \quad (117)$$

Porém, ao se trabalhar somente com os numeradores das Equações (113) a (116) têm-se as Equações (118) a (121).

$$s^2 \cdot p_2 + s \cdot p_1 = \left[s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1 \right] \cdot (s \cdot A_m + m \cdot \omega_o \cdot B_m) + \left[s^2 + (m \cdot \omega_o)^2 \right] \cdot [s \cdot z_3 \cdot C_m + z_3 \cdot (D_m \cdot Q_1 - C_m \cdot Q_2)] \quad (118)$$

$$s \cdot m \cdot \omega_o \cdot p_2 + m \cdot \omega_o \cdot p_1 = \left[s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1 \right] \cdot (s \cdot E_m + m \cdot \omega_o \cdot F_m) + \left[s^2 + (m \cdot \omega_o)^2 \right] \cdot [s \cdot z_3 \cdot G_m + z_3 \cdot (H_m \cdot Q_1 - G_m \cdot Q_2)] \quad (119)$$

$$s^2 \cdot p_3 = \left[s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1 \right] \cdot (s \cdot I_m + m \cdot \omega_o \cdot J_m) + \left[s^2 + (m \cdot \omega_o)^2 \right] \cdot [s \cdot z_3 \cdot M_m + z_3 \cdot (N_m \cdot Q_1 - M_m \cdot Q_2)] \quad (120)$$

$$s \cdot m \cdot \omega_o \cdot p_3 = \left[s^2 \cdot z_3 + s \cdot z_2 + z_1 \right] \cdot (s \cdot O_m + m \cdot \omega_o \cdot P_m) + \left[s^2 + (m \cdot \omega_o)^2 \right] \cdot [s \cdot z_3 \cdot U_m + z_3 \cdot (X_m \cdot Q_1 - U_m \cdot Q_2)] \quad (121)$$

As expressões (118) a (121), quando desenvolvidas, geram um sistema de equações através do qual se obtêm as constantes em função de valores conhecidos, cuja relação é mostrada nas Equações (122) a (137).

$$A_m = \frac{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2 \cdot p_2 - W_m \cdot p_1}{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2^2 + W_m^2} \quad (122)$$

$$B_m = \frac{m \cdot \omega_o \cdot (z_2 \cdot p_1 + W_m \cdot p_2)}{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2^2 + W_m^2} \quad (123)$$

$$C_m = -A_m \quad (124)$$

$$D_m = \frac{m \cdot \omega_o \cdot A_m - 2 \cdot z_1 \cdot B_m}{2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot z_3 \cdot Q_1} \quad (125)$$

$$E_m = -B_m \quad (126)$$

$$F_m = A_m \quad (127)$$

$$G_m = B_m \quad (128)$$

$$H_m = \frac{z_2 \cdot B_m - 2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot z_3 \cdot A_m}{2 \cdot z_3 \cdot Q_1} \quad (129)$$

$$I_m = \frac{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2 \cdot p_3}{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2^2 + W_m^2} \quad (130)$$

$$J_m = \frac{m \cdot \omega_o \cdot W_m \cdot p_3}{m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_2^2 + W_m^2} \quad (131)$$

$$M_m = -I_m \quad (132)$$

$$N_m = \frac{m \cdot \omega_o \cdot z_2 \cdot I_m - 2 \cdot z_2 \cdot J_m}{2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot z_3 \cdot Q_1} \quad (133)$$

$$O_m = -J_m \quad (134)$$

$$P_m = I_m \quad (135)$$

$$U_m = J_m \quad (136)$$

$$X_m = \frac{-(m \cdot \omega_o \cdot z_2 \cdot J_m + 2 \cdot z_1 \cdot I_m)}{2 \cdot m \cdot \omega_o \cdot z_3 \cdot Q_1} \quad (137)$$

Em que:

$$W_m = (m^2 \cdot \omega_o^2 \cdot z_3 - z_1) \quad (138)$$

Com as constantes obtidas, pode-se simplificar a aplicação das anti-transformadas nas expressões (109) a (112), como mostram as Equações (139) a (142).

$$S_{m1}(t) = \begin{aligned} & A_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + B_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} - \\ & A_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} + D_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (139)$$

$$S_{m2}(t) = \begin{aligned} & -B_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + A_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + \\ & B_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} + H_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (140)$$

$$R_{m1}(t) = \begin{aligned} & I_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + J_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} - \\ & I_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} + N_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (141)$$

$$R_{m2}(t) = -J_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + I_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{m \cdot \omega_o}{s^2 + (m \cdot \omega_o)^2} \right\} + J_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{(s - Q_2)}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} + X_m \cdot L^{-1} \left\{ \frac{Q_1}{(s - Q_2)^2 - Q_1^2} \right\} \quad (142)$$

Ao se desenvolver as Equações (139) a (142) têm-se as Equações (143) a (146).

$$S_{m1}(t) = \frac{A_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - A_m \cdot \cosh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + D_m \cdot \sinh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t}}{1} \quad (143)$$

$$S_{m2}(t) = \frac{-B_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + A_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \cosh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + H_m \cdot \sinh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t}}{1} \quad (144)$$

$$R_{m1}(t) = \frac{I_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + J_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - I_m \cdot \cosh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + N_m \cdot \sinh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t}}{1} \quad (145)$$

$$R_{m2}(t) = \frac{-J_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + I_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + J_m \cdot \cosh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + X_m \cdot \sinh(Q_1 \cdot t) \cdot e^{Q_2 \cdot t}}{1} \quad (146)$$

Podem se desenvolver as expressões hiperbólicas, presentes nas Equações (143) a (146), obtendo-se as expressões (147) a (150).

$$S_{m1}(t) = A_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} + e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + D_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} - e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} \quad (147)$$

$$S_{m2}(t) = B_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} + e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + H_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} - e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} \quad (148)$$

$$R_{m1}(t) = I_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} + e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + N_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} - e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} \quad (149)$$

$$R_{m2}(t) = J_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} + e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} + X_m \cdot \left(\frac{e^{Q_1 \cdot t} - e^{-Q_1 \cdot t}}{2} \right) \cdot e^{Q_2 \cdot t} \quad (150)$$

Ao simplificar ainda mais as expressões (147) a (150), podem ser geradas as Equações (151) a (154).

$$S_{m1}(t) = A_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + D_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - D_{qm} \cdot e^{q \cdot t} \quad (151)$$

$$S_{m2}(t) = A_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - B_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + H_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - H_{qm} \cdot e^{q \cdot t} \quad (152)$$

$$R_{m1}(t) = I_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + J_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + N_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - N_{qm} \cdot e^{q \cdot t} \quad (153)$$

$$R_{m2}(t) = I_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - J_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + X_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - X_{qm} \cdot e^{q \cdot t} \quad (154)$$

Em que:

$$p = Q_2 + Q_1 \quad (155)$$

$$q = Q_2 - Q_1 \quad (156)$$

$$D_{pm} = \frac{D_m - A_m}{2} \quad (157)$$

$$D_{qm} = \frac{D_m + A_m}{2} \quad (158)$$

$$H_{pm} = \frac{H_m + B_m}{2} \quad (159)$$

$$H_{qm} = \frac{H_m - B_m}{2} \quad (160)$$

$$N_{pm} = \frac{N_m - I_m}{2} \quad (161)$$

$$N_{qm} = \frac{N_m + I_m}{2} \quad (162)$$

$$X_{pm} = \frac{X_m + J_m}{2} \quad (163)$$

$$X_{qm} = \frac{X_m - J_m}{2} \quad (164)$$

Assim, aplicam-se as Equações (151) a (154) nas Equações (103) a (108), obtendo-se as expressões (165) a (170).

$$i_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \varphi_m] \cdot \{A_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + D_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - D_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin[m \cdot \varphi_m] \cdot \{A_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - B_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + H_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - H_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (165)$$

$$i_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \{A_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) + D_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - D_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \{A_m \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t) - B_m \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t) + H_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - H_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (166)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \{A_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t) + B_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t) + D_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - D_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \quad (167)$$

$$i_A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m] \cdot \{I_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t) - J_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t) + X_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - X_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \quad (168)$$

$$i_B(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Sen}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \{I_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t) - J_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t) + X_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - X_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \quad (169)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \text{Cos}[m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}] \cdot \{I_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t) + J_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t) + N_{pm} \cdot e^{p \cdot t} - N_{qm} \cdot e^{q \cdot t}\} - \quad (170)$$

Desenvolvem-se, então, as Equações (165) a (170) e, como resultado, têm-se as Equações (171) a (176).

$$i_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &A_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m) + B_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m) + \\ &[D_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m) - H_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m)] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[D_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m) - H_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m)] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (171)$$

$$i_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &A_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) + B_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) + \\ &[D_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) - H_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[D_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) - H_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (172)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &A_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) + B_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) + \\ &[D_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) - H_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[D_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) - H_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

$$i_A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &-I_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m) - J_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m) + \\ &[X_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m) - N_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m)] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[X_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m) - N_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m)] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (174)$$

$$i_B(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &-I_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) - J_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) + \\ &[X_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) - N_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[X_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3}) - N_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m - m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (175)$$

$$i_C(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \left\{ \begin{aligned} &-I_m \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) - J_m \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) + \\ &[X_{pm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) - N_{pm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ &[X_{qm} \cdot \text{Sen}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3}) - N_{qm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \varphi_m + m \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot e^{q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (176)$$

As Equações (171) a (176) podem ser expressas de forma a extrair as parcelas contendo o ângulo $\frac{2\pi}{3}$ para fora dos cossenos, gerando as expressões (177) a (182).

$$i_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \{Mod_{ABm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) + DH'_p \cdot e^{p \cdot t} - DH'_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (177)$$

$$i_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{ABm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) + DH'_p \cdot e^{p \cdot t} - DH'_q \cdot e^{q \cdot t}\} + \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{ABm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) + DH''_p \cdot e^{p \cdot t} - DH''_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (178)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{ABm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) + DH'_p \cdot e^{p \cdot t} - DH'_q \cdot e^{q \cdot t}\} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{ABm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) + DH''_p \cdot e^{p \cdot t} - DH''_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (179)$$

$$i_A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \{Mod_{IJm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{IJm}) + NX'_p \cdot e^{p \cdot t} - NX'_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (180)$$

$$i_B(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{IJm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{IJm}) + NX'_p \cdot e^{p \cdot t} - NX'_q \cdot e^{q \cdot t}\} - \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{IJm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{IJm}) + NX''_p \cdot e^{p \cdot t} - NX''_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (181)$$

$$i_C(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{IJm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{IJm}) + NX'_p \cdot e^{p \cdot t} - NX'_q \cdot e^{q \cdot t}\} + \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot \{Mod_{IJm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{IJm}) + NX''_p \cdot e^{p \cdot t} + NX''_q \cdot e^{q \cdot t}\} \quad (182)$$

Em que:

$$Mod_{ABm} = \sqrt{A_m^2 + B_m^2} \quad (183)$$

$$Mod_{IJm} = \sqrt{I_m^2 + J_m^2} \quad (184)$$

$$\phi_{ABm} = a \tan(-B_m / A_m) \quad (185)$$

$$\phi_{IJm} = a \tan(-J_m / I_m) \quad (186)$$

$$DH'_p = [D_{pm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m) - H_{pm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m)] \quad (187)$$

$$NX'_p = [N_{pm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m) - X_{pm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m)] \quad (188)$$

$$DH'_q = [D_{qm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m) - H_{qm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m)] \quad (189)$$

$$NX'_q = [N_{qm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m) - X_{qm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m)] \quad (190)$$

$$DH''_p = [D_{pm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m) + H_{pm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m)] \quad (191)$$

$$NX''_p = [N_{pm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m) + X_{pm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m)] \quad (192)$$

$$DH''_q = [D_{qm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m) + H_{qm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m)] \quad (193)$$

$$NX''_q = [N_{qm} \cdot \sin(m \cdot \varphi_m) + X_{qm} \cdot \cos(m \cdot \varphi_m)] \quad (194)$$

Assim, a simplificação das Equações (177) a (182) tem como resultado as expressões (195) a (200).

$$i_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot f_{1m}(t) \quad (195)$$

$$i_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{1m}(t) + V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{2m}(t) \quad (196)$$

$$i_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{1m}(t) - V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{2m}(t) \quad (197)$$

$$i_A(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot f_{3m}(t) \quad (198)$$

$$i_B(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{3m}(t) - V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{4m}(t) \quad (199)$$

$$i_C(t) = \sum_{m=1}^{\infty} -V_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{3m}(t) + V_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi/3) \cdot f_{4m}(t) \quad (200)$$

Em que:

$$f_{1m}(t) = \text{Mod}_{ABm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \phi_m + \phi_{ABm}) + DH'_p \cdot e^{p \cdot t} - DH'_q \cdot e^{q \cdot t} \quad (201)$$

$$f_{2m}(t) = \text{Mod}_{ABm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \phi_m + \phi_{ABm}) + DH''_p \cdot e^{p \cdot t} - DH''_q \cdot e^{q \cdot t} \quad (202)$$

$$f_{3m}(t) = \text{Mod}_{IJm} \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \phi_m + \phi_{IJm}) + NX'_p \cdot e^{p \cdot t} - NX'_q \cdot e^{q \cdot t} \quad (203)$$

$$f_{4m}(t) = \text{Mod}_{IJm} \cdot \sin(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \phi_m + \phi_{IJm}) + NX''_p \cdot e^{p \cdot t} - NX''_q \cdot e^{q \cdot t} \quad (204)$$

O próximo passo seria a substituição das Equações das correntes (195) a (200), na Equação do conjugado eletromagnético (41). Mas, ao se observar a equação do conjugado, nota-se que há multiplicações entre as correntes do estator e do rotor. Como as correntes estão expressas como somatórios das componentes harmônicas, para contemplar todas as possíveis multiplicações cruzadas dessas componentes, a partir de então as correntes do estator terão como índice a letra 'm' e as correntes do rotor serão referenciadas pelo índice 'n'. Deste modo, pode-se fazer a substituição das correntes na equação do conjugado eletromagnético de forma a se obter a expressão (205).

$$T(t) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot P \cdot L_{SS} \cdot \left\{ \begin{aligned} & -V_m \cdot V_n \cdot 2 \cdot \text{Sen}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) + \\ & + V_m \cdot V_n \cdot \text{Cos}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot \text{Sen}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot \text{Sen}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [1 - \text{Cos}(n \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) \\ & + V_m \cdot V_n \cdot \text{Cos}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot \text{Sen}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) \\ & + V_m \cdot V_n \cdot \text{Sen}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [1 - \text{Cos}(n \cdot \frac{2\pi}{3})] \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) \end{aligned} \right\} \quad (205)$$

A Equação (205) pode ser simplificada, obtendo-se a expressão (206).

$$T(t) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot P \cdot L_{SS} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot 2 \cdot \text{Sen}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [\text{Cos}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) - 1] \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) - \right. \quad (206)$$

$$\left. \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot 2 \cdot \text{Sen}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [\text{Cos}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) - 1] \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) \right\}$$

Por meio de (206) se estabelecem as relações (207) e (208) com o objetivo de simplificar ainda mais a equação do conjugado, onde se obtém a Equação (209).

$$K_1 = \text{Sen}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [\text{Cos}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) - 1] \quad (207)$$

$$K_2 = \text{Sen}(m \cdot \frac{2\pi}{3}) \cdot [\text{Cos}(n \cdot \frac{2\pi}{3}) - 1] \quad (208)$$

$$T(t) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot P \cdot L_{SS} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot 2 \cdot [K_1 \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) - K_2 \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t)] \right\} \quad (209)$$

Desenvolvem-se as parcelas $2 \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t)$ e $2 \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t)$ aplicando as relações de (201) a (204), obtendo-se (210) e (211).

$$2 \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) = 2 \cdot \left\{ \begin{aligned} & \text{Mod}_{ABm} \cdot \text{Mod}_{IIn} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IIn}) + \\ & DH'_p \cdot \text{Mod}_{IIn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IIn}) \cdot e^{p \cdot t} + \\ & NX''_p \cdot \text{Mod}_{ABm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot e^{p \cdot t} - \\ & DH'_q \cdot \text{Mod}_{IIn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IIn}) \cdot e^{q \cdot t} - \\ & NX''_q \cdot \text{Mod}_{ABm} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot e^{q \cdot t} + \\ & DH'_p \cdot NX''_q \cdot e^{(p+q)t} + DH'_q \cdot NX''_p \cdot e^{(p+q)t} - DH'_p \cdot NX''_p \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} - DH'_q \cdot NX''_q \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (210)$$

$$2 \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) = 2 \cdot \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) + \\ & NX'_p \cdot Mod_{ABm} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot e^{p \cdot t} + \\ & DH''_p \cdot Mod_{IJn} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot e^{p \cdot t} - \\ & NX'_q \cdot Mod_{ABm} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot e^{q \cdot t} - \\ & DH''_q \cdot Mod_{IJn} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot e^{q \cdot t} + \\ & DH''_p \cdot NX'_q \cdot e^{(p+q)t} + DH''_q \cdot NX'_p \cdot e^{(p+q)t} - DH''_p \cdot NX'_p \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} - DH''_q \cdot NX'_q \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (211)$$

Aplicando (183) a (194) nas Equações (210) e (211), obtêm-se (212) e (213).

$$2 \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) = \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Cos[m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}] \cdot Sen[n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}] \\ & + N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - N_{qn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{q \cdot t} \\ & - X_{qn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{q \cdot t} \\ & - D_{qm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{q \cdot t} \\ & + H_{qm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{q \cdot t} \\ & + [D_{pm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + D_{pm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & - [H_{pm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + H_{pm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + [D_{qm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + D_{qm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & - [H_{qm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + H_{qm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & - [D_{pm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + D_{pm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & + [H_{pm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + H_{pm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - [D_{qm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + D_{qm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & + [H_{qm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) + H_{qm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (212)$$

$$2 \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) = \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Sen[m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}] \cdot Cos[n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}] \\ & + N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + m \cdot \varphi_m + \phi_{ABm}) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & - H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot 2 \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + n \cdot \varphi_n + \phi_{IJn}) \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot e^{p \cdot t} \\ & + [D_{pm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - D_{pm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + [H_{pm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - H_{pm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + [D_{qm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - D_{qm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & + [H_{qm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - H_{qm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & - [D_{pm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - D_{pm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - [H_{pm} \cdot N_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - H_{pm} \cdot X_{qn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - [D_{qm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - D_{qm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Sen(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - [H_{qm} \cdot N_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Cos(n \cdot \varphi_n) - H_{qm} \cdot X_{pn} \cdot 2 \cdot Cos(m \cdot \varphi_m) \cdot Sen(n \cdot \varphi_n)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (213)$$

Ao desenvolver um pouco mais as Equações (212) e (213) têm-se (214) e (215).

$$2 \cdot f_{1m}(t) \cdot f_{4n}(t) = \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot \{ Sen[(m+n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_p] - Sen[(m-n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_N] \} \\ & + N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) - Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) - Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & - N_{qn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) - Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} \\ & - X_{qn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} \\ & - D_{qm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} \\ & - H_{qm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) - Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} \\ & + \{ D_{pm} \cdot N_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] + D_{pm} \cdot X_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + \{ H_{pm} \cdot N_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] - H_{pm} \cdot X_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + \{ D_{qm} \cdot N_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] + D_{qm} \cdot X_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & + \{ H_{qm} \cdot N_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] - H_{qm} \cdot X_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & - \{ D_{pm} \cdot N_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] + D_{pm} \cdot X_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - \{ H_{pm} \cdot N_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] - H_{pm} \cdot X_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - \{ D_{qm} \cdot N_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] + D_{qm} \cdot X_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & + \{ H_{qm} \cdot N_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] - H_{qm} \cdot X_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (214)$$

$$2 \cdot f_{2m}(t) \cdot f_{3n}(t) = \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot \{ Sen[(m+n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_p] + Sen[(m-n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_N] \} \\ & + N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) - Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) - Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & - N_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & - X_{pn} \cdot Mod_{ABm} \cdot [Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) - Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & - D_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) - Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & - H_{pm} \cdot Mod_{IJn} \cdot [Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} \\ & + \{ D_{pm} \cdot N_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] + D_{pm} \cdot X_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + \{ H_{pm} \cdot N_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] - H_{pm} \cdot X_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} \\ & + \{ D_{qm} \cdot N_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] + D_{qm} \cdot X_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & + \{ H_{qm} \cdot N_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] - H_{qm} \cdot X_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} \\ & - \{ D_{pm} \cdot N_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] + D_{pm} \cdot X_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - \{ H_{pm} \cdot N_{qn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] - H_{pm} \cdot X_{qn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - \{ D_{qm} \cdot N_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) + Sen(\Delta_N)] + D_{qm} \cdot X_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) - Cos(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \\ & - \{ H_{qm} \cdot N_{pn} \cdot [Cos(\Delta_p) + Cos(\Delta_N)] - H_{qm} \cdot X_{pn} \cdot [Sen(\Delta_p) - Sen(\Delta_N)] \} \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (215)$$

Aplicando-se (214) e (215) em (209), tem-se (216).

$$T_e = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot P \cdot L_{SS} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} -V_m \cdot V_n \cdot (K_1 + K_2) \cdot \left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot Sen[(m+n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_p] + \\ & Mod_{ABm} \cdot [X_{pn} \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + N_{pn} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & Mod_{IJn} \cdot [H_{pm} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + D_{pn} \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ & Mod_{ABm} \cdot [X_{qn} \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm}) + N_{qn} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & Mod_{IJn} \cdot [H_{qm} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn}) + D_{qn} \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} + \\ & [C'_{1pp} \cdot Cos(\Delta_p) + C''_{2pp} \cdot Sen(\Delta_p)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} + [C'_{1qq} \cdot Cos(\Delta_p) + C''_{2qq} \cdot Sen(\Delta_p)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} - \\ & [C'_{1pq} \cdot Cos(\Delta_p) + C''_{2pq} \cdot Sen(\Delta_p)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} - [C'_{1qp} \cdot Cos(\Delta_p) + C''_{2qp} \cdot Sen(\Delta_p)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (216)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn} \cdot Sen[(m-n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_N] - \\ & Mod_{ABm} \cdot [X_{pn} \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm}) + N_{pn} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & Mod_{IJn} \cdot [H_{pm} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn}) + D_{pn} \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & Mod_{ABm} \cdot [X_{qn} \cdot Cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm}) + N_{qn} \cdot Sen(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & Mod_{IJn} \cdot [H_{qm} \cdot Cos(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn}) + D_{qn} \cdot Sen(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & [C''_{1pp} \cdot Cos(\Delta_N) - C'_{2pp} \cdot Sen(\Delta_N)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} - [C''_{1qq} \cdot Cos(\Delta_N) - C'_{2qq} \cdot Sen(\Delta_N)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} + \\ & [C''_{1pq} \cdot Cos(\Delta_N) - C'_{2pq} \cdot Sen(\Delta_N)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} + [C''_{1qp} \cdot Cos(\Delta_N) - C'_{2qp} \cdot Sen(\Delta_N)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\}$$

Em que:

$$\Delta_p = m \cdot \varphi_m + n \cdot \varphi_n$$

$$\Delta_N = m \cdot \varphi_m - n \cdot \varphi_n$$

$$\phi_P = \phi_{ABm} + \phi_{IJn}$$

$$\phi_N = \phi_{ABm} - \phi_{IJn}$$

$$C'_{1ij} = (D_{im} \cdot X_{jn} + H_{im} \cdot N_{jn})$$

$$C''_{1ij} = (D_{im} \cdot X_{jn} - H_{im} \cdot N_{jn})$$

$$C'_{2ij} = (D_{im} \cdot N_{jn} + H_{im} \cdot X_{jn})$$

$$C''_{2ij} = (D_{im} \cdot N_{jn} - H_{im} \cdot X_{jn})$$

A Equação (216) corresponde ao conjugado de um motor de indução em função exclusivamente de seus parâmetros e da tensão de entrada.

4.1.2. Estudo do conjugado transitório

Como pode ser observado na Equação (216), o conjugado pode ser dividido em duas parcelas. Uma parcela se repete constantemente e é mostrada na Equação (217), a qual será referida no texto como conjugado em regime permanente, a segunda parcela se extingue após certo período de tempo e será referida como conjugado transitório, conforme a Equação (218).

$$T(t) = K \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot (K_1 - K_2) \cdot \text{Mod}_{ABm} \cdot \text{Mod}_{IJn} \cdot \text{Sen}[(m+n) \cdot \omega_o \cdot t + \theta_P + \phi_P] - \quad (217)$$

$$K \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot (K_1 + K_2) \cdot \text{Mod}_{ABm} \cdot \text{Mod}_{IJn} \cdot \text{Sen}[(m-n) \cdot \omega_o \cdot t + \theta_N + \phi_N]$$

$$T_{tr}(t) = K \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot (K_1 - K_2) \cdot \left\{ \begin{aligned} & \text{Mod}_{ABm} \cdot [X_{pn} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{ABm}) + N_{pn} \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & \text{Mod}_{IJn} \cdot [H_{pn} \cdot \text{Cos}(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{IJn}) + D_{pn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} - \\ & \text{Mod}_{ABm} \cdot [X_{qn} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{ABm}) + N_{qn} \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & \text{Mod}_{IJn} \cdot [H_{qn} \cdot \text{Cos}(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{IJn}) + D_{qn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_P + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} + \\ & [C'_{1pp} \cdot \text{Cos}(\Delta_P) + C''_{2pp} \cdot \text{Sen}(\Delta_P)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} + [C'_{1qq} \cdot \text{Cos}(\Delta_P) + C''_{2qq} \cdot \text{Sen}(\Delta_P)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} - \\ & [C'_{1pq} \cdot \text{Cos}(\Delta_P) + C''_{2pq} \cdot \text{Sen}(\Delta_P)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} - [C'_{1qp} \cdot \text{Cos}(\Delta_P) + C''_{2qp} \cdot \text{Sen}(\Delta_P)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\} \quad (218)$$

$$- K \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot (K_1 + K_2) \cdot \left\{ \begin{aligned} & -\text{Mod}_{ABm} \cdot [X_{pn} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm}) + N_{pn} \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & \text{Mod}_{IJn} \cdot [H_{pn} \cdot \text{Cos}(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn}) + D_{pn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{p \cdot t} + \\ & \text{Mod}_{ABm} \cdot [X_{qn} \cdot \text{Cos}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm}) + N_{qn} \cdot \text{Sen}(m \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_{ABm})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & \text{Mod}_{IJn} \cdot [H_{qn} \cdot \text{Cos}(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn}) + D_{qn} \cdot \text{Sen}(n \cdot \omega_o \cdot t - \Delta_N + \phi_{IJn})] \cdot e^{q \cdot t} - \\ & [C''_{1pp} \cdot \text{Cos}(\Delta_N) - C'_{2pp} \cdot \text{Sen}(\Delta_N)] \cdot e^{2 \cdot p \cdot t} - [C''_{1qq} \cdot \text{Cos}(\Delta_N) - C'_{2qq} \cdot \text{Sen}(\Delta_N)] \cdot e^{2 \cdot q \cdot t} + \\ & [C''_{1pq} \cdot \text{Cos}(\Delta_N) - C'_{2pq} \cdot \text{Sen}(\Delta_N)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} + [C''_{1qp} \cdot \text{Cos}(\Delta_N) - C'_{2qp} \cdot \text{Sen}(\Delta_N)] \cdot e^{(p+q) \cdot t} \end{aligned} \right\}$$

Nota-se que o conjugado transitório apresenta exponenciais, responsáveis pela atenuação de sua influência no conjugado produzido pela máquina. O tempo de duração do transitório depende somente dos valores p e q que, por sua vez, não dependem em nada das tensões de entrada, mas apenas dos parâmetros da máquina, como apontam as Equações (155), (156) e (117).

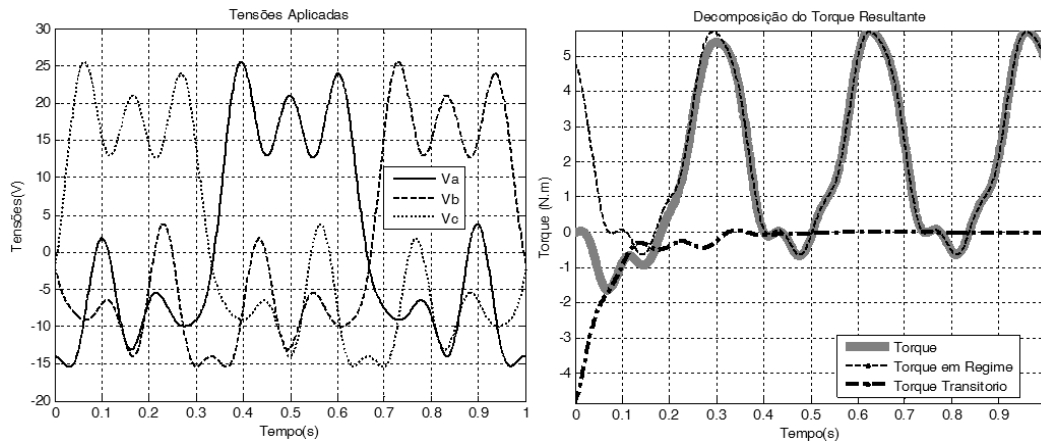


Figura 29 - Tensão de Entrada (a) e Decomposição dos Conjugados (b).

Na Figura 29(a) observa-se o conjugado provocado pela tensão de entrada mostrada na Figura 29(b), onde se pretendeu demonstrar o conjugado gerado e seu efeito permanente e transitório. A Figura 30 mostra o espectro da tensão aplicada no motor e a Figura 31 o efeito do conjugado transitório gerado em detalhe, com destaque para o decaimento.

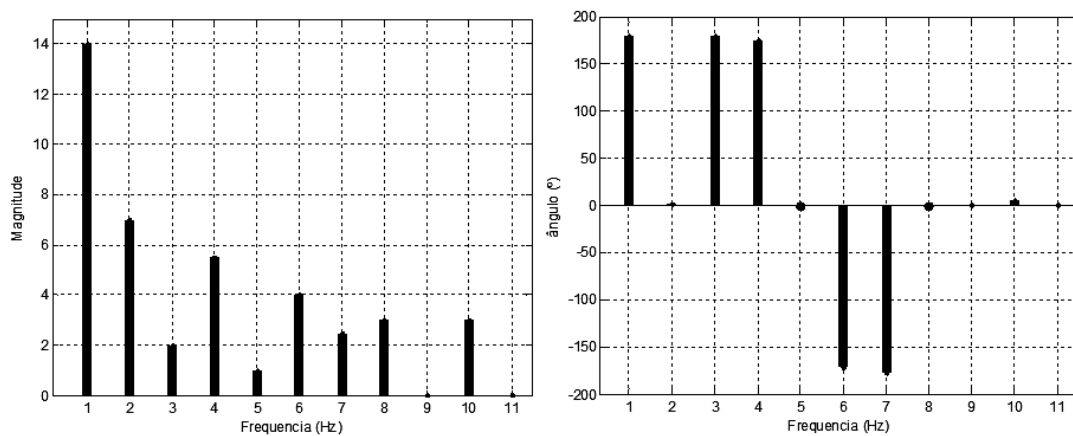


Figura 30 - Espectro da forma de onda de tensão aplicada.

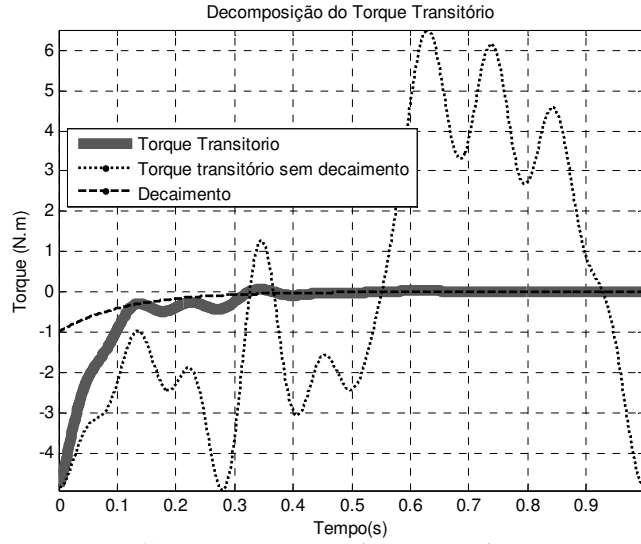


Figura 31 - Decomposição do Conjugado transitório.

É interessante lembrar que quanto maiores forem os valores das variáveis p e q em módulo, menor será o efeito do conjugado transitório. Assim, se for necessário atuar com uma frequência mais alta, pode-se manipular os parâmetros da máquina de forma a aumentar essas variáveis.

A partir de então, tanto nas simulações quanto nos experimentos se trabalhará com frequências pequenas o suficiente para que o conjugado transitório possa ser desconsiderado, já que nesta tese o interesse está nas variações temporais de conjugado repetitivas e em baixas velocidades. Portanto, o efeito transitório será deixado em segundo plano para posteriores estudos.

4.1.3. Estudo do conjugado em regime

Neste item se discutirá a fundo a Equação do conjugado em regime permanente (Equação 217). Esta etapa é fundamental para o entendimento da tese e de como será obtido o conjugado desejado a partir das tensões de entrada impostas à máquina de indução. A Equação (217) pode ser reescrita de maneira mais simples, para análise de seus componentes, obtendo-se a Equação (219).

$$T(t) = P \cdot L_{ss} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_m \cdot V_n}{V_m \cdot V_n} \cdot K^-(m,n) \cdot Mod(m,n) \cdot Sen[(m+n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_p + \phi_p] - \quad (219)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_m \cdot V_n}{V_m \cdot V_n} \cdot K^+(m,n) \cdot Mod(m,n) \cdot Sen[(m-n) \cdot \omega_o \cdot t + \Delta_N + \phi_N]$$

Em que:

$$K^-(m,n) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (K_1 - K_2)$$

$$K^+(m,n) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (K_1 + K_2)$$

$$Mod(m,n) = Mod_{ABm} \cdot Mod_{IJn}$$

Como se determinou que nesta tese o número de harmônicas na tensão de entrada seria de no máximo 11, pode-se fazer uma tabela com os valores de K^+ e K^- em função de m e n , obtendo-se as Tabelas III e IV.

Tabela III – K^+ em função de m e n .

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|------------------|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|
| 1 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 2 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 5 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 8 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 11 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |

Tabela IV – K^- em função de m e n .

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|------------------|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|
| 1 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 2 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 5 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 8 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 | 0 | 0 | -9/8 |
| 11 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 | 0 | 9/8 | 0 |

Observando-se as Tabelas III e IV, pode-se notar que para valores de m e n diferentes de 3 e de seus múltiplos, quando uma parcela da Equação (219) zera, a outra tem um valor definido, deste modo, pode-se simplificar esta equação usando equações que dependam dos valores de m e n , obtendo-se assim a Equação (220) com única parcela. A função $K(m,n)$ ora assume valores de K^- , ora valores de K^+ e, assim, esses valores podem ser colocados em uma única Tabela V.

$$T_{re} = P \cdot L_{ss} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot K(m,n) \cdot \text{Mod}(m,n) \cdot \text{Sen}[h(m,n) \cdot \omega_o \cdot t + \gamma(m,n)] \quad (220)$$

Tabela V - K em função de m e n .

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|------------------|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|---|-----|------|
| 1 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 2 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 5 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 8 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |
| 11 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 | 0 | 9/8 | -9/8 |

Os valores das funções $h(m,n)$ e $\gamma(m,n)$ são expressos nas Equações (221) e (222), por meio das quais se obtiveram as Tabelas VI e VII.

$$h(m,n) = \begin{cases} (m+n) & | K^-(m,n) \neq 0 \\ (m-n) & | K^+(m,n) \neq 0 \end{cases} \quad (221)$$

$$\gamma(m,n) = \begin{cases} (\Delta_p + \phi_p) & | K^-(m,n) \neq 0 \\ (\Delta_N + \phi_N) & | K^+(m,n) \neq 0 \end{cases} \quad (222)$$

Tabela VI - h em função de m e n .

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 0 | 3 | -3 | 6 | -6 | 9 | -9 | 12 |
| 2 | 3 | 0 | 6 | -3 | 9 | -6 | 12 | -9 |
| 4 | 3 | 6 | 0 | 9 | -3 | 12 | -6 | 15 |
| 5 | 6 | 3 | 9 | 0 | 12 | -3 | 15 | -6 |
| 7 | 6 | 9 | 3 | 12 | 0 | 15 | -3 | 18 |
| 8 | 9 | 6 | 12 | 3 | 15 | 0 | 18 | -3 |
| 10 | 9 | 12 | 6 | 15 | 3 | 18 | 0 | 21 |
| 11 | 12 | 9 | 15 | 6 | 18 | 3 | 21 | 0 |

Tabela VII - γ em função de m e n .

| $n \backslash m$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 |
|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | $\Delta_{N1,1} + \phi_{N1,1}$ | $\Delta_{N1,2} + \phi_{N1,2}$ | $\Delta_{N1,4} + \phi_{N1,4}$ | $\Delta_{N1,5} + \phi_{N1,5}$ | $\Delta_{N1,7} + \phi_{N1,7}$ | $\Delta_{N1,8} + \phi_{N1,8}$ | $\Delta_{N1,10} + \phi_{N1,10}$ | $\Delta_{N1,11} + \phi_{N1,11}$ |
| 2 | $\Delta_{N2,1} + \phi_{N2,1}$ | $\Delta_{N2,2} + \phi_{N2,2}$ | $\Delta_{N2,4} + \phi_{N2,4}$ | $\Delta_{N2,5} + \phi_{N2,5}$ | $\Delta_{N2,7} + \phi_{N2,7}$ | $\Delta_{N2,8} + \phi_{N2,8}$ | $\Delta_{N2,10} + \phi_{N2,10}$ | $\Delta_{N2,11} + \phi_{N2,11}$ |
| 4 | $\Delta_{N4,1} + \phi_{N4,1}$ | $\Delta_{N4,2} + \phi_{N4,2}$ | $\Delta_{N4,4} + \phi_{N4,4}$ | $\Delta_{N4,5} + \phi_{N4,5}$ | $\Delta_{N4,7} + \phi_{N4,7}$ | $\Delta_{N4,8} + \phi_{N4,8}$ | $\Delta_{N4,10} + \phi_{N4,10}$ | $\Delta_{N4,11} + \phi_{N4,11}$ |
| 5 | $\Delta_{N5,1} + \phi_{N5,1}$ | $\Delta_{N5,2} + \phi_{N5,2}$ | $\Delta_{N5,4} + \phi_{N5,4}$ | $\Delta_{N5,5} + \phi_{N5,5}$ | $\Delta_{N5,7} + \phi_{N5,7}$ | $\Delta_{N5,8} + \phi_{N5,8}$ | $\Delta_{N5,10} + \phi_{N5,10}$ | $\Delta_{N5,11} + \phi_{N5,11}$ |
| 7 | $\Delta_{N7,1} + \phi_{N7,1}$ | $\Delta_{N7,2} + \phi_{N7,2}$ | $\Delta_{N7,4} + \phi_{N7,4}$ | $\Delta_{N7,5} + \phi_{N7,5}$ | $\Delta_{N7,7} + \phi_{N7,7}$ | $\Delta_{N7,8} + \phi_{N7,8}$ | $\Delta_{N7,10} + \phi_{N7,10}$ | $\Delta_{N7,11} + \phi_{N7,11}$ |
| 8 | $\Delta_{N8,1} + \phi_{N8,1}$ | $\Delta_{N8,2} + \phi_{N8,2}$ | $\Delta_{N8,4} + \phi_{N8,4}$ | $\Delta_{N8,5} + \phi_{N8,5}$ | $\Delta_{N8,7} + \phi_{N8,7}$ | $\Delta_{N8,8} + \phi_{N8,8}$ | $\Delta_{N8,10} + \phi_{N8,10}$ | $\Delta_{N8,11} + \phi_{N8,11}$ |
| 10 | $\Delta_{N10,1} + \phi_{N10,1}$ | $\Delta_{N10,2} + \phi_{N10,2}$ | $\Delta_{N10,4} + \phi_{N10,4}$ | $\Delta_{N10,5} + \phi_{N10,5}$ | $\Delta_{N10,7} + \phi_{N10,7}$ | $\Delta_{N10,8} + \phi_{N10,8}$ | $\Delta_{N10,10} + \phi_{N10,10}$ | $\Delta_{N10,11} + \phi_{N10,11}$ |
| 11 | $\Delta_{N11,1} + \phi_{N11,1}$ | $\Delta_{N11,2} + \phi_{N11,2}$ | $\Delta_{N11,4} + \phi_{N11,4}$ | $\Delta_{N11,5} + \phi_{N11,5}$ | $\Delta_{N11,7} + \phi_{N11,7}$ | $\Delta_{N11,8} + \phi_{N11,8}$ | $\Delta_{N11,10} + \phi_{N11,10}$ | $\Delta_{N11,11} + \phi_{N11,11}$ |

A Tabela VI mostra as componentes harmônicas do conjugado eletromagnético formadas por cada par (m,n) . Nota-se que na tabela não há valores múltiplos de três para as grandezas m e n . Isto ocorre porque, para estes valores, o conjugado eletromagnético gerado é zero, como se pode observar na Tabela V, portanto, não é necessário mostrar a componente harmônica para estes casos.

Na Tabela VII, nota-se que para cada par (m,n) há um ângulo diferente, assim como se sabe que para cada um há uma amplitude diferente da senoide, então, tem-se que há variação em módulo, frequência e ângulo para cada par (m,n) .

Neste item pode ser observado que para cada par (m,n) há uma amplitude e um ângulo inicial de defasamento distinto, embora também pode ser notado na Tabela V que algumas frequências se repetem e, deste modo, se pode retratar o conjugado permanente como uma

somatória de frequências, visando relacionar o conteúdo harmônico da variação temporal de conjugado desejado com a equação do conjugado permanente.

4.2. Procedimento para a escolha das Tensões de Entrada

Aqui será explicitado o procedimento utilizado para relacionar a tensão de entrada ao conjugado e, com isto, calcular o módulo e a fase das componentes harmônicas da tensão de entrada para se obter uma determinada variação temporal de conjugado de saída.

4.2.1. O Sistema não Linear

Sabe-se que, de acordo com a teoria da série de Fourier, qualquer forma de onda periódica pode ser escrita como sendo uma soma de cossenos, onde há um módulo e um ângulo para cada harmônico dessa somatória. De forma genérica tem-se a Equação (223).

$$T(t) = \sum_{i=0}^N C_i \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t + \alpha_{ih}) \quad (223)$$

Desta forma, como já foi concluído no item anterior, pode-se escrever o conjugado eletromagnético permanente como sendo uma série de Fourier, como mostra a Equação (224).

$$T(t) = T_{0h} + T_{3h} \cdot \sin(3 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{3h}) + T_{6h} \cdot \sin(6 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{6h}) + \dots \\ T_{9h} \cdot \sin(9 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{9h}) + T_{12h} \cdot \sin(12 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{12h}) + \dots \quad (224)$$

Esta somatória é limitada pelo número de harmônicos presentes na entrada. Na Tabela VIII é mostrada a relação entre o último harmônico presente na tensão de entrada e o último harmônico presente no conjugado. Deve-se lembrar que a adição de harmônicos de tensão múltiplos do terceiro harmônico na entrada não resulta em efeito no conjugado de saída e, por esta razão, a primeira coluna da Tabela VIII não possui múltiplos do terceiro harmônico da tensão fundamental de entrada.

Tabela VIII - Relação entre os últimos harmônicos de tensão e de conjugado.

| Último harmônico de Tensão | Último harmônico do Conjugado |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1º Harmônico | 0º Harmônico |
| 2º Harmônico | 3º Harmônico |
| 4º Harmônico | 6º Harmônico |
| 5º Harmônico | 9º Harmônico |
| 7º Harmônico | 12º Harmônico |
| 8º Harmônico | 15º Harmônico |
| 10º Harmônico | 18º Harmônico |
| 11º Harmônico | 21º Harmônico |
| 13º Harmônico | 24º Harmônico |
| 14º Harmônico | 27º Harmônico |

Para efeito de exemplo e testes, definiu-se o número máximo de harmônicas na tensão como sendo de 11 harmônicas. Neste caso, a Equação (224) pode ser completada de forma a gerar a Equação (225).

$$T(t) = T_{0h} + T_{3h} \cdot \text{Sen}(3 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{3h}) + T_{6h} \cdot \text{Sen}(6 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{6h}) + \dots \\ T_{9h} \cdot \text{Sen}(9 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{9h}) + T_{12h} \cdot \text{Sen}(12 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{12h}) + \dots \\ T_{15h} \cdot \text{Sen}(15 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{15h}) + T_{18h} \cdot \text{Sen}(18 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{18h}) + \dots \\ T_{21h} \cdot \text{Sen}(21 \cdot \omega_o \cdot t + \alpha_{21h}) \quad (225)$$

Observando as Equações (88), (89) e (90), que mostram as tensões de entrada do motor decompostas na série de Fourier, pode-se notar que, no caso da maior harmônica de entrada ser a 11ª e excluindo as múltiplas de terceira harmônica, há 16 incógnitas a serem descobertas, sendo um módulo e uma fase para cada harmônica. Deste modo, é necessário que haja um sistema de 16 equações para solucionar o problema.

Ao se trabalhar com a Equação (225) de forma a separar as componentes em seno em uma somatória de senos e cossenos tem-se a Equação (226), na qual se conseguiu apenas 15 parcelas. Neste caso, para diminuir o número de incógnitas de forma a igualar esse número ao número de parcelas, basta se considerar a incógnita mais insignificante, que é a fase da última harmônica da tensão de entrada, igual a zero.

$$T(t) = T_{0h} + T_{3h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{3h}) \cdot \text{Sen}(3 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{3h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{3h}) \cdot \text{Cos}(3 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{6h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{6h}) \cdot \text{Sen}(6 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{6h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{6h}) \cdot \text{Cos}(6 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{9h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{9h}) \cdot \text{Sen}(9 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{9h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{9h}) \cdot \text{Cos}(9 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{12h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{12h}) \cdot \text{Sen}(12 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{12h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{12h}) \cdot \text{Cos}(12 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{15h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{15h}) \cdot \text{Sen}(15 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{15h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{15h}) \cdot \text{Cos}(15 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{18h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{18h}) \cdot \text{Sen}(18 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{18h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{18h}) \cdot \text{Cos}(18 \cdot \omega_o \cdot t) + \dots \\ T_{21h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{21h}) \cdot \text{Sen}(21 \cdot \omega_o \cdot t) + T_{21h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{21h}) \cdot \text{Cos}(21 \cdot \omega_o \cdot t) \quad (226)$$

Separa-se a senoide da Equação (220) em uma somatória de senos e cossenos e, então, gera-se a Equação (227). Através desta equação e do uso das Tabelas V, VI e VII pode-se dividir o efeito das tensões em cada harmônica e chegar às Equações (228) a (242), que são as equações do sistema linear a ser resolvido.

$$T(t) = P \cdot L_{SS} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_m \cdot V_n \cdot K(n) \cdot \text{Mod}(m,n) \cdot \text{Cos}[\gamma(m,n)] \cdot \text{Sen}[h(m,n) \cdot \omega_0 \cdot t] + \dots}{V_m \cdot V_n \cdot K(n) \cdot \text{Mod}(m,n) \cdot \text{Sen}[\gamma(m,n)] \cdot \text{Cos}[h(m,n) \cdot \omega_0 \cdot t]} \quad (227)$$

$$T_{0h} = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_1 \cdot \text{Mod}(1,1) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB1} - \phi_{IJ1}) - \dots \\ V_2 \cdot V_2 \cdot \text{Mod}(2,2) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB2} - \phi_{IJ2}) + \dots \\ V_4 \cdot V_4 \cdot \text{Mod}(4,4) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB4} - \phi_{IJ4}) - \dots \\ V_5 \cdot V_5 \cdot \text{Mod}(5,5) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB5} - \phi_{IJ5}) + \dots \\ V_7 \cdot V_7 \cdot \text{Mod}(7,7) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB7} - \phi_{IJ7}) - \dots \\ V_8 \cdot V_8 \cdot \text{Mod}(8,8) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB8} - \phi_{IJ8}) + \dots \\ V_{10} \cdot V_{10} \cdot \text{Mod}(10,10) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB10} - \phi_{IJ10}) - \dots \\ V_{11} \cdot V_{11} \cdot \text{Mod}(11,11) \cdot \text{Sen}(\phi_{AB11} - \phi_{IJ11}) \end{array} \right\} \quad (228)$$

$$T_{3h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{3h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_2 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,1) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \phi_2 + 1 \cdot \phi_1 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,2) \cdot \text{Cos}(1 \cdot \phi_1 + 2 \cdot \phi_2 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_4 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(4,1) \cdot \text{Cos}(4 \cdot \phi_4 - 1 \cdot \phi_1 + \phi_{AB4} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,4) \cdot \text{Cos}(4 \cdot \phi_4 - 1 \cdot \phi_1 + \phi_{IJ4} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,5) \cdot \text{Cos}(5 \cdot \phi_5 - 2 \cdot \phi_2 + \phi_{IJ5} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(5,2) \cdot \text{Cos}(5 \cdot \phi_5 - 2 \cdot \phi_2 + \phi_{AB5} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(7,4) \cdot \text{Cos}(7 \cdot \phi_7 - 4 \cdot \phi_4 + \phi_{AB7} - \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,7) \cdot \text{Cos}(7 \cdot \phi_7 - 4 \cdot \phi_4 + \phi_{IJ7} - \phi_{AB4}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,8) \cdot \text{Cos}(8 \cdot \phi_8 - 5 \cdot \phi_5 + \phi_{IJ8} - \phi_{AB5}) - \\ \text{Mod}(8,5) \cdot \text{Cos}(8 \cdot \phi_8 - 5 \cdot \phi_5 + \phi_{AB8} - \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_7 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,7) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \phi_{10} - 7 \cdot \phi_7 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,10) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \phi_{10} - 7 \cdot \phi_7 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB7}) \end{array} \right] + \dots \\ V_8 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,11) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \phi_{11} - 8 \cdot \phi_8 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB8}) - \\ \text{Mod}(11,8) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \phi_{11} - 8 \cdot \phi_8 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (229)$$

$$T_{3h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{3h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_2 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,1) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \varphi_2 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,2) \cdot \text{Sen}(1 \cdot \varphi_1 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_4 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(4,1) \cdot \text{Sen}(4 \cdot \varphi_4 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB4} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,4) \cdot \text{Sen}(4 \cdot \varphi_4 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{IJ4} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,5) \cdot \text{Sen}(5 \cdot \varphi_5 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{IJ5} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(5,2) \cdot \text{Sen}(5 \cdot \varphi_5 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB5} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(7,4) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB7} - \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,7) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{IJ7} - \phi_{AB4}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,8) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{IJ8} - \phi_{AB5}) - \\ \text{Mod}(8,5) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB8} - \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_7 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,7) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} - 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,10) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} - 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB7}) \end{array} \right] + \dots \\ V_8 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,11) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} - 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB8}) - \\ \text{Mod}(11,8) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} - 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (230)$$

$$T_{6h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{6h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,1) \cdot \text{Cos}(5 \cdot \varphi_5 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,5) \cdot \text{Cos}(5 \cdot \varphi_5 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(7,1) \cdot \text{Cos}(7 \cdot \varphi_7 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB7} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,7) \cdot \text{Cos}(7 \cdot \varphi_7 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{IJ7} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_4 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,4) \cdot \text{Cos}(4 \cdot \varphi_4 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,2) \cdot \text{Cos}(4 \cdot \varphi_4 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,8) \cdot \text{Cos}(8 \cdot \varphi_8 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{IJ8} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(8,2) \cdot \text{Cos}(8 \cdot \varphi_8 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB8} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,4) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \varphi_{10} - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,10) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \varphi_{10} - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB4}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,11) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \varphi_{11} - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB5}) - \\ \text{Mod}(11,5) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \varphi_{11} - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (231)$$

$$T_{6h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{6h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,1) \cdot \text{Sen}(5 \cdot \varphi_5 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,5) \cdot \text{Sen}(5 \cdot \varphi_5 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(7,1) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB7} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,7) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{IJ7} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_4 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,4) \cdot \text{Sen}(4 \cdot \varphi_4 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,2) \cdot \text{Sen}(4 \cdot \varphi_4 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,8) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{IJ8} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(8,2) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB8} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,4) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,10) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} - 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB4}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,11) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB5}) - \\ \text{Mod}(11,5) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} - 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (232)$$

$$T_{9h} \cdot \cos(\alpha_{9h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,1) \cdot \cos(8 \cdot \varphi_8 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,8) \cdot \cos(1 \cdot \varphi_1 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,1) \cdot \cos(10 \cdot \varphi_{10} - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,10) \cdot \cos(10 \cdot \varphi_{10} - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,7) \cdot \cos(2 \cdot \varphi_2 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,2) \cdot \cos(7 \cdot \varphi_7 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,11) \cdot \cos(11 \cdot \varphi_{11} - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(11,2) \cdot \cos(11 \cdot \varphi_{11} - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,4) \cdot \cos(5 \cdot \varphi_5 + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,5) \cdot \cos(4 \cdot \varphi_4 + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (233)$$

$$T_{9h} \cdot \sin(\alpha_{9h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,1) \cdot \sin(8 \cdot \varphi_8 + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,8) \cdot \sin(1 \cdot \varphi_1 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB1} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] + \dots \\ V_1 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(10,1) \cdot \sin(10 \cdot \varphi_{10} - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB10} - \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,10) \cdot \sin(10 \cdot \varphi_{10} - 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{IJ10} - \phi_{AB1}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,7) \cdot \sin(2 \cdot \varphi_2 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB2} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,2) \cdot \sin(7 \cdot \varphi_7 + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,11) \cdot \sin(11 \cdot \varphi_{11} - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{IJ11} - \phi_{AB2}) - \\ \text{Mod}(11,2) \cdot \sin(11 \cdot \varphi_{11} - 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB11} - \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_5 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,4) \cdot \sin(5 \cdot \varphi_5 + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,5) \cdot \sin(4 \cdot \varphi_4 + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (234)$$

$$T_{12h} \cdot \cos(\alpha_{12h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,1) \cdot \cos(11 \cdot \varphi_{11} + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,11) \cdot \cos(1 \cdot \varphi_1 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB1} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,10) \cdot \cos(2 \cdot \varphi_2 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB2} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,2) \cdot \cos(10 \cdot \varphi_{10} + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,4) \cdot \cos(8 \cdot \varphi_8 + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,8) \cdot \cos(4 \cdot \varphi_4 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,7) \cdot \cos(5 \cdot \varphi_5 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,5) \cdot \cos(7 \cdot \varphi_7 + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (235)$$

$$T_{12h} \cdot \sin(\alpha_{12h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,1) \cdot \sin(11 \cdot \varphi_{11} + 1 \cdot \varphi_1 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ1}) - \\ \text{Mod}(1,11) \cdot \sin(1 \cdot \varphi_1 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB1} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_2 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(2,10) \cdot \sin(2 \cdot \varphi_2 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB2} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,2) \cdot \sin(10 \cdot \varphi_{10} + 2 \cdot \varphi_2 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ2}) \end{array} \right] + \dots \\ V_4 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,4) \cdot \sin(8 \cdot \varphi_8 + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,8) \cdot \sin(4 \cdot \varphi_4 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB4} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_7 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,7) \cdot \sin(5 \cdot \varphi_5 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB5} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,5) \cdot \sin(7 \cdot \varphi_7 + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (236)$$

$$T_{15h} \cdot \cos(\alpha_{15h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_4 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,4) \cdot \cos(11 \cdot \varphi_{11} + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,11) \cdot \cos(4 \cdot \varphi_4 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB4} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,10) \cdot \cos(5 \cdot \varphi_5 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB5} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,5) \cdot \cos(10 \cdot \varphi_{10} + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_7 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,7) \cdot \cos(8 \cdot \varphi_8 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,8) \cdot \cos(7 \cdot \varphi_7 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (237)$$

$$T_{15h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{15h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_4 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,4) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} + 4 \cdot \varphi_4 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ4}) - \\ \text{Mod}(4,11) \cdot \text{Sen}(4 \cdot \varphi_4 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB4} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_5 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(5,10) \cdot \text{Sen}(5 \cdot \varphi_5 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB5} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,5) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} + 5 \cdot \varphi_5 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ5}) \end{array} \right] + \dots \\ V_7 \cdot V_8 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,7) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB8} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,8) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB7} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (238)$$

$$T_{18h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{18h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_7 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,7) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \varphi_{11} + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,11) \cdot \text{Cos}(7 \cdot \varphi_7 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB7} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_8 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,10) \cdot \text{Cos}(8 \cdot \varphi_8 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB8} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,8) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \varphi_{10} + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (239)$$

$$T_{18h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{18h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ \begin{array}{l} V_7 \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,7) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} + 7 \cdot \varphi_7 + \phi_{AB11} + \phi_{IJ7}) - \\ \text{Mod}(7,11) \cdot \text{Sen}(7 \cdot \varphi_7 + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB7} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] + \dots \\ V_8 \cdot V_{10} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(8,10) \cdot \text{Sen}(8 \cdot \varphi_8 + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB8} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,8) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} + 8 \cdot \varphi_8 + \phi_{AB10} + \phi_{IJ8}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (240)$$

$$T_{21h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{21h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ V_{10} \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,10) \cdot \text{Cos}(11 \cdot \varphi_{11} + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB11} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,11) \cdot \text{Cos}(10 \cdot \varphi_{10} + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB10} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] \right\} \quad (241)$$

$$T_{21h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{21h}) = P \cdot L_{SS} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left\{ V_{10} \cdot V_{11} \cdot \left[\begin{array}{l} \text{Mod}(11,10) \cdot \text{Sen}(11 \cdot \varphi_{11} + 10 \cdot \varphi_{10} + \phi_{AB11} + \phi_{IJ10}) - \\ \text{Mod}(10,11) \cdot \text{Sen}(10 \cdot \varphi_{10} + 11 \cdot \varphi_{11} + \phi_{AB10} + \phi_{IJ11}) \end{array} \right] \right\} \quad (242)$$

Resolvendo este sistema de quinze equações, podem ser encontrados os módulos e as fases das tensões de entrada para se conseguir uma variação temporal de conjugado desejado. Detalhes deste procedimento são mostrados no próximo item.

4.2.2. Procedimento adotado

Este item apontará o procedimento para a escolha das tensões de entrada com base em uma determinada variação temporal de conjugado. Esta demonstração será feita por meio de um exemplo.

Caso se deseje conseguir, em um motor de indução - cujos parâmetros foram apresentados na Tabela II - um pulso de conjugado com duração de dois segundos, como aquele mostrado na Figura 32, o primeiro passo é obter, com o auxílio dum algoritmo FFT, os valores de módulo e ângulo para cada harmônico presente no conjugado. Esses valores são mostrados na Figura 33 e na Tabela IX.

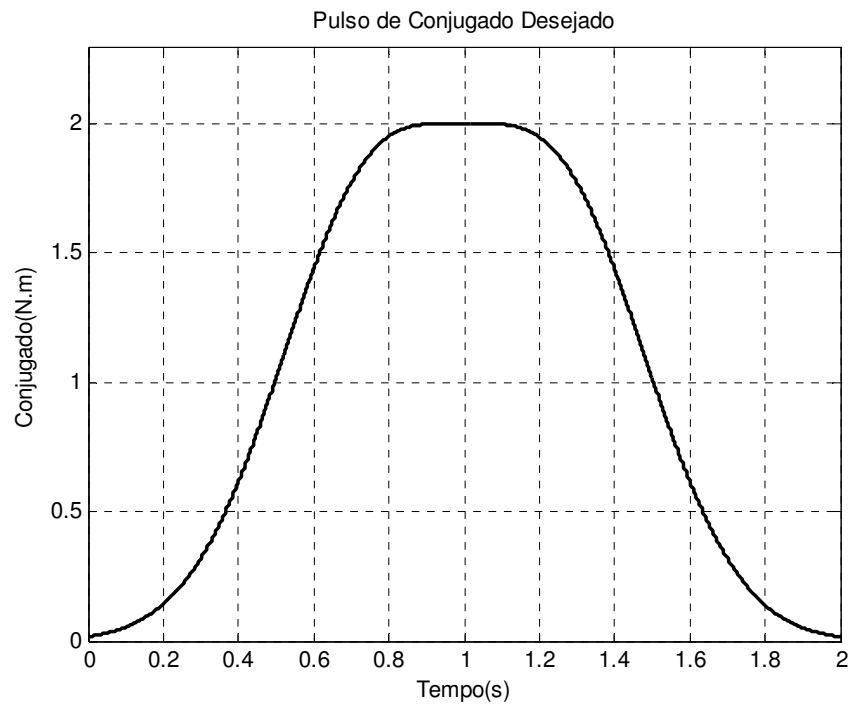


Figura 32 – Perfil de Conjugado desejado.

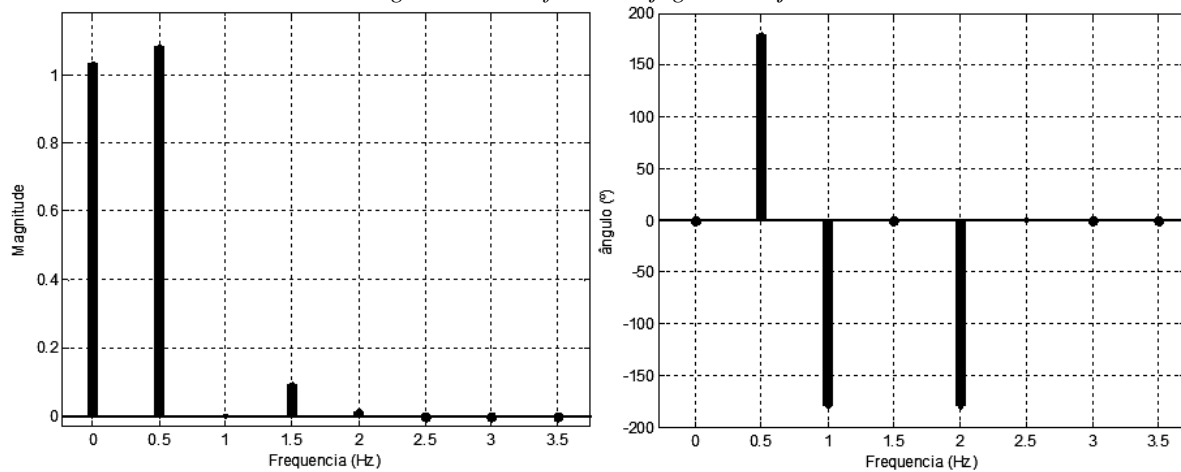


Figura 33 - Espectro do conjugado requerido.

Tabela IX - Valores de módulo e ângulo do conjugado desejado.

| Harmônico | Módulo | Ângulo |
|-----------|--------|--------|
| 0 (0.0Hz) | 1.0332 | - |
| 1 (0.5Hz) | 1.0828 | 180° |
| 2 (1.0Hz) | 0.0022 | -180° |
| 3 (1.5Hz) | 0.0945 | 0° |
| 4 (2.0Hz) | 0.0178 | -180° |
| 5 (2.5Hz) | 0.0004 | 0° |
| 6 (3.0Hz) | 0.0009 | 0° |
| 7 (3.5Hz) | 0.0007 | 0° |

Assim, tem-se que o conjugado desejado pode ser escrito como uma somatória de cossenos. Contudo, para que esta forma de onda seja relacionada à Equação (224), ela deve ser

escrita como uma somatória de senos, bastando para isso somar noventa graus ao ângulo inicial de defasamento, obtendo-se assim a Equação (243).

$$T(t) = \begin{bmatrix} 1,0332 + 1,0828 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot t + 270^\circ) + \dots \\ 0,0022 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,0 \cdot t - 90^\circ) + 0,0945 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot t + 90^\circ) + \dots \\ 0,0178 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 2,0 \cdot t - 90^\circ) + 0,0004 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot t + 90^\circ) + \dots \\ 0,0009 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 3,0 \cdot t + 90^\circ) + 0,0007 \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 3,5 \cdot t + 90^\circ) \end{bmatrix} \quad (243)$$

Desenvolve-se então a Equação (243) em uma somatória de senos e cossenos e comparam-se as suas parcelas com a Equação (225), de forma a gerar as relações mostradas nas Equações (244) a (258), que são as relações necessárias para a resolução do sistema.

$$T_{0h} = 1,03332 \quad (244)$$

$$T_{3h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{3h}) \cdot \text{Sen}(3 \cdot \omega_o \cdot t) = 1,0828 \cdot \text{Cos}(270^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot t) \quad (245)$$

$$T_{3h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{3h}) \cdot \text{Cos}(3 \cdot \omega_o \cdot t) = 1,0828 \cdot \text{Sen}(270^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot t) \quad (246)$$

$$T_{6h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{6h}) \cdot \text{Sen}(6 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0022 \cdot \text{Cos}(-90^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,0 \cdot t) \quad (247)$$

$$T_{6h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{6h}) \cdot \text{Cos}(6 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0022 \cdot \text{Sen}(-90^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 1,0 \cdot t) \quad (248)$$

$$T_{9h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{9h}) \cdot \text{Sen}(9 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0945 \cdot \text{Cos}(90^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot t) \quad (249)$$

$$T_{9h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{9h}) \cdot \text{Cos}(9 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0945 \cdot \text{Sen}(90^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot t) \quad (250)$$

$$T_{12h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{12h}) \cdot \text{Sen}(12 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0178 \cdot \text{Cos}(-90^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 2,0 \cdot t) \quad (251)$$

$$T_{12h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{12h}) \cdot \text{Cos}(12 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0178 \cdot \text{Sen}(-90^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 2,0 \cdot t) \quad (252)$$

$$T_{15h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{15h}) \cdot \text{Sen}(15 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0004 \cdot \text{Cos}(90^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot t) \quad (253)$$

$$T_{15h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{15h}) \cdot \text{Cos}(15 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0004 \cdot \text{Sen}(90^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot t) \quad (254)$$

$$T_{18h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{18h}) \cdot \text{Sen}(18 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0009 \cdot \text{Cos}(180^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 3,0 \cdot t) \quad (255)$$

$$T_{18h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{18h}) \cdot \text{Cos}(18 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0009 \cdot \text{Sen}(180^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 3,0 \cdot t) \quad (256)$$

$$T_{21h} \cdot \text{Cos}(\alpha_{21h}) \cdot \text{Sen}(21 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0007 \cdot \text{Cos}(90^\circ) \cdot \text{Sen}(2 \cdot \pi \cdot 3,5 \cdot t) \quad (257)$$

$$T_{21h} \cdot \text{Sen}(\alpha_{21h}) \cdot \text{Cos}(21 \cdot \omega_o \cdot t) = 0,0007 \cdot \text{Sen}(90^\circ) \cdot \text{Cos}(2 \cdot \pi \cdot 3,5 \cdot t) \quad (258)$$

Igualando-se as parcelas dentro dos cossenos ou senos em qualquer relação entre (244) e (258), pode-se obter a frequência fundamental da tensão de entrada. Assim, para se obter um pulso de 2 segundos a harmônica fundamental do conjugado é de 0,5 Hz e a harmônica fundamental da tensão de entrada deve ser um terço disso, ou seja, 0,1667Hz.

Com a frequência de entrada calculada pode-se resolver o sistema não linear composto pelas Equações (244) a (258).

Na prática, foi criado um algoritmo computacional para resolver o sistema não linear, pois esse sistema, além de apresentar muitas soluções possíveis, sua convergência depende do ponto inicial escolhido.

O algoritmo, mostrado na Figura 34, utiliza o método de Gauss-Newton para resolução do sistema não linear, cujo número máximo de iterações possíveis foi limitado a 500. A partir de então, construiu-se uma condição em que, caso esse número limite seja atingido, um novo ponto inicial será gerado aleatoriamente dentro de um intervalo pré-determinado, até que seja atingido um número de 30 soluções possíveis. O código deste algoritmo está no apêndice III do presente trabalho.

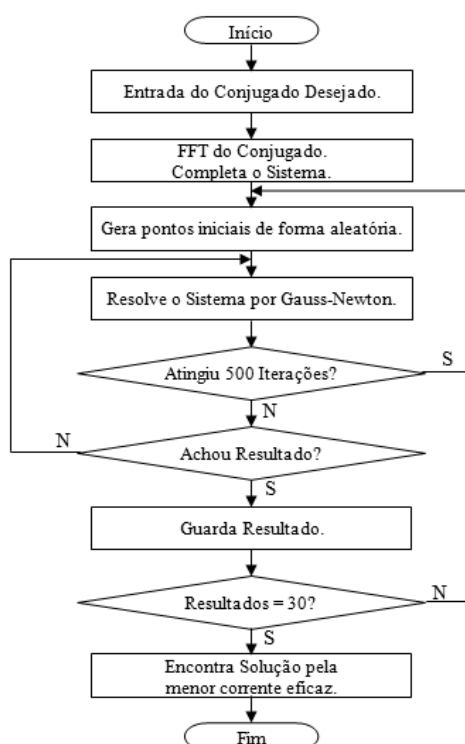


Figura 34 – Algoritmo de resolução do sistema.

O intervalo para escolha dos pontos iniciais tem uma variação numérica entre 0 a 360, pois no caso da tensão pode-se atingir essa tensão máxima com o conversor utilizado e, no caso do ângulo, este será o intervalo com todos os ângulos possíveis.

Calculam-se então as correntes das soluções encontradas, conforme a fórmula (177), e escolhe-se a melhor resposta com base na menor corrente eficaz achada e nos valores máximo e mínimo dessa corrente, onde se observa se a corrente possui algum valor de pico muito elevado.

O melhor resultado obtido pode ser visto na Tabela X, na qual se encontram os valores do módulo e da fase das componentes de tensão de entrada, já sua forma de onda resultante pode ser vista na Figura 36.

Com os valores achados na Tabela X chegou-se à forma de onda de conjugado eletromagnético mostrada na Figura 35.

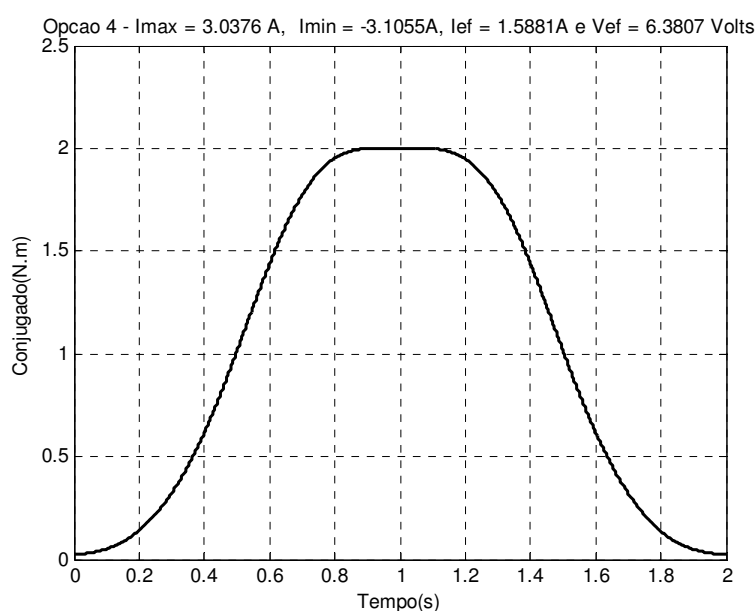


Figura 35 - Melhor resultado obtido.

Tabela X - Valores achados.

| | 1° | 2° | 4° | 5° | 7° | 8° | 10° | 11° |
|---|----------|-----------|-----------|----------|------------|----------|-----------|----------|
| V | 0,5733V | 0,1816V | 0,3577V | -0,0350V | 5,8998V | 0,2004V | -6,7884V | -0,0843V |
| φ | 63,9812° | 968,3098° | 380,7652° | 66,8717° | -114,5960° | -1,5444° | 136,8428° | 0° |

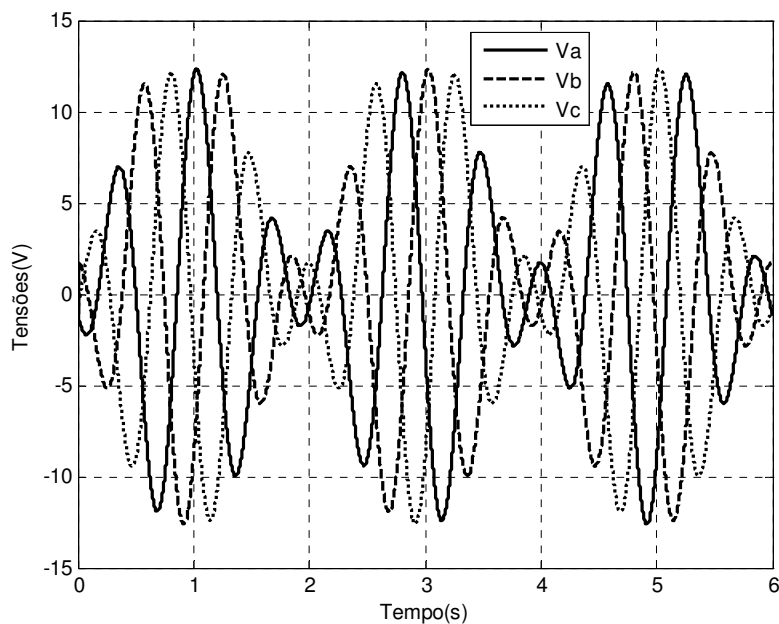


Figura 36 - Tensão de entrada obtida.

4.3. Simulações do Motor

O método explicitado no capítulo anterior foi testado no modelo do motor trifásico, citado no Capítulo 5, juntamente com os parâmetros apresentados na Tabela II.

O objetivo dessas simulações foi comprovar, em um modelo computacional do motor de indução, o funcionamento do método e testar se seria possível utilizar um inversor para modular essas formas de onda de tensão não lineares calculadas e obter bons resultados.

4.3.1. Perfil de conjugado Gaussiano

Neste item é desejado um perfil de conjugado gaussiano de amplitude 4 N.m, conforme mostra a Figura 37. Através do procedimento já explicitado no item 4.2.2, chegou-se às formas de onda de tensão na entrada do motor mostradas na Figura 38, cujos valores de tensão e módulo em cada harmônica aparecem na Tabela XI.

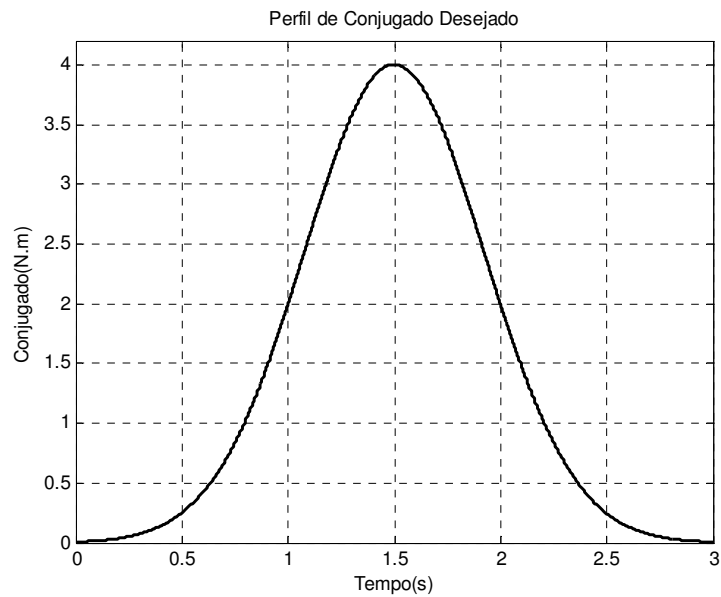


Figura 37- Perfil de Conjugado desejado (Perfil Gaussiano).

Tabela XI - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Gaussiano).

| | 1° | 2° | 4° | 5° | 7° | 8° | 10° | 11° |
|--------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| V | -0,6773 | 0,0792 | 3,5937 | -0,0533 | -8,4742 | 0,1319 | 6,4950 | 0,0419 |
| ϕ | -133,3515 | -106,4132 | 59,9977 | -111,9863 | -272,6131 | -158,6182 | -153,8625 | 0 |

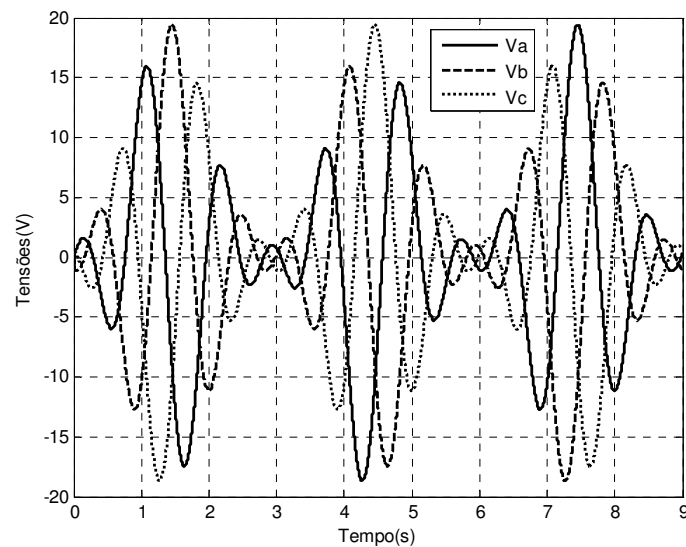


Figura 38- Tensões de Entrada para obter o conjugado de perfil gaussiano.

Essas formas de onda de tensão são inseridas no modelo do motor de indução, mostrado no Capítulo 3, e o resultado apresentado na Figura 39, em que se pode observar a comparação entre o conjugado desejado e o resultado da simulação.

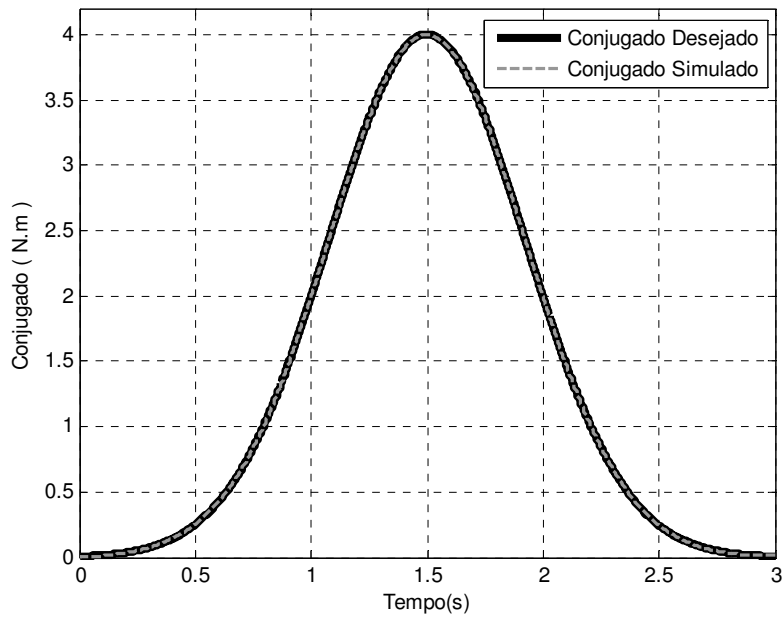


Figura 39- Comparação de resultados (Perfil Gaussiano).

Quando essas formas de onda de tensão são moduladas em PWM, através de um inversor com frequência de chaveamento de 1 kHz e uma tensão máxima de 20 volts no barramento, se obtém uma resposta próxima da desejada, conforme apresentado na Figura 40.

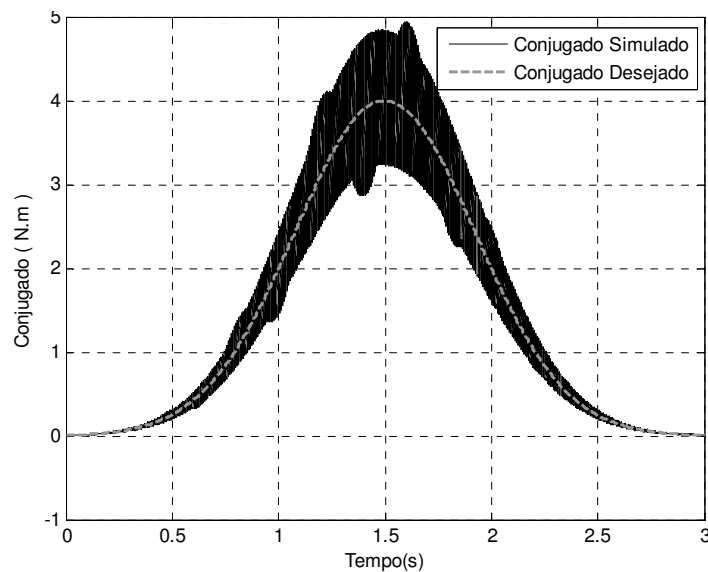


Figura 40 - Comparação de resultados para entrada em PWM (Perfil Gaussiano).

4.3.2. Perfil de Conjugado Trapezoidal

Neste perfil é desejada um conjugado trapezoidal de amplitude 4 N.m, como mostra a Figura 41. Aplicando-se o mesmo procedimento do item anterior chegou-se aos valores de módulo e fase

em cada harmônico de tensão, mostrados na Tabela XII. A forma de onda a ser aplicada no motor é mostrada na Figura 42.

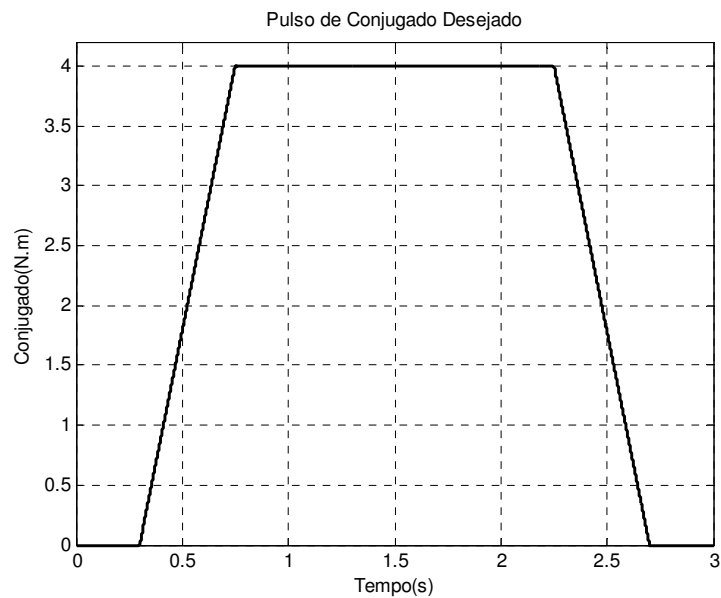


Figura 41 - Pulso de Conjugado desejado (Perfil Trapezoidal).

Tabela XII - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Trapezoidal).

| H | 1° | 2° | 4° | 5° | 7° | 8° | 10° | 11° |
|-----------|---------|-----------|---------|----------|-----------|----------|----------|--------|
| V | -1,2231 | 2,1180 | 2,7585 | 1,4214 | -9,8098 | 1,6121 | -11,1649 | 1,2467 |
| φ | 46,6488 | -106,4131 | 14,9977 | 104,0139 | -118,3274 | -23,6114 | 80,1375 | 0 |

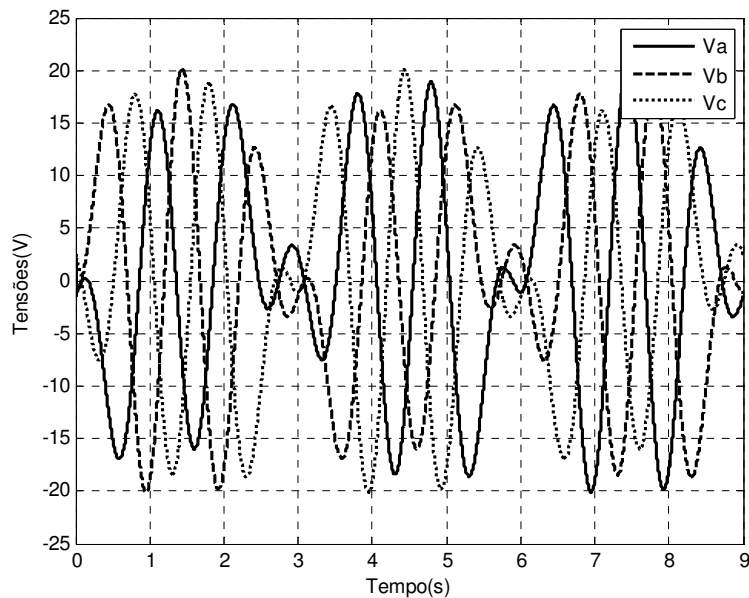


Figura 42 - Tensão aplicada ao modelo para obter o conjugado de perfil trapezoidal.

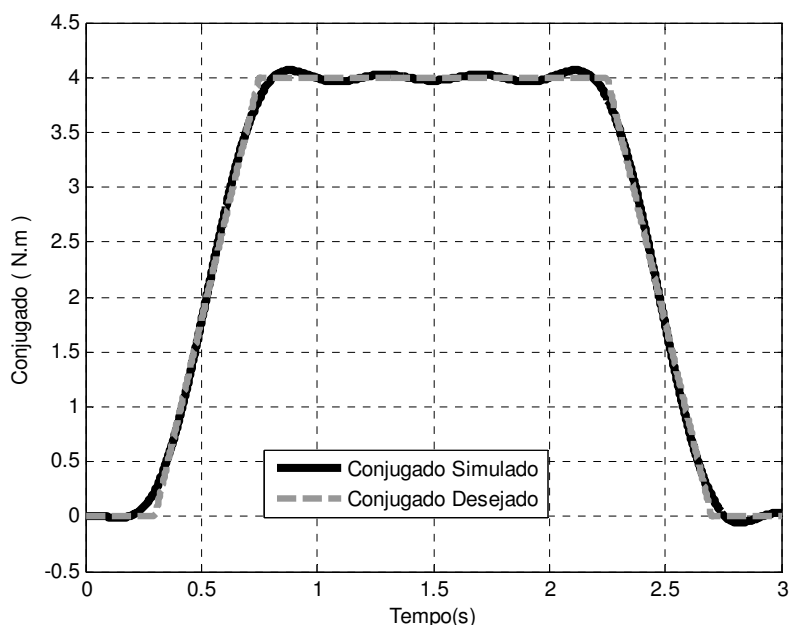


Figura 43- Comparação de resultados (Perfil Trapezoidal).

A Figura 43 aponta o resultado da simulação no modelo do motor de indução quando são inseridas as tensões da Figura 42. Já na Figura 44 estão os resultados quando essas tensões são moduladas em PWM por um inversor com as mesmas características da simulação anterior.

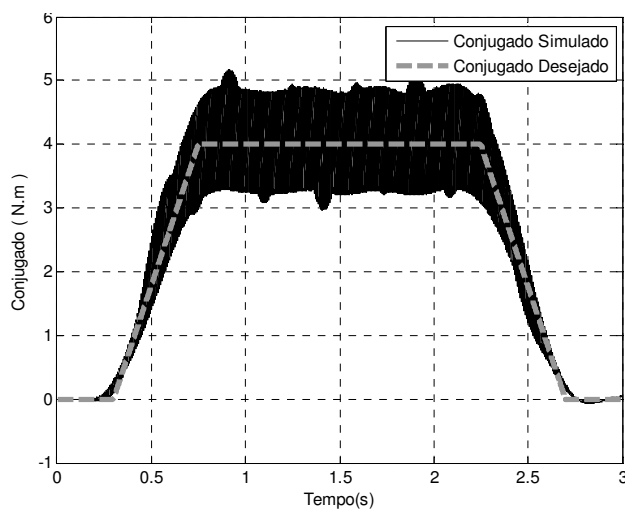


Figura 44 - Comparação de resultados com entrada PWM (Perfil Trapezoidal).

Nota-se que nos dois casos não se conseguiu atingir com exatidão a forma do pulso desejado, isto porque estamos considerando somente até a sétima harmônica, pois caso fosse aumentado o número de harmônicos na entrada poderíamos chegar a um resultado mais próximo do requerido.

4.3.3. Perfil de Conjugado Triangular

Neste último item é desejada um conjugado triangular de amplitude 4 N.m, mostrada na Figura 45. Aplica-se então o mesmo procedimento do item anterior e chega-se aos valores de módulo e fase em cada harmônico de tensão da Tabela XIII. A forma de onda que será aplicada na entrada do modelo do motor pode ser vista na Figura 46.

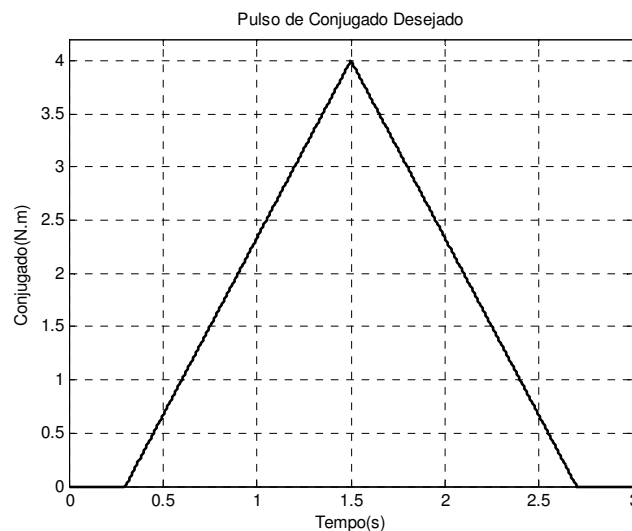


Figura 45- Conjugado Eletromagnético desejado (Perfil Triangular).

Tabela XIII - Valores de módulo e fase das harmônicas de tensão obtidas (Perfil Triangular).

| H | 1° | 2° | 4° | 5° | 7° | 8° | 10° | 11° |
|-----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|---------|---------|
| V | 0,4251 | -1,3166 | 1,2963 | 0,5953 | 8,7161 | 1,0275 | 8,0026 | -1,5653 |
| φ | 226,6511 | 163,5861 | -120,0025 | -39,9882 | 164,5298 | -91,1104 | 62,1375 | 0 |

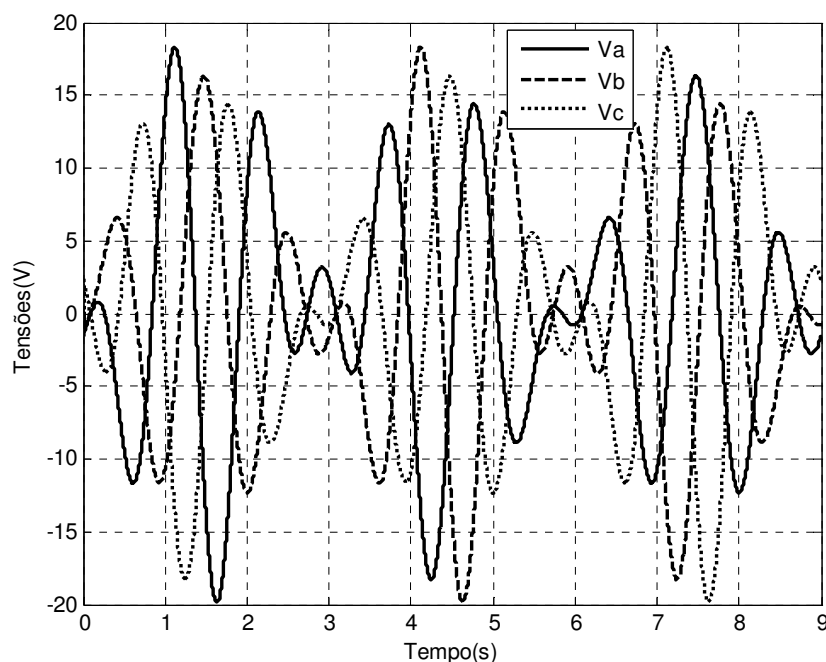


Figura 46 - Tensão aplicada ao modelo para obter o perfil de conjugado triangular.

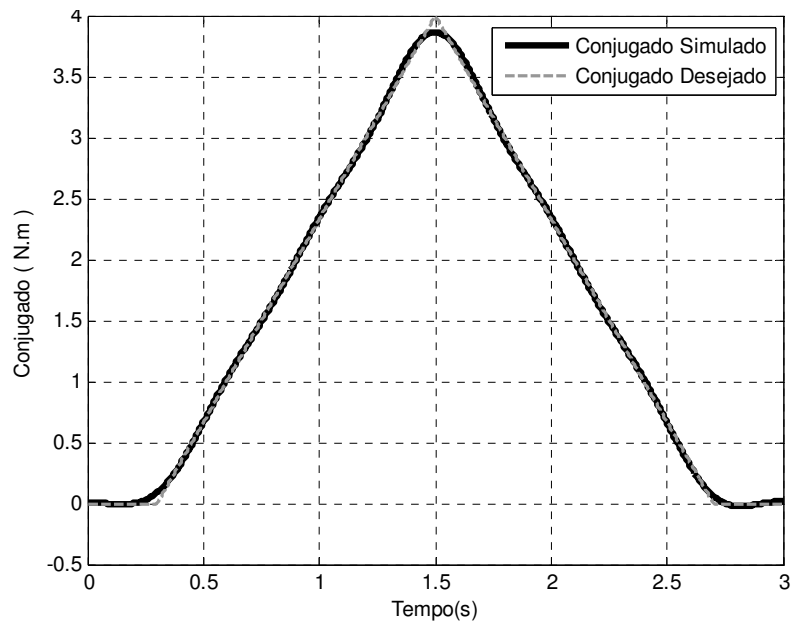


Figura 47 - Comparação de resultados (Perfil Triangular).

As Figuras 47 e 48 mostram os resultados das simulações no caso das tensões de entrada iguais àsquelas mostradas na Figura 46 e no caso destas quando moduladas em PWM através de um inversor.

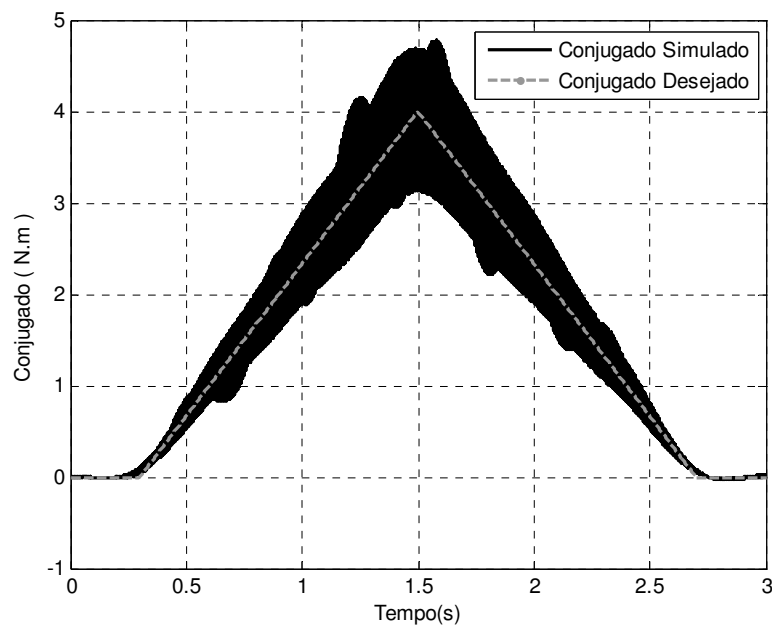


Figura 48 - Comparação de resultados com entrada PWM (Perfil Triangular).

Capítulo 5 – Desenvolvimento Prático

Neste capítulo serão mostrados os materiais utilizados para a realização dos experimentos, os dados referentes ao hardware e software do controle do conversor e, finalmente, a parte prática contendo as montagens experimentais e a confrontação teórico-experimental.

5.1. Equipamentos utilizados

5.1.1. Motor de indução

Este subitem visa fornecer dados dos motores que serão utilizados na parte prática. Serão feitos testes em duas máquinas de indução, uma máquina rotativa e outra linear. O método utilizado para a obtenção dos parâmetros será brevemente descrito. O método de obtenção dos parâmetros do motor rotativo foi referenciado no texto, enquanto que o método para o motor linear encontra-se no Apêndice IV deste trabalho.

O motor de indução rotativo utilizado nos ensaios foi um motor trifásico da WEG de 3cv de quatro pólos, cujos parâmetros foram levantados através dos ensaios usuais, que são o ensaio a vazio e o ensaio com o rotor bloqueado. Esses ensaios podem ser encontrados na referência [6].

O motor de indução linear utilizado é um motor bilateral de 4 pólos que impulsiona uma guilhotina. O método pelo qual seus parâmetros foram levantados se encontra no apêndice IV deste trabalho e foi baseado na referência [45].

Para o levantamento destes parâmetros foi utilizada a montagem mostrada na Figura 49 no caso dos dois motores, cujas correntes e as tensões foram mensuradas por seis sensores de efeito Hall, sendo que três deles foram utilizados na medição de tensão e os outros três na medição de corrente, e amostradas por uma placa de aquisição de dados de um computador, cujo erro é de 0,05%. As resistências do estator foram medidas por um multímetro de precisão de erro máximo de 0,015%. Os dois motores foram conectados em estrela com neutro flutuante, de acordo com o modelo desenvolvido.

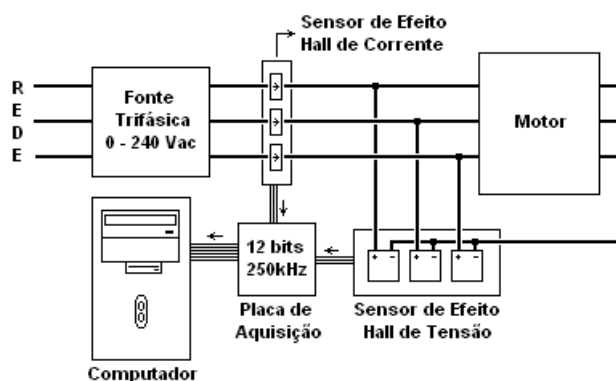


Figura 49 - Montagem utilizada no levantamento de parâmetros dos motores.

Os parâmetros dos motores foram calculados tirando-se a média dos valores achados para cada fase e podem ser consultados na Tabela XIV.

Tabela XIV - Parâmetros das máquinas.

| Parâmetro | Motor Rotativo | Motor Linear |
|-----------|-------------------------|-------------------------|
| Pólos | 4 | 4 |
| R_s | $02,95 \pm 0,0014$ Ohms | $04,11 \pm 0,0016$ Ohms |
| R_R | $02,21 \pm 0,0050$ Ohms | $07,60 \pm 0,0064$ Ohms |
| X_{DS} | $02,82 \pm 0,0029$ Ohms | $14,06 \pm 0,0192$ Ohms |
| X_{DR} | $02,82 \pm 0,0029$ Ohms | $01,11 \pm 0,0011$ Ohms |
| X_{SS} | $51,77 \pm 0,0230$ Ohms | $09,10 \pm 0,0014$ Ohms |

5.1.2. Conversor (Inversor)

Para alimentar o motor com tensões não senoidais é utilizado um inversor da marca Semikron®, modelo SKS 32F B6U + EICIF + B6CI 12V06, cujo esquema pode ser visto na Figura 50. A corrente máxima deste conversor é de 32 Ampéres RMS, portanto, durante os testes, se teve o cuidado para que o pico da forma de onda de corrente que entra no motor não seja maior que este valor.

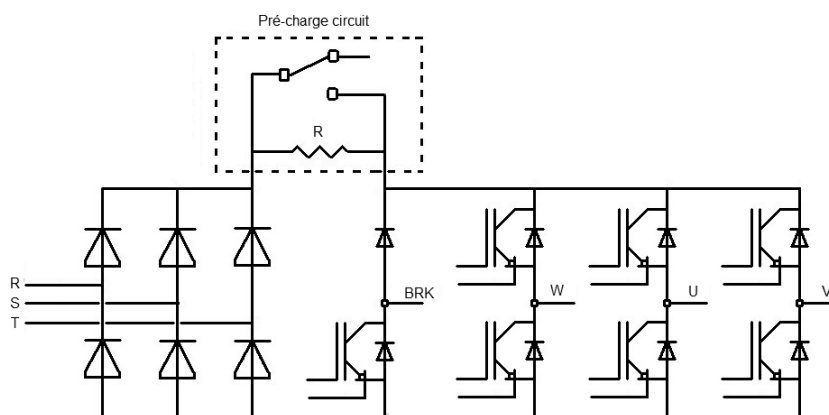


Figura 50 - Esquema do inversor utilizado.

A tensão máxima é de 350 Volts RMS, mas na parte experimental foram utilizadas sempre tensões bem abaixo deste nível, devido à limitação de corrente no inversor, pois se trabalhou com frequências muito baixas, o que implica em correntes altas.

Ao conectar o inversor ao motor deve-se lembrar que a tensão do barramento DC está aplicada entre fases e não a uma fase somente, conforme mostrado na Figura 51, logo, a tensão de fase é a tensão no barramento DC do inversor dividida por dois e multiplicada pelo índice de modulação utilizado M , que é a amplitude da onda modulada dividida pela amplitude da rampa de modulação. A folha de dados deste inversor está no Anexo I desta tese.

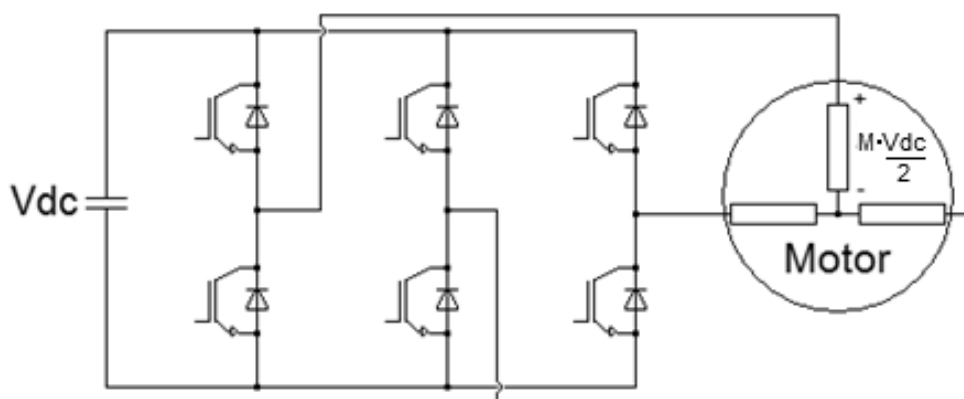


Figura 51 - Conexão entre o inversor e o motor.

5.1.3. Sensor de Conjugado e Força

No ensaio com o motor rotativo foi utilizado um sensor dinâmico de conjugado, que é capaz de medir até 50 N.m de conjugado em seu eixo, para medir o conjugado resultante na máquina devido à alimentação não senoidal. O sensor de conjugado de especificação MKDC-50, mostrado na Figura 52, possui uma sensibilidade de 2 mV/V, o que significa que se o sensor for alimentado com 10 V tem-se uma variação de 0 a 20 mV, correspondente à variação de 0 a 50 N.m. Para medir essa pequena variação de tensão foi construído um amplificador explicitado mais adiante nesse mesmo item. O datasheet deste sensor está no Anexo II desta tese.



Figura 52 - Sensor de Conjugado Dinâmico MKDC-50.

Para amplificar o sinal proveniente do sensor de conjugado foi utilizado um amplificador de instrumentação, cuja especificação é INA122 e cuja montagem é mostrada na Figura 53. O resistor R1 é responsável por um ganho de tensão de 517,82 vezes, conforme a Equação (259) presente no datasheet do componente.

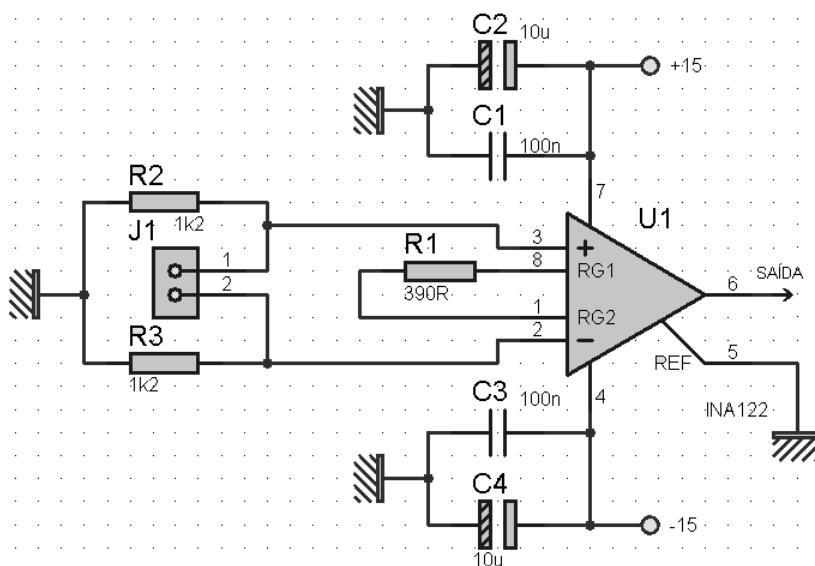


Figura 53- Montagem do amplificador de instrumentação utilizado.

$$G = 5 + \frac{200k}{R_G (390\Omega)} \quad (259)$$

Em seguida é utilizado um circuito somador, conforme mostra a Figura 54, que é responsável por extrair ou controlar o zero da saída, somando um nível de tensão imposto pelo potenciômetro de 500 kΩ à saída do amplificador de instrumentação.

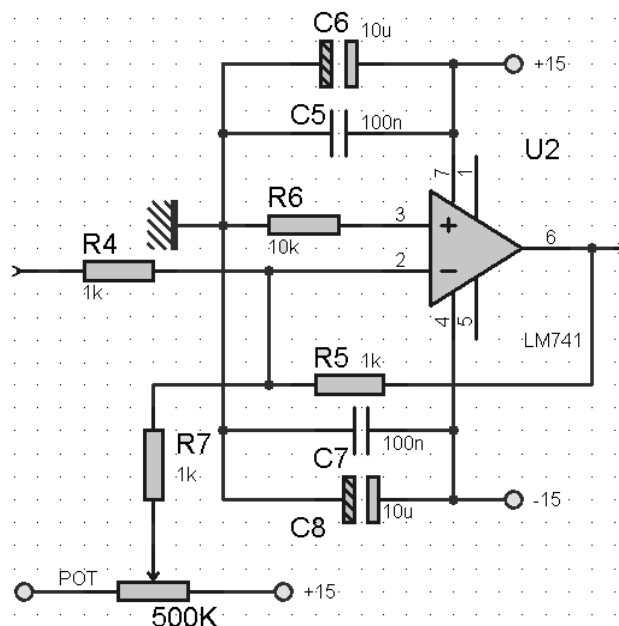


Figura 54 - Circuito Somador.

E, finalmente, na última etapa do amplificador, são adicionados dois filtros Butterworth passa baixo de segunda ordem em série, cada um com seu respectivo ganho, e ambos sintonizados na frequência de corte de 328 Hz. Os ganhos são respectivamente, de 1,17 e 2,21, acumulando um ganho total de aproximadamente 1,338 vezes o ganho inicial. A montagem dos dois filtros é mostrada na Figura 55. O esquema completo do circuito de condicionamento de sinal do torquímetro é mostrado no Apêndice V.

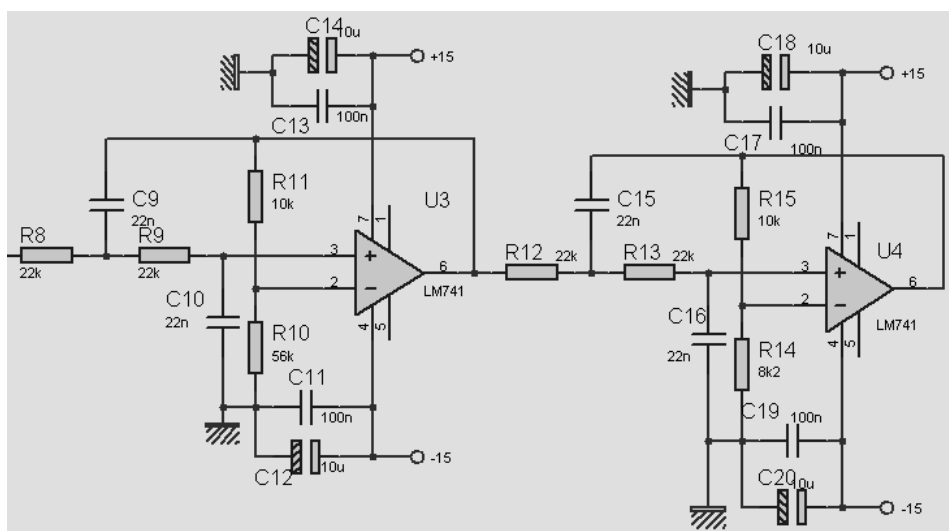


Figura 55 - Filtros Butterworth de segunda ordem em série.

No caso do motor de indução linear, utilizou-se uma célula de carga de 50 kgf colocada abaixo do linor, para medir a força eletromagnética. O condicionamento de sinal para este sensor já estava construído e sua sensibilidade calibrada para 14,78 mV/N.

5.2. O Controle do Conversor

Aqui serão relatadas as etapas de construção do controle do inversor. Para um melhor entendimento separou-se este relato em duas partes, o hardware, que consiste no circuito eletrônico responsável pela interface entre o computador e o inversor, cujo circuito encontra-se no Apêndice VI, e o software, que consiste tanto na programação interna do microcontrolador utilizado no hardware, apresentado no Apêndice VII, quanto no programa de controle instalado no computador para controlar o conversor, apresentado no Apêndice VIII do presente trabalho.

5.2.1. O hardware

O diagrama de blocos da Figura 56 representa a parte de hardware que foi desenvolvida para o controle do conversor. Nela pode-se observar que o hardware serve como uma interface entre o computador, onde está o software de controle e o conversor. Os números presentes no diagrama de blocos representam o número de conexões físicas entre os blocos. Cada bloco será explicado e comentado ao longo deste item.

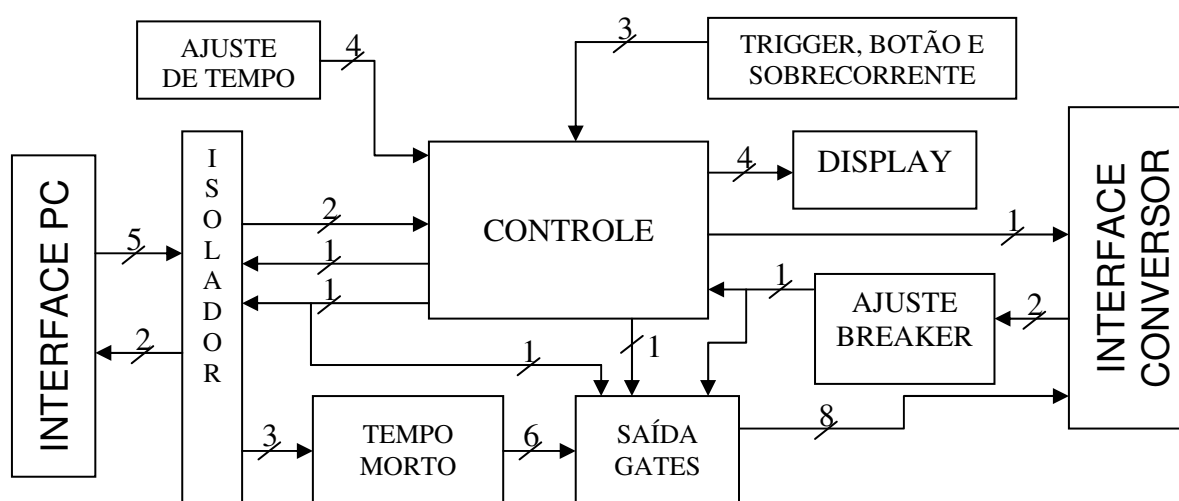


Figura 56- Esquema do hardware para controle do conversor.

O padrão de comunicação escolhido entre o computador e o hardware foi a comunicação paralela. Esta escolha foi feita porque simplifica o hardware e também porque nesta tese se trabalhará com frequências muito baixas, o que possibilita uma frequência de chaveamento do inversor sempre igual ou menor a 1 kHz, frequência suportada por esta porta. O bloco "Interface PC" representa a conexão entre a porta paralela do PC e o hardware construído através de um conector DB-25, como aponta a Figura 57 e, cuja pinagem é mostrada na Tabela XV.

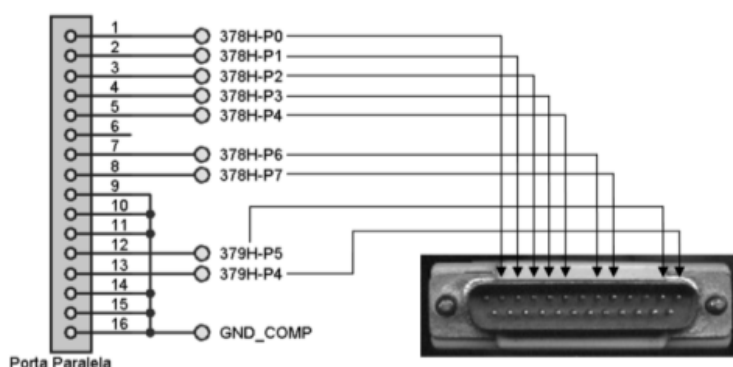


Figura 57 - Esquema de Ligação da Porta Paralela.

Tabela XV - Nomenclatura dos pinos.

| Nome | Atribuição | Sentido |
|---------|---|------------|
| 378h-P0 | Sinal para saber se Hardware está conectado ao PC | Conversor |
| 378h-P1 | Controle do Braço U | Conversor |
| 378h-P2 | Controle do Braço V | Conversor |
| 378h-P3 | Controle do Braço W | Conversor |
| 378h-P4 | Controle de início de chaveamento (Reset) | Conversor |
| 378h-P6 | Alimentação do opto isolador (Clock) | Conversor |
| 378h-P7 | Alimentação do opto isolador (S_Erro) | Conversor |
| 379h-P5 | Oscilação que comanda o chaveamento (Clock) | Computador |
| 376h-P4 | Aviso ao software de erro no Conversor (S_Erro) | Computador |

O bloco “isolador” utiliza opto acopladores para separar os sinais provenientes do computador e a interface de controle do conversor de forma que não haja contato elétrico entre estes sinais. Como há dois sentidos de comunicação, existem dois tipos de esquemas de ligação do opto acoplador, como pode ser visto na Figura 58, em que o esquema (a) isola os sinais provenientes do computador e o esquema (b) isola os sinais provenientes do hardware construído.

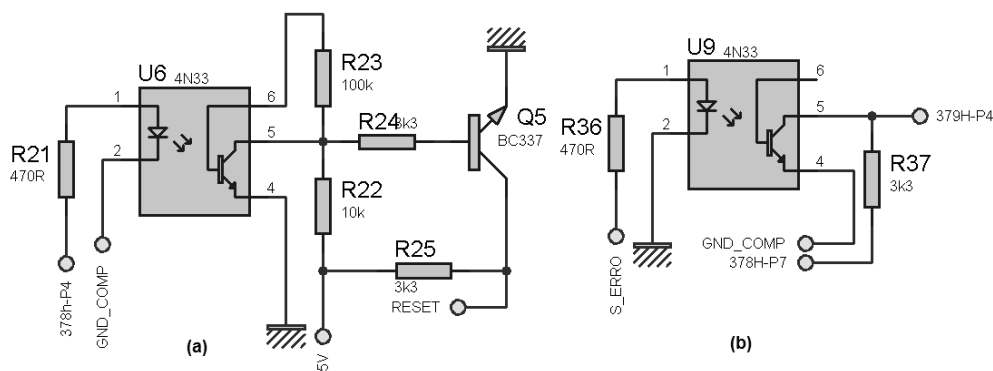


Figura 58 - Esquema de Ligação dos Opto acopladores.

O bloco chamado “tempo morto” é responsável por condicionar os sinais de chaveamento dos IGBT’s da ponte trifásica, provenientes do bloco “isolador”. Em cada ramo da ponte há duas chaves controladas que não podem conduzir ao mesmo tempo, pois gerariam um curto, portanto, seus sinais de comando não podem nunca funcionar juntos. Este bloco, através do esquema apresentado na Figura 59, garante que os sinais de comando das chaves de cada ramo do conversor nunca sejam acionados ao mesmo tempo.

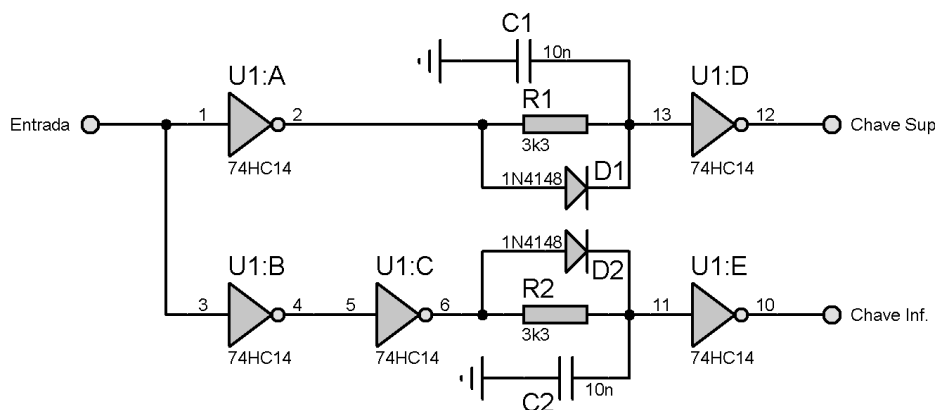


Figura 59 - Esquema do bloco tempo morto.

O bloco “saída gates” é composto de uma porta latch, controlada pelo sinal de erro proveniente do bloco “controle”, cujo esquema e conexões são mostrados na Figura 60. As saídas de cada pino do latch, exceto o pino de saída extra, são conectadas ao esquema da Figura 61, cuja tensão de chaveamento pode ser elevada de 5 para 15 volts, que é a tensão de acionamento dos IGBT’s.

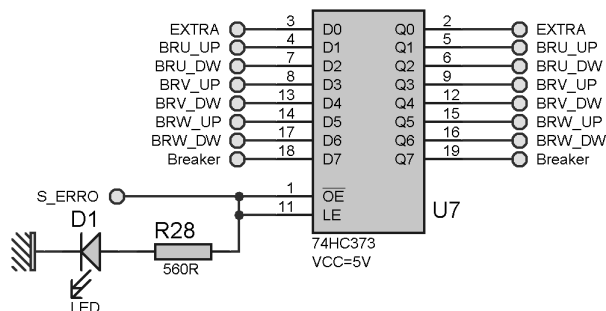


Figura 60 - Porta latch presente no bloco saída gates.

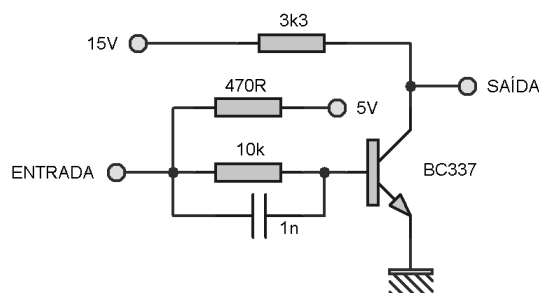


Figura 61 - Esquema de ligação do transistor presente nas saídas do latch.

O bloco “Trigger, botão e sobre corrente” é um bloco contendo entradas para o controle do conversor, em que o botão tem a função de desbloquear o latch em caso de erro, já a entrada de sobre corrente é uma entrada de um sinal lógico externo que diz quando há sobre corrente e a entrada trigger uma entrada lógica para gatilho externo do início de funcionamento do conversor. O esquema deste bloco é mostrado na Figura 62, lembrando que as entradas trigger e sobre corrente são opcionais.

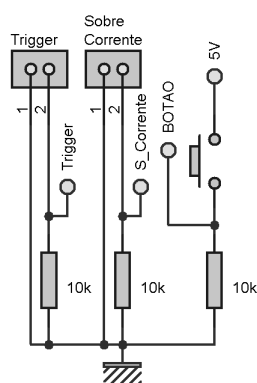


Figura 62 - Detalhe do bloco Trigger, Botão e Sobre corrente.

O bloco “ajuste breaker” foi feito com o objetivo de controlar a chave breaker do conversor. Esta chave existe como proteção contra sobre tensões no barramento DC e atua conectando ou

desconectando uma resistência externa ao barramento para consumir a tensão extra que foi acumulada nos capacitores.

A Figura 63 mostra que o controle de sobre tensão no barramento é feito utilizando-se um potenciômetro de ajuste, no qual se pode regular o nível máximo permitido de tensão no link DC. Este potenciômetro é conectado a um opto acoplador tipo NAND que isola a alta tensão do barramento do hardware construído e só aciona o breaker quando o nível de tensão que sai do potenciômetro é suficiente para acionar a porta lógica interna do opto acoplador.

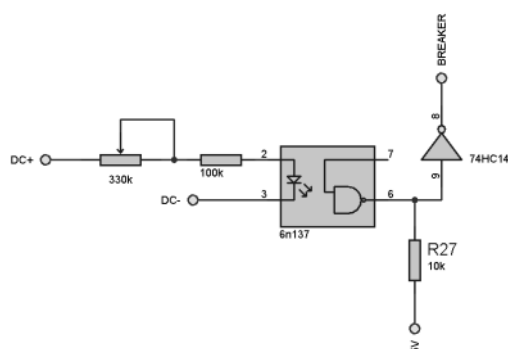


Figura 63- Ajuste do nível DC máximo do barramento.

O bloco de “ajuste de tempo” é mostrado na Figura 64 e é composto de um micro switch de quatro posições e resistores. Estas chaves modificam o tempo de acionamento dos erros de sobre corrente e sobre tensão, sendo duas chaves para cada tipo de erro, e são inseridos no bloco de controle. Cada combinação de chaves é um tempo pré-determinado de espera, em que, no caso do erro de sobre tensão, se monitora o sinal do breaker e, se após o tempo estipulado a tensão não abaixar, desliga-se o relé de todas as chaves do conversor. A Tabela XVI mostra os valores de espera para cada combinação de posições de chaves.

Tabela XVI - Tempos de espera configuráveis.

| CH1 | CH2 | Sobre corrente | CH3 | CH4 | Sobre tensão |
|-----|-----|----------------|-----|-----|--------------|
| OFF | OFF | 5 segundos | OFF | OFF | 5 segundos |
| ON | OFF | 10 segundos | ON | OFF | 10 segundos |
| OFF | ON | 15 segundos | OFF | ON | 15 segundos |
| ON | ON | 20 segundos | ON | ON | 20 segundos |

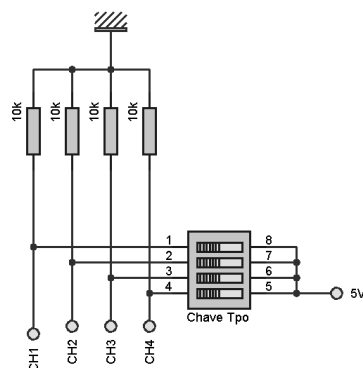


Figura 64 - Controle de tempo dos erros de sobre corrente e sobre tensão.

Para mostrar ao usuário se o hardware está funcionando corretamente foi adicionado um display de sete segmentos. O esquema da Figura 65 mostra em detalhe o bloco “display”, onde foi utilizado o circuito integrado 4511 para converter o código binário em BCD, necessário para acionar corretamente o display. A Tabela XVII mostra a lista com os códigos de erro que podem ser exibidos no display.

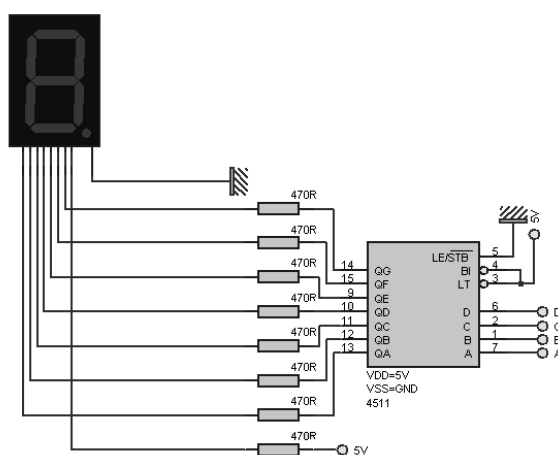


Figura 65- Detalhe do bloco Display.

Tabela XVII - Lista de erros.

| Código | Atribuição |
|--------|------------------------|
| 0 | Conversor Funcionando |
| 1 | Parado por software |
| 2 | Erro no Breaker |
| 3 | Erro no braço U |
| 4 | Erro no braço V |
| 5 | Erro no braço W |
| 6 | Erro de sobre corrente |
| 7 | Erro de sobre tensão |
| 8 | Desconectado |

O bloco de “interface conversor” mostra a conexão dos sinais com o conversor, incluindo o tratamento de sinais. Na Figura 66 podem ser observadas as conexões dos gates, breaker e relé e as saídas dos erros. A saída extra não vai para o conversor, sendo ela apenas uma saída lógica para

acionar algum outro dispositivo quando necessário, o que implica dizer que esta saída é opcional e não precisa estar conectada.

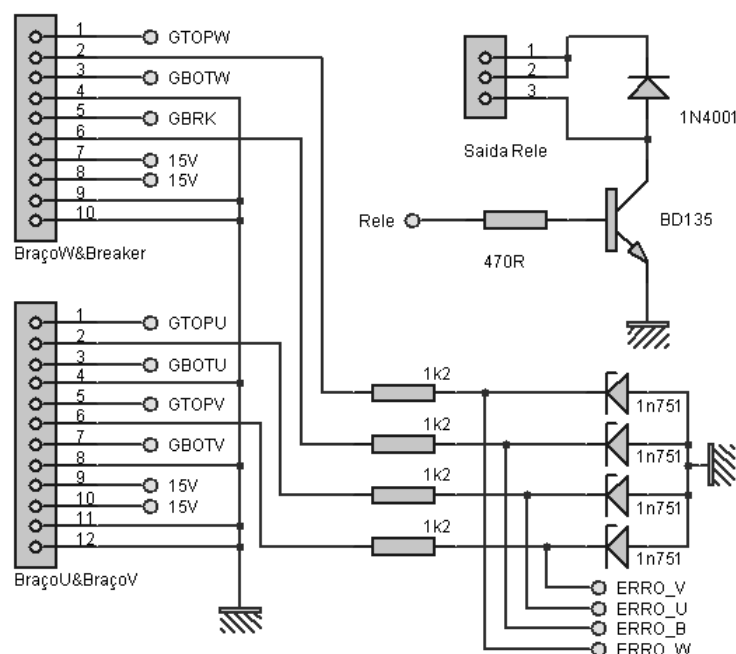


Figura 66 - Saída para o conversor.

O bloco “controle” é o coração do hardware de controle do conversor. É nele que são gerados os pulsos de clock, necessários para sincronizar as operações entre o PC e o hardware. Além disso, este bloco é responsável pelo tratamento do erro, pela exibição do mesmo em um display e por bloquear os sinais do gate e desligar o relé do conversor.

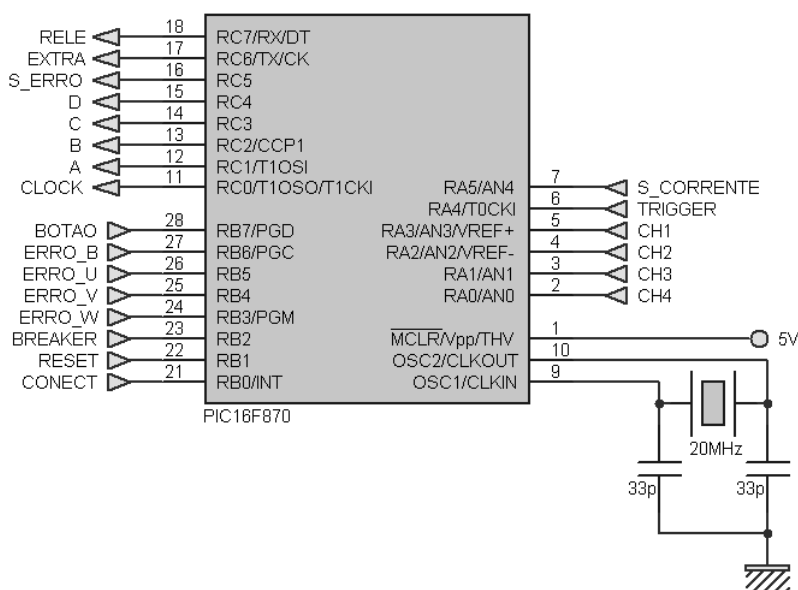


Figura 67 - Esquema do Bloco Controle.

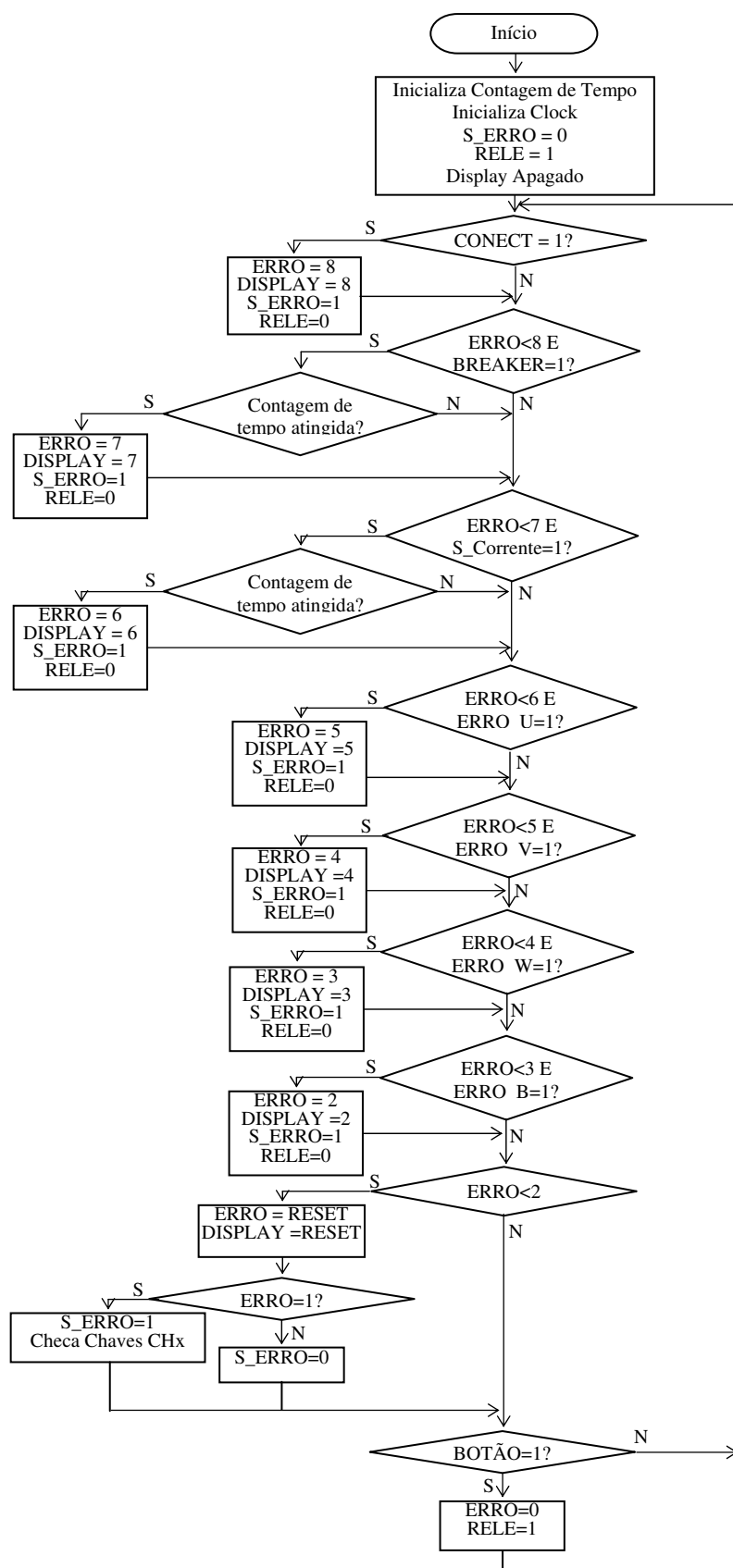


Figura 68 - Fluxograma do programa utilizado no PIC16F870.

O microcontrolador PIC e as suas ligações podem ser observados na Figura 67. Já o sentido e a funcionalidade de cada sinal podem ser vistos na Tabela XVIII. Uma representação do algoritmo utilizado no microcontrolador PIC 16F870 pode ser vista na Figura 68. O código completo deste algoritmo foi escrito em linguagem C e pode ser visto no Apêndice VII desta tese.

Tabela XVIII - Funcionalidade dos Sinais.

| Sinal (is) | Sentido | Funcionalidade |
|----------------|----------|---|
| RELE | Saída | Vai para o bloco “Interface Conversor” onde liga o relé do mesmo. |
| EXTRA | Saída | Sinal Extra que pode ser utilizado para alguma sinalização externa. Vai para o bloco “Saída Gates”. |
| S_ERRO | Saída | Sinal enviado ao bloco “Saída Gates” para liberar ou bloquear os sinais de chaveamento. |
| A, B, C e D | Saídas | Sinais enviados ao bloco “Display” para sinalização do tipo de erro. |
| CLOCK | Saída | Pulso de clock de 10 kHz enviado ao bloco “Interface PC”, passando antes pelo bloco “Isolador”, e sua função é a sincronização entre o computador e o hardware. |
| Botão | Entrada | Sinal proveniente do bloco “Trigger, botão e Sobre corrente”, responsável por liberar a utilização do hardware após a ocorrência de um erro. |
| ERRO_B | Entrada | Sinal vindo do bloco “Interface Conversor”. Avisa ao controle quando há algum erro no braço Breaker do conversor. |
| ERRO_U | Entrada | Sinal vindo do bloco “Interface Conversor”. Avisa ao controle quando há algum erro no braço U do conversor. |
| ERRO_V | Entrada | Sinal vindo do bloco “Interface Conversor”. Avisa ao controle quando há algum erro no braço V do conversor. |
| ERRO_W | Entrada | Sinal vindo do bloco “Interface Conversor”. Avisa ao controle quando há algum erro no braço W do conversor. |
| BREAKER | Entrada | Sinal proveniente do bloco “Ajuste Breaker”, responsável por avisar ao controle caso haja sobre tensão no link DC. |
| RESET | Entrada | Sinal proveniente do PC que passa pelos blocos “Interface PC” e “Isolador” e Avisa ao hardware quando começar o chaveamento. |
| CONNECT | Entrada | Sinal proveniente do bloco “Isolador” que avisa ao hardware se há a conexão com o PC. |
| CH1 e CH2 | Entradas | Sinal vindo do bloco “Ajuste Tempo” que regula o tempo de alarme de sobre tensão. |
| CH3 e CH4 | Entradas | Sinal vindo do bloco “Ajuste Tempo” que regula o tempo de alarme de sobre corrente. |
| TRIGGER | Entrada | Sinal proveniente do bloco “Trigger, botão e Sobre corrente”, utilizado para algum caso de acionamento externo. |
| SOBRE CORRENTE | Entrada | Sinal proveniente do bloco “Trigger, botão e Sobre corrente”, avisar ao hardware caso ache o sobre corrente. |

5.2.2. O Software

Neste item será descrito o algoritmo do software utilizado para controlar o conversor, ou seja, como é feita a comunicação com o hardware. No software também foi incorporada uma interface gráfica, que também será descrita aqui, no intuito de tornar o software mais amigável.

Para o desenvolvimento do programa utilizou-se o software Labview®, por ele ser robusto e confiável e facilitar tanto a construção da interface gráfica quanto a comunicação pela porta paralela. A Figura 69 mostra essa interface, onde podem ser vistas as entradas do programa e a forma de onda da tensão trifásica a ser aplicada na máquina.

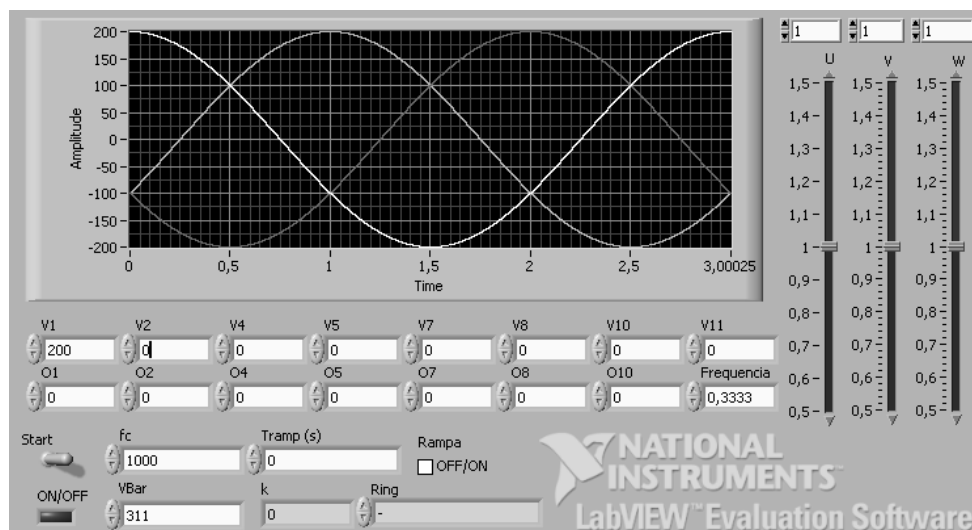


Figura 69 - Ambiente gráfico do software de controle do conversor.

Os campos V1 a V11, mostrados na Figura 69, são as tensões de cada harmônica em volts, enquanto que as entradas O1 a O10 são os ângulos iniciais de defasamento de cada harmônica em graus. A última entrada, abaixo de V11, é a frequência da onda fundamental em hertz. A forma de onda mostrada é a composição de todas as tensões harmônicas, com seus respectivos ângulos iniciais, fornecidos pelo usuário.

Esta forma de onda sofrerá modulação por largura de pulso (PWM) de forma que ela possa ser transmitida digitalmente ao hardware e, posteriormente, ao conversor. A configuração da modulação PWM pode ser mudada nos campos f_c , que representa a frequência de chaveamento em hertz, e V_{bar} , que é a amplitude máxima da forma de onda dente de serra utilizada na conversão da tensão com harmônicos.

O campo $Tramp$ e o checkbox $Rampa$ são os controles para partida suave. Neste tipo de funcionamento a tensão harmônica escolhida pelo usuário é multiplicada por uma rampa, cuja amplitude pode ser vista no indicador k , que varia de 0 a 1 dentro de um determinado tempo. Deste modo, o sinal começa a crescer suavemente até atingir o seu máximo no tempo $Tramp$, definido pelo usuário. Este controle é opcional e pode ser ativado quando se clica no checkbox $Rampa$.

Há ainda a possibilidade de desbalancear as tensões através dos comandos à direita da tela. Estes controles atuam sobre o ganho de tensão em cada fase separadamente. Esse efeito será utilizado para os ensaios no motor linear.

Os endereços utilizados pela porta paralela foram mostrados no item 5.4.1 desta tese durante a descrição do bloco “Interface PC”, sendo assim, não serão repetidos aqui. Os sinais provenientes do hardware, que são lidos pelo programa, são os sinais do clock e o sinal de erro do conversor.

Os sinais enviados ao hardware são os sinais de chaveamento e reset, ou parada por software. Há ainda um sinal enviado para checar se há a conexão entre o PC e o hardware, sendo este um sinal de nível alto (5 volts), e caso o cabo não esteja conectado este nível alto não chega ao hardware que, por sua vez, bloqueia os gates do conversor.

Dentre os sinais recebidos do hardware, o mais importante é o sinal de clock, gerado dentro do microcontrolador. Este trem de pulsos de 10 kHz é utilizado para gerar as formas de onda requeridas pelo usuário e a forma de onda dente de serra, utilizada na modulação PWM. Cabe lembrar, que dentro do programa se fez a opção de contar tanto a subida quanto a descida do trem de pulsos do clock, dobrando assim a frequência gerada no hardware, ou seja, trabalha-se com 20 kHz para gerar as formas de onda.

O Labview® não é uma linguagem codificada em que se escreve o programa através de uma listagem de comandos, mas sim uma linguagem gráfica, cujos blocos, que representam operações lógicas ou comandos, são conectados para a formação de um programa. Deste modo, para melhor descrever o funcionamento do programa optou-se em mostrar aqui o algoritmo do programa na forma de um fluxograma, que pode ser visto na Figura 70, e colocar em anexo não a listagem do programa, mas sim figuras contendo os seus blocos.

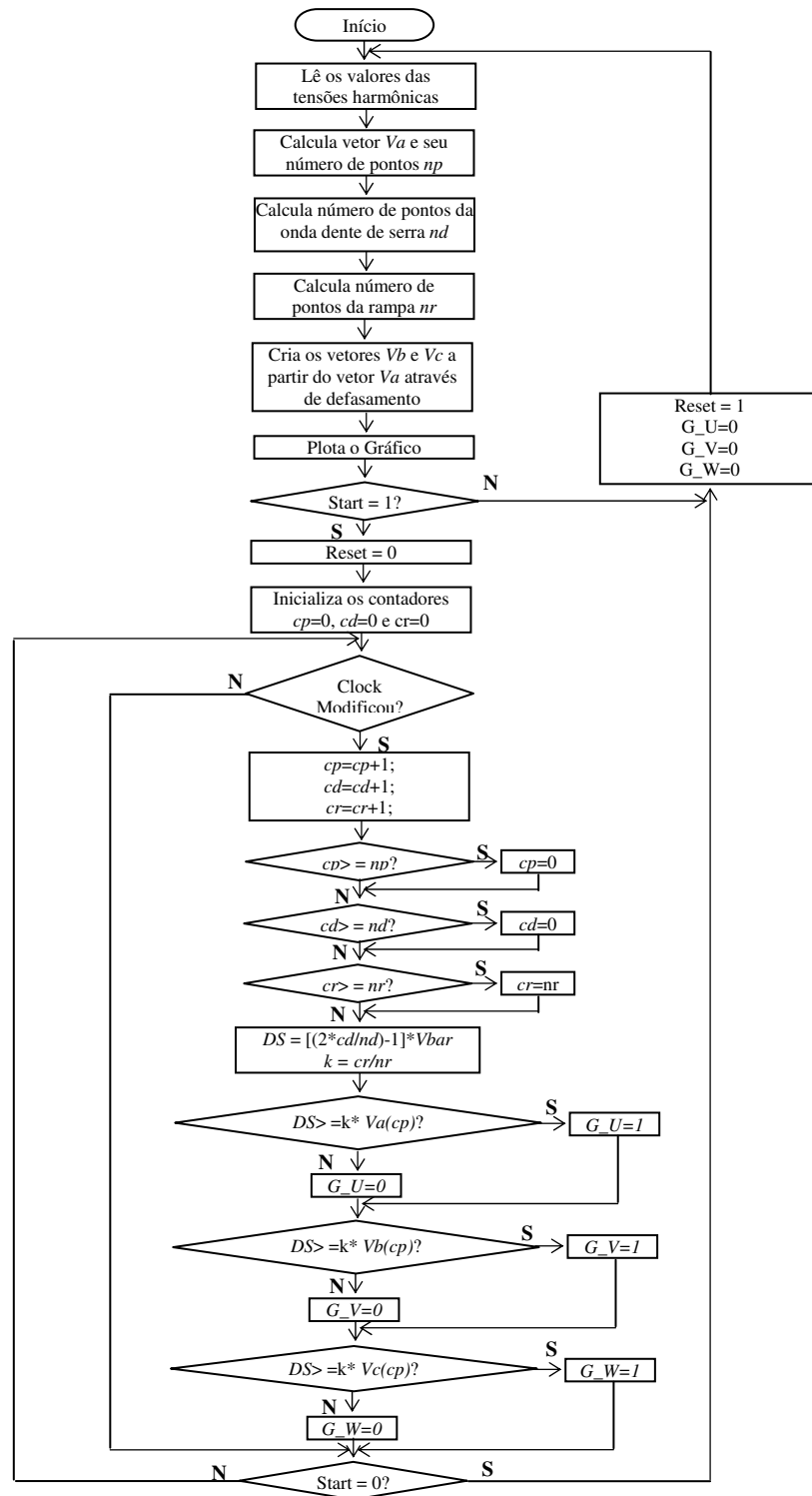


Figura 70 – Fluxograma do Software em Labview®.

5.3. Confrontação Teórico-Experimental

Neste item será mostrado como foram realizadas as montagens experimentais, tanto no motor rotativo quanto no motor linear, e serão apresentados os resultados obtidos para ambos os ensaios.

5.3.1. Montagens Experimentais

A montagem experimental, mostrada na Figura 71, foi utilizada para o ensaio no motor de indução rotativo trifásico de 3 cv de potência da WEG conectado em estrela com ponto comum flutuante, cujos dados foram obtidos e listados no item 7.1.1 deste trabalho.

Solidário ao eixo deste motor está um torquímetro, que suporta uma carga de até 50 N.m e uma haste de metal, que impede a movimentação do eixo do motor. O sinal deste torquímetro foi tratado por um condicionador de sinal, cujo esquema é mostrado no item 5.1.3, e captado por um osciloscópio da marca Tektronix THS-720.

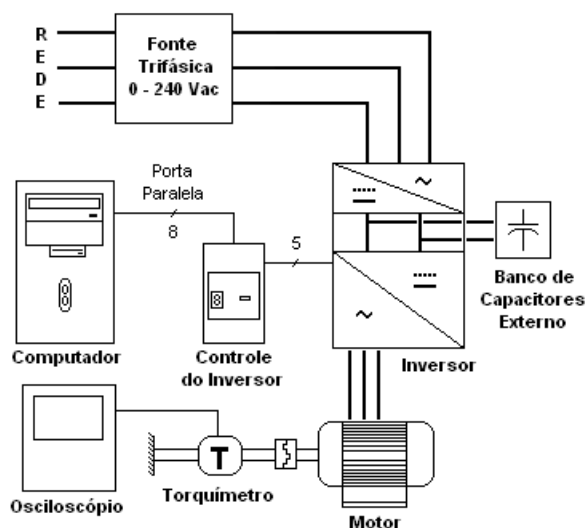


Figura 71 - Montagem experimental utilizada no motor rotativo.

Na Figura 72 encontra-se a montagem experimental utilizada para o ensaio com o motor linear conectado em Y com neutro flutuante. Os dados deste motor se encontram no item 5.1.1. O protótipo foi montado de forma que a força aplicada à guilhotina seja para baixo e na direção da célula de carga, para que o linor fique bloqueado logo na energização.

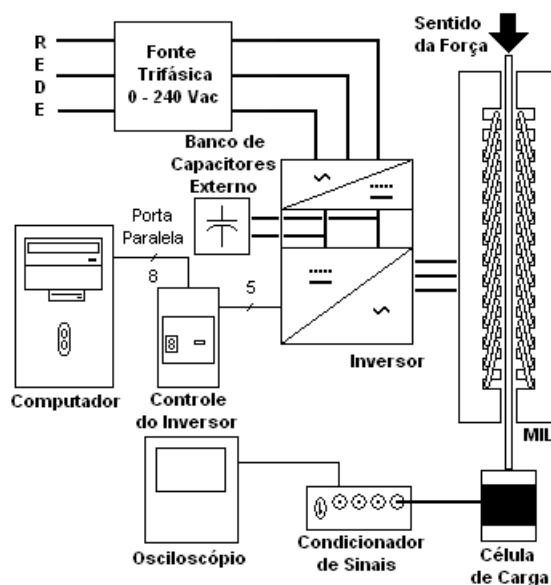


Figura 72 - Montagem experimental utilizada no motor linear.

O sinal proveniente da célula de carga precisou ser calibrado para retirar o peso da lâmina da guilhotina, que pesa 2.7 kg. Este sinal foi tratado por um condicionador de sinal e lido pelo mesmo osciloscópio do ensaio anterior.

A alimentação dos motores foi feita através de um inversor já mencionado no item 5.1.2. Este conversor possui um banco de capacitores desse inversor próprio de 3000 uF e a ele foi adicionado mais um banco de capacitores de 2940 uF, totalizando 5940 uF. Estes capacitores extras foram necessários, pois como a faixa de frequência que se está trabalhando é muito baixa, houve muita oscilação no barramento DC do inversor sem estes capacitores. O inversor é alimentado por uma fonte trifásica variável, ajustada manualmente.

O controle do inversor foi feito através da porta paralela de um computador conectado a um hardware responsável pelo controle do tempo morto de chaveamento, pelo tratamento de erro do inversor e por sincronizar os tempos de chaveamento. Detalhes da construção do hardware podem ser vistos no item 5.2.1.

O software utilizado para controlar o inversor foi o Labview®. Ele é responsável por controlar o funcionamento do inversor, além de gerar o sinal PWM que irá acioná-lo, baseando-se na forma de onda de tensão pedida, que poderá conter até a décima primeira harmônica, exceto as múltiplas de terceira harmônica. O item 5.2.2 apresenta detalhes do funcionamento deste software.

Todos os testes realizados no motor rotativo foram feitos com uma tensão no barramento DC do conversor de 40 volts, a uma frequência de chaveamento de 800 Hz e uma amplitude da rampa de modulação igual a 20 volts. Os ensaios realizados no motor linear usaram uma tensão de 100 volts no barramento DC, 500 Hz de frequência de chaveamento e uma amplitude de rampa de modulação de 70 volts.

5.3.2. Ensaios Realizados com o Motor Rotativo

O experimento realizado teve como objetivo testar o método exposto ao longo deste trabalho em um motor de indução rotativo e bloqueado. Para realizar este teste foram requeridos quatro diferentes tipos de perfis de conjugado, sendo que cada um deles em duas frequências diferentes. Para cada um destes pulsos requeridos foi aplicado o método proposto e foram obtidas as tensões harmônicas a serem aplicadas no motor para se conseguir a variação temporal de conjugado requerido.

As oito variações temporais de conjugado eletromagnético requeridos serão mostradas a seguir juntamente com seu espectro, obtido através de um algoritmo FFT, os valores das tensões harmônicas encontradas, o valor capturado pelo torquímetro, que aparece no osciloscópio e a comparação entre o conjugado medido e requerido.

O primeiro pulso de conjugado requerido é mostrado na Figura 73. Como pode-se observar, este é um conjugado gaussiano cuja duração é de 4 segundos. A seguir tem-se o espectro do conjugado, tanto em magnitude quanto em fase, como aponta a Figura 74. Após a aplicação do método são mostrados os valores achados em módulo e fase para as tensões harmônicas, segunda a Tabela XIX.

A seguir tem-se, na Figura 75, a forma de onda de tensão aplicada. Finalmente, na Figura 76, é mostrado o valor do conjugado medido no osciloscópio e, na Figura 77, é exposta a comparação entre o resultado obtido e o requerido.

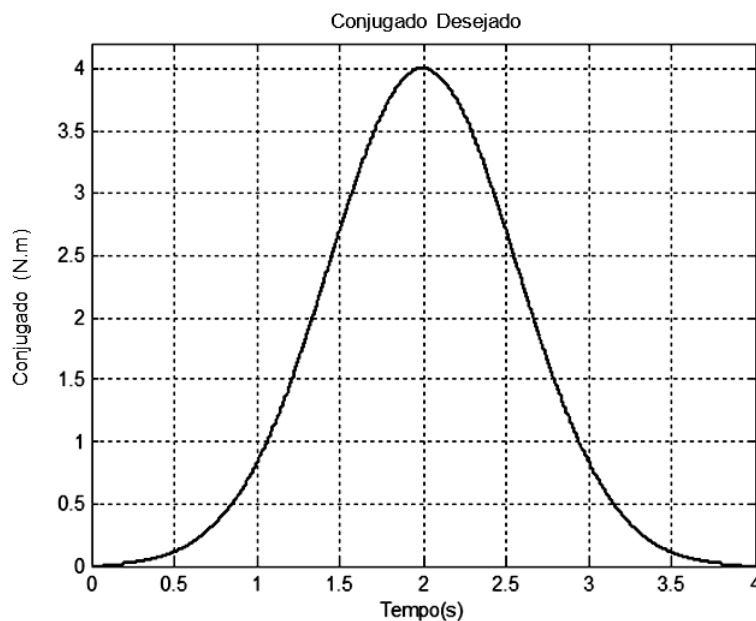


Figura 73- Conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos).

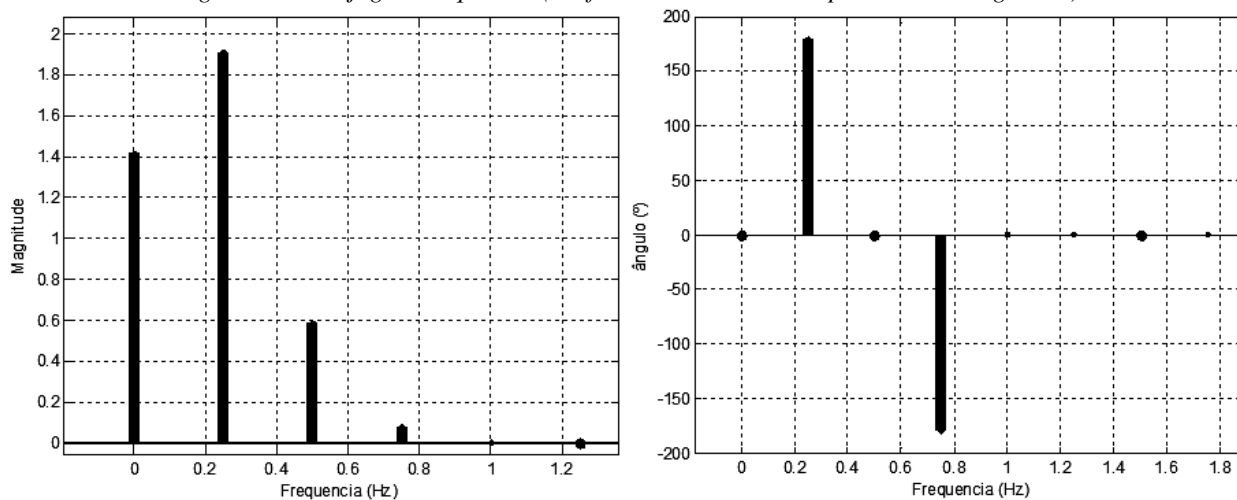


Figura 74 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos).

Tabela XIX - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Gaussiano com um período de 4 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 0,5219 | -0,0611 | 2,7929 | 0,0416 | 6,6791 | -0,1043 | 5,1927 | -0,0337 |
| Θ (Graus) | -130,3031 | 72,6903 | 286,0376 | -184,1446 | -169,0641 | 111,3549 | -171,3511 | 0 |
| Fundamental | 0,0833Hz | | I_{RMS} | 1,9098 A | | V_{RMS} | 6,3113 V | |

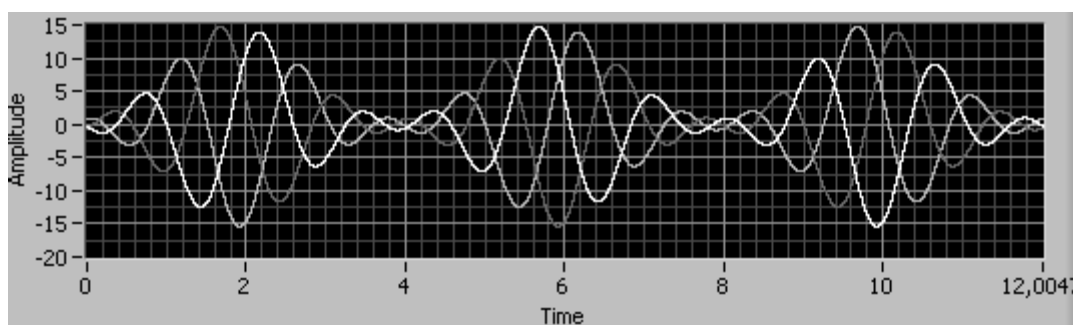


Figura 75 - Tensões de referência do inversor (Perfil Gaussiano com período de 4 segundos).

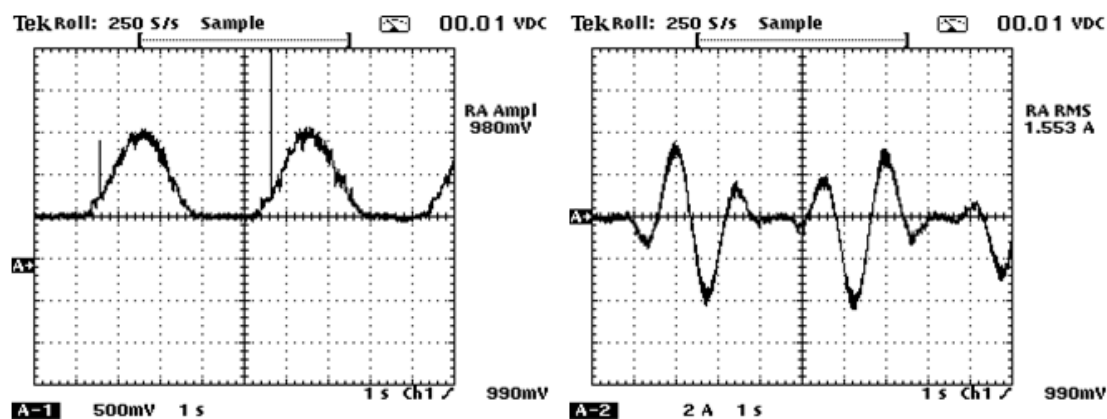


Figura 76 - Conjugado e Corrente da fase A (Perfil Gaussiano 4 s / 4 N.m).

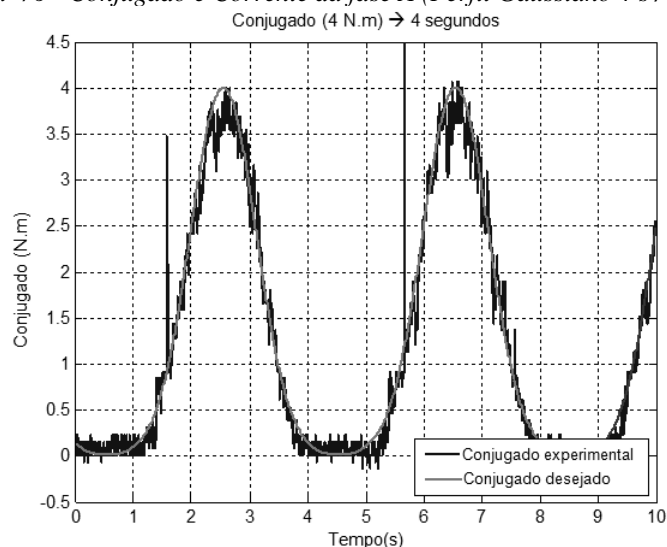


Figura 77 - Comparação dos resultados (Perfil Gaussiano com período de 4 segundos).

O segundo pulso requerido é um pulso gaussiano cuja duração é de 5 segundos, conforme mostra a Figura 78. Seus resultados serão expostos a seguir, na mesma ordem em que os resultados do primeiro pulso. Os resultados incluem as Figuras 79 a 82 e a Tabela XX.

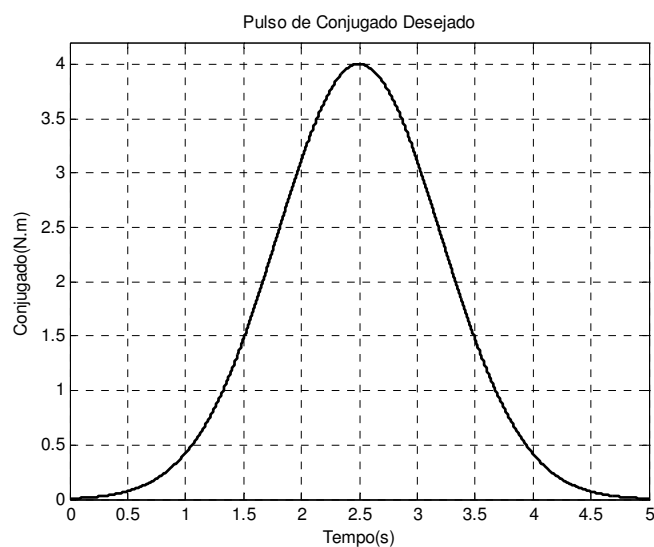


Figura 78 - Conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos).

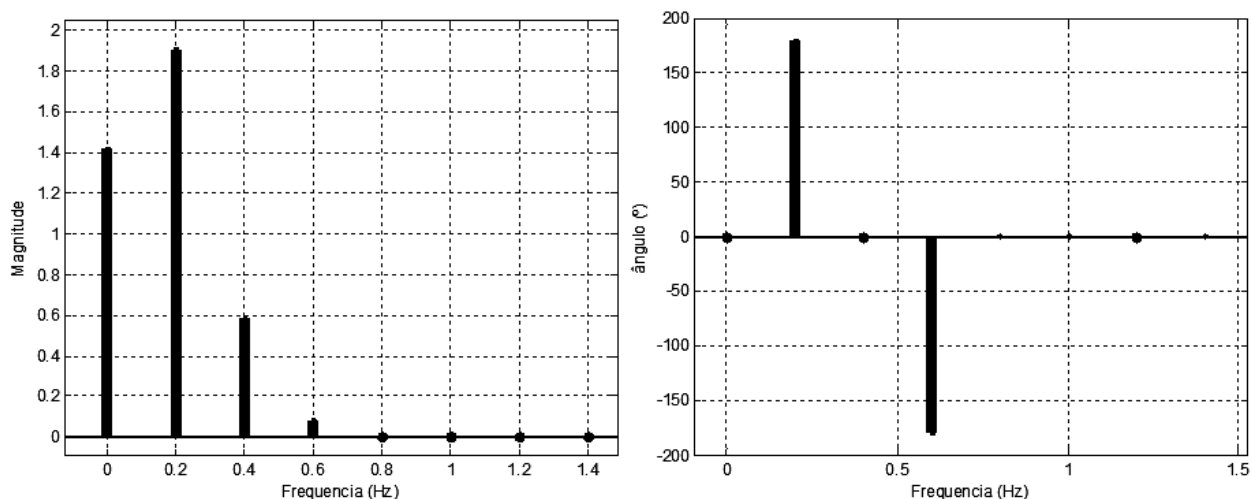


Figura 79 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos).

Tabela XX - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Gaussiano com um período de 5 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 0,5828 | 0,0680 | 3,0614 | 0,0452 | 7,0953 | 0,1099 | -5,3373 | 0,0342 |
| Θ (Graus) | -137,8028 | 164,9482 | 193,4906 | -39,7299 | 86,3679 | 133,9336 | 97,3639 | 0 |
| Fundamental | 0,0667Hz | | I_{RMS} | | 2,0846 A | | V_{RMS} | 6,6544 V |

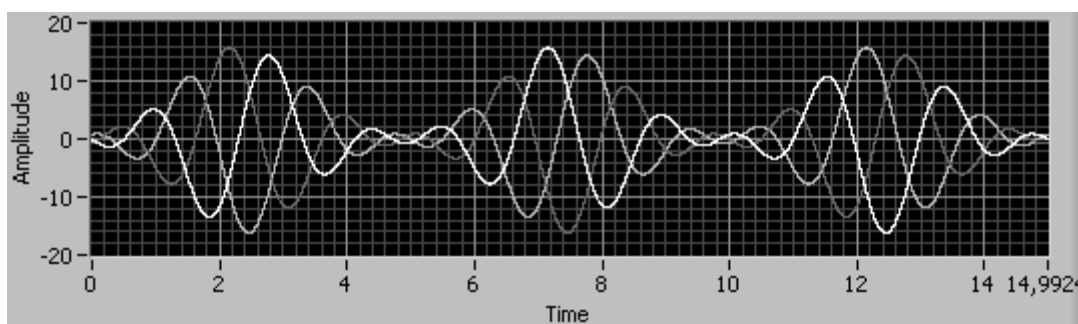


Figura 80 - Tensões de referência do inversor (Perfil Gaussiano com período de 5 segundos).

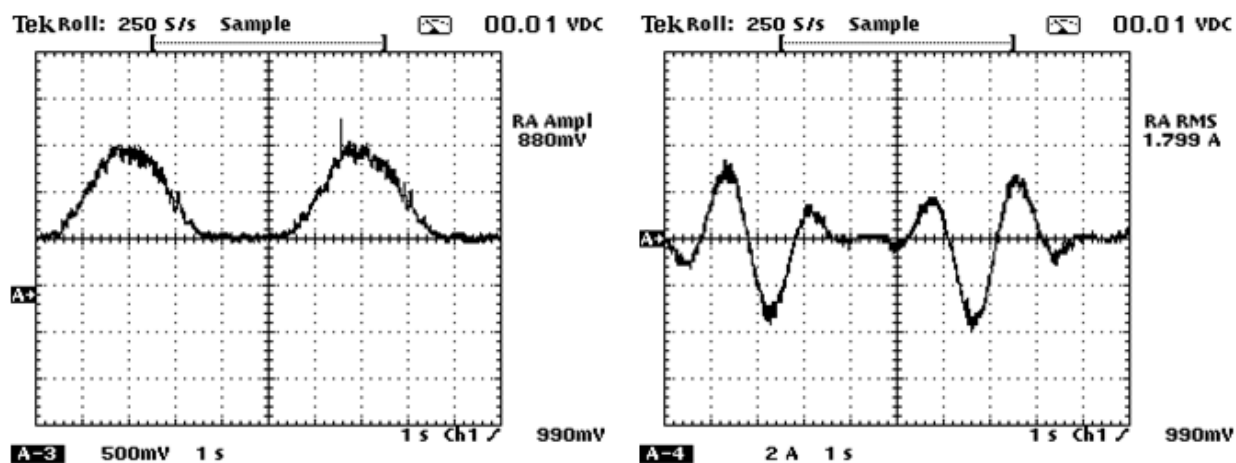


Figura 81 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Gaussiano 5 s / 4 N.m).

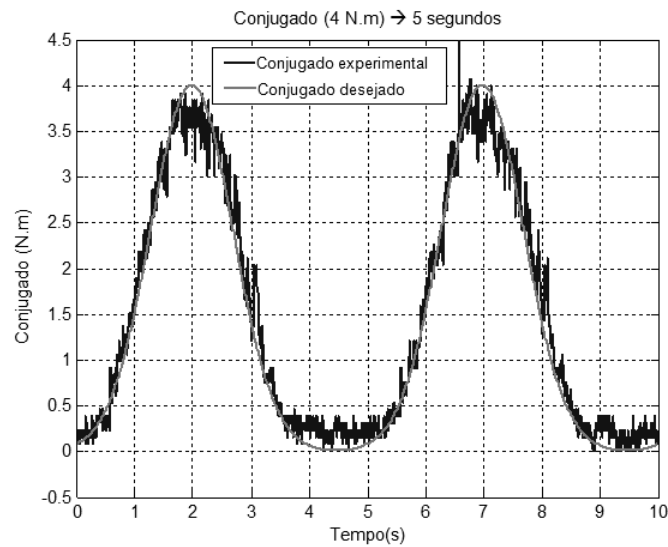


Figura 82 - Comparação dos resultados (Perfil Gaussiano com período de 5 segundos).

A terceiro conjugado requerido é um pulso trapezoidal cuja duração é de 4 segundos, conforme mostra a Figura 83. Seus resultados serão expostos a seguir, nas Figuras 84 a 87 e na Tabela XXI.

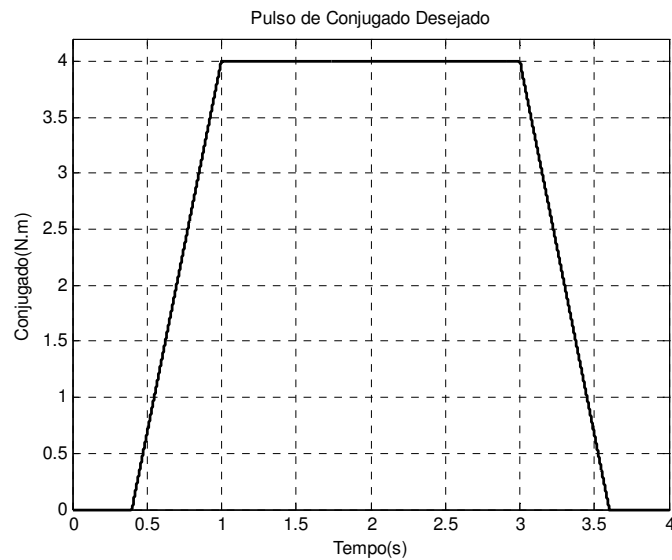


Figura 83 - Conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos).

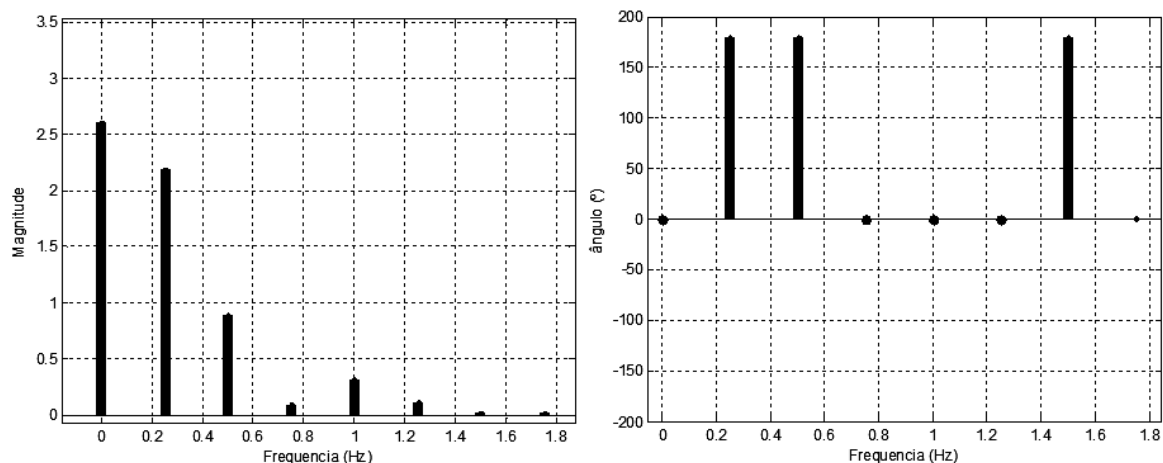


Figura 84 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos).

Tabela XXI - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Trapezoidal com um período de 4 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|---------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 0,9425 | -1,6351 | 2,1438 | -1,1095 | 7,7317 | -1,2771 | 8,9264 | 1,0010 |
| Θ (Graus) | 49,6969 | 72,6903 | 151,0376 | 103,8519 | -117,6356 | 113,6451 | -27,3511 | 0 |
| Fundamental | 0,0833Hz | | I_{RMS} | 2,5924 A | | V_{RMS} | 8,7028 V | |

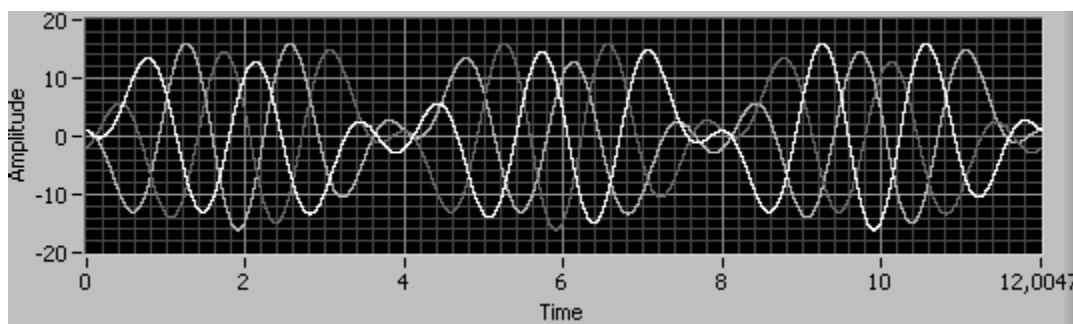


Figura 85 - Tensões de referência do inversor (Perfil Trapezoidal com período de 4 segundos).

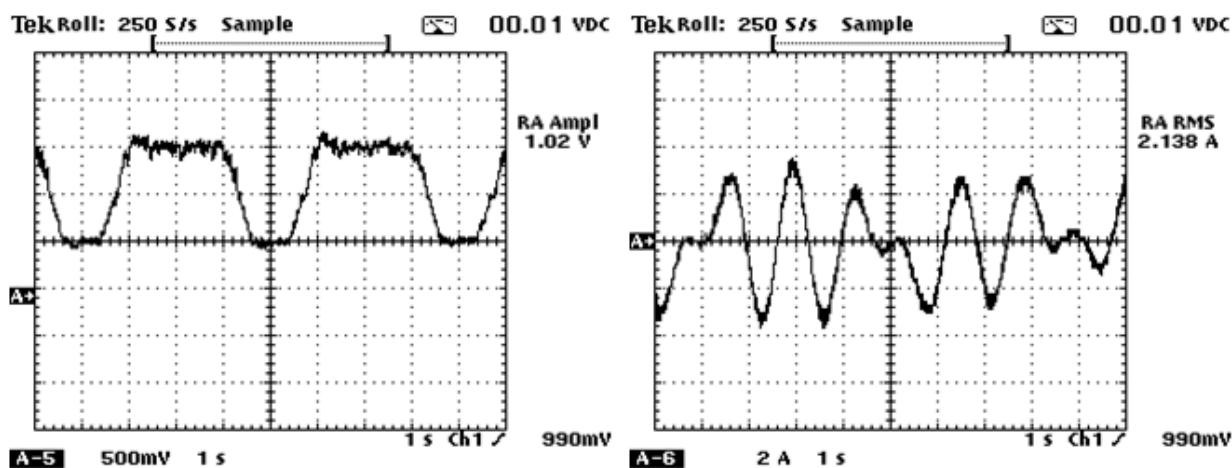


Figura 86 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Trapezoidal 4 s / 4 N.m).

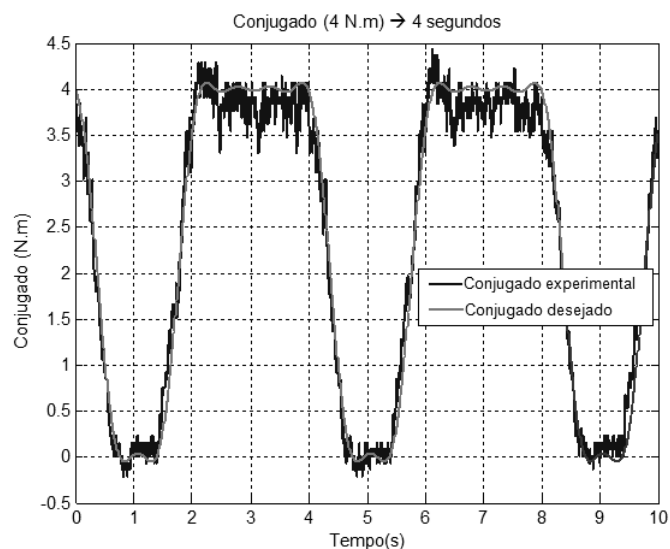


Figura 87 - Comparação dos resultados (Perfil Trapezoidal com período de 4 segundos).

O quarto conjugado requerido é um pulso trapezoidal cuja duração é de 5 segundos, conforme evidencia a Figura 88. Seus resultados serão expostos a seguir, nas Figuras 89 a 92 e na Tabela XXII.

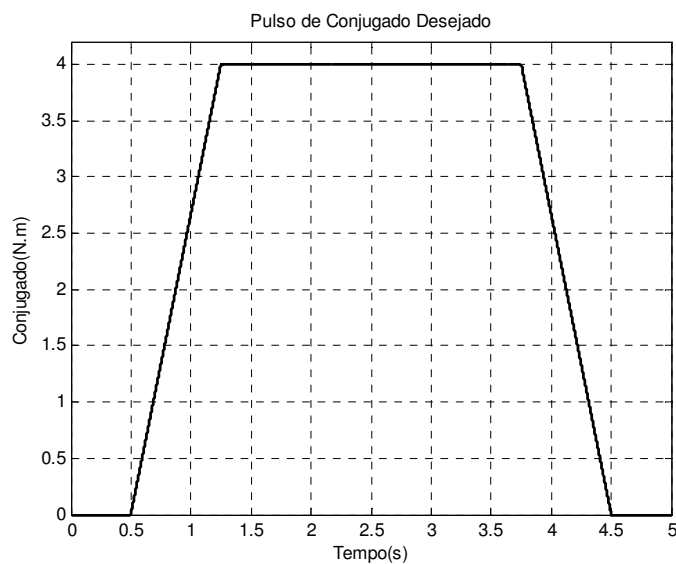


Figura 88 - Conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos).

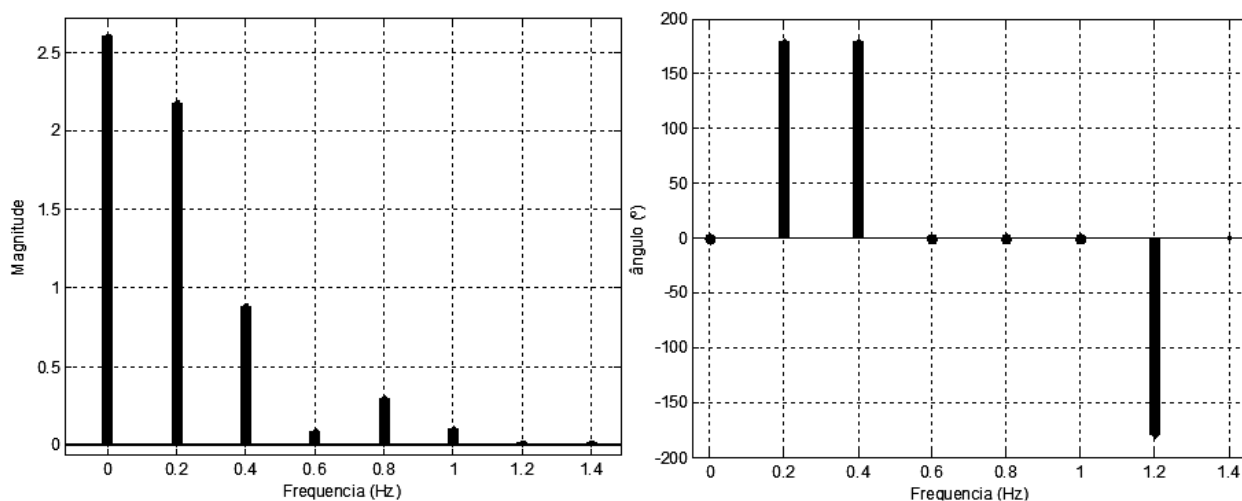


Figura 89 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos).

Tabela XXII - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Trapezoidal com um período de 5 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|---------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 1,0523 | 1,8184 | -2,3499 | 1,2045 | -8,2135 | 1,3415 | 9,1748 | 1,0185 |
| Θ (Graus) | -137,8029 | 74,9482 | 58,4906 | -255,7299 | -67,9178 | 201,4336 | -82,6361 | 0 |
| Fundamental | 0,0667Hz | | I_{RMS} | | 2,8187 A | | V_{RMS} | |
| | | | | | | | 9,1066 V | |

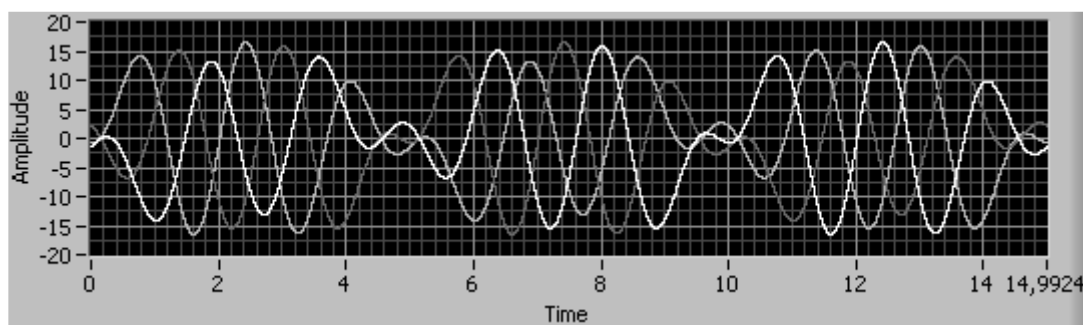


Figura 90 - Tensões de referência do inversor (Perfil Trapezoidal com período de 5 segundos).

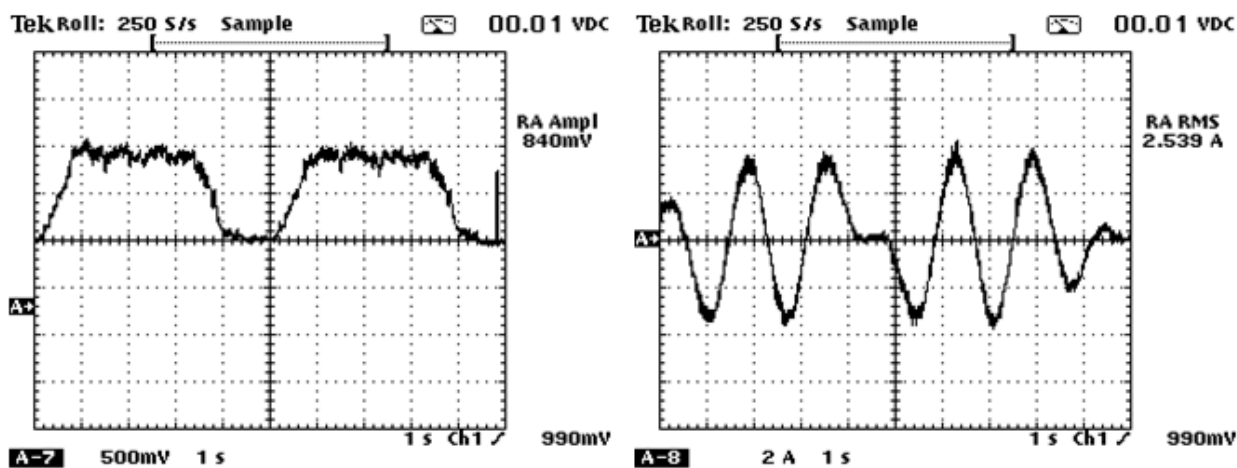


Figura 91 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil Trapezoidal 5 s / 4 N.m).

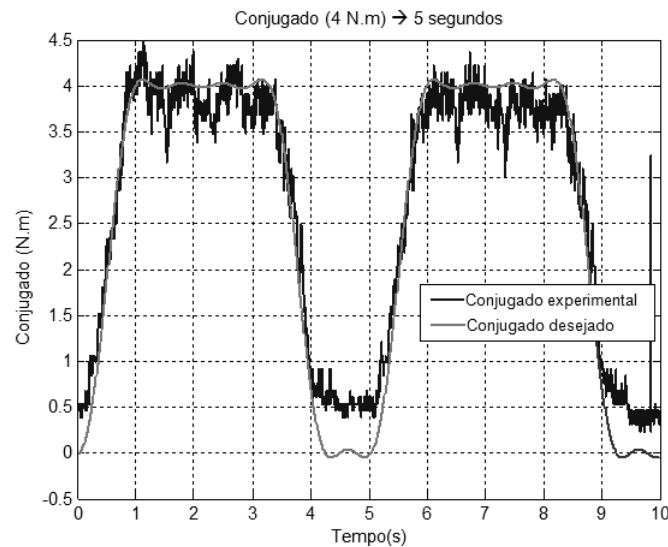


Figura 92 - Comparação dos resultados (Trapezoidal com período de 5 segundos).

O quinto e o sexto conjugado requeridos são, respectivamente, um conjugado de perfil triangular cuja duração é de 4 segundos e outro conjugado triangular, mas com duração de 5 segundos. Os resultados para cada um dos casos são mostrados a seguir, sendo que as Figuras 93 a 97 e a Tabela XXIII são referentes ao quinto ensaio, já as Figuras 98 a 102 juntamente com a Tabela XXIV se referem ao sexto ensaio.

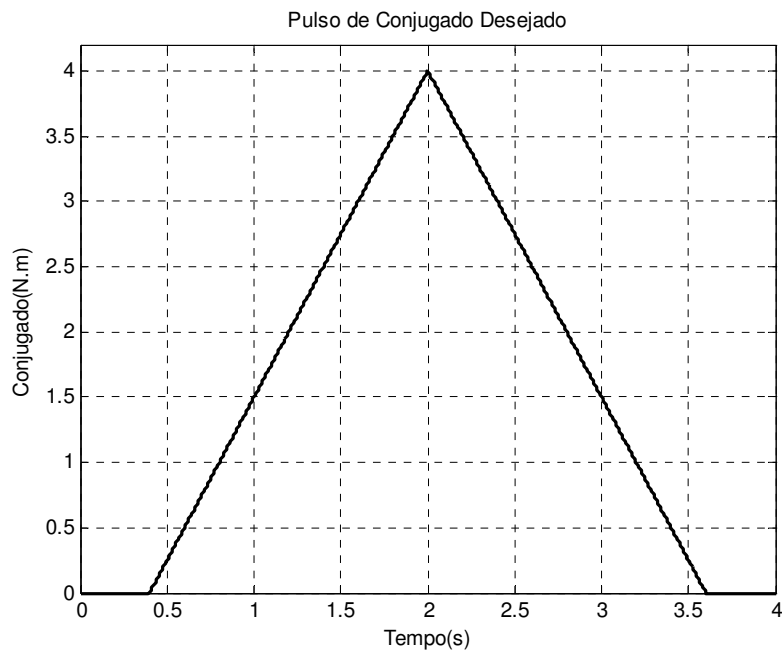


Figura 93 - Conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 4 segundos).

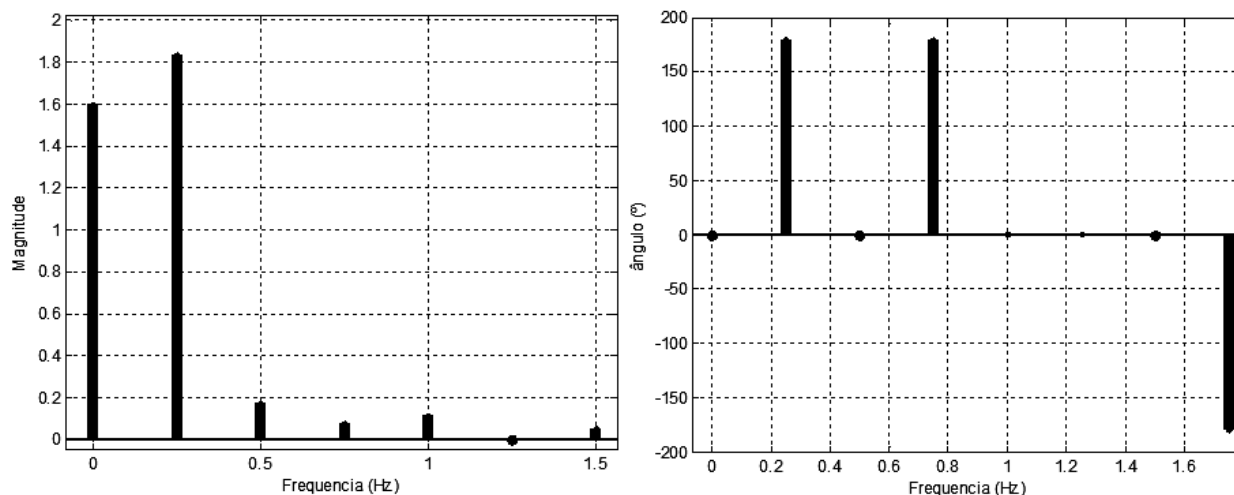


Figura 94 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 4 segundos).

Tabela XXIII - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Triangular com um período de 4 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|-----------|-----------|----------|---------|-----------|----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | -0,3276 | 1,0165 | -1,0074 | -0,4659 | 6,8698 | -0,8139 | 6,3981 | 1,2568 |
| Θ (Graus) | 229,6969 | -197,3097 | -28,9624 | 31,8519 | 88,0787 | -46,1452 | 80,6489 | 0 |
| Fundamental | 0,0833Hz | | I_{RMS} | 2,0328 A | | V_{RMS} | 6,8097 V | |

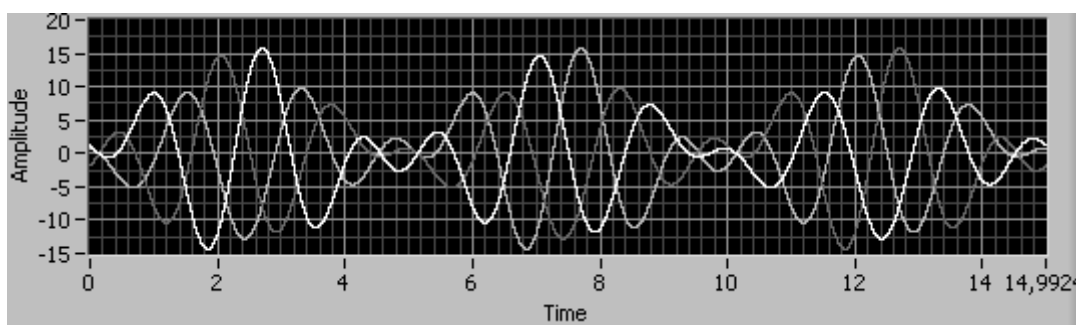


Figura 95 - Tensões de referência do inversor (Perfil Triangular com período de 4 segundos).

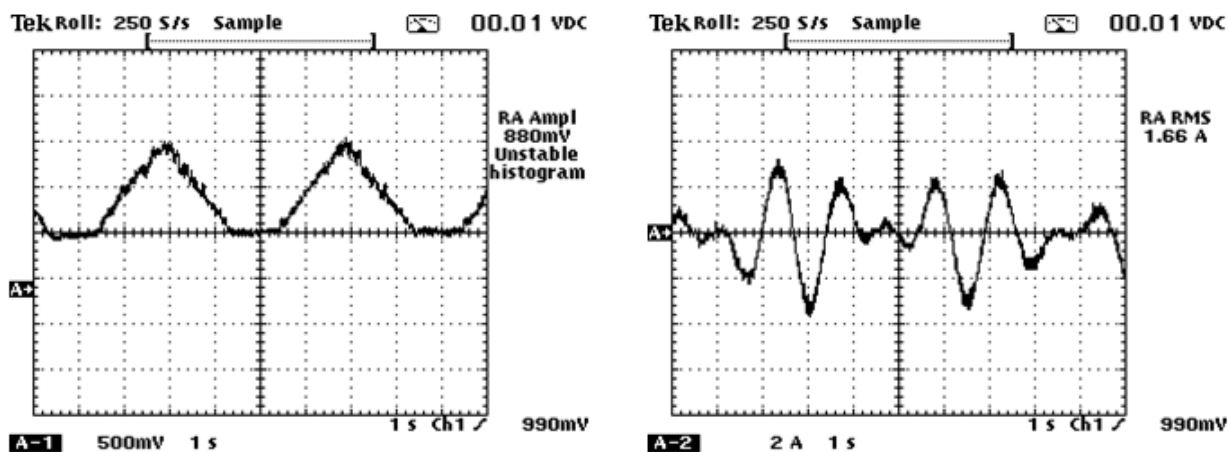


Figura 96 - Conjugado e Corrente da fase A (Perfil Triangular 4s / 4 N.m).

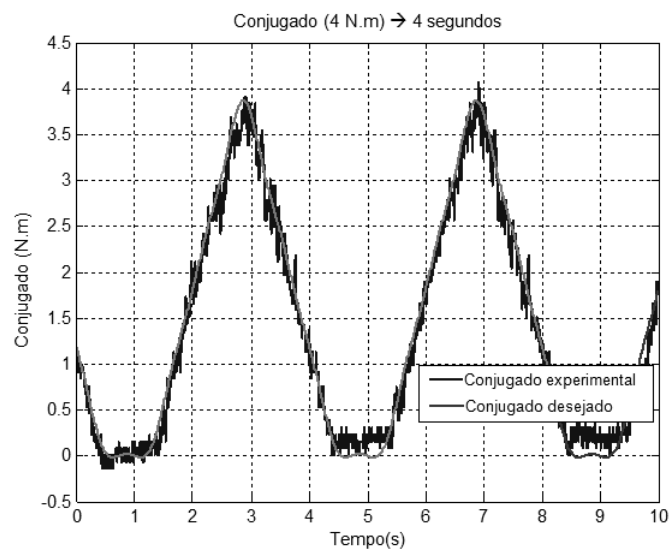


Figura 97 - Comparação dos resultados (Perfil Triangular com período de 4 segundos).

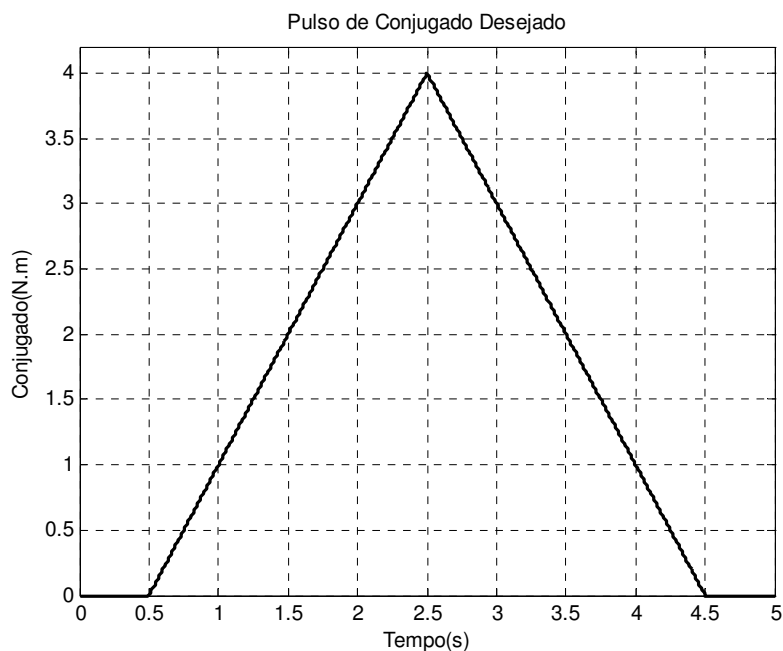


Figura 98 - Conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 5 segundos).

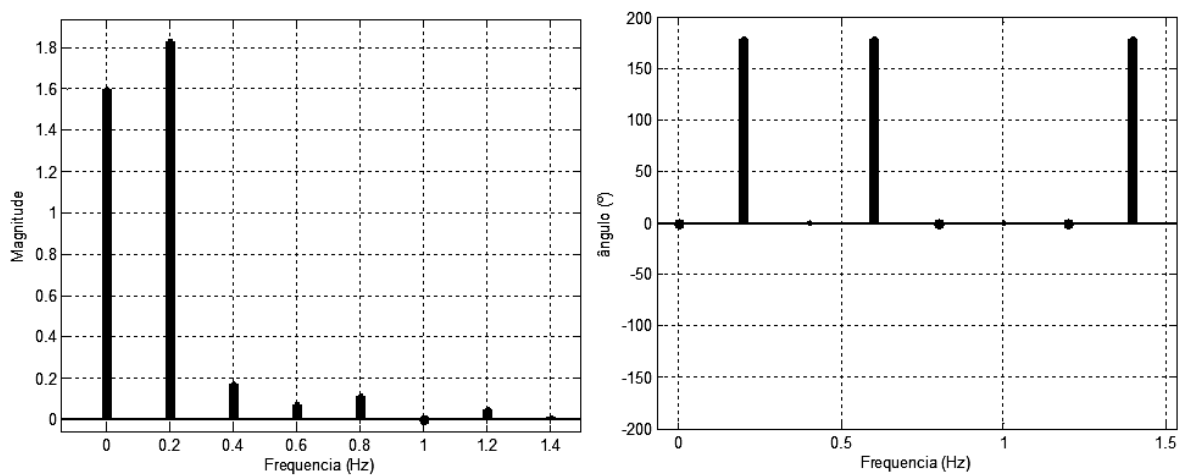


Figura 99 - Espectro do conjugado requerido (Perfil Triangular com um período de 5 segundos).

Tabela XXIV - Tensões harmônicas obtidas (Perfil Triangular com um período de 5 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|------------------|------------|---------|-----------|----------|----------|-----------|----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 0,3658 | -1,1304 | -1,1043 | -0,5057 | 7,2979 | 0,8549 | 6,5762 | 1,2787 |
| Θ (Graus) | 402,1972 | 74,9482 | -121,5094 | 104,2701 | 189,2250 | 156,4336 | 187,3639 | 0 |
| Fundamental | 0,0667Hz | | I_{RMS} | 2,2115 A | | V_{RMS} | 7,1330 V | |

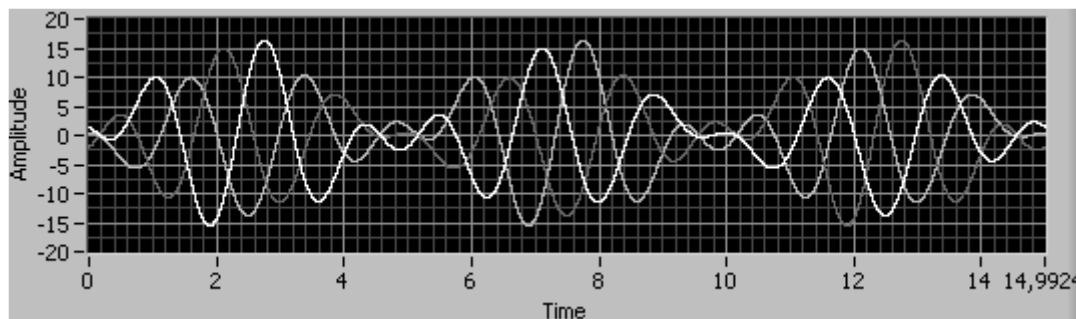


Figura 100 - Tensões de referência do inversor (Perfil Triangular com período de 4 segundos).

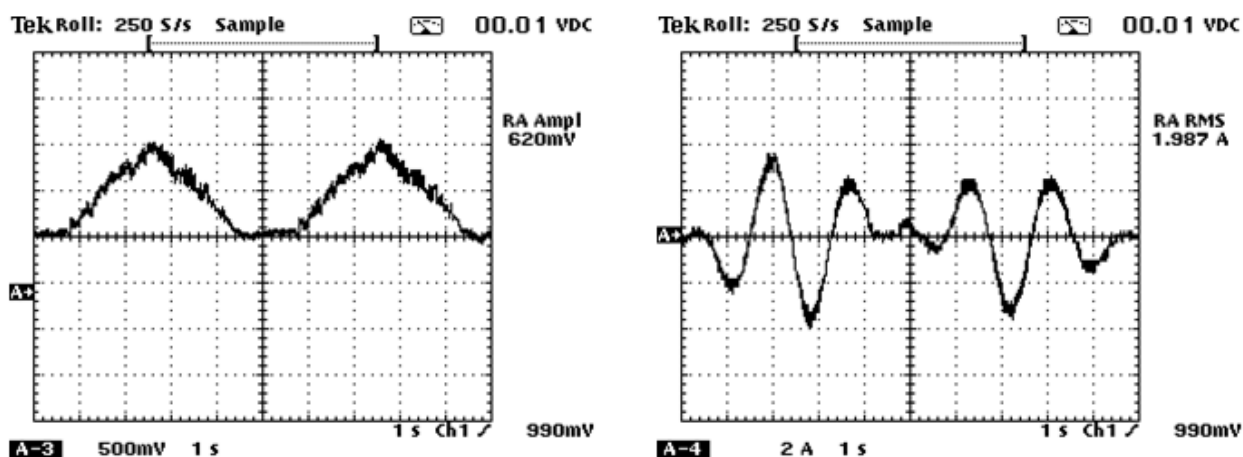


Figura 101 - Conjugado e corrente da Fase A (Perfil Triangular 4 s / 4 N.m).

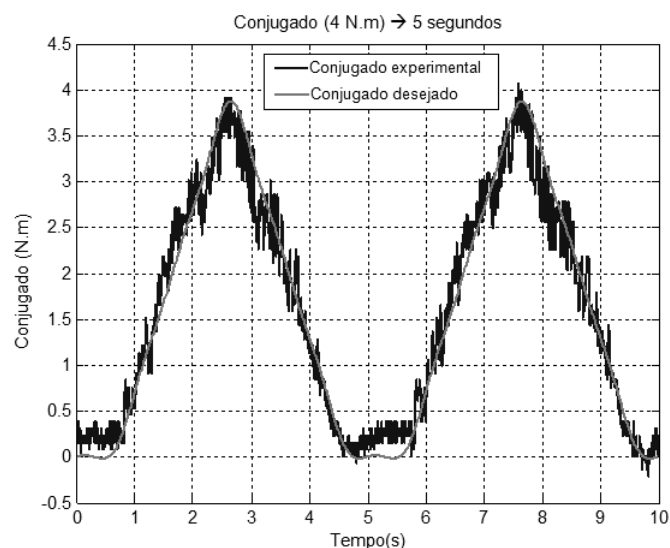


Figura 102 - Comparação dos resultados (Perfil Triangular com período de 5 segundos).

E, finalmente, têm-se o sétimo e o oitavo perfis de conjugado requeridos, que são, respectivamente, um dente de serra cuja duração é de 4 segundos e outro com duração de 5

segundos. Os resultados para os dois conjugados são mostrados a seguir, sendo que as Figuras 103 a 107 e a Tabela XXV são referentes ao sétimo perfil de conjugado e as Figuras 108 a 112 juntamente com a Tabela XXVI se referem ao oitavo perfil de conjugado.

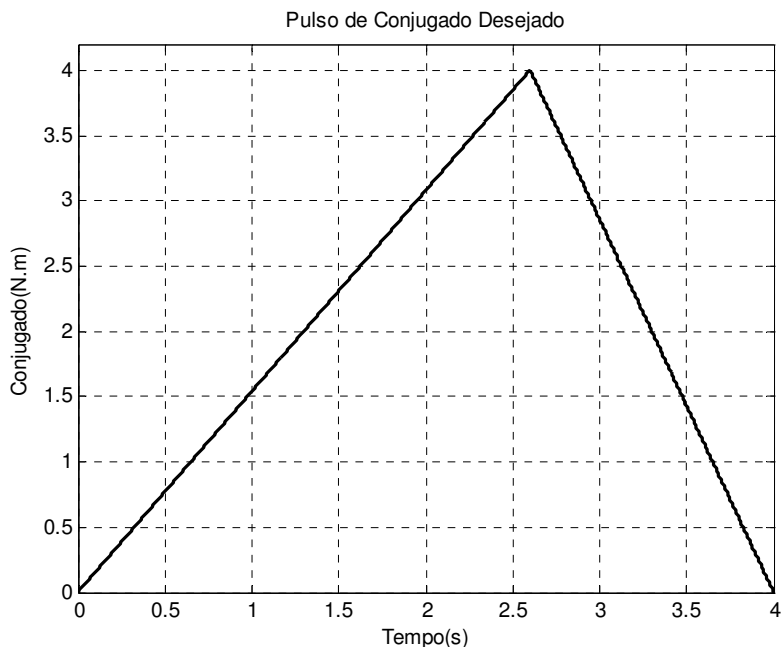


Figura 103 - Conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 4 segundos).

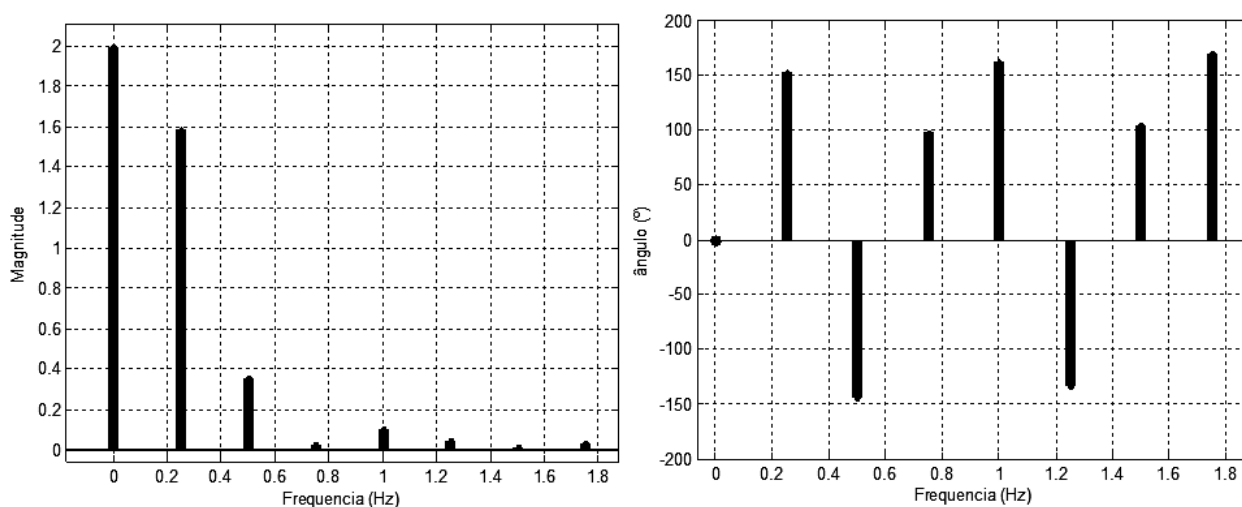


Figura 104 - Espectro do conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 4 segundos).

Tabela XXV - Tensões harmônicas obtidas (Perfil dente de serra com um período de 4 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|-----------|------------------|-----------|-----------|------------------|----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 0,2585 | -0,5161 | 1,1624 | 0,3503 | -5,0444 | 2,2756 | -9,3325 | 2,0600 |
| Θ (Graus) | -115,9390 | -196,1181 | 50,6974 | -182,2871 | -141,7934 | 157,6675 | -46,2837 | 0 |
| Fundamental | 0,0833Hz | | I _{RMS} | 2,2976 A | | V _{RMS} | 7,8667 V | |

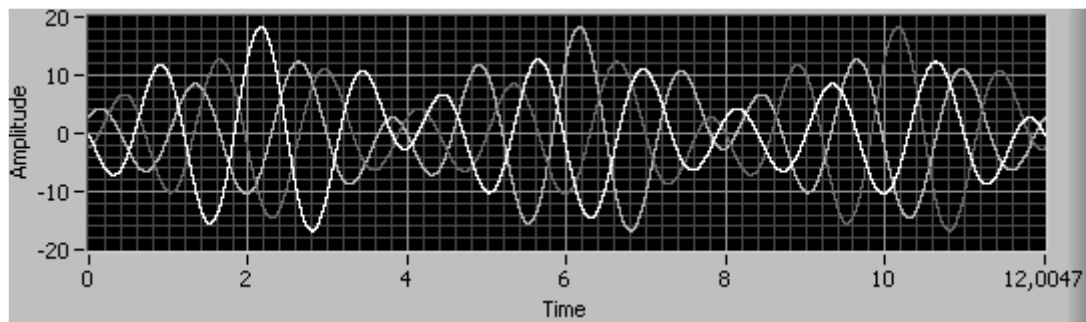


Figura 105 - Tensões de referência do inversor (Perfil dente de serra com período de 4 segundos).

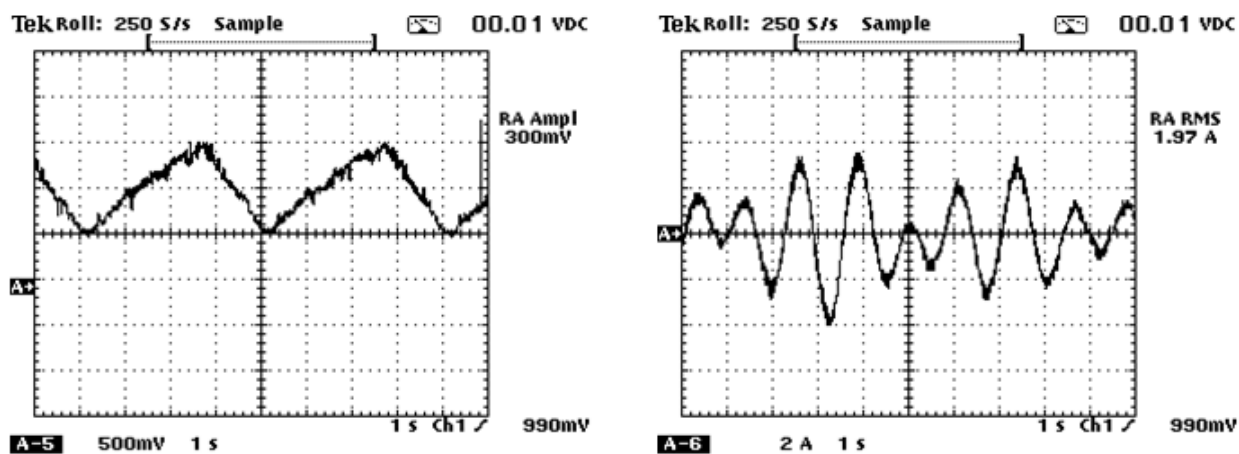


Figura 106 - Conjugado e corrente da Fase A (Perfil dente de serra 4 s / 4 N.m).

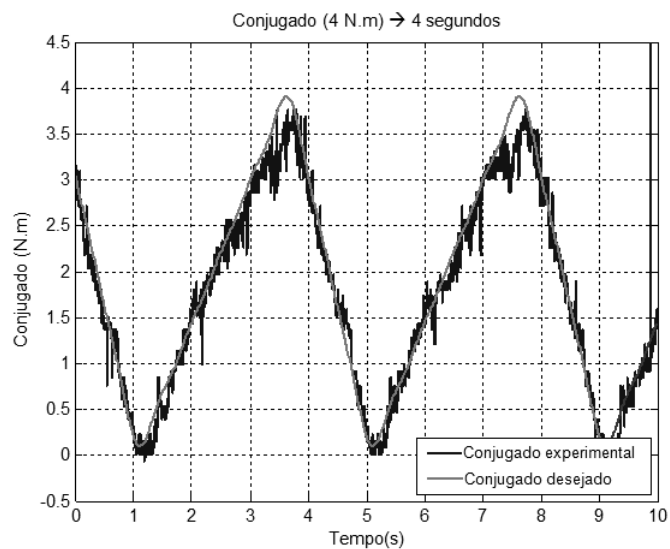


Figura 107 - Comparação dos resultados (Perfil dente de serra com período de 4 segundos).

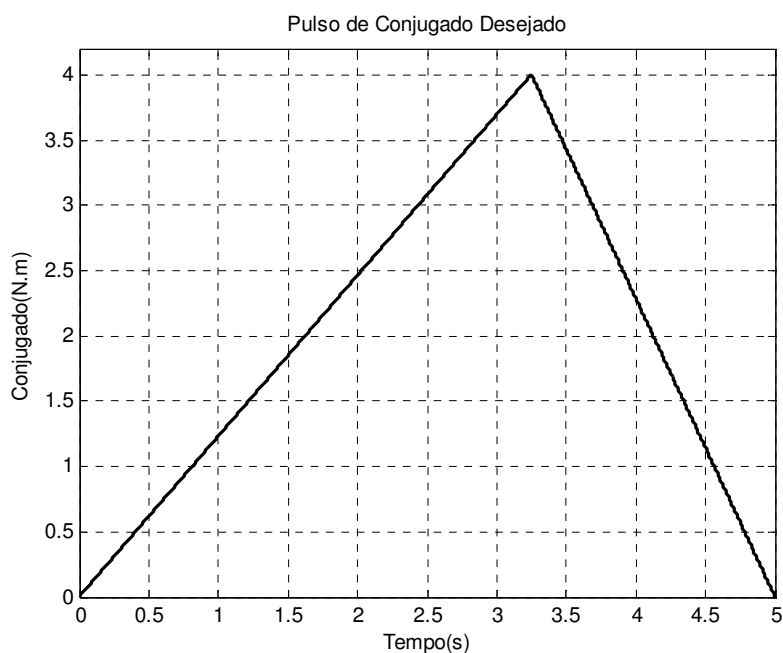


Figura 108 - Conjugado requerido (Dente de serra com um período de 5 segundos).

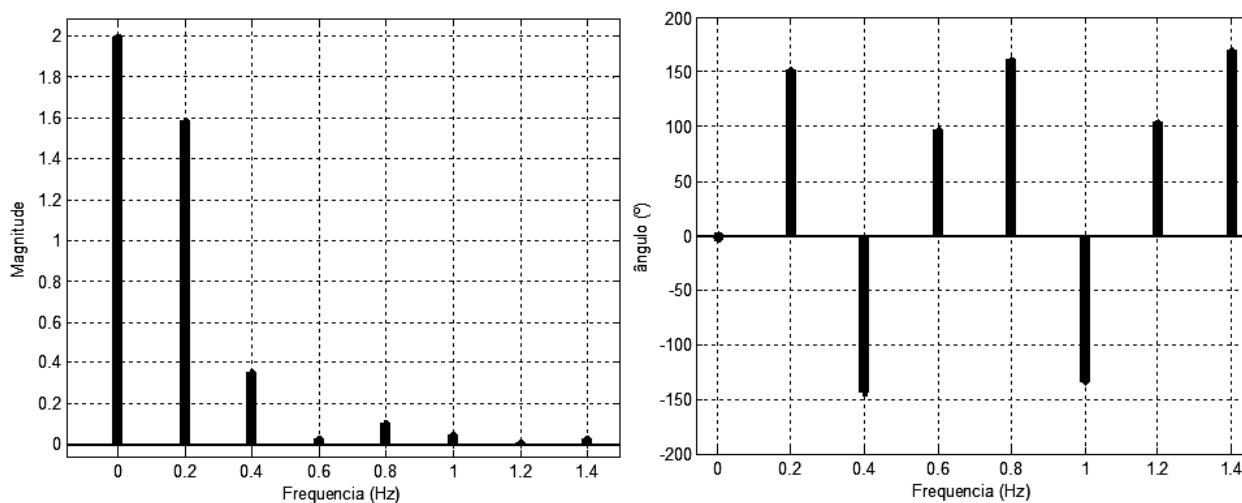


Figura 109 - Espectro do conjugado requerido (Perfil dente de serra com um período de 5 segundos).

Tabela XXVI - Tensões harmônicas obtidas (Perfil dente de serra com um período de 5 segundos).

| | Harmônicas | | | | | | | |
|-------------|------------|-----------|-----------|----------|---------|-----------|-----------|--------|
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | -0,2886 | -0,5740 | 1,2742 | -0,3803 | -5,3588 | -2,3904 | 9,5923 | 2,0959 |
| Θ (Graus) | 56,5607 | -193,8602 | -131,8496 | -73,8689 | 62,2101 | 90,2462 | -101,5687 | 0 |
| Fundamental | 0,0667Hz | | I_{RMS} | 2,4856 A | | V_{RMS} | 8,1552V | |

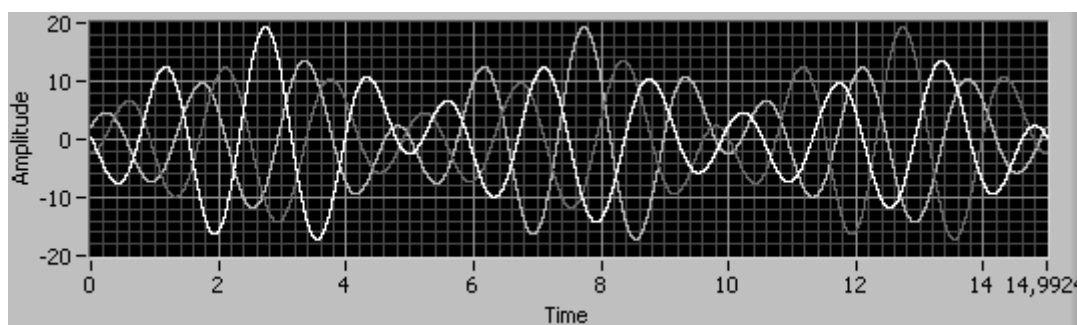


Figura 110 - Tensões de referência do inversor (Perfil dente de serra com período de 5 segundos).

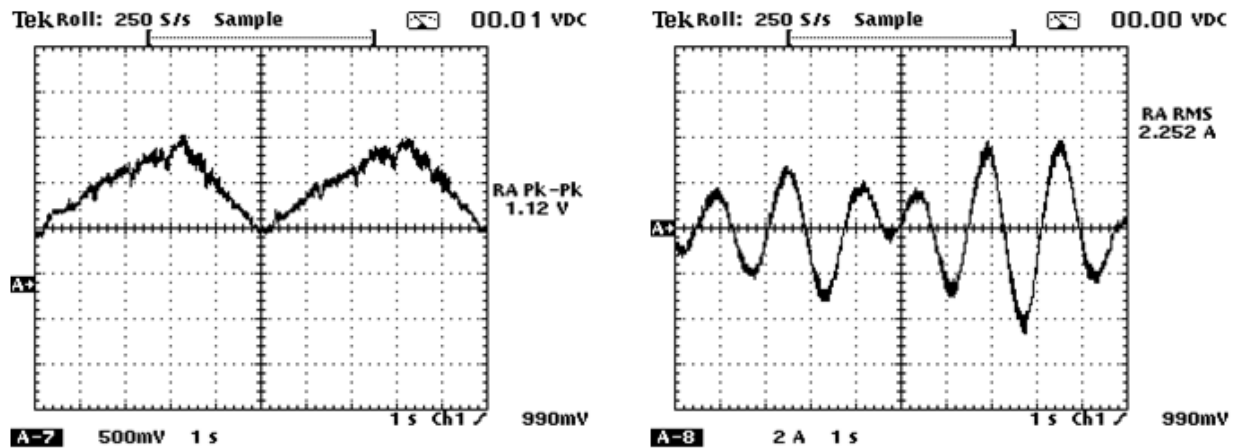


Figura 111 - Conjugado e corrente da fase A (Perfil dente de serra 5 s / 4 N.m).

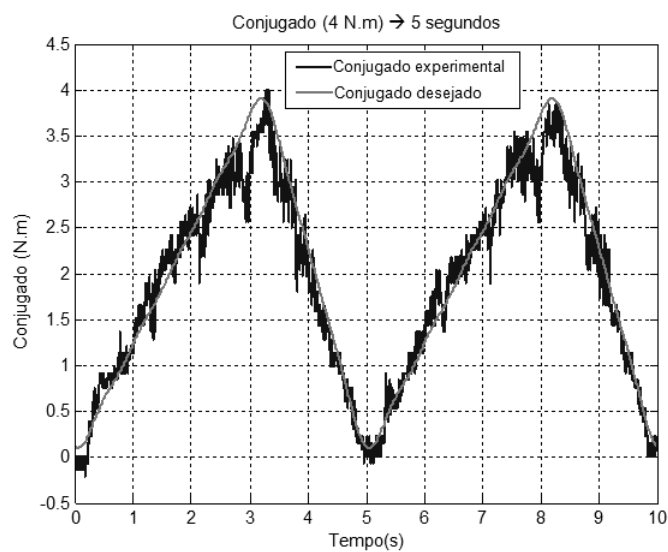


Figura 112 - Comparação dos resultados (Perfil dente de serra com período de 5 segundos).

5.3.3. Ensaios realizados com o Motor Linear

Foi realizado um teste do método proposto no motor de indução linear para investigar se o seu funcionamento, neste tipo de motor especificamente, é válido, pois conforme dos Santos [46], o motor de indução linear tem perdas e assimetrias que o motor rotativo não tem e o método desenvolvido se baseou somente em um motor rotativo balanceado e equilibrado.

Para realizar o teste houve uma pequena modificação na fórmula do conjugado para relacioná-lo com a força linear. A relação entre o conjugado e a força depende do comprimento do motor linear, que é de 40 cm. A equação que representa a força desenvolvida pelo motor linear é mostrada em (260).

$$T(t) = P \cdot L_{ss} \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_m \cdot V_n \cdot K(m,n) \cdot Mod(m,n) \cdot Sen[h(m,n) \cdot \omega_o \cdot t + \gamma(m,n)] \quad (260)$$

No experimento o método foi utilizado para gerar uma força eletromagnética trapezoidal, cujo período e amplitude foram de 0,5 segundos e 25N, como mostra a Figura 113. Com base no período escolhido é possível calcular a frequência das tensões de entrada como sendo de 0,6667 Hz.

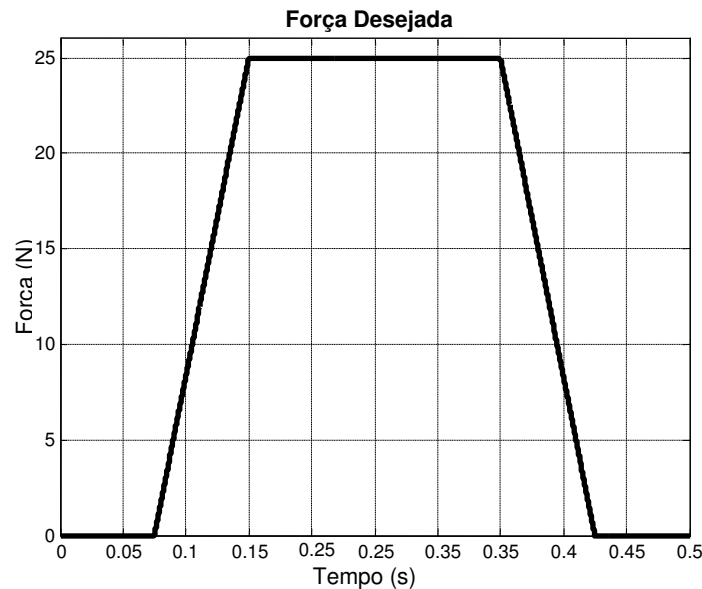


Figura 113 - Perfil de Conjugado Trapezoidal requerido.

Com o pulso escolhido, os parâmetros do motor conhecidos e a frequência de tensão calculada, o primeiro passo é decompor a força eletromagnética requerida em componentes harmônicas, como apresentado na Tabela XXVII. Após isto, aplica-se o método e obtêm-se os ângulos e fases das tensões de entrada, de acordo com a Tabela XXVIII.

Tabela XXVII – Decomposição Harmônica da Força Eletromagnética.

| Harmonic | Amplitude (N) | Phase (°) |
|------------|-----------------|-------------|
| DC | 13,7533 | 0 |
| 1ª (2 Hz) | 15,1405 | 270 |
| 2ª (4 Hz) | 2,1132 | 270 |
| 3ª (6 Hz) | 3,2969 | 90 |
| 4ª (8 Hz) | 1,1760 | 90 |
| 5ª (10 Hz) | 0,6767 | 270 |
| 6ª (12 Hz) | 0,2313 | 270 |
| 7ª (14 Hz) | 0,0412 | 270 |

Tabela XXVIII - Tensões harmônicas para o motor linear (Trapezoidal - período de 0,5 segundos).

| Tabela A1-VIII – Tensões harmônicas para o motor linear (Trapezoidal) – período de 0,5 segundos. | | | | | | | | |
|--|------------|---------|-----------|---------|----------|-----------|----------|--------|
| | Harmônicas | | | | | | | |
| | 1ª | 2ª | 4ª | 5ª | 7ª | 8ª | 10ª | 11ª |
| V (Volts) | 8,3834 | -3,7227 | -1,5534 | -1,7714 | -25,7653 | -7,3991 | 20,3366 | 1,4822 |
| Θ (Graus) | 55,4134 | 70,5291 | -297,1818 | 67,2709 | 12,1582 | -266,3280 | -26,3496 | 0 |
| Fundamental | 0.0667Hz | | V_{RMS} | 5.0658 | | V_{RMS} | | |

A tensão de referência que comanda o inversor pode então ser calculada e mostrada na Figura 114. A modulação PWM desta tensão é aplicada ao motor através do inversor e os resultados são mostrados nas Figuras 115 a 118.

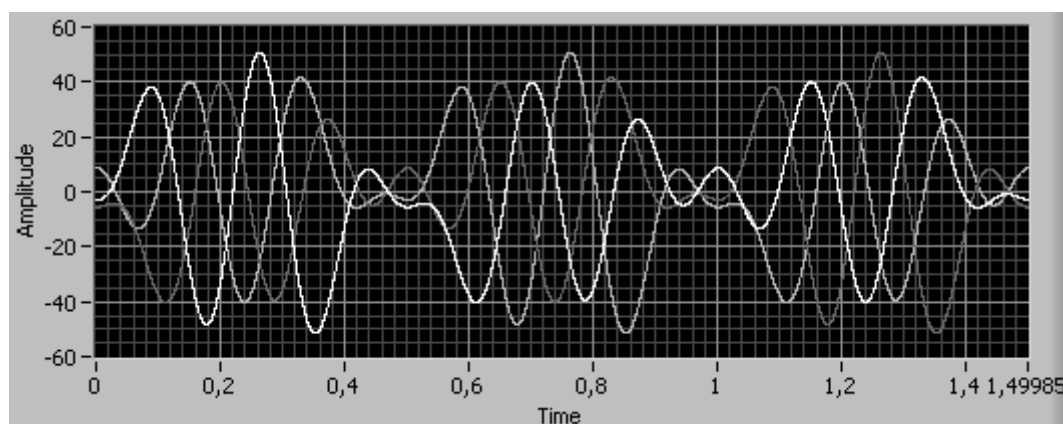


Figura 114 - Tensão de referência do inversor (Perfil Trapezoidal – período de 0,5 segundos).

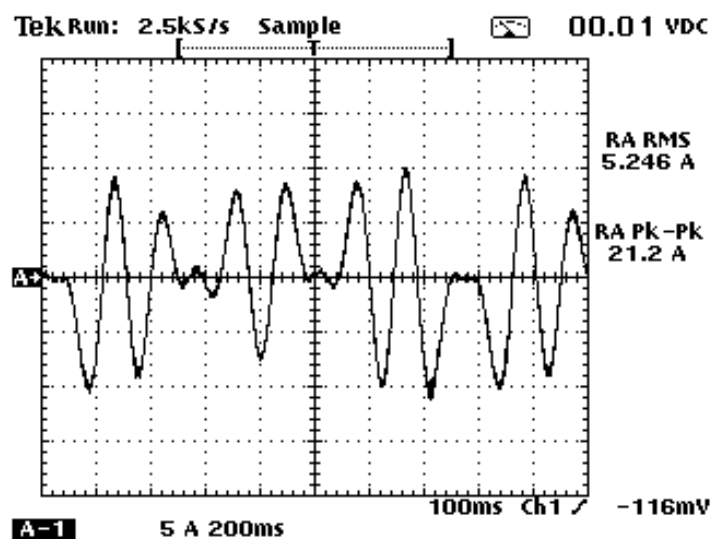


Figura 115 - Corrente da Fase A (Motor Linear).

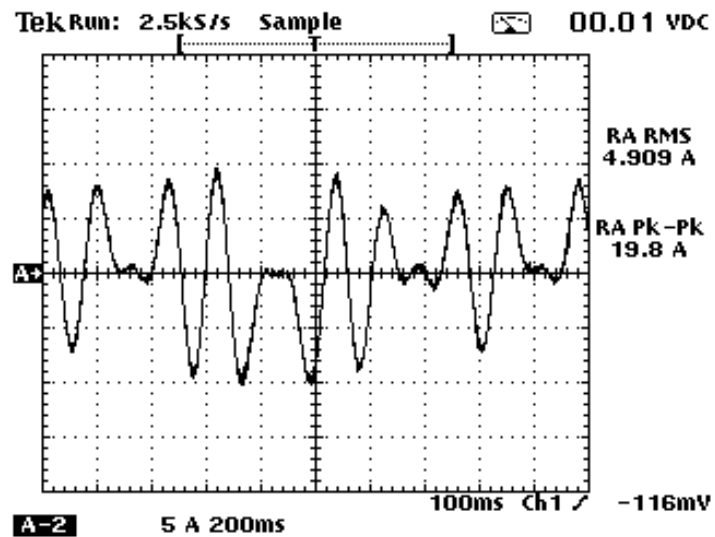


Figura 116 - Corrente da fase B (Motor Linear).

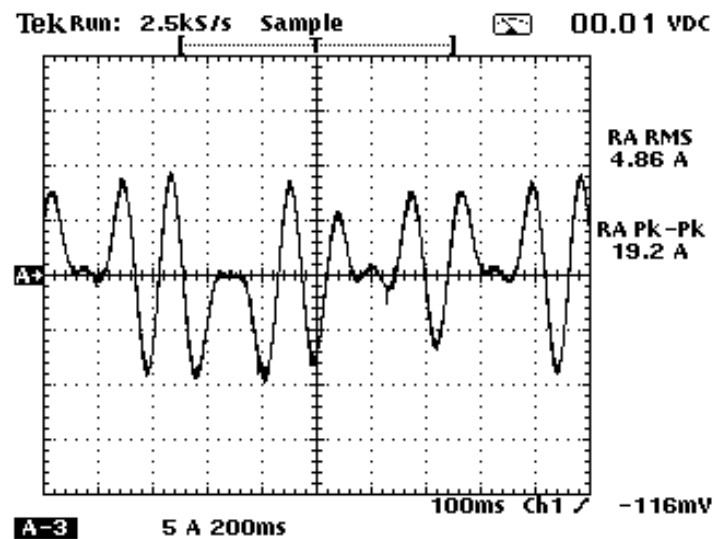


Figura 117 - Corrente da fase C (Motor Linear).

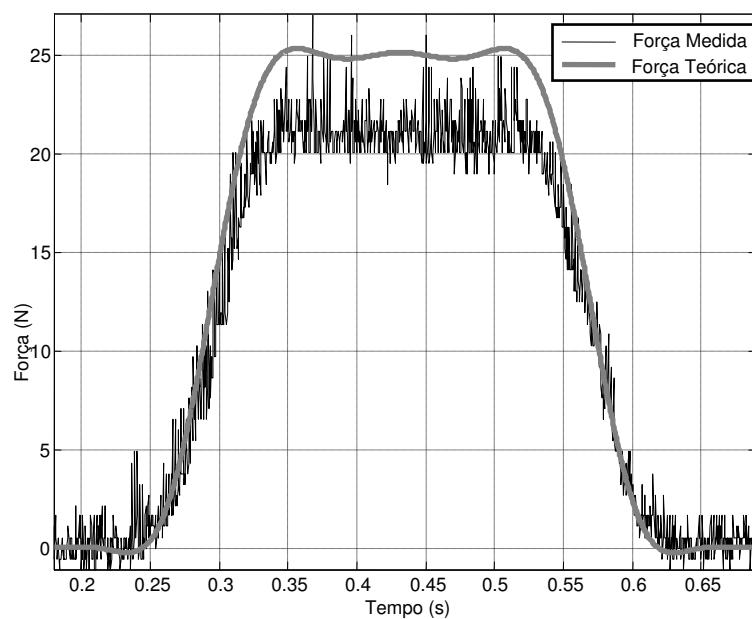


Figura 118 - Comparação entre as forças medida e requerida (Motor Linear).

Na Figura 118 pode-se observar que não se conseguiu atingir a força requerida, o que era esperado, pelas perdas devido à assimetria característica em motores lineares. Essa assimetria pode ser compensada pelo desbalanceamento das tensões de fase que alimentam o motor.

Uma série de ensaios foram realizados com tensões de alimentação desbalanceadas para se obter uma força experimental próxima da força requerida. As tensões de referência do inversor, mostradas na Figura 114, foram multiplicadas pelas constantes K_a , K_b e K_c , que comandam o grau de desbalanceamento em cada uma das fases.

Vários valores de desbalanceamento das tensões de entrada do motor foram testados com o objetivo de mostrar de forma quantitativa os efeitos deste desbalanceamento na força eletromagnética. Estes valores e seus respectivos resultados são mostrados na Tabela XXIX.

Tabela XXIX - Tabela de resultados obtidos no desbalanceamento das tensões.

| Controles | | | Correntes Eficazes | | | Amplitude do Pulso de Força | | |
|-----------|-------|-------|--------------------|---------------|---------------|-----------------------------|------------|------------|
| K_a | K_b | K_c | $I_{a_{rms}}$ | $I_{b_{rms}}$ | $I_{c_{rms}}$ | Requerida (N) | Medida (N) | Desvio (%) |
| 1,000 | 1,000 | 1,000 | 5,217 | 4,996 | 4,778 | 25 | 21,049 | 15,804 |
| 1,000 | 1,050 | 1,100 | 5,387 | 5,274 | 5,160 | 25 | 22,191 | 11,236 |
| 1,000 | 1,100 | 1,100 | 5,370 | 5,371 | 5,116 | 25 | 24,033 | 3,868 |
| 1,010 | 1,111 | 1,111 | 5,390 | 5,408 | 5,170 | 25 | 24,296 | 2,818 |
| 0,960 | 1,061 | 1,061 | 5,230 | 5,241 | 5,024 | 25 | 21,647 | 13,412 |
| 0,912 | 1,114 | 1,114 | 5,205 | 5,464 | 5,228 | 25 | 22,923 | 8,308 |
| 0,912 | 1,114 | 1,225 | 5,173 | 5,438 | 5,469 | 25 | 23,844 | 4,624 |
| 0,912 | 1,114 | 1,300 | 5,258 | 5,514 | 5,710 | 25 | 24,547 | 1,813 |

As Figuras 119 e 121 mostram os resultados experimentais das correntes de fase do motor e a Figura 122 mostra a comparação entre a força requerida e a força experimental com o desbalanceamento presente na última linha da Tabela XXIX.

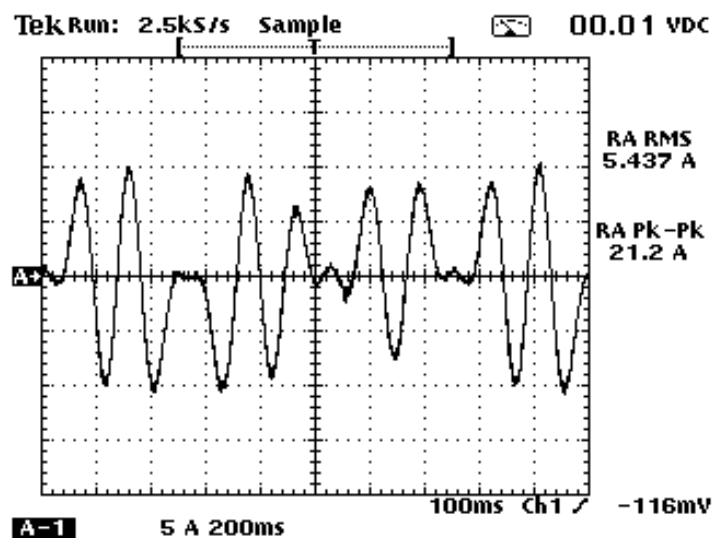


Figura 119 - Corrente da Fase A (Motor Linear com tensões desbalanceadas).

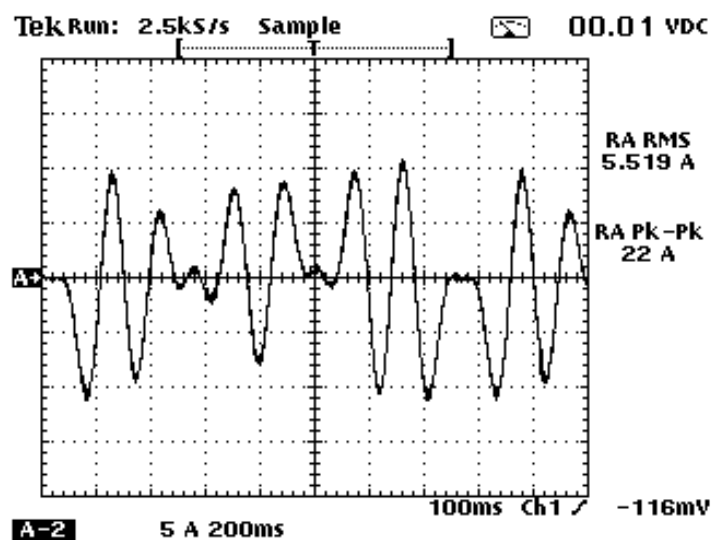


Figura 120 - Corrente da Fase B (Motor Linear com tensões desbalanceadas).

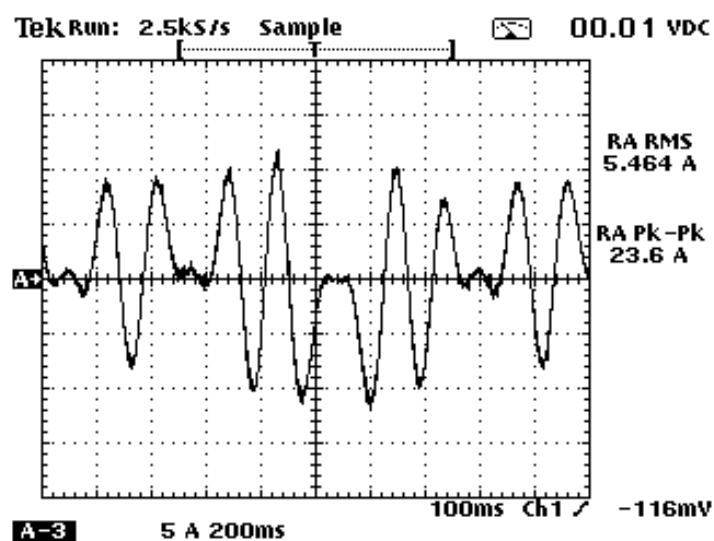


Figura 121 - Corrente da Fase C (Motor Linear com tensões desbalanceadas).

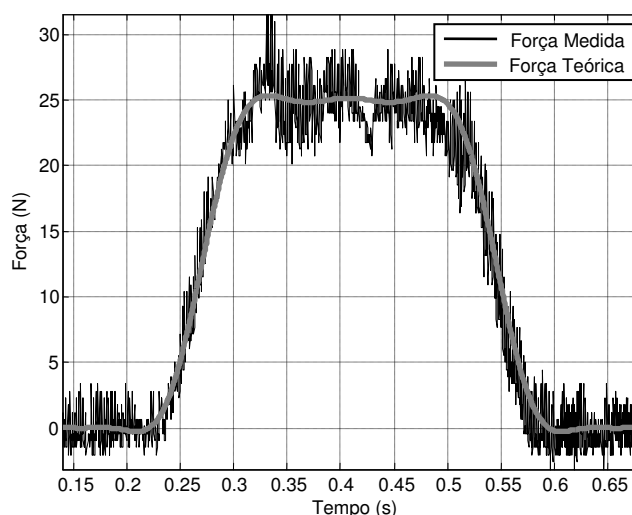


Figura 122 - Comparação entre as forças medida e requerida (Motor Linear com correntes desbalanceadas).

5.4. Análise dos Resultados

Nos itens anteriores foram apresentados os resultados dos ensaios realizados tanto em um motor de indução rotativo trifásico convencional quanto em um protótipo de motor de indução linear, também trifásico.

Esses ensaios foram realizados visando comprovar a validade do método proposto para encontrar as tensões que gerariam perfis de conjugado pré-determinados em um motor de indução funcionando em baixíssimas velocidades.

A discussão dos resultados apresentados em ambos os ensaios será discutida neste item.

5.4.1. Análise de resultados no motor rotativo

Foi exigido, nos primeiros dois casos, um pulso de conjugado suave, conforme pode ser visto nas Figuras 73 e 78, em que se aplicou o método e se conseguiu tensões cujas parcelas harmônicas são mostradas nas Tabelas XIX e XX, que juntas geraram as formas de onda mostradas nas Figuras 75 e 80. Estas formas de onda de tensão foram moduladas em PWM e usadas no acionamento do conversor que alimenta o motor de indução trifásico utilizado. Os resultados podem ser vistos nas Figuras 77 e 82. A imperfeição notada na forma do conjugado medido se deve ao chaveamento do conversor, mas como se pode verificar foi obtido um ótimo resultado.

Nos casos seguintes se desejaram pulsos de conjugado na forma de figuras geométricas e se obtiveram resultados bons, como apontam as Figuras 87, 92, 97, 102, 107 e 112, embora houvesse algumas pequenas discrepâncias devido à limitação de frequências superiores à sétima harmônica de conjugado. Caso se deseje melhorar o resultado deve-se aumentar o número de harmônicas na tensão de entrada.

A maior diferença entre o conjugado requerido e o obtido ocorreu no caso do pulso trapezoidal com período de 5 segundos, em que o trapézio não chegou ao zero de conjugado, mantendo um valor mínimo de 0,5 N.m. Esse fato pode ter ocorrido devido a algum problema mecânico no acoplamento, já que todas as medidas foram feitas com o mesmo sensor e resultaram em pulsos de conjugado semelhantes aos requeridos.

5.4.2. Análise de resultados no motor linear

Os resultados apresentados para os ensaios no motor linear comprovam que o método proposto para gerar pulsos de força em um motor linear operando bloqueado, baseando-se em um motor de indução convencional, também bloqueado, é válido, pois com base no resultado mostrado na Figura 118, a forma da força eletromagnética se manteve, embora com uma amplitude menor que a desejada.

Ao analisar os resultados da Tabela XXIX, se observa que a modificação nos ganhos de tensão em cada fase, de forma independente, tem efeito na amplitude do pulso, o que indica a possibilidade de se desbalancear as tensões e, conseqüentemente, as correntes das fases, para minimizar a perda de força gerada pelo desbalanceamento característico do motor linear.

Comparando os resultados experimentais mostrados nas Figuras 118 e 122, verifica-se que a perda de força devido ao desbalanceamento natural do motor linear pode ser compensada por um desbalanceamento na amplitude das tensões de entrada.

Capítulo 6 – Considerações Finais

6.1. Conclusões

Esta pesquisa visou trabalhar com aplicações de motores de indução trifásicos em que se requer força e não velocidade. Uma aplicação típica para este caso seria um bate estaca no qual não se tem espaço para aproveitar a força da gravidade, ou uma guilhotina, na qual se deseja cortar um material qualquer.

Durante a elaboração deste trabalho foram pesquisados os principais métodos de controle de conjugado atuais. Tanto o controle orientado pelo campo - FOC - quanto o controle direto de conjugado - DTC - tem dificuldades para aplicações em baixas velocidades.

A motivação do trabalho foi desenvolver um método de controle em malha aberta de conjugado para aplicações em baixas velocidades, tendo em vista a dificuldade do funcionamento dos métodos usuais com o motor nessas condições.

O desenvolvimento da metodologia partiu da hipótese de haver um conjunto de tensões trifásicas não senoidais, defasadas entre si em 120 graus, capazes de gerar o perfil de conjugado desejado. Com base nessa hipótese foi estudado o modelo de um motor de indução trifásico bloqueado e, por meio deste estudo, foi possível gerar uma metodologia em que, dado o perfil de conjugado, essa metodologia resulta nas tensões trifásicas não senoidais a serem aplicadas à máquina para conseguir o conjugado desejado.

Com base nos resultados obtidos verificou-se que estes são satisfatórios, pois os perfis de conjugado requerido e obtido experimentalmente ficaram muito próximos. Outro fato constatado foi que o uso de um inversor de frequência para alimentar a máquina não alterou significativamente os resultados obtidos.

Finalmente, observou-se que, no caso do motor linear, se obteve um valor de conjugado mais baixo que o requerido devido às características deste motor, porém, ao se desbalancear as tensões, obteve-se o valor requerido de conjugado.

Por meio dos resultados obtidos e, considerando a limitação de frequências imposta pelo número de harmônicos presentes na tensão de entrada, os resultados podem ser considerados suficientes, pois se obteve em todos os casos uma forma de pulso de conjugado bastante próxima da forma e amplitude desejadas.

Além disso, a característica de mudança de sentido de rotação no motor de indução permanece a mesma, ou seja, quando as tensões da fase A são trocadas pelas da fase B o sentido do conjugado muda de direção, o que facilita um tipo de acionamento no qual se deseja alternar o sentido da força, caso seja necessária essa comutação.

6.2. Recomendações

Esta tese apresenta um método para produção de pulsos de conjugado periódicos no formato desejado através da manipulação das formas de onda de tensão trifásica na entrada da máquina. Neste item serão abordadas sugestões para posterior desenvolvimento do método proposto.

Uma sugestão seria aprimorar o método, utilizando a imposição de corrente ao invés da imposição de tensão aos terminais da máquina. Isto complicaria a construção da parte prática pela adição da malha de controle de corrente, porém simplificaria o método e diminuiria a dependência dos parâmetros da máquina.

Outra sugestão para trabalhos futuros seria trabalhar um modelo que não se restrinja a velocidades baixas, ou seja, um modelo que leve em consideração a velocidade do motor. Embora este método provavelmente necessite de um sensor de velocidade, ele expandiria a utilização do método proposto para a máquina funcionando em movimento.

Referências Bibliográficas

- [1] **MURPHY, J. M. D.**; Turnbull, F. G.; “Power Electronic Control of AC Motors”. Pergamon Press, Oxford Science Publication, England, 1989.
- [2] **KRISHNAN, R.**; “Electric Motor Drives: modeling analysis and control”. Virginia Tech, Blackburg, VA, Prentice Hall, 2001.
- [3] **RASHID, M. H.**; “Eletrônica de Potência – Circuitos, Dispositivos e Aplicações”. Fort Wayne, MAKRON Books, 1999.
- [4] **STEPHAN, R. M.**; “Acionamento, Comando e Controle de Máquinas Elétricas”. UFRJ, 2009.
- [5] **LEONHARD, W.**; “30 Years Sapce Vector, 20 Years Field Orientation, 10 Years Digital Signal Processing with Controlled AC-Drives a Review (Part 1)”. EPE Journal, vol.1, n. 1, Jul. 1991, pp. 13–19.
- [6] **BÖCKER, J.** and Mathapati, S.; “State of the Art of Induction Motor Control”; Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International, pp. 1459–1464.
- [7] **MAGALHÃES, P. M. L. P.**; “Direct Torque Control em Máquinas Assíncronas”. Dissertação, Universidade Nova de Lisboa, 2010.
- [8] **BLASCHKE, F.**; “The Principle of Field Orientation, as applied to the new TRANS-VECTOR-closed loop control systems for rotating field machines”. SIEMENS Review, 1972, p. 217.
- [9] **DIALLO, D.**; Roye, D.; Bavard, J. and Wey, L. M.; “Indirect Field Oriented Control in High Power AC Drives”. Journal de Physique III, vol.3, 1993, pp. 1135–1144.
- [10] **LIU, T.**; Fu, J.; Lipo, T. A.; “A Strategy for Improving Reliability of Field-Oriented Controlled Induction Motor Drives”; IEEE Transactions on Industry Applications, vol.29, n. 5, Sep. 1993, pp. 910–918.
- [11] **FILHO, E. B. S.**; Lima, A. M. N.; Jacobina, C. B.; Silva, E. R. C.; “Sistema de Acionamento Digital com Máquina Assíncrona em Orientação pelo Campo”; SBA Automação e Controle, vol.7, n.1, Jan. 1996, pp. 7–14.
- [12] **SÜNTER, S.**; Clare, J. C.; “Feed Forward Indirect Vector Control of a Matrix Converter-Fed Induction Motor Drive”; COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol.19, n.4, 2000, pp. 974–986.
- [13] **HOLTZ, J.**; Quan, J.; “Sensorless Vector Control of Induction Motors at Very Low Speed Using a Nonlinear Inverter Model and Parameter Identification”; IEEE Transactions on Industry Applications, vol.38, n. 4, Jul. 2002, pp. 1087–1095.
- [14] **MOHAMMAD, A. M.**; Murata, T.; Tamura, J.; Tsuchiya, T.; “Indirect Field Oriented Control for High Performance Induction Motor Drives Using Space Vector Modulation with consideration of Core Loss”; Power Electronics Specialist Conference, 2003. PESC '03. 2003 IEEE 34th Annual; pp. 1449-1454.

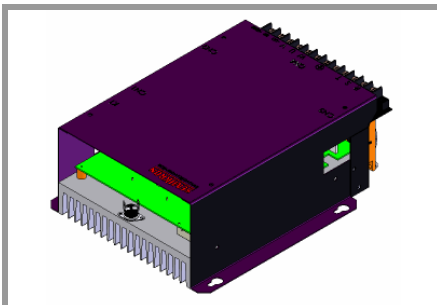
- [15] **BOUSSERHANE, I. K.**; Hazzab, A.; Rahli, M; Kamli, M; Mazari, B.; “Direct Field-Oriented Control Using Backstepping Strategy With Fuzzy Rotor Resistance Estimator for Induction Motor Speed Control”; *Information Technology and Control*, Vol.35, No.4, 2006, pp. 403-411.
- [16] **MI, C.**; “Field-Oriented Control of Induction Motor Drives with Direct Rotor Current Estimation for Applications in Electric and Hybrid Vehicles”; *Journal of Asian Electric Vehicles*, Vol.5, No.2, 2007, pp. 989-992.
- [17] **NOGUSHI, T.**; Takahashi, I.; “Quick torque response control of an induction motor based on a new concept”; *RM84-76*, pp. 61-70, Sep. 1984.
- [18] **TAKAHASHI, I.**; Nogushi, T.; “A New Quick-Response and High-Efficiency Control Strategy of an Induction Motor”; *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.IA-22, n. 5, Sep. 1984, pp. 820–827.
- [19] **TAKAHASHI, I.**; Ohmori, Y.; “High-Performance Direct Torque Control of an Induction Motor”; *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.25, n. 2, Mar. 1989, pp. 257–264.
- [20] **DEPENBROCK, M.**; “Direct Self-Control (DSC) of Inverter-Fed Induction Machine”; *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol.3, n. 4, Oct. 1988, pp. 420–429.
- [21] **KAZMIERKOWSKI, M. P.**; Kazprowicz, A. B.; “Improved Direct Torque and Flux Vector Control of PWM Inverter-Fed Induction Motor Drives”; *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.42, n. 4, Aug. 1995, pp. 344–350.
- [22] **GRABOWSKY, P. Z.**; Kazmierkowski, M. P.; Bose, B. K.; Blaabjerg, F.; “A Simple Direct-Torque Neuro-Fuzzy Control of PWM-Inverter-Fed Induction Motor Drive”; *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.47, n. 4, Aug. 2000, pp. 863–870.
- [23] **IDRIS, N. R. N.**; Yatim, A. H. M.; “An Improved Stator Flux Estimation in Steady-State Operation for Direct Torque Control of Induction Machines”; *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.38, n. 1, Jan. 2002, pp. 110–116.
- [24] **TOH, C. L.**; Idris, N. R. N.; Yatim, A. H. M.; “Constant and High Switching Frequency Torque Controller for DTC Drives”; *IEEE Power Electronic Letters*, vol.3, n. 2, Jun. 2005, pp. 76–80.
- [25] **VASUDEVAN, M.**; Arumugam, R.; “High - Performance Adaptive Intelligent Direct Torque Control Schemes for Induction Motor Drives”; *KMITL Science and Technology Journal*, vol.5, n. 3, Jul. 2005, pp. 559–576.
- [26] **CASADEI, D.**; Serra, G.; Tani, A.; Zarri, L.; “Assessment of direct torque control for induction motor drives”; *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, vol.54, n.3, 2006, pp. 237–254.
- [27] **BABU, Y. S. K.**; Das, G. T. R.; “Improvement in Direct Torque Control of Induction Motor Using Fuzzy Logic Duty Ratio Controller”; *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol.5, n.4, Apr. 2010, pp. 68–74.

- [28] **CASADEI, D.**; Profumo, F.; Serra, G.; Tani, A.; “FOC and DTC: Two Viable Schemes for Induction Motors Torque Control”; IEEE Transactions on Power Electronics, vol.17, n.5, 2002, pp. 779–787.
- [29] **LIPO, T. A.**; Krause, P. C.; Jordan, H. E.; “Harmonic Torque and Speed Pulsations in a Rectifier-Inverter Induction Motor Drive”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.PAS-88, n.5, May. 1969, pp. 579–587.
- [30] **WAGNER, V. E.**; Balda, J. C.; Barnes, T. M.; Emmanuel, A. E.; Ferraro, R. J.; Griffith, D. C.; Hartman, D. P.; Horton, W. F.; Jewell, W. T.; McEachern, A.; Phileggi, D. J.; Reid, W. E.; “Effects of Harmonics on Equipment”; IEEE Transactions on Power Delivery, vol.8, n.2, Apr. 1993, pp. 672–680.
- [31] **YACAMINI, R.**; Chang, S. C.; “Noise and Vibration from Induction Machines Fed from Harmonic Sources”; IEEE Transactions on Energy Conversion, vol.10, n.2, Jun. 1995, pp. 286–292.
- [32] **LEE, C.**; Lee, W. C.; Wang, Y.; Gu, J.; “Effects of Voltage Harmonics on the Electrical and Mechanical Performance of a Three-phase Induction Motor”; Industrial and Commercial Power Systems Technical Conference, 1998 IEEE, May. 1998, pp. 88–94.
- [33] **EKRAM, S.**; Sarkar, B.; “Effects of Harmonics on PWM Inverter fed Induction Machines”; J. Instn. Eng. India-Pt EL, vol.85, Jun. 2004, pp. 1-12.
- [34] **BRITO, C. M. C.**; Leão, R. P. S.; “Desempenho de um Motor de Indução Trifásico Submetido a Distorções Harmônicas na Tensão de Alimentação”; SBSE – Simpório Brasileiro de Sistemas Elétricos, 2006, pp. 1–6.
- [35] **TANIGUCHI, K.**; Inoue, M.; Takeda, Y.; Morimoto, S.; “A PWM Strategy for Reducing Torque-Ripple in Inverter-Fed Induction Motor”; IEEE Transactions on Industry Applications, vol.30, n. 1, Jan. 1994, pp. 71–77.
- [36] **KANG, J.**; Sul, S.; “New Direct Torque Control of Induction Motor for Minimum Torque Ripple and Constant Switching Frequency”; IEEE Transactions on Industry Applications, vol.35, n. 5, Sep. 1999, pp. 1076–1082.
- [37] **KABOLI, S.**; Zolghadri, M. R.; Haghbin, S; Emadi, A.; “Torque Ripple Minimization in DTC of Induction Motor Based on Optimized Flux Value Determination”; Industrial Electronics Society, 2003. IECON '03. The 29th Annual Conference of the IEEE, vol.1, Nov. 2003, pp. 431–435.
- [38] **MOHAMADEIN, A. L.**; R. Hamdy and Shady M. Gadoue ; “A comparison between two direct torque control strategies for flux and torque ripple reduction for induction motors drives”; Proceedings of the Ninth International Middle East Power Systems Conference (MEPCON'2003), Shebeen Al-Koum, Egypt, December 16-18,2003.
- [39] **ZIDANI, F.**; Saïd, R. N.; “Direct Torque Control of Induction Motor with Fuzzy Minimization Torque Ripple”; Journal of Electrical Engineering, vol.56, n. 7-8, 2005, pp. 183–188.

- [40] **PANDYA, S. N.**; Chatterjee, J. K.; “Torque Ripple Minimization in Direct Torque Control based IM Drive Part-II: Multirate Control Strategy”; Power System Technology and IEEE Power India Conference, 2008. POWERCON 2008, pp. 1-8.
- [41] **ONG, C. M.**; “Dynamic Simulation of Electrical Machinery”. 1 ed. New Jersey, Prentice Hall, 1998.
- [42] **DEL TORO, V.**; “Fundamentos de máquinas elétricas”. 1 ed. Rio de Janeiro, Editora LTC, 1994.
- [43] **FITZGERALD, A. E.**; Kingsley, C.; Umans, S. D.; “Electric Machinery”. New York, McGraw Hill, 2003.
- [44] **ANDRADE, D. A.**; Neto, L. N.; Freitas, M. A. A.; Paula, H.; Domingos, J. L.; “Effects of Magnetic Saturation on Induction Machines Driven By Static Converters”. Revista Controle & Automação, Vol. 15, no. 2, Apr. 2004, pp. 181–189.
- [45] **PONTES, R. S. T.**; “Modelagem do motor de indução linear baseando-se na equivalência com o motor rotativo desbalanceado”. Universidade Federal de Uberlândia, 2003.
- [46] **dos SANTOS, E. B.**; Neto, L. M. and Camacho, J. R.; “Linear Induction Motor Modeling and the Equivalence with the Asymmetrical Rotary Induction Motor”. ICEM 2000 - International Conference on Electrical Machines - Helsinki - Finland, 2000, p. 28.

ANEXOS

Datasheet do Conversor
SKS 32F B6U+E1CIF+B6CI 12 V06



SEMISTOP Stack

1)

Three-phase inverter

SKS 32F B6U+E1CIF+B6CI 12 V06

SK 45 GB 063

SK 30 GAL 123

SK 95 D 12

P 35/260F

SKHI 20opA

Preliminary Data

Features

- Compact design
- Hall Effect Current Sensor
- Circuit for soft charge the capacitors
- IGBT Braking chopper
- Vce monitoring

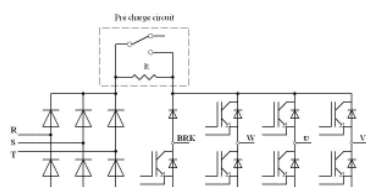
Typical Applications

- AC Motor Control
- Elevator
- Industrial

1) Photo non- contractual

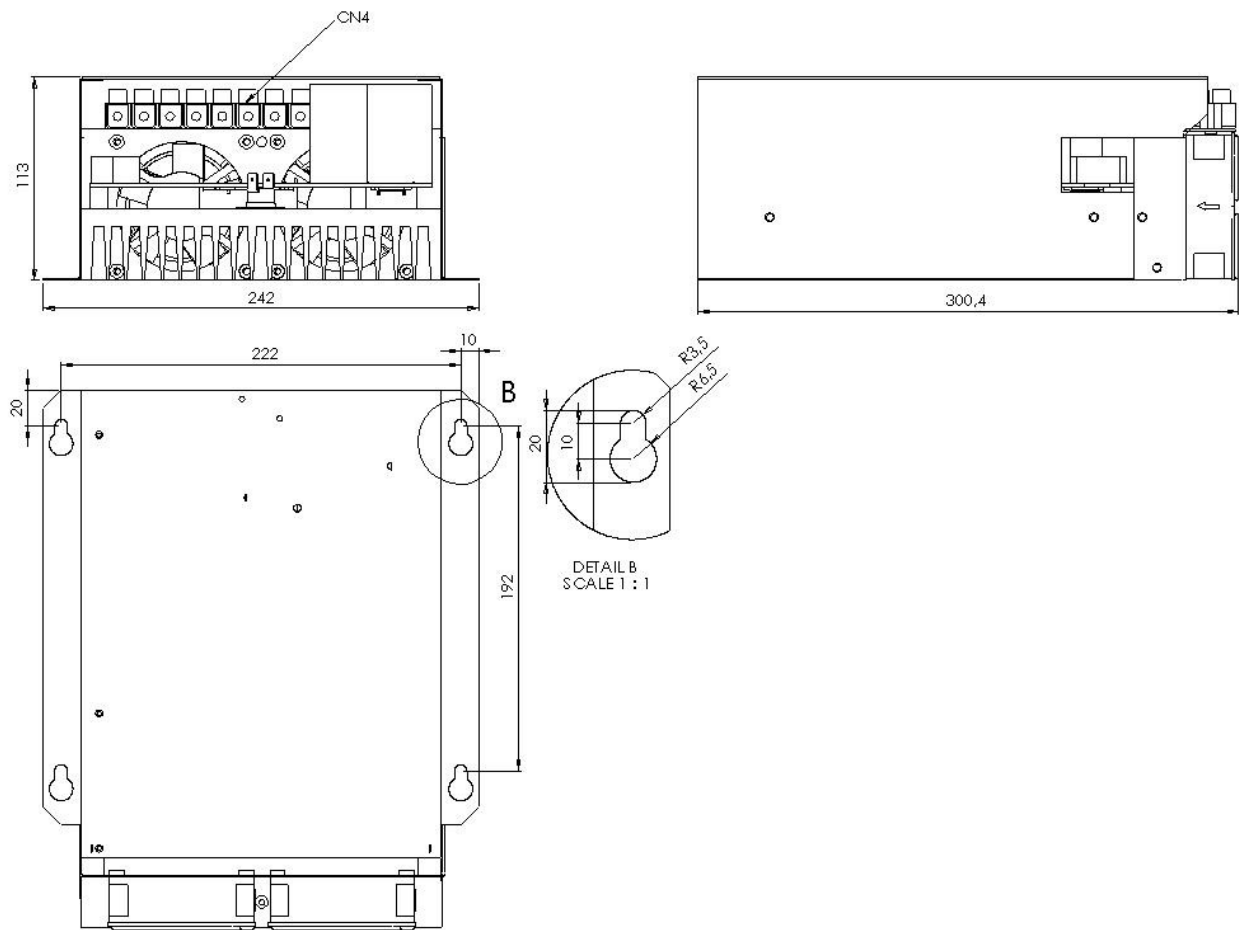
| Circuit | I_{rms} | V_{ac} (V_{dc}) | Types |
|---------|-----------|-----------------------|-------------------------------|
| B6CI | 32 | 250 350 | SKS 32F B6U+E1CIF+B6CI 12 V06 |
| | | - - | |

| Symbol | Conditions | Values | Units |
|-------------------|--|------------|----------|
| I_{rms} max | No overload; 10 kHz | 32 | A |
| $T_{amb} = 35$ °C | 150% overload, 60s every 10min (I_{ov}/I_N) | 36/24 | A |
| | 200% overload, 10s every 10min (I_{ov}/I_N) | 40/20 | A |
| V_{ce} max | | 600 | V |
| f_{sw} max | Absolute maximum switching frequency | 15 | kHz |
| f_{sw} max Csl | Advise maximum switching frequency | 10 | kHz |
| C | Type EPCOS B43303A0158 | 1500/200 | µF/V |
| C_{eqvl} | Equivalent capacitor bank | 3000/400 | µF/V |
| $T_{ds\%}$ | Discharge time of the capacitor bank | 220 | s |
| V_{DC} max | Max DC voltage applied to capacitor bank | 350 | V |
| Rectifier | | 250 | V_{ac} |
| V_{net} max | Max network voltage (line side) | -20%/+15% | |
| T_{vj} | Junction temperature for continous operation | -40...+125 | °C |
| T_{stg} | without requirement of reforming of capacitors | -20...+40 | °C |
| T_{amb} | | -20...+55 | °C |
| V_{isol} | 60Hz/1min | 2500 | V |
| w | Aprox. total weight | 5.5 | Kg |
| Cooling | Fan, DC power supply | 24 | V |
| | Current Consumption (per fan) | 0.11 | A |
| | Required air flow (per fan) | 42.5 | m³/h |
| Losses | B6CI, Converter at P_{max} , $T_{amb} = 35$ °C | 306 | W |
| | Efficiency | 96 | % |
| Current sensor | Hall-type LEM LA 55-P | | |
| Thermal trip | normally closed | 71 | °C |
| Others components | Relay Metaltex J1NAC3 | | |
| Options | | | |
| Tests | Functional Test Short Circuit Test Visual Inspection | | |
| | - | | |

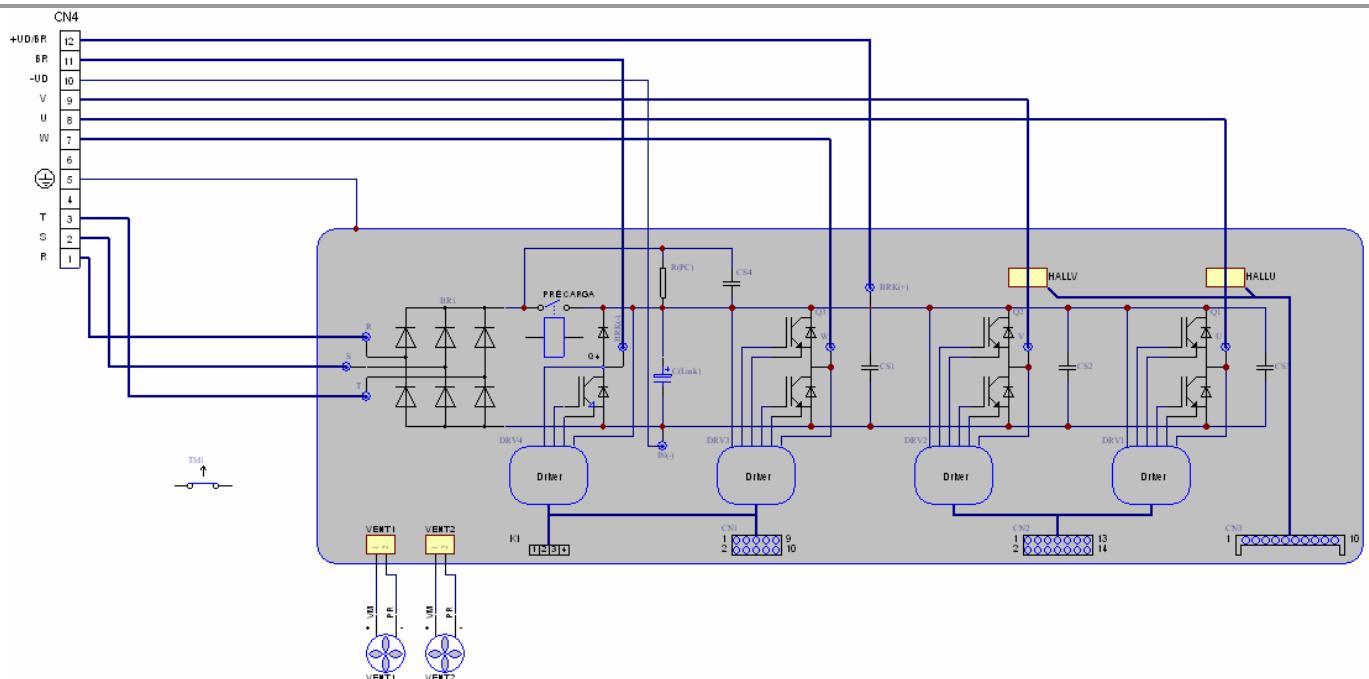


B6U+E1CIF+B6CI

Dimensions in mm



Stack design may vary depending upon the version. Please contact SEMIKRON for further details



Electrical Data

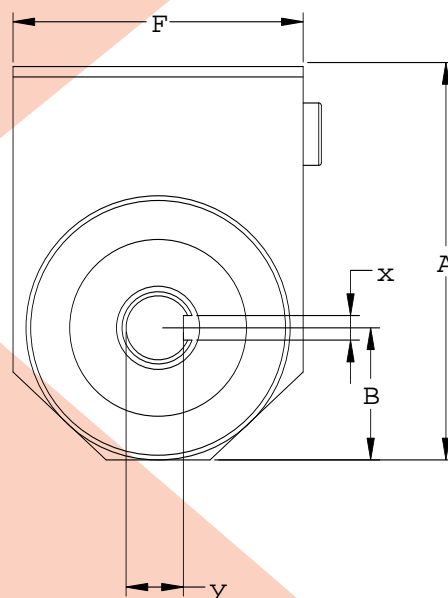
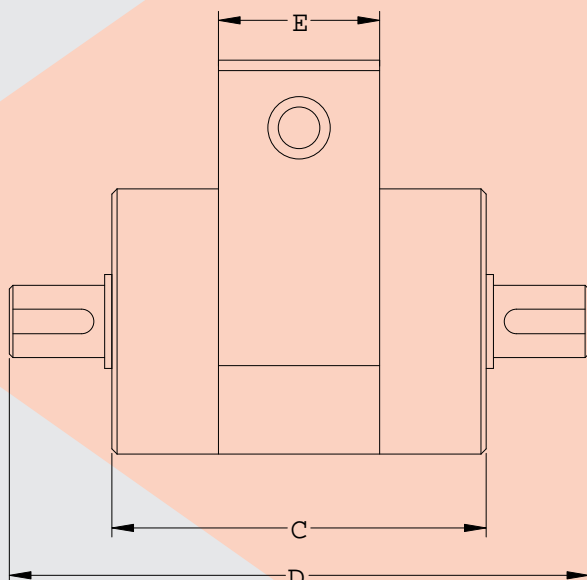
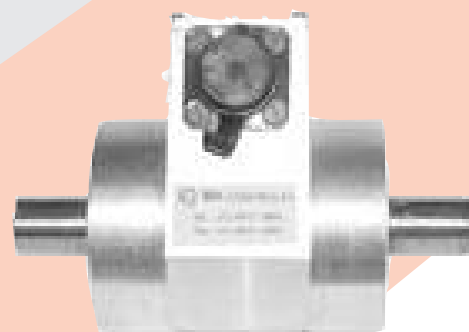
| Connectors | | | | | | |
|---------------|----------|---|--------|-------------|-------|-------|
| Connector Pin | Symbol | Description | Values | | | Units |
| | | | min. | typical | max. | |
| CN1:1 | TOP W | Top phase W input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN1:2 | ER W | Vce phase W error output signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN1:3 | BOT W | Bot phase W input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN1:4 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN1:5 | Vin(BRK) | Break input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN1:6 | ER BRK | Vce Break error output signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN1:7 | +Vs | Supply voltage | 14,0 | | 15,6 | V |
| CN1:8 | +Vs | Supply voltage | 14,0 | | 15,6 | V |
| CN1:9 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN1:10 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN2:1 | TOP U | Top phase U input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:2 | ER U | Vce phase U error output signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:3 | BOT U | Bot phase U input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:4 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN2:5 | TOP V | Top phase V input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:6 | ER V | Vce phase V error output signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:7 | BOT V | Bot phase V input signal | | 0/15 (CMOS) | | V |
| CN2:8 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN2:9 | +Vs | Supply voltage | 14,0 | 15 | 15,6 | V |
| CN2:10 | +Vs | Supply voltage | 14,0 | 15 | 15,6 | V |
| CN2:11 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN2:12 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN2:13 | | NC | | | | |
| CN2:14 | | NC | | | | |
| CN3:1 | +15V | Supply Voltage (positive) | 14,5 | 15 | 15,5 | V |
| CN3:2 | -15V | Supply Voltage (negative) | -14,5 | -15 | -15,5 | V |
| CN3:3 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN3:4 | HALL U | Output Hall phase U | | | | |
| CN3:5 | HALL V | Output Hall phase V | | | | |
| CN3:6 | | NC | | | | |
| CN3:7 | GND | Ground | | 0 | | V |
| CN3:8 | +15V | Supply Voltage (positive) | 14,5 | 15 | 15,5 | V |
| CN3:9 | -15V | Supply Voltage (negative) | -14,5 | -15 | -15,5 | V |
| CN3:10 | | | | | | |
| CN4:1 | R | Input Phase R | 176 | 220 | 253 | V |
| CN4:2 | S | Input Phase S | 176 | 220 | 253 | V |
| CN4:3 | T | Input Phase T | 176 | 220 | 253 | V |
| CN4:4 | | NC | | | | |
| CN4:5 | EARTH | | | | | |
| CN4:6 | | NC | | | | |
| CN4:7 | U | Output U Inverter Phase | | 220 | 253 | V |
| CN4:8 | V | Output V Inverter Phase | | 220 | 253 | V |
| CN4:9 | W | Output W Inverter Phase | | 220 | 253 | V |
| CN4:10 | -UD | DC Link Negative | | | | |
| CN4:11 | BR | Break Resistor Input | | | | |
| CN4:12 | +UD/BR | DC Link Positive Reference and Break Resistor Input | | | | |
| K1:1 | | NC | | | | |
| K1:2 | CIS | Charge Input Signal | 0 | 0/18 | 26,5 | V |
| K1:3 | GND | Ground | | 0 | | V |
| K1:4 | | NC | | | | |

This technical information specifies semiconductor devices but promises no characteristics. No warranty or guarantee expressed or implied is made regarding delivery, performance or suitability.

Datasheet do Sensor de Torque MKDC-50

SENSOR DE TORQUE - MOD. MKDC

| Características Técnicas | Unidade |
|--|----------------|
| Sensibilidade Nominal | 2.0 mv/v |
| Balanco de Zero | ± 1% |
| Repetibilidade | 0.02 % |
| Erro de Fluência (20 minutos) | 0.03 % |
| Efeito da Temperatura no Zero | 0.002% °C |
| Efeito de Temperatura na Sensibilidade | 0.002% °C |
| Temperatura de Operação | -10°C a + 80°C |
| Compensação de Temperatura | -10°C a + 50°C |
| Impedância de Entrada (25°C) | Ohms 380 ± 30 |
| Impedância de Saída (25°C) | Ohms 350 ± 3 |
| Resistência de Isolação | Mohm > 5.000 |
| Tensão de Excitação | 10V DC/AC |
| Tensão de Excitação Máxima | 15V DC/AC |
| Material | Aço Liga |
| Cabo | 2 metros |



| Modelo | Cap. (N.m) | Dimensões (mm) | | | | | | | | |
|-----------|------------|----------------|------|----|-----|----|----|----|------|---------|
| | | A | B | C | D | E | F | X | Y | Encaixe |
| MKDC-5 | 5 | 75.5 | 27.5 | 72 | 118 | 34 | 57 | 5 | 12 | ø15 |
| MKDC-10 | 10 | 75.5 | 27.5 | 72 | 118 | 34 | 57 | 5 | 12 | ø15 |
| MKDC-20 | 20 | 75.5 | 27.5 | 72 | 118 | 34 | 57 | 5 | 12 | ø15 |
| MKDC-50 | 50 | 75.5 | 27.5 | 72 | 118 | 34 | 57 | 5 | 12 | ø15 |
| MKDC-100 | 100 | 75.5 | 27.5 | 72 | 118 | 34 | 57 | 5 | 12 | ø17 |
| MKDC-250 | 250 | 80 | 27 | 69 | 155 | 34 | 57 | 6 | 18.5 | ø22 |
| MKDC-500 | 500 | 91.5 | 32.5 | 72 | 164 | 34 | 57 | 8 | 25 | ø30 |
| MKDC-1000 | 1000 | 100 | 36 | 75 | 206 | 34 | 57 | 10 | 30 | ø35 |
| MKDC-2000 | 2000 | 111.5 | 42.5 | 79 | 235 | 34 | 57 | 14 | 39.5 | ø45 |



MK

CONTROLE E INSTRUMENTAÇÃO LTDA.

Tel.: (11) 5581-7674

Fax: (11) 5581-8237

Folhas de Dados dos Componentes Utilizados



Zeners 1N746A - 1N759A

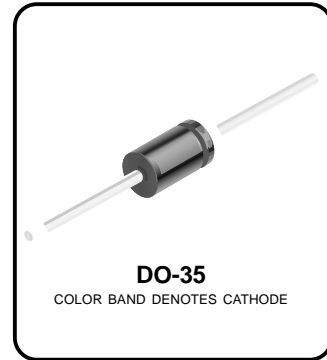
Zeners (1N746A - 1N759A)

Absolute Maximum Ratings*

$T_A = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted

| Symbol | Parameter | Value | Units |
|-----------|---|-------------|------------------|
| P_D | Power Dissipation | 500 | mW |
| T_{STG} | Storage Temperature Range | -65 to +200 | $^\circ\text{C}$ |
| T_J | Operating Junction Temperature | + 175 | $^\circ\text{C}$ |
| | Lead Temperature (1/16" from case for 10 seconds) | + 230 | $^\circ\text{C}$ |

Tolerance: A = 5%



*These ratings are limiting values above which the serviceability of the diode may be impaired.

NOTES:

- 1) These ratings are based on a maximum junction temperature of 200 degrees C.
- 2) These are steady state limits. The factory should be consulted on applications involving pulsed or low duty cycle operations.

Electrical Characteristics

$T_A = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted

| Device | V_Z (V) | $Z_Z(\Omega)$ @ $I_Z(\text{mA})$ | $I_{R1}(\mu\text{A})$ @ $V_R(\text{V})$ | $I_{R2}(\mu\text{A})$ @ $V_R(\text{V})$ $T_A=150^\circ\text{C}$ | T_C (%/°C) | $I_{ZRM}^*(\text{mA})$ |
|--------|-----------|----------------------------------|---|--|-----------------|------------------------|
| 1N746A | 3.3 | 28 20 | 10 1.0 | 30 1.0 | - 0.070 | 110 |
| 1N747A | 3.6 | 24 20 | 10 1.0 | 30 1.0 | - 0.065 | 100 |
| 1N748A | 3.9 | 23 20 | 10 1.0 | 30 1.0 | - 0.060 | 95 |
| 1N749A | 4.3 | 22 20 | 2.0 1.0 | 30 1.0 | +/- 0.055 | 85 |
| 1N750A | 4.7 | 19 20 | 2.0 1.0 | 30 1.0 | +/- 0.030 | 75 |
| 1N751A | 5.1 | 17 20 | 1.0 1.0 | 20 1.0 | +/- 0.030 | 70 |
| 1N752A | 5.6 | 11 20 | 1.0 1.0 | 20 1.0 | + 0.038 | 65 |
| 1N753A | 6.2 | 7.0 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.045 | 60 |
| 1N754A | 6.8 | 5.0 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.050 | 55 |
| 1N755A | 7.5 | 6.0 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.058 | 50 |
| 1N756A | 8.2 | 8.0 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.062 | 45 |
| 1N757A | 9.1 | 10 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.068 | 40 |
| 1N758A | 10 | 17 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.075 | 35 |
| 1N759A | 12 | 30 20 | 0.1 1.0 | 20 1.0 | + 0.077 | 38 |

* I_{ZRM} (Maximum Zener Current Rating) Values shown are based on the JEDEC rating of 400 milliwatts. Where the actual zener voltage (V_Z) is known at the operating point, the maximum zener current may be increased and is limited by the derating curve.

DESCRIPTION

The 4N29, 4N30, 4N31, 4N32, 4N33 have a gallium arsenide infrared emitter optically coupled to a silicon planar photodarlington.

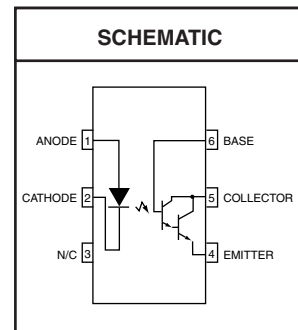
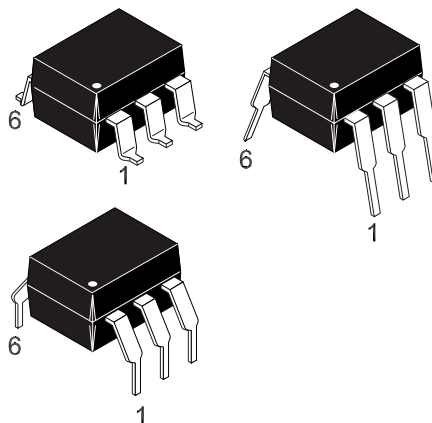
4N29 4N30 4N31 4N32 4N33

FEATURES

- High sensitivity to low input drive current
- Meets or exceeds all JEDEC Registered Specifications
- VDE 0884 approval available as a test option
-add option .300. (e.g., 4N29.300)

APPLICATIONS

- Low power logic circuits
- Telecommunications equipment
- Portable electronics
- Solid state relays
- Interfacing coupling systems of different potentials and impedances.



ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS ($T_A = 25^\circ\text{C}$ Unless otherwise specified.)

| Parameter | Symbol | Value | Units |
|--|---------------------|----------------|-------|
| TOTAL DEVICE | | | |
| Storage Temperature | T _{STG} | -55 to +150 | °C |
| Operating Temperature | T _{OPR} | -55 to +100 | °C |
| Lead Solder Temperature | T _{SOL} | 260 for 10 sec | °C |
| Total Device Power Dissipation @ T _A = 25°C | P _D | 250 | mW |
| Derate above 25°C | | 3.3 | mW/°C |
| EMITTER | | | |
| Continuous Forward Current | I _F | 80 | mA |
| Reverse Voltage | V _R | 3 | V |
| Forward Current - Peak (300 μs, 2% Duty Cycle) | I _F (pk) | 3.0 | A |
| LED Power Dissipation @ T _A = 25°C | P _D | 150 | mW |
| Derate above 25°C | | 2.0 | mW/°C |
| DETECTOR | | | |
| Collector-Emitter Breakdown Voltage | BV _{CEO} | 30 | V |
| Collector-Base Breakdown Voltage | BV _{CBO} | 30 | V |
| Emitter-Collector Breakdown Voltage | BV _{ECO} | 5 | V |
| Detector Power Dissipation @ T _A = 25°C | P _D | 150 | mW |
| Derate above 25°C | | 2.0 | mW/°C |
| Continuous Collector Current | I _C | 150 | mA |

Single-Channel: 6N137, HCPL2601, HCPL2611 Dual-Channel: HCPL2630, HCPL2631 High Speed 10MBit/s Logic Gate Optocouplers

Features

- Very high speed – 10 MBit/s
- Superior CMR – 10 kV/μs
- Double working voltage-480V
- Fan-out of 8 over -40°C to +85°C
- Logic gate output
- Strobable output
- Wired OR-open collector
- U.L. recognized (File # E90700)

Applications

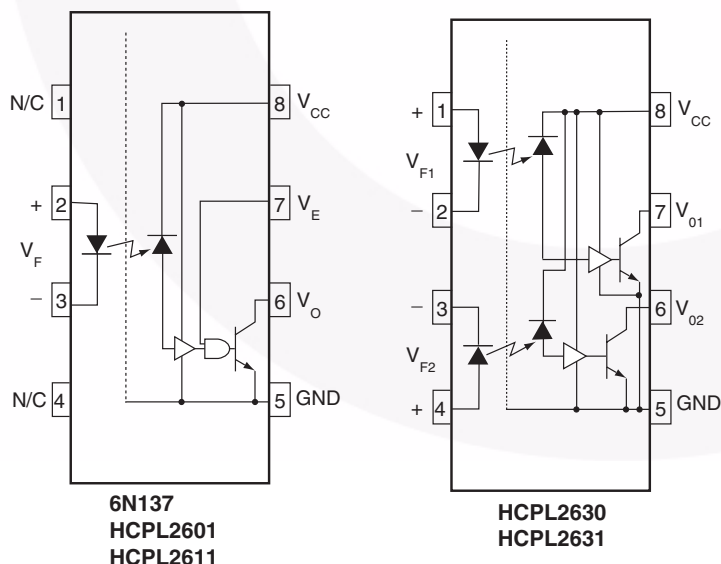
- Ground loop elimination
- LSTTL to TTL, LSTTL or 5-volt CMOS
- Line receiver, data transmission
- Data multiplexing
- Switching power supplies
- Pulse transformer replacement
- Computer-peripheral interface

Description

The 6N137, HCPL2601, HCPL2611 single-channel and HCPL2630, HCPL2631 dual-channel optocouplers consist of a 850 nm AlGaAs LED, optically coupled to a very high speed integrated photo-detector logic gate with a strobable output. This output features an open collector, thereby permitting wired OR outputs. The coupled parameters are guaranteed over the temperature range of -40°C to +85°C. A maximum input signal of 5mA will provide a minimum output sink current of 13mA (fan out of 8).

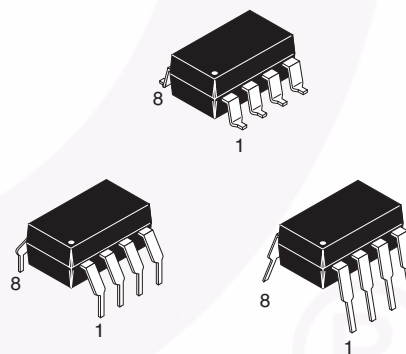
An internal noise shield provides superior common mode rejection of typically 10kV/μs. The HCPL2601 and HCPL2631 has a minimum CMR of 5kV/μs. The HCPL2611 has a minimum CMR of 10kV/μs.

Schematics



A 0.1μF bypass capacitor must be connected between pins 8 and 5⁽¹⁾.

Package Outlines



Truth Table (Positive Logic)

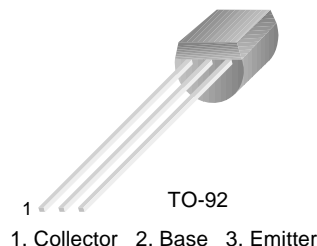
| Input | Enable | Output |
|-------|--------|--------|
| H | H | L |
| L | H | H |
| H | L | H |
| L | L | H |
| H | NC | L |
| L | NC | H |

BC337/338

BC337/338

Switching and Amplifier Applications

- Suitable for AF-Driver stages and low power output stages
- Complement to BC327/BC328



NPN Epitaxial Silicon Transistor

Absolute Maximum Ratings $T_a=25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted

| Symbol | Parameter | Value | Units |
|-----------|--------------------------------------|-----------|------------------|
| V_{CES} | Collector-Emitter Voltage : BC337 | 50 | V |
| | : BC338 | 30 | V |
| V_{CEO} | Collector-Emitter Voltage : BC337 | 45 | V |
| | : BC338 | 25 | V |
| V_{EBO} | Emitter-Base Voltage | 5 | V |
| I_C | Collector Current (DC) | 800 | mA |
| P_C | Collector Power Dissipation | 625 | mW |
| T_J | Junction Temperature | 150 | $^\circ\text{C}$ |
| T_{STG} | Storage Temperature | -55 ~ 150 | $^\circ\text{C}$ |

Electrical Characteristics $T_a=25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted

| Symbol | Parameter | Test Condition | Min. | Typ. | Max. | Units |
|------------------------|---|--|-----------|------|------|-------|
| BV_{CEO} | Collector-Emitter Breakdown Voltage : BC337 : BC338 | $I_C=10\text{mA}$, $I_B=0$ | 45 | | | V |
| | | | 25 | | | V |
| BV_{CES} | Collector-Emitter Breakdown Voltage : BC337 : BC338 | $I_C=0.1\text{mA}$, $V_{BE}=0$ | 50 | | | V |
| | | | 30 | | | V |
| BV_{EBO} | Emitter-Base Breakdown Voltage | $I_E=0.1\text{mA}$, $I_C=0$ | 5 | | | V |
| I_{CES} | Collector Cut-off Current : BC337 : BC338 | $V_{CE}=45\text{V}$, $I_B=0$ | | 2 | 100 | nA |
| | | $V_{CE}=25\text{V}$, $I_B=0$ | | 2 | 100 | nA |
| h_{FE1} h_{FE2} | DC Current Gain | $V_{CE}=1\text{V}$, $I_C=100\text{mA}$ $V_{CE}=1\text{V}$, $I_C=300\text{mA}$ | 100 60 | | 630 | |
| $V_{CE}(\text{sat})$ | Collector-Emitter Saturation Voltage | $I_C=500\text{mA}$, $I_B=50\text{mA}$ | | | 0.7 | V |
| $V_{BE}(\text{on})$ | Base Emitter On Voltage | $V_{CE}=1\text{V}$, $I_C=300\text{mA}$ | | | 1.2 | V |
| f_T | Current Gain Bandwidth Product | $V_{CE}=5\text{V}$, $I_C=10\text{mA}$, $f=50\text{MHz}$ | | 100 | | MHz |
| C_{ob} | Output Capacitance | $V_{CB}=10\text{V}$, $I_E=0$, $f=1\text{MHz}$ | | 12 | | pF |

h_{FE} Classification

| Classification | 16 | 25 | 40 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|
| h_{FE1} | 100 ~ 250 | 160 ~ 400 | 250 ~ 630 |
| h_{FE2} | 60- | 100- | 170- |

Features

- Unlimited Input Rise and Fall Times
- Exceptionally High Noise Immunity
- Fanout (Over Temperature Range)
 - Standard Outputs 10 LSTTL Loads
 - Bus Driver Outputs 15 LSTTL Loads
- Wide Operating Temperature Range . . -55°C to 125°C
- Balanced Propagation Delay and Transition Times
- Significant Power Reduction Compared to LSTTL Logic ICs
- HC Types
 - 2V to 6V Operation
 - High Noise Immunity: $N_{IL} = 30\%$, $N_{IH} = 30\%$ of V_{CC} at $V_{CC} = 5V$
- HCT Types
 - 4.5V to 5.5V Operation
 - Direct LSTTL Input Logic Compatibility, $V_{IL} = 0.8V$ (Max), $V_{IH} = 2V$ (Min)
 - CMOS Input Compatibility, $I_I \leq 1\mu A$ at V_{OL} , V_{OH}

Description

The 'HC14 and 'HCT14 each contain six inverting Schmitt triggers in one package.

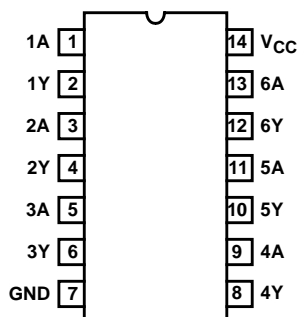
Ordering Information

| PART NUMBER | TEMP. RANGE (°C) | PACKAGE |
|--------------|------------------|--------------|
| CD54HC14F3A | -55 to 125 | 14 Ld CERDIP |
| CD54HCT14F3A | -55 to 125 | 14 Ld CERDIP |
| CD74HC14E | -55 to 125 | 14 Ld PDIP |
| CD74HC14M | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HC14MT | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HC14M96 | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HC14PW | -55 to 125 | 14 Ld TSSOP |
| CD74HC14PWR | -55 to 125 | 14 Ld TSSOP |
| CD74HCT14E | -55 to 125 | 14 Ld PDIP |
| CD74HCT14M | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HCT14MT | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HCT14M96 | -55 to 125 | 14 Ld SOIC |
| CD74HCT14PW | -55 to 125 | 14 Ld TSSOP |
| CD74HCT14PWR | -55 to 125 | 14 Ld TSSOP |

NOTE: When ordering, use the entire part number. The suffix 96 denotes tape and reel. The suffix T denotes a small-quantity reel of 250.

Pinout

CD54HC14, CD54HCT14
(CERDIP)
CD74HC14, CD74HCT14
(PDIP, SOIC, TSSOP)
TOP VIEW



CD4511BM/CD4511BC BCD-to-7 Segment Latch/Decoder/Driver

General Description

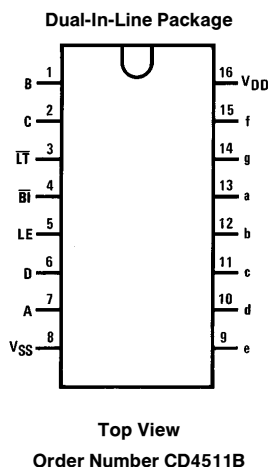
The CD4511BM/CD4511BC BCD-to-seven segment latch/decoder/driver is constructed with complementary MOS (CMOS) enhancement mode devices and NPN bipolar output drivers in a single monolithic structure. The circuit provides the functions of a 4-bit storage latch, an 8421 BCD-to-seven segment decoder, and an output drive capability. Lamp test (LT), blanking (BI), and latch enable (LE) inputs are used to test the display, to turn-off or pulse modulate the brightness of the display, and to store a BCD code, respectively. It can be used with seven-segment light emitting diodes (LED), incandescent, fluorescent, gas discharge, or liquid crystal readouts either directly or indirectly.

Applications include instrument (e.g., counter, DVM, etc.) display driver, computer/calculator display driver, cockpit display driver, and various clock, watch, and timer uses.

Features

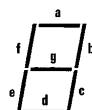
- Low logic circuit power dissipation
- High current sourcing outputs (up to 25 mA)
- Latch storage of code
- Blanking input
- Lamp test provision
- Readout blanking on all illegal input combinations
- Lamp intensity modulation capability
- Time share (multiplexing) facility
- Equivalent to Motorola MC14511

Connection Diagram



TL/F/5991-1

Segment Identification



TL/F/5991-3

Truth Table

| Inputs | | | | | | | Outputs | | | | | | | |
|--------|----|----|---|---|---|---|---------|---|---|---|---|---|---|---------|
| LE | BI | LT | D | C | B | A | a | b | c | d | e | f | g | Display |
| X | X | 0 | X | X | X | X | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | B |
| X | 0 | 1 | X | X | X | X | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | * |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | X | X | X | X | | | | * | | | | * |

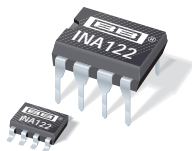
X = Don't Care

*Depends upon the BCD code applied during the 0 to 1 transition of LE.

Display



TL/F/5991-2



INA122

Single Supply, *MicroPower* INSTRUMENTATION AMPLIFIER

FEATURES

- LOW QUIESCENT CURRENT: 60 μ A
- WIDE POWER SUPPLY RANGE
Single Supply: 2.2V to 36V
Dual Supply: -0.9/+1.3V to \pm 18V
- COMMON-MODE RANGE TO (V-)-0.1V
- RAIL-TO-RAIL OUTPUT SWING
- LOW OFFSET VOLTAGE: 250 μ V max
- LOW OFFSET DRIFT: 3 μ V/ $^{\circ}$ C max
- LOW NOISE: 60nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
- LOW INPUT BIAS CURRENT: 25nA max
- 8-PIN DIP AND SO-8 SURFACE-MOUNT

APPLICATIONS

- PORTABLE, BATTERY OPERATED SYSTEMS
- INDUSTRIAL SENSOR AMPLIFIER:
Bridge, RTD, Thermocouple
- PHYSIOLOGICAL AMPLIFIER:
ECG, EEG, EMG
- MULTI-CHANNEL DATA ACQUISITION

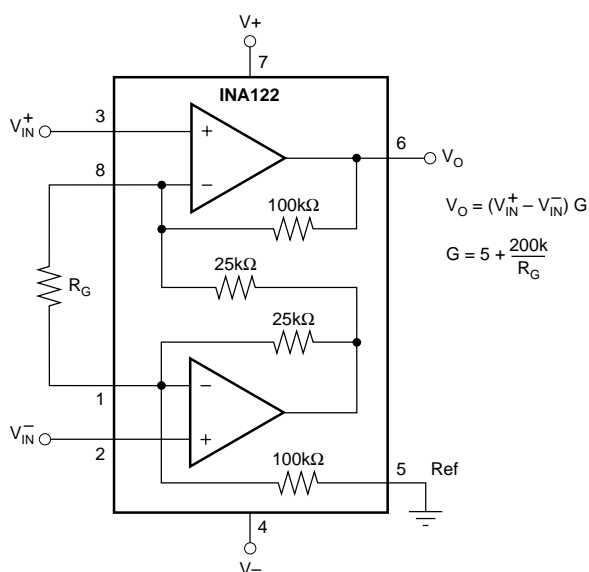
DESCRIPTION

The INA122 is a precision instrumentation amplifier for accurate, low noise differential signal acquisition. Its two-op-amp design provides excellent performance with very low quiescent current, and is ideal for portable instrumentation and data acquisition systems.

The INA122 can be operated with single power supplies from 2.2V to 36V and quiescent current is a mere 60 μ A. It can also be operated from dual supplies. By utilizing an input level-shift network, input common-mode range extends to 0.1V below negative rail (single supply ground).

A single external resistor sets gain from 5V/V to 10000V/V. Laser trimming provides very low offset voltage (250 μ V max), offset voltage drift (3 μ V/ $^{\circ}$ C max) and excellent common-mode rejection.

Package options include 8-pin plastic DIP and SO-8 surface-mount packages. Both are specified for the -40 $^{\circ}$ C to +85 $^{\circ}$ C extended industrial temperature range.



LM741

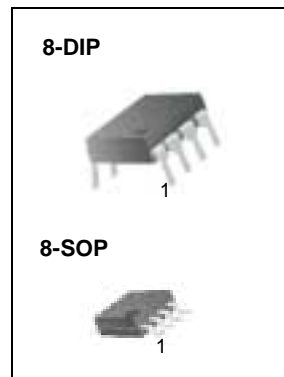
Single Operational Amplifier

Features

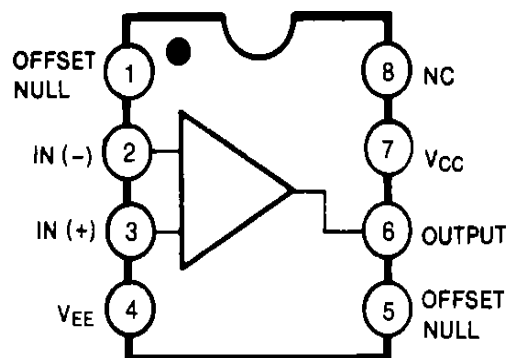
- Short circuit protection
- Excellent temperature stability
- Internal frequency compensation
- High Input voltage range
- Null of offset

Description

The LM741 series are general purpose operational amplifiers. It is intended for a wide range of analog applications. The high gain and wide range of operating voltage provide superior performance in integrator, summing amplifier, and general feedback applications.



Internal Block Diagram



MM74HC373

3-STATE Octal D-Type Latch

General Description

The MM74HC373 high speed octal D-type latches utilize advanced silicon-gate CMOS technology. They possess the high noise immunity and low power consumption of standard CMOS integrated circuits, as well as the ability to drive 15 LS-TTL loads. Due to the large output drive capability and the 3-STATE feature, these devices are ideally suited for interfacing with bus lines in a bus organized system.

When the LATCH ENABLE input is HIGH, the Q outputs will follow the D inputs. When the LATCH ENABLE goes LOW, data at the D inputs will be retained at the outputs until LATCH ENABLE returns HIGH again. When a high logic level is applied to the OUTPUT CONTROL input, all outputs go to a high impedance state, regardless of what signals are present at the other inputs and the state of the storage elements.

The 74HC logic family is speed, function, and pin-out compatible with the standard 74LS logic family. All inputs are protected from damage due to static discharge by internal diode clamps to V_{CC} and ground.

Features

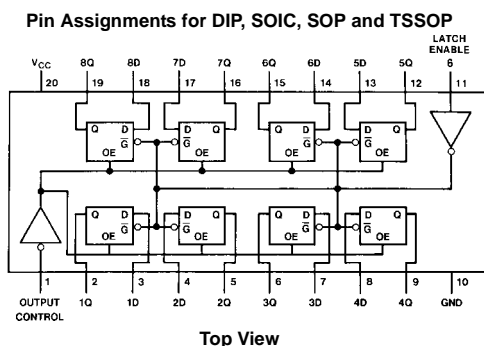
- Typical propagation delay: 18 ns
- Wide operating voltage range: 2 to 6 volts
- Low input current: 1 μ A maximum
- Low quiescent current: 80 μ A maximum (74 Series)
- Output drive capability: 15 LS-TTL loads

Ordering Code:

| Order Number | Package Number | Package Description |
|--------------|----------------|---|
| MM74HC373WM | M20B | 20-Lead Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-013, 0.300" Wide |
| MM74HC373SJ | M20D | 20-Lead Small Outline Package (SOP), EIAJ TYPE II, 5.3mm Wide |
| MM74HC373MTC | MTC20 | 20-Lead Thin Shrink Small Outline Package (TSSOP), JEDEC MO-153, 4.4mm Wide |
| MM74HC373N | N20A | 20-Lead Plastic Dual-In-Line Package (PDIP), JEDEC MS-001, 0.300" Wide |

Devices also available in Tape and Reel. Specify by appending the suffix letter "X" to the ordering code.

Connection Diagram



Truth Table

| Output Control | Latch Enable | Data | 373 Output |
|----------------|--------------|------|------------|
| L | H | H | H |
| L | H | L | L |
| L | L | X | Q_0 |
| H | X | X | Z |

H = HIGH Level

L = LOW Level

Q_0 = Level of output before steady-state input conditions were established.

Z = High Impedance



PIC16F870/871

28/40-Pin 8-Bit CMOS FLASH Microcontrollers

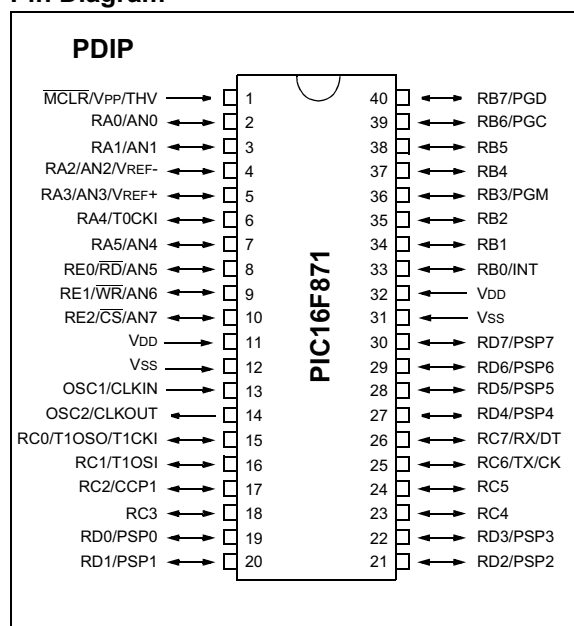
Devices Included in this Data Sheet:

- PIC16F870
- PIC16F871

Microcontroller Core Features:

- High-performance RISC CPU
- Only 35 single word instructions to learn
- All single cycle instructions except for program branches which are two cycle
- Operating speed: DC - 20 MHz clock input
DC - 200 ns instruction cycle
- 2K x 14 words of FLASH Program Memory
128 x 8 bytes of Data Memory (RAM)
64 x 8 bytes of EEPROM Data Memory
- Pinout compatible to the PIC16CXXX 28 and 40-pin devices
- Interrupt capability (up to 11 sources)
- Eight level deep hardware stack
- Direct, indirect and relative addressing modes
- Power-on Reset (POR)
- Power-up Timer (PWRT) and Oscillator Start-up Timer (OST)
- Watchdog Timer (WDT) with its own on-chip RC oscillator for reliable operation
- Programmable code-protection
- Power saving SLEEP mode
- Selectable oscillator options
- Low-power, high-speed CMOS FLASH/EEPROM technology
- Fully static design
- In-Circuit Serial Programming™ (ICSP) via two pins
- Single 5V In-Circuit Serial Programming capability
- In-Circuit Debugging via two pins
- Processor read/write access to program memory
- Wide operating voltage range: 2.0V to 5.5V
- High Sink/Source Current: 25 mA
- Commercial and Industrial temperature ranges
- Low-power consumption:
 - < 1.6 mA typical @ 5V, 4 MHz
 - 20 µA typical @ 3V, 32 kHz
 - < 1 µA typical standby current

Pin Diagram



Peripheral Features:

- Timer0: 8-bit timer/counter with 8-bit prescaler
- Timer1: 16-bit timer/counter with prescaler, can be incremented during sleep via external crystal/clock
- Timer2: 8-bit timer/counter with 8-bit period register, prescaler and postscaler
- One Capture, Compare, PWM module
 - Capture is 16-bit, max. resolution is 12.5 ns
 - Compare is 16-bit, max. resolution is 200 ns
 - PWM max. resolution is 10-bit
- 10-bit multi-channel Analog-to-Digital converter
- Universal Synchronous Asynchronous Receiver Transmitter (USART/SCI) with 9-bit address detection
- Parallel Slave Port (PSP) 8-bits wide, with external RD, WR and CS controls (40/44-pin only)
- Brown-out detection circuitry for Brown-out Reset (BOR)

APÊNDICES

```

function [va,vb,vc] = Tensões(t,V,O,f,Rmp,vbar,Inv)
% This block supports an embeddable subset of the MATLAB language.
% See the help menu for details.
O = O*pi/180;
alpha = 120*pi/180;
vaa= V(1) *cos(1* (2*pi*f*t + O(1) )) ...
+V(2) *cos(2* (2*pi*f*t + O(2) )) ...
+V(3) *cos(3* (2*pi*f*t + O(3) )) ...
+V(4) *cos(4* (2*pi*f*t + O(4) )) ...
+V(5) *cos(5* (2*pi*f*t + O(5) )) ...
+V(6) *cos(6* (2*pi*f*t + O(6) )) ...
+V(7) *cos(7* (2*pi*f*t + O(7) )) ...
+V(8) *cos(8* (2*pi*f*t + O(8) )) ...
+V(9) *cos(9* (2*pi*f*t + O(9) )) ...
+V(10)*cos(10*(2*pi*f*t + O(10))) ...
+V(11)*cos(11*(2*pi*f*t + O(11)));
vbb= V(1) *cos(1 * (2*pi*f*t - alpha + O(1) )) ...
+V(2) *cos(2 * (2*pi*f*t - alpha + O(2) )) ...
+V(3) *cos(3 * (2*pi*f*t - alpha + O(3) )) ...
+V(4) *cos(4 * (2*pi*f*t - alpha + O(4) )) ...
+V(5) *cos(5 * (2*pi*f*t - alpha + O(5) )) ...
+V(6) *cos(6 * (2*pi*f*t - alpha + O(6) )) ...
+V(7) *cos(7 * (2*pi*f*t - alpha + O(7) )) ...
+V(8) *cos(8 * (2*pi*f*t - alpha + O(8) )) ...
+V(9) *cos(9 * (2*pi*f*t - alpha + O(9) )) ...
+V(10)*cos(10*(2*pi*f*t - alpha + O(10))) ...
+V(11)*cos(11*(2*pi*f*t - alpha + O(11)));
vcc= V(1) *cos(1 * (2*pi*f*t + alpha + O(1) )) ...
+V(2) *cos(2 * (2*pi*f*t + alpha + O(2) )) ...
+V(3) *cos(3 * (2*pi*f*t + alpha + O(3) )) ...
+V(4) *cos(4 * (2*pi*f*t + alpha + O(4) )) ...
+V(5) *cos(5 * (2*pi*f*t + alpha + O(5) )) ...
+V(6) *cos(6 * (2*pi*f*t + alpha + O(6) )) ...
+V(7) *cos(7 * (2*pi*f*t + alpha + O(7) )) ...
+V(8) *cos(8 * (2*pi*f*t + alpha + O(8) )) ...
+V(9) *cos(9 * (2*pi*f*t + alpha + O(9) )) ...
+V(10)*cos(10*(2*pi*f*t + alpha + O(10))) ...
+V(11)*cos(11*(2*pi*f*t + alpha + O(11)));
if (Inv==0),
    va = vaa;
    vb = vbb;
    vc = vcc;
else
    if (vaa<(311*Rmp)),
        va = vbar;
    else
        va = -vbar;
    end
    if (vbb<(311*Rmp)),
        vb = vbar;
    else
        vb = -vbar;
    end
    if (vcc<(311*Rmp)),
        vc = vbar;
    else
        vc = -vbar;
    end
end
end

```

```
% Programa que faz simulação de um motor de indução bloqueado
%
%
function [sys,y0,str,ts] = MIB(t,y,u,flag,R,Lda,Ldb,Ldc,LdA,...
    LdB,LdC,P,Laa,Pos)
switch flag,
    case 0          % condições iniciais
        [sys,y0,str,ts,u] = ValoresIniciais();

    case 1          % calcula derivadas
        sys = Derivadas(t,y,u,R,Lda,Ldb,Ldc,LdA,LdB,LdC,P,...
            Laa,Pos); % Cálculo da derivada

    case 2          % calcula valores discretos
        sys = VariaveisDiscretas(t,y,u,R,Lda,Ldb,Ldc,LdA,LdB,LdC,...
            P,Laa,Pos); % variáveis discretas

    case 3          % determina a saída
        sys = Saida(t,y,u);
    case {4, 9}     % valores do flag não usados
        sys = [];

    otherwise
        error(['Valor do flag = ',num2str(flag)]); % Erro
end
end
% fim.
%
%=====
% Inicializa as variáveis
% Retorna sizes, condições iniciais, e sample times para a
% S-function.
%=====
function [sys,y0,str,ts,u] = ValoresIniciais()
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 6;
sizes.NumDiscStates = 1;
sizes.NumOutputs = 7;
sizes.NumInputs = 6;
sizes.DirFeedthrough = 0;
sizes.NumSampleTimes = 0;
sys = simsizes(sizes);
y0=[0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0];
u = [0,0,0,0,0,0];
str = [];
ts = [];
end
%fim ValoresIniciais
%
%=====
% Derivadas
% Calcula as derivadas para variáveis contínuas.
%=====
%
function [sys] = Derivadas(t,y,u,R,Lda,Ldb,Ldc,LdA,LdB,LdC,P,Laa,Pos)
%Inicializa valores
    beta = 2*pi/3;
    ia = y(1);
    ib = y(2);
    ic = y(3);
    iA = y(4);
```



```

iB    = y(5);
iC    = y(6);
%Atualiza Vetores
%calcula dl/dt
dlt = zeros(6,6);
%calcula l
l(1,1) = Lda+ Laa;           %Laa
l(1,2) = Laa*cos(beta);     %Lab
l(1,3) = Laa*cos(beta);     %Lac
l(1,4) = Laa*cos(Pos);      %LaA
l(1,5) = Laa*cos(Pos+beta); %LaB
l(1,6) = Laa*cos(Pos-beta); %LaC
l(2,1) = Laa*cos(beta);     %Lba
l(2,2) = Ldb+Laa;           %Lbb
l(2,3) = Laa*cos(2*beta);   %Lbc
l(2,4) = Laa*cos(Pos-beta); %LbA
l(2,5) = Laa*cos(Pos);      %LbB
l(2,6) = Laa*cos(Pos-(2*beta)); %LbC
l(3,1) = Laa*cos(beta);     %Lca
l(3,2) = Laa*cos(2*beta);   %Lcb
l(3,3) = Ldc+Laa;           %Lcc
l(3,4) = Laa*cos(Pos+beta); %LcA
l(3,5) = Laa*cos(Pos+(2*beta)); %LcB
l(3,6) = Laa*cos(Pos);      %LcC
l(4,1) = Laa*cos(Pos);      %LAa
l(4,2) = Laa*cos(Pos-beta); %LAB
l(4,3) = Laa*cos(Pos+beta); %LAc
l(4,4) = LdA+Laa;           %LAA
l(4,5) = Laa*cos(beta);     %LAB
l(4,6) = Laa*cos(beta);     %LAC
l(5,1) = Laa*cos(Pos+beta); %LBa
l(5,2) = Laa*cos(Pos);      %LBb
l(5,3) = Laa*cos(-Pos-(2*beta)); %Lbc
l(5,4) = Laa*cos(beta);     %LBA
l(5,5) = LdB+Laa;           %LBB
l(5,6) = Laa*cos(2*beta);   %LBC
l(6,1) = Laa*cos(Pos-beta); %LCa
l(6,2) = Laa*cos(Pos-(2*beta)); %LCb
l(6,3) = Laa*cos(-Pos);     %Lcc
l(6,4) = Laa*cos(beta);     %LCA
l(6,5) = Laa*cos(2*beta);   %LCB
l(6,6) = LdC+Laa;           %LCC
%calcula V
V = u(1:6);
V = (V'/l)';
%calcula R+dl/dt
aux = (((R + dlt))'/l)';
%coloca V em u e divide Tc por J
u(1:6) = V;
%coloca R+dl/dt em A
A=aux;
%faz o cálculo
U = u(1:6);
yy = y(1:6);
sys = U - (A*yy);
end
% fim da rotina Derivadas.
%
%=====
% Dados para o controle do motor
% Dados de estado discretos - cálculo do torque de saída

```

```
%=====
%
function sys = VariaveisDiscretas(t,y,u,R,Lda,Ldb,Ldc,LdA,LdB,LdC,P,Laa,Pos)
    %Inicializa valores
        beta = 2*pi/3;
        ia = y(1);
        ib = y(2);
        ic = y(3);
        iA = y(4);
        iB = y(5);
        iC = y(6);
    %calcula dl/dt
        dlt(1,1) = 0;
        dlt(1,2) = 0;
        dlt(1,3) = 0;
        dlt(1,4) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(1,5) = -Laa*sin(Pos+beta);
        dlt(1,6) = -Laa*sin(Pos-beta);
        dlt(2,1) = 0;
        dlt(2,2) = 0;
        dlt(2,3) = 0;
        dlt(2,4) = -Laa*sin(Pos-beta);
        dlt(2,5) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(2,6) = -Laa*sin(Pos-(2*beta));
        dlt(3,1) = 0;
        dlt(3,2) = 0;
        dlt(3,3) = 0;
        dlt(3,4) = -Laa*sin(Pos+beta);
        dlt(3,5) = -Laa*sin(Pos+(2*beta));
        dlt(3,6) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(4,1) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(4,2) = -Laa*sin(Pos-beta);
        dlt(4,3) = -Laa*sin(Pos+beta);
        dlt(4,4) = 0;
        dlt(4,5) = 0;
        dlt(4,6) = 0;
        dlt(5,1) = -Laa*sin(Pos+beta);
        dlt(5,2) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(5,3) = -Laa*sin(Pos+(2*beta));
        dlt(5,4) = 0;
        dlt(5,5) = 0;
        dlt(5,6) = 0;
        dlt(6,1) = -Laa*sin(Pos-beta);
        dlt(6,2) = -Laa*sin(Pos-(2*beta));
        dlt(6,3) = -Laa*sin(Pos);
        dlt(6,4) = 0;
        dlt(6,5) = 0;
        dlt(6,6) = 0;
        aux = [ia;ib;ic;iA;iB;iC];
        sys = (P/4)*aux'*dlt*aux;
end
% fim da rotina VariáveisDiscretas.
%
%=====
% Saída
% Retorna o vetor de saída da S-Function
%=====
%
function sys = Saida(t,y,u)
sys = y;
end
```

```
% fim da rotina Saida
```

```

clc
clear
Rs = 2.7933;
Ls = 2.8535/(120*pi);
Rr = 2.0327;
Lr = 2.8535/(120*pi);
Lm = 60.2728/(120*pi);
P = 2;
tf = 5;
t = 0:0.00001:tf;
f = 1/t(length(t));
y = zeros(1,length(t));
%definição de trechos
DT = t(length(t))/20;
aa = find((t>0)&(t<DT));
bb = find((t>=DT)&(t<2*DT));
cc = find((t>=2*DT)&(t<3*DT));
dd = find((t>=3*DT)&(t<4*DT));
ee = find((t>=4*DT)&(t<5*DT));
ff = find((t>=5*DT)&(t<6*DT));
gg = find((t>=6*DT)&(t<7*DT));
hh = find((t>=7*DT)&(t<8*DT));
ii = find((t>=8*DT)&(t<9*DT));
jj = find((t>=9*DT)&(t<10*DT));
kk = find((t>=10*DT)&(t<11*DT));
ll = find((t>=11*DT)&(t<12*DT));
mm = find((t>=12*DT)&(t<13*DT));
nn = find((t>=13*DT)&(t<14*DT));
oo = find((t>=14*DT)&(t<15*DT));
pp = find((t>=15*DT)&(t<16*DT));
qq = find((t>=16*DT)&(t<17*DT));
rr = find((t>=17*DT)&(t<18*DT));
ss = find((t>=18*DT)&(t<19*DT));
tt = find((t>=19*DT));
%Gaussiana
y = 4*gauss(t,4*DT,10*DT);
%Trapezoidal
y([aa,bb]) = 0;
y([cc,dd,ee]) = 4*(t([cc,dd,ee])-2*DT)/(3*DT);
y([ff,gg,hh,ii,jj,kk,ll,mm,nn,oo]) = 4;
y([pp,qq,rr]) = 4 - 4*(t([pp,qq,rr])-15*DT)/(3*DT);
y([ss,tt]) = 0;
%Triangular
c1 = [cc,dd,ee,ff,gg,hh,ii,jj];
c2 = [kk,ll,mm,nn,oo,pp,qq,rr];
y([aa,bb]) = 0;
y(c1) = 4*(t(c1)-2*DT)/(8*DT);
y(c2) = 4 - 4*(t(c2)-10*DT)/(8*DT);
y([ss,tt]) = 0;
%Dente de Serra
c1 = [aa,bb,cc,dd,ee,ff,gg,hh,ii,jj,kk,ll,mm];
c2 = [nn,oo,pp,qq,rr,ss,tt];
y(c1) = 4*(t(c1))/(13*DT);
y(c2) = 4 - 4*(t(c2)-13*DT)/(7*DT);
plot(t,y);
axis([0 tf 0 4.5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Torque (N.m)');
title('Pulso de Torque Desejado');
grid;
input('Tecle <ENTER>');
[U] = fourier(t,y,0,f);
input('Tecle <ENTER>');
Th0 = U(1,2);
Th1s= U(2,2)*cos(U(2,3)*pi/180);
Th1c= U(2,2)*sin(U(2,3)*pi/180);
Th2s= U(3,2)*cos(U(3,3)*pi/180);
Th2c= U(3,2)*sin(U(3,3)*pi/180);

```

```

Th3s= U(4,2)*cos(U(4,3)*pi/180);
Th3c= U(4,2)*sin(U(4,3)*pi/180);
Th4s= U(5,2)*cos(U(5,3)*pi/180);
Th4c= U(5,2)*sin(U(5,3)*pi/180);
Th5s= U(6,2)*cos(U(6,3)*pi/180);
Th5c= U(6,2)*sin(U(6,3)*pi/180);
Th6s= U(7,2)*cos(U(7,3)*pi/180);
Th6c= U(7,2)*sin(U(7,3)*pi/180);
Th7s= U(8,2)*cos(U(8,3)*pi/180);
Th7c= U(8,2)*sin(U(8,3)*pi/180);
Th = [Th0 Th1s Th1c Th2s Th2c Th3s Th3c Th4s Th4c ...
      Th5s Th5c Th6s Th6c Th7s Th7c];
M = Matriz(Rs,Ls,Rr,Lr,Lm,P,f/3);
options=optimset('MaxFunEvals',1000,'MaxIter',500);
for j=1:30,
    fg = 0;
    while (fg~=1),
        for i=1:15,
            Vo(i) = sign(0.5-rand(1,1))*rand(1,1)*200;
        end
        [A F fg] = fsolve(@(x)Tq(x,Th,M),Vo,options);
    end
    V(j,:) = [A(01) A(02) 0 A(03) A(04) 0 A(05) A(06) 0 A(07) A(08)]
    O(j,:) = [A(09) A(10) 0 A(11) A(12) 0 A(13) A(14) 0 A(15) 0]
end
plot(t,y);
for j=1:30,
    T = Tqfun(t,V(j,:),O(j,:),f/3);
    figure;
    plot(t,T);
    [mn,mx,ef] = currentfun(V(j,:),O(j,:),f/3);
    [mnv,mxv,efv] = vfun(V(j,:),O(j,:),f/3);
    title(['Opcao ' num2str(j) ' - Imax = ' num2str(mx) ' A, Imin = ' num2str(mn) ' A,
    Ief = ' num2str(ef) ' A e Vef = ' num2str(efv) ' Volts']);
end

%Função transformada de fourier
%tpo --> vetor tpo
%f --> vetor da função a ser estudada
%ti --> tpo inicial
%nc --> número de ciclos
function [U] = fourier(tpo,f,ti,fo)
M = 6;
nc = 1;
N = nc*2^M;
wo = 2*pi*fo;
n = 0:1:N-1;
T = nc/fo;
dt = T/N;
t = ti + n*dt; %vetor tempo
%Adapta forma de onda
for i=1:length(t),
    w(i) = interp1(tpo,f,t(i));
end
%Computa FFT
W = fft(w);
W = W(:);
n1 = -N/2:1:N/2;
fn1 = n1/T;
fs = 1/dt;
%Gera os coeficientes complexos de Fourier
cn = 1/N * W;
%Gera fase
Theta = angle(cn+0.001)*180/pi;
%Converte amostras 0:N-1 para um positivo e negativo
cn = fftshift(cn)';
Theta = fftshift(Theta)';
cn = [cn cn(1)];

```

```

Theta    = [Theta Theta(1)];
cn       = cn(:);
Theta    = Theta(:);
cn(2^(M-1)+1)= cn(2^(M-1)+1)/2;
%Plota
figure;
plot(t,w);
title('Janela da forma de onda');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Magnitude');
grid;
axis([ti,ti+(N-1)*dt,min(w),max(w)]);
figure;
plot(fn1,zeros(length(fn1),1),'-',fn1,2*abs(cn),'o');
title('Espectro da forma de onda');
xlabel('Frequência (Hz)');
ylabel('Magnitude');
axis([0 fn1(length(fn1)) -200 200]);
for (i=1:1:length(n)),
    line([fn1(i) fn1(i)],[0 2*abs(cn(i))],'LineWidth',2);
end;
nn = find((2*abs(cn))>0.00);
nmin = nn(1);
nmax = nn(length(nn));
axis([0 fn1(nmax) 0 max(2*abs(cn))+1]);
grid;
nn = find(fn1>0);
CN = 2*abs(cn(nn));
Th = Theta(nn) + 90;
F = fn1(nn);
U = [0 2*abs(cn(2^(M-1)+1)) angle(cn(2^(M-1)+1))*180/pi;F' CN Th];
figure;
plot(fn1,zeros(length(fn1),1),'-',fn1,Theta,'o');
for (i=1:1:length(n1)),
    line([fn1(i) fn1(i)],[0 Theta(i)'],'LineWidth',2);
end;
axis([0 fn1(nmax) -180 180]);
grid;
xlabel('Frequencia (Hz)');
ylabel('Ângulo (Graus)');

function M = Matriz(Rs,Ls,Rr,Lr,Lm,P,fo)
wo = 2*pi*fo;
%Constantes
p1 = 2*Rr;
p2 = 2*Lr + 3*Lm;
p3 = 3*Lm;
z1 = 2*Rs*Rr;
z2 = Rr*(2*Ls+3*Lm) + Rs*(2*Lr+3*Lm);
z3 = 2*Ls*Lr + 3*Lm*(Ls+Lr);
K = (9/8)*P*Lm;
%Parâmetros
for m=1:11,
    Wm = z3*(m^2)*(wo^2) - z1;
    Wd = (m^2)*(wo^2)*(z2^2) + (Wm^2);
    A = ((m^2)*(wo^2)*z2*p2 - p1*Wm)/Wd;
    B = m*wo*(p2*Wm + z2*p1)/Wd;
    I = ((m^2)*(wo^2)*z2*p3)/Wd;
    J = (m*wo*p3*Wm)/Wd;
    ModAB(m) = sqrt(A^2 + B^2);
    ModIJ(m) = sqrt(I^2 + J^2);
    OAB(m) = atan(-B/A);
    OIJ(m) = atan(-J/I);
end
M = zeros(11,11);
%Nível DC
M(01,01) = -K*ModAB(01)*ModIJ(01)*sin(OAB(01)-OIJ(01));
M(02,02) = K*ModAB(02)*ModIJ(02)*sin(OAB(02)-OIJ(02));

```

```

M(04,04) = -K*ModAB(04)*ModIJ(04)*sin(OAB(04)-OIJ(04));
M(05,05) = K*ModAB(05)*ModIJ(05)*sin(OAB(05)-OIJ(05));
M(07,07) = -K*ModAB(07)*ModIJ(07)*sin(OAB(07)-OIJ(07));
M(08,08) = K*ModAB(08)*ModIJ(08)*sin(OAB(08)-OIJ(08));
M(10,10) = -K*ModAB(10)*ModIJ(10)*sin(OAB(10)-OIJ(10));
M(11,11) = K*ModAB(11)*ModIJ(11)*sin(OAB(11)-OIJ(11));
%3ª Harmônica
M(01,02) = vetor(-K*ModAB(01)*ModIJ(02), (OAB(01)+OIJ(02))*180/pi);
M(01,04) = vetor( K*ModAB(01)*ModIJ(04), -(OAB(01)-OIJ(04))*180/pi);
M(02,01) = vetor( K*ModAB(02)*ModIJ(01), (OAB(02)+OIJ(01))*180/pi);
M(02,05) = vetor(-K*ModAB(02)*ModIJ(05), -(OAB(02)-OIJ(05))*180/pi);
M(04,01) = vetor(-K*ModAB(04)*ModIJ(01), (OAB(04)-OIJ(01))*180/pi);
M(04,07) = vetor( K*ModAB(04)*ModIJ(07), -(OAB(04)-OIJ(07))*180/pi);
M(05,02) = vetor( K*ModAB(05)*ModIJ(02), (OAB(05)-OIJ(02))*180/pi);
M(05,08) = vetor(-K*ModAB(05)*ModIJ(08), -(OAB(05)-OIJ(08))*180/pi);
M(07,04) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(04), (OAB(07)-OIJ(04))*180/pi);
M(07,10) = vetor( K*ModAB(07)*ModIJ(10), -(OAB(07)-OIJ(10))*180/pi);
M(08,05) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(05), (OAB(08)-OIJ(05))*180/pi);
M(08,11) = vetor(-K*ModAB(08)*ModIJ(11), -(OAB(08)-OIJ(11))*180/pi);
M(10,07) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(07), (OAB(10)-OIJ(07))*180/pi);
M(11,08) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(08), (OAB(11)-OIJ(08))*180/pi);
%6ª Harmônica
M(01,05) = vetor(-K*ModAB(01)*ModIJ(05), (OAB(01)+OIJ(05))*180/pi);
M(01,07) = vetor( K*ModAB(01)*ModIJ(07), -(OAB(01)-OIJ(07))*180/pi);
M(02,04) = vetor( K*ModAB(02)*ModIJ(04), (OAB(02)+OIJ(04))*180/pi);
M(02,08) = vetor(-K*ModAB(02)*ModIJ(08), -(OAB(02)-OIJ(08))*180/pi);
M(04,02) = vetor(-K*ModAB(04)*ModIJ(02), (OAB(04)+OIJ(02))*180/pi);
M(04,10) = vetor( K*ModAB(04)*ModIJ(10), -(OAB(04)-OIJ(10))*180/pi);
M(05,01) = vetor( K*ModAB(05)*ModIJ(01), (OAB(05)+OIJ(01))*180/pi);
M(05,11) = vetor(-K*ModAB(05)*ModIJ(11), -(OAB(05)-OIJ(11))*180/pi);
M(07,01) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(01), (OAB(07)-OIJ(01))*180/pi);
M(08,02) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(02), (OAB(08)-OIJ(02))*180/pi);
M(10,04) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(04), (OAB(10)-OIJ(04))*180/pi);
M(11,05) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(05), (OAB(11)-OIJ(05))*180/pi);
%9ª Harmônica
M(01,08) = vetor(-K*ModAB(01)*ModIJ(08), (OAB(01)+OIJ(08))*180/pi);
M(01,10) = vetor( K*ModAB(01)*ModIJ(10), -(OAB(01)-OIJ(10))*180/pi);
M(02,07) = vetor( K*ModAB(02)*ModIJ(07), (OAB(02)+OIJ(07))*180/pi);
M(02,11) = vetor(-K*ModAB(02)*ModIJ(11), -(OAB(02)-OIJ(11))*180/pi);
M(04,05) = vetor(-K*ModAB(04)*ModIJ(05), (OAB(04)+OIJ(05))*180/pi);
M(05,04) = vetor( K*ModAB(05)*ModIJ(04), (OAB(05)+OIJ(04))*180/pi);
M(07,02) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(02), (OAB(07)+OIJ(02))*180/pi);
M(08,01) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(01), (OAB(08)+OIJ(01))*180/pi);
M(10,01) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(01), (OAB(10)-OIJ(01))*180/pi);
M(11,02) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(02), (OAB(11)-OIJ(02))*180/pi);
%12ª Harmônica
M(01,11) = vetor(-K*ModAB(01)*ModIJ(11), (OAB(01)+OIJ(11))*180/pi);
M(02,10) = vetor( K*ModAB(02)*ModIJ(10), (OAB(02)+OIJ(10))*180/pi);
M(04,08) = vetor(-K*ModAB(04)*ModIJ(08), (OAB(04)+OIJ(08))*180/pi);
M(05,07) = vetor( K*ModAB(05)*ModIJ(07), (OAB(05)+OIJ(07))*180/pi);
M(07,05) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(05), (OAB(07)+OIJ(05))*180/pi);
M(08,04) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(04), (OAB(08)+OIJ(04))*180/pi);
M(10,02) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(02), (OAB(10)+OIJ(02))*180/pi);
M(11,01) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(01), (OAB(11)+OIJ(01))*180/pi);
%15ª Harmônica
M(04,11) = vetor(-K*ModAB(04)*ModIJ(11), (OAB(04)+OIJ(11))*180/pi);
M(05,10) = vetor( K*ModAB(05)*ModIJ(10), (OAB(05)+OIJ(10))*180/pi);
M(07,08) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(08), (OAB(07)+OIJ(08))*180/pi);
M(08,07) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(07), (OAB(08)+OIJ(07))*180/pi);
M(10,05) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(05), (OAB(10)+OIJ(05))*180/pi);
M(11,04) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(04), (OAB(11)+OIJ(04))*180/pi);
%18ª Harmônica
M(07,11) = vetor(-K*ModAB(07)*ModIJ(11), (OAB(07)+OIJ(11))*180/pi);
M(08,10) = vetor( K*ModAB(08)*ModIJ(10), (OAB(08)+OIJ(10))*180/pi);
M(10,08) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(08), (OAB(10)+OIJ(08))*180/pi);
M(11,07) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(07), (OAB(11)+OIJ(07))*180/pi);
%21ª Harmônica
M(10,11) = vetor(-K*ModAB(10)*ModIJ(11), (OAB(10)+OIJ(11))*180/pi);

```

```
M(11,10) = vetor( K*ModAB(11)*ModIJ(10), (OAB(11)+OIJ(10))*180/pi);
```

```
function y = Tq(x,Th,M)
    V01 = x(01); V02 = x(02); V04 = x(03); V05 = x(04);
    V07 = x(05); V08 = x(06); V10 = x(07); V11 = x(08);
    O01 = x(09); O02 = x(10); O04 = x(11); O05 = x(12);
    O07 = x(13); O08 = x(14); O10 = x(15); O11 = 0;
    y(01) = V01*V01*M(01,01) + V02*V02*M(02,02) + ...
            V04*V04*M(04,04) + V05*V05*M(05,05) + ...
            V07*V07*M(07,07) + V08*V08*M(08,08) + ...
            V10*V10*M(10,10) + V11*V11*M(11,11) - Th(01);
    y(02) = V01*V02*abs(M(01,02)+M(02,01))* ...
            cos(angle(M(01,02)+M(02,01)))+(01*O01+02*O02)*pi/180)+ ...
            V01*V04*abs(M(01,04)+M(04,01))* ...
            cos(angle(M(01,04)+M(04,01)))+(04*O04-01*O01)*pi/180)+ ...
            V02*V05*abs(M(02,05)+M(05,02))* ...
            cos(angle(M(02,05)+M(05,02)))+(05*O05-02*O02)*pi/180)+ ...
            V04*V07*abs(M(04,07)+M(07,04))* ...
            cos(angle(M(04,07)+M(07,04)))+(07*O07-04*O04)*pi/180)+ ...
            V05*V08*abs(M(05,08)+M(08,05))* ...
            cos(angle(M(05,08)+M(08,05)))+(08*O08-05*O05)*pi/180)+ ...
            V07*V10*abs(M(07,10)+M(10,07))* ...
            cos(angle(M(07,10)+M(10,07)))+(10*O10-07*O07)*pi/180)+ ...
            V08*V11*abs(M(08,11)+M(11,08))* ...
            cos(angle(M(08,11)+M(11,08)))+(11*O11-08*O08)*pi/180)-Th(02);
    y(03) = V01*V02*abs(M(01,02)+M(02,01))* ...
            sin(angle(M(01,02)+M(02,01)))+(01*O01+02*O02)*pi/180)+ ...
            V01*V04*abs(M(01,04)+M(04,01))* ...
            sin(angle(M(01,04)+M(04,01)))+(04*O04-01*O01)*pi/180)+ ...
            V02*V05*abs(M(02,05)+M(05,02))* ...
            sin(angle(M(02,05)+M(05,02)))+(05*O05-02*O02)*pi/180)+ ...
            V04*V07*abs(M(04,07)+M(07,04))* ...
            sin(angle(M(04,07)+M(07,04)))+(07*O07-04*O04)*pi/180)+ ...
            V05*V08*abs(M(05,08)+M(08,05))* ...
            sin(angle(M(05,08)+M(08,05)))+(08*O08-05*O05)*pi/180)+ ...
            V07*V10*abs(M(07,10)+M(10,07))* ...
            sin(angle(M(07,10)+M(10,07)))+(10*O10-07*O07)*pi/180)+ ...
            V08*V11*abs(M(08,11)+M(11,08))* ...
            sin(angle(M(08,11)+M(11,08)))+(11*O11-08*O08)*pi/180)-Th(03);
    y(04) = V01*V05*abs(M(01,05)+M(05,01))* ...
            cos(angle(M(01,05)+M(05,01)))+(01*O01+05*O05)*pi/180)+ ...
            V01*V07*abs(M(01,07)+M(07,01))* ...
            cos(angle(M(01,07)+M(07,01)))+(07*O07-01*O01)*pi/180)+ ...
            V02*V04*abs(M(02,04)+M(04,02))* ...
            cos(angle(M(02,04)+M(04,02)))+(02*O02+04*O04)*pi/180)+ ...
            V02*V08*abs(M(02,08)+M(08,02))* ...
            cos(angle(M(02,08)+M(08,02)))+(08*O08-02*O02)*pi/180)+ ...
            V04*V10*abs(M(04,10)+M(10,04))* ...
            cos(angle(M(04,10)+M(10,04)))+(10*O10-04*O04)*pi/180)+ ...
            V05*V11*abs(M(05,11)+M(11,05))* ...
            cos(angle(M(05,11)+M(11,05)))+(11*O11-05*O05)*pi/180)-Th(04);
    y(05) = V01*V05*abs(M(01,05)+M(05,01))* ...
            sin(angle(M(01,05)+M(05,01)))+(01*O01+05*O05)*pi/180)+ ...
            V01*V07*abs(M(01,07)+M(07,01))* ...
            sin(angle(M(01,07)+M(07,01)))+(07*O07-01*O01)*pi/180)+ ...
            V02*V04*abs(M(02,04)+M(04,02))* ...
            sin(angle(M(02,04)+M(04,02)))+(02*O02+04*O04)*pi/180)+ ...
            V02*V08*abs(M(02,08)+M(08,02))* ...
            sin(angle(M(02,08)+M(08,02)))+(08*O08-02*O02)*pi/180)+ ...
            V04*V10*abs(M(04,10)+M(10,04))* ...
            sin(angle(M(04,10)+M(10,04)))+(10*O10-04*O04)*pi/180)+ ...
            V05*V11*abs(M(05,11)+M(11,05))* ...
            sin(angle(M(05,11)+M(11,05)))+(11*O11-05*O05)*pi/180)-Th(05);
    y(06) = V01*V08*abs(M(01,08)+M(08,01))* ...
            cos(angle(M(01,08)+M(08,01)))+(01*O01+08*O08)*pi/180)+ ...
            V01*V10*abs(M(01,10)+M(10,01))* ...
            cos(angle(M(01,10)+M(10,01)))+(10*O10-01*O01)*pi/180)+ ...
            V02*V07*abs(M(02,07)+M(07,02))* ...
```



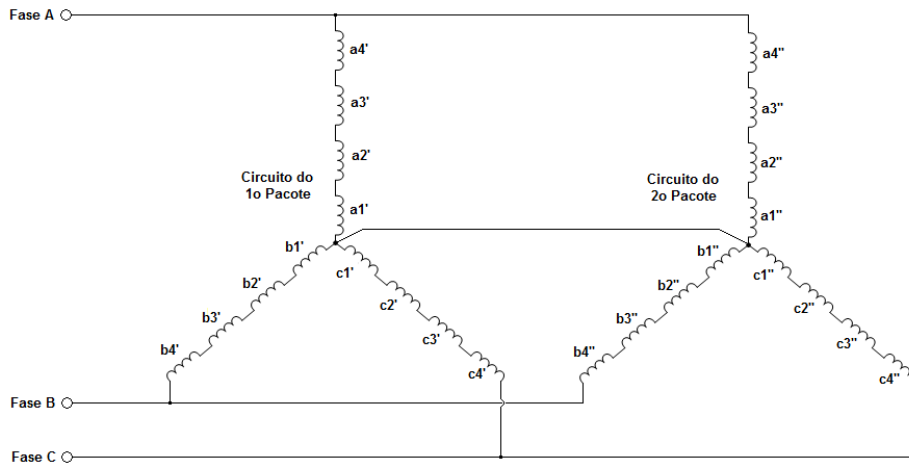
```

cos(angle(M(02,07)+M(07,02))+(02*002+07*007)*pi/180)+ ...
V02*V11*abs(M(02,11)+M(11,02))* ...
cos(angle(M(02,11)+M(11,02))+(11*011-02*002)*pi/180)+ ...
V04*V05*abs(M(04,05)+M(05,04))* ...
cos(angle(M(04,05)+M(05,04))+(04*004+05*005)*pi/180)-Th(06);
y(07) = V01*V08*abs(M(01,08)+M(08,01))* ...
sin(angle(M(01,08)+M(08,01))+(01*001+08*008)*pi/180)+ ...
V01*V10*abs(M(01,10)+M(10,01))* ...
sin(angle(M(01,10)+M(10,01))+(10*010-01*001)*pi/180)+ ...
V02*V07*abs(M(02,07)+M(07,02))* ...
sin(angle(M(02,07)+M(07,02))+(02*002+07*007)*pi/180)+ ...
V02*V11*abs(M(02,11)+M(11,02))* ...
sin(angle(M(02,11)+M(11,02))+(11*011-02*002)*pi/180)+ ...
V04*V05*abs(M(04,05)+M(05,04))* ...
sin(angle(M(04,05)+M(05,04))+(04*004+05*005)*pi/180)-Th(07);
y(08) = V01*V11*abs(M(01,11)+M(11,01))* ...
cos(angle(M(01,11)+M(11,01))+(01*001+11*011)*pi/180)+ ...
V02*V10*abs(M(02,10)+M(10,02))* ...
cos(angle(M(02,10)+M(10,02))+(02*002+10*010)*pi/180)+ ...
V04*V08*abs(M(04,08)+M(08,04))* ...
cos(angle(M(04,08)+M(08,04))+(04*004+08*008)*pi/180)+ ...
V05*V07*abs(M(05,07)+M(07,05))* ...
cos(angle(M(05,07)+M(07,05))+(05*005+07*007)*pi/180)-Th(08);
y(09) = V01*V11*abs(M(01,11)+M(11,01))* ...
sin(angle(M(01,11)+M(11,01))+(01*001+11*011)*pi/180)+ ...
V02*V10*abs(M(02,10)+M(10,02))* ...
sin(angle(M(02,10)+M(10,02))+(02*002+10*010)*pi/180)+ ...
V04*V08*abs(M(04,08)+M(08,04))* ...
sin(angle(M(04,08)+M(08,04))+(04*004+08*008)*pi/180)+ ...
V05*V07*abs(M(05,07)+M(07,05))* ...
sin(angle(M(05,07)+M(07,05))+(05*005+07*007)*pi/180)-Th(09);
y(10) = V04*V11*abs(M(04,11)+M(11,04))* ...
cos(angle(M(04,11)+M(11,04))+(04*004+11*011)*pi/180)+ ...
V05*V10*abs(M(05,10)+M(10,05))* ...
cos(angle(M(05,10)+M(10,05))+(05*005+10*010)*pi/180)+ ...
V07*V08*abs(M(07,08)+M(08,07))* ...
cos(angle(M(07,08)+M(08,07))+(07*007+08*008)*pi/180)-Th(10);
y(11) = V04*V11*abs(M(04,11)+M(11,04))* ...
sin(angle(M(04,11)+M(11,04))+(04*004+11*011)*pi/180)+ ...
V05*V10*abs(M(05,10)+M(10,05))* ...
sin(angle(M(05,10)+M(10,05))+(05*005+10*010)*pi/180)+ ...
V07*V08*abs(M(07,08)+M(08,07))* ...
sin(angle(M(07,08)+M(08,07))+(07*007+08*008)*pi/180)-Th(11);
y(12) = V07*V11*abs(M(07,11)+M(11,07))* ...
cos(angle(M(07,11)+M(11,07))+(07*007+11*011)*pi/180)+ ...
V08*V10*abs(M(08,10)+M(10,08))* ...
cos(angle(M(08,10)+M(10,08))+(08*008+10*010)*pi/180)-Th(12);
y(13) = V07*V11*abs(M(07,11)+M(11,07))* ...
sin(angle(M(07,11)+M(11,07))+(07*007+11*011)*pi/180)+ ...
V08*V10*abs(M(08,10)+M(10,08))* ...
sin(angle(M(08,10)+M(10,08))+(08*008+10*010)*pi/180)-Th(13);
y(14) = V10*V11*abs(M(10,11)+M(11,10))* ...
cos(angle(M(10,11)+M(11,10))+(10*010+11*011)*pi/180)-Th(14);
y(15) = V10*V11*abs(M(10,11)+M(11,10))* ...
sin(angle(M(10,11)+M(11,10))+(10*010+11*011)*pi/180)-Th(15);

```

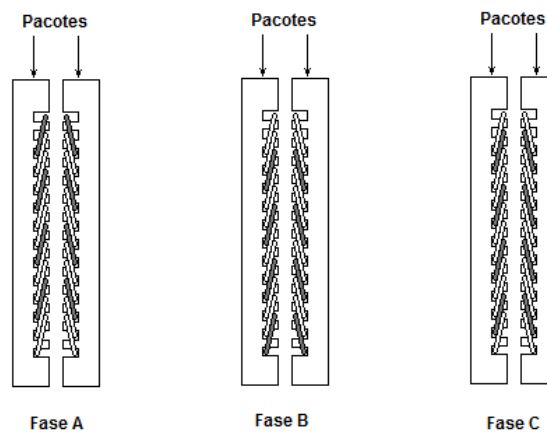
Determinação dos parâmetros elétricos do MIL

Este apêndice mostra os passos para a determinação dos parâmetros do motor de indução linear utilizado neste trabalho. O resultado dos parâmetros achados se encontra na Tabela XIV, no corpo do trabalho. O motor de indução utilizado é composto de quatro bobinas por fase por pacote, e sua forma de ligação em estrela é apresentada na Figura abaixo.



A determinação dos parâmetros do motor de indução linear está baseada na medição das resistências do estator, no ensaio com bobina de sonda e nos ensaios com o motor em vazio e bloqueado. A montagem experimental que possibilitou esse levantamento é a mesma que foi utilizada no motor rotativo convencional, só que aplicada ao motor linear. Um esquema desta montagem foi apresentado na Figura 49 presente no corpo deste trabalho.

A figura abaixo mostra o que são os pacotes e a localização das bobinas de cada fase, coloridas em um tom de cinza. Essas definições serão utilizadas durante os ensaios que se seguirão.



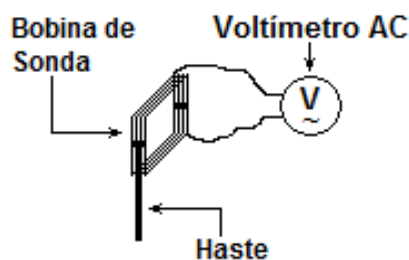
a) Resistência do estator por fase

A medição das resistências estatóricas foi realizada por fase, e em cada pacote separadamente. O valor da resistência é obtido por um multímetro de precisão, modelo HP-34401A, a uma temperatura de 25 °C e corrigido para uma temperatura de 35 °C, utilizando a equação abaixo.

$$R_{T(35^{\circ})} = R_{T(25^{\circ})} \cdot \frac{234,5 + 35}{234,5 + 25}$$

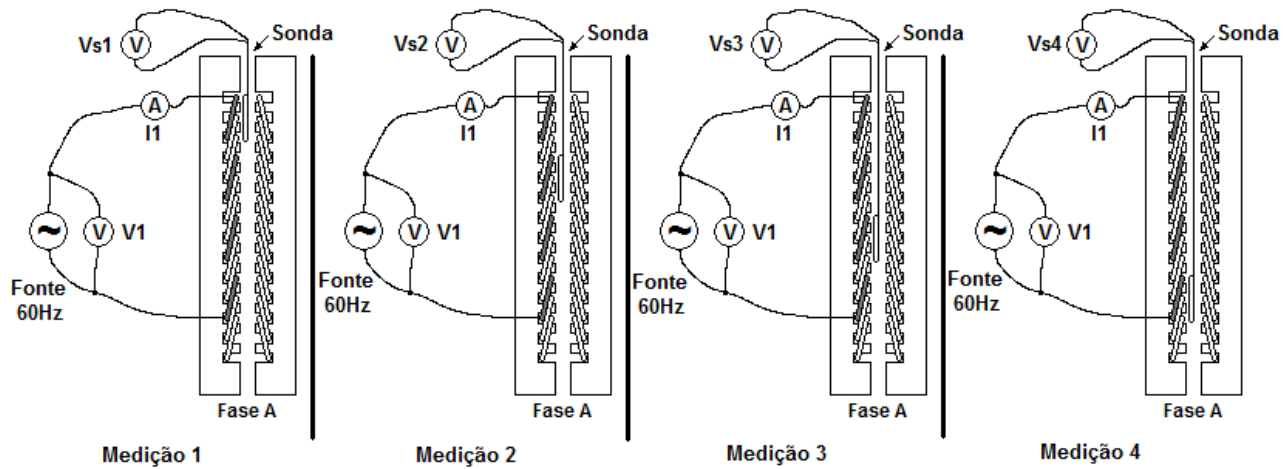
b) Reatância de dispersão por fase

As reatâncias de dispersão são determinadas para cada fase de cada pacote, desta forma, serão necessários 6 conjuntos de medições no total. O ensaio consiste em alimentar um enrolamento de uma fase de um dos pacotes, permanecendo os demais enrolamentos desenergizados, e medir a tensão induzida no enrolamento energizado. Neste ensaio o linor é retirado e o entreferro é mantido com a mesma distância original. Com o auxílio de uma bobina de sonda de 11 espiras, mostrada na figura abaixo, com o mesmo passo polar que as bobinas do estator da máquina, a tensão induzida em seus terminais é medida quando colocada no entreferro na posição axial às bobinas da fase energizada.

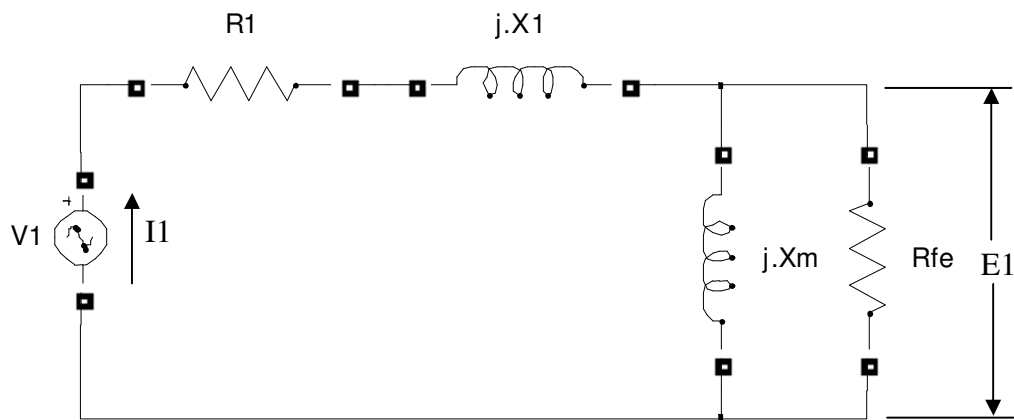


Além da tensão induzida nos terminais da bobina de sonda, é necessária a medição dos módulos e ângulos de fase da tensão e da corrente na fase energizada. A seguir tem-se uma figura com um exemplo do primeiro conjunto de medições na fase A no primeiro pacote, onde as bobinas energizadas estão em cinza. Considera-se que os voltímetros e amperímetros mostrados na figura

são capazes de medir o ângulo das tensões e correntes. Repete-se esse conjunto de medições para todas as outras fases de cada pacote.



A figura abaixo mostra o circuito equivalente por fase para o primário de um Motor de Indução Linear sem o linor.



Os valores de $V1$, $R1$ e $I1$, bem como $E1$, foram medidos. $E1$ é proporcional à soma das tensões induzidas na bobina de sonda. Seu cálculo é mostrado abaixo.

$$E1 = \frac{N1}{N_{sonda}} \cdot (Vs1 + Vs2 + Vs3 + Vs4)$$

Em que:

$Vsx \rightarrow$ Tensões induzidas na bobina de sonda por cada bobina de fase

$N1 \rightarrow$ Número de espiras de cada bobina de fase (150 espiras)

Nsonda → Número de espiras da bobina e sonda (11 espiras)

E1 → Tensão induzida na fase

Após calcular a tensão induzida na fase realiza-se a seguinte sequência de cálculo para se obter a indutância de dispersão por fase.

$$P1 = |V1| \cdot |I1| \cdot \cos(\theta_{V1} - \theta_{I1})$$

$$P_{R1} = R1 \cdot |I1|^2$$

$$R_{fe} = \frac{E1^2}{P1 - P_{R1}}$$

$$|I_{fe}| = \frac{E1}{R_{fe}}$$

$$|I_m| = \sqrt{|I1|^2 - |I_{fe}|^2}$$

$$X_m = \frac{E1}{|I_m|}$$

$$Z_o = \frac{R_{fe} \cdot jX_m}{R_{fe} + jX_m}$$

$$Z_{eq} = V1 / I1$$

$$X_d = \text{imag}(Z_{eq}) - \text{imag}(Z_o)$$

Ao final da sequência de cálculo é obtida a indutância de dispersão da referida fase e pacote.

Após calcular a indutância de cada fase e de cada pacote, pode-se obter a resistência do estator e impedância de dispersão dos dois pacotes em paralelo, por meio das equações abaixo.

$$R_a + jX_{da} = (R_a' + jX_{da}') // (R_a'' + jX_{da}'')$$

$$R_b + jX_{db} = (R_b' + jX_{db}') // (R_b'' + jX_{db}'')$$

$$R_c + jX_{dc} = (R_c' + jX_{dc}') // (R_c'' + jX_{dc}'')$$

Em que:

R_a , R_b e R_c → Resistência estatórica dos pacotes em paralelo

X_{da} , X_{db} e X_{dc} → Reatância de dispersão dos pacotes em paralelo

$R_a', R_b' e R_c'$ → Resistência estatórica do primeiro pacote

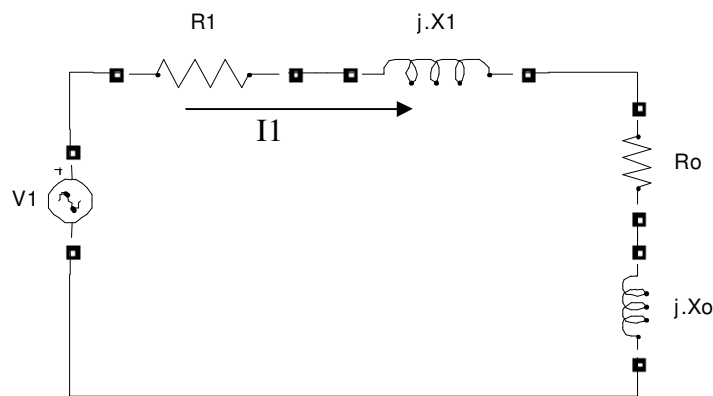
$X_{da}', X_{db}' e X_{dc}'$ → Reatância de dispersão do primeiro pacote

$R_a'', R_b'' e R_c''$ → Resistência estatórica do segundo pacote

$X_{da}'', X_{db}'' e X_{dc}''$ → Reatância de dispersão do segundo pacote

c) Ensaio em Vazio

O ensaio a vazio no motor de indução linear é feito sem o linor, deste modo conectam-se os dois pacotes do motor em estrela com ponto comum flutuante, colocando-os em paralelo e alimenta-se o motor com tensões trifásicas. Assim, calculam-se os parâmetros em vazio do motor, representados no circuito equivalente sob essas condições mostradas abaixo.



Para calcular estes parâmetros realiza-se a seguinte sequência de cálculos.

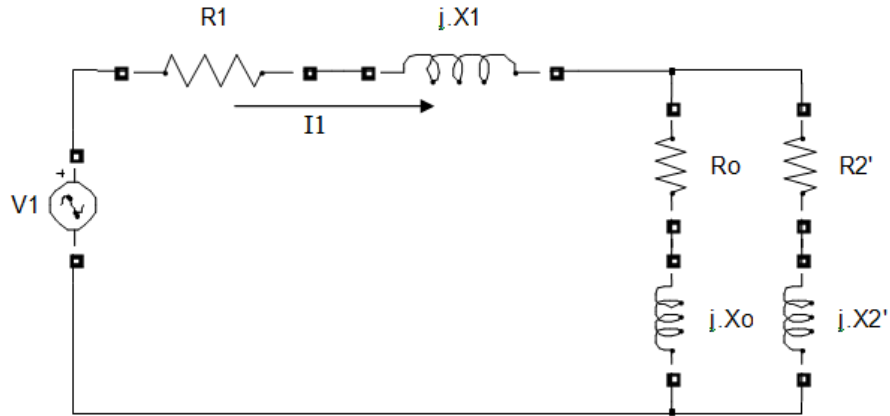
$$E1 = V1 - (R1 + jX1) \cdot I1$$

$$Z_o = \frac{E1}{I1}$$

$$R_o = \text{real}(Z_o) \text{ e } X_o = \text{imag}(Z_o)$$

d) Ensaio com o linor bloqueado

No ensaio com o rotor bloqueado, repete-se a mesma configuração do ensaio a vazio, mas agora com o linor. O linor deve ser instalado de tal maneira que a força sobre ele o direcione para baixo, bloqueando o movimento. O circuito equivalente do motor com o linor é mostrado a seguir.



Os parâmetros R_o e X_o foram obtidos no ensaio a vazio e o objetivo, agora, é obter os valores do rotor, que são $R2'$ e $X2'$. Para isto basta seguir a sequência de cálculo abaixo.

$$E1 = V1 - (R_s + jX_d) \cdot I1$$

$$Z_{e'} = \frac{E1}{I1}$$

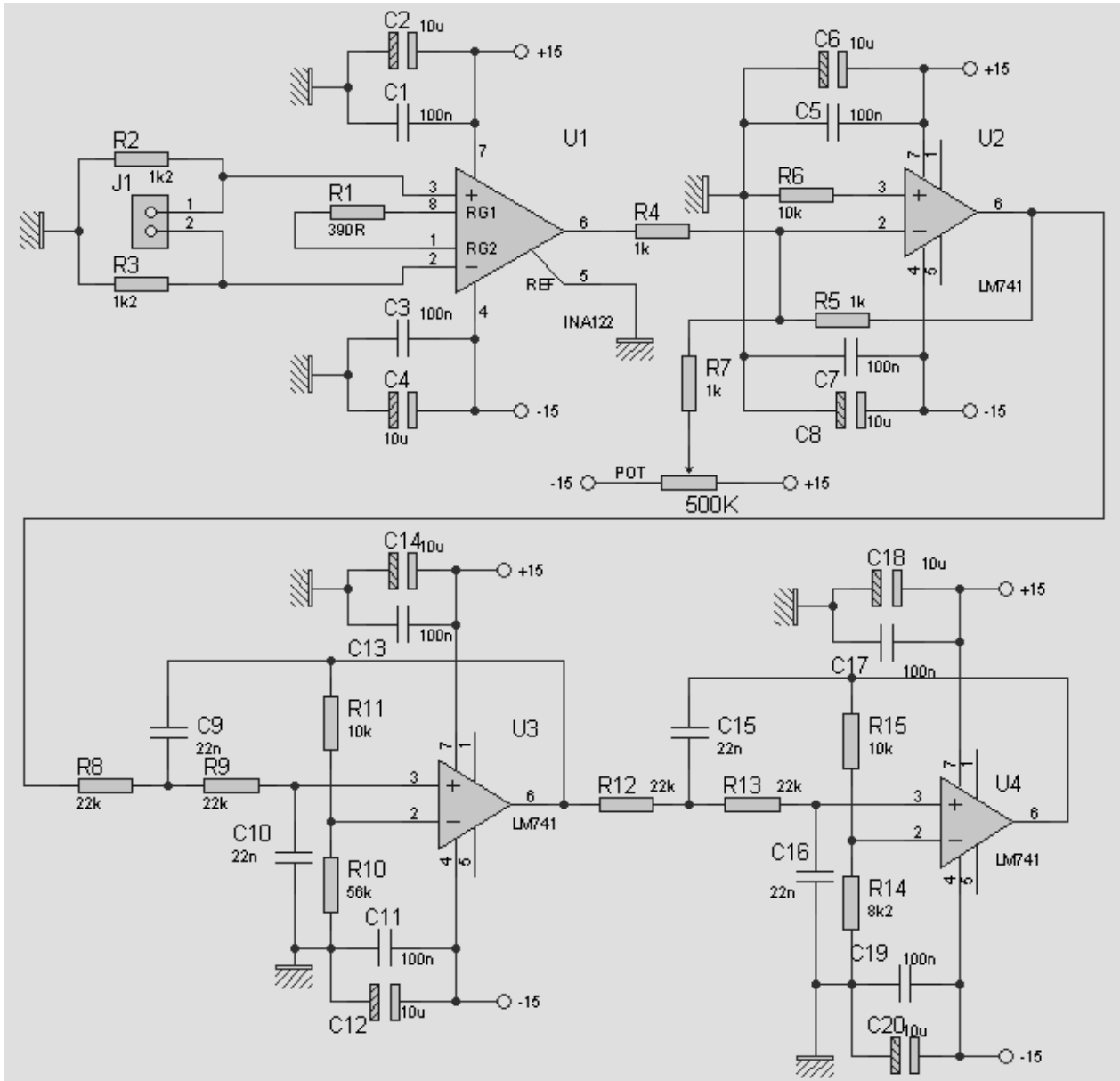
$$Z2' = \frac{Z_o \cdot Z_{e'}}{Z_o - Z_{e'}}$$

$$R2' = \text{real}(Z2') \text{ e } X2' = \text{imag}(Z2')$$

d) Indutância de magnetização

Para calcular a indutância de magnetização utilizam-se os dados da impedância do rotor e da impedância equivalente com o rotor bloqueado, conseguidos no último ensaio, aplicando-os na fórmula abaixo.

$$X_m = \text{imag} \left(\frac{Z2' \cdot Z_{e'}}{Z2' - Z_{e'}} \right)$$




```
#include "D:\Andre\Arquivos C\Tese\Dr2.h"
//Variáveis Globais
int1 ck=0;
int8 nerro=0;
int16 sobt=0,sobc=0,opt=50,opc=50;

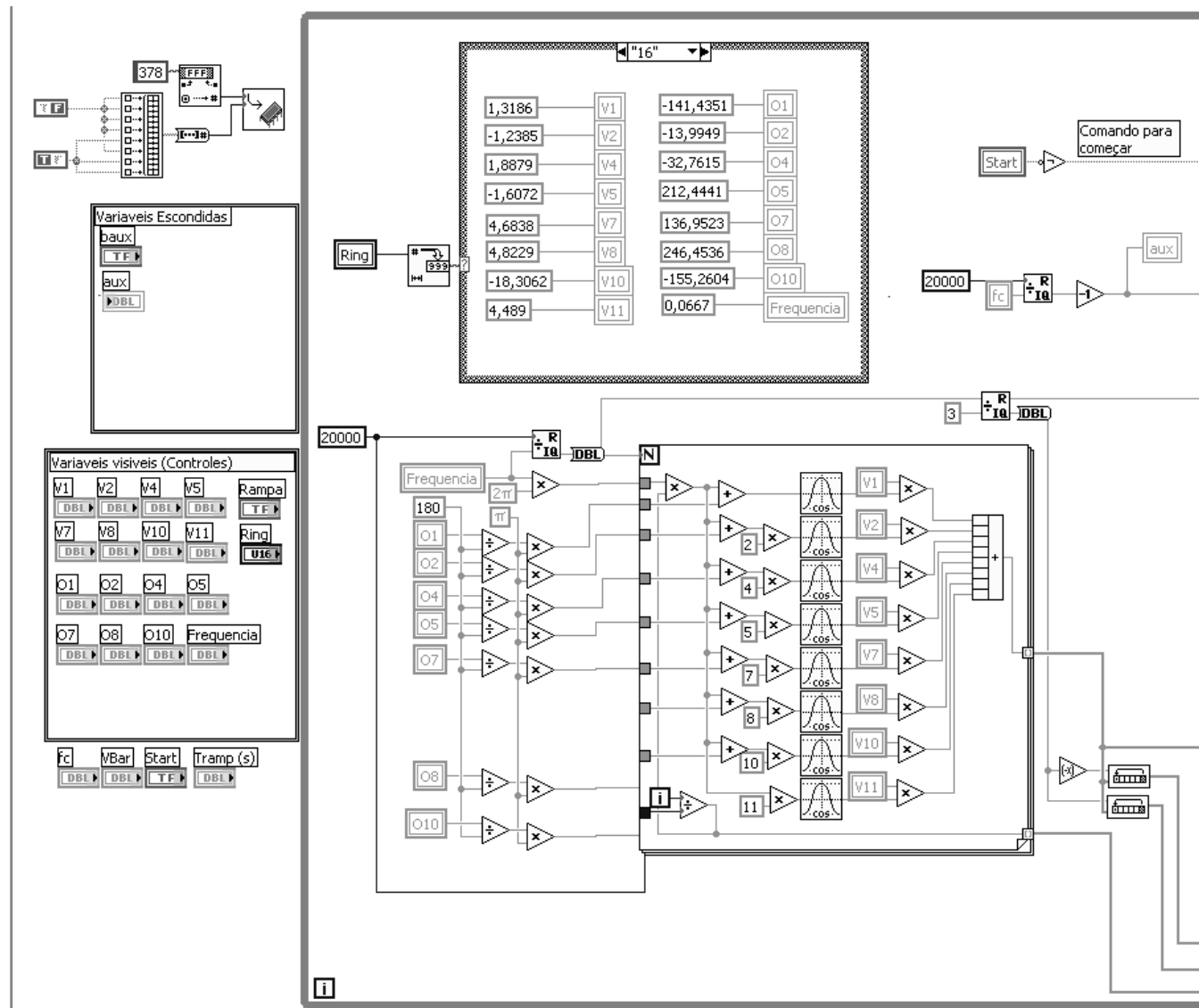
#int_RTCC
void TIMER0_isr(void)
{
    set_rtcc(27748);
    if (sobt<32000) {sobt=sobt+1;}
    if (sobc<32000) {sobc=sobc+1;}
}

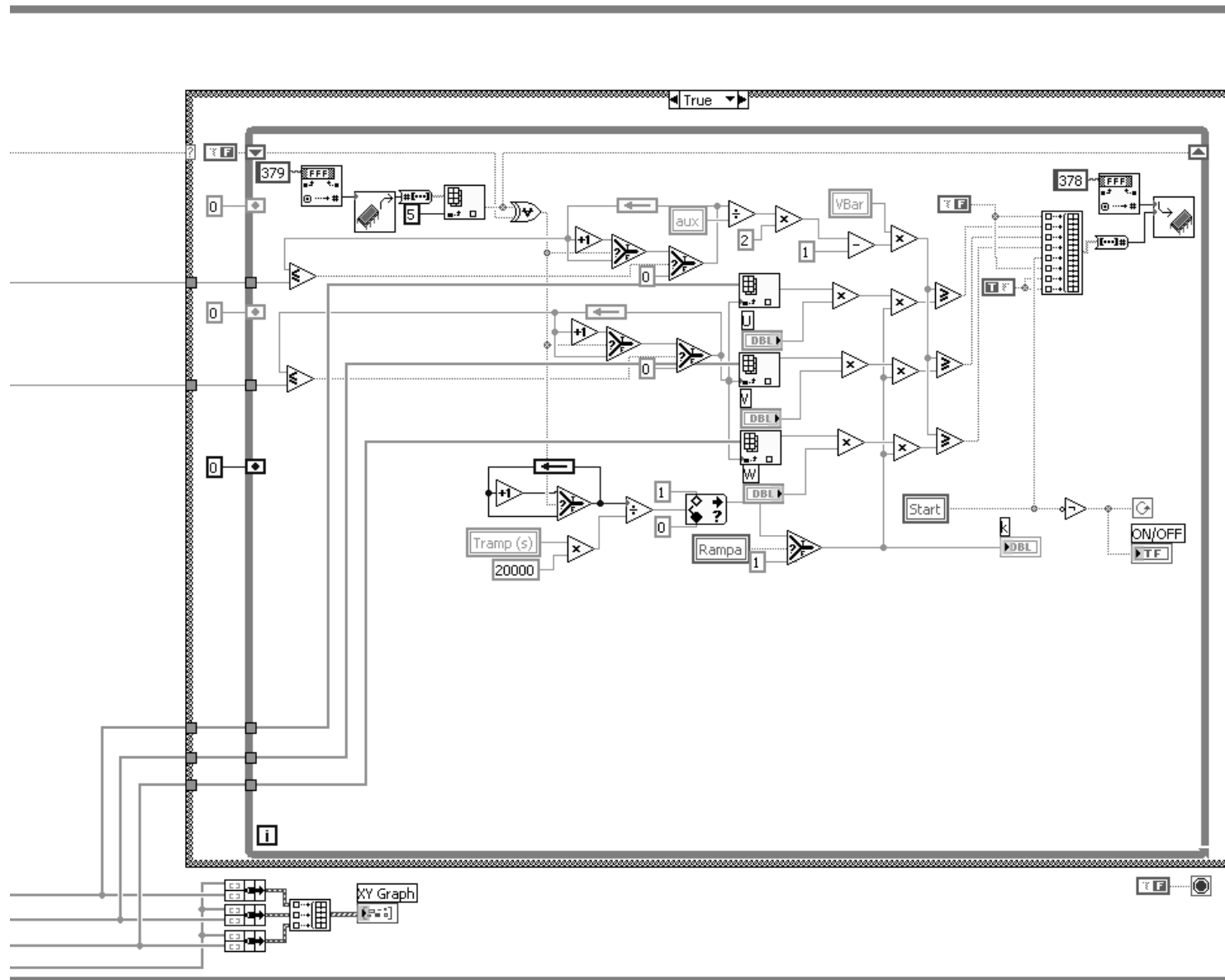
#int_TIMER2
void TIMER2_isr(void)
{
    ck = !ck;
    output_bit(PIN_C0,ck);
}

void main()
{
    setup_adc_ports(NO_ANALOGS);
    setup_adc(ADC_OFF);
    setup_psp(PSP_DISABLED);
    setup_ccpl (CCP_OFF);
    setup_timer_0(RTCC_INTERNAL|RTCC_DIV_128);
    setup_timer_1(T1_DISABLED);
    setup_timer_2(T2_DIV_BY_1,125,1);
    enable_interrupts(INT_TIMER2);
    enable_interrupts(INT_RTCC);
    enable_interrupts(GLOBAL);
    set_tris_c(0x00);
    set_tris_a(0x1f);
    set_tris_b(0xff);
    output_bit(PIN_C5,1); // bloqueia saída
    output_bit(PIN_C7,1); // Liga rele
    // apaga display
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,0);
    output_bit(PIN_C2,0);output_bit(PIN_C1,0);
    //Loop Principal
    while(1)
    {
        //Erro se desconectado
        if ((input_state(PIN_B0)))
        {
            nerro=8;
            //Saída número 8
            output_bit(PIN_C4,1);output_bit(PIN_C3,0);
            output_bit(PIN_C2,0);output_bit(PIN_C1,0);
            output_bit(PIN_C5,1); // Bloqueia Saída
            output_bit(PIN_C7,0); // Desliga Rele
        }
        //Erro Sobretenção
        if ((nerro<8)&&input_state(PIN_B2))
        {
            if (sobt>opt)
            {
                nerro=7;
                //Saída número 7
                output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,1);
                output_bit(PIN_C2,1);output_bit(PIN_C1,1);
                output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
                output_bit(PIN_C7,0); // Desliga Rele
            }
        }
        else {sobt=0;}
    }
}
```

```
//Erro Sobrecorrente
if ((nerro<7)&&input_state(PIN_A5))
{
    if (sobc>opc)
    {
        nerro=6;
        //Saída número 6
        output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,1);
        output_bit(PIN_C2,1);output_bit(PIN_C1,0);
        output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
        output_bit(PIN_C7,0); // Desliga Rele
    }
}
else {sobc=0;}
//Erro U
if ((nerro<6)&&!input_state(PIN_B3))
{
    nerro=5;
    //Saída número 5
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,1);
    output_bit(PIN_C2,0);output_bit(PIN_C1,1);
    output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
}
//Erro V
if ((nerro<5)&&!input_state(PIN_B4))
{
    nerro=4;
    //Saída número 4
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,1);
    output_bit(PIN_C2,0);output_bit(PIN_C1,0);
    output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
}
//Erro W
if ((nerro<4)&&!input_state(PIN_B5))
{
    nerro=3;
    //Saída número 3
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,0);
    output_bit(PIN_C2,1);output_bit(PIN_C1,1);
    output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
}
//Erro B
if ((nerro<3)&&!input_state(PIN_B6))
{
    nerro=2;
    //Saída número 2
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,0);
    output_bit(PIN_C2,1);output_bit(PIN_C1,0);
    output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia Saída
}
//Soft ou sem erro
if ((nerro<2))
{
    nerro=input_state(PIN_B1);
    //Saída número 0 ou 1
    output_bit(PIN_C4,0);output_bit(PIN_C3,0);
    output_bit(PIN_C2,0);
    if (nerro)
    {
        output_high(PIN_C1);
        output_bit(PIN_C5,1); //Bloqueia
        //Checa entradas de Tpo
        if ((!input_state(PIN_A0))&&(!input_state(PIN_A1)))
        {opt=50;}
        if ((!input_state(PIN_A0))&&(input_state(PIN_A1)))
        {opt=100;}
        if ((input_state(PIN_A0))&&(!input_state(PIN_A1)))
        {opt=150;}
    }
}
```

```
        if ((input_state(PIN_A0)) && (input_state(PIN_A1)))
        {opt=200;}
        if ((!input_state(PIN_A2)) && (!input_state(PIN_A3)))
        {opc=50;}
        if ((!input_state(PIN_A2)) && (input_state(PIN_A3)))
        {opc=100;}
        if ((input_state(PIN_A2)) && (!input_state(PIN_A3)))
        {opc=150;}
        if ((input_state(PIN_A2)) && (input_state(PIN_A3)))
        {opc=200;}
    }
    else
    {
        output_low(PIN_C1);
        output_bit(PIN_C5,0); //Desbloqueia
    }
}
//Checa reset
if (input_state(PIN_B7))
{
    nerro=0;
    output_bit(PIN_C7,1); //Liga rele
}
}
```





Lista de Publicações

GONTIJO, A. L.; Neto, L. M.; “Modelagem do Motor de Indução Trifásico Alimentado de Forma Não Tradicional – Conversor Eletromecânico de Conjugado”. Revista Eletrônica de Potência, 2010. (Artigo Publicado).

GONTIJO, A. L.; Neto, L. M.; Wu, M.; Calixto, W. P.; “Linear Induction Machine Fed on a Non Traditional Manner to Generate Force Pulses at Low Speeds”. Science Direct – Electric Power Systems Research, 2010. (Artigo Submetido).

WU, M.; Neto, L. M.; Alves, A. J. ; Calixto, W. P.; Gontijo, A. L.; “Análise Teórica-Experimental do Gerador de Indução”. PCH Notícias & SHP News, 2009. (Artigo Publicado)

GONTIJO, A. L.; Neto, L. M.; “Um Método de Medição da Potência Ativa Utilizando Somente Valores Eficazes”. In: VI Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica. Uberlândia: Faculdade de Engenharia Elétrica, 2008. V. CD. (Artigo Publicado)

NETO, L. M.; Silva, R. V. R.; Gontijo, A. L.; “Comportamento do Motor de Indução Trifásico Alimentado por Inversor de Frequência Incluindo os Efeitos da Saturação Magnética”. Revista Eletrônica de Potência, vol. 10, n. 2, pp. 1-8, Nov. 2005. (Artigo Publicado)