

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ATENUAÇÃO DE HARMÔNICOS NOS GERADORES  
SÍNCRONOS PROVENIENTES DAS CARGAS NÃO  
LINEARES UTILIZANDO GERADORES DE INDUÇÃO**

Edval Delbone

[UFU/FEELT]  
[Uberlândia - Minas Gerais - Brasil]  
2012



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ATENUAÇÃO DE HARMÔNICOS NOS GERADORES  
SÍNCRONOS PROVENIENTES DAS CARGAS NÃO  
LINEARES UTILIZANDO GERADORES DE INDUÇÃO**

Edval Delbone

Tese apresentada à Banca Examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

[UFU/FEELT]  
[Uberlândia - Minas Gerais - Brasil]  
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistemas da Bibliotecas da UFU, MG - Brasil

---

D344a Delbone, Edval, 1960.

Atenuação de Harmônicos nos Geradores Síncronos Provenientes das Cargas Não Lineares Utilizando Geradores de Indução [manuscrito]/ Edval Delbone. – [Uberlândia - Minas Gerais - Brasil]: [UFU/FEELT], 2012.

148 f. : il.

Orientador: Luciano Martins Neto - UFU.

Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Inclui bibliografia.

1.Engenharia elétrica - Teses. 2.Harmônicos (Ondas elétricas) - Teses. 3.Sistemas de energia elétrica - Teses. I. Martins Neto, Luciano, 1948. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título

CDU 621.3

---

Copyright © 2012 by Federal University of Uberlandia - UFU, Brazil. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, eletronic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or otherwise, without written permission from the Library of UFU, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

*“Seguir um objetivo sem parar, esse é o segredo do sucesso”.*

ANA PAVLOVA



*A Deus pela vida que tem me dado. A minha mãe Lúcia,  
ao meu pai Arcidio (póstuma) e aos meus irmãos: Nadir,  
Cláudio, José Augusto e a Rosemary. Aos meus amigos e  
colaboradores que tanto me incentivaram neste trabalho.*



## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, ao professor Luciano Martins Neto pela inestimável orientação e dedicação, a qual se mostrou decisiva para a conclusão com sucesso deste trabalho.

Aos amigos de doutorado Manoel Berto Alves e Silvério Penin Y Santos pela orientação e companheirismo nos momentos de dúvida.

Aos amigos Elias Felipe de Carvalho, Paulo Adriano Jiurgiu, João Marcos Brito da Silva, Marcelo Martins Oliveira e Walter Ragnev pelo companheirismo e apoio na realização deste trabalho.

A Marli Junqueira Buzzi e Cinara Fagundes Paranhos Mattos pela amizade e auxílio na secretaria de pós-graduação.

Aos amigos Wesley Pacheco Calixto & Matheus Garcia Soares pelas incansáveis ajudas

A Deus pela oportunidade desta existência.



## RESUMO

Este trabalho demonstra a viabilidade teórica e experimental de um gerador de indução funcionar como um atenuador dos harmônicos nos geradores principais do sistema elétrico de potência, ou seja, os geradores síncronos. Foram analisadas as máquinas de indução e síncronas do ponto de vista físico e estabelecidas modelagens matemáticas no domínio da frequência, a fim de comprovar o objetivo da tese. Foram realizadas também, simulações computacionais no domínio do tempo e ensaios em laboratório para verificar os níveis de atenuação de harmônicos de corrente (THDi) em conformidade com os limites máximos de distorções harmônicas de tensão (THDv) normalizados. Apresenta-se também neste trabalho um estudo de viabilidade técnica e econômica de uma aplicação típica.

**Palavras-chave:** harmônicas, gerador síncrono, gerador de indução, sistema elétrico de potência interligado.



# ATTENUATION OF HARMONICS ON SYNCHRONOUS GENERATORS ARISING FROM NONLINEAR LOADS USING INDUCTION GENERATORS

## ABSTRACT

This work demonstrates the theoretical and experimental feasibility of a induction generator to work as an attenuator of the harmonics in main generators of on the electric power system, i.e., the synchronous generators. The induction and synchronous machines were analyzed in physical terms and established mathematical modeling in the frequency domain in order to prove the purpose of the thesis. Computer simulations were also carried out in the time domain and laboratory tests were made to check levels of attenuation of current harmonics (THDi) in accordance with the maximum standardized voltage harmonic distortion (THDv). Furthermore, this work presents a study of technical and economical feasibility of a typical application.

**Keywords:** harmonics, synchronous generator, induction generator, interconnected electric power system.



## SUMÁRIO

Pág.

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE SÍMBOLOS

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>25</b>
1.1 Objetivo . . . . .	29
1.2 Revisão Bibliográfica . . . . .	29
1.3 Desenvolvimento . . . . .	34
<b>CAPÍTULO 2 ANÁLISE TEÓRICA</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1 Equações Básicas de uma Máquina Elétrica de Corrente Alternada . . . . .	35
2.1.1 Forças Magneto Motrizes Girantes . . . . .	35
2.1.2 Equações Elétricas Genéricas . . . . .	38
2.2 Análise Física do Funcionamento dos Geradores de Indução e Síncrono . . . . .	39
2.2.1 Gerador de Indução Trifásico em Regime Permanente Senoidal . . . . .	39
2.2.2 Gerador de Indução Trifásico em Regime Permanente Não Senoidal . . . . .	51
2.2.3 Gerador Síncrono Trifásico em Regime Permanente Senoidal . . . . .	67
2.2.4 Gerador Síncrono Trifásico em Regime Permanente Não Senoidal . . . . .	72
2.3 Modelagem Matemática dos Geradores de Indução e Síncrono . . . . .	86
2.3.1 Máquina de Indução . . . . .	86
2.3.2 Máquina Síncrona . . . . .	94
2.3.3 Comparação entre as Máquina de Indução e Síncrona . . . . .	101
<b>CAPÍTULO 3 SIMULAÇÕES DIGITAIS</b> . . . . .	<b>103</b>
3.1 Modelagem Matemática para a Simulação Digital . . . . .	105
3.2 Sistema Elétrico de Potência Interligado - Simulação . . . . .	107
3.3 Resultados da Simulação Computacional . . . . .	108
3.3.1 Características de THDi para THDv de 4,9%. . . . .	110
3.3.2 Características de THDi para THDv de 2,8%. . . . .	117

3.3.3	Características de THDi para THDv de 0,8%.	123
3.4	Comentários.	129
<b>CAPÍTULO 4 ANÁLISE EXPERIMENTAL</b>		<b>131</b>
4.1	Resultados.	131
4.2	Comentários.	133
<b>CAPÍTULO 5 UMA APLICAÇÃO TÍPICA</b>		<b>135</b>
5.1	Estudo de Caso	136
5.1.1	Viabilidade Econômica.	138
5.2	Comentários.	141
<b>CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO</b>		<b>143</b>
6.1	Proposta de Estudos Futuros	143
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>145</b>
<b>ANEXO A</b>	<b>Distribuição Espacial Senoidal de <math>f_{mm}</math> Pulsante</b>	<b>147</b>

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Linhas de transmissão de 138, 230, 345, 440, 500, 600 e 750 $kV$ (ONS). . . . .	26
2.1 $fmm$ girantes. . . . .	37
2.2 Corte linearizado da máquina de indução - $fmm_{E0}$ . . . . .	39
2.3 Polaridade da tensão induzida - rotor. . . . .	40
2.4 Corte linearizado - $fmm_{E0}$ e $e_R$ . . . . .	40
2.5 Diagrama fasorial $\dot{E}_R, \dot{I}_R$ e $t = 0$ . . . . .	41
2.6 Corte linearizado - $fmm_R$ . . . . .	42
2.7 Corte linearizado - $fmm_{E0}$ e $fmm_R$ . . . . .	42
2.8 Corte linearizado - $fmm_{E0}, fmm_R$ e $f'mm_E$ . . . . .	43
2.9 Diagrama fasorial - fase $a$ . . . . .	44
2.10 Balanço energético do gerador de indução. . . . .	45
2.11 Diagrama fasorial - condição nominal do gerador. . . . .	51
2.12 Corte linearizado - $fmm_{E0h}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	52
2.13 Polaridade da tensão induzida em $R$ . . . . .	52
2.14 Tensões induzidas no rotor e $fmm_{E0h}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	53
2.15 Diagrama fasorial - $\dot{E}_{Rh}, \dot{I}_{Rh}, \phi_{Rh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	53
2.16 Diagrama fasorial - $\dot{E}_{Rh}, \dot{I}_{Rh}, \phi_{Rh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	54
2.17 Corte linearizado - $fmm_{Rh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	54
2.18 Corte linearizado - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	55
2.19 Corte linearizado - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, f'mm_{Eh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	56
2.20 Diagrama fasorial - $\dot{I}_{ah}, \dot{I}'_{ah}, \phi_{Rh}$ ( $h = 5, 11, \dots$ ). . . . .	56
2.21 Diagrama fasorial - componentes harmônicas de ordem $h$ para $h =$ 5, 11, $\dots$ . . . . .	59
2.22 Corte linearizado - $fmm_{E0h}$ ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	61
2.23 Polaridade da tensão induzida em $R$ ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	62
2.24 Diagrama fasorial - $E_{Rh}, I_{Rh}, \phi_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	62
2.25 Corte linearizado - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	63
2.26 Corte linearizado - $fmm_{Eh}, fmm_{Rh}, f'mm_E$ ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	63
2.27 Diagrama fasorial - $I_{ah}, I'_{ah}, I_{aoh}, E_{ah}, \phi_{Rh}$ ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	64
2.28 Diagrama fasorial - $I_{aoh}, I'_{ah}, \phi_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ). . . . .	65
2.29 Circuito elétrico representativo do rotor referido ao estator - ( $h =$ 5, 7, 11, 13, $\dots$ ). . . . .	67
2.30 Circuito elétrico representativo da máquina - ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ). . . . .	67

2.31	Corte linearizado da máquina síncrona - $fmm_R$ .	68
2.32	Polaridade da tensão induzida - fase $a$ estator.	68
2.33	Diagrama fasorial - $t = 0$ carga $RL$ .	69
2.34	Diagrama fasorial - $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$ carga $RL$ .	69
2.35	Corte linearizado da máquina síncrona- $fmm_a, fmm_E$ .	70
2.36	Corte linearizado da máquina síncrona - $fmm_R, fmm_E$ , carga $RL$ .	70
2.37	Diagrama fasorial - $t = 0$ carga $RC$ .	71
2.38	Diagrama fasorial - $t = \frac{-\phi_a}{2\pi f}$ .	71
2.39	Corte linearizado da máquina síncrona - $fmm_R, fmm_E$ , carga $RC$ .	72
2.40	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm_{E0h} - (h = 5, 11, \dots)$ .	74
2.41	Tensão induzida em $R_1 - (h = 5, 11, \dots)$ .	74
2.42	Diagrama fasorial do enrolamento do rotor - $t = 0 (h = 5, 11, \dots)$ .	75
2.43	Diagrama fasorial do enrolamento do rotor - $t = \frac{\phi_{R(h+1)}}{2\pi f_{R(h+1)}} (h = 5, 11, \dots)$ .	75
2.44	Corte linearizado do rotor - $fmm$ pulsante $fmm_{R(h+1)} - (h = 5, 11, \dots)$ .	76
2.45	Corte linearizado do rotor $fmm$ girantes produzidas no rotor e suas velocidades em relação ao rotor - $(h = 5, 11, \dots)$ .	76
2.46	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm$ girantes com velocidades em relação ao estator.	77
2.47	Corte linearizado gerador síncrono - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, fmm_{R(h+2)} - (h = 5, 11, \dots)$ .	77
2.48	Corte linearizado gerador síncrono - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, fmm_{R(h+2)}, f'mm_{Eh} - (h = 5, 11, \dots)$ .	78
2.49	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm_{E0h} - (h = 7, 13, \dots)$ .	79
2.50	Tensão induzida em $R_1 - (h = 7, 13, \dots)$ .	79
2.51	Diagrama fasorial do enrolamento do rotor - $t = 0 (h = 7, 13, \dots)$ .	80
2.52	Diagrama fasorial do enrolamento do rotor - $t = \frac{\phi_{R(h-1)}}{2\pi f_{R(h-1)}}$ .	80
2.53	Corte linearizado do rotor $fmm$ pulsante $fmm_{R(h-1)} - (h = 7, 13, \dots)$ .	80
2.54	Corte linearizado do rotor - $fmm$ girantes produzidas no rotor e suas velocidades em relação ao rotor.	81
2.55	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm$ girantes com velocidades em relação ao estator.	81
2.56	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, fmm_{R(h-2)} - (h = 7, 13, \dots)$ .	81
2.57	Corte linearizado do gerador síncrono - $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, fmm_{R(h-2)}, f'mm_{Eh} - (h = 7, 13, \dots)$ .	82
2.58	Fig. 2.48 com $h = 5$ .	82
2.59	Fig. 2.53 com $h = 7$ .	83

2.60	<i>f</i> mm's produzidas pela corrente $I_{R6}$ resultante de $I_{R5}$ e $I_{R7}$ .	83
2.61	<i>f</i> mm ( $h = 5, 11, \dots$ ).	84
2.62	<i>f</i> mm ( $h = 7, 13, \dots$ ).	84
2.63	Circuito elétrico equivalente - harmônica $h$ .	85
2.64	Equivalente a Fig. 2.63.	86
2.65	<i>f</i> mm girantes - máquina indução.	86
2.66	Circuito equivalente - harmônico $h$ .	92
2.67	Circuito equivalente - Componente fundamental.	92
2.68	Circuito equivalente - nomenclatura usual.	93
2.69	Circuito equivalente - harmônico $h$ .	93
2.70	<i>f</i> mm Girantes - Máquinas Síncronas.	95
2.71	Circuito equivalente da máquina síncrona de pólos lisos - harmônica ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ).	100
2.72	Máquinas em paralelo - harmônicos.	101
3.1	Sistema elétrico de potência interligado - SEPI.	104
3.2	Diagrama da Simulação Digital do MATLAB <sup>®</sup> /SIMULINK <sup>®</sup> /SimPowerSystems.	109
3.3	$M_1$ - THDi - $C_{nl}$ conectada.	111
3.4	$M_1$ - THDi - $G_I$ e $C_{nl}$ conectada.	112
3.5	$M_1$ - THDi - $G_S$ e $C_{nl}$ conectada.	113
3.6	$M_1$ - THDi - $R$ e $C_{nl}$ conectada.	114
3.7	$M_1$ - THDi - $C$ e $C_{nl}$ conectada.	115
3.8	$M_1$ - THDi - $L$ e $C_{nl}$ conectada.	116
3.9	$M_1$ - THDi - $C_{nl}$ conectada.	117
3.10	$M_1$ - THDi - $G_I$ e $C_{nl}$ conectada.	118
3.11	$M_1$ - THDi - $G_S$ e $C_{nl}$ conectada.	119
3.12	$M_1$ - THDi - $R$ e $C_{nl}$ conectada.	120
3.13	$M_1$ - THDi - $C$ e $C_{nl}$ conectada.	121
3.14	$M_1$ - THDi - $L$ e $C_{nl}$ conectada.	122
3.15	$M_1$ - THDi - $C_{nl}$ conectada.	123
3.16	$M_1$ - THDi - $G_I$ e $C_{nl}$ conectada.	124
3.17	$M_1$ - THDi - $G_S$ e $C_{nl}$ conectada.	125
3.18	$M_1$ - THDi - $R$ e $C_{nl}$ conectada.	126
3.19	$M_1$ - THDi - $L$ e $C_{nl}$ conectada.	127
3.20	$M_1$ - THDi - $C$ e $C_{nl}$ conectada.	128
4.1	Diagrama utilizado no ensaio de laboratório.	131
4.2	Equipamentos utilizados no ensaio de laboratório da Universidade Santa Cecília - Santos.	132

4.3	Medição do THDi na saída do $G_S - C_{nl}$ conectada. . . . .	133
4.4	Medição do THDi na saída do $G_S - C_{nl}$ e $G_I$ conectado. . . . .	134
4.5	Medidor <i>FLUKE 43 Power Quality Analyser</i> . . . . .	134
5.1	Acoplamentos mecânicos. . . . .	136
5.2	Transitório de corrente durante a conexão do $G_I$ . . . . .	138
5.3	Máquina de indução com velocidade acima da velocidade síncrona. . . . .	139
5.4	Gerador de indução - conjugado negativo. . . . .	139
A.1	<i>fmm</i> pulsante, girantes. . . . .	148

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Principais fontes hidrelétricas (ONS). . . . .	25
1.2 Iluminação e ar condicionado. . . . .	27
1.3 Ar condicionado (Central de água gelada através de <i>chillers</i> ). . . . .	28
1.4 Medições e simulações da usina em Taiwan (CHIANG et al., 1997). . . . .	31
2.1 Relação entre parâmetros da máquina de indução - 60 <i>Hz</i> - potências de 5 a 3000 <i>CV</i> . . . . .	50
3.1 Total and individual Harmonic voltage Limits (IEEE Std-519, 1992). . . . .	108
3.2 $M_1$ , $M_2$ and $M_3$ for <i>THDv</i> . . . . .	110
4.1 Resultado do ensaio de laboratório. . . . .	132
5.1 Usina hidroelétrica de Izabel - características 1. . . . .	136
5.2 Usina hidroelétrica de Izabel - características 2. . . . .	137
5.3 UHE Izabel - base econômica: Fev/2011. . . . .	140
5.4 Custo para implantação do projeto (gerador 1 & 2) - UHE Izabel - moeda: fev/2011. . . . .	140
5.5 Aumento de receita $\times$ custo de implantação. . . . .	141
5.6 UHE Izabel - custo para repotencialização. . . . .	141
5.7 UHE Izabel - Perda pelo gerador parado. . . . .	141



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\lambda_d$	– Fluxo concatenado no eixo direto
$\lambda_f$	– Fluxo concatenado do enrolamento de campo
$\lambda_{kd}$	– Fluxo concatenado no enrolamento amortecedor do eixo direto
$\lambda_{kq}$	– Fluxo concatenado no enrolamento amortecedor do eixo em quadratura
$\lambda_q$	– Fluxo concatenado no eixo em quadratura
$\omega_m$	– Velocidade angular do rotor
$\omega_r$	– Velocidade angular elétrica do rotor
$B_I$	– Barramento infinito
$C$	– Banco de capacitor
$C_{nl}$	– Carga não linear
$Dyn$	– Ligação delta na alta tensão e estrela aterrado na baixa tensão de um transformador trifásico
$G_I$	– Gerador de indução
$G_S$	– Gerador síncrono
$H$	– Constante de inércia total
$h_n$	– Ordem harmônica
$I_d$	– Corrente no eixo direto
$I_f$	– Corrente de campo
$I_{kd}$	– Corrente do enrolamento amortecedor do eixo direto
$I_{kq}$	– Corrente do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura
$I_q$	– Corrente no eixo em quadratura
$L$	– Reator
$L_d$	– Indutância no eixo direto
$L_f$	– Indutância do enrolamento de campo
$L_{kd}$	– Indutância do enrolamento amortecedor do eixo direto
$L_{kq}$	– Indutância do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura
$L_{md}$	– Indutância de magnetização do eixo direto
$L_{mq}$	– Indutância de magnetização do eixo em quadratura
$L_q$	– Indutância no eixo em quadratura
$L_T$	– Linha de transmissão
$m$	– Posição angular do rotor
$P$	– Potência ativa
$p$	– Número de pares de pólos
$Q$	– Potência reativa
$R$	– Banco de resistência
$r_f$	– Resistência do campo
$r_{kd}$	– Resistência do enrolamento amortecedor do eixo direto
$r_{kq}$	– Resistência do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura
$r_r$	– Resistência do rotor

$r_s$	–	Resistência do estator
$S$	–	Potência aparente
$T_e$	–	Torque eletromagnético
$T_R$	–	Transformador
$V_d$	–	Tensão no eixo direto
$V_f$	–	Tensão de campo
$V_{kd}$	–	Tensão do enrolamento amortecedor do eixo direto
$V_{kq}$	–	Tensão do enrolamento amortecedor do eixo em quadratura
$V_q$	–	Tensão no eixo em quadratura
$YnYn$	–	Ligação estrela aterrado na alta tensão e estrela aterrado na baixa tensão de um transformador trifásico

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	—	Agência Nacional de Energia Elétrica
CCEE	—	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
EMAE	—	Empresa Metropolitana de Águas e Energia S.A
EPE	—	Empresa de Pesquisa Energética
IGBT	—	Insulated Gate Bipolar Transistor
MME	—	Ministério de Minas e Energia
ONS	—	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PCH	—	Pequena Central Hidroelétrica
SCR	—	Silicon Controlled Rectifier
SFC	—	Sistema de Conversor de Frequência
SEP	—	Sistema Elétrico de Potência
SEPI	—	Sistemas Elétricos de Potência Interligados
SIN	—	Sistema Interligado Nacional
THDi	—	Distorção Total de Harmônico de Corrente
THD <sub>v</sub>	—	Distorção Total de Harmônico de Tensão
UHE	—	Usina Hidroelétrica



## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O Sistema Elétrico de Potência Interligado (SEPI) é formado pelos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia, a partir da quase totalidade das empresas das regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte. Apenas 3,4% da capacidade de produção de eletricidade do país encontra-se fora deste SEPI, em pequenos sistemas isolados, localizados principalmente na região Amazônica. Como grande parte da geração de energia para o SEPI é hidráulica, veja Tab. 1.1, e os rios brasileiros com grande potencial hidráulico aproveitável estão localizados distante dos grandes centros consumidores, se faz necessária a utilização de linhas de transmissão muito extensas.

Tabela 1.1 - Principais fontes hidrelétricas (ONS).

Usinas	Potência [ <i>kW</i> ]
Tucuruí I e II	8.370.000,00
Itaipu	14.000.000,00
Ilha Solteira	3.444.000,00
Xingó	3.162.000,00
Paulo Afonso IV	2.462.400,00
Itumbiara	2.280.000,00
PCHs	2.119.000,00
São Simão	1.710.000,00
Jupiá	1.551.200,00
Porto Primavera	1.540.000,00

Existem, aproximadamente, 900 linhas de transmissão em operação no Brasil, que somam cerca de 90.000km de extensão, nas tensões de 138kV, 230kV, 345kV, 440kV, 500kV, 600kV e 750kV, que interligam os 111.816MW de potência instalada no Brasil, composta pelas usinas hidrelétricas, termoelétricas, nucleares, fontes alternativas, pequenas centrais hidrelétricas, veja Fig 1.1. Deve-se ressaltar que, ao longo das linhas de transmissão, são necessárias subestações para suprimentos de energia nas regiões e banco de capacitores.

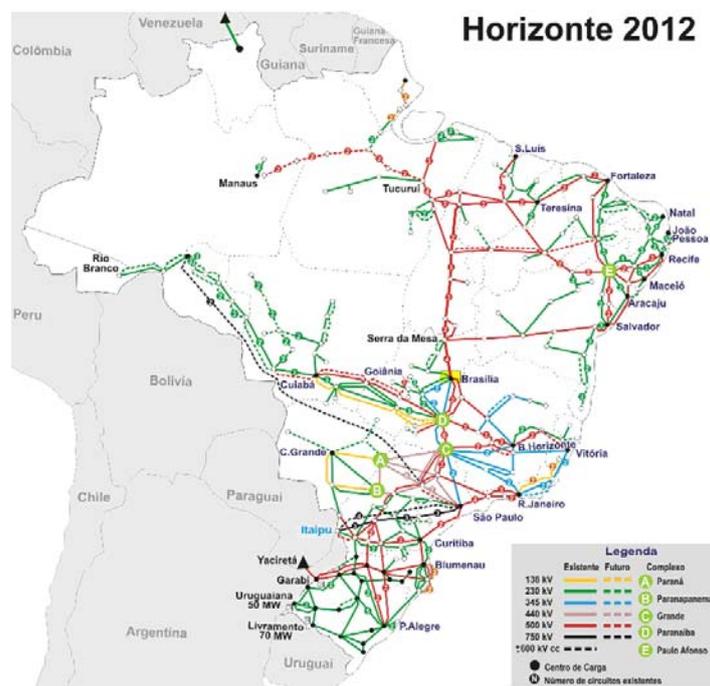


Figura 1.1 - Linhas de transmissão de 138, 230, 345, 440, 500, 600 e 750 kV (ONS).

Com o desenvolvimento da eletrônica foi possível controlar a potência das cargas elétricas. Inicialmente veio o controle na variação de velocidade dos motores CC. através dos retificadores, utilizando o SCR, *Silicon Controlled Rectifier*, substituindo os processos tradicionais com grandes vantagens na sua eficiência. Posteriormente, com o surgimento do IGBT, *Insulated Gate Bipolar Transistor*, foi possível variar a rotação dos motores de indução, mantendo-se altos rendimentos, através dos inversores de frequência. Nessa época, com a utilização do conjunto, inversor de frequência e motor de indução nas indústrias, vislumbra-se a possibilidade do controle eletrônico de potência nas cargas elétricas, visando a conservação de energia elétrica, ou seja, utilizar apenas a estritamente necessária. Impulsionadas por essa filosofia, as cargas não lineares começam a ser implantadas notadamente na área industrial de uma forma extremamente crescente. Em paralelo, em consequência também do desenvolvimento da eletrônica, surgem os aparelhos eletrônicos que, por sua característica, são cargas elétricas não lineares, como os televisores transistorizados, computadores, microondas, microcomputadores, *soft-starts*, *no-breaks (UPS)* e mais recentemente as lâmpadas eletrônicas.

Utilizando os aparelhos eletrônicos e satisfazendo a conservação de energia surgem

as instalações do tipo *Call Centers*, *Data Centers*, prédios inteligentes, centros de controle computadorizados etc. Essas instalações também se comportam, do ponto de vista elétrico, como cargas não lineares. Dessa forma observa-se que as cargas elétricas não lineares abrangem todos os consumidores nas áreas industrial, comercial e residencial, e seu aumento é extremamente crescente.

Embora as cargas não lineares surjam para atingir objetivos nobres como: conservação de energia, melhoria na qualidade de vida etc., produzem componentes harmônicos de corrente e tensão, alterando o funcionamento do SEPI que as alimenta, em relação ao regime permanente senoidal. Como exemplo numérico dessa alteração, medições realizadas na instalação elétrica de um *Call Center*, em dois pontos distintos, são apresentadas nas Tab. 1.2 e Tab. 1.3. Em uma indústria de moagem de minério, onde os motores são alimentados através de inversores de frequência, os índices harmônicos medidos no barramento de 660V foram de 69,3% THDi e 4,6% de THDv.

Tabela 1.2 - Iluminação e ar condicionado.

<b>Potência Total</b>	<b>514,81 [kVA]</b>
THDv - L12	5,06%
THDv - L23	8,19%
THDv - L31	5,12%
THDi - L1	77,57%
THDi - L2	82,99%
THDi - L3	77,99%

Observando esses valores numéricos, nota-se níveis aceitáveis para o THDv, quando comparados com os limites constantes em ([IEEE Std-519, 1992](#)), embora com valores bem maiores para o THDi. Esse fato é consequência da própria característica do SEPI de possuir uma grande quantidade de interligações entre inúmeras usinas, extensas linhas de transmissão e elevados níveis de curto-circuito.

Mesmo com níveis aceitáveis de THD das tensões, os níveis de THD das correntes podem comprometer o funcionamento satisfatório de certos componentes do SEPI, como é o caso dos geradores síncronos. Por mais que alguns dos componentes elétricos

Tabela 1.3 - Ar condicionado (Central de água gelada através de *chillers*).

Potência Total	196,61 [kVA]
THD <sub>v</sub> - L12	4,96%
THD <sub>v</sub> - L23	2,17%
THD <sub>v</sub> - L31	5,01%
THD <sub>i</sub> - L1	26,12%
THD <sub>i</sub> - L2	27,77%
THD <sub>i</sub> - L3	30,74%

do SEPI, tais como: transformadores, linhas de transmissão, banco de capacitores e reatores tenham características favoráveis à atenuação dos harmônicos, desde os barramentos dos consumidores até os da geração, as correntes que circulam nos geradores podem assumir um perfil de conteúdo harmônico que venha comprometer o seu funcionamento. Com o aumento crescente das cargas não lineares essa questão pode se agravar.

Sabe-se que os componentes harmônicos de tensão e corrente nos geradores síncronos produzem perdas adicionais no ferro e no cobre e, também, oscilações de conjugado eletromagnético. As amplitudes dessas oscilações de conjugado podem assumir valores consideráveis, produzindo perdas mecânicas adicionais, que em certos casos assumem valores maiores que as perdas adicionais no cobre e no ferro ([IEEE Std-519, 1992](#)).

Para a atenuação dos harmônicos, a solução tradicional é a utilização de filtros nos consumidores. Com o aumento crescente das cargas não lineares, a solução tradicional precisará também ser adotada nas subestações e nos geradores. A utilização dos filtros, embora seja a solução atualmente adotada, possui limitações tanto na questão técnica, como na econômica ([CHIANG et al., 1997](#)). Existem filtros ativos, passivos e híbridos. A característica do filtro passivo é de utilizar uma unidade para cada ordem harmônica e, como o perfil de carga é alterado no decorrer do dia e, conseqüentemente, os índices harmônicos também, os filtros passivos perdem a sua eficiência. Para solucionar esse problema, uma possibilidade é a utilização de filtros ativos, que se alteram em função do harmônico gerado, porém com custo ainda muito elevado. Além dos seus custos de aquisição e manutenção, ainda ocupam muito espaço. Nesse contexto, a busca por alternativas que permitam uma

convivência aceitável do SEPI com determinados níveis de harmônicos de corrente, controlando-se os níveis de tensão de acordo com as normas, por exemplo ([IEEE Std-519, 1992](#)), é importante e representa uma visão diferente da tradicional, porém na tentativa de somar esforços. Este trabalho busca uma destas alternativas.

## 1.1 Objetivo

Uma análise física comparando-se o funcionamento do gerador síncrono com a máquina de indução, ambos com correntes não senoidais, mostra que a máquina de indução oferece impedâncias relativamente menores para as componentes harmônicas de corrente. Isso significa que duas máquinas de mesma potência, em paralelo, uma sendo gerador síncrono e a outra, máquina de indução, em regime não senoidal, as componentes harmônicas de corrente fluem em maior intensidade para a máquina de indução, aliviando o gerador síncrono. Isso representa uma alternativa interessante para a atenuação dos harmônicos em geradores síncronos, de preferência se a máquina de indução estiver funcionando como gerador, pois, neste caso, além de atenuar os harmônicos no gerador síncrono, gera energia elétrica. A diferença entre as intensidades dos harmônicos das máquinas de indução e síncrona, de mesma potência, é grande, como pode ser visto no desenvolvimento deste trabalho. Dessa forma, mesmo utilizando máquinas de indução de potências menores que a síncrona, o efeito de atenuação dos harmônicos nos geradores síncronos continua existindo. Este fato permite visualizar aplicações coerentes com a realidade prática, pois as máquinas de indução disponíveis no mercado têm potências menores que os geradores síncronos das usinas pertencentes a um SEPI.

O objetivo deste trabalho é fazer uma análise teórica e experimental do comportamento de um gerador de indução em um SEPI com carga não linear, com a finalidade de demonstrar que o seu funcionamento atenua o conteúdo harmônico dos geradores principais do sistema, ou seja, os geradores síncronos.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

A Norma ([IEEE Std-519, 1992](#)) diz que o efeito dos harmônicos em máquinas síncronas aumenta o aquecimento devido às perdas adicionais no ferro e no cobre. Outro fenômeno é a presença de componentes oscilantes de torque, pois a combinação de pares de harmônicos de corrente, tais como a 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup>, 17<sup>a</sup> e 19<sup>a</sup> geram oscilações de 6<sup>a</sup> harmônica de conjugado, bem como outros pares de componentes de ordens mais

elevadas. Essas oscilações geram perdas além de causar também fadiga com envelhecimento precoce do eixo. Os efeitos cumulativos do aumento das perdas refletem-se numa diminuição no rendimento e da vida útil da máquina. Além disso, tem-se um possível aumento do ruído audível, quando comparado com alimentação senoidal. Essa norma foi essencial para a realização da simulação digital, estabelecendo-se os limites de distorções harmônicas totais e parciais de tensão. Outra contribuição dessa norma foi justificar a realização deste trabalho, objetivando a atenuação de harmônico para o aumento da vida útil e o rendimento das máquinas síncronas afetados pela distorção harmônica.

O trabalho (ROCCO, 1998) apresenta seus estudos para máquina síncrona alimentando uma ponte conversora de seis pulsos totalmente controlada, com uma modelagem através dos elementos finitos bidimensional. Este trabalho não tem uma relação direta com o objetivo do trabalho proposto, mas apresenta os efeitos de uma carga não linear no Gerador Síncrono. O trabalho (TERZIJA, 2003) analisa as mudanças na frequência e as distorções harmônicas na tensão e na corrente durante uma rejeição de carga nos geradores de 2(duas) usinas hidrelétricas na Suécia. Uma usina é composta por 4 (quatro) geradores síncronos de  $880kVA$ ,  $3850V$  e a outra por 2 (dois) geradores de indução de  $440kVA$ ,  $400V$ . O ensaio de rejeição de carga foi realizado com as unidades gerando apenas 50% de sua capacidade. O ensaio concluiu que houve uma brusca alteração na frequência, provocando uma não linearidade nas tensões e correntes durante um período transitório. As distorções na tensão e na corrente ocorreram no gerador síncrono e no gerador de indução, porém com maiores distorções no gerador de indução. Embora esse artigo apresente as distorções harmônicas em geradores, o estudo é feito apenas em um período transitório, diferente do assunto do trabalho proposto, que é feito no período de regime permanente senoidal.

Já o trabalho (CHIANG et al., 1997) estuda os problemas de harmônicos e métodos de mitigação em uma usina hidrelétrica em Taiwan. A usina é composta por 6 (seis) unidades síncronas reversíveis de  $300MVA$ ,  $16,5kV$ , sendo que durante a noite ela bombeia a água do reservatório inferior para o reservatório superior e durante o dia produz energia. Cada unidade é alimentada por um transformador de  $345kV - 16,5kV$ . Na função de bombeamento, a usina possui um sistema de partida por variação de frequência de 6 pulsos, alimentado através do barramento comum de  $13,8kV$ , com dupla alimentação (transformador de  $345kV - 13,8kV$ ), onde estão as demais cargas da usina, tais como *UPS*, iluminação, elevador etc. Foram realiza-

das medições durante a partida das unidades de bombeamento nos barramentos de  $345kV$ ,  $13,8kV$  e  $220V$  (circuito de iluminação e *UPS*) e foi observada uma grande quantidade de harmônicos. No barramento de  $345kV$  o THDv alterou de 0,42% para 0,97% e o THDi de 2,33% para 22,2%. No barramento de  $13,8kV$  o THDv alterou de 1,4% para 12,6% e o THDi de 3,33%, para 24,5%. No barramento de  $220V$  o THDv alterou de 1,01% para 12,7% e o THDi de 8,27% para 184%. Além das alterações nos níveis de distorções harmônicas, houve ressonância série e paralela provocando queima de fusíveis nos circuitos de  $220V$ .

Como medidas mitigadoras foram utilizados dois métodos: i) Instalação de filtro de 5º ordem e um reator de  $5mH$ , sendo que o reator foi para combater o *Nothing* da tensões durante a comutação do circuito, mas a redução dos harmônicos não foi tão significativa. No barramento de  $345kV$  o THDv reduziu de 0,97% para 0,91%. No barramento de  $13,8kV$  o THDv reduziu de 12,6% para 7,01% e o THDi de 24,5% para 17,4% . No barramento de  $220V$  o THDv reduziu de 12,7% para 7,9% e o THDi de 184% para 77,4%; ii) Foi mantido o filtro e o reator utilizado no método 1 e foi separado o barramento de  $13,8kV$ , ou seja, apenas um transformador de  $345kV - 24,5kV$  para alimentar o SFC e o outro transformador de  $345kV - 24,5kV$  para as demais cargas; iluminação, "UPS", elevador, etc. Neste caso a redução foi bem mais significativa. No barramento de  $345kV$  o THDv reduziu de 0,97% para 0,87%. No barramento de  $13,8kV$  o THDv reduziu de 12,6% para 1,01% e o THDi de 24,5% para 3,33% . No barramento de  $220V$  o THDv reduziu de 12,7% para 1,4% e o THDi de 184% para 12,4%, veja Tab. 1.4. Além das medições realizadas na instalação, também foram efetuadas simulações computacionais, cujos resultados estão apresentadas na Tab. 1.4.

Tabela 1.4 - Medições e simulações da usina em Taiwan (CHIANG et al., 1997).

		<i>M2 13,8 kV</i>		<i>M3 220 V</i>	
		THDv	THDi	THDv	THDi
Sem Melhoria	Medido	12,6	25,5	12,7	184
	Simulado	11,8	23,9	12,6	176
Método 1	Medido	7,01	17,4	7,9	77,4
	Simulado	6,26	15,3	7,04	70,4
Método 2	Medido	1,01	3,33	1,4	12,8
	Simulado	0,08	0,03	0,42	2,21

O desconforto com os harmônicos na instalação é somente durante a partida dos 6 motores, ou seja, 5 minutos por motor, totalizando 30 minutos. Para melhorar a redução das distorções harmônicas, foi sugerida a instalação de mais filtros passivos de outras ordens, mas não foi possível devido à falta de espaço e também por fatores econômicos. O método 2, que foi separar o barramento de  $13,8kV$  com um transformador para alimentar o SFC e o outro para alimentar as demais cargas, provocou uma diminuição na confiabilidade da instalação, pois os transformadores eram redundantes antes da separação dos barramentos.

O trabalho (CHIANG et al., 1997) foi de grande importância para demonstrar que nem sempre a utilização de filtros é a melhor solução, pois a planta não possuía espaço para instalar filtros passivos com outras ordens harmônicas e também não era economicamente viável. Quanto à relação do artigo com esta tese, não tem ligação direta, pois não foram estudadas as distorções harmônicas na saída das máquinas síncronas entre o gerador e o transformador. O trabalho (OLIVEIRA et al., 2006) investiga a performance elétrica e mecânica de um gerador trifásico de pólos salientes de  $2kVA$  e um de  $25kVA$  através de ensaios de laboratórios e simulações computacionais no domínio do tempo, com cargas desbalanceadas e cargas não lineares. Concluiu-se que em virtude do desbalanço da carga, surgiram no enrolamento do estator e no enrolamento amortecedor do rotor correntes com harmônicos de 2º ordem e, devido à carga não linear, retificador de 6 pulsos, harmônicos de 5º e 7º ordem. O efeito desses harmônicos produz aquecimento e oscilação no torque da máquina e, consequentemente, reduz a sua vida útil. Este trabalho é importante, pois, mostra que os harmônicos reduzem a vida útil da máquina, havendo necessidade de que isto seja minimizado da melhor maneira possível, tanto tecnicamente como economicamente, objetivo principal do trabalho aqui proposto.

No trabalho (LADJAVARDI et al., 2008) é feito um estudo dos impactos do gerador síncrono modelado com as harmônicas espaciais em um sistema de geração distribuída com cargas não lineares. O estudo é realizado em uma usina composta de 6 (seis) geradores com turbina a gás equipada com um conversor de frequência. Nas simulações realizadas, demonstrou-se que os harmônicos provenientes do gerador podem injetar distorções harmônicas na rede que ultrapassa os limites estabelecidos por normas (IEEE Std-519, 1992). Conclui-se que os harmônicos provenientes do conjunto gerador e conversor de frequência da usina não podem ser desprezados, ou seja, no barramento de  $415V$  na saída do gerador o valor se alterou de 4,44% para 9,44% na

distorção de tensão e, no barramento de  $33kV$  foi de 4,9% para 13,5%. Este trabalho demonstra que em uma geração distribuída, onde o nível de curto circuito não é tão expressivo, apenas 2133  $MVA$  de potência instalada pode interferir na qualidade de energia. Neste trabalho, o efeito dessas distorções não seria tão significativo, pois no SEPI o nível de curto circuito é muito elevado, com um número expressivo de grandes usinas conectadas (116GW), longas linhas de transmissão, subestações etc.

A Norma ([ANSI/IEEE C57.110, 1998](#)) destaca a importância da estimativa das perdas joule e adicionais *eddy current loss*, quando os transformadores estão operando em condições não senoidais. Porém não trata propriamente da máquina síncrona, mas é importante porque relata as perdas joule e adicionais, onde se observou que os transformadores a seco apresentam nas propriedades construtivas do dielétrico o mesmo tratamento do dielétrico da Máquina Síncrona. O trabalho ([DINH, 2001](#)) trata de uma modelagem para simulações no domínio do tempo para verificar o conteúdo de harmônicos espacial em geradores síncronos devido à saliência dos pólos e os efeitos da saturação. Nas simulações verificou-se que o conteúdo harmônico varia com a posição angular dos pólos e com a saturação do fluxo de magnetização. Esse assunto difere da proposta deste trabalho, pois aqui foram considerados somente os harmônicos temporais e não os espaciais.

No trabalho ([LADJAVARDI et al., 2006](#)) é apresentada uma modelagem onde são considerados os harmônicos temporais e espaciais na máquina síncrona, cujo objetivo principal é verificar a influência da poluição harmônica de tensão e de corrente no ângulo de carga (potência) do gerador. O trabalho não tem uma relação direta, pois a proposta aqui é como atenuar esses harmônicos para não afetar o funcionamento do gerador síncrono. O trabalho ([DINH, 2001](#)) apresenta uma modelagem do gerador de pólos salientes utilizando a técnica tradicional das impedâncias harmônicas devido aos efeitos temporais da corrente, não incluindo efeitos dos harmônicos espaciais do fluxo magnético. As conclusões principais são: i) coerência de resultados teóricos e experimentais; ii) efeito significativo nos níveis harmônicos em função da posição angular do rotor devido à saliência dos polos. Quanto ao assunto deste trabalho, ou seja, atenuação de harmônico em máquinas síncronas utilizando gerador de indução, não se encontrou nada semelhante.

### 1.3 Desenvolvimento

O trabalho proposto apresenta no Capítulo 2 uma análise teórica que permite entender o gerador de indução como um elemento atenuador de harmônicos do gerador síncrono. O Capítulo 3 apresenta resultados de simulação digital de um sistema que representa o SEPI, com a atenuação de harmônicos do gerador síncrono provocado por diversas alternativas, inclusive a proposta desta tese. O Capítulo 4 reforça a conclusão teórica dos Capítulos anteriores através de resultados experimentais. O Capítulo 5 apresenta uma aplicação típica, onde se observa a montagem do gerador de indução na atenuação dos harmônicos no gerador síncrono. Finalmente, o Capítulo 6 conclui o trabalho.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISE TEÓRICA

Neste Capítulo pretende-se expor um embasamento teórico que venha justificar a proposta desta tese. Para tanto, é fundamental fazer inicialmente uma análise física do funcionamento dos geradores de indução e síncronos, no regime permanente não senoidal. Em seguida, para dar maior sustentação a esta análise, é desenvolvida uma modelagem matemática. Ambos os estudos são feitos no domínio da frequência para se ter uma visão clara do que acontece com os geradores em cada frequência, fundamental e harmônicas. Finalmente é realizada uma análise comparativa entre os dois tipos de geradores, comprovando física e matematicamente a viabilidade de se utilizar o gerador de indução como elemento de atenuação dos harmônicos nos geradores síncronos.

#### 2.1 Equações Básicas de uma Máquina Elétrica de Corrente Alternada

Nesta Seção serão apresentadas apenas as equações que servirão de base para as análises físicas e matemática.

##### 2.1.1 Forças Magneto Motrizes Girantes

Considerando em enrolamento trifásico balanceado e supondo que neste circulam correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  não senoidais, admitindo-se que ao decompô-las na série de Fourier suas componentes harmônicas de mesma ordem  $h$  formem um sistema trifásico balanceado, pode-se escrever as expressões de (2.1) a (2.3).

$$i_a = \sum i_{a_h} = \sum_h I_h \cdot \cos(h \cdot \omega t + \phi_h) \quad (2.1)$$

$$i_b = \sum i_{b_h} = \sum_h I_h \cdot \cos[h \cdot (\omega t - 120^\circ) + \phi_h] \quad (2.2)$$

$$i_c = \sum i_{c_h} = \sum_h I_h \cdot \cos[h \cdot (\omega t + 120^\circ) + \phi_h] \quad (2.3)$$

As grandezas expressas nas equações anteriores são:  $h$  índice harmônico,  $I_h$  valor

máximo da componente harmônica  $h$ ,  $\omega = 2\pi f$ , onde  $f$  é a frequência da componente fundamental e  $\phi_h$  defasamento angular da componente harmônica  $h$  de  $i_a$ . Considerando apenas a componente fundamental espacial da  $fmm$  produzida pelas correntes de estator, pode-se escrever (2.4).

$$fmm = k [i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - 120^\circ) + i_c \cos (\theta + 120^\circ)] \quad (2.4)$$

A constante  $k$  condensa todas as características construtivas do enrolamento, tais como: números de espiras e bobinas, fatores de passo e distribuição espacial fundamental. O ângulo  $\theta$  localiza qualquer ponto na circunferência média do entreferro e tem sua origem no eixo da fase  $a$ . Substituindo (2.1) a (2.3) em (2.4), aplicando a propriedade trigonométrica que transforma produto em soma de cossenos, tem-se (2.5).

$$fmm = \frac{k}{2} \cdot \sum_h I_h \{ \cos \alpha + \cos [\alpha - (h + 1) 120^\circ] + \cos [\alpha + (h + 1) 120^\circ] \} \\ + \sum_h I_h \{ \cos \beta + \cos [\beta - (h - 1) 120^\circ] + \cos [\beta + (h - 1) 120^\circ] \} \quad (2.5)$$

As grandezas  $\alpha$  e  $\beta$  são dadas por (2.6) e (2.7), respectivamente.

$$\alpha = \theta + h\omega t + \phi_h \quad (2.6)$$

$$\beta = \theta - h\omega t - \phi_h \quad (2.7)$$

Considerando o índice  $h$  assumindo valores ímpares, condição mais provável produzida pelas cargas não lineares, tem-se (2.8).

$$fmm = \frac{3k}{2} \cdot \left[ \sum_{h=1,7,13,\dots} I_h \cos \beta + \sum_{h=5,11,17,\dots} I_h \cos \alpha \right] \quad (2.8)$$

A *fmm* dada por (2.8), é formada por uma superposição de forças magneto motrizes girantes produzidas pelas componentes harmônicas das correntes de fase. Desta expressão pode-se retirar as equações horárias das *fmm* girantes, expressões (2.9) e (2.10).

$$\theta = h\omega t + \phi_h \longrightarrow h = 1, 7, 13, \dots \quad (2.9)$$

$$\theta = -h\omega t - \phi_h \longrightarrow h = 5, 11, 17, \dots \quad (2.10)$$

De (2.9) e (2.10) obtém-se as velocidades angulares  $\omega_h$  das *fmm* girantes, (2.11) e (2.12).

$$\omega_h = h\omega \longrightarrow h = 1, 7, 13, \dots \quad (2.11)$$

$$\omega_h = -h\omega \longrightarrow h = 5, 11, 17, \dots \quad (2.12)$$

Observa-se que as *fmm* girantes fundamental ( $h = 1$ ) e de ordem harmônica 7, 13, ... possuem velocidades angulares em relação ao estator no sentido positivo do eixo  $\theta$ . As *fmm* girantes para  $h$  igual a 5, 11, 17, ... têm velocidades angulares no sentido oposto ao eixo  $\theta$ , Fig. 2.1.

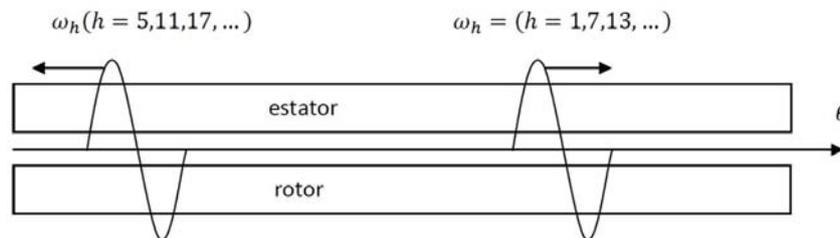


Figura 2.1 - *fmm* girantes.

### 2.1.2 Equações Elétricas Genéricas

As equações elétricas de uma máquina são aquelas que relacionam tensões e correntes, tanto de estator como de rotor. Os fenômenos físicos que ocorrem em uma máquina elétrica são predominantemente eletromagnéticos, e, portanto, as relações entre tensão e corrente são de origens resistivas e indutivas. Considerando dois enrolamentos monofásicos  $i$  e  $j$ , absolutamente genéricos, a relação entre a tensão  $v_i$  e as correntes  $i_i$  e  $i_j$  pode ser dada por (2.13).

$$v_i = r_i \cdot i_i + L_{disp_i} \frac{di_i}{dt} + \sum_j \frac{d\lambda_{ij}}{dt} \quad (2.13)$$

onde:

$$\lambda_{ij} = \mathcal{L}_{ij} \cdot i_j \quad (2.14)$$

As grandezas  $r_i$  e  $L_{disp_i}$  são respectivamente resistência e indutância de dispersão do enrolamento  $i$ . As grandezas  $\lambda_{ij}$  é o enlace de fluxo, e  $\mathcal{L}_{ij}$  a indutância, ambos entre  $i$  e  $j$ . Se uma máquina tem  $n$  enrolamentos monofásicos, incluindo estator e rotor, os elementos  $i$  e  $j$  irão variar de 1 a  $n$ . Assim tem-se  $n$  equações dadas por  $v_i$  e  $n$  incógnitas dadas por  $i_i$ . Nota-se que o elemento  $j$  ao variar de 1 a  $n$  assume também a ordem  $i$ . Neste caso, ou seja, quando  $j = i$ , a indutância se torna a própria, porém menos a dispersão, e quando  $i \neq j$ , a indutância se torna mútua. Por este motivo tem-se em separado o termo relativo à indutância de dispersão. De (2.13) e (2.14) obtém-se (2.15).

$$v_i = r_i \cdot i_i + L_{disp_i} \frac{di_i}{dt} + \sum_j \mathcal{L}_{ij} \frac{di_j}{dt} + \sum_j i_j \frac{d\mathcal{L}_{ij}}{dt} \quad (2.15)$$

Ao considerar apenas a relação linear entre a distribuição espacial fundamental de  $fmm$  e a respectiva distribuição espacial de densidade de fluxo magnético, a indutância  $\mathcal{L}_{ij}$ , pode ser expressa por (2.16)

$$\mathcal{L}_{ij} = L_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} \quad (2.16)$$

As grandezas  $L_{ij}$  e  $\theta_{ij}$  representam respectivamente o valor máximo de  $\mathcal{L}_{ij}$ , e o ângulo espacial, em grau elétrico, que separa os eixos dos enrolamentos  $i$  e  $j$ .

## 2.2 Análise Física do Funcionamento dos Geradores de Indução e Síncrono

Nesta Seção será analisada fisicamente o funcionamento de cada tipo de gerador. Embora o interesse seja o funcionamento da máquina particularmente no conteúdo harmônico, é importante que se inicie a análise com a componente fundamental, para que inclusive, facilite o entendimento por ocasião da análise harmônica. Para efeito desta análise, considera-se apenas a distribuição espacial fundamental de cada  $fmm$ , bem como sua relação linear com a respectiva distribuição espacial de densidade de fluxo magnético, ou seja, não considera-se, por exemplo, o efeito de distorção devido a saturação magnética.

### 2.2.1 Gerador de Indução Trifásico em Regime Permanente Senoidal

A Fig. 2.2 mostra o corte linearizado de uma máquina de indução trifásica, em gaiola de esquilo, onde esta é representada pelo corte transversal de suas barras.

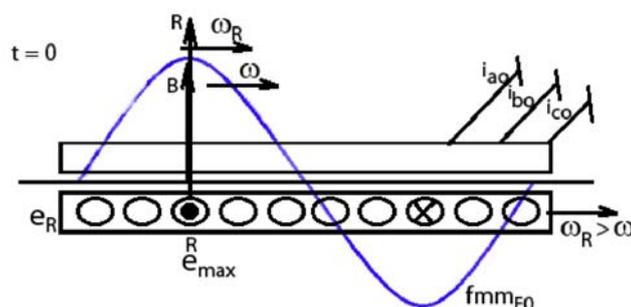


Figura 2.2 - Corte linearizado da máquina de indução -  $fmm_{E0}$ .

Considerando-se o estator da máquina em análise conectado a um barramento trifásico de tensões senoidais balanceadas, circulam inicialmente correntes também senoidais e balanceadas;  $i_{a0}$ ,  $i_{b0}$ ,  $i_{c0}$ ; responsáveis pela sua magnetização. Estas correntes de acordo com a Seção 2.1.1 produzem a força magneto motriz girante  $fmm_{E0}$ , com velocidade síncrona  $\omega$ , indicada na Fig. 2.2. Supondo a velocidade do rotor,  $\omega_R$ ,

superior a síncrona, porém ambas no mesmo sentido, as barras da gaiola ficam submetidas a tensões induzidas,  $e_R$ . Se no instante da Fig. 2.2, a barra  $R$  ocupa a posição que coincide com o valor máximo da distribuição espacial da densidade de fluxo magnético produzida por  $fmm_{E0}$ , o valor da sua tensão induzida é máximo, e a polaridade indicada na Fig. 2.3.

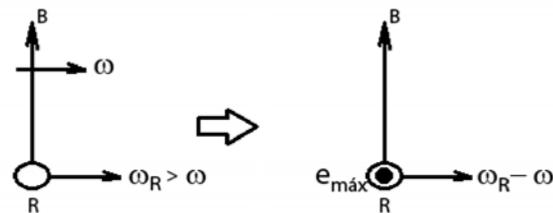


Figura 2.3 - Polaridade da tensão induzida - rotor.

As outras barras acompanham a mesma polaridade da tensão na barra  $R$ , quando submetidas ao mesmo sentido da  $fmm_{E0}$ . Conseqüentemente tem-se a distribuição de tensão induzida nas barras da gaiola  $e_R$ , como indicada na Fig. 2.4.

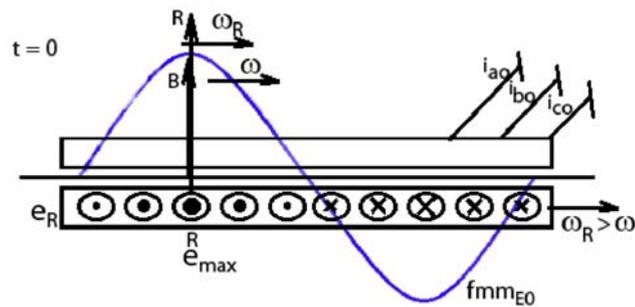


Figura 2.4 - Corte linearizado -  $fmm_{E0}$  e  $e_R$ .

Pelo fato da distribuição espacial  $fmm_{E0}$  ser senoidal, a tensão  $e_R$  varia sinusoidalmente no tempo na frequência  $f_R$ , dada por (2.17).

$$2\pi f_R = \omega_R - \omega \quad (2.17)$$

O circuito elétrico do rotor é totalmente fechado, pois suas barras são interligadas por anéis em ambas as extremidades. Isto possibilita à tensão  $e_R$  produzir a distribuição de corrente  $i_R$  nas barras na frequência  $f_R$ . Considerando um rotor bobinado equivalente a gaiola de esquilo, em uma de suas fases tem-se uma tensão alternada de frequência  $f_R$ , representada pelo fasor  $\dot{E}_R$ . Esta tensão aplicada ao circuito resistivo e indutivo que representa uma fase do rotor bobinado, faz circular uma corrente representada pelo fasor  $\dot{I}_R$ .

Tomando como referência a barra  $R$ , no instante  $t = 0$  pode-se construir o diagrama fasorial contendo  $\dot{E}_R$  e  $\dot{I}_R$ , Fig. 2.5. O fasor  $\dot{E}_R$  passa pela referência enquanto que  $\dot{I}_R$  está atrasado do ângulo  $\phi_R$  correspondente a impedância do circuito por fase do rotor bobinado.

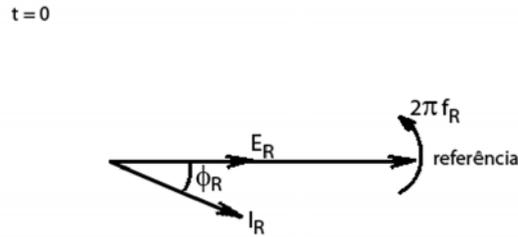


Figura 2.5 - Diagrama fasorial  $\dot{E}_R$ ,  $\dot{I}_R$  e  $t = 0$ .

Observando-se a Fig. 2.5, ao passar um intervalo de tempo relativo ao ângulo  $\phi_R$ , ou seja,  $\Delta t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , o fasor  $\dot{I}_R$  passa pela referência, isto significa que a corrente na barra  $R$  passa pelo seu valor máximo. Isto possibilita a obtenção da distribuição das correntes nas barras, localizando a  $fmm$  produzida, ou seja,  $fmm_R$ , exatamente no instante  $t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , Fig. 2.6.

Durante o intervalo de tempo entre os instantes  $t = 0$ , Fig. 2.4, e  $t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , Fig. 2.6, a distribuição  $fmm_{E0}$ , apresentada na Fig. 2.4 se desloca do ângulo elétrico  $\phi_R$  em relação ao rotor, tomando-se como referência o eixo  $R$ , Fig. 2.4 e Fig. 2.6, fixo no

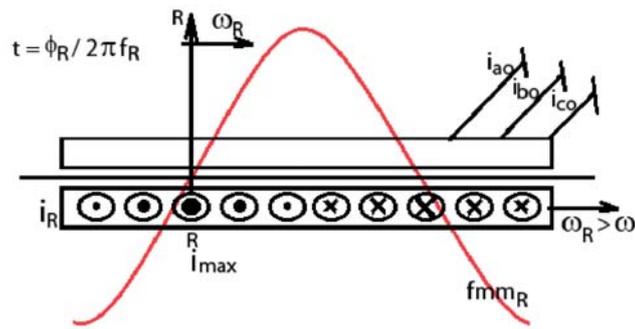


Figura 2.6 - Corte linearizado -  $fmm_R$ .

rotor. A Fig. 2.7 ilustra novamente o instante  $t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , com  $fmm_{E0}$  e  $fmm_R$ .

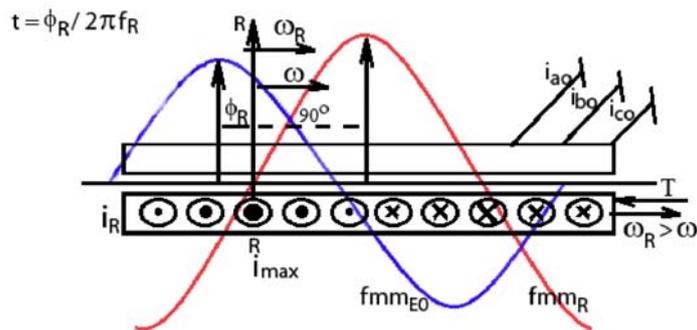


Figura 2.7 - Corte linearizado -  $fmm_{E0}$  e  $fmm_R$ .

Pela Fig. 2.7 observa-se o efeito da tendência de alinhamento de ambas as  $fmm$ , uma produzida no estator, e outra no rotor. Esta tendência resulta na origem do conjugado eletromagnético  $T$ . Nota-se pela posição relativa de  $fmm_{E0}$  e  $fmm_R$  que o conjugado eletromagnético do rotor é de característica resistente, necessitando portanto de um conjugado externo contrário a ser aplicado ao rotor para manter um valor constante para  $\omega_R$ .

Observando cada uma das fases  $a$ ,  $b$ ,  $c$  do enrolamento do estator, inicialmente existia apenas o fluxo magnético dado pela distribuição espacial de densidade de fluxo magnético produzido por  $fmm_{E0}$ , Fig. 2.2. Já na Fig. 2.7, um pouco mais

completa que a anterior, observa-se uma variação de fluxo magnético nas fases  $abc$  do estator. O fluxo magnético que a princípio era produzido por  $fmm_{E0}$ , passa a ser produzido pela composição espacial das forças magneto motrizes  $fmm_{E0}$  e  $fmm_R$ . Esta variação de fluxo magnético nas fases do enrolamento do estator induz tensões nas mesmas. Pelo fato das fases terem circuitos elétricos fechados, as tensões induzidas provocam correntes elétricas, conhecidas nas máquinas de indução como "componentes de carga";  $i'_a, i'_b, i'_c$ . Pela lei de Faraday - Lenz, as tensões induzidas ao provocarem correntes as fazem no sentido de produzir fluxos magnéticos que impedem a variação do fluxo magnético inicial. No caso a reação é no sentido de impedir a variação de fluxo magnético nas fases do estator. Assim, como o fluxo magnético inicial é proveniente da força magneto motriz  $fmm_{E0}$ , as componentes de carga  $i'_a, i'_b, i'_c$ , devem produzir uma distribuição espacial de força magneto motriz,  $f'mm_E$ , Fig. 2.8, em oposição a  $fmm_R$ . A Fig. 2.8 completa a análise iniciada na Fig. 2.7, mostrando as 3 distribuições espaciais de força magneto motriz  $fmm_{E0}$ ,  $fmm_R$  e  $f'mm_E$ .

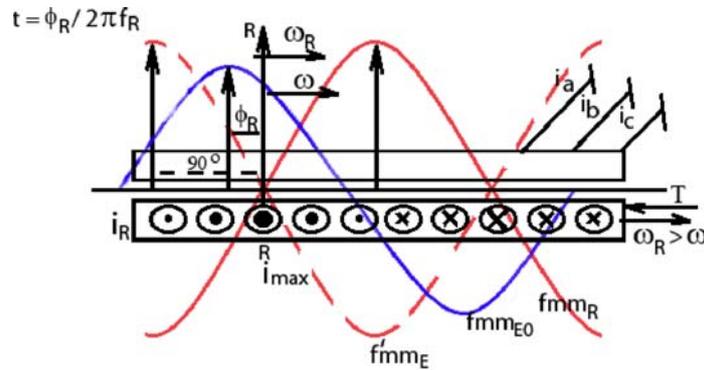


Figura 2.8 - Corte linearizado -  $fmm_{E0}$ ,  $fmm_R$  e  $f'mm_E$ .

Como  $i_{ao}, i_{bo}, i_{co}$  produzem  $fmm_{E0}$ , admitindo-se que no instante da Fig. 2.8,  $t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , a corrente  $i_{ao}$  passa pelo valor máximo, pela teoria da  $fmm$  girante é possível afirmar que o valor máximo de  $fmm_{E0}$  está alinhado com o eixo da fase  $a$  do estator, como indicado na Fig. 2.8. Como o regime de tensão e corrente é senoidal, o fasor que representa  $i_{ao}$  passa pela referência em  $t = \frac{\phi_R}{2\pi f_R}$ , diagrama fasorial da Fig. 2.9.

Na Fig. 2.9,  $\dot{E}_a$  é a tensão na fase  $a$  do estator, induzida pelo fluxo magnético proveniente de  $fmm_{E0}$ . Esta tensão está  $90^\circ$  adiantada de  $\dot{I}_{ao}$ , pois  $i_{ao}, i_{bo}, i_{co}$  produzem

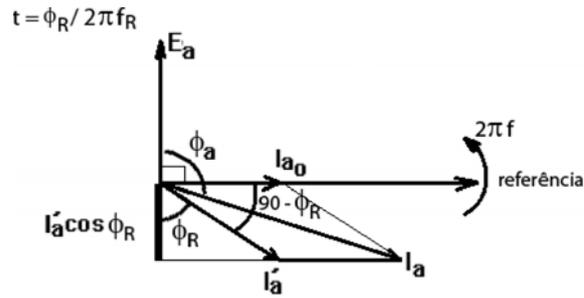


Figura 2.9 - Diagrama fasorial - fase  $a$ .

$fmm_{E0}$ . Pela Fig. 2.8, pode-se observar que o valor máximo de  $f'mm_E$  se alinha com o eixo  $a$  exatamente quando decorrer o intervalo de tempo relativo ao ângulo  $90^\circ - \phi_R$ , a partir do instante desta figura, ou seja, o instante que  $i_{a0}$  passa por máximo. Portanto o fasor  $\dot{I}'_a$  está atrasado de  $90^\circ - \phi_R$  em relação a  $\dot{I}_{a0}$ , como indicado na Fig. 2.9. A composição de  $\dot{I}_{a0}$  e  $\dot{I}'_a$  resulta na corrente da fase  $a$  do estator.

Observando novamente as Fig. 2.8 e Fig. 2.9, pode-se concluir que a máquina de indução na condição de  $\omega_R > \omega$ , com ambas no mesmo sentido, funciona como gerador. Do lado mecânico o conjugado  $T$  no rotor se opõe ao sentido de  $\omega_R$ , e, portanto para manter constante esta velocidade, se faz necessário um conjugado igual porém no mesmo sentido que  $\omega_R$ . Este, por exemplo, pode ser oferecido por uma turbina. Injeta-se potência mecânica no rotor da máquina de indução. Do lado elétrico, verifica-se no diagrama fasorial da Fig. 2.9 uma potência ativa negativa, ou seja,  $-3E_a I'_a \cos \phi_R$ . A máquina de indução faz fluir energia para a rede, transformando energia mecânica em elétrica. Este fato, juntamente com o resultado da análise do lado mecânico caracteriza o funcionamento da máquina como gerador de indução. Quanto a potência reativa, observa-se pela Fig. 2.9 uma potência positiva, ou seja,  $3E_a I'_a \sin \phi_R$ . Isto indica que o gerador de indução necessita de potência reativa indutiva, a exemplo do motor de indução, e ao contrário da máquina síncrona que pode funcionar nos dois sentidos, ou seja, com potência reativa indutiva ou capacitiva.

A análise até então feita demonstra fisicamente o funcionamento da máquina de indução como gerador. Porém é importante observar em que condições a máquina deve ser projetada no ponto de funcionamento em regime nominal. Neste caso, se

faz necessário estender esta análise avaliando quantitativamente seus parâmetros, observando-se principalmente as melhores condições de seu desempenho.

A conversão eletromecânica de energia tem uma característica muito importante quando comparado com outros tipos de conversão de energia. É sempre viável fisicamente a sua realização em determinadas condições que resultam em rendimentos elevados, podendo estes chegar a valores superiores a 90%. Evidentemente que por ocasião do projeto de uma máquina elétrica, a condição de rendimento elevado deve ser satisfeita no ponto de seu funcionamento nominal.

Da teoria tradicional é comum dividir a máquina elétrica de indução em 3 blocos representativos do estator, rotor e perdas por atrito/ventilação ( $PR$ ), onde nos 2 últimos consideram-se apenas as perdas elétricas nas respectivas resistências de enrolamento. O diagrama da Fig. 2.10 ilustra o gerador de indução.

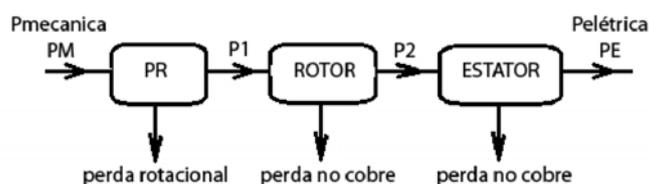


Figura 2.10 - Balanço energético do gerador de indução.

Observando a Fig. 2.10 pode-se obter o rendimento do gerador  $\eta_g$ , (2.18).

$$\eta_g = \frac{P_E}{P_M} \quad (2.18)$$

De (2.18) pode-se escrever (2.19)

$$\eta_g = \left( \frac{P_1}{P_M} \right) \cdot \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \cdot \left( \frac{P_E}{P_2} \right) \quad (2.19)$$

A relação  $\frac{P_2}{P_1}$  é o rendimento do rotor  $\eta_R$  considerando apenas a perda na sua resistência, (2.20).

$$\eta_R = \frac{P_2}{P_1} \quad (2.20)$$

Observando as Fig. 2.9 e Fig. 2.10 pode-se obter  $P_2$  em (2.21), onde o fator 3 representa a soma da potência de cada fase.

$$P_2 = 3\dot{E}_a \dot{I}'_a \cos \phi_R \quad (2.21)$$

A perda  $P_R$  indicada na Fig. 2.10 é dada por (2.22)

$$P_R = 3R'_R \dot{I}'_a{}^2 \quad (2.22)$$

A grandeza  $R'_R$  representa a resistência por fase do rotor bobinado equivalente ao rotor em gaiola de esquilo, porém referida ao estator. Observando a Fig. 2.10 e as expressões (2.21) e (2.22) tem-se (2.23) e (2.24).

$$\eta_R = \frac{3\dot{E}_a \dot{I}'_a \cos \phi_R}{3\dot{E}_a \dot{I}'_a \cos \phi_R + 3R'_R \dot{I}'_a{}^2} \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{\eta_R} = 1 + \frac{R'_R \dot{I}'_a{}^2}{\dot{E}_a \dot{I}'_a \cos \phi_R} \quad (2.24)$$

No início desta análise observa-se o fluxo magnético proveniente de  $fmm_{E0}$  induzindo tensão, por velocidade relativa (efeito mocional) no enrolamento do rotor. Chamando de  $E_R$  esta tensão induzida por fase do enrolamento trifásico equivalente a gaiola de esquilo, pode-se relacioná-la com a tensão induzida pela mesma  $fmm_{E0}$ , na fase  $a$  do estator, ou seja,  $E_a$ . Estas tensões são iguais quando  $E_R$  é referida ao estator, se tornando  $E'_R$ , e considerando os efeitos das velocidades relativas entre a  $fmm_{E0}$  e ambos rotor e estator, (2.25) e (2.26).

$$E'_r = k(\omega_R - \omega) \quad (2.25)$$

$$E_a = k\omega \quad (2.26)$$

Por outro lado, a conhecida grandeza escorregamento é definida como expressa em (2.27).

$$S = \frac{\omega - \omega_r}{\omega} \quad (2.27)$$

De (2.25) a (2.27) tem-se (2.28).

$$E_a = -\frac{E'_R}{S} \quad (2.28)$$

Substituindo (2.28) em (2.24) tem-se (2.29)

$$\frac{1}{\eta_R} = 1 - \frac{SR'_R \dot{I}'_a{}^2}{\dot{E}'_R \dot{I}'_a \cos \phi_R} \quad (2.29)$$

Chamando de  $Z'_R$  a impedância por fase do rotor, referida ao estator, pode-se escrever (2.30).

$$E'_R = Z'_R \dot{I}'_a \quad (2.30)$$

Substituindo (2.29) em (2.30) tem-se (2.31).

$$\frac{1}{\eta_R} = 1 - \frac{SR'_R}{Z'_R \cos \phi_R} \quad (2.31)$$

Como  $R'_R$  e  $\phi_R$  são a parte real e o ângulo da impedância  $Z'_R$ , respectivamente, tem-se (2.32).

$$R'_R = Z'_R \cos \phi_R \quad (2.32)$$

De (2.31) e (2.32) tem-se (2.33).

$$\frac{1}{\eta_R} = 1 - S \quad (2.33)$$

De (2.33) tem-se (2.34).

$$\eta_R = \frac{1}{1 - S} \quad (2.34)$$

A expressão (2.34) define uma característica importante para o gerador de indução. Para manter um rendimento alto, e que deve ser na condição nominal do gerador, o rendimento do seu rotor deve também ter um alto valor. Para que isto ocorra, o seu escorregamento nominal deve ter um valor pequeno. Por exemplo, para  $S = -0,03$ , de (2.34) tem-se  $\eta_R = 97\%$ . Admitindo-se que os rendimentos de estator e de perda rotacional sejam também iguais a  $97\%$ , de (2.19) tem-se  $\eta_R = 91,3\%$ . Se  $S$  for  $-0,05$ , tem-se  $\eta_R = 95,2\%$ , e admitindo-se a mesma condição anterior o rendimento  $\eta_R$  passa para  $86,2\%$ . Para o escorregamento de  $-0,03$ , de (2.27) tem-se  $\omega_R = 1,03 \cdot \omega$ , e para  $-0,05$  tem-se  $\omega_R = 1,05 \cdot \omega$ .

Destes exemplos numéricos conclui-se que, para o gerador manter o seu rendimento nominal alto, a sua velocidade angular nominal é superior, porém muito próxima da velocidade síncrona, precisamente inferior a  $105\%$  desta.

Para a condição nominal do motor, é possível avaliar a margem de variação do fator de potência do seu rotor. De (2.32) tem-se (2.35).

$$\cos \phi_R = \frac{R'_R}{Z'_R} \quad (2.35)$$

A impedância  $Z'_R$  é composta das partes real  $R'_R$  e imaginária  $X'_R$ , e portanto escreve-se (2.36).

$$Z'_R = \sqrt{R'_R{}^2 + X'_R{}^2} \quad (2.36)$$

A reatância  $X'_R$  está na frequência do rotor, ou seja,  $f_R$ , expressa em (2.17) e portanto pode-se escrever (2.37).

$$X'_R = (\omega_R - \omega) \cdot L'_R \quad (2.37)$$

A grandeza  $L'_R$  representa a indutância de dispersão da fase do rotor bobinado, referida ao estator. Para o rotor bloqueado, a reatância  $X'_R$  se transforma em  $X'_{RB}$  dada por (2.38).

$$X'_{RB} = \omega \cdot L'_R \quad (2.38)$$

Utilizando-se (2.27), (2.37) e (2.38) tem-se (2.39)

$$X'_R = -S \cdot X'_{RB} \quad (2.39)$$

Substituindo (2.39) em (2.36) tem-se (2.40).

$$Z'_R = \sqrt{R'_R{}^2 + S^2 \cdot X'_{RB}{}^2} \quad (2.40)$$

A partir de critérios de projeto das máquinas comerciais é possível relacionar entre si os seus parâmetros. Da referência (MARTINS NETO, 1980) obtém-se algumas relações que estão apresentadas na Tab. 2.1.

Os parâmetros indicados na Tab. 2.1 são:

- $X_m$ , é a reatância de magnetização por fase
- $X_S$ , é a reatância de dispersão por fase do estator
- $X'_{RB}$ , é a reatância de dispersão por fase do rotor referida ao estator
- $R'_R$ , é a resistência por fase do rotor referida ao estator

Tabela 2.1 - Relação entre parâmetros da máquina de indução - 60 Hz - potências de 5 a 3000 CV.

Relação de Parâmetros	
$\frac{X_m}{X'_{RB}}$	30 a 50
$\frac{X'_{RB}}{R'_R}$	2 a 4
$\frac{X_S}{R_S}$	3 a 10

- $R_S$ , é a resistência por fase do estator.

Utilizando dados da Tab. 2.1 em (2.40) tem-se (2.41).

$$Z'_R = R'_R \sqrt{1 + [(2 \text{ a } 4) \cdot S]^2} \quad (2.41)$$

De (2.41) obtém-se o fator de potência do rotor, (2.42).

$$\cos \phi_R = \frac{R'_R}{R'_R \sqrt{1 + [(2 \text{ a } 4) \cdot S]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + [(2 \text{ a } 4) \cdot S]^2}} \quad (2.42)$$

Como a condição nominal de operação da máquina está entre -0,03 e -0,05, através de (2.42) obtém-se  $\cos \phi_R$  praticamente unitário, ou seja, um circuito de rotor quase que puramente resistivo. Como a máquina está funcionando como gerador, é mais apropriado interpretar o valor unitário para  $\cos \phi_R$  como havendo no rotor um fluxo de potência praticamente apenas ativa.

Na Fig. 2.11 está refeito o diagrama fasorial da Fig. 2.9, considerando o valor quase unitário para  $\cos \phi_R$ , ou seja,  $\phi_R$  próximo de zero.

A análise desenvolvida neste item serve para entender o funcionamento de um gerador de indução do ponto de vista físico, observando-se que apenas a análise qualitativa não é suficiente para entender as melhores condições de seu funcionamento, necessitando um complemento quantitativo considerando valores típicos de parâmetros de projeto.

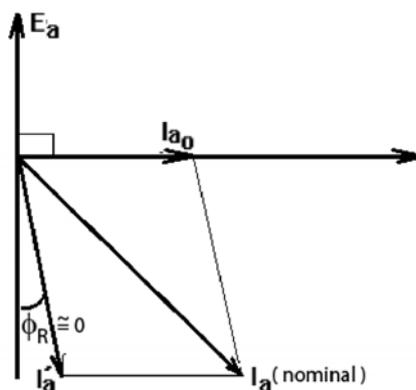


Figura 2.11 - Diagrama fasorial - condição nominal do gerador.

Esta análise, embora a princípio pareça desnecessária quanto ao objetivo deste trabalho, será de grande valia, facilitando a compreensão da análise física, a ser feita a seguir, para o gerador de indução considerando apenas as componentes harmônicas de tensão e corrente.

### 2.2.2 Gerador de Indução Trifásico em Regime Permanente Não Senoidal

Seguindo o mesmo desenvolvimento feito para o regime senoidal, deve-se analisar a máquina de indução sob o efeito das correntes não senoidais que podem ser decompostas na série de Fourier, e assim formadas por uma componente fundamental superposta a diversas componentes harmônicas. Como o objetivo é analisar o gerador de indução alimentando cargas não lineares, que são caracterizadas por impor componentes harmônicas, geralmente de ordem ímpar, apenas estas serão consideradas.

Para as componentes fundamentais das correntes a análise do funcionamento do gerador é exatamente a mesma feita para o regime permanente senoidal na Seção 2.2.1. Como estas componentes predominam sobre as harmônicas, a velocidade angular nominal do gerador deve se manter em um valor muito próximo e superior a velocidade síncrona. Assim passa-se a fazer a análise da máquina apenas em relação as componentes harmônicas.

A exemplo do início da Seção 2.2.1, as componentes harmônicas de ordem  $h$  das correntes  $i_{ao}$ ,  $i_{bo}$ ,  $i_{co}$ , circulando no enrolamento do estator da máquina, produzem

a distribuição espacial e senoidal de  $fmm$  girante de ordem  $h$ , identificada por  $fmm_{E0h}$ . De acordo com a Seção 2.2.1, para índices harmônicos  $h = 5, 11, \dots$  a velocidade da referida  $fmm$  girante é dada por  $-h\omega$ . Para  $h = 7, 13, \dots$  a mesma velocidade é dada por  $h\omega$ .

A Fig. 2.12 mostra o corte linearizado da máquina apresentando a  $fmm$ , girante para  $h = 5, 11, \dots$ ,  $fmm_{E0h}$ .

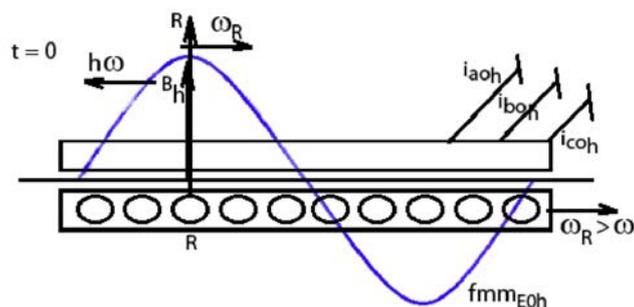


Figura 2.12 - Corte linearizado -  $fmm_{E0h}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

A força magneto motriz  $fmm_{E0h}$  produz a respectiva distribuição espacial de densidade de fluxo magnético girante, tal que no instante da Fig. 2.12,  $t = 0$ , o valor máximo desta distribuição coincide com a posição da barra  $R$  da gaiola de esquilos, Fig. 2.12. Assim é possível determinar a polaridade da tensão induzida, por efeito mocional, na barra  $R$ , como pode ser observado na Fig. 2.13.

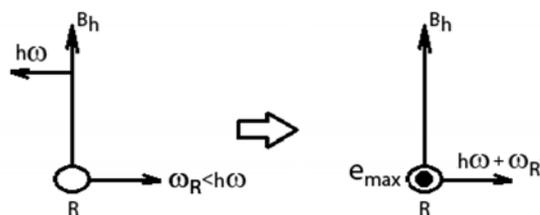


Figura 2.13 - Polaridade da tensão induzida em  $R$ .

Transferindo a polaridade da tensão induzida da Fig. 2.13 para as barras da gaiola de esquilo tem-se a Fig. 2.14.

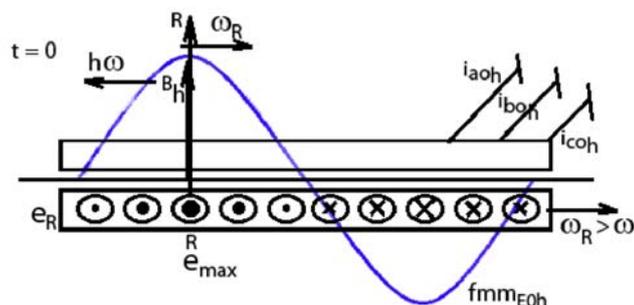


Figura 2.14 - Tensões induzidas no rotor e  $f_{mm_{E0h}}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Os fenômenos físicos se repetem como aqueles apresentados na análise da Seção 2.2.1. A tensão induzida no rotor é senoidal, porém agora na frequência  $f_{Rh}$ , onde  $2\pi f_{Rh} = h\omega + \omega_R$ , provocando correntes nas barras da gaiola. O circuito elétrico do rotor é resistivo e indutivo, cujo ângulo do fator de potência é  $\phi_{Rh}$ . Chamando de  $\dot{E}_{Rh}$  e  $\dot{I}_{Rh}$  os fasores tensão e corrente de cada fase do rotor bobinado equivalente a gaiola, devido ao regime senoidal de ordem harmônico  $h = 5, 11, \dots$ , pode-se construir o diagrama fasorial da Fig. 2.15.

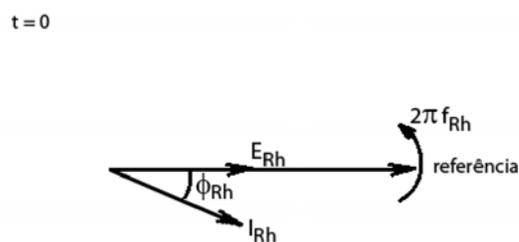


Figura 2.15 - Diagrama fasorial -  $\dot{E}_{Rh}$ ,  $\dot{I}_{Rh}$ ,  $\phi_{Rh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Observa-se na Fig. 2.15 a tensão passando pela referência, pois este diagrama foi

construído para o instante  $t = 0$ , concentrando-se a atenção na barra  $R$ . Este fato vem da tensão induzida na barra  $R$ , em  $t = 0$ , ter seu valor máximo. A corrente está atrasada de  $\phi_{Rh}$  em relação a tensão, pela característica resistiva e indutiva do rotor.

Ao passar o intervalo de tempo relativo ao ângulo elétrico  $\phi_{Rh}$  a partir de  $t = 0$ , tem-se o diagrama fasorial da Fig. 2.16.

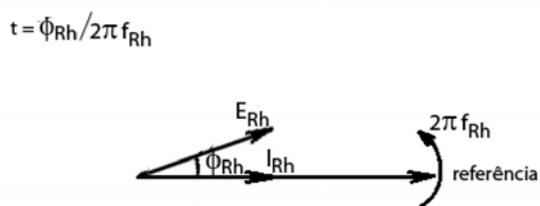


Figura 2.16 - Diagrama fasorial -  $\dot{E}_{Rh}$ ,  $\dot{I}_{Rh}$ ,  $\phi_{Rh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

No instante da Fig. 2.16, a corrente passa pelo seu valor máximo na barra  $R$ , e assim pode-se construir a Fig. 2.17.

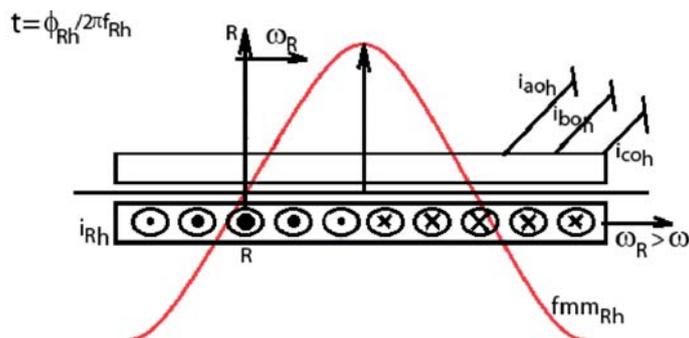


Figura 2.17 - Corte linearizado -  $fmm_{Rh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Observa-se na Fig. 2.17 a distribuição das correntes,  $i_{Rh}$ , produzida pela distribuição das tensões induzidas nas barras da gaiola de esquila. Também observa-se a dis-

tribuição espacial de  $fmm$ , produzida pelas correntes nas barras da gaiola,  $fmm_{Rh}$ .

No instante relativo a Fig. 2.17, pode-se localizar  $fmm_{E0h}$ . Esta distribuição de  $fmm$  se movimenta em relação ao rotor com a velocidade  $h\omega + \omega_R$ , portanto do instante  $t = 0$ , Fig. 2.14, para o instante  $t = \frac{\phi_{Rh}}{2\pi f_R}$  ou seja,  $t = \frac{\phi_{Rh}}{h\omega + \omega_R}$ , a distribuição  $fmm_{E0h}$  se desloca, para a esquerda, do ângulo  $\phi_{Rh}$  em relação ao eixo  $R$  fixo no rotor, Fig. 2.18.

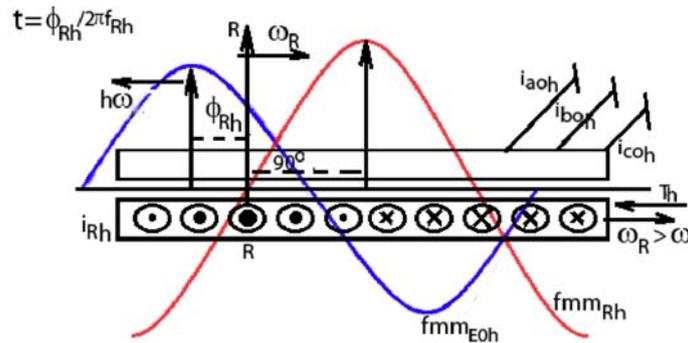


Figura 2.18 - Corte linearizado -  $fmm_{E0h}$ ,  $fmm_{Rh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

A duas distribuições de  $fmm$  estão separadas espacialmente pelo ângulo  $\phi_{Rh} + 90^\circ$ . Com a tendência de alinhamento de ambas, surge o conjugado eletromagnético no rotor com o sentido contrário a  $\omega_R$ , Fig. 2.18.

Aplicando-se a lei de Faraday - Lenz na estrutura magnética da Fig. 2.18, observa-se, como na Seção 2.2.1, que o estator deve ter uma nova componente de corrente, neste caso harmônica de ordem  $h$ , para cada fase, ou seja,  $i'_{ah}$ ,  $i'_{bh}$ ,  $i'_{ch}$ . Estas novas componentes produzem uma distribuição de força magneto motriz,  $fmm_{Eh}$ , que se opõe a  $fmm_{Rh}$ . Todas as distribuições de  $fmm$  estão indicadas na Fig. 2.19.

Observando-se a posição relativamente  $fmm_{E0h}$  e  $fmm_{Eh}$  na Fig. 2.19, por analogia com a análise feita para o gerador de indução em regime permanente senoidal, particularmente no que se refere as Fig. 2.8 e Fig. 2.9, pode-se construir o diagrama fasorial da Fig. 2.20. A tensão  $E_{ah}$  é a componente harmônica de ordem  $h$  da tensão induzida na fase  $a$  do estator da máquina devido ao campo magnético produzido pela distribuição  $fmm_{E0h}$ .

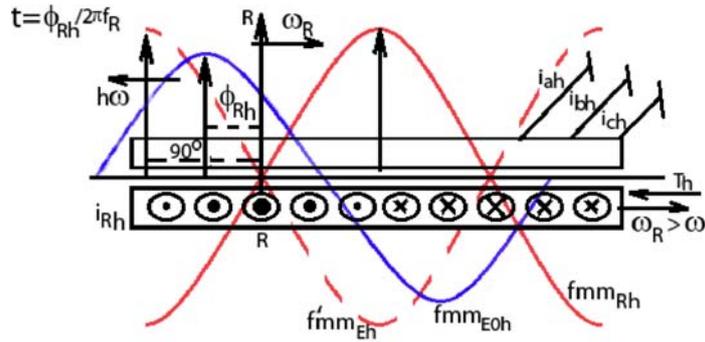


Figura 2.19 - Corte linearizado -  $fmm_{E0h}$ ,  $fmm_{Rh}$ ,  $f'mm_{Eh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

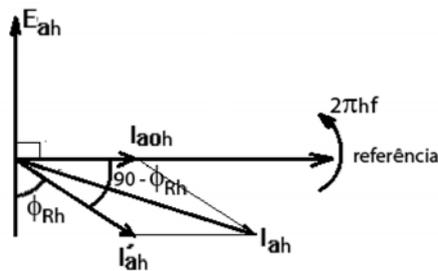


Figura 2.20 - Diagrama fasorial -  $\dot{I}_{ah}$ ,  $\dot{I}'_{ah}$ ,  $\phi_{Rh}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Do lado mecânico observa-se que surge o conjugado eletromagnético no rotor no sentido oposto a  $\omega_R$ . Pelo lado elétrico, deve-se analisar os parâmetros do circuito elétrico, principalmente do rotor. Este circuito é constituído da resistência  $R_R$  e da reatância indutiva de dispersão na frequência  $f_{Rh}$ , ou seja,  $X_{Rh}$ .

As reatâncias  $X_R$  e  $X_{Rh}$ , e suas respectivas frequências são expressas em (2.43) a (2.47), onde  $L_R$  é a indutância de dispersão por fase do rotor bobinado equivalente a gaiola de esquilo.

$$X_R = 2\pi f_R L_R \quad (2.43)$$

$$X_{Rh} = 2\pi f_{Rh} L_R \quad (2.44)$$

$$2\pi f_R = \omega_R - \omega \quad (2.45)$$

$$2\pi f_{Rh} = \omega_R + h\omega \quad (2.46)$$

$$\frac{X_{Rh}}{X_R} = \frac{\omega_R + h\omega}{\omega_R - \omega} \quad (2.47)$$

A expressão (2.47) também pode ser utilizada com as reatâncias referidas ao estator, (2.48).

$$\frac{X'_{Rh}}{X'_R} = \frac{\omega_R + h\omega}{\omega_R - \omega} \quad (2.48)$$

Utilizando-se a definição matemática de escorregamento, (2.27), a expressão (2.48) se transforma em (2.49).

$$\frac{X'_{Rh}}{X'_R} = 1 - \left( \frac{h+1}{S} \right) \quad (2.49)$$

Como  $X'_{RB}$  da Tab. 2.1 é uma reatância a rotor bloqueado, referida ao estator, de (2.43) e (2.45) pode-se escrever (2.50) e (2.51).

$$X'_R = (\omega_R - \omega) \cdot L'_R \quad (2.50)$$

$$X'_{RB} = \omega \cdot L'_R \quad (2.51)$$

Portanto, da definição de escorregamento (2.27), e de (2.50) e (2.51), tem-se (2.52).

$$X'_R = -S \cdot X'_{RB} \quad (2.52)$$

Substituindo (2.52) em (2.49) tem-se (2.53).

$$\frac{X'_{Rh}}{X'_{RB}} = h + 1 - S \quad (2.53)$$

Aplicando-se a relação  $\frac{X'_{RB}}{R'_R}$  da Tab. 2.1 em (2.53) tem-se (2.54).

$$\frac{X'_{Rh}}{R'_R} = (2 \text{ a } 4) \cdot (h + 1 - S) \quad (2.54)$$

Para escorregamentos nominais na ordem de -0,03 a -0,05, a expressão (2.54) se torna (2.55), uma vez que  $S$  é desprezível em relação a  $h + 1$ , pois  $h$  assume os valores 5, 11,  $\dots$ .

$$\frac{X'_{Rh}}{R'_R} \cong (2 \text{ a } 4) \cdot (h + 1) \quad (2.55)$$

Para o menor valor de  $h$ , ou seja,  $h = 5$ , tem-se (2.56). No caso de harmônicas superiores, por exemplo  $h = 11, 17, \dots$ , a relação  $\frac{X'_{RS}}{R'_R}$  aumenta ainda mais.

$$X'_{R5} = (12 \text{ a } 24) \cdot R'_R \quad (2.56)$$

De (2.56) conclui-se que o circuito elétrico do rotor é quase que puramente indutivo, ou seja,  $\phi_{Rh} \cong 90^\circ$ , para a condição de velocidade nominal do gerador, referente ao regime de ordens harmônicas  $h = 5, 11, \dots$ , ou seja,  $h = 5 + 6m$  com  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Com base no diagrama fasorial da figura Fig. 2.20, é possível construir o diagrama fasorial apresentado na Fig. 2.21, considerando as últimas conclusões sobre o circuito equivalente do rotor.

Observa-se na Fig. 2.21 que  $\dot{I}_{aoh} < \dot{I}'_{ah}$ , e isto tem uma comprovação numérica. A tensão  $\dot{E}_{ah}$  produz a corrente  $\dot{I}_{aoh}$  através da reatância de magnetização por fase, de ordem harmônica  $h$ ,  $X_{mh}$ , portanto pode-se escrever (2.57).

$$\dot{I}_{aoh} = \frac{\dot{E}_{ah}}{X_{mh}} \quad (2.57)$$

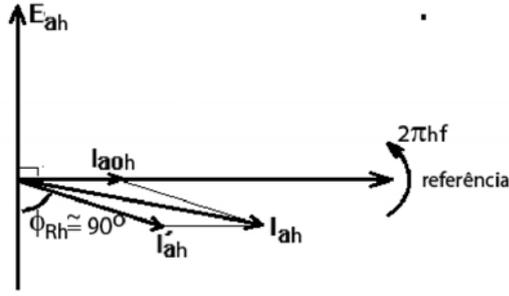


Figura 2.21 - Diagrama fasorial - componentes harmônicas de ordem  $h$  para  $h = 5, 11, \dots$ .

Por outro lado, a mesma tensão  $\dot{E}_{ah}$  produz  $\dot{I}'_{ah}$ , tal que a impedância que os relaciona pode ser obtida a partir dos parâmetros  $R'_R$  e  $X'_{Rh}$ . A expressão (2.30) pode ser escrita analogamente para a componente de ordem harmônica  $h$ ,  $E'_{Rh}$  e  $I'_{ah}$ , em (2.58) e (2.59).

$$E'_{Rh} = Z'_{Rh} \cdot I'_{ah} \quad (2.58)$$

$$Z'_{Rh} = \sqrt{R'^2_R + X'^2_{Rh}} \quad (2.59)$$

O menor valor de  $X'_{Rh}$  está indicado em (2.56), que permite desprezar  $R'_R$  em função de  $X'_{Rh}$ , (2.60).

$$Z'_{Rh} \cong X'_{Rh} \quad (2.60)$$

Cada tensão induzida  $E_{ah}$  e  $E'_{Rh}$  é proporcional a velocidade relativa entre o seu enrolamento e o campo magnético produzido pela  $fmm$  magnetizante  $fmm_{E0h}$ . Portanto pode-se escrever as expressões (2.61) e (2.62).

$$E'_{Rh} = k(\omega_R + h\omega) \quad (2.61)$$

$$E_{ah} = Kh\omega \quad (2.62)$$

Da definição de escorregamento, (2.27) e (2.58), (2.60) a (2.62) tem-se (2.63).

$$I'_{ah} = \frac{E_{ah}}{\left(\frac{h}{h+1-s}\right) \cdot X'_{Rh}} \quad (2.63)$$

Deseja-se comparar  $I_{aoh}$  com  $I'_{ah}$ , e de (2.57) e (2.63), pode-se fazer esta comparação desde que se relaciona  $X'_{Rh}$  com  $X_{mH}$ .

Em (2.53) relaciona-se  $X'_{Rh}$  com  $X'_{RB}$ , que por comodidade transcreve-se a mesma relação em (2.64).

$$\frac{X'_{Rh}}{X'_{RB}} = h + 1 - S \quad (2.64)$$

Da Tab. 2.1 tem-se a relação  $\frac{X_m}{X'_{RB}}$  de 30 a 50. Portanto basta agora relacionar  $X_{mh}$  com  $X_m$ . Estas duas reatâncias podem ser escritas como (2.65) e (2.66), onde  $L_m$  é a indutância de magnetização por fase da máquina.

$$X_{mh} = h\omega L_m \quad (2.65)$$

$$X_m = \omega L_m \quad (2.66)$$

De (2.64) a (2.66) tem-se (2.67).

$$\frac{X_{mh}}{X'_{Rh}} = \left(\frac{h}{h+1-s}\right) \cdot \frac{X_m}{X'_{RB}} \quad (2.67)$$

De (2.57), (2.61) e (2.67) tem-se (2.68).

$$\frac{I'_{ah}}{I_{aoh}} = \frac{X_m}{X'_{RB}} \quad (2.68)$$

Da Tab. 2.1 a relação  $\frac{X_m}{X'_{RB}}$  está em torno de 30 a 50, e portanto tem-se (2.69).

$$\frac{I'_{ah}}{I_{aoh}} = 30 \text{ a } 50 \quad (2.69)$$

Esta relação justifica a consideração inicial de  $I'_{ah} > I_{aoh}$ , por sinal bem maior. Satisfazendo esta condição, o circuito que relaciona  $E_{ah}$  com  $I_{ah}$  é praticamente composto da reatância  $(\frac{h}{h+1}) \cdot X'_{Rh}$ , como pode ser observado em (2.63), pois pode-se considerar  $S$  e  $I_{aoh}$  desprezíveis.

A análise até então feita neste item é para as componentes harmônicas de ordem  $h = 5 + 6m$ , ou seja,  $h = 5, 11, \dots$ . A mesma análise deve ser repetida para as componentes harmônicas de ordem  $h = 7 + 6m$ , isto é,  $h = 7, 13, \dots$ .

Sabe-se, pela Seção 2.2.1, que a  $fmm$ , girante produzida por componentes harmônicas, de corrente, de ordem  $h = 7, 13, \dots$  tem a velocidade angular  $h\omega$ , no sentido da velocidade síncrona  $\omega$ .

A Fig. 2.22 mostra o corte linearizado da máquina de indução, apresentando a  $fmm$  girante  $fmm_{E0h}$  produzida pelas componentes harmônicas de ordem  $h = 7, 13, \dots$ , das correntes de estator  $i_{ao}, i_{bo}, i_{co}$ , a exemplo da Fig. 2.12.

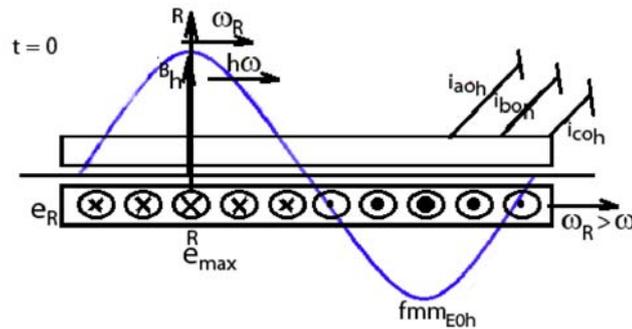


Figura 2.22 - Corte linearizado -  $fmm_{E0h}$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

As tensões induzidas,  $e_R$ , nas barras da gaiola, em  $t = 0$ , e suas polaridades podem ser obtidas a partir da análise da barra  $R$ , como indicado na Fig. 2.23.

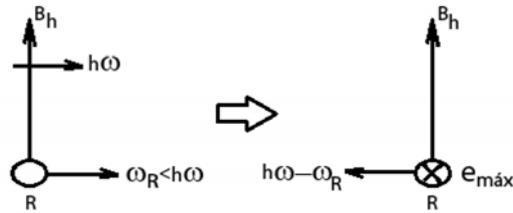


Figura 2.23 - Polaridade da tensão induzida em  $R$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

A tensão induzida no rotor tem a frequência  $2\pi f_{Rh} = h\omega - \omega_R$  fazendo circular as correntes nas barras da gaiola. Como o circuito do rotor, neste caso também é resistivo e indutivo, utilizando-se a mesma nomenclatura da análise feita para  $h = 5, 11, \dots$ , tem-se o diagrama fasorial indicado na figura Fig. 2.24.

$t=0$

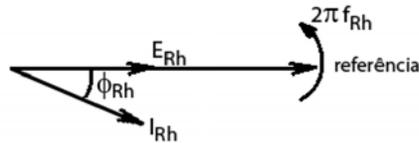


Figura 2.24 - Diagrama fasorial -  $E_{Rh}$ ,  $I_{Rh}$ ,  $\phi_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ).

Passado o intervalo de tempo correspondente ao ângulo  $\phi_{Rh}$  tem-se a corrente assumindo o valor máximo na barra  $R$ , e assim pode-se construir a Fig. 2.25 para o referido instante, ou seja,  $t = \frac{\phi_{Rh}}{2\pi f_{Rh}}$ .

Observa-se na Fig. 2.25 que a distribuição  $fmm_{E0h}$  percorreu o ângulo  $\phi_{Rh}$ , para a direita em relação ao eixo  $R$ , fixo no rotor, pois a sua velocidade relativa ao rotor é exatamente  $2\pi f_{Rh} = h\omega - \omega_R$ , uma vez que  $\omega_R$  é menor que  $h\omega$ . A posição relativa entre  $fmm_{E0h}$  e  $fmm_{Rh}$  define o conjugado eletromagnético no rotor, proveniente da tendência de alinhamento das 2 ondas de  $fmm$ . O seu sentido coincide com o de

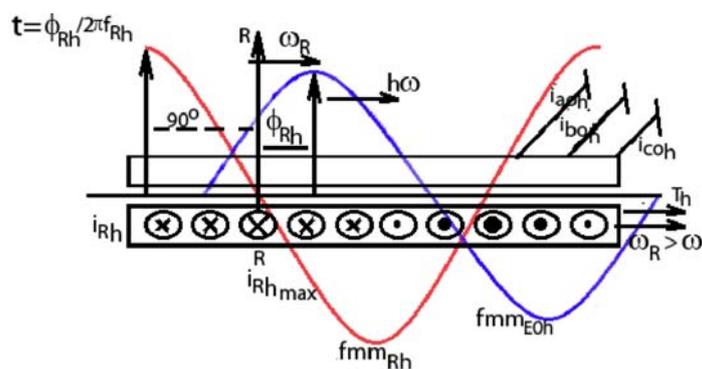


Figura 2.25 - Corte linearizado -  $fmm_{E0h}$ ,  $fmm_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ).

$\omega_R$ . Aplicando-se a lei de Faraday - Lenz na estrutura magnética da Fig. 2.25 tem-se a Fig. 2.26.

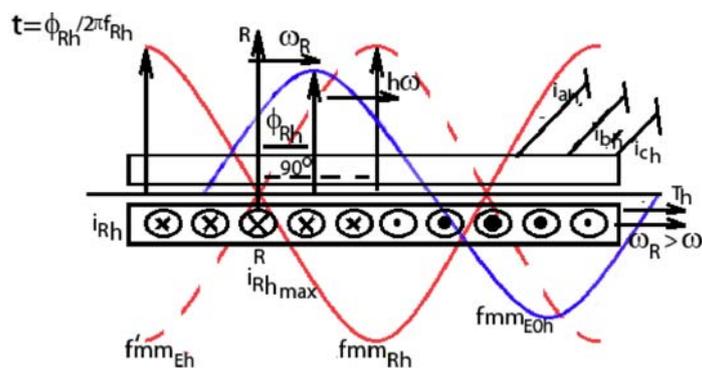


Figura 2.26 - Corte linearizado -  $fmm_{Eh}$ ,  $fmm_{Rh}$ ,  $f'mm_E$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

Da posição relativa entre  $fmm_{E0h}$  e  $f'mm_{Eh}$  Fig. 2.26, pode-se construir o diagrama fasorial da Fig. 2.27.

Fazendo a análise do circuito elétrico do rotor é possível verificar o funcionamento do lado elétrico da máquina. Esta análise é análoga a feita para as componentes harmônicas de ordem  $h = 5, 11, \dots$ . Uma diferença é com relação a  $f_{Rh}$ , que na análise anterior observa-se em (2.46) o valor  $2\pi f_{Rh} = h\omega + \omega_R$ . Para a análise atual tem-se (2.70), desenvolvendo a Fig. 2.23.

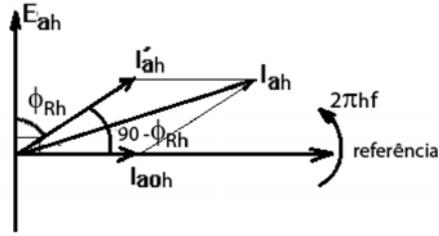


Figura 2.27 - Diagrama fasorial -  $I_{ah}$ ,  $I'_{ah}$ ,  $I_{aoh}$ ,  $E_{ah}$ ,  $\phi_{Rh}$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

$$2\pi f_{Rh} = h\omega - \omega_R \quad (2.70)$$

Assim a versão de (2.48) para a análise atual é (2.71).

$$\frac{X'_{Rh}}{X'_R} = \frac{h\omega - \omega_R}{\omega_R - \omega} \quad (2.71)$$

Aplicando-se o mesmo desenvolvimento matemático feito de (2.48) a (2.55) iniciando pela expressão (2.71), tem-se como resultado (2.72).

$$\frac{X'_{Rh}}{R'_R} = (2 \text{ a } 4) \cdot (h - 1) \quad (2.72)$$

Da expressão (2.72) conclui-se que  $\phi_{Rh}$  é próximo de  $90^\circ$ , e baseando-se na Fig. 2.27 obtém-se a Fig. 2.28.

Para a ordem harmônica  $h = 7$ , de (2.72) tem-se (2.73).

$$X'_{Rh} = (12 \text{ a } 24) \cdot R'_R \quad (2.73)$$

Os valores de (2.73) são idênticos aos de (2.56). Isto realmente acontece, e não apenas quando se compara as ordens harmônicas 5 e 7. Observando as expressões (2.55) e (2.72), a primeira é aplicada para  $h = 5 + 6m$ . Substituindo os valores de  $h$  nas

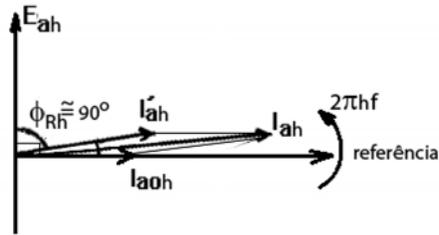


Figura 2.28 - Diagrama fasorial -  $I_{aoh}$ ,  $I'_{ah}$ ,  $\phi_{Rh}$ , ( $h = 7, 13, \dots$ ).

respectivas expressões (2.19) e (2.72) tem-se exatamente a mesma expressão.

$$\frac{X'_{Rh}}{R'_R} = 6 \cdot (2 \text{ a } 4) \cdot (m + 1) \quad (2.74)$$

Sabe-se que  $m = 0$  identifica  $h = 5$  e  $7$ ,  $m = 1$  identifica  $h = 11$  e  $13$ , e assim por diante. Da expressão (2.74) pode-se concluir que  $\phi_{Rh}$  para qualquer valor da ordem harmônica  $h$ , o rotor da máquina de indução se comporta como um elemento quase que puramente indutivo.

A exemplo do caso  $h = 5, 11, \dots$ , pode-se também avaliar a relação  $\frac{I'_{Rh}}{I_{aoh}}$  para  $h = 7, 13, \dots$ . A sistemática é a mesma usada pelas expressões de (2.57) a (2.69) modificando a expressão (2.61) para (2.75), uma vez que  $f_{Rh}$  passa a ser dada por (2.70).

$$E'_{Rh} = k(h\omega - \omega_R) \quad (2.75)$$

O resultado da aplicação da sistemática adotada anteriormente utilizando (2.75) é a expressão (2.76).

$$\frac{I'_{ah}}{I_{aoh}} = \frac{X_m}{X'_{RB}} = 30 \text{ a } 50 \quad (2.76)$$

Observa-se que a relação (2.76), que considera  $h = 7, 13, \dots$ , é idêntica a (2.70) para

$h = 5, 11, \dots$ . Assim, para qualquer ordem harmônica, para as máquinas de indução comerciais a relação  $\frac{I'_{ah}}{I_{aoh}}$  varia entre 30 e 50. Resumindo as conclusões sobre o circuito do rotor ser quase que puramente indutivo e  $I'_{ah}$  bem maior que  $I_{aoh}$ , pode-se repetir o diagrama fasorial da Fig. 2.28, satisfazendo estas condições, Fig. 2.29.

Considerando a frequência  $f_{Rh}$  dada por (2.70), valendo portanto para  $h = 7, 13, \dots$ , pode-se escrever (2.77).

$$E'_{Rh} = k(h\omega - \omega_R) \quad (2.77)$$

De (2.77), (2.62), (2.60) e da definição de escorregamento pode-se escrever (2.78).

$$I'_{ah} = \frac{E_{ah}}{\left(\frac{h}{h-1+S}\right) \cdot X'_{Rh}} \quad (2.78)$$

Desprezando  $S$  em (2.78) tem-se (2.79).

$$I'_{ah} = \frac{E_{ah}}{\left(\frac{h}{h-1}\right) \cdot X'_{Rh}} \quad (2.79)$$

Satisfazendo a condição de desprezar  $I_{aoh}$  em relação a  $I'_{ah}$ , conclui-se que o circuito que relaciona  $E_{ah}$  e  $I_{ah}$  é praticamente composto da reatância  $\left(\frac{h}{h-1}\right) \cdot X'_{Rh}$ , para  $h = 7, 13, \dots$ . Como primeira conclusão desta análise, pode-se afirmar que para qualquer ordem harmônica  $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ , a relação entre  $E_{ah}$  e  $I_{ah}$  pode ser considerada como sendo a reatância indutiva  $\left(\frac{h}{h\pm 1}\right) \cdot X'_{Rh}$ . De (2.64) e sua versão para  $h = 7, 13, \dots$ , a reatância  $\left(\frac{h}{h\pm 1}\right) \cdot X'_{Rh}$  torna-se (2.80).

$$\left(\frac{h}{h \pm 1}\right) \cdot X'_{Rh} = hX'_{RB} \quad (2.80)$$

O sinal positivo é para  $h = 5, 11, \dots$  e negativo para  $h = 7, 13, \dots$ . A Fig. 2.29 sugere o circuito elétrico baseado em (2.80).

Considerando que a corrente  $I_{ah}$  circula pela fase do estator, ela também é responsável pelas quedas de tensão resistiva e indutiva de dispersão da fase do estator.

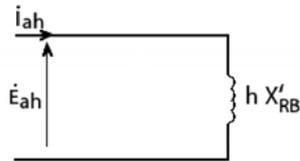


Figura 2.29 - Circuito elétrico representativo do rotor referido ao estator - ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ).

Como a princípio pode-se desprezar a queda resistiva em relação a indutiva de dispersão, chamando de  $X_E$  a reatância de dispersão por fase do estator, na frequência fundamental, pode-se construir o circuito elétrico da Fig. 2.30.

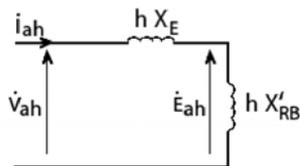


Figura 2.30 - Circuito elétrico representativo da máquina - ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ).

Das análises feitas na Seção 2.2.1 e nesta Seção, quando a máquina é vista apenas pelo regime senoidal fundamental a potência que flui no rotor é quase que somente ativa, enquanto que vista apenas pelo regime senoidal de uma única componente harmônica, a potência que flui no rotor é quase que somente reativa indutiva.

### 2.2.3 Gerador Síncrono Trifásico em Regime Permanente Senoidal

A Fig. 2.31 mostra o corte linearizado de uma máquina síncrona trifásica de pólos lisos, onde a fase  $a$  do enrolamento do estator é esquematicamente representado pelo

corte transversal dos 2 lados,  $a_1$  e  $a_2$ , de uma bobina considerada como central da fase. Para efeito desta análise, considera-se apenas a distribuição espacial fundamental de cada  $fmm$ , bem como sua relação linear com a respectiva distribuição espacial de densidade de fluxo magnético, ou seja, não considera-se o efeito da distorção provocado pela saturação magnética.

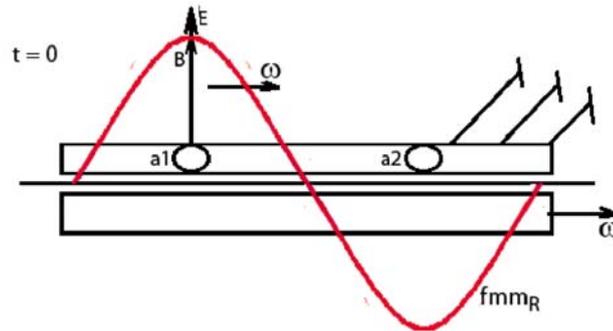


Figura 2.31 - Corte linearizado da máquina síncrona -  $fmm_R$ .

A força magneto motriz  $fmm_R$  é a distribuição espacial produzida pela corrente contínua de excitação que circula no enrolamento do rotor responsável pela distribuição espacial da densidade de fluxo magnético de rotor. Considerando-se que no instante da Fig. 2.31,  $t = 0$ , o valor máximo de  $fmm_R$  coincide com a posição do lado  $a_1$  da fase  $a$  do estator, a tensão senoidal induzida na fase  $a$  devido a velocidade relativa entre seus condutores e  $fmm_R$ , tem o seu valor máximo. A Fig. 2.32 indica a polaridade da tensão induzida no condutor  $a_1$ .

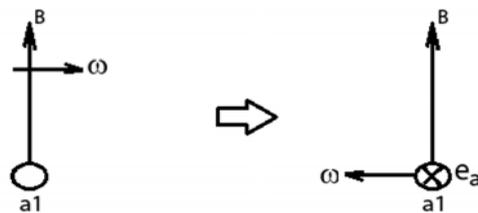


Figura 2.32 - Polaridade da tensão induzida - fase  $a$  estator.

Conectando o estator da máquina síncrona a uma carga resistiva e indutiva, a tensão  $e_a$  produz uma corrente  $i_a$ , bem como as tensões nas fases  $b$  e  $c$  produzem as respectivas correntes. As tensões induzidas nas fases do estator formam um sistema trifásico balanceado, que aplicado a uma carga trifásica balanceada resulta em um sistema trifásico balanceado de correntes. A Fig. 2.33 representa o diagrama fasorial no instante  $t = 0$ , onde  $e_a$  passa por máximo.

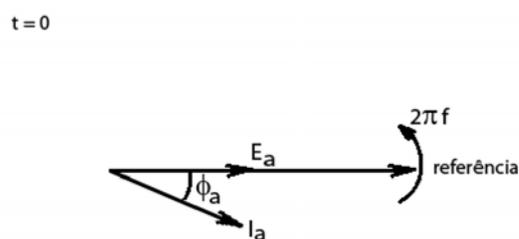


Figura 2.33 - Diagrama fasorial -  $t = 0$  carga  $RL$ .

As grandezas senoidais,  $e_a$  e  $i_a$ , estão representadas pelos fasores  $\dot{E}_a$  e  $\dot{I}_a$ , respectivamente. Ao passar o intervalo de tempo relativo ao ângulo do fator de potência da carga,  $\phi_a$ , a corrente  $i_a$  assume seu valor máximo, como indica a Fig. 2.34.

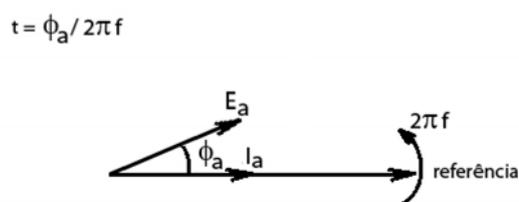


Figura 2.34 - Diagrama fasorial -  $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$  carga  $RL$ .

Pelo fato da corrente na fase  $a$  ter o seu valor máximo em  $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$ , a sua força magneto motriz pulsante,  $fmm_a$ , também assume a máxima pulsação. Pela teoria

da  $fmm$  girante, esta tem sua posição coincidente com a  $fmm$  pulsante que passa por máximo. Portanto, a força magneto motriz girante produzida pelas correntes de fase,  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , ou seja,  $fmm_E$ , tem a sua posição coincidente com  $fmm_a$  no instante  $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$ , Fig. 2.35.

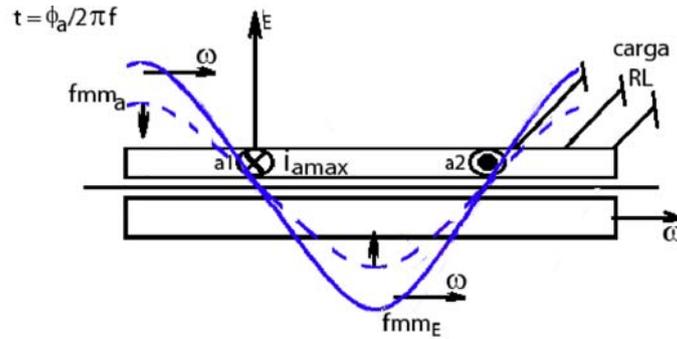


Figura 2.35 - Corte linearizado da máquina síncrona-  $fmm_a$ ,  $fmm_E$ .

Durante o intervalo de tempo entre os instantes da Fig. 2.31,  $t = 0$ , e da Fig. 2.35,  $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$ , a distribuição  $fmm_R$  percorre o ângulo  $\phi_a$  a partir do eixo  $E$  fixo no estator. A Fig. 2.36 mostra  $fmm_R$  e  $fmm_E$  exatamente no instante  $t = \frac{\phi_a}{2\pi f}$ .

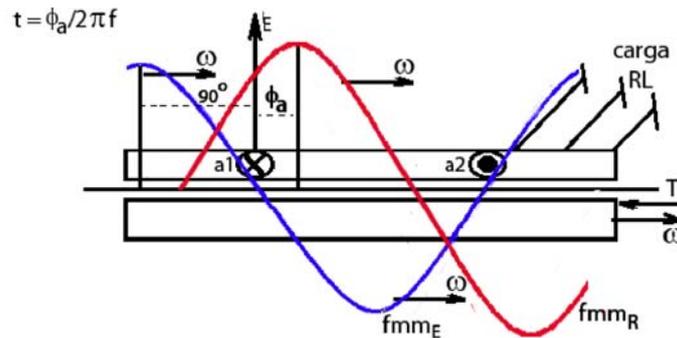


Figura 2.36 - Corte linearizado da máquina síncrona -  $fmm_R$ ,  $fmm_E$ , carga  $RL$ .

As distribuições  $fmm_R$  e  $fmm_E$  estão deslocadas de  $90 + \phi_a$ , e pela posição relativa indicada na Fig. 2.36 o conjugado eletromagnético  $T$  no rotor, que surge com a tendência de alinhamento das mesmas, é no sentido contrário a velocidade síncrona.

Esta análise física mostra a máquina funcionando como gerador, uma vez que alimenta nos seus terminais de estator uma carga elétrica, no caso resistiva e indutiva, e ao mesmo tempo no seu terminal mecânico exige um conjugado externo para equilibrar o conjugado eletromagnético  $T$ , para manter uma velocidade constante, e portanto gerar uma tensão de frequência e valor máximo constantes.

Se a carga elétrica for resistiva e capacitiva, o diagrama fasorial análogo ao da figura Fig. 2.33 está indicado na figura Fig. 2.37.

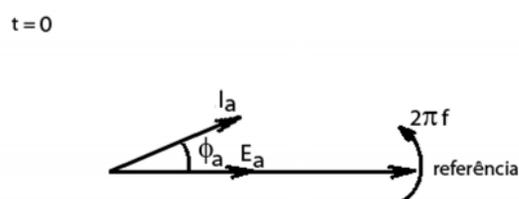


Figura 2.37 - Diagrama fasorial -  $t = 0$  carga  $RC$ .

Para a carga  $RC$ , o instante em que ocorre a corrente máxima na fase  $a$  é antes de  $t = 0$ , ou seja, em  $t = -\frac{\phi_a}{2\pi f}$ , Fig. 2.38.

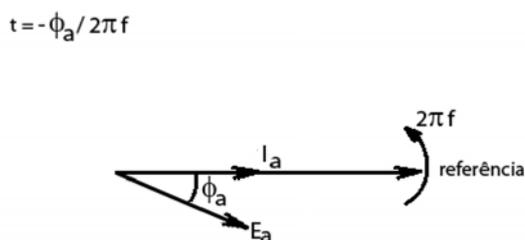


Figura 2.38 - Diagrama fasorial -  $t = -\frac{\phi_a}{2\pi f}$ .

Considerando o tempo negativo para o diagrama fasorial da Fig. 2.38, o esquema

análogo ao da Fig. 2.36 está representado na Fig. 2.39.

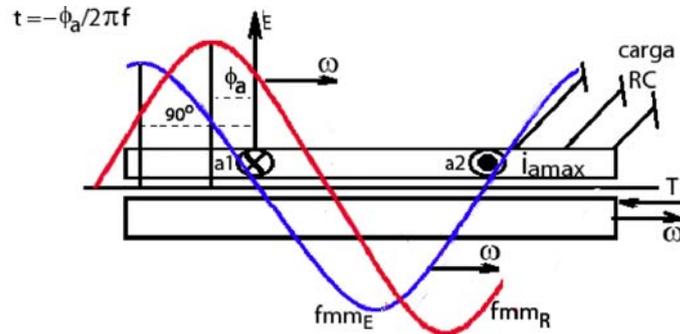


Figura 2.39 - Corte linearizado da máquina síncrona -  $fmm_R$ ,  $fmm_E$ , carga  $RC$ .

A distribuição  $fmm_R$  está deslocada de  $\phi_a$ , a esquerda, em relação ao eixo  $E$ . Isto significa que  $fmm_R$  deve percorrer o ângulo  $\phi_a$  para que no instante  $t = 0$  seu máximo coincida com o eixo  $E$ .

Observa-se na Fig. 2.39 o sentido do conjugado eletromagnético, também oposto ao da velocidade síncrona,  $\omega$ , caracterizando o funcionamento como gerador, como aconteceu na análise anterior, para a carga  $RL$ .

A exemplo da máquina de indução, neste item foi analisado o funcionamento da máquina síncrona em regime permanente senoidal com o intuito de facilitar o entendimento do seu funcionamento em regime não senoidal.

#### 2.2.4 Gerador Síncrono Trifásico em Regime Permanente Não Senoidal

Quando o gerador alimenta uma carga elétrica não linear as correntes do estator  $i_a$ ,  $i_b$ , e  $i_c$  variam de forma não senoidal. Decompondo as correntes nas componentes fundamental e harmônicas, neste caso as de ordem ímpar, tem-se produzidas no enrolamento do estator as respectivas distribuições espaciais fundamentais de  $fmm$  girante, como desenvolvido na Seção 2.1.1.

A  $fmm$  girante produzida pelas componentes fundamentais das correntes do estator é exatamente a distribuição da análise feita na Seção 2.2.3. A corrente contínua no enrolamento do rotor conhecido como enrolamento de campo ou de excitação,

produz a força magneto motriz  $fmm_R$ , como na Seção 2.2.3.

Resta analisar a máquina submetida às correntes harmônicas de  $i_a$ ,  $i_b$ , e  $i_c$ . Neste caso, como será visto posteriormente, o enrolamento do rotor sofre a influência das referidas componentes harmônicas. Para analisar esta influência sem outras possíveis interferências, considera-se o enrolamento do rotor alimentado por tensão contínua. Esta tensão produz única e exclusivamente a corrente contínua que faz parte da análise do gerador somente com as componentes fundamentais de  $i_a$ ,  $i_b$ , e  $i_c$ .

Considerando a condição da máquina com as componentes harmônicas de  $i_a$ ,  $i_b$ , e  $i_c$  apenas de uma ordem  $h$ , tem-se estabelecido uma força magneto motriz girante com velocidade angular diferente da velocidade síncrona do rotor,  $\omega$ , como pode-se verificar na Seção 2.1.1. Esta  $fmm$  produz uma distribuição espacial de densidade de fluxo magnético com velocidade relativa ao enrolamento do rotor, induzindo a tensão. Como o enrolamento do rotor possui um circuito elétrico fechado, a referida tensão induzida produz uma corrente, e portanto uma  $fmm$  de rotor. Como inicialmente existia apenas a  $fmm$  do estator, com o surgimento da  $fmm$  do rotor, o fluxo magnético que enlaça o enrolamento de cada fase do estator sofre uma alteração. Pela lei de Faraday - Lenz surge a tensão induzida por fase no estator que produz uma nova componente de corrente, cuja  $fmm$  resultante das 3 fases contraria a  $fmm$  de rotor.

Esta análise inicial, embora bem superficial e puramente descritiva, mostra que os fenômenos físicos envolvidos, e a sua sequência, são idênticas ao do gerador de indução. Portanto, a análise mais completa do gerador síncrono sob o efeito das componentes harmônicas de  $i_a$ ,  $i_b$ , e  $i_c$ , será feita seguindo o mesmo desenvolvimento e também parte da nomenclatura utilizada no gerador de indução, Seção 2.2.2.

Considerando-se inicialmente as harmônicas de ordem  $h = 5 + 6m$ , com  $m = 0, 1, 2, \dots$ , tem-se o corte linearizado do gerador síncrono apresentado na Fig. 2.40, onde  $fmm_{E0h}$  é a força magneto motriz girante inicial produzida por  $i_{aoh}$ ,  $i_{boh}$ , e  $i_{coh}$ , e o enrolamento do rotor representado esquematicamente pelos cortes transversais dos condutores  $R_1$  e  $R_2$  que compõem a sua bobina central. O valor e o sentido da velocidade angular de  $fmm_{E0h}$  vem da Seção 2.1.1.

A distribuição espacial de densidade de fluxo magnético produzido por  $fmm_{E0h}$  induz tensão no enrolamento do rotor. No instante da Fig. 2.40,  $t = 0$ , as tensões

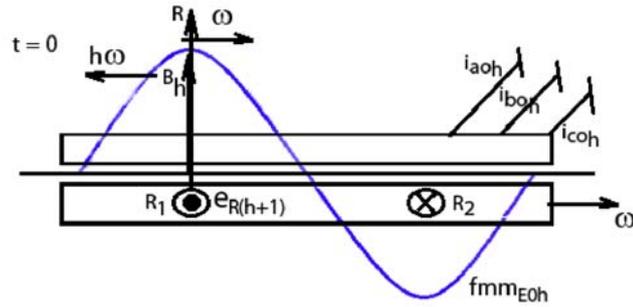


Figura 2.40 - Corte linearizado do gerador síncrono -  $fmm_{E0h}$  - ( $h = 5, 11, \dots$ ).

induzidas em  $R_1$  e  $R_2$  são máximas e com o passar do tempo se transformam em tensões senoidais de frequência  $(h + 1) \cdot \omega$ . A Fig. 2.41 mostra a polaridade da tensão induzida em  $R_1$ .

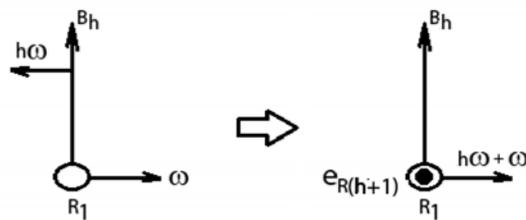


Figura 2.41 - Tensão induzida em  $R_1$  - ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Como a velocidade relativa do condutor  $R_1$  e a densidade de fluxo magnético  $B_h$  é  $(h + 1) \cdot \omega$ , esta também é a frequência da tensão induzida no enrolamento do rotor. Assim, a tensão sendo senoidal de frequência  $(h + 1) \cdot \omega$ , representado pelo fasor  $\dot{E}_{R(h+1)}$ , produz uma corrente no enrolamento do rotor, também senoidal e de mesma frequência, representada pelo fasor  $\dot{I}_{R(h+1)}$ .

Como o circuito que relaciona  $\dot{E}_{R(h+1)}$  e  $\dot{I}_{R(h+1)}$  é resistivo e indutivo, pode-se construir o diagrama fasorial indicado na Fig. 2.42, no instante da Fig. 2.40,  $t = 0$ . Neste diagrama, a tensão passa por máximo, e o ângulo do fator de potência do circuito

do enrolamento do rotor é  $\phi_{R(h+1)}$ .

$t = 0$

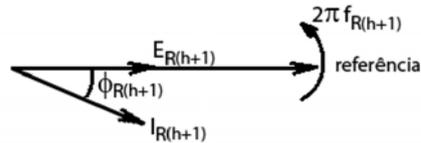


Figura 2.42 - Diagrama fasorial do enrolamento do rotor -  $t = 0$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Ao passar o intervalo de tempo relativo ao ângulo  $\phi_{R(h+1)}$ , a corrente do rotor passa por máximo, e portanto pode-se construir o diagrama fasorial da Fig. 2.43, referente ao instante  $t = \frac{\phi_{R(h+1)}}{2 \cdot \pi f_{R(h+1)}}$ .

$t = \phi_{R(h+1)} / 2\pi f_{R(h+1)}$

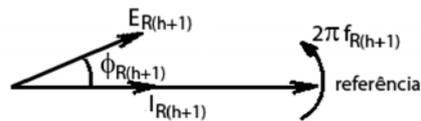


Figura 2.43 - Diagrama fasorial do enrolamento do rotor -  $t = \frac{\phi_{R(h+1)}}{2 \cdot \pi f_{R(h+1)}}$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

A corrente  $\dot{I}_{R(h+1)}$  produz no enrolamento do rotor uma  $fmm$  pulsante,  $fmm_{R(h+1)}$ , cuja frequência de pulsação é  $2 \cdot \pi f_{R(h+1)} = (h + 1) \cdot \omega$ . A Fig. 2.44 ilustra o corte linearizado do rotor do gerador síncrono em  $t = \frac{\phi_{R(h+1)}}{2 \cdot \pi f_{R(h+1)}}$ , apresentando a  $fmm$ , pulsante,  $fmm_{R(h+1)}$ .

Como pode ser visto no Anexo A, uma  $fmm$  pulsante pode ser decomposta em duas  $fmm$  girantes iguais, porém com velocidades opostas. No mesmo anexo também

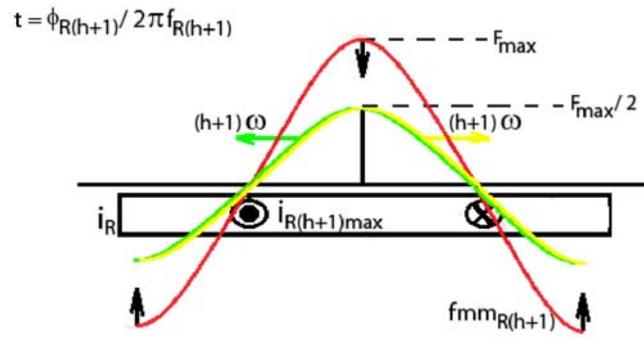


Figura 2.44 - Corte linearizado do rotor -  $fmm$  pulsante  $fmm_{R(h+1)}$  - ( $h = 5, 11, \dots$ ).

é possível verificar no instante em que a  $fmm$  pulsante passa pela sua máxima pulsação as duas  $fmm$  girantes se superpõem.

No instante da Fig. 2.44,  $t = \frac{\phi_{R(h+1)}}{2\pi f_{R(h+1)}}$ , a corrente do rotor passa pelo seu valor máximo, e portanto sua força magneto motriz pulsante  $fmm_{R(h+1)}$ , com frequência  $(h+1)\cdot\omega$ , atinge a sua pulsação máxima  $F_{Max}$ . Utilizando as conclusões do Anexo A, pode-se decompor  $fmm_{R(h+1)}$  em duas  $fmm$  girantes iguais, superpostas no instante da Fig. 2.44, com velocidades opostas iguais a  $(h+1)\cdot\omega$ , como apresentado na Fig. 2.44. É importante observar que a velocidade  $(h+1)\cdot\omega$  de ambas as  $fmm$  girantes é em relação ao rotor. Assim substituindo-se  $fmm_{R(h+1)}$  pelas duas  $fmm$  girantes tem-se a Fig. 2.45.

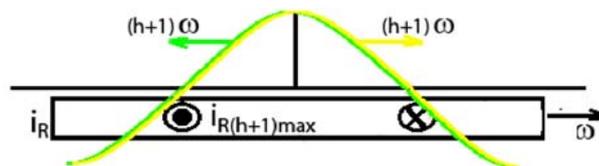


Figura 2.45 - Corte linearizado do rotor  $fmm$  girantes produzidas no rotor e suas velocidades em relação ao rotor - ( $h = 5, 11, \dots$ ).

Tomando-se como referência o estator, a Fig. 2.45 se torna a Fig. 2.46.

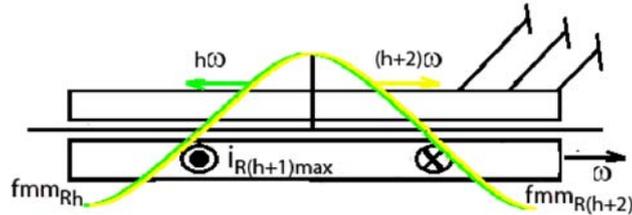


Figura 2.46 - Corte linearizado do gerador síncrono -  $fmm$  girantes com velocidades em relação ao estator.

Para completar a análise do gerador síncrono submetido as componentes harmônicas de ordem  $h = 5, 11, \dots$  de  $i_a, i_b,$  e  $i_c,$  se faz necessário a implementação no esquema da Fig. 2.46 da  $fmm$  girante  $fmm_{Eh},$  apresentada na Fig. 2.40.

No intervalo de tempo entre os instantes das Fig. 2.40 e Fig. 2.46 a distribuição  $fmm_{E0h}$  percorre o ângulo  $\phi_{R(h+1)}$  a partir do eixo  $R,$  uma vez que este eixo está fixo no rotor e  $fmm_{E0h}$  tem uma velocidade angular igual a  $(h + 1) \cdot \omega,$  para a esquerda, em relação ao rotor.

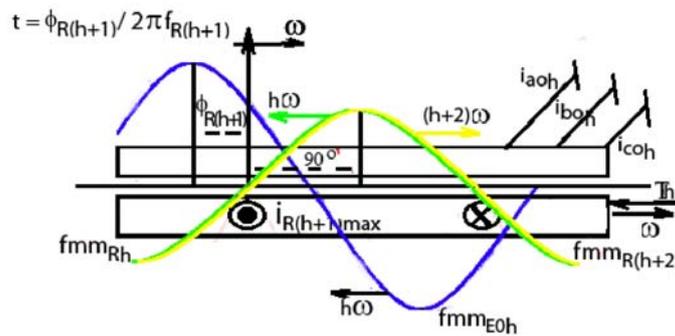


Figura 2.47 - Corte linearizado gerador síncrono -  $fmm_{E0h}, fmm_{Rh}, fmm_{R(h+2)}$  -  $(h = 5, 11, \dots)$ .





$t = 0$

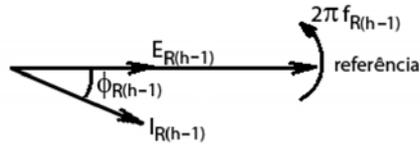


Figura 2.51 - Diagrama fasorial do enrolamento do rotor -  $t = 0$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

$t = \phi_{R(h-1)} / 2\pi f_{R(h-1)}$

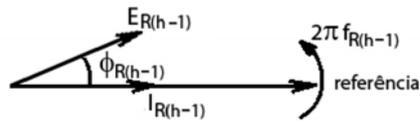


Figura 2.52 - Diagrama fasorial do enrolamento do rotor -  $t = \frac{\phi_{R(h-1)}}{2\pi f_{R(h-1)}}$

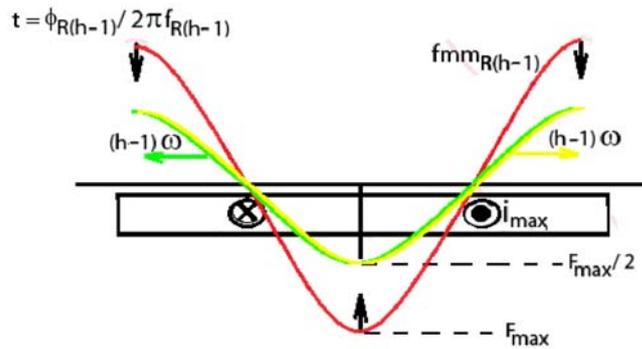


Figura 2.53 - Corte linearizado do rotor  $fmm$  pulsante  $fmm_{R(h-1)}$  - ( $h = 7, 13, \dots$ ).

Ao incluir  $fmm_{E0h}$  no esquema da Fig. 2.55, tem-se a Fig. 2.56.

Aplicando a lei de Faraday-Lenz na estrutura magnética da Fig. 2.56, tem-se a



Fig. 2.57 .

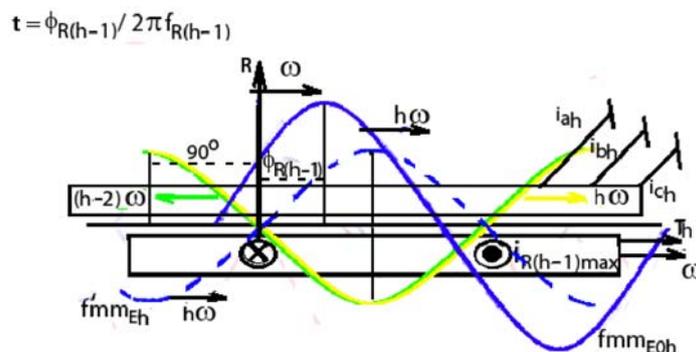


Figura 2.57 - Corte linearizado do gerador síncrono -  $fmm_{E0h}$ ,  $fmm_{Rh}$ ,  $fmm_{R(h-2)}$ ,  $f'mm_{Eh}$  - ( $h = 7, 13, \dots$ ).

Considerado as componentes harmônicas de ordem  $h$  igual a 5 e 7, pode-se construir as Fig. 2.58 e Fig. 2.59, que correspondem respectivamente as Fig. 2.47, com  $h = 5$ , e Fig. 2.53, com  $h = 7$ .

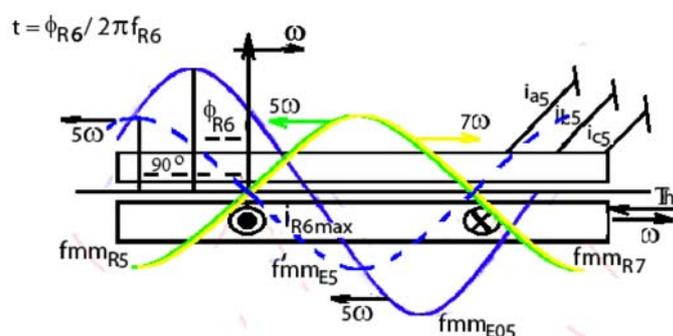


Figura 2.58 - Fig. 2.48 com  $h = 5$ .

Embora a Fig. 2.58 apresente as harmônicas de ordem  $h = 5$ , observa-se uma  $fmm$  girante produzida no rotor de ordem  $h = 7$ ,  $fmm_{R7}$ , e conseqüentemente a reação do estator produzindo  $f'mm_{E7}$  contrária. Esta última vem de componentes de ordem  $h = 7$  das correntes de estator. Esta observação também é validade para a Fig. 2.59, apenas no sentido oposto, ou seja, as componentes harmônicas de ordem  $h = 7$

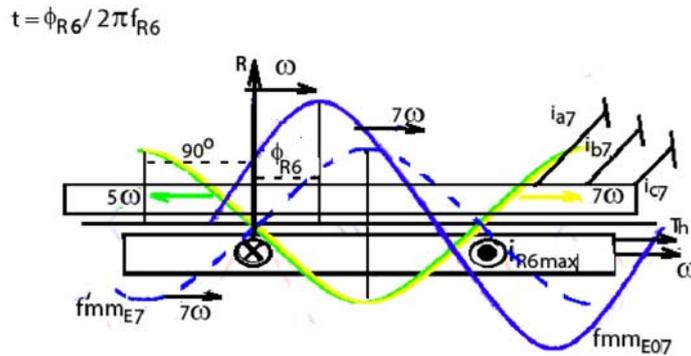


Figura 2.59 - Fig. 2.53 com  $h = 7$ .

provocam componentes harmônicas de ordem  $h = 5$ . Basta observar a presença de  $f'mm_{E5}$  na Fig. 2.59. Conclui-se portanto, que o gerador síncrono no regime permanente não senoidal se comporta como uma fonte de harmônica. Esta conclusão redireciona esta análise no seguinte sentido. As correntes  $I_{R6}$  nas Fig. 2.58 e Fig. 2.59 são diferentes, pois têm origens diferentes, porém, como estas correntes circulam no mesmo enrolamento, e com a mesma frequência, pode-se compô-las resultando em uma única corrente  $I_{R6}$ . Desta forma, é possível analisar o gerador iniciando pela corrente resultante  $I_{R6}$ . Esta produz uma força magneto motriz pulsante indicada na Fig. 2.60 por  $fmm_{R6}$ , onde admite-se o instante em que  $I_{R6}$  assume seu valor máximo.

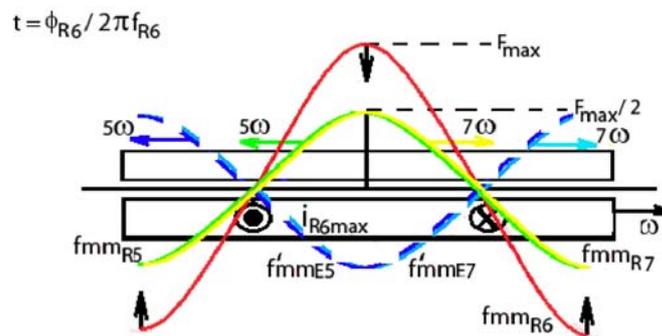


Figura 2.60 -  $fmm$ s produzidas pela corrente  $I_{R6}$  resultante de  $I_{R5}$  e  $I_{R7}$ .

Pode-se decompor  $fmm_{R6}$  em duas  $fmm$  girantes, indicadas na Fig. 2.60 por  $fmm_{R5}$

e  $fmm_{R7}$ , com as respectivas velocidades angulares  $5 \cdot \omega$  e  $7 \cdot \omega$ , em relação ao estator. Aplicando-se a lei de Faraday - Lenz na estrutura magnética da Fig. 2.60 tem-se as  $fmm$  girantes  $f'mm_{E5}$  e  $f'mm_{E7}$  produzidas pelas respectivas harmônicas de ordem 5 e 7 das componentes de carga da corrente de estator.

Para completar a Fig. 2.60 resta acrescentar as forças magnetomotrizes  $fmm_{E05}$  e  $fmm_{E07}$ . Pelo fato do conjugado eletromagnético ser anteriormente considerado desprezível a força magneto motriz  $fmm_{E0h}$  deve estar a  $180^\circ$  de  $fmm_{Rh}$  e conseqüentemente alinhada com  $f'mm_{Eh}$ . Assim para uma componente de ordem  $h$  têm-se as Fig. 2.61 e Fig. 2.62.

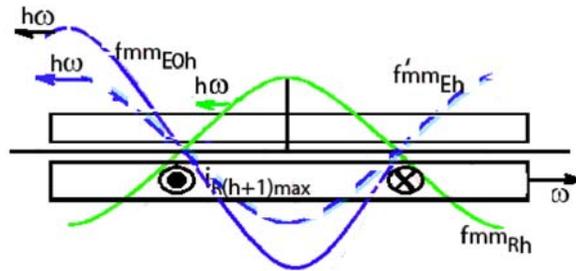


Figura 2.61 -  $fmm$  ( $h = 5, 11, \dots$ ).

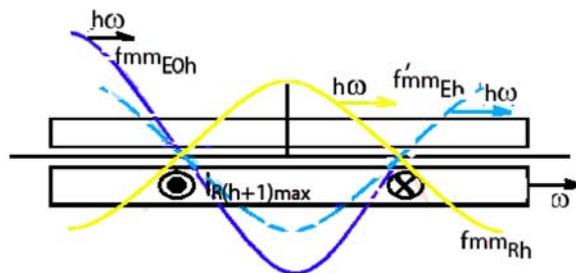


Figura 2.62 -  $fmm$  ( $h = 7, 13, \dots$ ).

A resultante das forças magneto motrizes  $fmm_{E0h}$  e  $f'mm_{Eh}$  é produzida por  $i_{ah}$ ,  $i_{bh}$  e  $i_{ch}$ , e as suas tensões induzidas em uma fase do estator, por exemplo fase a,

são dadas por:

- $jX_{sh} \cdot \dot{I}_{ah}$  onde  $X_{sh}$  é a reatância síncrona na frequência  $h \cdot \omega$  e  $\dot{I}_{ah}$  é o fasor que representa  $i_{ah}$ ;
- $\dot{E}_{Rh}$  é a força eletromotriz dada pelo movimento relativo entre estator e a distribuição de densidade de fluxo magnético produzida por  $fmm_{Rh}$ .

Assim as tensões analisadas sugerem o circuito elétrico da Fig. 2.63, incluindo a queda resistiva por fase do estator.

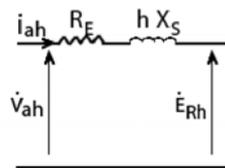


Figura 2.63 - Circuito elétrico equivalente - harmônica  $h$ .

O fato do conjugado eletromagnético ser desprezado faz a potência nos terminais de  $\dot{E}_{Rh}$  ser apenas reativa. Além de reativa é também indutiva, uma vez que o fenômeno eletromagnético que faz a interação entre estator e rotor da máquina síncrona no regime apenas das componentes harmônicas, é de natureza de indução eletromagnética, semelhante a máquina de indução. Portanto pode-se interligar os terminais entre a tensão  $\dot{E}_{Rh}$  por uma reatância equivalente,  $X$ , e assim o circuito da Fig. 2.63 pode ser também representado pela Fig. 2.64.

A resistência  $R_E$  é bem menor que  $X_S$ , a ponto de ser comumente desprezada. Com maior razão ainda despreza-se  $R_E$  em função de  $h \cdot X_S$ . Assim o circuito da Fig. 2.63 se torna uma reatância  $h \cdot X_S + X$ , podendo-se afirmar que o gerador síncrono nas frequências das componentes harmônicas de ordem  $h = 5, 7, 11, 13, \dots$  se comporta como sendo uma reatância, seguramente superior a  $h \cdot X_S$ .

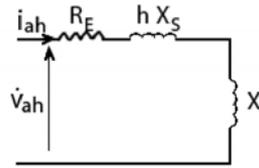


Figura 2.64 - Equivalente a Fig. 2.63.

## 2.3 Modelagem Matemática dos Geradores de Indução e Síncrono

A restrição feita no início da Seção 2.2 também aqui é considerada, ou seja, utiliza-se apenas a distribuição espacial fundamental para cada  $fmm$  e a sua relação linear com a respectiva distribuição espacial de densidade de fluxo magnético.

### 2.3.1 Máquina de Indução

A Máquina de indução pode ser a rotor bobinado ou em gaiola de esquilo. No caso da gaiola de esquilo a sua modelagem é como se fosse um rotor bobinado equivalente. Assim no rotor da máquina de indução existe um enrolamento trifásico com correntes  $i_A$ ,  $i_B$  e  $i_C$ . No estator circulam as correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , e como a análise da máquina será feita para o regime permanente não senoidal, decompondo-as como na Seção 2.1.1, tem-se as forças magnetomotriz indicadas na Fig. 2.65, onde  $\omega_R$  é a velocidade angular do rotor.

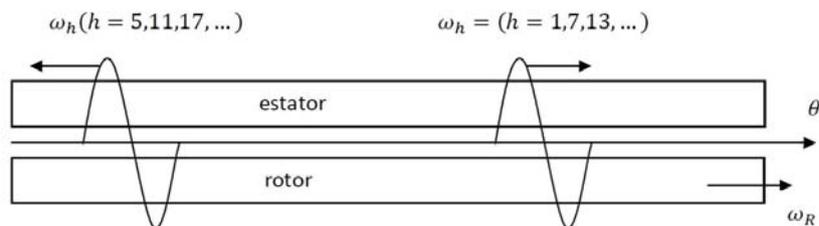


Figura 2.65 -  $fmm$  girantes - máquina indução.

As distribuições de densidade de fluxo magnético produzidas pelas *fmm* girantes de estator induzem tensões no enrolamento trifásico do rotor. Como este está em circuito fechado, haverá a circulação de correntes  $i_A$ ,  $i_B$  e  $i_C$ , nas fases do rotor. Estas possuem as seguintes características:

- frequência  $\longrightarrow \omega_h - \omega_R$  na sequência de fase  $abc$  para  $h = 1, 7, 13, \dots$
- frequência  $\longrightarrow \omega_h + \omega_R$  na sequência de fase  $acb$  para  $h = 5, 11, 17, \dots$

Assim podem ser escritas as expressões de (2.81) a (2.83).

$$\begin{aligned}
 i_A = & \sum_{h=1,7,13,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h - \omega_R)t + \phi_{Rh}] \\
 & + \sum_{h=5,11,17,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h + \omega_R)t + \phi_{Rh}]
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Para as fases  $B$  e  $C$  se faz necessário comentar sobre o defasamento angular entre as correntes. As componentes harmônicas das correntes  $i_A$ ,  $i_B$  e  $i_C$  são produzidas por tensões induzidas cuja origem vêm da velocidade relativa entre rotor e as componentes harmônicas das distribuições espaciais de densidade de fluxo magnético, estas produzidas pelas correntes de estator. Como nesta análise considera-se apenas as componentes fundamentais das referidas distribuições espaciais, o defasamento entre fases das componentes de corrente de rotor de mesma ordem harmônica  $h$  é de  $120^\circ$  elétricos. Ressalta-se a necessidade desta explicação para não gerar dúvidas, pois no caso das correntes de estator o defasamento entre fases é de  $h \cdot 120^\circ$  elétricos.

Além da questão do defasamento, é importante observar, por exemplo, Fig. 2.65, que as *fmm* girantes de ordem harmônica  $h = 1, 7, 13, \dots$ , geram tensões induzidas de sequência de fase positiva, enquanto que as de ordem  $h = 5, 11, 17, \dots$ , geram em sequência de fase negativa. Reunindo todas estas informações, pode-se escrever (2.82) e (2.83).

$$\begin{aligned}
i_B &= \sum_{h=1,7,13,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h - \omega_R) t + \phi_{Rh} - 120^\circ] \\
&+ \sum_{h=5,11,17,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h + \omega_R) t + \phi_{Rh} + 120^\circ] \quad (2.82)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_C &= \sum_{h=1,7,13,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h - \omega_R) t + \phi_{Rh} + 120^\circ] \\
&+ \sum_{h=5,11,17,\dots} I_{Rh} \cdot \cos [(\omega_h + \omega_R) t + \phi_{Rh} - 120^\circ] \quad (2.83)
\end{aligned}$$

Conhecidas as correntes de estator e rotor, pode-se estabelecer as equações elétricas da máquina de indução, lembrando-se que a soma das correntes das 3 fases, tanto de estator como de rotor, resulta em *zero*. Considerando a máquina em uma velocidade angular constante  $\omega_R$ , através de (2.15), fazendo  $i = a$  e  $j = a, b, c, A, B, C$  obtém-se (2.84). Repetindo para  $i = A$  e os mesmos índices para  $j$  tem-se (2.85). Estas expressões relacionam  $v_a$  do estator e  $v_A$  do rotor com todas as correntes da máquina.

$$\begin{aligned}
v_a &= r_a i_a + L_{dispa} \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \frac{di_a}{dt} \\
&+ L_{aA} \cdot \left\{ \frac{di_A}{dt} \cos(\omega_R t) + \frac{di_B}{dt} \cos(\omega_R t + 120^\circ) + \frac{di_C}{dt} \cos(\omega_R t - 120^\circ) \right\} \\
&- L_{aA} \cdot \{ \omega_R [i_A \sin(\omega_R t) + i_B \sin(\omega_R t + 120^\circ) + i_C \sin(\omega_R t - 120^\circ)] \} \quad (2.84)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_A &= r_A i_A + L_{dispA} \frac{di_A}{dt} + \frac{3}{2} L_{AA} \frac{di_A}{dt} \\
&+ L_{aA} \cdot \left\{ \frac{di_a}{dt} \cos(\omega_R t) + \frac{di_b}{dt} \cos(\omega_R t + 120^\circ) + \frac{di_c}{dt} \cos(\omega_R t - 120^\circ) \right\} \\
&- L_{aA} \cdot \{ \omega_R [i_a \sin(\omega_R t) + i_b \sin(\omega_R t + 120^\circ) + i_c \sin(\omega_R t - 120^\circ)] \} \quad (2.85)
\end{aligned}$$

Substituindo as correntes de rotor de (2.81) a (2.83) em (2.84), e as correntes de estator (2.1) a (2.3) em (2.85) obtém-se (2.86) e (2.87).

$$v_a = r_a i_a + L_{dispa} \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \cdot \frac{dI_a}{dt} - \frac{3}{2} L_{aA} \cdot \sum_h \omega_h I_{Ah} \sin(\omega_h t + \phi_{Rh}) \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned}
v_A &= r_A i_A + L_{dispA} \frac{di_A}{dt} + \frac{3}{2} L_{AA} \frac{di_A}{dt} \\
&- \frac{3}{2} L_{aA} \sum_{h=1,7,13,\dots} (\omega_h - \omega_R) I_h \cdot \sin[(\omega_h - \omega_R)t + \phi_h] \\
&- \frac{3}{2} L_{aA} \sum_{h=5,11,17,\dots} (\omega_h + \omega_R) I_h \cdot \sin[(\omega_h + \omega_R)t + \phi_h] \quad (2.87)
\end{aligned}$$

Referindo as grandezas do rotor ao estator, (2.86) e (2.87) se transformam em (2.88) e (2.89), respectivamente, onde as grandezas com apóstrofes são as referidas ao estator.

$$v_a = r_a i_a + L_{dispa} \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \cdot \frac{dI_a}{dt} - \frac{3}{2} L_{aA} \cdot \sum_h \omega_h I'_{Ah} \sin(\omega_h t + \phi_{Rh}) \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned}
v'_A &= r'_A i'_A + L'_{dispA} \frac{di'_A}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \frac{di'_A}{dt} \\
&\quad - \frac{3}{2} L_{aa} \sum_{h=1,7,13,\dots} (\omega_h - \omega_R) I_h \cdot \sin[(\omega_h - \omega_R)t + \phi_h] \\
&\quad - \frac{3}{2} L_{aa} \sum_{h=5,11,17,\dots} (\omega_h + \omega_R) I_h \cdot \sin[(\omega_h + \omega_R)t + \phi_h]
\end{aligned} \tag{2.89}$$

Uma parcela do último termo de (2.88) pode ser escrito como (2.90).

$$\frac{di'_{Ah}}{dt} = -\omega_h I'_{Ah} \sin(\omega_h t + \phi_{Rh}) \tag{2.90}$$

Uma parcela dos 2 últimos termos de (2.89) pode ser escrito como (2.91).

$$\frac{di_{af_R}}{dt} = -(\omega_h \pm \omega_R) I_h \sin[(\omega_h \pm \omega_R)t + \phi_h] \tag{2.91}$$

O sub-índice  $f_R$  significa frequência do rotor dada por 2 valores, ou seja,  $\omega_h - \omega_R$  e  $\omega_h + \omega_R$ . Substituindo (2.90) e (2.91) em (2.88) e (2.89), respectivamente, tem-se (2.92) e (2.93).

$$v_a = r_a i_a + L_{dispa} \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \frac{di_a}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \sum_h \frac{di'_{Ah}}{dt} \tag{2.92}$$

$$v'_A = r'_A i'_A + L'_{dispA} \frac{di'_A}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \frac{di'_A}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \sum_h \frac{di_{af_R}}{dt} \tag{2.93}$$

Extraindo uma única corrente harmônica de ordem  $h$  de (2.92) e (2.93), tem-se (2.94) e (2.95).

$$v_{ah} = r_a i_{ah} + L_{dispa} \frac{di_{ah}}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \left( \frac{di_{ah}}{dt} + \frac{di'_{Ah}}{dt} \right) \tag{2.94}$$

$$v'_{Ah} = r'_A i'_{AfR} + L'_{dispA} \frac{di_{AfR}}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \left( \frac{di'_{AfR}}{dt} + \frac{di_{afR}}{dt} \right) \quad (2.95)$$

Como o enrolamento do rotor é curto circuitado tem-se  $v'_{Ah} = 0$ . Assim (2.95) se transforma em (2.96).

$$r'_A i'_{AfR} + L'_{dispA} \frac{di_{AfR}}{dt} + \frac{3}{2} L_{aa} \left( \frac{di'_{AfR}}{dt} + \frac{di_{afR}}{dt} \right) = 0 \quad (2.96)$$

No domínio da frequência (2.94) e (2.96) tornam-se (2.97) e (2.98), utilizando a técnica da representação complexa de grandezas alternadas.

$$\dot{V}_{ah} = (r_a + j\omega_h L_{dispa}) \dot{I}_{ah} + j\frac{3}{2}\omega_h L_{aa} (\dot{I}_{ah} + \dot{I}'_{Ah}) \quad (2.97)$$

$$[r'_A + j(\omega_h \pm \omega_R) L'_{dispA}] \dot{I}'_{AfR} + j\frac{3}{2}(\omega_h \pm \omega_R) L_{aa} (\dot{I}'_{AfR} + \dot{I}_{afR}) = 0 \quad (2.98)$$

Definindo a grandeza escorregamento tem-se (2.99).

$$S_h = \frac{\omega_h \pm \omega_R}{\omega_h} \quad (2.99)$$

Substituindo (2.99) em (2.98) tem-se (2.100).

$$\left( \frac{r'_A}{S_h} + j\omega_h L'_{dispA} \right) \cdot \dot{I}'_{AfR} + j\frac{3}{2}\omega_h L_{aa} (\dot{I}'_{AfR} + \dot{I}_{afR}) = 0 \quad (2.100)$$

A expressão (2.100) está pronta para ser escrita com as correntes na frequência  $\omega_h$ , uma vez que os termos indutivos têm as indutâncias multiplicadas por  $\omega_h$ . Assim (2.101) é a expressão (2.100) na frequência  $\omega_h$ .

$$\left( \frac{r'_A}{S_h} + j\omega_h L'_{dispA} \right) \cdot \dot{I}'_{Ah} + j\frac{3}{2}\omega_h L_{aa} (\dot{I}'_{Ah} + \dot{I}_{ah}) = 0 \quad (2.101)$$

Por comodidade reescreve-se (2.101) como sendo (2.102).

$$\dot{V}_{ah} = (r_a + j\omega_h L_{dispa}) \dot{I}_{ah} + j\frac{3}{2}\omega_h L_{aa} (\dot{I}_{ah} + \dot{I}_{Ah}) \quad (2.102)$$

As expressões (2.101) e (2.102) representam as leis de Kirchoff de um circuito elétrico formado por 2 malhas interligadas, como indica a Fig. 2.66.

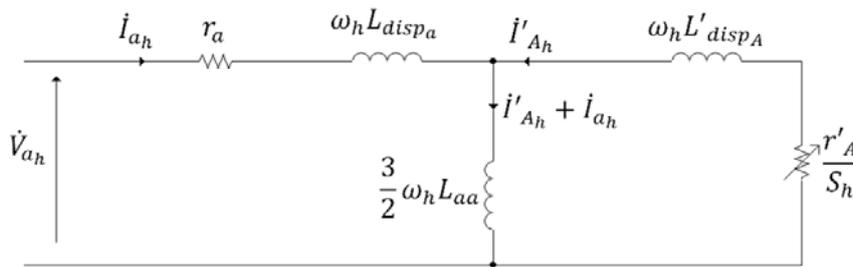


Figura 2.66 - Circuito equivalente - harmônico  $h$ .

Para  $h = 1$ , de (2.99) tem-se o escorregamento  $S$ , (2.103).

$$S = \frac{\omega - \omega_R}{\omega} \quad (2.103)$$

Ainda para  $h = 1$  o circuito equivalente da Fig. 2.66 torna-se o da Fig. 2.67.

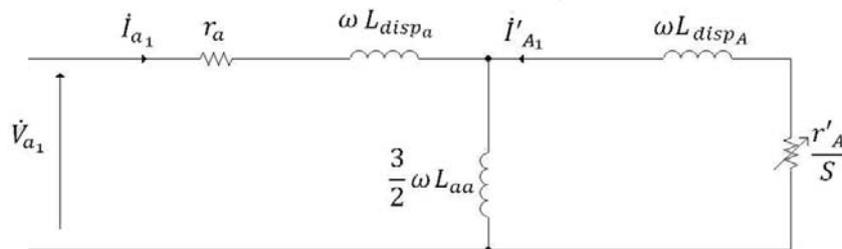


Figura 2.67 - Circuito equivalente - Componente fundamental.

Os parâmetros do circuito equivalente não são especificamente das fases  $a$  e  $A$ . Servem também para outras fases. Por este motivo a nomenclatura mais comum e

apropriada é a indicada na Fig. 2.68.

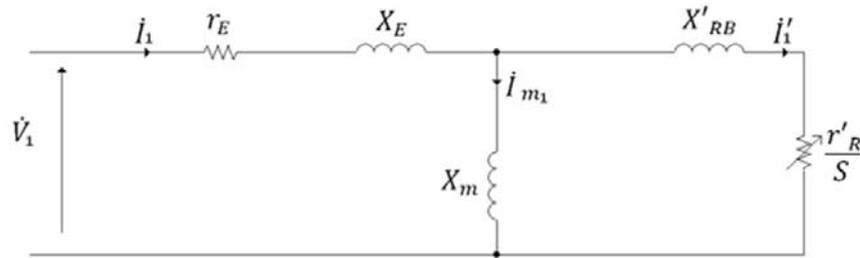


Figura 2.68 - Circuito equivalente - nomenclatura usual.

Os parâmetros por fase têm a seguinte nomenclatura:

- $r_E$  e  $X_E$  são as resistência e reatância de dispersão do estator, respectivamente;
- $r'_R$ ,  $X'_{RB}$  são as resistência do rotor e reatância de dispersão do rotor bloqueado referidas ao estator, respectivamente.
- $X_m$  é a reatância de magnetização.

O circuito equivalente da Fig. 2.69 é para um harmônico  $h$  com a nomenclatura da Fig. 2.68.

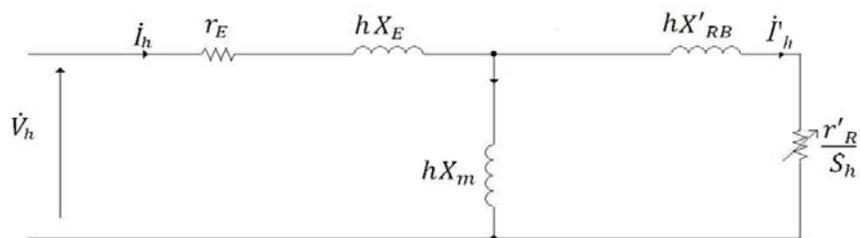


Figura 2.69 - Circuito equivalente - harmônico  $h$ .

Da Fig. 2.69 pode-se escrever (2.104).

$$\dot{V}_h = \dot{Z}_h \cdot \dot{I}_h \quad (2.104)$$

A grandeza  $\dot{Z}_h$  é a impedância do circuito equivalente da Fig. 2.69. Analisando exclusivamente os harmônicos de ordem igual e superior a 5ª, pode-se fazer as considerações seguintes: i) o valor de  $S_h$  é próximo da unidade, como pode ser observado pela expressão (2.99); ii) considerando-se  $S_h = 1$  a resistência  $\frac{r'_R}{S_h}$  resulta-se em  $r'_R$ . Os valores práticos de  $r_E$  e  $r'_R$  são bem menores que das reatâncias  $X_E$ ,  $X_{RB}$  e  $X_m$ . Para  $h \geq 5$  estas discrepâncias aumentam mais ainda e portanto  $r_E$  e  $r'_R$  podem ser desprezadas.

Com estas considerações o circuito equivalente se torna puramente indutivo, e a impedância  $\dot{Z}_h$  fica sendo dada por (2.105).

$$\dot{Z}_h = jh(X_E + k_R \cdot X'_{RB}) \quad (2.105)$$

$$k_R = \frac{X_m}{X_m + X'_{RB}} \quad (2.106)$$

Como  $k_R$  é próximo da unidade e  $X'_{RB}$  próximo de  $X_E$ , pode-se por uma aproximação bem razoável, aceitar  $\dot{Z}_h$  como sendo dada por (2.107).

$$\dot{Z}_h \cong j2hX_E \quad (2.107)$$

Portanto de (2.103) e (2.107) tem-se (2.108)

$$\dot{V}_h \cong j2hX_E \dot{I}_h \quad (2.108)$$

### 2.3.2 Máquina Síncrona

Para os objetivos desta modelagem considera-se apenas a máquina síncrona de pólos lisos, sendo o enrolamento do seu rotor alimentado por uma tensão puramente contínua, sem enrolamento amortecedor. Considerando o rotor na velocidade síncrona  $\omega$ , para o regime permanente não senoidal as componentes harmônicas de ordem  $h$  das correntes de estator  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  produzem as  $fmm$  girantes indicadas na Fig. 2.70, incluindo a componente fundamental,  $h = 1$ .

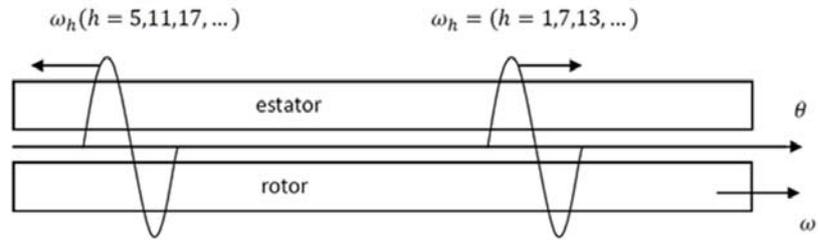


Figura 2.70 - *fmm* Girantes - Máquinas Síncronas.

Quanto ao rotor, a corrente contínua produz uma *fmm* cuja velocidade é a mesma do próprio rotor,  $\omega$ . Porém as distribuições de densidade de fluxo magnético produzidas pelas *fmm* da Fig. 2.70, com exceção de  $h = 1$ , induzem no rotor tensões senoidais cujas frequências são dadas por (2.109) e (2.110).

$$\text{Para } h = 7, 13, \dots \quad \omega_h - \omega = (h - 1) \cdot \omega \quad (2.109)$$

$$\text{Para } h = 5, 11, \dots \quad \omega_h + \omega = (h + 1) \cdot \omega \quad (2.110)$$

Aplicando-se os valores de  $h$  nas respectivas expressões (2.109) e (2.110) tem-se (2.111) a (2.114).

$$\omega_7 - \omega = 6\omega \quad (2.111)$$

$$\omega_{13} - \omega = 12\omega \quad (2.112)$$

$$\omega_5 + \omega = 6\omega \quad (2.113)$$

$$\omega_{11} + \omega = 12\omega \quad (2.114)$$

Observa-se por (2.111) a (2.114) que as tensões induzidas no rotor têm a mesma

frequência aos pares 5 e 7, 11 e 13, e assim por diante, produzindo correntes também de mesma frequência, sendo uma única corrente de sexta harmônica, outra de décima segunda harmônica, e assim por diante. Desta conclusão pode-se escrever (2.115) como sendo a decomposição da corrente de rotor  $i_R$ .

$$i_R = i_{R_0} + \sum_{k=6,12,\dots} i_{R_k} \cos(k\omega t + \phi_k) \quad (2.115)$$

A corrente  $i_{R_0}$  é contínua produzida pela tensão também contínua que alimenta o enrolamento do rotor. A componente  $i_{R_k} \cos(k\omega t + \phi_k)$  é a corrente produzida pelo par de harmônica  $h \pm 1 = k$ . Considerando na Seção 2.1.2  $i = a$  e fazendo  $j$  assumir  $a, b, c$  e  $R$ , tem-se (2.116) a (2.123).

$$\theta_{aa} = 0 \quad (2.116)$$

$$\theta_{ab} = 120^\circ \quad (2.117)$$

$$\theta_{ac} = -120^\circ \quad (2.118)$$

$$\theta_{aR} = \omega \cdot t \quad (2.119)$$

$$l_{aa} = L_{aa} \quad (2.120)$$

$$l_{ab} = -0,5 \cdot L_{aa} \quad (2.121)$$

$$l_{ac} = -0,5 \cdot L_{aa} \quad (2.122)$$

$$l_{aR} = L_{aR} \cdot \cos(\omega t) \quad (2.123)$$

Novamente, fazendo  $i = a$  e  $j = a, b, c, R$  em (2.15), e no resultado substituindo-se as correntes de estator de (2.1) a (2.3) e as expressões (2.116) a (2.123), e considerando a condição  $i_a + i_b + i_c = 0$ , tem-se (2.124).

$$v_a = r_a \sum i_{a_h} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2} L_{aa} \right) \frac{d \sum i_{a_h}}{dt} + L_{aR} \frac{d[i_R \cos(\omega t)]}{dt} \quad (2.124)$$

Isolando o termo  $i_R \cos(\omega t)$  de (2.124) e nele substituindo  $i_R$  por (2.115) tem-se (2.125).

$$i_R \cos(\omega t) = i_{R_0} \cos(\omega t) + \sum_{k=6,12,\dots} \frac{i_{R_k}}{2} \{ \cos[(k+1)\omega t + \phi_k] + \cos[(k-1)\omega t + \phi_k] \} \quad (2.125)$$

Derivando (2.125) tem-se (2.126).

$$\begin{aligned} \frac{d[i_R \cos(\omega t)]}{dt} &= -\omega I_{R_0} \sin(\omega t) - \\ &\sum_{k=6,12,\dots} (k-1)\omega \frac{I_{R_k}}{2} \sin[(k-1)\omega t + \phi_k] - \\ &\sum_{k=6,12,\dots} (k+1)\omega \frac{I_{R_k}}{2} \sin[(k+1)\omega t + \phi_k] \end{aligned} \quad (2.126)$$

Como  $k = h + 1$  para  $h = 5, 11, \dots$ , e  $k = h - 1$  para  $h = 7, 13, \dots$ , substituindo-se  $k$  por  $h$  em (2.126) e multiplicando a derivada pela indutância  $L_{aR}$ , tem-se (2.127).

$$\begin{aligned}
L_{aR} \frac{d[i_R \cos(\omega t)]}{dt} &= -\omega L_{aR} I_{R_0} \sin(\omega t) - \\
L_{aR} \sum_{k=5,11,\dots} h\omega \frac{I_{R_k}}{2} \sin[(k-1)\omega t + \phi_k] &- \\
L_{aR} \sum_{k=7,13,\dots} h\omega \frac{I_{R_k}}{2} \sin[(k+1)\omega t + \phi_k] & \quad (2.127)
\end{aligned}$$

Observa-se claramente em (2.127) a corrente  $i_R$  produzindo as componentes fundamental e harmônicas de tensão na fase  $a$  do estator, como pode ser visto também na análise física do princípio de funcionamento da máquina na Seção 2.2.4. Substituindo (2.127) em (2.124), e separando a expressão resultante nas componentes fundamental e harmônicas tem-se (2.128) e (2.129).

$$v_{a_1} = r_a i_{a_1} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2} L_{aa} \right) \frac{di_{a_1}}{dt} - \omega L_{aR} I_{R_0} \sin(\omega t) \quad (2.128)$$

$$\begin{aligned}
\sum_{h=5,7,11,13,\dots} v_{ah} &= r_a \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{ah} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2} L_{aa} \right) \frac{d}{dt} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{ah} \\
&- \frac{L_{aR}}{2} \sum_{h=5,11,17,\dots} h\omega I_{R_{(h+1)}} \sin(h\omega t + \phi_{(h+1)}) \\
&- \frac{L_{aR}}{2} \sum_{h=7,13,19,\dots} h\omega I_{R_{(h-1)}} \sin(h\omega t + \phi_{(h-1)}) \quad (2.129)
\end{aligned}$$

Ou então:

$$\begin{aligned}
\sum_{h=5,7,11,13,\dots} v_{ah} &= r_a \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{ah} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2} L_{aa} \right) \frac{d}{dt} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{ah} \\
&- \frac{L_{aR}}{2} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} h\omega I_{R_{(h\pm 1)}} \sin(h\omega t + \phi_{(h\pm 1)}) \quad (2.130)
\end{aligned}$$

O termo acompanhado de seno em (2.130) pode ser expresso na forma de derivada como em (2.131).

$$-k\omega I_{R(h\pm 1)} \sin(h\omega t + \phi_{(h\pm 1)}) \quad (2.131)$$

A corrente  $i'_{R(h\pm 1)}$  é dada pela expressão (2.132), onde observa-se que o sobrescrito linha se refere ao fato da corrente estar na frequência  $h\omega$  e não em  $(h \pm 1) \cdot \omega$ .

$$i'_{R(h\pm 1)} = I_{R(h\pm 1)} \cos(h\omega t + \phi_{(h\pm 1)}) \quad (2.132)$$

Substituindo (2.131) em (2.130) tem-se (2.133).

$$\begin{aligned} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} v_{a_h} = r_a \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{a_h} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2}L_{aa} \right) \frac{d}{dt} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} i_{a_h} \\ + \frac{L_{aR}}{2} \sum_{h=5,7,11,13,\dots} \frac{di'_{R(h\pm 1)}}{dt} \end{aligned} \quad (2.133)$$

Isolando um componente harmônico  $h$  de (2.133), tem-se (2.134).

$$v_{a_h} = r_a i_{a_h} + \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2}L_{aa} \right) \frac{di_{a_h}}{dt} + \frac{L_{aR}}{2} \cdot \frac{di'_{R(h\pm 1)}}{dt} \quad (2.134)$$

Fazendo a representação complexa de (2.134) tem-se (2.135).

$$\dot{V}_{a_h} = \left[ r_a + jh\omega \cdot \left( L_{disp_a} + \frac{3}{2}L_{aa} \right) \dot{I}_{a_h} + \frac{jh\omega L_{aR}}{2} \cdot \dot{I}'_{R(h\pm 1)} \right] \quad (2.135)$$

Para os harmônicos de ordem 5, 7, 11, 13, ... estendendo os termos de (2.135) para todas as fases da máquina síncrona, e adotando-se a nomenclatura usual, tem-se (2.136).

$$\dot{V}_h = [r_E + jhX_S] \cdot \dot{I}_h + j \frac{hX_{af}}{2} \cdot \dot{I}_{f(h)} \quad (2.136)$$

onde:

- $r_E$  é a resistência de estator por fase;
- $X_S$  é a reatância síncrona na frequência  $\omega$ ;
- $X_{af}$  é a reatância mútua estator rotor na frequência  $\omega$ .

O último termo de (2.136) pode ser representado por (2.137)

$$\dot{E}_h = j \frac{hX_{af}}{2} \cdot \dot{I}_{f_h} \quad (2.137)$$

De (2.136) e (2.137) tem-se (2.138).

$$\dot{V}_h = [r_E + jhX_S] \cdot \dot{I}_h + \dot{E}_h \quad (2.138)$$

Como na prática  $r_E \lll X_S$ , (2.138) torna-se (2.139).

$$\dot{V}_h \cong jhX_S \dot{I}_h + \dot{E}_h \quad (2.139)$$

A expressão (2.139) sugere o circuito da Fig. 2.71.

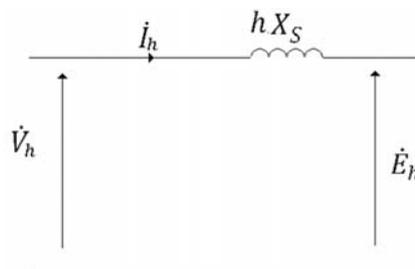


Figura 2.71 - Circuito equivalente da máquina síncrona de pólos lisos - harmônica ( $h = 5, 7, 11, 13, \dots$ ).

Através da análise física feita na Seção 2.2.4 a potência que flui através dos terminais entre  $\dot{E}_h$  é praticamente reativa indutiva, sugerindo, portanto, que existe uma impedância apenas reativa indutiva no circuito que relaciona  $\dot{V}_h$  e  $\dot{I}_h$ , seguramente superior a  $hX_S$ , reforçando, portanto, o circuito da Fig. 2.64.

### 2.3.3 Comparação entre as Máquina de Indução e Síncrona

Admitindo-se duas máquinas, uma de indução e outra síncrona, de mesma potência, ligadas a um mesmo barramento, Fig. 2.72, é possível fazer uma análise comparativa das componentes harmônicas de corrente em ambas.

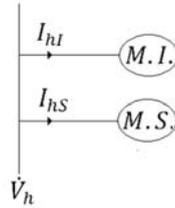


Figura 2.72 - Máquinas em paralelo - harmônicos.

Considerando  $X'_{RB} = X_E$  na Fig. 2.30, tem-se (2.140). Desprezando  $R_E$  no circuito da Fig. 2.64, tem-se (2.141).

$$\dot{V}_h = j2hX_E\dot{I}_{hI} \quad (2.140)$$

$$\dot{V}_h = jh(X_S + X)\dot{I}_{hS} \quad (2.141)$$

De (2.140) e (2.141) tem-se (2.142).

$$\frac{\dot{I}_{hI}}{\dot{I}_{hS}} = \frac{X_S + X}{2 \cdot X_E} \quad (2.142)$$

Admitindo-se uma condição limite onde  $X$  é desprezível em relação a  $X_S$  e  $X_S = 10 \cdot X_E$ , de (2.142) tem-se (2.143).

$$\frac{\dot{I}_{hI}}{\dot{I}_{hS}} = 5 \quad (2.143)$$

Esta última relação é devido ao fato de  $X_S$  representar a reatância de reação da armadura acrescida da dispersão por fase da máquina síncrona, enquanto que  $X_E$  é apenas a reatância de dispersão por fase do estator da máquina de indução.

Pela condição limite imposta, pode-se garantir a desigualdade em (2.144)

$$I_{hI} > 5 \cdot I_{hS} \quad (2.144)$$

Pela desigualdade (2.144), conclui-se que no mesmo barramento as correntes harmônicas fluirão com maior intensidade na máquina de indução. Isto justifica a proposta deste trabalho ao utilizar a máquina de indução como um meio de absorver com maior intensidade as correntes harmônicas, atenuando as harmônicas de corrente na máquina síncrona.

## CAPÍTULO 3

### SIMULAÇÕES DIGITAIS

É objetivo deste Capítulo estudar o comportamento dos geradores síncronos e de indução, fazendo parte de um sistema elétrico de potência interligado, através de uma simulação digital.

Pretende-se simular um sistema que representa uma realidade prática. Neste caso, se considerar o gerador de indução na mesma potência que o síncrono, como foi admitida na Seção 2.3, que versa sobre a comparação entre os geradores, tem-se um problema de ordem prática, pois, os geradores síncronos nas usinas, geralmente apresentam potências bem maiores que as máquinas de indução comerciais. Porém, observa-se na própria Seção 2.3, uma grande diferença no desvio das componentes harmônicas de correntes entre os geradores de indução e síncrono.

Como apresentado em (2.144), a margem é superior a 5 vezes, e este fato representa a solução do problema. Ainda utilizando-se geradores de indução bem menores que os síncronos, tem-se o efeito desejado. Desta forma, para efeito de simulação digital, o sistema é composto de um gerador síncrono de 1,6 MVA, e um gerador de indução de 400 kVA. Mesmo assim, os resultados de simulação a serem apresentados mostram que a diferença de potência entre os geradores pode ser bem maior. Além desta condição prática ser observada, o sistema elétrico de potência interligado (SEPI) consta dos elementos necessários à sua caracterização. Fazem parte do sistema, transformador elevador, linha de transmissão, barramento infinito, carga não linear e medidores colocados em pontos estratégicos do sistema, para verificar os níveis harmônicos.

O Sistema Elétrico de Potência Interligado utilizado na simulação computacional, Fig. 3.1, é representado por um gerador síncrono principal  $G_{S1}$  de 1,6 MVA, 6,6 kV, trifásico, pólos salientes, 12 pólos, 60 Hz; um transformador elevador  $T_{R1}$  de 2 MVA, 6,6/13,8 kV,  $\gamma$  aterrado/ $\gamma$  aterrado ( $YnYn$ ); uma linha de transmissão trifásica  $L_T$  de 3 km de 13,8 kV, 60 Hz, circuito simples; um barramento infinito  $B_I$  com tensão e frequência constante de 13,8 kV, 60 Hz, uma carga não linear  $C_{nl}$  e os medidores  $M_1$ ,  $M_2$ , e  $M_3$ .

Para fazer um estudo completo, optou-se pela análise comparativa, ou seja, simular o sistema para diversas soluções de atenuação harmônica no gerador síncrono. Cada

solução simulada corresponde a utilização de um elemento atenuador.

Foram utilizados os seguintes elementos atenuadores:

- Gerador de Indução (solução proposta);
- Gerador Síncrono;
- Banco de Resistores;
- Reator;
- Banco de Capacitores.

No sistema da Fig. 3.1, os elementos atenuadores estão ligados ao barramento de saída do gerador síncrono através de um transformador elevador e das chaves  $C_{H1}$ ,  $C_{H3}$ ,  $C_{H4}$ ,  $C_{H5}$  e  $C_{H6}$ .

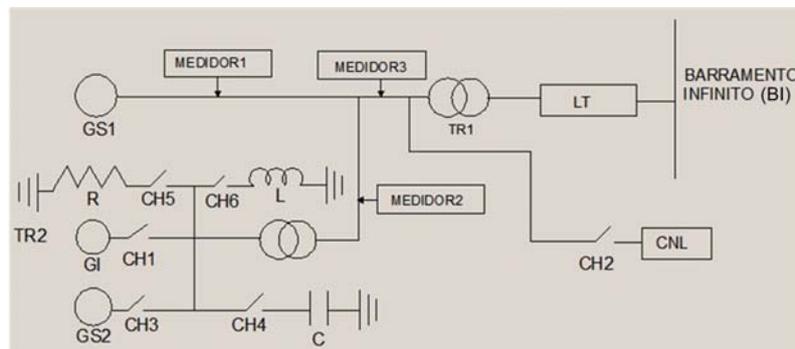


Figura 3.1 - Sistema elétrico de potência interligado - SEPI

Os dados relativos a todos os componentes citados são:

- Transformador Elevador  $T_{R2}$  de  $0,44/6,6 \text{ kV}$ ,  $400 \text{ kVA}$ ,  $\Delta/\gamma$  aterrado ( $Ynd1$ );
- Gerador de Indução  $G_I$  de  $400 \text{ kVA}$ ,  $440 \text{ V}$ , 4 pólos, rotor gaiola;
- Gerador Síncrono  $G_{S2}$  de  $400 \text{ kVA}$ ,  $440 \text{ V}$ , 4 pólos;
- Banco de Resistores  $R$  de  $400 \text{ kW}$ ,  $440 \text{ V}$ ;

- Reator  $L$  de 400  $kVA$ , 440  $V$ ;
- Banco de Capacitores  $C$  de 400  $kVA$ , 440  $V$ .

### 3.1 Modelagem Matemática para a Simulação Digital

A apresentação da modelagem no domínio da frequência na Seção 2.3 teve como objetivo reforçar a análise física feita anteriormente. Para efeito de simulação digital do sistema ilustrado na Fig. 3.1, a modelagem matemática no domínio do tempo é mais conveniente. Do ponto de vista computacional ela se adapta melhor nos programas de simulação, como por exemplo, o MATLAB<sup>®</sup>/SIMULINK<sup>®</sup>/SimPowerSystems, onde com certa facilidade monta-se o sistema elétrico a ser analisado em blocos, comandando no tempo a abertura e o fechamento das chaves. Desta forma, os modelos matemáticos utilizados nos geradores são os tradicionais em variáveis  $d$ ,  $q$ , 0 (MOHAN et al., 1995; DELBONE, 2005; TERZIJA, 2003), cujas expressões de (3.1) a (3.11) correspondem à máquina síncrona, e de (3.12) a (3.22) correspondem à máquina de indução. Todas as grandezas do rotor estão referidas ao estator.

- Máquina Síncrona

$$v_d = r_s \cdot i_d + \frac{\partial \lambda_d}{\partial t} - \omega_r \lambda_q \quad (3.1)$$

$$v_q = r_s \cdot i_q + \frac{\partial \lambda_q}{\partial t} - \omega_r \lambda_d \quad (3.2)$$

$$v_{kd} = r_{kd} \cdot i_{kd} + \frac{\partial \lambda_{kd}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$v_{kq} = r_{kq} \cdot i_{kq} + \frac{\partial \lambda_{kq}}{\partial t} \quad (3.4)$$

$$v_f = r_f \cdot i_f + \frac{\partial \lambda_f}{\partial t} \quad (3.5)$$

$$\lambda_d = L_d \cdot i_d + L_{md} \cdot (i_f + i_{kd}) \quad (3.6)$$

$$\lambda_q = L_d \cdot i_q + L_{mq} \cdot i_{kq} \quad (3.7)$$

$$\lambda_{kd} = L_{kd} \cdot i_{kd} + L_{md} \cdot (i_f + i_d) \quad (3.8)$$

$$\lambda_{kq} = L_{kq} \cdot i_{kq} + L_{mq} \cdot i_q \quad (3.9)$$

$$\lambda_f = L_f \cdot i_f + L_{md} \cdot (i_d + i_{kd}) \quad (3.10)$$

$$T_e = 1,5 \cdot p \cdot (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (3.11)$$

- Máquina de Indução

$$v_{ds} = r_s \cdot i_{ds} + \frac{\partial \lambda_{ds}}{\partial t} - \omega \lambda_{qs} \quad (3.12)$$

$$v_{qs} = r_s \cdot i_{qs} + \frac{\partial \lambda_{qs}}{\partial t} - \omega \lambda_{ds} \quad (3.13)$$

$$v_{dr} = r_r \cdot i_{dr} + \frac{\partial \lambda_{dr}}{\partial t} - (\omega - \omega_r) \lambda_{qr} \quad (3.14)$$

$$v_{qr} = r_r \cdot i_{qr} + \frac{\partial \lambda_{qr}}{\partial t} - (\omega - \omega_r) \lambda_{dr} \quad (3.15)$$

$$\lambda_{ds} = L_s \cdot i_{ds} + L_m \cdot i_{dr} \quad (3.16)$$

$$\lambda_{qs} = L_s \cdot i_{qs} + L_m \cdot i_{qr} \quad (3.17)$$

$$\lambda_{dr} = L_r \cdot i_{dr} + L_m \cdot i_{ds} \quad (3.18)$$

$$\lambda_{qr} = L_r \cdot i_{qr} + L_m \cdot i_{qs} \quad (3.19)$$

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (3.20)$$

$$L_r = L_{lr} + L_m \quad (3.21)$$

$$T_e = 1,5 \cdot p \cdot (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (3.22)$$

As expressões (3.23) e (3.24) formam o sistema mecânico para ambas as máquinas.

$$\frac{\partial \omega_m}{\partial t} = \frac{1}{2H_s} \cdot (T_e - T_m) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \omega_m \quad (3.24)$$

### 3.2 Sistema Elétrico de Potência Interligado - Simulação

Para se fazer uma análise quantitativa que permita comparar as diversas possibilidades de atenuação dos harmônicos em um gerador síncrono pertencente ao SEPI da Fig. 3.1, foi utilizado o programa computacional MATLAB®/SIMULINK®/SimPowerSystems. As modelagens matemáticas dos geradores que fazem parte do SEPI, utilizadas na simulação, estão descritas na Seção 3.1.

Os limites estabelecido em (IEEE Std-519, 1992) para harmônicos de tensão variam

de acordo com o nível de tensão no ponto a ser medido. Neste caso, os pontos de medições foram feitos na tensão de 6,6 kV, e conforme Tab. 3.1, o limite de distorção total dos harmônicos de tensão THDv deverá ser de 5,0% e o limite de distorção individual dos harmônicos de tensão deverá ser 3,0%. Para obter maiores informações das atenuações dos harmônicos, foram realizadas simulações para três diferentes valores de THDv: 4,9%; 2,8% e 0,8%, todos abaixo do limite normalizado que é de 5,0%. Para obter esses valores de THDv foi necessário manipular os parâmetros das cargas não lineares.

Tabela 3.1 - Total and individual Harmonic voltage Limits (IEEE Std-519, 1992).

<b>Tensão do Barramento</b> $B_I$	<b>Distorção da Tensão</b> <b>Individual (%)</b>	<b>Distorção Total</b> <b>de Tensão THD (%)</b>
69 kV abaixo	3.0	5.0
de 69,001 kV até 161 kV	1.5	2.5
161,001 kV acima	1.0	1.5

Para cada valor de THDv (4,9%; 2,8% e 0,8%), no instante inicial, foi ligado o gerador síncrono principal  $G_{S1}$ , o transformador elevador  $T_{R1}$ , a linha de transmissão  $L_T$  e o barramento infinito  $B_I$ , com tensão e frequência constantes. Após o tempo de um segundo foi inserido a carga não linear  $C_{nl}$  entre o Gerador Síncrono  $G_{S1}$  e o Transformador Elevador  $T_{R1}$ , ver Fig. 3.2. A partir do 11º segundo são inseridos alternadamente, a cada 10 segundos, os componentes: gerador de indução  $G_I$ , gerador síncrono  $G_{S2}$ , Banco de Resistência  $R$ , Banco de Capacitor  $C$  e Reator  $L$ , sempre com a Carga Não Linear  $C_{nl}$  conectada no sistema, até o final da simulação (60 segundos). Após o término da simulação foi verificado a cada 9 segundos, tempo necessário para a estabilização de cada componente no sistema, as medições  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ . A Fig. 3.2 mostra o detalhamento do SEPI no programa MATLAB®/SIMULINK®/SimPowerSystems.

### 3.3 Resultados da Simulação Computacional

A Tab. 3.2 apresenta os valores de THDi, nos pontos de medição  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  da Fig. 3.1 para cada valor de THDv: 4,9%, 2,8% e 0,8% e também para cada situação, primeiramente a carga não linear conectada ao sistema e posteriormente

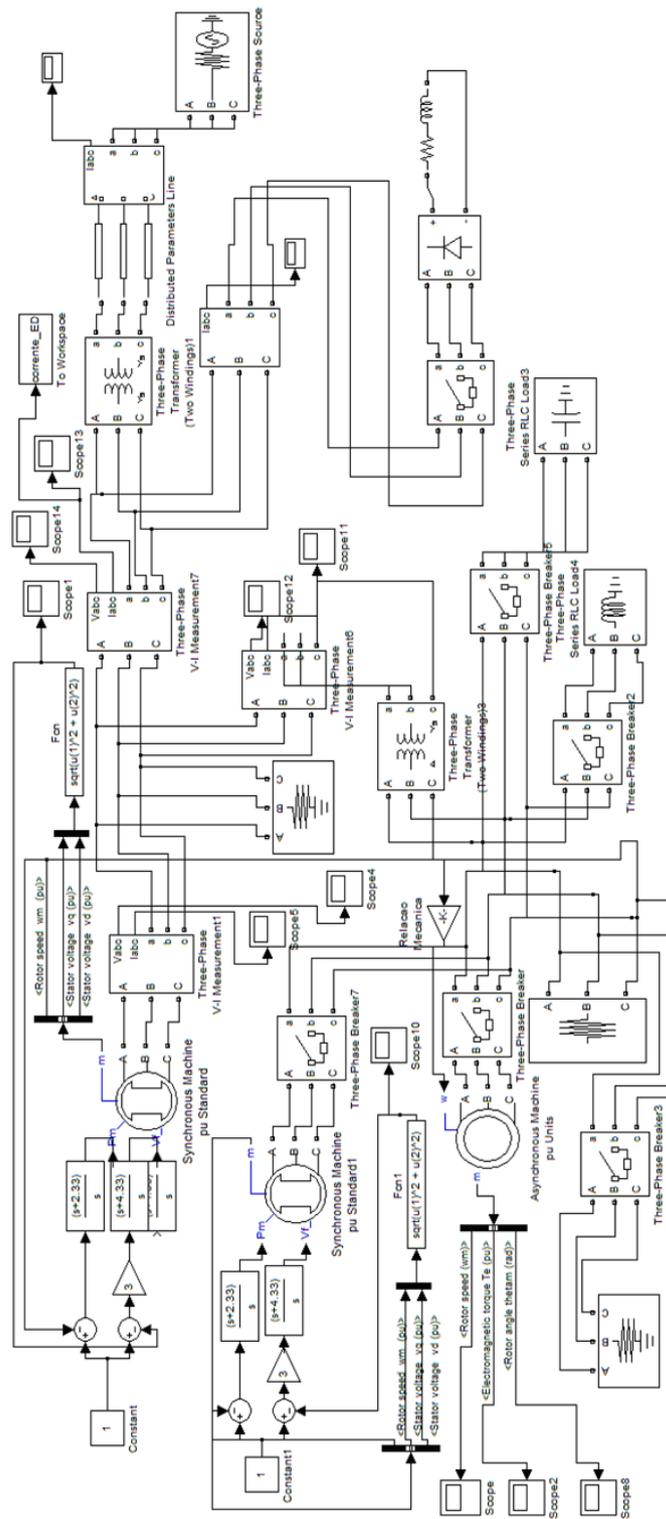


Figura 3.2 - Diagrama da Simulação Digital do MATLAB®/SIMULINK®/SimPowerSystems.

Tabela 3.2 -  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$  for  $THDv$ .

Configuração	$THDv = 4.9\%$			$THDv = 2.8\%$			$THDv = 0.8\%$		
	$THDi$ (%)			$THDi$ (%)			$THDi$ (%)		
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$C_{nl}$	87.21	4.73	75.11	84.71	2.78	55.76	17.80	0.60	9.04
$G_I + C_{nl}$	12.41	1.16	15.58	6.92	0.60	8.21	1.08	0.09	1.22
$G_S + C_{nl}$	84.89	4.73	73.64	83.62	2.78	55.04	19.24	0.60	10.00
$R + C_{nl}$	37.94	2.51	16.50	27.80	1.33	8.90	5.40	0.21	1.36
$L + C_{nl}$	16.90	10.60	79.90	9.85	0.32	59.50	1.63	0.05	10.5
$C + C_{nl}$	15.97	3.64	80.93	7.60	1.87	59.40	1.10	0.30	9.71

os componentes: gerador de indução, gerador síncrono, banco de resistências, reator e banco de capacitores, conectados alternadamente no sistema com a carga não linear sempre ligada.

### 3.3.1 Características de $THDi$ para $THDv$ de 4,9%.

São apresentadas as figuras das formas de onda e os valores totais e individuais das distorções harmônicas de corrente ( $THDi$ ) para distorção de harmônica de tensão ( $THDv$ ) de 4,9% no ponto de medição  $M_1$ , próximo ao gerador síncrono, cujo nível de tensão é 6,6 kV.

A Fig. 3.3 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada da carga não linear no sistema para um THDv de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento, tempo suficiente para a estabilização, foi medido uma distorção total de corrente (THDi) de 87,21%, e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1% medidos foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com 69,05%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com 38,87%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com 25,44% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com 17,42%.

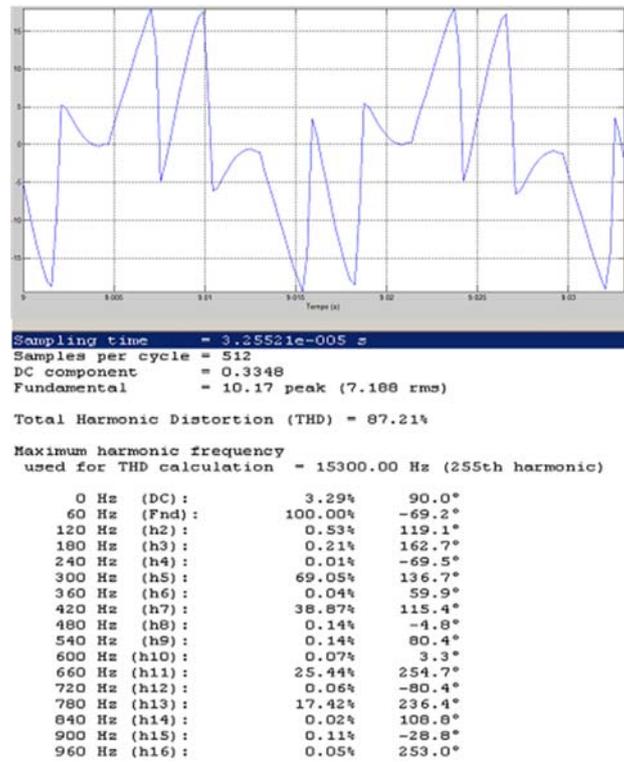


Figura 3.3 -  $M_1$  - THDi -  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.4 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador de indução no sistema com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento, a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 87,21% para 12,41% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 69,05% para 9,75%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 38,87% para 5,57%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,44% para 3,65% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 17,42% para 2,54%.

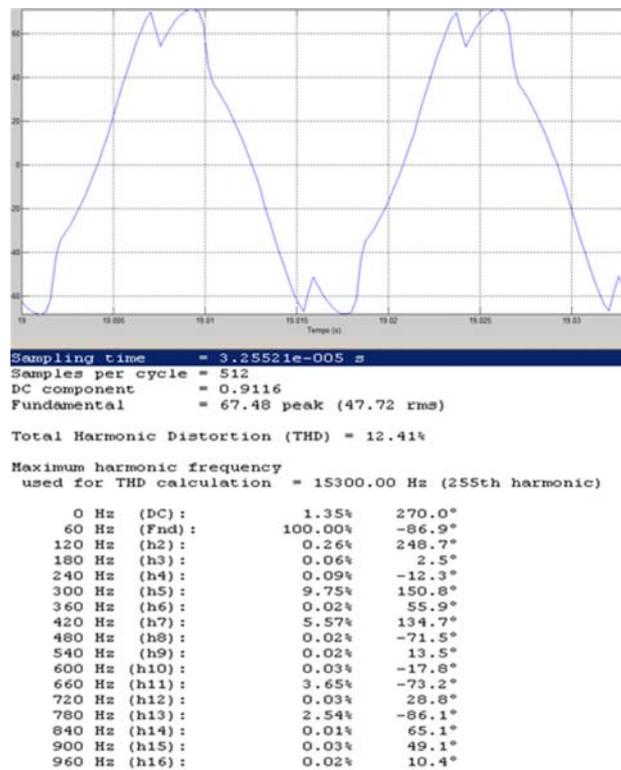


Figura 3.4 -  $M_1$  - THDi -  $G_I$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.5 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador síncrono com a carga não linear conectada no sistema para uma distorção total de tensão (THDv) de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 87,21% para 84,89% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 69,05% para 67,07%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 38,87% para 38,04%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,44% para 24,75% e o harmônico de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 17,42% para 17,04%.

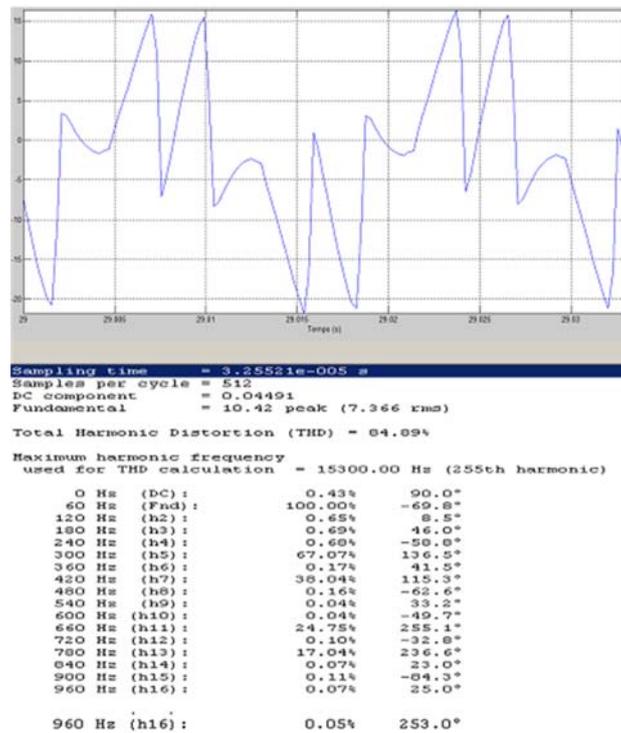


Figura 3.5 -  $M_1$  - THDi -  $G_S$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.6 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de resistência com a carga não linear conectada no sistema para uma distorção total de tensão (THD<sub>v</sub>) de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 87,21% para 37,94% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 69,05% para 30,10%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 38,87% para 16,92%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,44% para 10,87%, a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 17,42% para 7,63%.

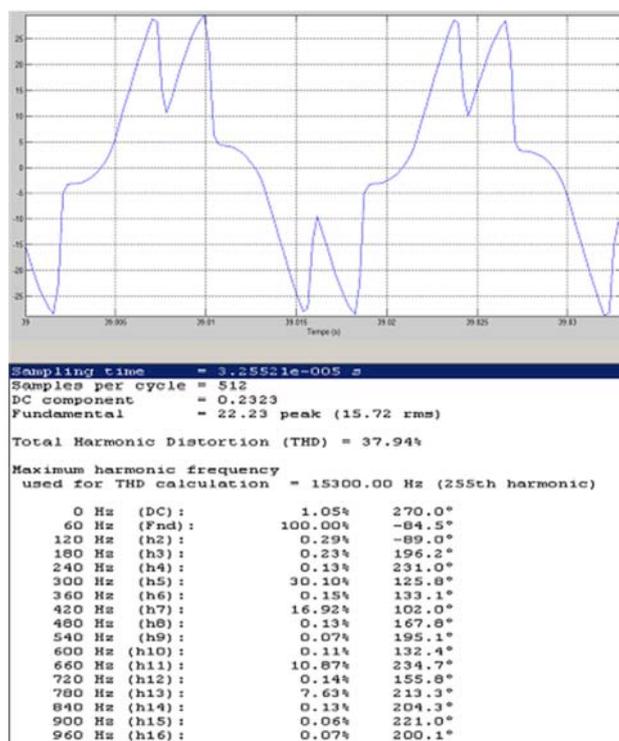


Figura 3.6 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> - R e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.7 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de capacitor  $C$  com a carga não linear conectada no sistema para uma distorção total de tensão (THD<sub>v</sub>) de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 87,21% para 15,97% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 69,05% para 12,40%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 38,87% para 7,23%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,44% para 4,80% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 17,42% para 3,39%.

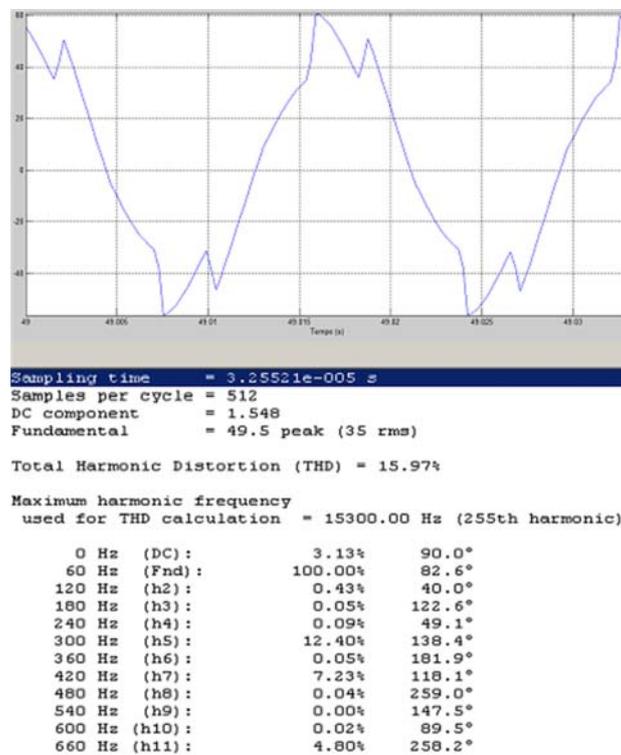


Figura 3.7 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> -  $C$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.8 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do reator com a carga não linear  $C_{nl}$  conectada no sistema para uma distorção total de tensão (THDv) de 4,9%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 87,21% para 16,90% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 69,05% para 13,37%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 38,87% para 7,52%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,44% para 4,90% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 17,42% para 3,39%.

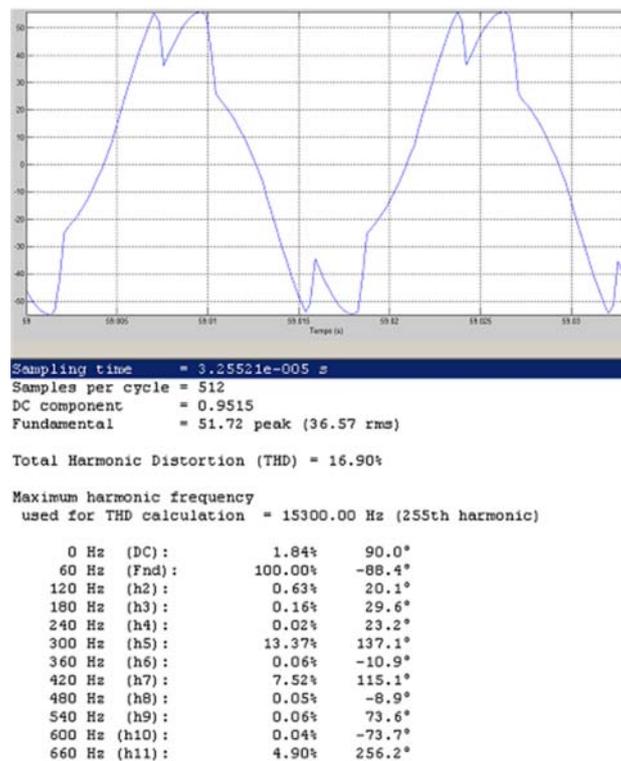


Figura 3.8 -  $M_1$  - THDi -  $L$  e  $C_{nl}$  conectada.

### 3.3.2 Características de THDi para THDv de 2,8%.

Serão apresentadas as figuras das formas de onda e o valores totais e individuais das distorções harmônica de corrente (THDi) para distorções de harmônica de tensão (THDv) de 2,8% no ponto de medição  $M_1$ , próximo ao gerador síncrono, que tem nível de tensão de 6,6 kV.

A Fig. 3.9 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada da carga não linear para uma distorção total de tensão (THDv) de 2,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) medido é de 84,71% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com 3,03%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com 64,55%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com 37,94%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com 25,31% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com 18,52%.

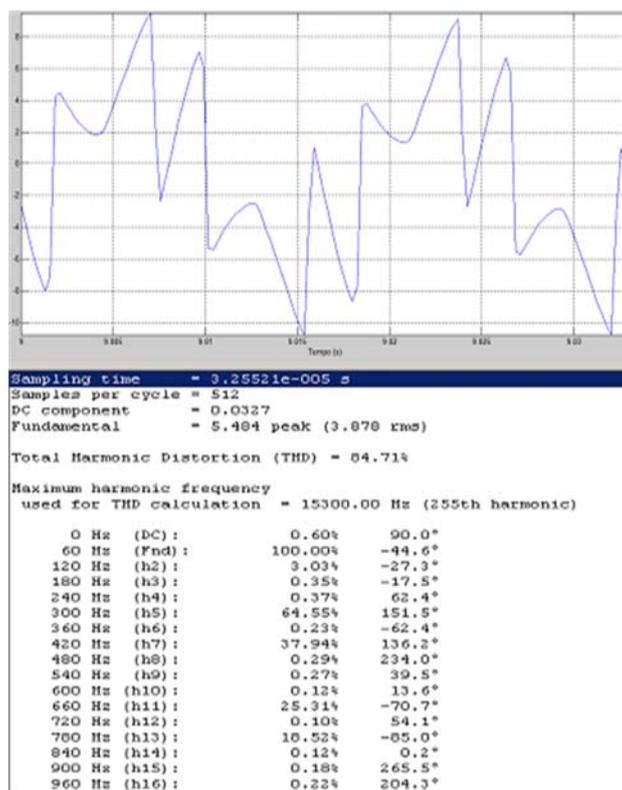


Figura 3.9 -  $M_1$  - THDi -  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.10 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador de indução com a carga não linear conectada no sistema para uma distorção total de tensão (THD<sub>v</sub>) de 2,8%. A distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 84,71% para 6,92% e as harmônicas individuais mais significativas foi a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com 3,03% atenuado para 0,29%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 64,55% para 5,24%, a harmônico de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 37,94% para 3,12% a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,31% para 2,07% a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 18,52% para 1,54%.

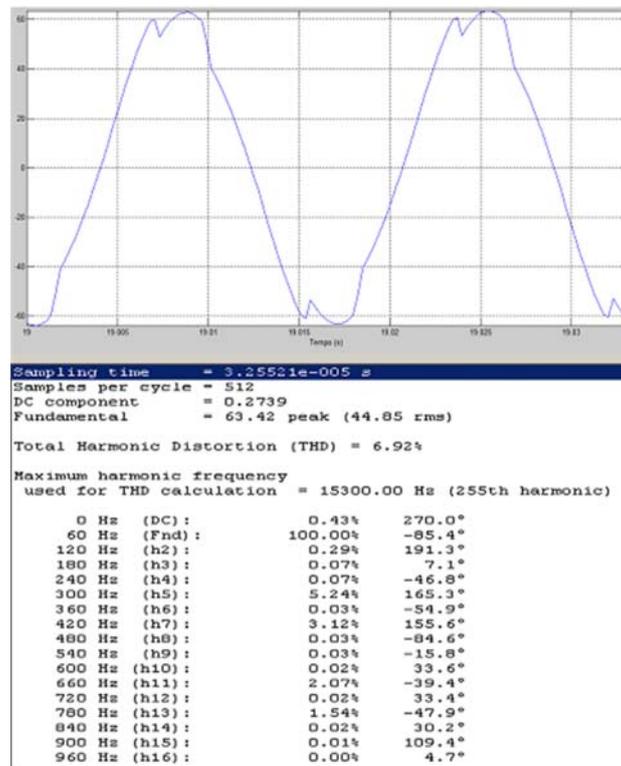


Figura 3.10 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> -  $G_I$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.11 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador síncrono com a carga não linear conectada no sistema para um THD<sub>v</sub> de 2,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 84,71% para 83,62% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 3,03% para 1,28%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 64,55% para 63,76%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 37,94% para 37,61%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,31% para 24,97% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 18,52% para 18,09%.

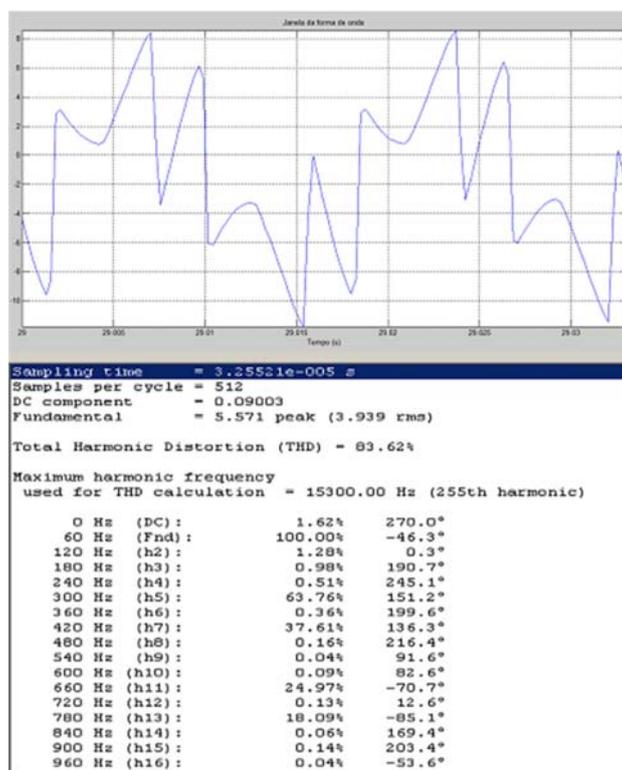


Figura 3.11 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> -  $G_S$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.12 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de resistência com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 2,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 84,71% para 27,86% e as harmônicas individuais mais significativos, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 3,03% para 1,42%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 64,55% para 21,31%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 37,94% para 12,48%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,31% para 8,14% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 18,52% para 6,04%.

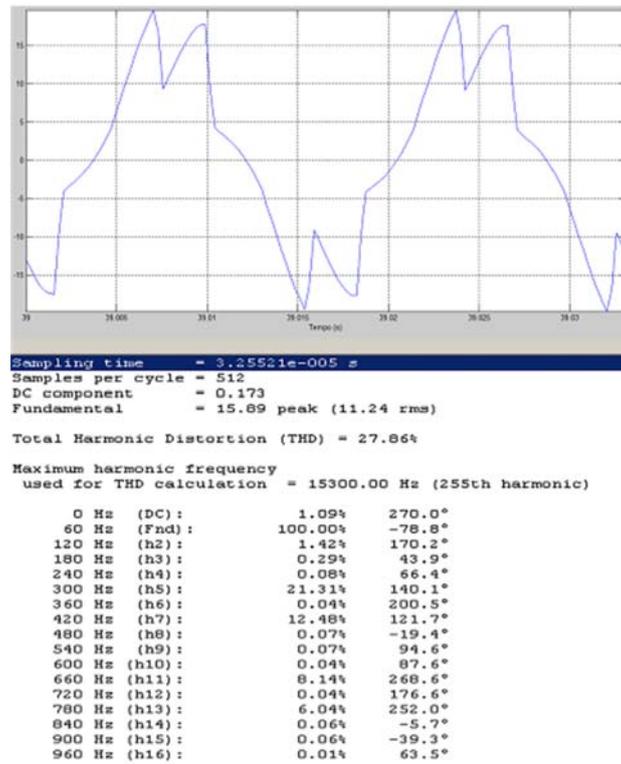


Figura 3.12 -  $M_1$  - THDi -  $R$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.13 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de capacitor com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 2,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 84,71% para 7,60% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 3,03% para 0,27%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 64,55% para 5,71%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 37,94% para 3,44%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,31% para 2,28% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 18,52% para 1,70%.

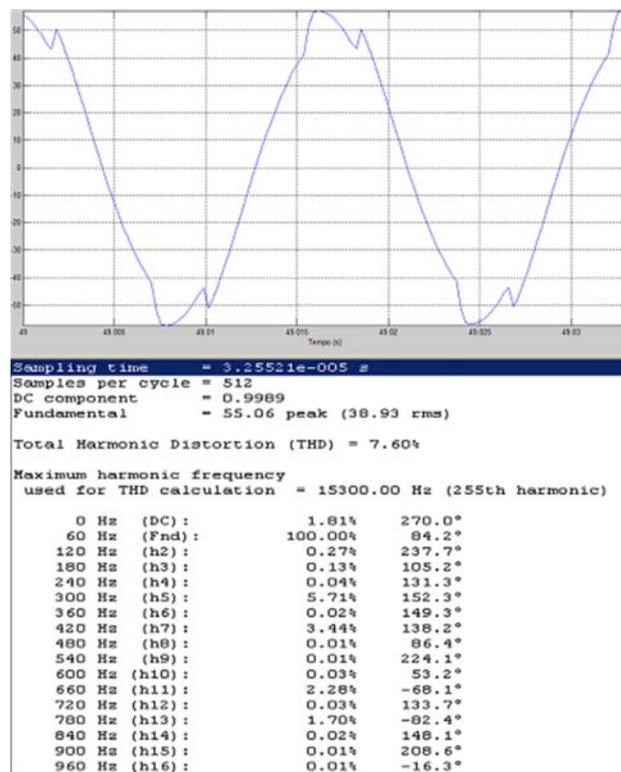


Figura 3.13 -  $M_1$  - THDi -  $C$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.14 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do reator com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 2,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 84,71% para 9,85% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 3,03% para 0,38% , quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 64,55% para 7,48%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 37,94% para 4,45% , a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 25,31% para 2,94% e a harmônico de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 18,52% para 2,16%.

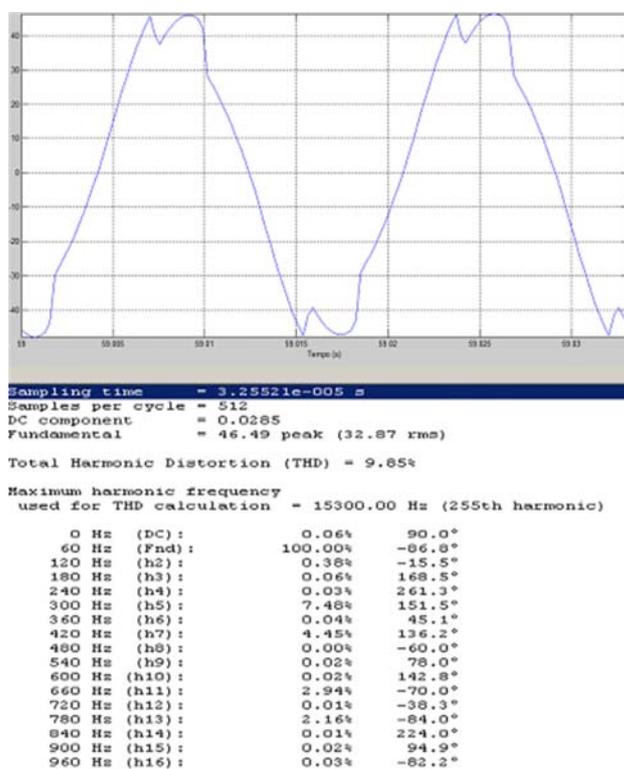


Figura 3.14 -  $M_1$  - THDi -  $L$  e  $C_{nl}$  conectada.

### 3.3.3 Características de THDi para THDv de 0,8%.

Serão apresentadas as figuras das formas de onda e o valores totais e individuais das distorções harmônica de corrente (THDi) para distorções de harmônica de tensão (THDv) de 0,8% no ponto de medição  $M_1$ , próximo ao gerador síncrono, que tem nível de tensão de 6,6 kV.

A Fig. 3.15 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada da carga não linear no sistema para um THDv de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento, tempo suficiente para a estabilização, foi medido uma distorção total de corrente (THDi) de 17,86%, e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, medidas foi a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com valor de 1,21%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com valor de 13,07%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com valor de 7,56%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com valor de 5,19% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com valor de 4,02%.

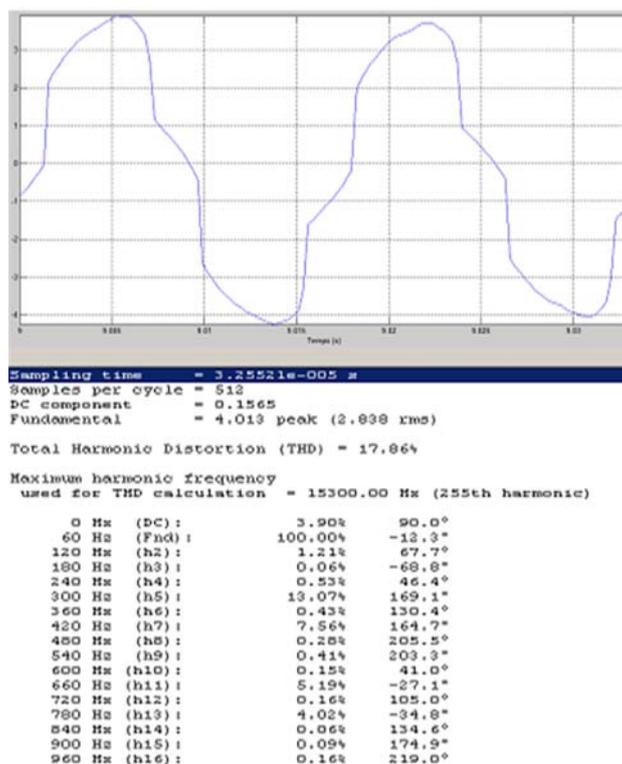


Figura 3.15 -  $M_1$  - THDi -  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.16 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador de indução com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 17,86% para 1,08% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 1,21% para 0,24%, a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 13,07% para 0,74%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 7,56% para 0,44%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 5,19% para 0,33% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 4,02% para 0,26%.

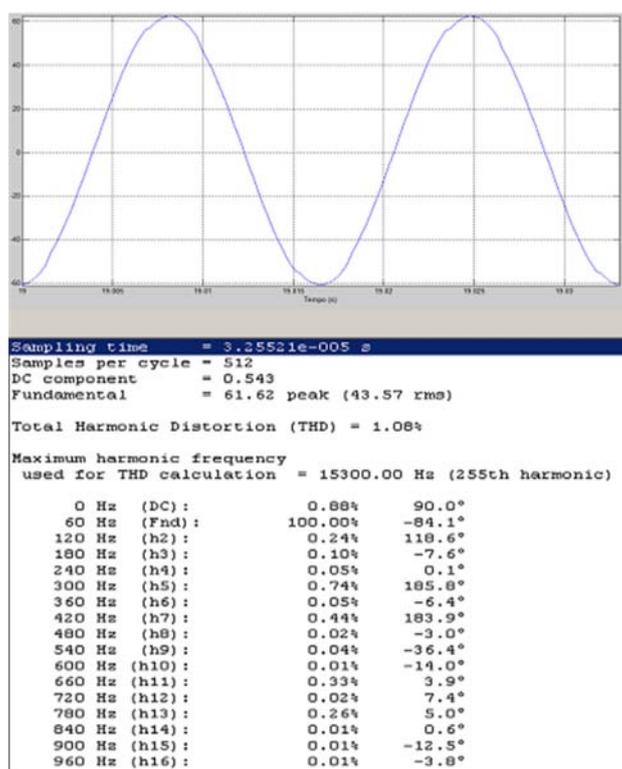


Figura 3.16 -  $M_1$  - THDi -  $G_I$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.17 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do gerador síncrono com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) alterou de 17,86% para 19,24% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foi a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com alteração de 1,21% para 5,93%, a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com alteração de 13,07% para 13,23%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com alteração de 7,56% para 8,34% , a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 5,19% para 4,83% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 4,02% para 3,71%.

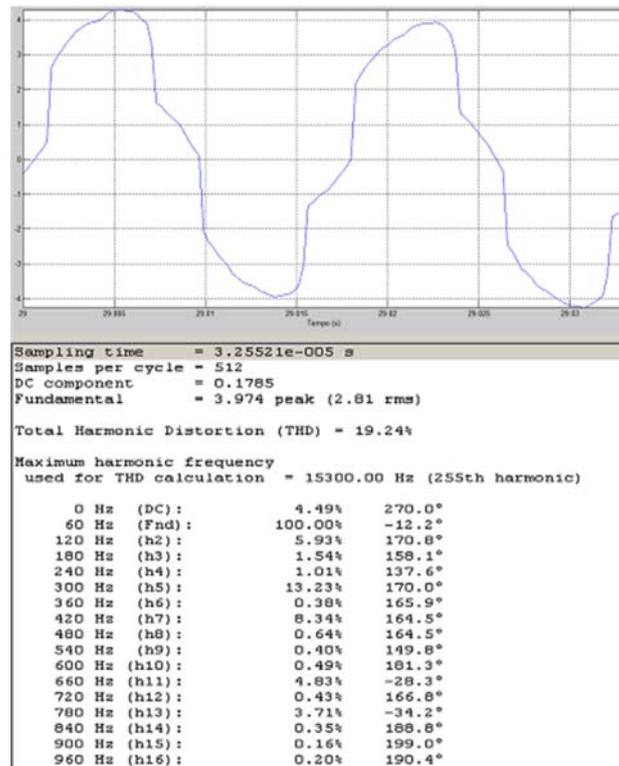


Figura 3.17 -  $M_1$  - THDi -  $G_S$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.18 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de resistência com a carga não linear conectada no sistema para um THDv de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THDi) atenuou de 17,86% para 5,47% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 1,21% para 0,40%, quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 13,07% para 3,97%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 7,56% para 2,33% , a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 5,19% para 1,61% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 4,02% para 1,24%.

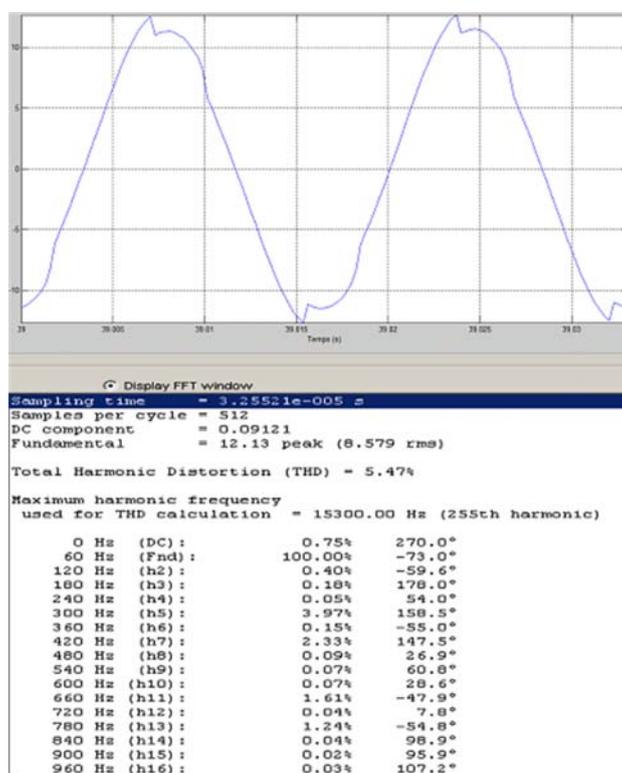


Figura 3.18 -  $M_1$  - THDi -  $R$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.19 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do reator com a carga não linear conectada no sistema para um THD<sub>v</sub> de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 17,86% para 1,63% e as harmônicas individuais mais significativas, acima de 1%, foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 1,21% para 0,28%, a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 13,07% para 1,15%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 7,56% para 0,70%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 5,19% para 0,49% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 4,02% para 0,39%.

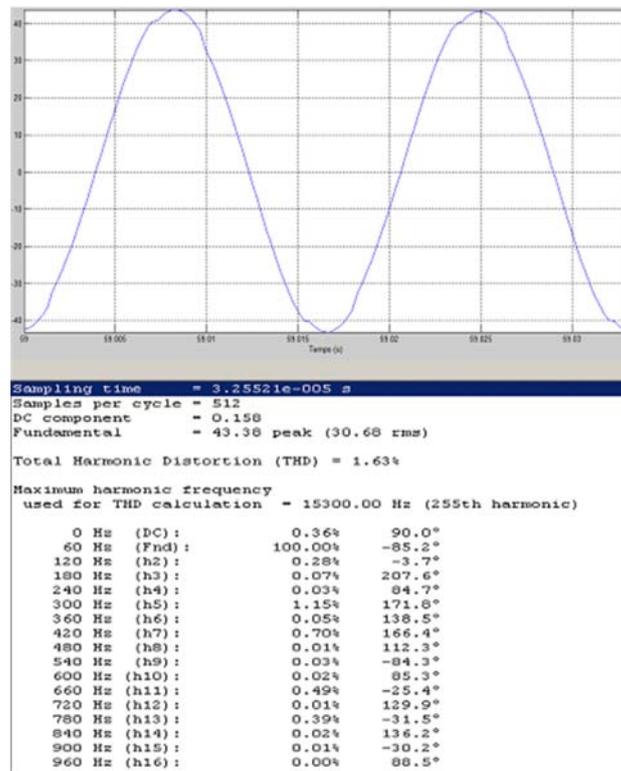


Figura 3.19 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> -  $L$  e  $C_{nl}$  conectada.

A Fig. 3.20 apresenta a forma de onda de corrente após a entrada do banco de capacitor com a carga não linear conectada no sistema para uma distorção total de harmônico de tensão (THD<sub>v</sub>) de 0,8%. Após 9 segundos de funcionamento a distorção total de corrente (THD<sub>i</sub>) atenuou de 17,86% para 1,10% e as harmônicas individuais mais significativas foram a harmônica de segunda ordem ( $h = 2$ ) com atenuação de 1,21% para 0,21%, a harmônica de quinta ordem ( $h = 5$ ) com atenuação de 13,07% para 0,74%, a harmônica de sétima ordem ( $h = 7$ ) com atenuação de 7,56% para 0,50%, a harmônica de décima primeira ordem ( $h = 11$ ) com atenuação de 5,19% para 0,33% e a harmônica de décima terceira ordem ( $h = 13$ ) com atenuação de 4,02% para 0,26%.

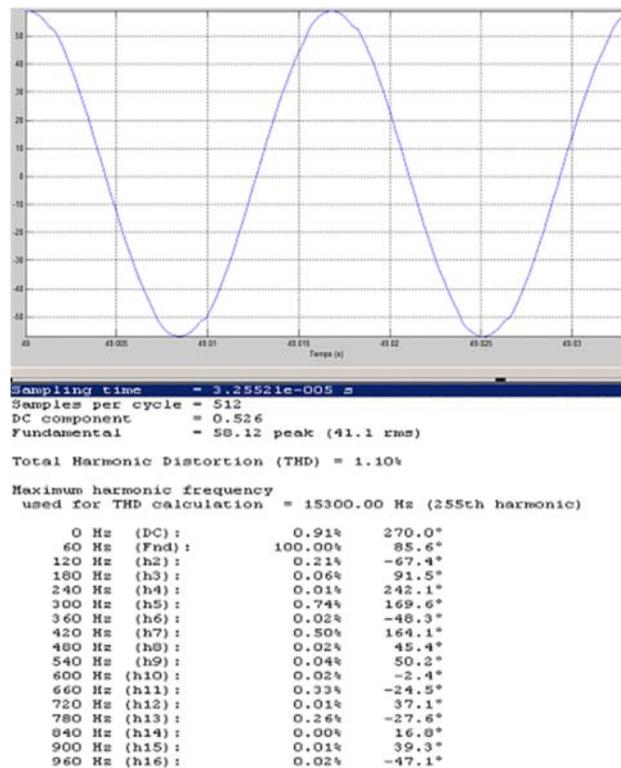


Figura 3.20 -  $M_1$  - THD<sub>i</sub> -  $C$  e  $C_{nl}$  conectada.

### **3.4 Comentários.**

Observando os resultados apresentados nas Seção 3.3.1 a Seção 3.3.3 fica evidenciado a grande vantagem da utilização do gerador de indução no sistema em relação as outras possibilidades de atenuação dos harmônicos de corrente no gerador síncrono principal.

Outro aspecto observado é a comprovação numérica do fato apresentado na parte inicial deste Capítulo, quando se refere a potência do gerador de indução ser bem menor que a do gerador síncrono principal. Pela grande atenuação dos harmônicos de correntes no gerador síncrono principal, observa-se que ainda existe uma razoável margem de aumento de potência para o gerador síncrono.



## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE EXPERIMENTAL

Como mostrado na Fig. 4.1, os equipamentos utilizados foram duas máquinas síncronas  $M_{S1}$  e  $M_{S2}$  de  $2\text{ kVA}$ ,  $220\text{ V}$ , pólos salientes, trifásico, estrela aterrado, 4 pólos,  $60\text{ Hz}$ ; duas máquinas de indução  $M_{I1}$  e  $M_{I2}$  de  $0,5\text{ kVA}$ ,  $220\text{ V}$ , trifásico, estrela aterrado, rotor gaiola, 4 pólos,  $60\text{ Hz}$ . Foi utilizada uma carga não linear através de um retificador trifásico de onda completa e resistências de cargas. Para realizar as medições das distorções harmônicas de tensão e de corrente foi utilizado um medidor *Fluke 43 Power Quality Analyzer*, PQA.

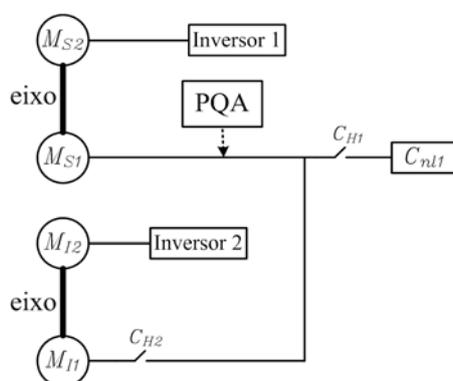


Figura 4.1 - Diagrama utilizado no ensaio de laboratório.

#### 4.1 Resultados.

Com as chaves  $C_{H1}$  e  $C_{H2}$  aberta, alimenta-se a máquina síncrona  $M_{S2}$  através do inversor de frequência 1 ajustando uma determinada rotação para a máquina síncrona  $M_{S1}$ . Através da excitação desta máquina é gerada uma tensão em vazio. Após alguns minutos a chave  $C_{H1}$  é fechada para alimentar a carga não linear e é ajustado uma geração na máquina síncrona  $M_{S1}$  para  $1,5\text{ kVA}$ ,  $220\text{ V}$ . Posteriormente é alimentada a máquina de indução  $M_{I2}$  através do inversor de frequência 2, ajustando a sua rotação para o mesmo valor da rotação da máquina síncrona. Neste ponto é possível ligar a chave  $C_{H2}$  e logo em seguida aumentar a frequência no inversor 2 para que a máquina de indução aumente de rotação e portanto  $M_{I1}$  se tornando um gerador de indução. Controla-se esta rotação para que este gerador forneça  $0,3\text{ kVA}$ ,  $220\text{ V}$ . Após a entrada do gerador de indução, a carga não linear é aumentada para

consumir a geração do gerador síncrono e do gerador de indução ( $G_I$ ). Foram feitas medidas de THDi e THDv no ponto indicado pelo medidor PQA, Fig. 4.1, antes e depois de ligar a  $C_{H2}$ . Os resultados de THDi estão na Tab. 4.1.

Tabela 4.1 - Resultado do ensaio de laboratório.

Condições	THDi
$G_S + C_{nl}$	21,6%
$G_S + C_{nl} + G_I$	7,1%

Com a entrada do gerador de indução foi verificado uma redução na distorção total de harmônicos de corrente, próximo ao gerador síncrono, THDi de 21,6%, para 7,1%, Tab. 4.1. Quanto aos harmônicos de tensão não houve variação significativa comparado com a redução de harmônicos de corrente (THDv de 11,8 para THDv de 8,2 ). Esses ensaios foram realizados isolados da rede elétrica, pois os equipamentos de laboratório tais como: máquinas síncronas e de indução, retificador, banco de resistência, são de potências pequenas, não sendo possível distorcer a tensão na rede elétrica. Seria necessário introduzir uma impedância entre a geração e a rede elétrica. Esta providência seria fisicamente equivalente à geração isolada, como foi feito.

A Fig. 4.2 apresenta, com maiores detalhes, os equipamentos utilizados no laboratório: gerador de indução, gerador síncrono, medidor de velocidade, wattímetro, amperímetros, inversor de frequência, retificador, cargas resistivas, medidor de distorções harmônicas *Fluke 43 Power Quality Analyzer*.



Figura 4.2 - Equipamentos utilizados no ensaio de laboratório da Universidade Santa Cecília - Santos.

A Fig. 4.3 apresenta os valores de distorções total de corrente THDi de 21,6%, momento que o gerador síncrono estava gerando para a carga não linear com uma corrente de linha eficaz de 3,72 A, 220 V, 60,41 Hz. Neste momento o gerador síncrono estava despachando 1,5 kVA de potência, um pouco antes de entrar o gerador de indução no sistema.



Figura 4.3 - Medição do THDi na saída do  $G_S - C_{nl}$  conectada.

A Fig. 4.4 apresenta os valores de distorções total de corrente - THDi de 7,1%, momento que o gerador síncrono estava gerando para atender a carga não linear e entrou no sistema um gerador de indução gerando 0,3 kVA em paralelo com o gerador síncrono que permaneceu operando como antes. Os valores medidos próximo ao gerador síncrono foram de 7,1% de distorção total de corrente, 3,88 A, 60,98 Hz. Na Fig. 4.5 é ilustrado o aparelho de medida.

## 4.2 Comentários.

Nota-se que com a inserção do gerador de indução a distorção total de harmônicos de corrente atenuou de 21,5% para 7,1% e a distorção total dos harmônicos de tensão, comparados com a redução de harmônicos de corrente, praticamente não variou, sendo estes resultados experimentais compatíveis com aqueles obtidos na simulação computacional.



Figura 4.4 - Medição do THDi na saída do  $G_S - C_{nl}$  e  $G_I$  conectado.

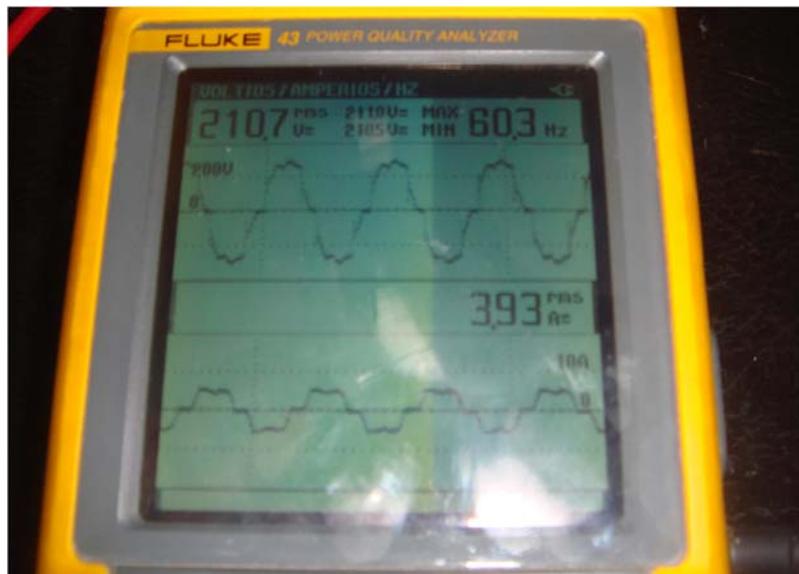


Figura 4.5 - Medidor FLUKE 43 Power Quality Analyser.

## CAPÍTULO 5

### UMA APLICAÇÃO TÍPICA

O interesse nesta tese não está limitado a demonstrar técnica e experimentalmente a viabilidade do gerador de indução ser utilizado como um elemento atenuador de harmônicos para os geradores síncronos, que evidentemente sempre serão as máquinas principais do sistema elétrico de potência interligado. Existe também o lado da aplicação prática, ou seja, onde é possível utilizar tal proposta nas usinas elétricas. Uma primeira aplicação surge na instalação de unidades geradora de indução, com fonte primária própria, mescladas com as unidades síncronas tradicionais. A idéia desta aplicação parece ser mais viável por ocasião do projeto de futuras usinas. Existem outras possibilidades relacionadas com PCH's, usinas com fontes alternativas incluindo o álcool e o biocombustíveis. Outra alternativa, bastante interessante e que vem no sentido oposto da primeira aplicação, ou seja, futuras usinas, se refere às antigas usinas, onde devido ao avanço da tecnologia, no seu amplo significado, surge a oportunidade de sua repotencialização.

Vários motivos podem levar uma usina a ser repotencializada, porém dois são os mais comuns: i) A melhoria do projeto da turbina resulta em aumento do seu rendimento e por ocasião de substituição, para a mesma potência primária disponível, a nova turbina pode fornecer ao gerador um incremento de potência mecânica, que era exatamente a perda na turbina antiga. A referência (PENIN et al., 2009) mostra a possibilidade de aumentar o rendimento de uma turbina em até 5%, melhorando o projeto do seu perfil hidráulico através de recursos computacionais. A referência (MOURA, 2003) apresenta uma repotencialização de turbina cuja rendimento aumentou acima do comum, ficando em torno de 14,5%; ii) A substituição da excitatriz rotativa, localizada no eixo do gerador, por excitatriz estática localizada fora da máquina, em busca de melhor tempo de resposta, para atender as exigências do ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico, também resulta em sobra de potência mecânica (DELBONE, 2005).

Em ambos os casos o resultado é o mesmo, ou seja, uma sobra de potência mecânica que pode estar disponível na turbina e, portanto, em condições de se transformar em potência elétrica. Esta transformação pode ser feita por um gerador de indução. A questão é como compatibilizar o uso de uma única turbina acionando dois geradores que possuem velocidades diferentes. Uma solução foi apresentada no trabalho (DEL-

BONE, 2005) onde no eixo que acopla a turbina ao gerador síncrono é colocado um sistema de engrenagem multiplicadora que acopla o gerador de indução, ou seja, um motor de indução acionado a uma rotação acima da rotação da turbina. A Fig. 5.1 ilustra o conjunto gerador (síncrono) turbina, acoplamentos, multiplicador e motor de indução (gerador).

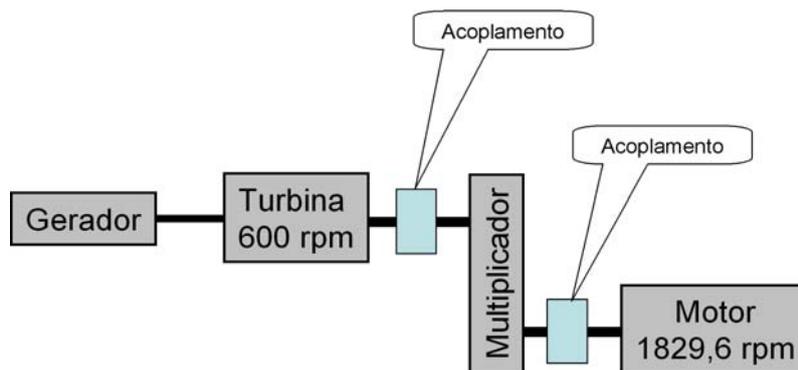


Figura 5.1 - Acoplamentos mecânicos.

Para ilustrar esta aplicação típica, a seguir apresenta-se um estudo de caso efetuado em uma das usinas da Empresa Metropolitana de Águas e Energia de São Paulo - EMAE.

### 5.1 Estudo de Caso

Foi efetuado um estudo completo da Usina Hidroelétrica de Izabel de propriedade da EMAE. Essa usina esta localizada na cidade de Pindamonhangaba / SP, entrou em operação em 1915, com potência instalada de 2.640kW, 2 (dois) geradores síncronos, turbina tipo Pelton horizontal. As demais características estão apresentadas nas Tab. 5.1 e Tab. 5.2 (DELBONE, 2005).

Tabela 5.1 - Usina hidroelétrica de Izabel - características 1.

Gerador	Potência Elétrica [kW]	Potência Mecânica [kW]	Tensão [kV]
1	1,320	1.641,20	6,6
2	1,320	1.641,20	6,6

Tabela 5.2 - Usina hidroelétrica de Izabel - características 2.

<b>Fator de Potência</b>	<b>Pólos</b>	<b>Rotação [rpm]</b>	<b>Excitação no Eixo [kW]</b>	<b>Sobra Potência [kW]</b>
0,85	12	600	15	336,2
0,85	12	600	15	336,2

Essa usina foi modernizada em 2003 e os sistemas de excitação rotativos instalados nos eixos dos geradores foram substituídos por sistemas de excitação estática digital. A sobra de potência elétrica existente em cada gerador é resultado da potência mecânica disponível na turbina, subtraindo a potencia elétrica.

A máquina de indução utilizada para este estudo possui uma potência de 340 kW, 4 pólos e 440 V. Para estas características torna-se necessário a utilização de transformadores elevadores de 0,44/6,6 kV, 400 kVA, um disjuntor de manobra de 440 V, corrente nominal de 600 A e 15 kA de corrente de curto circuito simétrico. Para o aproveitamento da sobra de potência dos geradores da Usina de Izabel é mais conveniente utilizar engrenagens, pois 340 kW é um valor elevado para utilizar polias.

O Multiplicador poderá ser modelo *standard* com eixo de entrada e saída Horizontais, pois a turbina do gerador da Usina de Izabel é de eixo horizontal. A razão das velocidades dos dois eixos será  $1829,6/600 = 3,05 : 1$ . Os parâmetros para definir a engrenagem é o torque e a rotação do motor de indução. Este multiplicador deve ser acoplado ao eixo da turbina através de acoplamentos de engrenagens para 600 rpm e 340 kW. Essas características se encaixam nas linhas comerciais de acoplamentos. O acoplamento de engrenagens tem maior custo, porém é mais confiável.

Os acoplamentos são de fácil montagem nas extremidades dos eixos do multiplicador e do motor. Quando não há uma extremidade livre de eixo, deve-se estudar uma adaptação. Alternativamente, o multiplicador poderia ser acoplado na extremidade do gerador, caso haja mais espaço ou mais facilidade de adaptação do acoplamento.

Quando existe uma geração mista, síncrona e indução e cada gerador tem sua própria turbina, admitindo-se o gerador síncrono ligado a rede elétrica, a melhor condição para colocar o gerador de indução na rede é adotar a seguinte sistemática: i) acionar o gerador de indução na velocidade síncrona, para depois conectá-lo à rede elétrica. Em seguida este é acelerado passando a gerar energia elétrica.

Neste estudo de caso, o gerador de indução está sendo acionado pela turbina porém na sua velocidade nominal. Assim, forçosamente o gerador de indução, ao ser conectado a rede elétrica, está na velocidade nominal. Nesta condição o gerador sofre variações transitórias de corrente maiores do que no caso descrito anteriormente. Uma simulação digital feita no chaveamento do gerador à rede elétrica mostra um transitório de corrente elétrica durante um período de aproximadamente 100 milissegundos, 6 ciclos, conforme Fig. 5.2.

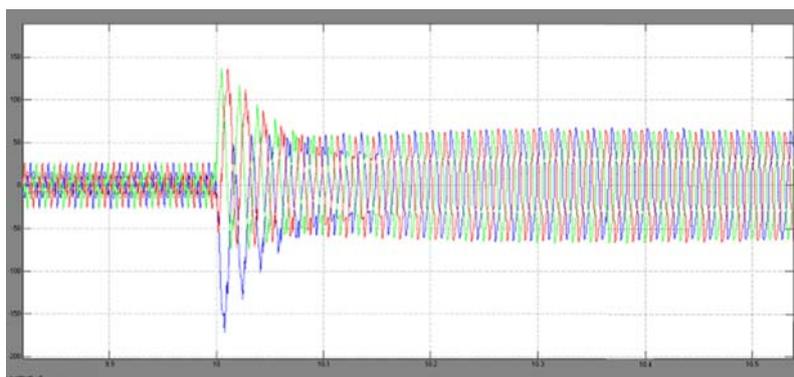


Figura 5.2 - Transitório de corrente durante a conexão do  $G_I$ .

Também foi realizada uma simulação para demonstrar que a máquina de indução, utilizada na repotencialização da UHE Izabel, após estar conectado no sistema e atingir o regime permanente, está atuando como gerador.

Na simulação foi adotado um escorregamento de  $-2,2\%$ , ou seja,  $1829,6 \text{ rpm}$ . O resultado da simulação mostra que a máquina de indução está trabalhando com uma velocidade acima da velocidade síncrona, aproximadamente  $1829,6 \text{ rpm}$ , Fig. 5.3, e com um conjugado negativo de aproximadamente  $-1,18 \text{ pu}$  ou  $2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , conforme Fig. 5.4.

### 5.1.1 Viabilidade Econômica.

A viabilidade do projeto está atrelada aos aumentos anuais da receita, custos de implantação e retorno do investimento (DELBONE, 2005). Na Tab. 5.3 são apresentados o aumento da receita anual após a repotencialização de cada unidade, considerando os geradores produzindo energia 24 horas por dia, em sua potência plena. Foi desconsiderado o período de parada programada para manutenção e também o período

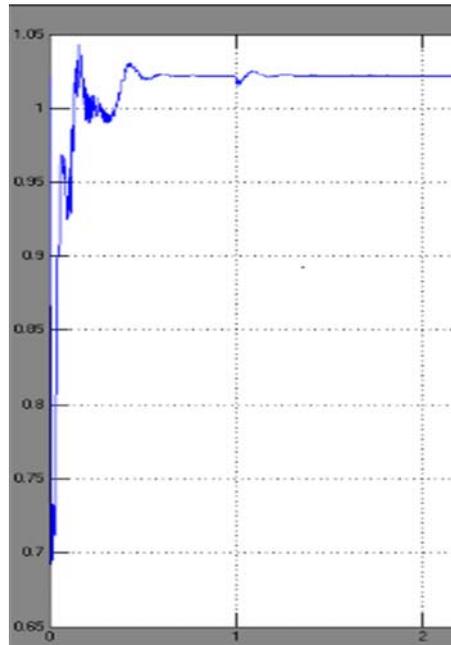


Figura 5.3 - Máquina de indução com velocidade acima da velocidade síncrona.

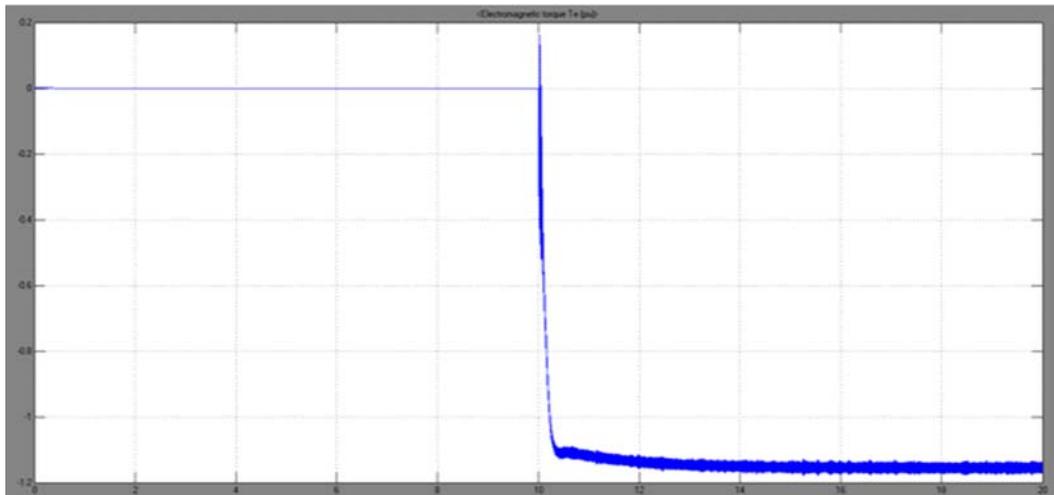


Figura 5.4 - Gerador de indução - conjugado negativo.

de parada forçada em uma eventual atuação das proteções das unidades geradoras. Uma vez que a unidade é paralizada para fazer as interações com o objetivo de re-potencializar, aproveita-se esse período para fazer uma verificação geral no conjunto: gerador, turbina, auxiliares elétricos e mecânicos, transformador e subestação.

A Tab. 5.4 apresenta o custo para implantação do projeto contemplando todos os

Tabela 5.3 - UHE Izabel - base econômica: Fev/2011.

Gerador	Sobra	Valor	Valor
	Potência [MW]	Unitário [MWh]	Total 12 Meses
1	0,33	R\$ 140,00	R\$ 462.000,00
2	0,33	R\$ 140,00	R\$ 462.000,00
TOTAL			R\$ 924.000,00

equipamentos, materiais, mão-de-obra e os impostos. São valores médios obtidos através de consulta no mercado.

Tabela 5.4 - Custo para implantação do projeto (gerador 1 &amp; 2) - UHE Izabel - moeda: fev/2011.

Equipamentos para Implantação do Projeto	Quantidade	Valor Unitário	Valor Total
Gerador de Indução 340 kW, 4 polos, 440 V	2	R\$ 35.000,00	R\$ 70.000,00
Transformador de potência 0.44/6.6 kV, 400 kVA	2	R\$ 40.000,00	R\$ 80.000,00
Disjuntor de 200 A, 760 V, 20 kA	2	R\$ 20.000,00	R\$ 40.000,00
Acoplamento Mecânico	2	R\$ 40.000,00	R\$ 80.000,00
Banco de Capacitores	2	R\$ 2.000,00	R\$ 4.000,00
TOTAL			R\$ 274.000,00

É apresentado na Tab. 5.5 o retorno de investimento da repotencialização, aumento de receita anual, versus custo de implantação do projeto. O retorno de investimento será de aproximadamente 4 meses, ou seja, a receita adicional com a repotencialização durante 4 meses, já se paga a implantação do projeto.

São comparados na Tab. 5.6 os custos para repotencialização através de gerador de indução versus a repotencialização tradicional. A repotencialização tradicional envolve a substituição do enrolamento estatórico e rotórico. Além disso necessita de um tempo de parada de máquina maior do que a repotencialização utilizando

Tabela 5.5 - Aumento de receita × custo de implantação.

<b>Item</b>	<b>UHE</b>	<b>Valor</b>
Aumento de Receita	Izabel	R\$ 924.000,00
Custo para Implantação	Izabel	R\$ 274.000,00
Retorno de Investimento		4 Meses

gerador de indução.

Tabela 5.6 - UHE Izabel - custo para repotencialização.

<b>Geradores</b>	<b>Tradicional</b>	<b>Geradores de Indução</b>	<b>Diferença</b>
1 e 2	R\$ 4.000.000,00	R\$ 234.000,00	R\$ 3.766.000,00

São comparadas, na Tab. 5.7 as perdas de receita para repotencialização, através de gerador de indução versus a repotencialização tradicional, no que tange o tempo de parada de máquina com a intervenção no gerador para efetuar a repotencialização. A repotencialização tradicional necessita de quatro meses de máquina parada e a repotencialização através do gerador de indução de apenas 15 dias.

Tabela 5.7 - UHE Izabel - Perda pelo gerador parado.

<b>Geradores</b>	<b>Tradicional</b>	<b>Geradores de Indução</b>	<b>Diferença</b>
1 e 2	R\$ 1.048.320,00	R\$ 131.040,00	R\$ 917.280,00

## 5.2 Comentários.

O resultado mostra que é perfeitamente possível o transitório provocado pelo chaveamento do gerador de indução ser absorvido pela rede elétrica sem causar problemas. Portanto a solução a ser adotada, quanto ao acoplamento dos geradores síncrono e de indução através de engrenagens, é simples e possível.

É viável a execução deste projeto, por ser um sistema com equipamentos simples, de baixo custo, de características padronizadas, pouca manutenção, resultando num

rápido retorno do investimento e pouca perda de receita para implantação.

A repotencialização tradicional apenas deverá ser realizada quando o gerador atingir seu final de vida útil, antes disto, é vantajoso realizar a repotencialização com a utilização do gerador de indução, e durante este período, a diferença do custo dos dois tipos de repotencialização torna-se uma poupança.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÃO

Este trabalho comprova a tese da viabilidade de se utilizar máquinas de indução com o objetivo de atenuar os níveis harmônicos dos geradores principais de um sistema elétrico de potência, ou seja, os geradores síncronos. Comprovou-se tecnicamente através das análises físicas e de modelagens matemáticas, no domínio da frequência, de ambos os geradores. Também foi comprovado experimentalmente através da montagem em laboratório do sistema composto dos geradores de indução e síncrono alimentando cargas não lineares.

Através dos recursos computacionais do MATLAB<sup>®</sup>/SIMULINK<sup>®</sup>/SimPowerSystems foi simulado digitalmente, no domínio do tempo, um sistema elétrico de potência interligado com geração síncrona como principal e os resultados obtidos vêm novamente comprovar esta tese. A análise feita nesta simulação é bem interessante, pois, possibilitou fazer comparações entre diversas possibilidades de atenuação dos harmônicos no gerador síncrono. Nas comparações feitas, o emprego do gerador de indução teve melhor resultado e ainda, de forma bem expressiva.

Um ponto importante a ser reafirmado, foi a conclusão sobre a análise quantitativa em relação às potências de ambos os geradores. Considerando as potências iguais, a margem de variação da relação entre as componentes harmônicas de ambos os geradores resultou igual ou superior a cinco. Isto viabilizou a aplicação prática desta tese, pois, foi possível observar que os resultados de simulação digital e experimental foram bem satisfatórios, mesmo utilizando gerador de indução de potência menor que a do síncrono.

Finalmente, foi possível transportar esta tese para aplicações práticas de engenharia. Algumas proposições foram feitas e um estudo de caso típico foi apresentado, demonstrando grandes possibilidades de ser implementado em usinas elétricas.

#### 6.1 Proposta de Estudos Futuros

Diretamente relacionado com a tese:

- Implementação dos resultados da tese em uma usina elétrica a ser reotencionalizada segundo o caso típico apresentado;

- Definição de critério que permite o estudo de viabilidade de implantação do gerador de indução com o objetivo desta tese para ser utilizado no projeto de novas usinas elétricas.

Relacionados com os assuntos apresentados no desenvolvimento da tese:

- Análise dos conjugados eletromagnéticos no gerador síncrono em regime permanente não senoidal;
- Análise detalhada sobre as perdas no gerador síncrono em regime permanente não senoidal;
- Análise do gerador de pólos salientes em regime permanente não senoidal.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSI/IEEE C57.110. **Recommended Practice for Establishing Transformer Capability when Supplying Non-Sinusoidal Load Currents.** IEEE: New York, 1998. [33](#)

CHIANG, J.; WU, C. J.; S., Y. S. **Mitigation of Harmonic Disturbance at Pumped Storage Power Station with Static Frequency Converter.** vol. 12, no. 3. IEEE: Transactions On Energy Conversion, 1997. [19](#), [28](#), [30](#), [31](#), [32](#), [138](#)

DELBONE, E. **Viabilidade Técnica e Econômica no Aumento da Capacidade de Geração de Usinas Síncronas utilizando Gerador de Indução.** Dissertação de Mestrado: Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2005. [105](#), [135](#), [136](#)

DINH, N. Q. **A Salient-Pole Generator Model For Harmonic Analysis.** vol. 16, no. 4. IEEE: Transactions On Power Systems, 2001. [33](#)

IEEE Std-519. **Recommended Practices and Requirements For Harmonic Control in Electrical Power Systems.** New York: [s.n.], 1992. [19](#), [27](#), [28](#), [29](#), [32](#), [107](#), [108](#)

LADJAVARDI, M.; MASOUM, M.; ISLAM, S. **Impact of a SG Nonlinear Model on the Harmonic Distortion of a Distribution Generation System.** Western Australian: Australasian Universities Power Engineering Conference, 2008. [32](#)

LADJAVARDI, M.; MASOUM, M. A. S.; ISLAM, S. M. **Impact of Time and Space Harmonics on Synchronous Generator Load Angle.** IEEE: PESC, 2006. [33](#)

MARTINS NETO, L. **Motor de Indução Assimétrico Funcionando Como Conversor de Número de Fases.** Tese de Doutorado: São Carlos: Engenharia Mecânica São Carlos, 1980. [49](#)

MOHAN, N.; UNDERLAND, T. M.; ROBBINS, W. P. **Power Electronics: Converters, Applications, and Design.** [S.l.]: John Wiley & Sons, New York, 1995. [105](#)

MOURA, F. M. **Repotencialização de Turbina Hidráulicas**. [S.l.]: Campinas: Unicamp, 2003. [135](#)

OLIVEIRA, R. R.; ROCHA, C. A. L.; DELAIBA, A. C.; OLIVEIRA, J.; BELCHIOR, F. **Three-Phase Synchronous Generators Performance With Unbalanced and Non-Linear Loading - Analytical and Experimental Analyses**. IEEE: ISIE Québec, Canada, 2006. [32](#)

PENIN, S. S.; CARDOSO, J. R.; DELBONE, E.; Martins Neto, L. **Repowering and Evaluation of New Power of Synchronous Generator**. 1. ed. IEEE-MIAMI: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 2009. [135](#)

ROCCO, A. **Máquinas Síncronos e Cargas não Lineares, Efeitos de Distorção Harmônica: Uma Análise Numérico experimental**. Tese de Doutorado: Escola Politecnica USP, 1998. [30](#)

TERZIJA, V. V. **Synchronous and Asynchronous Generators Frequency and Harmonics Behavior After a Sudden Load Rejection**. vol. 18, no 2. IEEE: Transactions on Power Systems, 2003. [30](#), [105](#)

## ANEXO A

### Distribuição Espacial Senoidal de $fmm$ Pulsante

Uma distribuição espacial senoidal de  $fmm$  pulsante pode ser expressa por (A.1)

$$fmm = F \cdot \cos \omega t \quad (\text{A.1})$$

onde  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  é a frequência da corrente elétrica que produz a  $fmm$  e  $\theta$  é o ângulo espacial. Pela trigonometria tem-se (A.2).

$$fmm = \frac{F}{2} \cdot \cos(\theta + \omega t) + \frac{F}{2} \cos(\theta - \omega t) \quad (\text{A.2})$$

De (A.2) tem-se (A.3) e (A.4).

$$fmm_1 = \frac{F}{2} \cdot \cos(\theta + \omega t) \quad (\text{A.3})$$

$$fmm_2 = \frac{F}{2} \cdot \cos(\theta - \omega t) \quad (\text{A.4})$$

A força magnetomotriz pulsante  $fmm$ , expressa em (A.1), é decomposta em duas  $fmm$  girantes expressas em (A.3) e (A.4). O valor máximo  $\frac{F}{2}$  e a velocidade angular  $\omega$ , são os mesmos para ambas as  $fmm$  girantes, porém a velocidade angular tem sentidos opostos.

No instante em que a  $fmm$  pulsante tem o seu valor máximo, ou seja, em  $t = 0$ , (A.1) se torna (A.5).

$$fmm (t = 0) = F \cdot \cos \theta \quad (\text{A.5})$$

Para  $t = 0$ , de (A.2) e (A.3), tem-se as  $fmm$  girantes expressa em (A.6) e (A.7).

$$fmm_1 (t = 0) = \frac{F}{2} \cdot \cos \theta \quad (\text{A.6})$$

$$fmm_2(t=0) = \frac{F}{2} \cdot \cos \theta \quad (\text{A.7})$$

Portanto, no instante  $t = 0$ , de (A.5) a (A.7) pode-se construir o gráfico da Fig. A.1.

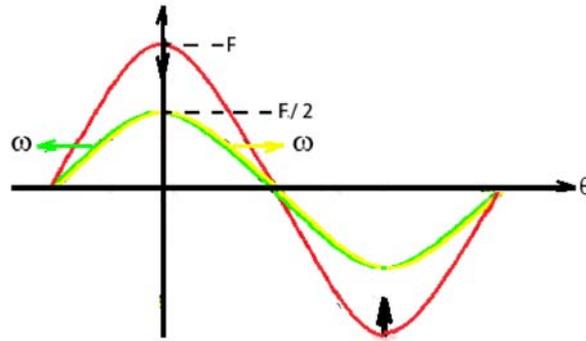


Figura A.1 -  $fmm$  pulsante, girantes.

Observando a Fig. A.1, conclui-se que no instante que a  $fmm$  pulsante atinge a sua máxima pulsação, as suas componentes de  $fmm$  girante,  $fmm_1$  e  $fmm_2$ , estão superpostas.