

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**



**Software educativos para o ensino de matemática:  
desenvolvimento e classificação com base em requisitos  
pedagógicos de práticas com materiais concretos**

***ALEANDRA DA SILVA FIGUEIRA-SAMPAIO***

**JANEIRO**

**2012**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Software educativos para o ensino de matemática:  
desenvolvimento e classificação com base em requisitos  
pedagógicos de práticas com materiais concretos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia por **Aleandra da Silva Figueira-Sampaio**, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Processamento da Informação

Banca Examinadora:

Gilberto Arantes Carrijo, Dr. (UFU) – Orientador

Alexandre Cardoso, Dr. (UFU)

Eliane Elias Ferreira dos Santos, Dr<sup>a</sup>. (ESEBA/UFU)

Elisa Maria Quartiero, Dr<sup>a</sup>. (UDESC)

João Bosco da Mota Alves, Dr. (UFSC)

Uberlândia, 20 de janeiro 2012

**Software educativos para o ensino de matemática:  
desenvolvimento e classificação com base em requisitos  
pedagógicos de práticas com materiais concretos**

***ALEANDRA DA SILVA FIGUEIRA-SAMPAIO***

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia por **Aleandra da Silva Figueira-Sampaio**, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de concentração: Processamento da Informação

---

Prof. Gilberto Arantes Carrijo, Dr.  
Orientador

---

Prof. Alexandre Cardoso, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-graduação

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais, Augusto e Cleide, pelo apoio e dedicação.

Aos meus irmãos, Adriana, Aretusa e Pedro Augusto, pela presença.

Aos meus avôs, Divino e Alice (in memorian), pelo carinho.

Ao meu marido, Vinicius, pela companhia e força.

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Elétrica, pela oportunidade da concretização do curso de doutorado.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – Fapemig, pelo financiamento dos meus estudos tornando possível a dedicação exclusiva à pós-graduação.

Ao Prof. Gilberto Arantes Carrijo, pela orientação, conselhos e incentivos na realização deste trabalho.

Aos demais membros da banca examinadora, professores Dr. Alexandre Cardoso, Dr<sup>a</sup>. Eliane Elias Ferreira dos Santos, Dr<sup>a</sup>. Elisa Maria Quartiero e Dr. João Bosco da Mota Alves, pela presença, críticas e sugestões que enriqueceram este trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, pelos ensinamentos.

Aos professores de matemática dos colégios de aplicação das instituições federais de ensino pela participação na pesquisa.

Ao Vinicius, pela presença, força, paciência, carinho, e principalmente, pelos ensinamentos e conselhos que tornaram confortantes os momentos árduos e motivadores os momentos tranquilos.

À amiga Eliane, pelo apoio, pela parceria e pelos momentos de convivência e entretenimento.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia Elétrica, especialmente Marli e Cinara, pela convivência e presteza.

Meu muito obrigado a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

|  |     |
|--|-----|
| Resumo Geral .....   | i   |
| Abstract.....  | ii  |
| CAPÍTULO 1 .....   | 10  |
| 1.1 Introdução Geral .....   | 10  |
| 1.1.1 Objetivos geral e específicos .....  | 13  |
| 1.2 Referencial Teórico .....  | 15  |
| 1.2.1 Informática na educação .....  | 15  |
| 1.2.2 Parâmetros Curriculares Nacionais para matemática .....  | 18  |
| 1.2.3 Práticas de matemática com materiais concretos segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais .....                              | 22  |
| 1.2.3.1 Bloco temático “Números e Operações” .....   | 23  |
| 1.2.3.2 Bloco temático “Espaço e Forma” .....  | 29  |
| 1.2.3.3 Bloco temático “Grandezas e Medidas” .....   | 36  |
| 1.2.3.4 Bloco temático “Tratamento da Informação” .....  | 39  |
| 1.2.4 Metodologias de avaliação para produtos de software educativo .....  | 40  |
| 1.3 Referências Bibliográficas.....  | 46  |
| CAPÍTULO 2 – Identificação de requisitos pedagógicos para software educativos de matemática em práticas com materiais concretos..... | 62  |
| 2.1 Resumo .....   | 62  |
| 2.2 Abstract.....  | 63  |
| 2.3 Introdução .....   | 64  |
| 2.4 Material e Métodos .....   | 66  |
| 2.5 Resultados e Discussão.....  | 68  |
| 2.5.1 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Números e Operações” .....   | 68  |
| 2.5.2 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Espaço e Forma” .....  | 77  |
| 2.5.3 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Grandezas e Medidas” .....   | 88  |
| 2.5.4 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Tratamento da Informação” .....  | 97  |
| 2.6 Considerações Finais .....   | 101 |
| 2.7 Referências Bibliográficas.....  | 102 |

|  |     |
|--|-----|
| CAPÍTULO 3 – Desenvolvimento de uma ferramenta computacional com requisitos pedagógicos identificados na prática com o material concreto “Balança de Dois Pratos” ...                                    | 112 |
| 3.1 Resumo .....   | 112 |
| 3.2 Abstract.....  | 113 |
| 3.3 Introdução .....   | 114 |
| 3.4 Material e Métodos .....   | 118 |
| 3.5 Resultados e Discussão.....  | 120 |
| 3.5.1 Desenvolvimento da ferramenta computacional .....  | 120 |
| 3.5.1.1 Modelo teórico.....  | 120 |
| 3.5.1.2 Ambiente e arquitetura da ferramenta computacional.....  | 123 |
| 3.5.2 Efeitos da ferramenta computacional nos aspectos de aprendizagem.....  | 127 |
| 3.6 Conclusão .....  | 132 |
| 3.7 Referências Bibliográficas.....  | 134 |
| CAPÍTULO 4 – Levantamento de práticas pedagógicas com materiais concretos, software educativos de matemática e metodologias de avaliação de software utilizadas em colégios de excelência no Brasil..... | 137 |
| 4.1 Resumo .....   | 137 |
| 4.2 Abstract.....  | 138 |
| 4.3 Introdução .....   | 139 |
| 4.4 Material e Métodos .....   | 141 |
| 4.5 Resultados e Discussão.....  | 143 |
| 4.5.1 Perfil profissional dos professores de matemática nos colégios de aplicação e ambiente computacional da instituição.....   | 143 |
| 4.5.2 Cenário das práticas pedagógicas de matemática.....  | 145 |
| 4.5.2.1 Práticas pedagógicas com materiais concretos.....  | 145 |
| 4.5.2.2 Práticas pedagógicas com software educativos .....   | 154 |
| 4.6 Considerações Finais .....   | 160 |
| 4.7 Referências Bibliográficas.....  | 162 |
| CAPÍTULO 5 – Modelo para a classificação de software educativos de matemática com base em requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos.....  | 171 |
| 5.1 Resumo .....   | 171 |
| 5.2 Abstract.....  | 172 |
| 5.3 Introdução .....   | 173 |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 5.4 Material e Métodos .....        | 176 |
| 5.5 Resultados e Discussão.....     | 181 |
| 5.6 Considerações Finais .....      | 205 |
| 5.7 Referências Bibliográficas..... | 206 |
| APÊNDICE A .....                    | 217 |
| APÊNDICE B.....                     | 222 |



## RESUMO GERAL

FIGUEIRA-SAMPAIO, Aleandra da Silva. **Software educativos para o ensino de matemática: desenvolvimento e classificação com base em requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos**. 2012. 226 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)-Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Nos últimos anos, muitas práticas pedagógicas têm sido fundamentadas em princípios construtivistas. Por esta concepção, a aprendizagem é um processo no qual o sujeito constrói seu conhecimento. Assim, é comum a utilização de materiais concretos para apoiar a aprendizagem de crianças em idade escolar. Os software educativos também são recursos didáticos que vêm provocando importantes mudanças na forma de ensinar e aprender matemática. Este estudo teve como objetivos (1) construir uma base de dados com requisitos pedagógicos considerando as práticas pedagógicas com materiais concretos para contribuir com o desenvolvimento de software educativos de matemática; (2) utilizar os requisitos pedagógicos definidos pela prática pedagógica com a “Balança de Dois Pratos” para desenvolver uma ferramenta computacional, visando solucionar alguns desafios materiais dos professores brasileiros e verificar como a ferramenta computacional afeta os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem; (3) fazer um levantamento de práticas pedagógicas com materiais concretos, software educativos e metodologias de avaliação de software adotados pelos educadores de matemática em colégios de excelência no Brasil; e (4) criar um modelo para a classificação de software educativos de matemática, considerando os requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o conteúdo de geometria. A base de dados com requisitos pedagógicos foi construída com 27 requisitos para o bloco temático “Números e Operações”; 29 para “Espaço e Forma”; 23 requisitos para “Grandezas e Medidas” e seis para os conteúdos do “Tratamento da Informação”, servindo de apoio a desenvolvedores e avaliadores de software educativos. A ferramenta computacional atendeu aos desafios dos professores brasileiros e despertou a motivação, a responsabilidade, o diálogo, a cooperação, a discussão, a reciprocidade e a reflexão durante os procedimentos a serem construídos sobre a resolução de equações de 1º grau. Quanto ao cenário de práticas exploratórias, todos os professores de matemática adotam práticas com algum tipo de material didático. São 29 materiais concretos e 22 software educativos sendo utilizados pelos professores pesquisados. A maioria dos professores tem escolhido o software por indicação de outros professores, por buscas na internet ou por sugestões encontradas nos livros didáticos. Nenhum professor mencionou a utilização de metodologias de avaliação para software educativos. A base do modelo para a classificação de software educativos de matemática foi a classificação de requisitos pedagógicos com a participação dos atores educacionais envolvidos. Com isso, foi determinada a satisfação e insatisfação com a presença e a ausência dos requisitos no produto. Um indicador foi responsável por estimar o nível de qualidade do software educativo considerando as categorias: Básico, Avançado e Superior. Cada categoria foi referenciada por três níveis de qualidade. A proposta de classificação considera parâmetros específicos aos conteúdos da área e não apenas parâmetros gerais do ponto de vista educacional.

**Palavras-chave:** software educativos, matemática, classificação de software

## ABSTRACT

FIGUEIRA-SAMPAIO, Aleandra da Silva. **Software for teaching mathematics: development and classification based on the educational requirements of practices that employ concrete materials.** 2012. 226 p. Thesis (Doctorate in Electrical Engineering)-Federal University of Uberlândia, Uberlândia.

In recent years, many educational practices have been based on constructivist principles which posit that learning is a process in which students build knowledge. Thus, it is common to use concrete materials to assist in the education of school children. Educational software is another resource that has led to important changes in the way mathematics is taught and learned. This study aimed to (1) contribute to the development of mathematics educational software by building a database of educational requirements that considers educational practices that employ concrete materials; (2) use the educational requirements of a "double-pan balance" to develop a computational tool (a virtual "double-pan balance") that would solve some of the material challenges facing Brazilian teachers and to observe the tool's affect on the computational aspects of the learning process; (3) conduct a survey to determine which educational practices employing concrete materials, educational software and software assessment methodologies are in use by mathematics teachers at the best schools in Brazil; and (4) create a model to classify mathematics educational software that considers the requirements of teaching geometry with concrete materials. In order to assist developers and evaluators of educational software, the database of educational requirements includes twenty-seven requirements on the subject of "Numbers and Operations"; twenty-nine on "Space and Shape", twenty-three on "Quantities and Measurements" and six on "Data Processing". The computational tool fulfilled the requirements of Brazilian teachers and increased student motivation, accountability, dialogue, cooperation, discussion, reciprocity and reflection during the process of building procedures to solve linear equations. Regarding exploratory practices, all the mathematics teachers surveyed had adopted teaching strategies that used some kind of educational material. More specifically, twenty-nine types of concrete materials and twenty-two types of software were in use. Most of the teachers were using software that had been recommended by other teachers, found through internet searches or mentioned in textbooks. None of the teachers mentioned using evaluation methodologies for educational software. The classification model for mathematics education software was based on the participation of all involved stakeholders. Thus, the satisfaction (or dissatisfaction) with the presence (or absence) of a product's requirements was determined. An indicator was used to qualify the educational software as Basic, Advanced or Superior and each of these categories was subdivided into three levels of quality. The proposed classification system considers parameters specific to mathematics education in addition to general educational parameters.

**Keywords:** educational software, mathematics, classification

## CAPÍTULO 1

### 1.1 INTRODUÇÃO GERAL

Não há dúvidas de que as tecnologias da informação e comunicação vêm provocando importantes mudanças na forma de ensinar e aprender. No entanto, é necessário verificar se os materiais didático-pedagógicos são estimulantes e motivadores para que o aluno possa desenvolver as estruturas cognitivas relevantes relacionadas com o domínio em estudo (BARKER; TAN, 1996). Uma vez que, as novas técnicas educacionais de transmissão da informação passaram a ser bidirecionais, colaborativas e interdisciplinares (CAMPOS; ROCHA, 1998) e as práticas pedagógicas passaram a focar o aluno como agente da construção de sua própria estrutura cognitiva (MOREIRA, 1999). As atividades devem envolver processos educacionais que levam o aluno a desenvolver competências construtivas, no que diz respeito à produção de conhecimento. Os valores e as atitudes devem permitir adaptações às novas características e às exigências do mundo atual (MORAES, 2003).

Quanto à disciplina de matemática, a maioria dos alunos apresenta uma reação negativa (VALENTE, 1993a; GARDETE; CÉSAR, 2006). Apesar de alguns alunos afirmarem que gostam muito e que têm facilidade na disciplina, chegando a alcançar desempenhos elevados, muitos discentes afirmam que a detestam e que é demasiado difícil, não conseguindo alcançar as competências consideradas necessárias para transitarem de ano (GARDETE; CÉSAR, 2006).

Na tentativa de reverter esta situação, os professores de matemática trabalham com práticas de ensino diferenciadas e utilizam materiais concretos e manipuláveis para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Apesar da popularização entre os professores desses materiais concretos no ensino da matemática, levantamentos focando identificar aqueles mais utilizados e suas contribuições pedagógicas são escassos. Algumas práticas com materiais concretos apresentam grandes limitações. Por exemplo, no uso da balança de dois pratos para ensinar procedimentos de resolução de equações do 1º grau, somente o professor pode manuseá-la de forma a concluir experimento. Além disso, existem problemas sérios em relação ao aferimento da balança. A informática, por meio de computadores e software educativos, pode ser uma alternativa neste processo (MAGINA, 1998). Os materiais concretos podem ser substituídos por software, com ganho na atratividade dos alunos e praticidade para

os professores. Os software podem ainda estimular outras características cognitivas inerentes à concepção construtivista como cooperação, diálogo, reflexão, colaboração, autonomia, reciprocidade e responsabilidade (CHICKERING; GAMSON, 1987; MARCHESE, 1997).

Para fins conceituais, software educativo é todo material que foi desenvolvido exclusivamente para uso educacional (OLIVEIRA; COSTA; MOREIRA, 2001) previsto desde o seu projeto e desenvolvimento (BASSANI et al., 2006) e que pode ser usado por professores e alunos para apoiar o ensino e a aprendizagem (NATIONAL CENTRE FOR TECHNOLOGY IN EDUCATION, 2008).

Desde a década de 80, muitas pesquisas têm sido desenvolvidas com o intuito de investigar o uso da informática e seu impacto no ensino e aprendizagem matemática (BURNS; BOZEMAN, 1981; KULIK; KULIK, 1985; COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; COX, 1997; SIVIN-KACHALA; BIALO, 2000; CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY, 2001; ARTIGUE, 2002; KULIK, 2002; YUSHAU; BOKHARI; WESSELS, 2004; VALENZUELA; GRECCO; SOUZA, 2009). Concomitantemente, o mercado de produto de software tem desenvolvido e disponibilizado vários software educativos destinados à educação matemática (VALENZUELA; GRECCO; SOUZA, 2009).

Com a implantação de computadores e software nas escolas do ensino regular, um dos dilemas dos professores de matemática é a seleção, entre a diversidade de software educativos, daquele que será mais adequado aos seus objetivos educacionais, aos seus alunos e às circunstâncias das suas práticas de ensino (PAPERT, 1988). O software educativo é um componente que deve ser desenvolvido e escolhido pelo seu caráter de interação considerando professor, aluno e conteúdo matemático (GLADCHEFF; OLIVEIRA; SILVA, 2001). A simples presença de software educativos não é garantia de recurso didático-pedagógico que possa auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Portanto, existe por parte de professores e escolas preocupações e dificuldades relacionadas à escolha e ao uso destes software em práticas de ensino.

A avaliação e a escolha do software educativo é uma atividade desafiadora. O software educativo deve promover o aprendizado e não simplesmente facilitar o processo de aprendizagem para o professor (VALENTE, 1999). Ao analisar a qualidade de um software deve-se levar em conta aspectos formais e de conteúdos, como em qualquer outro recurso didático-pedagógico (GLADCHEFF; OLIVEIRA; SILVA, 2001). Uma escolha errônea pode dificultar a construção do conhecimento e, conseqüentemente, comprometer o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas necessárias. Portanto, antes de qualquer decisão, é necessário que o professor tenha informações precisas e detalhadas

relacionadas à qualidade do software educativo. As metodologias para avaliação de software podem contribuir para esta decisão, uma vez que estas devem apresentar um diagnóstico da qualidade do produto.

É importante lembrar que já existem padrões nacionais e internacionais que determinam uma representação mundial para a qualidade do produto de software. A norma brasileira NBR ISO 9126-1 (2003) foi elaborada com base na norma internacional ISO/IEC 9126 lançada pelos órgãos ISO (*International Organization for Standardization*) e IEC (*International Electrotechnical Commission*). As normas se baseiam quase que exclusivamente em características e subcaracterísticas do ponto de vista técnico, que devem ser seguidas como padrão de qualidade dos produtos de software. No entanto, o produto de software educativo possui outros parâmetros muito importantes, como fundamentação pedagógica, conteúdo, interação aluno-software-professor que o distingue de outros produtos de software. Apenas a avaliação de fatores técnicos não é suficiente para uma análise da qualidade destes materiais.

As metodologias de avaliação de software educativos visam uma abrangência de análise além de fatores técnicos de qualidade. Cada metodologia tem desenvolvido o seu próprio modelo de qualidade para produtos de software educativos segundo aspectos técnicos, pedagógicos, ergonômicos, comunicacionais ou pelo conjunto de alguns destes aspectos. O estabelecimento de metodologias confiáveis pode contribuir para a redução da qualidade indesejada dos software (ELISSAVET; ECONOMIDES, 2000), uma vez que um diagnóstico correto direciona a utilização adequada do software para os conteúdos e as estratégias matemáticas. E na análise de qualidade devem-se considerar as necessidades e desafios enfrentados pelos professores (PFLEEGER, 2001), bem como os requisitos das práticas que favorecem o aprendizado de conceitos, procedimentos e habilidades matemáticas.

Porém, as metodologias de avaliação de software de matemática não consideram os procedimentos estratégicos dos professores e os conteúdos matemáticos agrupados segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN. Durante a década de 1990, numa concepção construtivista, o governo brasileiro elaborou uma proposta de parâmetros curriculares para a educação. Os PCN para a matemática do ensino fundamental agrupam os conteúdos em quatro blocos temáticos denominados de (1) Números e Operações; (2) Espaço e Forma; (3) Grandezas e Medidas; e (4) Tratamento da Informação (BRASIL, 1998). O agrupamento dos conteúdos matemáticos em categorias permite elencar objetivos para o desenvolvimento dos pensamentos numérico, algébrico e geométrico, bem como competência métrica e raciocínio proporcional, estatístico, probabilístico e combinatório. Estes objetivos devem ser

considerados nas situações de aprendizagem ou práticas de ensino, inclusive com a utilização de software educativos como recurso didático e as metodologias de avaliação de software devem levar em consideração esses objetivos.

Visando contribuir para o desenvolvimento de software que atendam as necessidades dos professores de matemática que atuam do 6º ao 9º ano, foi realizada uma ampla revisão sobre as práticas em matemática com materiais concretos, visando determinar quais os blocos temáticos cada material concreto pode atender. Com base nessa revisão, extraiu-se uma série de requisitos, focando a criação de uma base de dados para os desenvolvedores de software. Ainda, a substituição da prática com o material concreto “Balança de Dois Pratos” por um software foi testada. A utilização do software foi comparada ao material concreto e as vantagens para o docente e os ganhos cognitivos dos alunos foram avaliados. Além disso, foi realizado um levantamento das práticas com materiais concretos utilizadas pelos professores. Uma vez que os software podem substituir os materiais concretos, este levantamento pode indicar os pontos principais para o desenvolvimento de novos produtos de software. Por fim, foi desenvolvido um modelo para a classificação de software do bloco temático “Espaço e Forma”. O modelo teve como base a opinião dos professores sobre a presença e ausência dos requisitos pedagógicos extraídos das práticas com materiais concretos e buscou-se adicionar o conteúdo do PCN à classificação dos software.

### **1.1.1 Objetivos geral e específicos**

O objetivo geral deste trabalho foi propor o desenvolvimento e a classificação de software educativos de matemática considerando requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos destinados ao ensino fundamental do 6º ao 9º ano. Como suporte ao objetivo geral, pretende-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

**Objetivo 1:** Construir uma base de dados com requisitos pedagógicos considerando as práticas pedagógicas com materiais concretos para contribuir com o desenvolvimento de software educativos de matemática;

**Objetivo 2:** Utilizar os requisitos pedagógicos definidos pela prática pedagógica com o material concreto “Balança de Dois Pratos” para (a) desenvolver uma ferramenta computacional para substituir a balança convencional de dois pratos e solucionar os dois desafios materiais dos professores brasileiros: a dificuldade com a aferição da balança e a

impossibilidade de ações físicas dos alunos por meio da participação direta; e (b) verificar como a substituição da balança convencional de dois pratos por uma ferramenta computacional na solução de equações de 1º grau afeta os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem como motivação, cooperação, diálogo, discussão, reflexão, reciprocidade, negociação e responsabilidade;

**Objetivo 3:** Fazer o levantamento de materiais concretos e software educativos utilizados pelos professores de matemática em suas práticas pedagógicas, assim como das metodologias de avaliação para a escolha dos software educativos que sejam adequados às atividades de ensino;

**Objetivo 4:** Criar um modelo para a classificação de software educativos de matemática. Embora o modelo teórico seja criado para a matemática, foi considerado os requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o conteúdo de geometria expresso no bloco temático “Espaço e Forma” como a base para o modelo.

## 1.2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 1.2.1 Informática na educação

O avanço da informática em vários setores da sociedade tem despertado o interesse de pesquisadores e profissionais da educação pelo seu potencial em sistemas educacionais. Este interesse está atrelado às seguintes razões: (a) social: por apresentar aos alunos condições para agir numa sociedade movida por computadores; (b) vocacional: por preparar e familiarizar os alunos para operarem e trabalharem com os computadores na sociedade da informação; (c) pedagógica: por aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, e (d) catalisadora: por promover mudanças na estrutura organizacional e curricular da escola como, por exemplo, melhoria na eficiência do ensino, administração e gestão; incentivo a aprendizagem para resolução de problemas e não mais para memorização de conteúdos; desenvolvimento de atitudes colaborativas e não mais competitivas (HAWKRIDGE, 1990).

A informática transforma a maneira de comunicar, de trabalhar, de decidir e de pensar (PERRENOUD, 2000). É fato que a informática é parte integrante em quase todos os tipos de postos de trabalho (BUSSIÈRE; GLUSZYNSKI, 2004) e em boa parte das residências. No Brasil, o número de residências com acesso a computadores vem crescendo consideravelmente. Em 2005 eram apenas 9,8 milhões contra 17,9 milhões de residências em 2008 (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2005, 2008).

Neste cenário, as instituições de ensino também estão repensando suas estratégias curriculares e pedagógicas, e adotando a informática como recurso didático. Os computadores vêm ganhando espaço nas salas de aula e práticas de ensino, mesmo com a descrença de alguns professores quanto às melhores vantagens pedagógicas (ERTMER, 1999; KARAGIORGI; SYMEOU, 2005; KORTE; HÜSING, 2006). A preocupação da escola é garantir o papel que lhe foi atribuído: a formação de cidadãos competentes e aptos para atuarem na sociedade do conhecimento (WASELFISZ, 2007).

No entanto, a implantação da informática nas escolas vai muito além da construção de laboratórios com microcomputadores e internet. É necessário integrar professor, software educativo, aluno e computador (VALENTE, 1993b), e não se esquecer que o objetivo da informática na educação mudou bastante desde a década de 50. A informática era utilizada para seqüenciar as informações aos alunos. Atualmente, a presença da informática nas escolas



visa enriquecer e auxiliar o ambiente de ensino e aprendizagem (VALENTE, 1997), uma vez que o conhecimento é algo que se constrói pela combinação de experiência, contexto, interpretação e reflexão (RUHE, 2001).

Com o acesso ao computador em suas residências, a maioria dos alunos tem demonstrado tranquilidade na utilização de computadores e software na escola. Mais de dois quarto (71%) dos jovens dos países membros<sup>1</sup> da OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*) relatam um nível confortável no uso de computadores. A grande maioria (88,6%) de alunos canadenses expressa conforto no uso de computadores, enquanto apenas 9,3% sentem-se pouco confortável e 2,1% não se sentem confortável de forma alguma (BUSSIÈRE; GLUSZYNSKI, 2004).

Apesar da não resistência por parte dos alunos, as escolas vêm observando certos obstáculos quanto à adoção da informática na sala de aula, principalmente com relação aos professores e software. Estes dois elementos são fundamentais para implementação da informática nas instituições de ensino. O professor por considerar o computador como um recurso didático em seu plano de trabalho; e os software pela disponibilidade de atividades e requisitos apropriados ao plano de trabalho do professor.

Embora a maioria dos professores reconheça a importância da informática em suas salas de aula (ROBLYER, 1993), o medo pessoal e os problemas técnicos e logísticos podem ser uma barreira para incorporar a informática (ERTMER, 1999) ao plano de trabalho do professor. Sem dúvida, um professor qualificado, experiente e motivado é a chave para implementação da informática no ensino e aprendizagem (WILLIAMS et al., 2000). Os professores precisam desenvolver habilidades e conhecimentos suficientes para explorar o potencial destes recursos nas salas de aula.

Em alguns países, como na Grécia (60%), em Portugal (70%), na Hungria (71%) e na França (76%), mais da metade dos professores não se sentem competentes para usar computadores e software. A motivação também é fator crítico, na França, por exemplo, 14% dos professores alegam falta de motivação e competência, e outros 10% falta motivação apesar da competência (BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006). No Brasil, um estudo realizado na cidade do Rio de Janeiro revela que menos da metade (45%) dos professores utilizam os computadores a cada 2 meses em sala de aula. E o motivo é a ausência de suporte técnico para ajudar no preparo do material (FIDALGO-NETO et al., 2009). Portanto, os

---

<sup>1</sup> Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, República Tcheca, Dinamarca, Finlândia, França, Alemanha, Grécia, Hungria, Islândia, Irlanda, Itália, Japão, Coréia, Luxemburgo, México, Holanda, Nova Zelândia, Noruega, Polônia, Portugal, República da Eslováquia, Espanha, Suécia, Suíça, Turquia, Reino Unido, Estados Unidos.

professores ainda se sentem temerosos e preocupados em incorporar os computadores e software como um recurso didático em práticas de ensino.

Quanto aos produtos de software educativo, a qualidade com que estão chegando ao mercado precisa ser analisada. A minoria dos software educativos nos EUA (21%) foi julgada com qualidade suficiente, num total de 135 submetidos para avaliação. E desse percentual, 20% foram classificados como “exemplares” e 80% como “desejável” (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997). O software educativo é considerado de suma importância no que se entende por ambiente educacional do presente e futuro; sendo um componente que deve ser escolhido (GLADCHEFF; OLIVEIRA; SILVA, 2001) pelo professor. O software inadequado não contribui para melhoria e inovação da prática de ensino, e distancia professores e alunos do processo de aprendizagem (BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006).

Há evidências qualitativas consideráveis do impacto da informática no processo de aprendizagem e nos aprendizes: (a) aumento do pensamento crítico e das habilidades para resolver problemas; (b) melhoria na autoconfiança e auto-estima; (c) desenvolvimento da habilidade para ensinar os outros colegas (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997); (d) aumento da motivação e participação (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2007); (e) melhor desempenho para resolver problemas do mundo real (CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY, 2001); (f) aumento na pontuação de testes nacionais padronizados (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; BAIN; ROSS, 1999; CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY, 2001); (g) manifesto de maior responsabilidade, trabalhando mais independente; (h) estímulo à colaboração, aumentando o diálogo e o trabalho em equipe (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; PELGRUM, 2001; REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2006; BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006); (i) melhora em habilidades básicas, por exemplo, leitura, escrita ou cálculo (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; SIVIN-KACHALA; BIALO, 2000; BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006; FLEMMER, 2007); (j) controle do progresso e do ritmo de aprendizagem; (k) capacidade de relacionar os temas escolares (PELGRUM, 2001; FLEMMER, 2007); (l) melhora no comportamento e na atenção durante a aula (BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006); (m) agilidade e rapidez na aprendizagem (KULIK, 2002; REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2007; FLEMMER, 2007); (n) melhor retenção do conhecimento (REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2007; FLEMMER, 2007); e (o) melhora na frequência escolar (REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2007).

As pesquisas têm demonstrado benefícios na utilização da informática para fins didático-pedagógicos, portanto, há necessidade do desenvolvimento de estratégias políticas e

educacionais que possam eliminar ou amenizar as dificuldades e os problemas que as escolas têm enfrentado com professores e software educativos.

### **1.2.2 Parâmetros Curriculares Nacionais para matemática**

Em meados da década de 1990, o governo federal iniciou a elaboração da proposta de reorientação curricular para a educação, numa concepção construtivista. Em 1998, foi publicada pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação – MEC, a versão final dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. A política do MEC era formular uma referência nacional de qualidade comum para o ensino fundamental. A preocupação com a elaboração de um currículo de referência se deu por três razões. A primeira foi a tentativa de cumprir o artigo 210 da Constituição de 1988, que determina a fixação de conteúdos mínimos para o ensino fundamental, a fim de assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais. A segunda foi promover o aumento da qualidade do ensino fundamental, necessidade esta enfatizada pelo Plano Decenal de Educação para Todos (1993-2003). E a última e terceira razão foi a necessidade de articular os esforços de reformulação curricular que vinham sendo desenvolvidos nos estados e municípios (MOREIRA, 1996).

Segundo o documento elaborado que não tem caráter obrigatório, os PCN servem de referência para a elaboração de propostas curriculares em escolas públicas e privadas. Seu conteúdo deve servir de apoio para a discussão e elaboração de projetos educativos; para reflexão sobre a prática pedagógica dos professores; para análise e seleção de materiais didáticos e recursos tecnológicos, visando estabelecer uma direção no processo de formação do aluno-cidadão (BRASIL, 1998).

A coletânea referente aos PCN do ensino fundamental é dividida em dez volumes sendo que oito se referem às seguintes áreas de conhecimento: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências Naturais, Educação Física, Arte e Língua Estrangeira. E os outros dois volumes tratam de informações introdutórias e temas transversais, respectivamente. Os temas transversais abordados são ética, saúde, orientação sexual, meio ambiente, trabalho e consumo, e pluralidade cultural.

No PCN de matemática (BRASIL, 1998), os conteúdos matemáticos são agrupados em 4 (quatro) grandes blocos temáticos que trabalham de forma integrada: números e operações (Aritmética e Álgebra), espaço e forma (Geometria), grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria), e tratamento da informação (Estatística, Probabilidade e

Combinatória). Os conteúdos são abordados em três categorias: conceitos, que envolvem fatos e princípios; procedimentos e habilidades, que envolvem a abordagem de valores, normas e atitudes.

O volume referente à área de matemática estrutura os anos do ensino fundamental em ciclos, o 6º e 7º ano enquadra-se no 3º ciclo e o 8º e 9º no 4º ciclo. Para cada ciclo, o documento orienta quanto aos objetivos da matemática; detalhes dos conteúdos; critérios de avaliação; orientações didáticas. O aluno deve desenvolver e construir determinados conceitos, procedimentos e habilidades ao final do ciclo curricular (BRASIL, 1998), resguardando o papel da escola e dos professores (TEIXEIRA, 2000). A reestruturação em ciclos foi proposta na tentativa de compensar a pressão do tempo inerente à instituição escolar, permitindo distribuir os conteúdos de forma adequada à natureza do processo de aprendizagem (GUEDES, 2002).

A relação dos objetivos do ensino de matemática está direcionada ao desenvolvimento dos pensamentos numérico, algébrico e geométrico, bem como competência métrica, raciocínio proporcional, estatístico, probabilístico e combinatório (Quadro 1 e 2). São objetivos que devem ser considerados nas situações de aprendizagem ou práticas de ensino elaboradas pelos professores.

No entanto, algumas discussões giram em torno dos PCN. Uma das primeiras foi quanto ao processo de formulação. O documento foi elaborado por professores de uma escola privada de São Paulo e pelo consultor espanhol César Coll, da Universidade de Barcelona. E não houve a importante participação de docentes e pesquisadores das universidades brasileiras (CUNHA, 1996).

Outra discussão está relacionada à supervalorização da psicologia no documento do PCN, sendo que a ênfase é dada ao conhecimento que se constrói com base na interação entre os alunos, o professor e o conteúdo. Da forma como são apresentados, num caráter prescritivo e não obrigatório, os PCN referem-se ao “quando” e “como” ensinar; e ao “que”, “quando” e “como” avaliar (MOREIRA, 1997). Alguns autores acreditam que os PCN deveriam orientar quanto aos princípios e conteúdos básicos para a construção dos currículos nas escolas, e não descrever os conteúdos, as estratégias e os procedimentos de avaliação que devem ser seguidos pelas instituições do ensino fundamental (MOREIRA, 1997; BARRETO, 2000).

Quadro 1 – Objetivos do ensino de matemática para o 3º ciclo do ensino fundamental

| <b>Blocos Temáticos</b>  | <b>Objetivos</b>                                      | <b>Situações-Aprendizagem / Práticas de Ensino</b>   |
|--------------------------|---|--|
| Números e Operações      | Pensamento Numérico                                   | <p>a) Ampliar e construir novos significados para os números (naturais, inteiros e racionais) a partir de sua utilização no contexto social e da análise de problemas históricos;</p> <p>b) Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;</p> <p>c) Identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos;</p> <p>d) Selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta.</p> |
|                          | Pensamento Algébrico                                  | <p>e) Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas;</p> <p>f) Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;</p> <p>g) Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.</p>  |
| Espaço e Formas          | Pensamento Geométrico                                 | <p>h) Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;</p> <p>i) Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;</p> <p>j) Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.</p>   |
| Grandezas e Medidas      | Competência Métrica                                   | <p>k) Ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;</p> <p>l) Resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.</p>  |
|                          | Raciocínio Proporcional                               | <p>m) Observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade.</p>   |
| Tratamento da Informação | Raciocínio Estatístico, Probabilístico e Combinatório | <p>n) Coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas;</p> <p>o) Resolver situações-problema que envolva o raciocínio combinatório e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão.</p>  |

Fonte: adaptado de Brasil (1998).

Quadro 2 – Objetivos do ensino de matemática para o 4º ciclo do ensino fundamental

| <b>Blocos Temáticos</b>  | <b>Objetivos</b>                                      | <b>Situações-Aprendizagem / Práticas de Ensino</b>  |
|--------------------------|---|---|
| Números e Operações      | Pensamento Numérico                                   | a) Ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir do uso em contextos sociais e matemáticos;<br>b) Reconhecer que existem números que não são racionais;<br>c) Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;<br>d) Selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais. |
|                          | Pensamento Algébrico                                  | e) Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades), identificando as equações, inequações e sistemas;<br>f) Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do 1º grau;<br>g) Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.  |
| Espaço e Formas          | Pensamento Geométrico                                 | h) Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;<br>i) Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;<br>j) Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.            |
| Grandezas e Medidas      | Competência Métrica                                   | k) Ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável;<br>l) Obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).  |
|                          | Raciocínio Proporcional                               | m) Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional;<br>n) Resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três.  |
| Tratamento da Informação | Raciocínio Estatístico, Probabilístico e Combinatório | o) Construir tabelas de frequência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos;<br>p) Construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.  |

Fonte: adaptado de Brasil (1998).

A intenção não é fazer uma exaustiva descrição dos parâmetros curriculares nacionais de matemática e as críticas que os envolvem, e sim sinalizar a existência do documento e a possibilidade de considerá-lo num processo de avaliação dos produtos de software educativo

para matemática. Uma vez que, os PCN representam a reformulação de um currículo básico para o ensino fundamental brasileiro, apresentando diretrizes mínimas para a formação do aluno-cidadão. Neste caso, um recurso didático seja literário ou tecnológico pode ser analisado sob este prisma.

### **1.2.3 Práticas de matemática com materiais concretos segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais**

Na educação matemática é importante que as situações de ensino e aprendizagem estejam focadas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas. Assim, o aluno pode desenvolver a intuição, a analogia, a indução e a dedução, e não somente a memorização do conteúdo (BRASIL, 1998). Com influência das teorias construtivistas, o processo de ensino busca uma orientação formativa e não mais informativa (GLADCHEFF; OLIVEIRA; SILVA, 2001). Portanto, nas situações-problema é o aluno quem identifica os objetivos envolvidos, busca conceitos prévios, executa as ações exigidas, traduz as situações para a linguagem matemática e evidencia os processos exigidos durante a resolução (ZUFFI; ONUCHIC, 2007).

Os professores de matemática buscam formas alternativas que possam auxiliar em suas práticas e, assim, favorecer uma aprendizagem de forma autêntica e crítica. Neste sentido, os métodos construtivistas ajudam com práticas de ensino onde é possível o desenvolvimento de significados com base na experiência e investigação (PIAGET, 1960; FLAVELL, 1963). Nesta concepção, a atuação do professor também é importante em termos de mudanças nas práticas aplicadas (BENAVENTE; CÉSAR, 1992), uma vez que, os alunos vão à escola para “aprender a aprender”, para desenvolver habilidades e atitudes, e para estimular a inteligência (ANTUNES, 1998). Embora estes métodos tirem alguns professores de sua zona de conforto, o esforço pode gerar resultados satisfatórios para os alunos (WHITE-CLARK; DICARLO; GILCHRIEST, 2008).

Portanto, a forma de abordar um conteúdo matemático deve transpor livros, quadro-negro e giz; nas práticas de ensino devem aparecer materiais concretos que os alunos convivem no seu dia-a-dia, e as atividades devem exigir a participação e o envolvimento dos alunos. Só assim, os alunos passam a assumir responsabilidade com a própria aprendizagem.

A aritmética, álgebra e geometria constituem a base da educação matemática. Esta é a percepção de educadores matemáticos e a realidade de livros didáticos e propostas curriculares (LINS; GIMENEZ, 1997). Portanto, os professores vêm elaborando práticas de

ensino para auxiliar os alunos no desenvolvimento do pensamento numérico, algébrico, geométrico, e conseqüentemente, o raciocínio proporcional, probabilístico e combinatório (BRASIL, 1998).

### **1.2.3.1 Bloco temático “Números e Operações”**

Durante muito tempo o ensino de matemática foi caracterizado como um conjunto de fatos e conceitos que deveriam ser memorizados pelos alunos, o conhecimento matemático era expresso pelo domínio de procedimentos algorítmicos que deveriam ser obtidos por rotina ou por exercício mental (FIORENTINI; MIORIM, 1990; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004). Como consequência, o ensino de matemática foi também marcado por altos índices de retenção (BRASIL, 1998).

Desta forma, fez-se necessário pensar na reorganização da escola, no sentido da diminuição da importância das habilidades manuais em favor das habilidades cognitivas (TEIXEIRA, 1998). Para atender a esta demanda a escola necessita passar por modificações na pedagogia e na forma de educar: da educação centrada na transmissão de conteúdos e na memorização para uma educação centrada na atividade do aluno e na criatividade.

Neste sentido, muitos pesquisadores têm elaborado explicações teóricas para o processo de aprendizagem cognitiva. A produção dessas explicações, entendidas como caminhos para a construção do conhecimento, constitui metodologias de ensino, que ao longo do tempo, têm gradativamente influenciado a prática pedagógica dos educadores.

Algumas dessas modificações são apoiadas na recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos (BRASIL, 1998), chamados de materiais didáticos concretos. Didáticos porque são úteis para o processo de ensino e aprendizagem matemática (HYNES, 1986; RANGEL, 2005; LORENZATO, 2006); e concretos porque podem ser movimentados e manipulados pelos alunos de maneira a amenizar certas dificuldades e favorecer a aprendizagem efetiva (PASSOS, 2006; NUEMBERG; ANDRADE, 2008).

Dentre os materiais didáticos concretos encontram-se os materiais estruturados e os não estruturados. Os materiais estruturados são desenvolvidos especificamente para a representação de relações matemáticas, enquanto que os materiais não estruturados não possuem uma finalidade específica para fatos matemáticos (MORAIS, 2008). No Brasil, algumas práticas matemáticas são apresentadas aos professores na tentativa que despertem nos alunos o interesse pela matemática (Quadro 3).



Quadro 3 – Práticas de matemática com materiais concretos propostas para conteúdos de “Números e Operações”

| Material Concreto                              | Referências   |
|--|---|
| 1 - Ábaco                                      | 1 - Armendariz e Almeida (2009); Rodrigues (2008)   |
| 2 - Algeplan                                   | 2 - Fanti et al. (2008); Rosa et al. (2006)   |
| 3 - Balança de Dois Pratos                     | 3 - Gardete e César (2006); Grando e Marasini (2007); Grützmann e Colvara (2009); Warren e Cooper (2005)  |
| 4 - Bingo da Potenciação – Jogo                | 4 - Antonio e Andrade (2008)  |
| 5 - Blocos Algébricos                          | 5 - Scolaro (2008)  |
| 6 - Caixa de Ovos                              | 6 - Fernandes (2008)  |
| 7 - Cubo Mágico                                | 7 - Fernandes (2008)  |
| 8 - Discos                                     | 8 - Leão (2009); Leonardi e Gerônimo (2008); Scolaro (2008)   |
| 9 - Dobradura                                  | 9 - Nuernberg e Andrade (2008)  |
| 10 - Dominó da Raiz Quadrada – Jogo            | 10 - Antonio e Andrade (2008)   |
| 11 - Dominó da Tabuada – Jogo                  | 11 - Antonio e Andrade (2008)   |
| 12 - Dominó das Quatro Cores – Jogo            | 12 - Silva e Kodama (2004a)   |
| 13 - Dominó Matemático – Jogo                  | 13 - Silva e Levandoski (2008)  |
| 14 - Dominó – Jogo                             | 14 - Silva e Kodama (2006)  |
| 15 - Embalagens Cilíndricas e Bolinhas de Gude | 15 - Estima e Guirado (2009)  |
| 16 - Embalagens Cilíndricas e Feijões          | 16 - Fernandes (2008)   |
| 17 - Escala Cuisenaire                         | 17 - Armendariz e Almeida (2009); Falzeta (1997); Grando e Marasini (2007); Moraes (2008); Nacarato (2005); Nuernberg e Andrade (2008)                                |
| 18 - Eu Sei! – Jogo                            | 18 - Barbosa e Carvalho (2008)  |
| 19 - Fichas Coloridas                          | 19 - Grützmann e Colvara (2009); Massago e Andrade (2007)   |
| 20 - Gamão – Jogo                              | 20 - Silva e Brenelli (2005)  |
| 21 - Material Dourado                          | 21 - Deneca (2008); Godoi e Guirado (2008); Grützmann e Colvara (2009); Leão (2009); Melo, Nieradka e Lübeck (2008); Moraes (2008); Nacarato (2005); Rodrigues (2008) |
| 22 - Matix – Jogo                              | 22 - Barbosa e Carvalho (2008)  |
| 23 - Papel Cartão                              | 23 - Fernandes (2008); Santana e Ferreira (2007)  |
| 24 - Papel Quadriculado                        | 24 - Antonio e Andrade (2008); Ferreira e Nogueira (2008); Leão (2009); Leonardi e Gerônimo (2008)  |
| 25- Soma Zero – Jogo                           | 25 - Barbosa e Carvalho (2008)  |
| 26 - Tabuleiro com Números Negativos – Jogo    | 26 - Silva e Levandoski (2008)  |
| 27 - Tangram                                   | 27 - Leonardi e Geônimo (2008); Motta (2006)  |
| 28 - Termômetro Maluco – Jogo                  | 28 - Barbosa e Carvalho (2008); Silva e Levandoski (2008)   |

Fonte: Elaborado pela autora.

O Ábaco é um material didático concreto estruturado formado por fios paralelos, vertical ou horizontalmente, e peças deslizantes. Há diferentes tipos de ábaco, mas todos obedecem ao mesmo princípio. O conjunto de peças de uma posição é substituído por uma peça de valor maior da posição seguinte (RODRIGUES, 2008). A representação de quantidade é feita com a colocação da quantidade de pedras correspondente àquela ordem. É um material recomendado para a compreensão do sistema de numeração decimal (RODRIGUES, 2008), incluindo o cálculo das operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão (ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009).

O Algeplan embora possa ser confeccionado com papel cartão ou material emborrachado (ROSA et al., 2006; FANTI et al., 2008), é um material didático comercializado em madeira e composto por 40 peças/figuras geométricas sendo 20 peças quadradas (4 grandes, 4 médias e 12 pequenas) e 20 retangulares. As peças são identificadas por suas áreas expressas pelas medidas algébricas de seus lados e cada tipo de peça possui cores diferentes. Encontra-se um material similar com peças circulares denominado de Blocos Algébricos (SCOLARO, 2008). As peças são interessantes para o estudo da representação/modelagem de expressões algébricas, da adição e subtração de monômios, bem como da transformação de expressões algébricas em produtos de duas ou mais expressões, denominada fatoração (FANTI et al., 2008). As peças do jogo Dominó também são utilizadas para a representação/modelagem de expressões algébricas (SILVA; KODAMA, 2006).

Para a construção dos princípios de resolução de equações do 1º grau, os professores adotam como material didático concreto a Balança de Dois Pratos, com ênfase na equivalência (WARREN; COOPER, 2005; GARDETE; CÉSAR, 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009), e a Escala Cuisenaire com propostas para trocas de materiais equivalentes (FALZETA, 1997; GRANDO; MARASINI, 2007). A Balança de Dois Pratos apresenta dois pratos suspensos nas extremidades de uma alavanca que faz a comparação de objetos de massa conhecida com objetos de massa desconhecida. E a Escala de Cuisenaire, criada pelo professor belga Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980), é representada por barrinhas coloridas variando de 1 a 10 centímetros de comprimento. Cada comprimento é associado a uma cor e representa um número.

A Escala de Cuisenaire, por representar grandezas contínuas, permite trabalhar o conteúdo de frações explorando o significado de medida (NACARATO, 2005; MORAIS, 2008; NUERNBERG; ANDRADE, 2008), bem como a representação de algoritmos das operações com frações (FALZETA, 1997; NACARATO, 2005). Com este mesmo material é

possível desenvolver atividades que envolvam operações básicas da aritmética e propriedades dos números naturais (ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009).

Há três outros materiais didáticos concretos estruturados que são utilizados por professores de matemática para introduzir o conceito de frações e suas operações: o Dominó das Quatro Cores (SILVA; KODAMA, 2004a), o Tangram (MOTTA, 2006; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008), o Cubo Mágico (FERNANDES, 2008) e o Material Dourado (DENECA, 2008; LEÃO, 2009).

O Dominó das Quatro Cores é um jogo matemático que consiste de uma base quadrada de madeira e 18 peças de cores e tamanhos diferentes. O desafio é compor a base quadrada usando as peças, de modo que cores iguais não sejam vizinhas nem mesmo nos cantos. O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa formado por sete peças (dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo) cortadas a partir de um quadrado, com as quais é possível montar diversas figuras. Embora o Tangram original seja comercializado em madeira, para Motta (2006) e Leonardi e Gerônimo (2008), os professores podem desenvolver uma atividade para a construção das peças do Tangram em papel sulfite ou papel cartão, aproveitando para relacionar cada peça do quebra-cabeça com sua medida de área na forma de frações.

O Cubo Mágico permite desenvolver o conceito de frações equivalentes e fazer comparações entre as quatro operações (FERNANDES, 2008). O Cubo Mágico utilizado por professores de matemática é composto por oito cubos menores que formam um cubo maior que pode ser transformado em um paralelepípedo por subdivisões. Lembrando que este cubo mágico não se refere ao famoso quebra-cabeça tridimensional conhecido por cubo de Rubik.

O Material Dourado, idealizado pela médica e educadora italiana Maria Montessori (1870-1952), é confeccionado em madeira e constituído por cubinhos (unidades), barras (dezenas), placas (centenas) e um cubo grande (unidade de milhar). Para Leão (2009) é possível trabalhar o conceito de frações com o agrupamento das peças e a comparação do agrupamento com uma quantidade maior. O Material Dourado também é destinado ao ensino do sistema de numeração decimal e suas operações básicas (DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; MELO; NIERADKA; LÜBECK, 2008; MORAIS, 2008; NACARATO, 2005; RODRIGUES, 2008; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009) e da fatoração algébrica e potenciação (GODOI; GUIRADO, 2008).

Uma vez que o conteúdo de frações é fundamentado no conceito de unidade e sua subdivisão em partes iguais, os professores utilizam inteiros nos formatos quadrados, retangulares e circulares. Nas práticas matemáticas são utilizados materiais concretos não

estruturados como Papel Cartão (SANTANA; FERREIRA, 2007; FERNANDES, 2008); Caixas de Ovos (FERNANDES, 2008) trabalhando a leitura de frações a partir dos 12 avos; Dobradura (NUERNBERG; ANDRADE, 2008); Papel Quadriculado (LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; LEÃO, 2009); Embalagem Cilíndrica vazia e seu preenchimento com feijões (FERNANDES, 2008) ou líquido (LEÃO, 2009); e Discos recortados de papel, material emborrachado ou papel cartão (LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; SCOLARO, 2008; LEÃO, 2009).

Além da contribuição para o reconhecimento e a relação das frações, o Papel Quadriculado também é destinado ao estudo da representação/modelagem de expressões algébricas (FERREIRA; NOGUEIRA, 2008) e ao desenvolvimento conceitual de radiciação (ANTONIO; ANDRADE, 2008). E as Embalagens Cilíndricas, com o auxílio de bolinhas de gude, são utilizadas para a introdução do conceito de funções (ESTIMA; GUIRADO, 2009).

Para a compreensão de números inteiros e suas operações, os professores utilizam Fichas Coloridas como material concreto não estruturado para a representação dos números positivos e negativos. As atividades são propostas na estratégia dos jogos desafiando e estimulando o aluno na resolução dos problemas (MASSAGO; ANDRADE, 2007) ou por situações-problema numa contextualização conhecida pelos alunos (GRÜTZMANN; COLVARA, 2009).

Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam a importância dos jogos na cultura educacional. As propostas pedagógicas utilizam os jogos para diferentes conteúdos de matemática na perspectiva de estimular o raciocínio matemático e a reflexão do aluno durante o desenvolvimento lógico matemático.

São utilizados para trabalhar o conteúdo de números inteiros e suas operações matemáticas os jogos Gamão (SILVA; BRENELLI, 2005), Dominó (SILVA; KODAMA, 2006), considerados materiais concretos não-estruturados; os jogos Dominó Matemático (SILVA; LEVANDOSKI, 2008), Termômetro Maluco (BARBOSA; CARVALHO, 2008; SILVA; LEVANDOSKI, 2008), Tabuleiro com Números Negativos (SILVA; LEVANDOSKI, 2008), Matix, Soma Zero e Eu Sei! (BARBOSA; CARVALHO, 2008) como materiais concretos estruturados.

O tabuleiro do jogo Gamão tem 24 triângulos que são chamados de casas. Cada conjunto de 6 triângulos adjacentes constitui um quadrante. O quadrante interior é formado pelas casas de 1 a 6. E as casas 7 a 12 constituem o quadrante exterior. Os dois jogadores começam com 15 peças cada um e dois dados com faces numeradas de 1 a 6. A regra é levar todas as suas peças para o quadrante interno para serem retiradas do tabuleiro. A

movimentação das peças é feita segundo o lançamento dos dois dados resultado dos dados. Para Silva e Brenelli (2005), o aluno planeja suas jogadas ou antecipa as estratégias do outro aluno pela realização das operações de adição e subtração.

O jogo Dominó é composto por peças retangulares divididas em duas partes. Cada parte com uma indicação numérica feita por algarismos, figuras ou cavidades circulares. Não há um número de peças no Dominó, podendo variar de 21 a 55 peças dependendo do país. Segundo Silva e Kodama (2006) é possível utilizar as peças para desenvolver estratégias pedagógicas para o ensino de matemática. O jogo Dominó foi adaptado para este fim e recebeu o nome de Dominó Matemático. O jogo também é confeccionado com peças retangulares divididas ao meio, sendo que de um lado são apresentados números e do outro uma operação matemática. O número de peças é incerto. O professor usa critérios próprios para determinar a quantidade de peças do jogo.

Para o jogo Termômetro Maluco é fornecido um tabuleiro com a representação numérica de um termômetro com divisões de +20 a -20; e um conjunto de 27 cartas: três cartas com cada um dos números 0, -1, -2, -3, -4, +1, +2, +3, +4 e com a palavra “oposto”. O conjunto de 30 cartas é embaralhado e colocado com as faces voltadas para baixo. O jogo inicia com cada aluno posicionando seu marcador na posição zero do tabuleiro e retirando uma carta. O valor da carta indica se o aluno avança ou recua no tabuleiro.

O tabuleiro (30x30cm) do jogo Tabuleiro dos Números Negativos é dividido em 25 quadrados de 6x6 cm numerado de -12 a 12 que são as saídas do jogo. Um dado indica o número de quadrados que o marcador vai andar e uma moeda a direção do movimento. O objetivo do jogo é atingir a saída do tabuleiro.

O jogo Matix tem um tabuleiro de dimensão 8x8 e 64 peças numeradas da seguinte forma: duas peças com o -10; três peças com o -5, -4, -3, -2, -1, +7, +8 e +10; cinco peças com o +1, +2, +3, +4, +5 e 0; seis peças com o +6; uma peça com o +15 e o curinga. As peças são distribuídas aleatoriamente pelas 64 casas do tabuleiro. Cada aluno escolhe o sentido que irá jogar (horizontal e vertical) e quem inicia o jogo. O objetivo é retirar as peças do tabuleiro uma a uma. O vencedor será o aluno que conseguir o maior número de pontos. O total de pontos é obtido pela soma dos pontos positivos e deles subtraído os pontos negativos das peças retiradas pelo aluno.

As 40 cartas do jogo Soma Zero são numeradas de -20 a +20, sem a indicação do número zero. São distribuídas 36 cartas ao grupo de alunos e 4 cartas ficam no centro da mesa com as faces voltadas para cima. A jogada consiste em obter soma zero por meio da combinação de uma das cartas que o aluno tem em mãos com uma ou mais cartas expostas na

mesa, caso contrário uma carta deverá ser descartada. Ganha a partida, o aluno que tiver o maior número de cartas.

No jogo Eu Sei! cada aluno recebe 11 cartas numeradas de +5 a -5. Para cada grupo de três alunos, um é o juiz e dois os jogadores. Os alunos-jogadores devem embaralhar suas cartas e, ao sinal do aluno-juiz, retirar a primeira do monte posicionando-a para que somente o outro aluno possa vê-la. O aluno-juiz anuncia o produto das cartas e questiona sobre o valor das cartas. O aluno-jogador que gritar primeiro “eu sei!” e acertar a resposta ganha as duas cartas. Segundo Barbosa e Carvalho (2008) este jogo é útil para trabalhar a habilidade da multiplicação para números inteiros positivos e negativos.

O conceito de radiciação na abordagem da raiz quadrada pode ser trabalhado com o jogo Dominó da Raiz Quadrada (ANTONIO; ANDRADE, 2008), inspirado no jogo de dominó comum. O jogo é composto por 55 peças sendo que em cada peça existe um número e uma operação de radiciação. Um conjunto de 10 peças é distribuído a cada aluno, enquanto que as peças restantes ficam disponíveis para serem retiradas no decorrer do jogo.

O Bingo da Potenciação é utilizado para a potenciação com expoentes 2 e 3 (ANTONIO; ANDRADE, 2008). É outro material inspirado num jogo popular, o bingo comum. O Bingo da Potenciação é formado por um conjunto de cartelas com números dispostos no formato de 3 linhas por 5 colunas, sendo que em algumas posições figuram imagens ilustrativas. Os números correspondem ao resultado de potenciações que serão desenvolvidas pelos alunos.

Os diversos materiais didáticos concretos são estratégias didáticas para uma aprendizagem significativa, no qual o aluno passa a ser participativo. As práticas são utilizadas tanto para construir os conceitos e os significados dos números e das operações quanto para a resolução de exercícios com vistas à ampliação desses conceitos.

### **1.2.3.2 Bloco temático “Espaço e Forma”**

Dentre os materiais didáticos concretos estruturados e os não estruturados, as práticas matemáticas brasileiras adotam materiais de Cubo-Soma, Escala Cuisenaire, Geoplano, Tangram à Canudos, Papel Cartão, Embalagens e alguns Jogos (Quadro 4) para conteúdos do bloco temático “Espaço e Forma”.

Quadro 4 – Práticas de matemática com materiais concretos para o bloco temático “Espaço e Forma”

| Material Concreto                  | Referências   |
|------------------------------------|---|
| 1 - Canudos ou Varetas             | 1 - Lamas (2008); Passos (2000); Ribeiro e Bortoloti (2010)   |
| 2 - Cubo-Soma                      | 2 - Passos (2000)   |
| 3 - Discos                         | 3 - Corrêa e Estephan (2008); Lamas et al. (2006); Passos (2000)  |
| 4 - Dobradura                      | 4 - Almeida, Lopes e Silva (2000); Armendariz e Almeida (2009); Arruda e Almeida (2008); Brito e Santos (2010); Bulla e Gerônimo (2007); Cararo e Souza (2008); Cruz e Gonschorowski (2006); Fagundes e Priebe (2009); Moraes (2008); Novak (2008); Novak e Passos (2008); Passos (2000); Reis (2008); Reis e Medeiros Filho (2008); Silva e Kodama (2004a); Ventura e Vicente (2007) |
| 5 - Dominó das Quatro Cores – Jogo | 5 - Silva e Kodama (2004a, 2004b)   |
| 6 - Embalagens - Sucatas           | 6 - Barbosa e Rodrigues (2008); Carminati (2008); Corrêa e Estephan (2008); Deneca (2008); Maccari (2007); Passos (2000); Ventura e Vicente (2007)  |
| 7 - Escala Cuisenaire              | 7 - Nacarato (2005)   |
| 8 - Geoplano                       | 8 - Bressan (2009); Deneca (2008); GGEP (2006a); GGEP (2006b); Lamas et al. (2007); Leite e Levandoski (2008); Leivas (2000); Machado (2004); Mariño (2000); Marsango (2008); Moraes (2008); Ribeiro (2005); Rocha et al. (2007); Scolaro (2008); Tiggeman et al. (2006)  |
| 9 - Material Emborrachado          | 9 - Lamas e Mauri (2006); Lamas et al. (2006)   |
| 10 - Papel Cartão                  | 10 - Gaspari e Gerônimo (2008); Lamas et al. (2006); Ventura e Vicente (2007)   |
| 11 - Papel Quadriculado            | 11 - Bigode (2010); Deneca (2008); Oliveira (2010); Silva e Kodama (2004a)  |
| 12 - Poliminós                     | 12 - Silva e Kodama (2004b)   |
| 13 - Régua, Compasso, Transferidor | 13 - Angeli e Nogueira (2007); Brito e Santos (2010); Versa e Souza (2008)  |
| 14 - Sólidos Geométricos           | 14 - Armendariz e Almeida (2009); Baldissera (2007)   |
| 15 - Tangram                       | 15 - Arruda e Almeida (2008); Barbosa e Rodrigues (2008); Cararo e Souza (2008); Deneca (2008); Deus (2008); Leonardi e Gerônimo (2008); Novak e Passos (2008); Oliveira (2001); Passos (2000); Santos (2007); Scolaro (2008)   |
| 16 - Traverse – Jogo               | 16 - Silva e Kodama (2004a)   |
| 17 - Xadrez Chinês – Jogo          | 17 - Silva e Kodama (2006)  |

Fonte: Elaborado pela autora.

Canudos de refrigerante e varetas são recursos materiais alternativos utilizados para representar segmentos de reta em figuras planas ou arestas em figuras poliédricas (PASSOS, 2000; LAMAS, 2008; RIBEIRO; BORTOLOTI, 2010). Esses materiais quando ligados por conexões de borracha permitem a construção e a manipulação de polígonos e de poliedros (PASSOS, 2000). Com os poliedros construídos é possível identificar o número de vértices (V), faces (F) e arestas (A) para aplicar algumas relações espaciais dos poliedros como a

relação de Euler ( $V+F-2=A$ ) (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; RIBEIRO; BORTOLOTI, 2010).

O Cubo-Soma é um conjunto de sete peças geométricas, tridimensionais, formadas por unidades cúbicas justapostas pelas faces. Com estas peças é possível montar um cubo maior cujo volume total é de 27 unidades cúbicas. A montagem do cubo maior consiste num quebra-cabeça em que os alunos fazem transformações por meio de rotações e reversões das peças. Esta atividade auxilia os alunos na percepção da posição espacial das peças preparando-os para a construção do conceito de congruência de figuras (PASSOS, 2000).

Lamas e Mauri (2006) e Lamas et al. (2006) utilizam placas de Material Emborrachado para construir figuras geométricas envolvendo o conceito de congruência de triângulos e aproveita o conceito de área destas figuras para verificar experimentalmente o Teorema de Pitágoras e as Relações Métricas no triângulo retângulo. Em Lamas et al. (2006) o mesmo material é utilizado para construir e classificar os polígonos.

O Papel Cartão é outro material utilizado por Lamas et al. (2006) para trabalhar conteúdos da geometria como polígonos, alturas relativas de um triângulo, Teorema de Pitágoras, congruência e semelhança de triângulos. Ventura e Vicente (2007) constroem prismas com diferentes bases (triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal) e os poliedros de Platão<sup>2</sup> (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro) em Papel Cartão. As construções e as planificações possibilitam o estudo das faces, dos vértices, das arestas e introduz a noção de volume, conteúdo abordado no bloco temático Grandezas e Medidas.

As dobraduras, obtidas a partir de vincos em papéis, são recursos bastante utilizados no estudo de conteúdos do bloco temático de Espaço e Forma. Os vincos formam polígonos e poliedros. Estas construções permitem a demonstração de conceitos e fórmulas para o cálculo de perímetro e área de figuras planas (ALMEIDA; LOPES; SILVA, 2000; BULLA; GERÔNIMO, 2007; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009).

Almeida, Lopes e Silva (2000), Cruz e Gonschorowski (2006), Novak (2008), Reis (2008), Reis e Medeiros Filho (2008) e Fagundes e Priebe (2009) estudam conceitos e propriedades de figuras geométricas planas a partir da dobradura. As dobras em uma peça de papel permitem criar representações de determinados seres ou objetos, sem cortá-la ou colá-la.

A partir das dobraduras pode-se estudar os elementos de um triângulo como vértices, lados e ângulos; o Teorema de Pitágoras; construir os triângulos equilátero (ALMEIDA;

---

<sup>2</sup> São considerados poliedros de Platão quando todas as faces têm o mesmo número de lados, quando em todos os vértices coincidem o número de arestas e quando segue a relação de Euler ( $V + F - 2 = A$ ).



LOPES; SILVA, 2000; CRUZ; GONSCHOROWSKI, 2006), isósceles e escaleno (REIS, 2008; REIS; MEDEIROS FILHO, 2008); e desenvolver noções de paralelismo e perpendicularismo, diagonais, ângulos (NOVAK; 2008; REIS, 2008), retas concorrentes (REIS, 2008). Com este recurso, Baldissera (2007) e Armendariz e Almeida (2009) constroem diversos Sólidos Geométricos que servem de material concreto para trabalhar conceitos e propriedades da geometria espacial.

É possível estudar círculo e circunferência determinando o centro, o raio e o diâmetro por dobras feitas em discos recortados da face circular de alguns objetos. Dobraduras feitas em polígonos regulares permitem estudar suas propriedades como medidas de lados e ângulos; e seus eixos de simetria (PASSOS, 2000; SILVA; KODAMA, 2004b; BRITO; SANTOS, 2010).

O Dominó das Quatro Cores é utilizado por Silva e Kodama (2004a, 2004b) para a construção de um quadrado considerando todas as peças, ou para a construção de todos os quadrados possíveis considerando apenas três peças, sempre obedecendo ao critério de que peças de mesma cor não se tocam nem mesmo pelo vértice. Com este material explora-se ainda o conceito de simetria, ao analisar as soluções que podem ser obtidas a partir de outras soluções.

As Embalagens presentes no dia-a-dia dos alunos são utilizadas para introduzir conceitos relativos a ângulos (PASSOS, 2000); para identificar o número de vértices, faces e arestas de figuras geométricas espaciais (MACCARI, 2007; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008), para fazer a associação entre o modelo da embalagem e o sólido geométrico que a representa (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008), para classificar as embalagens de acordo com semelhanças e diferenças permitindo separar os sólidos que rolam (de revolução) dos que não rolam (poliedros) (VENTURA; VICENTE, 2007; DENECA, 2008). Segundo Maccari (2007) as atividades geométricas com embalagens também auxiliam na construção do pensamento algébrico. Para Ventura e Vicente (2007) e Carminati (2008) a planificação destas embalagens constituem um meio concreto para a visualização, manipulação, observação e identificação das formas geométricas contidas nas mesmas.

Quanto à Escala de Cuisenaire, Nacarato (2005) sugere a utilização das peças para a construção de poliedros convexos e não-convexos de volumes variados.

O Geoplano foi criado pelo professor Caleb Gattegno do Instituto de Educação da Universidade de Londres, na Inglaterra. É um material concreto formado originalmente por uma placa de madeira e pregos dispostos formando uma malha que pode ser quadriculada, triangular, circular ou oval. O Geoplano de malha quadriculada é o mais utilizado e o de

malha triangular (triângulos equiláteros) é chamado de geoplano isométrico. Para desenhar e formar figuras geométricas constrói-se segmentos de reta de tamanhos variados nas posições horizontal, vertical e inclinada prendendo-se aos pregos elásticos ou barbantes de preferência coloridos (LEIVAS, 2000; MACHADO, 2004; GGEP, 2006a, 2006b; TIGGEMAN et al., 2006; LAMAS et al., 2007; LEITE; LEVANDOSKI, 2008; MARSANGO, 2008; SCOLARO, 2008).

Para conceituar caminhos e recobrimentos, GGEP (2006a) utiliza o geoplano quadrado para resgatar/construir os conceitos de segmentos consecutivos, segmentos não-consecutivos, poligonal plana, vértices, pontos internos, poligonal simples e poligonal não-simples, poligonal aberta e poligonal fechada. A cada recobrimento é associada uma sequência numérica. Os Pitagóricos de acordo com a configuração geométrica obtida chamavam os números de triangulares, quadrados, pentagonais, entre outros. Machado (2004) e Rocha et al. (2007) também sugerem atividades com sequências numéricas. Para a configuração geométrica dos números, os autores representam a unidade por um ponto do geoplano e as quantidades de pontos são organizadas de modo a formar figuras geométricas.

No geoplano quadrado, muitas atividades referem-se à construção de polígonos (LEIVAS, 2000; MARIÑO, 2000; TIGGEMAN et al., 2006; LAMAS et al., 2007; LEITE; LEVANDOSKI, 2008; MARSANGO, 2008; SCOLARO, 2008). Algumas atividades exploram as habilidades relacionadas com a construção do geoplano pelos próprios alunos (LEIVAS, 2000; MARSANGO, 2008; SCOLARO, 2008). Enquanto Leivas (2000) e Tiggeman et al. (2006) propõem a construção de triângulos e a classificação quanto à medida dos lados, Leite e Levandoski (2008) trabalham a construção do quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio, hexágono e losango.

O geoplano quadrado também é utilizado para demonstrar e comprovar o Teorema de Pitágoras (MACHADO, 2004; LEITE; LEVANDOSKI, 2008), para construir noções de simetria de rotação e reflexões na horizontal, vertical e diagonal (ROCHA et al., 2007; DENECA, 2008; BRESSAN, 2009), e para identificar e classificar ângulos em figuras geométricas planas (DENECA, 2008).

Dêneca (2008) sugere que as atividades realizadas no geoplano quadrado sejam registradas em papel quadriculado ou em papel pontilhado. No entanto, Bigode (2010) utiliza diretamente o Papel Quadriculado para substituir o geoplano tradicional. No centro de cada quadradinho do papel quadriculado é colocado um ponto que faz o papel dos pregos e com isso podemos denominá-lo de geoplano de papel. Bigode (2010) sugere a construção de polígonos convexos e não-convexos ligando-se esses pontos com a régua. Para Silva e

Kodama (2004b) o Papel Quadriculado serve para construir conceito de simetria em relação ao eixo, ao ponto e ao plano.

GGEF (2006b) utiliza um geoplano circular para conceituar segmento, circunferência, corda e diâmetro. Com esta atividade pode-se também listar e nomear os tipos de cordas, segundo o tamanho; descobrir, por recorrência, uma fórmula para determinar o número máximo de cordas sob as condições dadas. Leite e Levandoski (2008) e Marsango (2008) utilizam geoplanos circulares para construir polígonos inscritos e circunscritos à uma circunferência, para deduzir as fórmulas do apótema do triângulo, do quadrado e do hexágono.

O geoplano espacial é uma montagem feita a partir de dois geoplanos quadrados que são posicionados paralelamente com o auxílio de hastes de madeira. Cada geoplano contém uma das bases de um poliedro, as arestas são fios de lã ou cordão, de preferência coloridos, que unem os vértices das figuras nos dois geoplanos. Em Leite e Levandoski (2008) e Marsango (2008) foram construídas pirâmides de base quadrada, triangular e hexagonal regular. Com esta atividade pode-se destacar e classificar os elementos dos sólidos.

Os Poliminós utilizado por Silva e Kodama (2004b) são figuras planas obtidas pela justaposição de quadrados de forma que não fiquem buracos e os quadrados justapostos têm sempre um lado em comum. Com os poliminós pode-se explorar a relação entre a área e a medida dos lados do polígono quando estes são duplicados, triplicados etc. Os poliminós com 2 a 6 quadrados têm nomes específicos: dominós, triminós, tetraminós, pentaminós e hexaminós.

Angeli e Nogueira (2007) e Brito e Santos (2010) propõem atividades envolvendo construções geométricas com Régua e Compasso e medida de ângulos internos com o Transferidor. Em Angeli e Nogueira (2007) os alunos constroem polígonos regulares todos com uma medida de lados pré-fixada, recortam estas figuras e montam poliedros. A partir disso eles estudam os elementos vértice, arestas e faces.

Quanto ao Tangram, uma das atividades mais comuns é a composição de figuras geométricas planas a partir da manipulação de todas as peças (PASSOS, 2000; OLIVEIRA, 2001; SANTOS, 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; DENECA, 2008). Deneca (2008) propõe também o caminho inverso, identificar as peças do Tangram nas figuras montadas. Com as peças do Tangram pode-se construir, identificar, classificar e reconhecer polígonos (PASSOS, 2000; SANTOS, 2007; DEUS, 2008; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; SCOLARO, 2008)

Sendo que as peças do Tangram são formas geométricas, algumas propostas sugerem a construção das peças do Tangram pelos alunos por meio de dobradura (ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; NOVAK, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008; MORAIS, 2008; SCOLARO, 2008) aproveitando dessa estratégia para o estudo e a exploração de alguns conceitos, elementos e propriedades geométricas das figuras planas (ARRUDA; ALMEIDA, 2008). Os alunos ao construírem o Tangram exploram conceitos de diagonais, paralelas e perpendiculares, ângulos, o significado da bissetriz, a diferença entre quadrado e retângulo (ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; NOVAK, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008).

Alguns autores desenvolvem estratégias de aprendizagem por meio dos jogos. Silva e Kodama (2004b) utilizam o jogo *Traverse* para estudar as propriedades das figuras geométricas. Esse jogo é constituído de um tabuleiro quadriculado de 10x10 cm e de 8 peças nas cores azuis, amarelas, vermelhas e verdes, sendo: 2 triângulos, 2 losangos, 2 círculos e 2 quadrados. Jogam de 2 a 4 parceiros. O objetivo do jogo é mover todas as peças de sua fileira inicial para o lado oposto do tabuleiro, a fileira de destino. Entre as muitas regras do jogo está a de que as peças devem ser movimentadas de acordo com seu formato (losangos e triângulos nas diagonais; quadrados na vertical e horizontal; e círculos em todas as direções).

O Xadrez Chinês é outro jogo cujo objetivo é mover todas as peças através do tabuleiro, para o lado oposto. Surgiu no século XIX e tornou-se popular em primeiro lugar na Suécia. O jogo possui versões para 2, 3, 4 e 6 jogadores (com formatos distintos de tabuleiros). De acordo com Silva e Kodama (2006), na versão para 3 jogadores com tabuleiro no formato da “Estrela de Davi”, cada jogador começa com 15 peças posicionadas na base da mesma cor das peças (uma das pontas da estrela). Move-se uma peça por vez ao longo de qualquer linha durante as jogadas. Nenhum jogador poderá ocupar a ponta que corresponde “espaço de partida” ou “de chegada” de outro jogador, sendo permitido mover a peça para qualquer casa adjacente seguindo os segmentos. Se a casa estiver ocupada por uma peça, seja ela sua ou de um adversário, e a casa subsequente no mesmo segmento estiver vaga, pode-se pular até ela. Uma peça pode dar vários pulos na mesma jogada. O jogador que melhor criar oportunidades e levar todas as peças para o lado oposto em primeiro lugar vencerá o jogo. A partir do traçado do tabuleiro e do movimento das peças com formas geométricas, Silva e Kodama (2006) sugerem atividades para trabalhar as condições de alinhamento, a noção de segmento, semelhança de figuras planas, pavimentação do plano e conceitos de combinatória.

### 1.2.3.3 Bloco temático “Grandezas e Medidas”

As atividades em que as noções de Grandezas e Medidas (Quadro 5) são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas geométricas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e é também um campo fértil para uma abordagem histórica.

Quadro 5 – Práticas de matemática com materiais concretos para o bloco temático “Grandezas e Medidas”

| Material Concreto                                      | Referências  |
|--|--|
| 1 - Canudos ou Palitos ou Varetas                      | 1 - Passos (2000); Oliveira (2001)   |
| 2 - Barbante   | 2 - Lamas et al. (2006); Oliveira (2001)   |
| 4 - Discos   | 4 - Corrêa e Estephan (2008); Lamas et al. (2006); Passos (2000);  |
| 5 - Dobradura  | 5 - Bulla e Gerônimo (2007); Cararo e Souza (2008); Fagundes e Priebe (2009); Novak e Passos (2008); Passos (2000)   |
| 6 - Dominó das Quatro Cores – Jogo                     | 6 - Silva e Kodama (2004a, 2004b)  |
| 7 - Embalagens   | 7 - Barbosa e Rodrigues (2008); Carminati (2008); Corrêa e Estephan (2008); Godoi e Guirado (2008); Passos (2000); Ribeiro (2004); Ventura e Vicente (2007); Versa e Souza (2008)                |
| 8 - Escala Cuisenaire                                  | 8 - Nacarato (2005)  |
| 9 - Folha de Papel e Feijões                           | 9 - Oliveira (2001)  |
| 10 - Geoplano  | 10 - Deneca (2008); Gaspari e Gerônimo (2008); Lamas et al. (2007); Leite e Levandoski (2008); Leivas (2000); Machado (2004); Mariño (2000); Marsango (2008); Morais (2008); Rocha et al. (2007) |
| 11 - Material Dourado                                  | 11 - Deneca (2008); Godoi e Guirado (2008); Lamas (2008); Passos (2000); Thomaz Neto (2005)  |
| 12 - Metro de Papel                                    | 12 - Dotto e Estephan (2008); Oliveira (2001); Vasques e Gerônimo (2007)   |
| 13 - Papel Cartão                                      | 13 - Lamas et al. (2007)   |
| 14- Papel Quadriculado                                 | 14 - Ferreira e Nogueira (2008); Grando e Marasini (2007); Lamas et al. (2007); Oliveira (2010); Silva e Kodama (2004a)  |
| 15 - Régua, Transferidor, Trena, Fita Métrica, Balança | 15 - Angeli e Nogueira (2007); Brito e Santos (2010); Godoi e Guirado (2008); Versa e Souza (2008)   |
| 16- Tangram  | 16 - Arruda e Almeida (2008); Barbosa e Rodrigues (2008); Cararo e Souza (2008); Deneca (2008); Morais (2008); Novak e Passos (2008); Oliveira (2001)  |

Fonte: Elaborado pela autora.

Canudos, Palitos ou Varetas (PASSOS, 2000; OLIVEIRA, 2001) e Barbante (OLIVEIRA, 2001) são materiais usados para a construção do conceito de perímetro em figuras poligonais e não-poligonais, respectivamente. O comprimento do barbante é associado

ao de uma fileira de palitos, depois se utiliza o barbante para construir figuras não-poligonais levando o aluno a concluir que, embora o perímetro permaneça constante, a área das figuras poligonal (formada com os palitos) e não-poligonal (formada com auxílio do barbante) é diferente. Para Passos (2000) e Lamas et al. (2006), o Barbante serviu para medir círculos de raios diferentes e para determinar empiricamente o comprimento da circunferência determinando o número  $\pi$ .

Para a dedução da fórmula para o cálculo da área do círculo são utilizados Discos recortados de papel (PASSOS, 2000), material emborrachado do tipo E.V.A. (Etil Vinil Acetato) (LAMAS et al., 2006) ou isopor (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008). Nesta atividade um disco de raio  $r$  é recortado em setores circulares que são justapostos formando-se um retângulo aproximado de base  $\pi r$  (metade do comprimento da circunferência) e altura  $r$  (raio do círculo). O aluno utiliza um conhecimento já construído (área do retângulo) para construir outro (área do círculo).

A partir de Dobraduras é possível construir figuras geométricas para visualizar as teorias, os conceitos e os axiomas sobre medidas (CARARO; SOUZA, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008) e para explorar conceitos de medidas (PASSOS, 2000; BULLA; GERÔNIMO, 2007; FAGUNDES; PRIEBE, 2009), volume, área (BULLA; GERÔNIMO, 2007; FAGUNDES; PRIEBE, 2009) e proporcionalidade (FAGUNDES; PRIEBE, 2009).

Silva e Kodama (2004a, 2004b) utilizam as peças do Dominó das Quatro Cores como unidades de medida não-padronizada para introduzir o conceito de área de figuras quadrangulares.

As embalagens utilizadas no dia-a-dia, no comércio ou em casa servem como recursos para a construção dos conceitos de capacidade (PASSOS, 2000; VENTURA; VICENTE, 2007; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008), de volume (VENTURA; VICENTE, 2007; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; VERSA; SOUZA, 2008), de área (CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; VERSA; SOUZA, 2008), de perímetro (CARMINATI, 2008) e de massa (GODOI; GUIRADO, 2008). As atividades envolvem a tomada das medidas das dimensões da embalagem e o cálculo do perímetro, da área total, da área lateral, do volume e da forma ótima (dimensões que proporcionam o maior volume com o menor gasto de materiais).

A construção do Metro de Papel tem sido uma das estratégias das investigações matemáticas para conceituar metro e metro quadrado. Oliveira (2001) e Dotto e Estephan (2008) propõem a construção de um quadrado com um metro de lado utilizando jornal e cola.

Os alunos fazem comparações entre o m<sup>2</sup> construído e o espaço da sala de aula, por exemplo. Enquanto Vasquez e Gerônimo (2008) propõem a construção de um metro linear. A construção é feita pela junção de vários retângulos distribuídos pelo professor. Os alunos manuseiam o material construído, fazem estimativas de medidas de comprimento e realizam medições.

Oliveira (2001) propõe a construção de figuras geométricas espaciais com Folhas de Papel e a utilização de Feijões para preencher as figuras e trabalhar os conceitos de volume e de capacidade. Enquanto a sugestão de Nacarato (2005) é a Escala de Cuisenaire para a construção de poliedros convexos e não-convexos de volumes variados. O Geoplano Espacial é utilizado por Marsango (2008) para explorar conceitos de volume de figuras geométricas espaciais.

Muitas atividades no Geoplano Quadrado referem-se à construção de polígonos para a dedução das fórmulas de suas áreas (LEIVAS, 2000; MARIÑO, 2000; MACHADO, 2004; LAMAS et al., 2007; ROCHA et al., 2007; DENECA, 2008; LEITE; LEVANDOSKI, 2008; MARSANGO, 2008; MORAIS, 2008) e também de seus perímetros (LEIVAS, 2000; MACHADO, 2004; ROCHA et al., 2007; DENECA, 2008; MARSANGO, 2008; MORAIS, 2008). No entanto, Gaspari e Gerônimo (2008) introduzem o conceito de proporcionalidade ao realizar diversas medições em função de alterações feitas nas figuras que são representadas no geoplano. A sugestão de Leivas (2000) é trabalhar a construção de segmentos de medida  $\sqrt{2}$  no geoplano, enquanto Machado (2004) inclui a representação de outros números irracionais.

O Material Dourado é utilizado em investigações para a dedução das medidas de volume e o cálculo do volume de figuras espaciais (PASSOS, 2000; LAMAS, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; DENECA, 2008), para a obtenção das representações simbólicas de perímetro ou área explorando conhecimentos algébricos (THOMAZ NETO, 2005) e para as medições de superfície com unidades não padronizadas (DENECA, 2008).

Na proposta de Lamas et al. (2007), polígonos são construídos com Papel Cartão para que sejam recortados e transformados em figuras equivalentes cuja área seja conhecida. Assim o aluno deduz as fórmulas para as áreas do paralelogramo, do trapézio e do losango, construindo-os, recortando-os e transformando-os em retângulos.

O Papel Quadriculado é utilizado para trabalhar simetrias (SILVA; KODAMA, 2004b) e medidas de superfície (GRANDO; MARASINI, 2007; LAMAS et al., 2007; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008; OLIVEIRA, 2010). Em Lamas et al. (2007) e Ferreira e Nogueira (2008)

os quadrados do papel quadriculado são considerados as unidades para a medida de superfície. As figuras desenhadas em papel quadriculado são recortadas e coladas com a intenção de que a manipulação das áreas das figuras favoreça a compreensão dos cálculos de superfície. Enquanto em Grando e Marasini (2007), os alunos sentiram necessidade de registrar em papel quadriculado a representação da área para compreenderem a diferença nos valores da área e do perímetro dos quadrados. Oliveira (2010) trabalha com a idéia de figuras equivalentes para construir as fórmulas para o cálculo da área de triângulo e quadriláteros.

Algumas atividades propõem a utilização de régua, transferidor, trena, fita métrica e balança como instrumentos de medida para realizar medições (ANGELI; NOGUEIRA, 2007; GODOI; GUIRADO, 2008; BRITO; SANTOS, 2010) ou para auxiliar na construção precisa de figuras geométricas (VERSA; SOUZA, 2008). Na proposta de Angeli e Nogueira (2007) e Brito e Santos (2010), os alunos construíram polígonos com auxílio da régua e do compasso e fizeram medições dos ângulos internos desses polígonos com o transferidor. Godoi e Guirado (2008) propuseram uma série de medições em coisas disponíveis na sala de aula para estudar medidas de comprimento; e para medidas de massa, a atividade envolveu uma balança em que os alunos determinarem o seu próprio “peso”.

As peças dos Tangram podem ser utilizadas como unidade de medida de superfície (unidade não-padronizada) para construir os conceitos de área e de figuras equivalentes (OLIVEIRA, 2001; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; DENECA, 2008; MORAIS, 2008). Pode-se também calcular o perímetro das peças e/ou das figuras obtidas por meio da montagem com as peças do Tangram (BARBOSA; RODRIGUES, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; DENECA, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008).

#### **1.2.3.4 Bloco temático “Tratamento da Informação”**

O bloco temático “Tratamento da Informação” tem sua relevância devido ao grande volume de informações no dia-a-dia dos alunos. A necessidade de compreender estas informações trouxe para o currículo da matemática elementos como a análise de dados em representações gráficas e tabelas; a estatística onde o aluno aprende procedimentos para coletar, tratar, organizar e interpretar dado; a análise combinatória para a aplicação no cálculo de probabilidades; e a probabilidade para que o aluno aprenda a fazer previsões e possa tomar suas próprias decisões.

No entanto, a análise e a interpretação dos dados dispostos em tabelas e a representação gráfica dos dados também têm contribuído para a apropriação de conceitos e



definições dos conteúdos dos blocos temáticos “Números e Operações”, “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”.

As tabelas têm sido adotadas para conteúdos aritméticos que envolvem operações matemáticas (DENECA, 2008), sistema de numeração decimal (RODRIGUES, 2008) e frações (LEÃO, 2009). Assim como as tabelas, os gráficos estão presentes em atividades que abordam conteúdos algébricos como a fatoração de trinômios (FANTI, 2008) e o estudo de funções (ESTIMA; GUIRADO, 2009).

Na geometria, a investigação matemática trabalha com as tabelas para a organização de informações relacionadas ao conteúdo de polígonos (SILVA; KODAMA, 2004a; BRITO; SANTOS, 2010), sólidos geométricos (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008) e poliedros (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008). Maccari (2007) envolve informações geométricas e algébricas em suas tabelas.

Em “Grandezas e Medidas”, tabelas são usadas para armazenar valores de medidas de comprimento (PASSOS, 2000; LAMAS et al., 2006; DOTTO; ESTEPHAN, 2008), de proporcionalidade (OLIVEIRA; CÉSAR, 2005; DOTTO; ESTEPHAN, 2008), de submúltiplos de unidades de medida (VASQUES; GERÔNIMO, 2007). As tabelas também servem para relacionar dados (GODOI; GUIRADO, 2008), ou ainda os dados ali dispostos são usados para calcular o perímetro (LEIVAS, 2000; CARARO; SOUZA, 2008; GRANDO; NACARATO; GONÇALVES, 2008) ou a área de figuras planas (LEIVAS, 2000; CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; GRANDO; NACARATO; GONÇALVES, 2008). Em algumas atividades, os dados dispostos em tabelas são transformados em representações gráficas (OLIVEIRA; CÉSAR, 2005; CARMINATI, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008).

Nos conteúdos relativos às noções de estatísticas, tabelas e gráficos são aparatos para a organização e a apresentação dos dados (GÂMBARO; ARAUJO, 2007; MEDICI, 2007; PEÇA; CROCETTI, 2008). Enquanto desenhos e esquemas são estratégias para explorar princípios de análise combinatória e probabilidade (ESTEVES, 2001; MACHADO, 2004).

#### **1.2.4 Metodologias de avaliação para produtos de software educativo**

A avaliação do produto de software é uma etapa trabalhosa que sinaliza pontos positivos e negativos do produto, considerando que a avaliação consiste no exame de um produto final (GUERRA; COLOMBO, 2009). O diagnóstico de avaliação é uma maneira de

conhecer em detalhes as possíveis potencialidades do software. E assim, garantir um melhor aproveitamento do software educativo para promover o processo de ensino-aprendizagem.

O processo de avaliação pode ser dividido em duas fases: (a) avaliar para a seleção do produto de software e (b) avaliar na utilização do produto de software (BLEASE, 1986). A avaliação para a seleção consiste num processo realizado fora da sala de aula por um professor ou grupo de professores que julgam os software com base num conjunto de critérios definidos. A avaliação na utilização é um processo realizado nas salas de aula por um período de tempo considerável. Portanto, uma avaliação acontece na perspectiva descritiva e crítica com caráter de compreensão, e outra avaliação na perspectiva em contexto de utilização (ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT, 1989). A primeira é denominada de avaliação prognóstica e a segunda de avaliação interpretativa (SQUIRES; McDOUGALL, 1996).

Na avaliação prognóstica é possível ter uma idéia se o software será um recurso favorável para promover uma cultura de aprendizagem na educação matemática. E, na avaliação interpretativa, se o software conseguirá despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem matemática (YUSHAU; BOKHARI; WESSELS, 2004), despertando o gosto pelo saber.

Para a avaliação de um software educativo, apenas a análise de critérios técnicos não é suficiente, é necessário considerar os critérios educacionais envolvidos (BATISTA et al., 2004). As metodologias de avaliação para software educativos estão estruturadas nos mais diferentes requisitos de qualidade. Estes requisitos envolvem aspectos técnicos, pedagógicos, ergonômicos e comunicacionais necessários num ambiente educacional (Quadro 6).

Quadro 6 – Metodologias de avaliação de software para educação

| Metodologia   | Referência                                       |
|---|--|
| 1 – MicroSIFT - Micro Computer Software Information For Teachers                    | 1 – Squires e Preece (1996)                      |
| 2 – NCET CD-ROM Checklist   | 2 – Squires e Preece (1996)                      |
| 3 – Avaliação para Multimídia Educacional   | 3 – Reeves e Harmon (1996)                       |
| 4 – Modelo Jigsaw   | 4 – Squires e Preece (1996)                      |
| 5 – Ergolist - Sistema de Avaliação de Qualidade Ergonômica de Software             | 5 – Cybis (1996)                                 |
| 6 – Children's Software Evaluation Instrument                                       | 6 – Buckleitner (1998)                           |
| 7 – TICESE - Técnica de Inspeção de Conformidade Ergonômica de Software Educacional | 7 – Gamez (1998)                                 |
| 8 – Teacher Review Form   | 8 – SuperKids Educacional Software Review (1998) |

... continua ...

Quadro 6, Cont.

| Metodologia   | Referência  |
|---|---|
| 9 – Checklist Proinfo   | 9 – Programa Nacional de Informática na Educação (1998)                     |
| 10 – E.M.P.I. - l'Evaluation du Multimédia Pédagogique Interactif   | 10 – Hû, Trigano e Crozat (1998)  |
| 11 – Prognóstico de Qualidade em Software Educacional   | 11 – Squires e Preece (1999)  |
| 12 – PEDACTICE  | 12 – Universidade de Lisboa (1998); Costa (1999)                            |
| 13 – Software Evaluation Form   | 13 – Schrock (2000)   |
| 14 – SASE – Sistema de Apoio à Avaliação de Software Educacional  | 14 – Beaufond e Clunie (2000)   |
| 15 – Plantilla para la Catalogación y Evaluación Multimedia   | 15 – Graells (2001)   |
| 16 – Instrumento de Avaliação da Qualidade para Software Educacional de Matemática                          | 16 – Gladcheff, Zuffi e Silva (2001)  |
| 17 – TUP - Technology, Usability, Pedagogy  | 17 – Bednarik (2002); Bednarik et al. (2004)                                |
| 18 – MAEP - Método de Avaliação Ergopedagógico  | 18 – Silva (1998); Silva e Vargas (1999); Silva (2002)                      |
| 19 – Ficha de Registro  | 19 – Vieira (2002)  |
| 20 – MAQSEI - Metodologia de Avaliação de Qualidade de Software Educacional Infantil                        | 20 – Atayde (2003)  |
| 21 – CASE - Comunidade de Análise de Software Educativo   | 21 – Lyra et al. (2003)   |
| 22 – SoftMat  | 22 – Batista (2004)   |
| 23 – MECSE - Conjunto de Métricas para Avaliar Software Educativo   | 23 – Figueroa (2005)  |
| 24 – SACAUSEFF - Sistema de Avaliação, Certificação e Apoio à Utilização de Software na Educação e Formação | 24 – Ramos et al. (2005)  |
| 25 – NASE - Núcleo de Avaliação de Software Educativo   | 25 – Boff e Reategui (2005)   |
| 26 – FASE - Ferramenta de Avaliação Automática de Software Educativo  | 26 – Souza, Pequeno e Castro Filho (2006)                                   |
| 27 – Educational Software Evaluation Form   | 27 – Brooks-Young (2007)  |
| 28 – Checklist FALM   | 28 – Universidade Estadual do Norte do Paraná (2008); Martins et al. (2008) |
| 29 – Web-ECOTECH - Estrutura Cognitiva para Tecnologias Educacionais  | 29 – Santos et al. (2011)   |

Fonte: Elaborado pela autora.

Num tratamento automatizado do processo de avaliação, as metodologias E.M.P.I. – *l'Evaluation du Multimédia Pédagogique Interactif* (HÛ; TRIGANO; CROZAT, 1998), PEDACTICE (UNIVERSIDADE DE LISBOA, 1998; COSTA, 1999), SASE – Sistema de Apoio à Avaliação de Software Educacional (BEAUFOND; CLUNIE, 2000), TUP – *Technology, Usability, Pedagogy* (BEDNARIK, 2002; BEDNARIK et al., 2004), CASE – Comunidade de Análise de Software Educativo (LYRA et al., 2003), SACAUSEFF – Sistema de Avaliação, Certificação e Apoio à Utilização de Software na Educação e Formação

(RAMOS et al., 2005) e o Checklist FALM (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ, 2008; MARTINS et al., 2008) são *checklists* que avaliam os software educativos com base num conjunto de critérios técnicos e pedagógicos de qualidade que envolve aspectos de usabilidade, conteúdo genérico, documentação, aprendizagem e objetivos curriculares. Esses critérios são avaliados por meio de uma lista de perguntas ou afirmações com escalas de respostas pré-definidas.

Já a metodologia FASE – Ferramenta de Avaliação Automática de Software Educativo – possibilita avaliar tanto critérios técnicos por meio da análise de aspectos de funcionalidade, quanto critérios pedagógicos com ênfase em aspectos cognitivos. Para cada aspecto deve-se pontuar com valores entre 0 e 5 de acordo com o grau de importância que o avaliador atribuirá para o aspecto (SOUZA; PEQUENO; CASTRO FILHO, 2006). Enquanto que a metodologia Web-ECOTEC – Estrutura Cognitiva para Tecnologias Educacionais Construtivistas – avalia apenas critérios pedagógicos considerando três aspectos da teoria de Piaget: atividades operatórias, interação e cooperação. A metodologia detecta nas atividades propostas o tipo de estruturas do pensamento lógico-matemático que pode ser construída quando o aluno utiliza o software educativo. O avaliador deve responder “sim”, “não” e “não se aplica” para 56 questões (SANTOS et al., 2011).

Algumas metodologias de avaliação de software educativo relacionam critérios ergonômicos em suas listas de verificação. O Ergolist – Sistema de Avaliação de Qualidade Ergonômica de Software (CYBIS, 1996) avalia critérios ergonômicos considerando aspectos de presteza, *feedback*, legibilidade, densidade informacional, controle do usuário, flexibilidade, mensagens de erros, entre outros. Para as 194 questões listadas, o avaliador deve escolher entre as opções “sim”, “não”, “não aplicável” ou “adiar resposta”. Já as metodologias TICESE – Técnica de Inspeção de Conformidade Ergonômica de Software Educacional (GAMEZ, 1998) e MAEP – Método de Avaliação Ergopedagógico (SILVA, 1998; SILVA; VARGAS, 1999; SILVA, 2002) orientam o avaliador para a realização de inspeção de conformidade ergonômica do software. Desta forma, são considerados tantos os critérios pedagógicos como os critérios referentes à interface deste tipo de produto. Para a metodologia TICESE o avaliador deve ler cada questão do *checklist* e verificar a existência do atributo no software classificando-os em “não se aplica”, “muito importante” ou “importante”.

As metodologias E.M.P.I., PEDACTICE, SASE, TUP, CASE, SACAUSEFF, Checklist FALM, TICESE, FASE, Web-ECOTEC, Ergolist e TICESE apresentam uma estrutura interna que emite, ao final do processo de avaliação, um diagnóstico do software avaliado na forma de pontuações, textos ou gráficos.

No entanto, existem metodologias que determinam os critérios e a estrutura desenvolvida para estabelecer a qualidade do software, mas o processo de avaliação é feito no papel pelo próprio avaliador. Uma das metodologias é a MAQSEI – Metodologia de Avaliação de Qualidade de Software Educacional Infantil – que apresenta um conjunto de heurísticas pedagógicas e técnicas. Estas heurísticas envolvem aspectos de ensino e aprendizagem e de usabilidade (ATAYDE, 2003). Outras são as metodologias SoftMat (BATISTA, 2004) e MECSE – Conjunto de Métricas para Avaliar Software Educativo (FIGUEROA, 2005) que contemplam critérios tanto técnicos como pedagógicos, inclusive aspectos da norma internacional de qualidade ISO-9126.

As demais metodologias apenas verificam alguns parâmetros que devem ser considerados ao utilizar software educativos no processo de ensino e aprendizagem, sem apresentar um *feedback* final da avaliação ao avaliador.

A metodologia de avaliação para multimídia educacional proposta por Reeves e Harmon (1996) considera um conjunto de 14 aspectos pedagógicos e 10 aspectos técnicos relacionados à interface com o usuário. Os aspectos são avaliados por meio de uma marca que o avaliador faz numa seta dupla de escala não dimensionada. Nas extremidades da seta são apresentados os conceitos antagônicos que caracterizam o aspecto avaliado. O resultado final é obtido de forma gráfica analisando a ligação dos pontos marcados nas setas. Enquanto que a metodologia “NCET CD-ROM Checklist” (SQUIRES; PREECE, 1996) proposta pelo CD Rom Britânico do Conselho Nacional de Educação e Tecnologia considera apenas critérios técnicos nas 19 perguntas listadas para avaliação do software. As perguntas são abertas e envolvem aspectos de usabilidade, sem qualquer relação com o processo de aprendizagem.

As metodologias MicroSIFT – *Micro Computer Software Information For Teachers* (SQUIRES; PREECE, 1996), *Children’s Software Evaluation Instrument* (BUCKLEITNER, 1998) e *Plantilla para la Catalogación Y Evaluación Multimedia* (GRAELLS, 2001) listam itens que envolvem critérios de qualidade técnica e pedagógica. Para os critérios técnicos analisam-se aspectos de usabilidade e funcionalidade. Enquanto que nos critérios pedagógicos a preocupação é com questões educacionais, de aprendizagem e motivacionais. Os avaliadores devem pontuar cada item numa escala de respostas já definidas. Para a metodologia MicroSIFT, os avaliadores também devem classificar a importância do item como alta ou baixa, e recomendar ou não a utilização do software. Nesta mesma categoria de metodologia, o *Teacher Evaluation Form* (SUPERKIDS EDUCACIONAL SOFTWARE REVIEW, 1998) e o *Software Evaluation Form* (SCHROCK, 2000) avaliam os software educativos considerando aspectos que os professores mais usam durante a escolha do software,

geralmente relacionados aos critérios técnicos. Enquanto que a metodologia *Educational Software Evaluation Form* (BROOKS-YOUNG, 2007) aborda aspectos que envolvem o uso educacional do software educativo. Todas estas metodologias apresentam diretrizes que auxiliam os professores no processo de avaliação de software educativos.

Com a necessidade de integrar aspectos de usabilidade com aspectos de aprendizagem na avaliação de software educativos, Squires e Preece (1996) sugerem um modelo conceitual denominado de Modelo Jigsaw para o processo de avaliação. Numa concepção construtivista, o modelo considera que a aprendizagem é um fenômeno que envolve os alunos, o ambiente e o software. Neste caso, é possível identificar três níveis de complexidade em função do nível da atividade e da relação entre as áreas em cada um dos níveis. No primeiro nível, a avaliação deve ocorrer em quatro categorias: (1) tarefas de aprendizagem de conceitos específicos; (2) tarefas de aprendizagem de conceitos gerais; (3) tarefas operacionais das características do software; e (4) tarefas operacionais das características do sistema. No segundo nível, há a integração das tarefas de aprendizagem de conceitos específicos e gerais; e das tarefas operacionais do software e do sistema, resultando em dois tipos de avaliação: (1) relação entre conceitos específicos e gerais, e (2) relação entre software e sistema. Já no terceiro nível é considerada a integração das tarefas de aprendizagem com as tarefas operacionais. Isto conduz à avaliação de como as funções disponíveis no software podem estar relacionadas com as necessidades das tarefas de aprendizagem. No entanto, esta proposta de metodologia não apresenta perguntas e respostas, apenas apresenta uma estrutura que deve ser considerada nas avaliações de software educativos.

O checklist Proinfo (PROGRAMA NACIONAL DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 1998), o Prognóstico de Qualidade em Software Educacional de Squires e Preece (1999), o Instrumento de Avaliação da Qualidade para Software Educacional de Matemática (GLADCHEFF; ZUFFI; SILVA, 2001) e a Ficha de Registro desenvolvida por Vieira (2002) contêm questões ou diretrizes que abordam aspectos educacionais e pedagógicos orientando o avaliador num processo de avaliação sobre software educativo. O formulário do NASE – Núcleo de Avaliação de Software Educativo além de critérios pedagógicos, também considera critérios técnicos para avaliação de software educativos. Os critérios pedagógicos analisados visam diagnosticar se o software suporta uma aprendizagem construtivista ou comportamentalista. Os critérios técnicos estão relacionados com aspectos de interface, conteúdo e documentação do software (BOFF; REATEGUI, 2005).

### 1.3 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, I. A. C.; LOPES, R. F.; SILVA, E. B. O origami como material exploratório para o ensino e a aprendizagem da geometria. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA GRÁFICA NAS ARTES E NO DESENHO, 3., 2000, Outro Preto. **Anais...** Outro Preto: UFOP, 2000. 1 CD-ROM.

ANGELI, A. M. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **A resolução de problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_angela\\_maria\\_alves\\_angeli.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_angela_maria_alves_angeli.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ANTONIO, F. C.; ANDRADE, S. V. R. **O LEM como facilitador do ensino aprendizagem de matemática de ensino fundamental**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1952-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ANTUNES, C. **As inteligências múltiplas e seus estímulos**. Campinas: Papirus, 1998. 137 p.

ARMENDARIZ, R. S.; ALMEIDA, V. L. M. C. Uma contribuição do laboratório de materiais didático-pedagógicos de matemática para o ensino-aprendizagem matemática. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 10., 2009, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: Unesp, 2009. p. 1-15.

ARRUDA, F. A. O.; ALMEIDA, V. L. M. C. **Os jogos Tangram e Dominó Geométrico como estratégia para o ensino da geometria**. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008, p. 121-130.

ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Dordrecht, v. 7, p. 245–274, 2002.

ATAYDE, A. P. R. **Metodologia de avaliação de qualidade de software educacional infantil – MAQSEI**. 2003. 238 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)- Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

BAIN, A.; ROSS, K. School reengineering and SAT-1 performance: a case study. **International Journal of Education Reform**, Lanham, v. 9, n. 2, p. 148-153, 1999.

BALANSKAT, A.; BLAMIRE, R.; KEFALA, S. **The ICT impact report: a review of studies of ict impact on schools in Europe**. Brussels: European Schoolnet, 2006. 69 p.

BALDISSERA, A. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_altair\\_baldissera.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. **Jogos matemáticos como metodologia de ensino aprendizagem das operações com números inteiros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1948-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, L. S.; RODRIGUES, C. G. **Geometria euclidiana: uma proposta para o desenvolvimento do raciocínio matemático**. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 17., ENCONTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO, 10., 2008, Pelotas. **Anais...** Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 2008. 1 CD-ROM.

BARKER, P.; TAN, C. M. The use of mixed metaphor systems for delivery of instructional material. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TECHNOLOGY AND EDUCATION, 13., 1996, New Orleans. **Proceedings...** New Orleans: University of Texas at Arlington, 1996. 1 CD-ROM.

BARRETO, E. S. S. **Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras**. Campinas: Autores Associados; São Paulo: Fundação Carlos Chagas, 2000.

BASSANI, P. S.; PASSERINO, L. M.; PASQUALOTTI, P. R.; RITZEL, M. I. Em busca de uma proposta metodológica para o desenvolvimento de software educativo colaborativo. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 1, p. 1-10, 2006.

BATISTA, S. C. F. **SoftMat: um repositório de softwares para matemática do ensino médio – um instrumento em prol de posturas mais conscientes na seleção de softwares educacionais**. 2004. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção)-Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2004.

BATISTA, S. C. F.; BARCELOS, G. T.; RAPKIEWICZ, C. E.; HORA, H. R. M. Avaliar é preciso: o caso de softwares educacionais para matemática no ensino médio. In: WORKSHOP DE CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DA INFORMAÇÃO DA REGIÃO SUL, 1., 2004, Palhoça. **Anais...** Palhoça: Universidade do Sul de Santa Catarina, 2004. p. 1-12.

BEAUFOND, C. E. C.; CLUNIE, G. T. SASE: uma ferramenta de apoio à avaliação de software educacional. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO E INFORMÁTICA EDUCATIVA, 5., 2000, Viña del Mar. **Actas...** Viña del Mar: Universidad de Chile, 2000. 1 CD-ROM.

BEDNARIK, R. **Evaluation of educational environments: the TUP model**. 2002. 95 f. Thesis (Master's Thesis Computer Science)-Department of Computer Science, University of Joensuu, Joensuu, 2002.



BEDNARIK, R.; GERDT, P.; MIRAFETAB, R.; TUKIAINEN, M. Development of the TUP Model - evaluating educational software. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES, 4., 2004, Joensuu. **Proceedings...** Joensuu: IEEE Computer Society, 2004. 1 CD-ROM.

BENAVENTE, A.; CÉSAR, M. Building school achievement – from the personal and cultural differences to the teachers' practices. In: INTERNATIONAL COLLOQUIUM OF SCHOOL PSYCHOLOGY, 15., 1992, Istanbul. **Actas...** Istanbul, 1992. p. 1-14.

BIGODE, A. J. L. **Geometria elementar no geoplano de papel**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: < <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/geometria-elementar-geoplano-papel-429069.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BLEASE, D. **Evaluating educational software**. New Hampshire: Croom Helm, 1986. 137 p.

BOFF, E.; REATEGUI, E. A importância do processo de avaliação de software educativo. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO, 2., 2005, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2005. 1 CD-ROM.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRESSAN, R. Padrões de simetria e o Geoplano. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009. p. 1112-1120.

BRITO, A. S.; SANTOS, H. M. **Polígonos regulares com flexibilização para deficiência visual**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/poligonos-regulares-511507.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BROOKS-YOUNG, S. **Digital-age literacy for teachers: applying technology standards to everyday practice**. Washington: International Society for Technology in Education, 2007. 132 p.

BUCKLEITNER, W. **Children's software evaluation instrument**, 1998. Disponível em: <<http://www.childrenssoftware.com/rating.html>> Acesso em: 12 nov. 2009.

BULLA, O. ; GERÔNIMO, J. R. **Introduzindo o conceito de polígono por meio de planificação e construção de poliedros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_oswaldo\\_bulla.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_oswaldo_bulla.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BURNS, P. K.; BOZEMAN, W. C. Computer-assisted instruction and mathematics achievement: is there a relationship? **Educational Technology**, Englewood, v. 21, n. 10, p. 32-39, 1981.

BUSSIÈRE, P.; GLUSZYNSKI, T. **The impact of computer use on reading achievement of 15-year-olds**. Canadá: Strategic Policy and Planning, 2004. 49 p.

CAMPOS, F. C. A.; ROCHA, A. R. C. Design instrucional e construtivismo: em busca de modelos para o desenvolvimento de software. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANA DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: Rede Ibero-Americana de Informática na Educação 1998. 1 CD-ROM.

CARARO, L. E.; SOUZA, J. R. **Contribuições da geometria plana no aprendizado de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1958-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática: uma proposta de ensino possível na escola pública**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY. **Key building blocks for student achievement in the 21st century**. Washington: CEO Forum, 2001. 31 p.

CHICKERING, A. W.; GAMSON, Z. F. Seven principles for good practice in undergraduate education. **AAHE Bulletin**, Washington, v. 39, n. 7, p. 3-7, 1987.

COLEY, R. J.; CRADLER, J.; ENGEL, P. K. **Computers and classrooms: the status of technology in U.S. schools**. Princeton: Policy Information Center/Educational Testing Service, 1997. 67 p.

CORRÊA, R. J.; ESTEPHAN, V. M. **Modelagem matemática: um trabalho com embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1669-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

COSTA, F. A. Contributos para um modelo da avaliação de produtos multimédia centrado na participação dos professores. In: SIMPÓSIO IBÉRICO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 1., 1999, Aveiro. **Comunicação...** Aveiro: Universidade de Aveiro, 1999. 1 CD-ROM.

COX, M. J. **The effects of information technology on students' motivation: summary report**. London: National Council for Educational Technology/King's College London, 1997. 12 p.

CRUZ, G. P.; GONSCHOROWSKI, J. S. O origami como ferramenta de apoio ao ensino de geometria. **Revista Hispeci & Lema**, Bebedouro, v. 9, n. 2, p. 134-135, 1996.

CUNHA, L. A. Os parâmetros curriculares para o ensino fundamental: convívio social e ética. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 99, p. 60-72, 1996.

CYBIS, W. A. **Checklists de usabilidade segundo os critérios ergonômicos de Bastien e Scapin**, 1996. Disponível em: <<http://www.labiutil.inf.ufsc.br/ergolist/>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

DENECA, M. L. **Material didático**: catálogo de materiais didáticos manipuláveis e atividades para o laboratório de ensino de matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2171-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

DEUS, A. F. B. **Metodologia da matemática lúdica**: o uso do Tangram como recurso de aprendizagem. São José dos Campos: Planeta Educação, 2008. Disponível em: <<http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=1148>>. Acesso em: 15 dez. 2009.

DOTTO, A. E. M.; ESTEPHAN, V. M. **O uso da modelagem matemática em sala de aula**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1661-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ELISSAVET, G.; ECONOMIDES, A. A. Evaluation factors of educational software. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES – IWALT, 2000, Palmerston North. **Proceedings...**, Palmerston North, New Zealand: Massey University, 2000. p. 113-116.

ERTMER, P. A. Addressing first- and second-order barriers to change: strategies for technology integration. **Educational Technology Research and Development**, Washington, v. 47, n. 4, p. 47-61, 1999.

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental**. 2001. 193 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

ESTIMA, C. A. M.; GUIRADO, J. C. **O estudo das funções no ensino médio com materiais manipuláveis**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2171-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FAGUNDES, G. D.; PRIEBE, E. S. Construindo conceitos matemáticos e geométricos através de origamis. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA - CIC, 18., 2009, Pelotas. In: **Anais...** Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 2009. 1 CD-ROM.

FALZETA, R. O arco-íris de fazer contas. **Nova Escola**, São Paulo, n. 100, p. 18-19, 1997.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. Ensinando fatoração funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Livro eletrônico dos núcleos de ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 170-184.

FERNANDES, S. F. H. **As frações do dia-a-dia** – operações. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/48-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FERREIRA, L. L. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **O desenvolvimento da linguagem algébrica e sua compreensão por meio da álgebra geométrica**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/540-4.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

FIDALGO-NETO, A. A.; TORNAGHI, A. J. C.; MEIRELLES, R. M. S.; BERÇOT, F. F.; XAVIER, L. L.; CASTRO, M. F. A.; ALVES, L. A. The use of computers in Brazilian primary and secondary schools. **Computers & Education**, New York, v. 53, n. 3, p. 677-685, 2009.

FIGUEROA, M. A. A. MECSE: conjunto de métricas para avaliar software educativo. **Revista UPIICSA**, Colonia Granjas, n. 39, p. 7-10, 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de Matemática. **Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, ago. 1990.

FLAVELL, J. H. **The development psychology of Jean Piaget**. New York: Van Nostrand, 1963.

FLEMMER, C. **The positive impact of technology on teaching and learning**. Boise State University: Technologies Positive Impact on Teaching and Learning, 2007. 10 p.

GÂMBARO, S. M. B.; ARAUJO, A. M. M. **Estatística no dia a dia**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/202-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GAMEZ, L. **TICESE: técnica de inspeção de conformidade ergonômica de software educacional**. 1998. 45 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Humana)- Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Porto, 1998.

GARDETE, C.; CÉSAR, M. Equação (im)possível: um caminho para a sua solução. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2006, Setúbal. **Actas...** Setúbal: APM, 2006. 1 CD-ROM.

GASPARI, C. A. A.; GERÔNIMO, J. R. **O uso de materiais manipuláveis no ensino da trigonometria**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2188-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GGEP – GRUPO GEOPLANO DE ESTUDO E PESQUISA. Caminhos de recobrimento que não se cruzam em uma rede quadrangular 3x3 e 4x4. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006a, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: UCS.

Disponível em:

<[miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro\\_Gaucha\\_Ed\\_Matem/cientificos/CC24.pdf](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucha_Ed_Matem/cientificos/CC24.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2009.

- GGEP – GRUPO GEOPLANO DE ESTUDO E PESQUISA. Traçando cordas: atividades propostas para geoplano circular ou para rede de circulares de pontos impressos em papel. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006b, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: UCS. Disponível em: <[miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro\\_Gaicho\\_Ed\\_Matem/minicursos/MC68.pdf](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaicho_Ed_Matem/minicursos/MC68.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2009.
- GLADCHEFF, A. P.; OLIVEIRA, V. B.; SILVA, D. M. O software educacional e a psicopedagogia no ensino de matemática direcionado ao ensino fundamental. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Porto Alegre, v. 8, p. 63-70, 2001.
- GLADCHEFF, A. P.; ZUFFI, E. M.; SILVA, D. M. Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental. In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 7., 2001, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: Sociedade Brasileira de Computação, 2001. 1 CD\_ROM.
- GODOI, A. M. S.; GUIRADO, J. C. **Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.
- GRAELLS, P. M. **Plantilla para la catalogación y evaluación multimedia**. Universitat Autònoma de Barcelona, 2001. Disponível em: <<http://www.pangea.org/peremarques/evalua.htm>>. Acesso em: 31 dez. 2009.
- GRANDO, N. I.; MARASINI, S. M. Equação de 1º grau: uma síntese teórico-metodológica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SBM, 2007. p. 1-8.
- GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L. M. G. Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 39-56, jan./abr. 2008.
- GRÜTZMANN, T. P.; COLVARA, M. R. S. A prática de ensino de matemática no ensino fundamental: o uso de material concreto e de jogos na busca do ensino e da aprendizagem. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 18., 2009, Pelotas. **Anais...** Pelotas: UFPel, 2009. 1 CD-ROM.
- GUEDES, M. Q. Parâmetros curriculares nacionais ou o currículo oficial? **Inter-Ação**, Goiânia, v. 27, n. 2, p. 85-99, 2002.
- GUERRA, A. C.; COLOMBO, R. M. T. **Tecnologia da informação: qualidade de produto de software**. Brasília: MCT/SEPIN, 2009. 429 p.
- HAWKRIDGE, D. Who needs computers in school and why? **Computers & Education**, New York, v. 15, n. 1, p. 1-6, 1990.

HÛ, O. ; TRIGANO, P. ; CROZAT, S. E.M.P.I.: une méthode pour l'Evaluation du Multimédia Pédagogique Interactif. In: NEW TECHNOLOGIES OF INFORMATION AND COMMUNICATION IN ENGINEERING EDUCATION AND IN INDUSTRY - NTICF'98, Rouen. **Proceedings...** Rouen: National Institut of Applied Sciences, 1998. 1 CD-ROM.

HYNES, M. Selection criteria. **Arithmetic Teacher**, Reston, v. 33, n. 6, p. 11-13, 1986.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa nacional por amostra de domicílios**. Rio de Janeiro, 2005. 125 p.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa nacional por amostra de domicílios**. Rio de Janeiro, 2008. 129 p.

KARAGIORGI, Y; SYMEOU, L. Translating constructivism into instructional design: potential and limitations. **Journal of Educational Technology & Society**, Athabasca, v. 8, n. 1, p. 17-27, 2005.

KORTE, W. B.; HÜSING, T. Benchmarking access and use of ICT in european schools 2006 - results from head teacher and classroom teacher surveys in 27 european countries. In: MÉNDEZ-VILAS, A.; SOLANO MARTIN, A.; MESA GONZÁLEZ, J.; MESA GONZÁLEZ, J. A. (Des.). **Current developments in technology-assisted education**. Badajoz: Empirica, v. 3, 2006. p. 1652-1657.

KULIK, J. A. School mathematics and science programs benefit from instructional technology. **InfoBrief Science Resource Statistics**, Arlington-Virginia, p. 1-5, 2002.

KULIK, C. C.; KULIK, J. A. Effectiveness of computer-based education in colleges. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAM EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 69., 1985, Chicago. **Proceedings...** Chicago: Americam Educational Research Association, 1985. p. 1-50.

LAMAS, R. C. P. Axiomas da geometria euclidiana em atividades experimentais. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 164-169.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; CHIRE, V. A. Q.; MAURI, J.; GALÃO, P. H. Atividades experimentais de geometria no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 576-584.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; COSTA, F. M.; PEREIRA, I. M. C.; MAURI, J. Ensinando área no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2007. p. 430-449.

LAMAS, R. C. P.; MAURI, J. O teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 815-825.

LEÃO, N. S. **Frações e números decimais** – apenas formas diferentes de nomear e de grafar os números? Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2412-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEITE, J. M.; LEVANDOSKI, A. A. **Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. Disponível em: <<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplano.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2009.

LEONARDI, E. A. S.; GERÔNIMO, J. R. **O uso do laboratório do ensino de matemática para o ensino de frações**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2191-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-37.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997. 176 p.

LYRA, A.; LEITÃO, D. A.; AMORIM, G. B. C.; GOMES, A. S. Ambiente virtual para análise de software educativo. In: WORKSHOP BRASILEIRO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 2003, Campinas. **Anais...** Campinas: Sociedade Brasileira de Computação, 2003. p. 49-60.

MACCARI, M. Z. **Álgebra na sala de aula**: produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MACHADO, R. M. Explorando o Geoplano. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Minicurso...** Salvador: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

MAGINA, S. O computador e o ensino da matemática. **Tecnologia Educacional**, Rio de Janeiro, v. 26, n.140, p. 41-45. 1998.

MARCHESE, T. The new conversations about learning: insights from neuroscience and anthropology, cognitive science and work-place studies. In: AAHE CONFERENCE ON ASSESSMENT & QUALITY (Ed.). **Assessing impact: evidence and action**. Washington: American Association for Higher Education, 1997. p. 79-95.

MARIÑO, A. El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la geometría. **Anuário Educación Integral**, Caracas v. 3, n. 3-4, p. 49-76, 2000.

MARSANGO, J. R. **Geoplano**: uma alternativa para o ensino da Matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2410-6.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MARTINS, N. S.; SILVA, D. P. C.; AMARAL, M. A.; MENOLLI, A. L. A. Avaliação de software educacional sob a ótica do usuário. In: SEMINÁRIO DE INFORMÁTICA E TECNOLOGIA, 3., 2008, Bandeirantes. **Anais...** Bandeirantes: Universidade Estadual do Norte do Paraná, 2008. 1 CD-ROM.

MASSAGO, I.; ANDRADE, D. **O ensino de matemática**: explorando jogos que utilizam materiais didáticos manipuláveis e softwares educacionais. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/122-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MEDICI, M. **Estatístico**: organização, representação e interpretação de dados por alunos da 5ª série do ensino fundamental. 2007. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MELO, S. M. S.; NIERADKA, I. M. A.; LÜBECK, K. R. M. **Sistema de numeração decimal**: reconstrução de conceitos. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2415-8.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

MORAES, M. C. **O paradigma educacional emergente**. São Paulo: Papirus, 2003. 239 p.

MORAIS, I. Z. **Os materiais manipuláveis no ensino de matemática, com ênfase na formação de docentes**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/977-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MOREIRA, A. F. B. Os parâmetros curriculares nacionais em questão. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 21, n. 1, p. 9-22, 1996.

MOREIRA, A. F. B. A psicologia e o resto: o currículo segundo César Coll. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 100, p. 93-107, 1997.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1999. 195 p.

MOTTA, I. A. R. **Tangram**. Guratinguetá: Secretaria de Estado da Educação, 2006. Disponível em: <[http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab\\_finais/TrabalhoIvany.pdf](http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab_finais/TrabalhoIvany.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2010.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.



NATIONAL CENTRE FOR TECHNOLOGY IN EDUCATION. **Educational software**, 2008. Disponível em:  
<<http://www.ncte.ie/documents/advisesheets/21SoftwareEducationalNov08.pdf>>. Acesso em:  
26 nov. 2009.

NBR ISO/IEC 9126-1. **Engenharia de software – qualidade de produto. Parte 1 – modelo de qualidade**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003. 21 p.

NOVAK, T. C. U. N. **Geometria e origami uma combinação perfeita**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NOVAK, T. C. U. N.; PASSOS, A. M. **A utilização do origami no ensino da geometria: relatos de uma experiência**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NUERNBERG, R. N.; ANDRADE, S. V. R. **Entendendo frações: o que fazer com os denominadores na hora da soma?** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1962-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

OLIVEIRA, R. **Área, perímetro e volume**. 2001. Disponível em:  
<<http://www.redebrasil.tv.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt4.htm>>. Acesso em: 20 mai. 2010.

OLIVEIRA, C. **Generalização de áreas**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em:  
<<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/generalizacao-resultado-respeito-areas-524998.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

OLIVEIRA, A. I.; CÉSAR, M. Há operações que resultam!... A educação intercultural em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – PROFMAT, 20., 2005, Évora. **Actas...** Évora: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 3-10.

OLIVEIRA, C. C.; COSTA, J. W.; MOREIRA, M. **Ambientes informatizados de aprendizagem: produção e avaliação de software educativo**. São Paulo: Papirus, 2001. 144 p.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A.V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. **Les Technologies de L'Information: choisir les bons logiciels**. Paris: CIRE, 1989.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1988. 256 p.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. 348 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-91.

PELGRUM, W. J. Obstacles to the integration of ICT in education: results from a worldwide educational assessment. **Computers & Education**, New York, v. 37, n. 2, p. 163-178, 2001.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. São Paulo: Artmed, 2000. 162 p.

PEÇA, C. M. K.; CROCETTI, S. **Análise e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos utilizando dados interdisciplinares**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <[www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

PFLEEGER, S. L. **Software engineering: theory and practice**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 2001.

PIAGET, J. **The psychology of intelligence**. New Jersey: Littlefield Adams & Co, 1960. 182 p.

PROGRAMA NACIONAL DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO – PROINFO. Checklist. **III Encontro Nacional do PROINFO**, Pirenópolis, 1998. Disponível em: <<http://www2.uel.br/seed/nte/analisedesoftwares.html>> Acesso em: 14 dez. 2009.

RAMOS, J. L.; TEODORO, V. D.; MAIO, V. M.; CARVALHO, J. M.; FERREIRA, F. M. Sistema de avaliação, certificação e apoio à utilização de software para a educação e formação. In: \_\_\_\_\_. **Cadernos SACAUSEF I - Utilização e Avaliação de Software Educativo**. Minerva: Ministério da Educação, 2005. p. 21-44. Disponível em: <<http://www.crie.min-edu.pt/index.php?section=92>>. Acesso em: 11 jul. 2009.

RANGEL, E. O. Avaliar para melhor usar – avaliação e seleção de materiais e livros didáticos: material adequado, escolha qualificada, uso crítico. In: **Materiais didáticos: escolha e uso**. Boletim 14. Brasília: Ministério da Educação, 2005. p. 25-34.

REEVES, T. C.; HARMON, S. W. Systematic evaluation procedures for interactive multimedia for education and training. In: REISMAN, S. (Ed.). **Multimedia computing: preparing for the 21st century**. Hershey: Idea Group Publishing, 1996. p. 472-582.

REIS, E. M. **As maravilhas do origami na geometria**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

REIS, E. M.; MEDEIROS FILHO, D. A. **Origami e geometria: objeto de aprendizagem colaborativa**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-2.pdf>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

REYNOLDS, C. R.; FLETCHER-JANZEN, E. **Encyclopedia of special education: a reference for the education of children, adolescents, and adults with disabilities and other exceptional individuals**. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., v. 1, 2007. 2016 p.

RIBEIRO, I. C.; BORTOLOTTI, R. D. M. **Uma experiência com o uso do material concreto no ensino de Geometria no Distrito de Itaibó – Jequié – Bahia**, 2010. Disponível em: <[http://www.sbemba.com.br/anais\\_do\\_forum/relato\\_de\\_experiencia/RE6.pdf](http://www.sbemba.com.br/anais_do_forum/relato_de_experiencia/RE6.pdf)>. Acesso em: 20 maio 2010.

ROBLER, M. D. Why use technology in teaching? Making a case beyond research results. **Florida Technology in Education Quarterly**, Tallahassee, v. 5, n. 4, p. 7-13, 1993.

ROCHA, C. A.; PESSOA, G.; PEREIRA, J. A. A.; SILVA FILHO, J. M. O uso do geoplano para o ensino de geometria: uma abordagem através de malhas quadriculadas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. 1 CD-ROM.

RODRIGUES, A. C. **Promovendo conexão entre procedimento e conceito**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1844-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ROSA, R. A.; DIAS, F. M.; MEDEIROS, L. T.; FANTI, E. L. C. O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 3., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UFG, 2006. 1 CD-ROM.

RUHE, G. Learning software organizations. In: CHANG, S. K. (Ed.). **Handbook of software engineering and knowledge engineering**. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2001. p. 663-678.

SANTANA, O. A. T.; FERREIRA, R. C. **Usando jogos para ensinar matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_onelcy\\_aparecida\\_tiburcio\\_santana.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_onelcy_aparecida_tiburcio_santana.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SANTOS, M. L. **Matemática lúdica: o uso do Tangram**. 2007. Disponível em: <<http://www.centrorefeducacional.com.br/matludica.htm>>. Acesso em: 15 dez. 2009.

SANTOS, E. E. F.; FIGUEIRA-SAMPAIO, A. S.; CARRIJO, G. A.; MENDES, E. Evaluation methodology for logical-mathematical knowledge structures: Cognitive Structure Constructivist Educational Technology – ECoTEC. In: MacTEER, C. F. (Ed.). **Distance Education**. New York: Nova Science Publishers, 2011. p. 67-100.

SCHROCK, K. **Software evaluation form**, 2000. Disponível em:  
<<http://kathyschrock.net/1computer/page4.htm>>. Acesso em: 31 dez. 2009.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SILVA, C. R. O. **Bases pedagógicas e ergonômicas para concepção e avaliação de produtos educacionais informatizados**. 1998. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

SILVA, C. R. O. **MAEP: um método ergopedagógico interativo de avaliação para produtos educacionais informatizados**. 2002. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. O jogo Gamão e suas relações com as operações adição e subtração. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 7-14, 2005.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Dominó das Quatro Cores. In: Pro - Reitoria de graduação da UNESP (Org.). **Caderno do Núcleo de Ensino**. São Paulo: UNESP. 2004a. p. 210-215.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no ensino da matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004b.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Dominós. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 3., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UFG, 2006. 1 CD-ROM.

SILVA, K. C. O.; LEVANDOSKI, A. A. **O jogo como estratégia no processo ensino-aprendizagem matemática na 6ª série ou 7º ano**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SILVA, C. R. O.; VARGAS, C. L. S. Avaliação da qualidade de software educacional. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 19., 1999, Rio de Janeiro. **Resumos...** Rio de Janeiro: PUC-RIO/Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999. p. 214.

SIVIN-KACHALA, J.; BIALO, E. R. **Research report on the effectiveness of technology in schools**. Washington: Software and Information Industry Association, 2000. 136 p.

SOUZA, M. F. C.; PEQUENO, M. C.; CASTRO FILHO, J. A.; SOUZA, C. T. Uma metodologia de apoio à seleção de softwares educativos para o ensino de matemática. **Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa**, Badajoz, v. 3, n. 2, p. 61-83, 2004.

SQUIRES, D.; McDOUGALL, A. Software evaluation: a situated approach. **Journal of Computer Assisted Learning**, Oxford, v. 12, p. 146-161, 1996.

SQUIRES, D.; PREECE, J. Predicting quality in educational software: evaluating for learning, usability and synergy between them. **Interacting with Computers**, London, v. 11, n. 5, p. 467-483, 1999.

SQUIRES, D.; PREECE, J. Usability and learning: evaluating the potential of educational software. **Computers & Education**, New York, v. 27, n. 1, p. 15-22, 1996.

SUPERKIDS EDUCACIONAL SOFTWARE REVIEW. **Teacher evaluation Form**, 1998. Disponível em: <<http://www.superkids.com/aweb/pages/reviews/teacher.html>> Acesso em: 31 dez. 2009.

TEIXEIRA, A. Trabalho, tecnologia e educação: algumas considerações. **Cadernos do CEAS**, Salvador, n. 177, p. 25-40, set./out. 1998.

TEIXEIRA, B. B. Parâmetros curriculares nacionais, plano nacional de educação e a autonomia da escola. In: DOURADO, L. F.; PINTO, J. M. (Org.). **Anuário GT Estado e Política Educacional**. Caxambu: ANPED, 2000. p. 257-280.

THOMAZ NETO, M. O. Uma proposta para a aprendizagem de conceitos algébricos a partir do material dourado. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 1, n. 1, p. 1-6, 2005.

TIGGEMAN, I. S.; BOBADILHA, K.; MARQUES, M. C. B.; ALMEIDA, S. T.; BARBOSA, R. M. Papel de pontos: quais ou quantos I segmentos e triângulos em rede 3x3. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2006.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Projeto PEDACTICE**, 1998. Disponível em: <<http://www2.fpce.ul.pt/projectos/pedactice/>>. Acesso em: 31 dez. 2009.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ. **Checklist FALM**, 2008. Disponível em: <<http://www.ffalm.br/>>. Acesso em: 10 set. 2009.

VALENTE, J. A. Por que o computador na educação? In: VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP, 1993a. p. 24-44.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. In: VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP, 1993b. p. 1-23.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. **Revista Pátio**, Porto Alegre, n. 1, p.19-21, 1997.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999. 156 p.

VALENZUELA, S. T. F.; GRECCO, A. M. V.; SOUZA, S. R. O. O uso de softwares na prática pedagógica dos professores de matemática: relato de experiência. **Revista de Educação**, Itatiba, v. 12, n. 13, p. 119-124, 2009.

VASQUES, R. M. C.; GERÔNIMO, J. R. **Abordando o ensino de medidas com o uso do laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2211-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VENTURA, A.; VICENTE, A. **O ensino da geometria com o uso das embalagens**.

Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:

<[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_aldenir\\_ventura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_aldenir_ventura.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VERSA, I.; SOUZA, J. R. **Uso de material didático manipulável (material concreto) no estudo da geometria métrica espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1953-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VIEIRA, F. M. S. Avaliação de software educativo: reflexões para uma análise criteriosa.

**Rede de Educação e Tecnologia**, Campinas, 2002. Disponível em:

<<http://edutec.net/Textos/Alia/MISC/edmagali2.htm>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

WASELFISZ, J. J. **Lápis, borracha e teclado: tecnologia da informação na educação**. Brasília: RITLA/Instituto Sangari/MEC, 2007. 110 p.

WARREN, E.; COOPER, T. J. Young children's ability to use the balance strategy to solve for unknowns. **Mathematics Education Research Journal**, Geelong, v. 17, n. 1, p. 58-72, 2005.

WHITE-CLARK, R.; DICARLO, M.; GILCHRIEST, S. N. "Guide on the side": an instructional approach to meet mathematics standard. **The High School Journal**, Baltimore, v. 91, n. 4, p. 40-44, 2008.

WILLIAMS, D.; COLES, L.; WILSON, K.; RICHARDSON, A.; TUSON, J. Teachers and ICT: current use and future needs. **British Journal of Educational Technology**, London, v. 31, n. 4, p. 307-320, 2000.

YUSHAU, B.; BOKHARI, M. A.; WESSELS, D. C. J. Computer aided learning of mathematics: software evaluation. **Mathematics and Computer Education**, New York, v. 38, n. 2, p. 165-82, 2004.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Madrid, n. 11, p. 79-97, 2007.

## CAPÍTULO 2

### **Identificação de requisitos pedagógicos para software educativos de matemática em práticas com materiais concretos**

#### **2.1 RESUMO**

A prática pedagógica corresponde aos modos de ação docente. Atualmente muitas práticas têm como suporte teórico o construtivismo. Piaget afirma que o processo de construção do conhecimento é contínuo e inicia-se com ações concretas. Assim, é comum a utilização de materiais concretos para apoiar a aprendizagem de crianças em idade escolar. No entanto, hoje os software também auxiliam no processo de ensino e aprendizagem. O mercado de produto de software tem desenvolvido software educativos destinados à educação matemática. Dentre as etapas para a conclusão de um produto de software encontra-se a especificação de requisitos. Para software educativos, esta etapa requer atenção para os requisitos pedagógicos. Neste contexto, o objetivo do trabalho foi construir uma base de dados com requisitos pedagógicos específicos para o desenvolvimento de software educativos em função das práticas pedagógicas com materiais concretos. A pesquisa tem caráter exploratório e bibliográfico. Foi desenvolvida com base em materiais bibliográficos escolhidos por julgamento e direcionada ao ensino fundamental do 6º ao 9º ano. A base de dados foi fragmentada com base nos conteúdos abordados nos quatro blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Os resultados apontam para um total de 27 requisitos para “Números e Operações”; 29 para “Espaço e Forma”; 23 requisitos pedagógicos para “Grandezas e Medidas” e seis para os conteúdos do “Tratamento da Informação”. Sendo que um mesmo requisito pode contemplar mais de um bloco temático. A riqueza de características inerentes às práticas pedagógicas com materiais concretos permitiu a criação de uma base de dados consistente com a realidade, linguagem e necessidades dos professores de matemática. A base de dados serve de apoio a desenvolvedores e avaliadores de software educativos, podendo inclusive ser utilizada para a elaboração do documento na etapa da especificação de requisitos.

**Palavras-chave:** materiais concretos, matemática, requisitos pedagógicos

## **Identifying educational requirements for mathematics educational software in practices employing concrete materials**

### **2.2 ABSTRACT**

Educational practices are defined by teaching methods. Currently, many practices are supported by constructivist theory. Piaget states that the process of building knowledge is ongoing and begins with hands-on activities. Thus, it is common to use concrete materials in the education of school children. Today, software is also used to assist the teaching and learning process and some of this software is specific to mathematics education. One of the steps in software development is requirements specification. For educational software, this step must include educational requirements. Thus, the objective of this study was to build a database of specific educational requirements needed for the development of educational software for teaching practices that employ concrete materials. The research was exploratory and literature based and focused on 6<sup>th</sup> to 9<sup>th</sup> grade education. The database was partitioned based on the content covered in the four thematic groups of the Brazilian National Curriculum. The results of this study point to a total of twenty-seven educational requirements for the subject of "Numbers and Operations", twenty-nine for "Space and Shape", twenty-three for "Quantities and Measurements" and six for "Data Processing". It should be noted that some requirements may be included in more than one thematic group. The wealth of features inherent in teaching practices that employ concrete materials led to the creation of a database that was consistent with the reality, language and needs of mathematics teachers. The database supports developers and evaluators of educational software and can even be used in the requirements specification stage of software development.

**Keywords:** concrete materials, mathematics, educational requirements



## 2.3 INTRODUÇÃO

Desde a década de 80, muitas pesquisas têm sido desenvolvidas com o intuito de investigar o uso da informática e seu impacto no ensino e aprendizagem matemática (BURNS; BOZEMAN, 1981; KULIK; KULIK, 1985; COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; COX, 1997; SIVIN-KACHALA; BIALO, 2000; CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY, 2001; KULIK, 2002; ARTIGUE, 2002; YUSHAU; BOKHARI; WESSELS, 2004; VALENZUELA; GRECCO; SOUZA, 2009). E o mercado de produto de software tem desenvolvido e disponibilizado vários software educativos destinados, exclusivamente, para educação matemática (VALENZUELA; GRECCO; SOUZA, 2009).

Um produto de software passa por várias etapas até sua conclusão final (PRESSMAN, 1988; SOMMERVILLE, 2000). Dentre as etapas encontra-se a especificação de requisitos. Para produtos de software educativo, além dos requisitos técnicos tradicionais, a especificação de requisitos requer atenção para o que denominamos de requisitos pedagógicos. Estes requisitos envolvem aspectos didáticos, curriculares e de aprendizagem, muitas vezes subjetivos, designados à construção e à aquisição de novos conhecimentos.

Embora o contato direto dos desenvolvedores de software com os usuários-clientes por meio da entrevista seja uma maneira eficaz para obter os requisitos (DAVEY; COPE, 2008), a linguagem natural dos usuários e professores na descrição dos requisitos pedagógicos pode gerar confusão e não ser interpretada corretamente pelos desenvolvedores de software, uma vez que tais descrições estão diretamente relacionadas à área educacional. E a linguagem técnica dos desenvolvedores de software com termos e conceitos pouco habituais para os professores de matemática pode gerar requisitos incorretos ou incompletos.

Além disso, a utilização do contato direto pode gerar um software específico, para a realidade singular do usuário, o que seria um problema para o desenvolvedor. Pelo lado do usuário, muitos dos software gerados e disponíveis não atendem as necessidades dos educadores, pois os software generalizados muitas vezes não contemplam os requisitos mínimos necessários para o desenvolvimento das práticas matemáticas.

Diante desta problemática, as práticas pedagógicas de matemática com materiais didáticos concretos podem sim contribuir para a especificação dos requisitos pedagógicos para os software educativos. As práticas fornecem uma série de atividades com ações e procedimentos que são adotados para a construção do conhecimento matemático.

A prática pedagógica corresponde aos modos de ação docente. O modelo de ação está associado com as concepções teóricas a respeito de como o aluno aprende. Atualmente muitas práticas têm como suporte teórico o construtivismo. Por esta ótica, a prática pedagógica consiste na organização de situações onde o aprendiz construirá conhecimento (PAPERT, 1994). Nesta logística, o educador seleciona os recursos e os métodos para se alcançar os objetivos propostos.

Na teoria de estágios, Piaget afirma que o processo de construção do conhecimento é contínuo e inicia-se com ações concretas (FLAVELL, 1963). Assim, é comum a utilização de materiais concretos para apoiar a aprendizagem de crianças em idade escolar. Neste sentido, os artefatos das práticas pedagógicas se tornam eficientes e relevantes devido a sua utilização em atividades específicas (MEIRA, 1995), uma vez que um mesmo artefato atende diferentes situações de ensino. Particularmente na matemática, estes materiais são considerados úteis, poderosos e eficazes para resolver problemas do processo de ensino (BUSSI; BONI, 2003).

O governo brasileiro, durante a década de 1990, iniciou a elaboração de uma proposta de reorientação curricular para a educação. Em 1998, foi publicada pelo Ministério da Educação – MEC, a versão final dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, tendo como fundamento a concepção construtivista. Os PCN agrupam os conteúdos de matemática em quatro blocos temáticos denominados de (1) Números e Operações; (2) Espaço e Forma; (3) Grandezas e Medidas; e (4) Tratamento da Informação (BRASIL, 1998). O agrupamento dos conteúdos matemáticos em categorias representa os objetivos dos educadores brasileiros em desenvolver os pensamentos numérico, algébrico e geométrico, bem como competência métrica, raciocínio proporcional, estatístico, probabilístico e combinatório. Estes objetivos devem ser considerados nas situações de aprendizagem ou práticas de ensino, com a utilização ou não de software educativos como recurso didático.

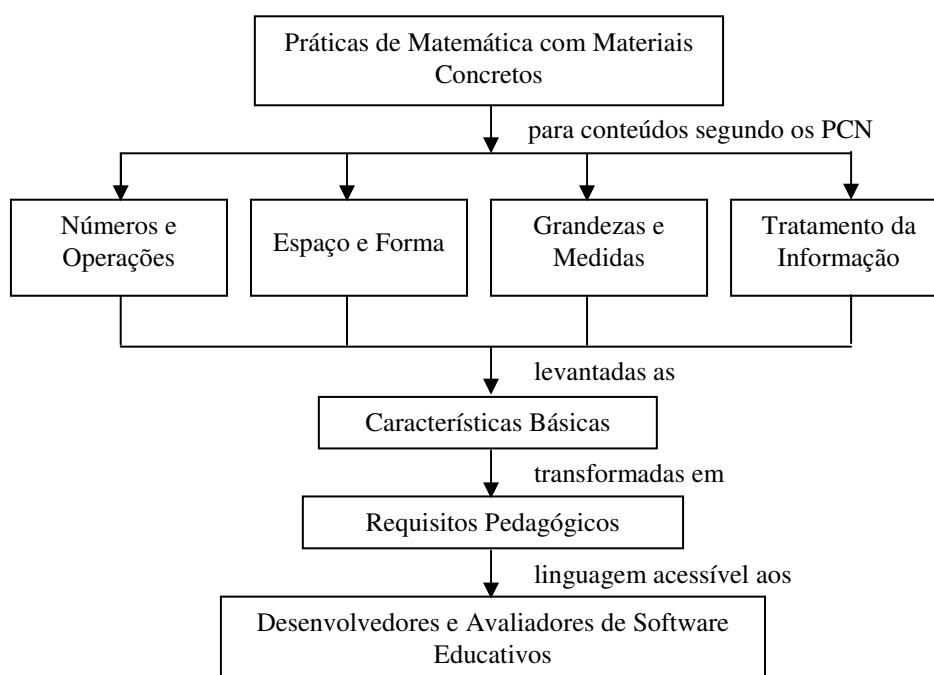
Neste contexto, o objetivo do trabalho foi construir uma base de dados com requisitos pedagógicos considerando as práticas pedagógicas com materiais concretos para contribuir com o desenvolvimento de software educativos de matemática.

## 2.4 MATERIAL E MÉTODOS

A pesquisa tem caráter exploratório e se constitui em uma pesquisa bibliográfica. Foi desenvolvida com base em materiais bibliográficos já elaborados, constituídos principalmente de trabalhos e artigos científicos. A escolha do material bibliográfico se constitui em uma amostra por julgamento. Foi utilizado para a composição da amostra todo material acessível na internet, em bases de dados online e periódicos impressos. A busca foi direcionada às práticas pedagógicas com materiais concretos para conteúdos que contemplam o ensino fundamental do 6º ao 9º ano com alunos entre 11 e 14 anos de idade.

Após a seleção do material bibliográfico, as referências foram separadas e catalogadas em função dos quatro blocos temáticos propostos pelos PCN: (1) Números e Operações; (2) Espaço e Forma; (3) Grandezas e Medidas; e (4) Tratamento da Informação. Das atividades desenvolvidas pelos educadores foi extraído um conjunto de características básicas com base nas estratégias pedagógicas adotadas para os conteúdos de cada bloco temático. Algumas características foram agrupadas em função da similaridade. Para cada característica ou grupo de características foi determinado um requisito pedagógico (Figura 1).

Figura 1 – Modelo da pesquisa para a criação da base de dados dos requisitos pedagógicos de matemática para software educativos



Fonte: Elaborado pela autora.

Para a identificação dos requisitos pedagógicos foi adotado a nomenclatura  $R_{i-j}$ , onde R se refere a primeira letra maiúscula da palavra “requisito”;  $i$  é o identificador do bloco temático segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais sendo 1 = Números e Operações, 2 = Espaço e Forma, 3 = Grandezas e Medidas e 4 = Tratamento da Informação; e  $j$  é o identificador numérico do requisito. A sequência numérica do requisito não tem relação com o grau de importância para os conteúdos matemáticos.

## 2.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi possível verificar que um mesmo material concreto é indicado em diversas práticas pedagógicas e geralmente atende mais de um bloco temático dos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática (LEIVAS, 2000; PASSOS, 2000; OLIVEIRA, 2001; MACHADO, 2004; SILVA; KODAMA, 2004a, 2004b; NACARATO, 2005; SILVA; BRENELLI, 2005; ROSA et al., 2006; TIGGEMAN et al., 2006; ANGELI; NOGUEIRA, 2007; BULLA; GERÔNIMO, 2007; LAMAS et al., 2007; VENTURA; VICENTE, 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; MARSANGO, 2008; REIS, 2008; BIGODE, 2010; BRITO; SANTOS, 2010).

### 2.5.1 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Números e Operações”

Para conteúdos do bloco temático “Números e Operações”, ao analisar na literatura a forma que professores utilizam os materiais concretos nas práticas pedagógicas de matemática e as particularidades destes materiais, foi possível identificar 27 requisitos pedagógicos (Quadro 1). O desenvolvimento de software educativos com base nos requisitos pedagógicos de práticas já conhecidas por professores pode contribuir para que o medo e os problemas técnicos responsáveis pela resistência em incorporar a informática em sala de aula (ERTMER et al., 1999) sejam amenizados. A estrutura do ambiente de software é projetada numa realidade conhecida por professores de matemática e próxima da teoria de aprendizagem construtivista.

Quadro 1 – Requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o bloco temático “Números e Operações”

|                        | Requisitos Pedagógicos   | Materiais Concretos                |
|------------------------|--|------------------------------------|
| <b>R<sub>1-1</sub></b> | Apresentar objetos/figuras em diferentes configurações:<br>(a) Apresentar objetos em diferentes formatos<br>(b) Apresentar objetos em diferentes tamanhos<br>(c) Representação dos objetos semelhantes ao mundo real | Algeplan<br>Embalagens Cilíndricas |
| <b>R<sub>1-2</sub></b> | Apresentar situações matemáticas de desequilíbrio e equilíbrio   | Balança de Dois Pratos             |

... continua ...

Quadro 1, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>  |
|-------------------------|---|---|
| <b>R<sub>1-3</sub></b>  | Colorir ou preencher com cores as áreas/partes de um todo:<br>(a) Colorir/preencher diferentes áreas/partes<br>(b) Utilizar cores diferenciadas para as áreas/partes<br>(c) Permitir a representação do preenchimento dos objetos/figuras   | Caixa de ovos<br>Discos<br>Embalagens Cilíndricas<br>Papel Quadriculado   |
| <b>R<sub>1-4</sub></b>  | Decompor os objetos/figuras em partes iguais  | Cubo Mágico<br>Discos<br>Dobradura<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado  |
| <b>R<sub>1-5</sub></b>  | Distribuir o conteúdo interno de um objeto/figura em outros objetos   | Embalagens Cilíndricas  |
| <b>R<sub>1-6</sub></b>  | Estabelecer convenções para os símbolos positivo, negativo e zero em função da direção que o objeto/figura se movimenta no plano  | Termômetro Maluco   |
| <b>R<sub>1-7</sub></b>  | Estabelecer convenções entre características dos objetos/figuras e seus valores numéricos:<br>(a) Entre a cor do objeto e o seu valor numérico<br>(b) Entre a posição do objeto e o seu valor numérico<br>(c) Entre a quantidade objetos e o seu valor numérico<br>(d) Entre o formato do objeto e o seu valor numérico<br>(e) Entre o tamanho do objeto e o seu valor numérico | Ábaco<br>Algeplan<br>Balança de Dois Pratos<br>Escala Cuisenaire<br>Material Dourado<br>Tangram   |
| <b>R<sub>1-8</sub></b>  | Estabelecer convenções entre o agrupamento ou a retirada dos objetos/figuras e as operações matemáticas   | Escala Cuisenaire   |
| <b>R<sub>1-9</sub></b>  | Estabelecer convenções para números inteiros negativos (por exemplo, cor "a") e positivos (por exemplo, cor "b")  | Algeplan<br>Fichas Coloridas  |
| <b>R<sub>1-10</sub></b> | Montar/modelar as expressões matemáticas:<br>(a) Diferentes maneiras de representar as expressões matemáticas<br>(b) Apresentar as expressões matemáticas   | Algeplan<br>Balança de Dois Pratos<br>Dominó da Tabuada<br>Dominó da Raiz Quadrada<br>Dominó Matemático<br>Dominó<br>Escala Cuisenaire<br>Fichas Coloridas<br>Discos<br>Papel Quadriculado<br>Tangram   |
| <b>R<sub>1-11</sub></b> | Mover os objetos/figuras na horizontal, vertical e diagonal   | Ábaco<br>Algeplan<br>Balança de Dois Pratos<br>Cubo Mágico<br>Discos<br>Dobradura<br>Dominó da Tabuada<br>Dominó da Raiz Quadrada<br>Escala Cuisenaire<br>Fichas Coloridas<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Tangram |

... continua ...

Quadro 1, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>   |
|-------------------------|---|--|
| <b>R<sub>1-12</sub></b> | Permitir a comparação das partes com o todo   | Escala Cuisenaire  |
| <b>R<sub>1-13</sub></b> | Permitir a escolha de um símbolo para os valores desconhecidos  | Balança de Dois Pratos   |
| <b>R<sub>1-14</sub></b> | Permitir a realização de operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação, divisão) para estabelecer a posição do objeto/figura no plano   | Dominó Matemático<br>Tabuleiro com Números Negativos<br>Termômetro Maluco  |
| <b>R<sub>1-15</sub></b> | Permitir marcar ou riscar os objetos/figuras:<br>(a) Marcar/riscar os objetos como representação de partes<br>(b) Marcar/riscar os objetos em partes iguais   | Discos<br>Papel Cartão   |
| <b>R<sub>1-16</sub></b> | Permitir substituir agrupamento de objetos/figuras mantendo sua representação numérica:<br>(a) Substituir determinado agrupamento por objetos que mantenha seu valor numérico (por exemplo: dez unidades formam uma dezena, dez dezenas formam uma centena)<br>(b) Trabalhar agrupamentos por dezena, centena, milhar                                 | Ábaco<br>Material Dourado  |
| <b>R<sub>1-17</sub></b> | Recobrir objetos/figuras com outras figuras sem que estas se sobreponham  | Papel Cartão<br>Dominó das Quatro Cores  |
| <b>R<sub>1-18</sub></b> | Reconfigurar os objetos/figuras a partir da justaposição:<br>(a) Justaposição de objetos<br>(b) Reagrupar as partes dos objetos   | Algeplan<br>Cubo Mágico<br>Discos<br>Dobradura<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado   |
| <b>R<sub>1-19</sub></b> | Relacionar a quantidade de preenchimento dos objetos/figuras:<br>(a) Permitir relacionar a quantidade do preenchimento de um objeto com o preenchimento de outros objetos<br>(b) Relacionar a quantidade do preenchimento com o resultado na representação graduada<br>(c) Permitir diferentes identificações para o preenchimento (líquido e sólido) | Embalagens Cilíndricas   |
| <b>R<sub>1-20</sub></b> | Representação graduada nos objetos/figuras  | Embalagens Cilíndricas   |
| <b>R<sub>1-21</sub></b> | Representar uma quantidade em diferentes combinações (por exemplo, $1+6=2+5=3+4$ )  | Escala Cuisenaire  |
| <b>R<sub>1-22</sub></b> | Representar quantidades ou expressões matemáticas com objetos/figuras:<br>(a) Representar quantidades/expressões /símbolos literais a partir da composição de objetos/figuras<br>(b) Representar quantidades/expressões/símbolos literais nos objetos/figuras   | Ábaco<br>Algeplan<br>Balança de Dois Pratos<br>Discos<br>Dominó da Raiz Quadrada<br>Dominó da Tabuada<br>Dominó Matemático<br>Dominó<br>Escala Cuisenaire<br>Fichas Coloridas<br>Papel Quadriculado<br>Tangram |
| <b>R<sub>1-23</sub></b> | Rotacionar os objetos/figuras   | Discos<br>Papel Cartão   |

... continua ...

Quadro 1, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>  | <b>Materiais Concretos</b>   |
|-------------------------|--|--|
| <b>R<sub>1-24</sub></b> | Tornar claro e acessível as regras para a resolução da atividade   | Algeplan<br>Balança de Dois Pratos<br>Bingo da Potenciação<br>Dominó da Raiz Quadrada<br>Dominó da Tabuada<br>Dominó Matemático<br>Dominó<br>Eu Sei!<br>Gamão<br>Material Dourado<br>Matix<br>Papel Cartão<br>Soma Zero<br>Tabuleiro com Números Negativo<br>Termômetro Maluco |
| <b>R<sub>1-25</sub></b> | Trabalhar em uma malha quadriculada  | Caixa de ovos<br>Papel Quadriculado  |
| <b>R<sub>1-26</sub></b> | Variar o nível de dificuldades das atividades:<br>(a) Trabalhar com diferentes expoentes ao mesmo tempo<br>(b) Trabalhar um único expoente<br>(c) Variação no grau de dificuldades das atividades propostas (da mais simples para a mais complexa) | Balança de Dois Pratos<br>Bingo da Potenciação<br>Papel Cartão   |
| <b>R<sub>1-27</sub></b> | Visualizar vários objetos/figuras no mesmo plano   | Embalagens Cilíndricas   |

Fonte: Dados da pesquisa.

O sistema de numeração apresenta características estruturais. A base de um sistema de numeração se refere à quantidade de elementos em cada agrupamento realizado para efetuar a contagem. Assim, no sistema de numeração decimal – SND o agrupamento dos elementos é feito de dez em dez sendo denominado de base 10 e utilizam-se os algarismos indo-arábicos, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 para representar qualquer quantidade. O SND é posicional, dependendo da posição que o algarismo ocupa no numeral, o mesmo representa valores relativos diferentes. No SND o algarismo zero é utilizado para indicar a ausência de agrupamentos em uma determinada ordem. Por fim, o SND é multiplicativo, um algarismo escrito à esquerda de outro vale dez vezes o valor posicional que teria se tivesse ocupando a posição deste outro. A compreensão das características do sistema de numeração é importante tanto para a representação das quantidades quanto para a construção das técnicas operatórias com estas quantidades.

Diante disso, a convenção entre a posição e a quantidade dos objetos/figuras e seus valores numéricos (R<sub>1-7</sub>) e a possibilidade de substituir o agrupamento de objetos/figuras e manter sua representação numérica (R<sub>1-16</sub>) favorecem a construção mental dos princípios e das



propriedades do sistema de numeração decimal permitindo a representação de quantidades por meio dos algarismos. A presença desses requisitos permite que os alunos compreendam o princípio da posição do algarismo e a estrutura de agrupamentos e de trocas no sistema de numeração decimal contribuindo para o entendimento das técnicas operatórias das operações básicas com os números. Os autores Deneca (2008), Rodrigues (2008), Moraes (2008) e Armendariz e Almeida (2009) utilizaram de práticas com tais requisitos para demonstrar aos alunos a representação quantitativa dos numerais e o significado do “vai um” no algoritmo da adição quando se obtém um resultado maior do que nove em uma determinada ordem. Rodrigues (2008) também demonstrou a técnica da decomposição (“pedir emprestado”) para o algoritmo da subtração explorando a transformação inversa da adição.

Em algumas propostas (NACARATO, 2005; DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; MELO; NIERADKA; LÜBECK, 2008; RODRIGUES; 2008) os requisitos  $R_{1-7}$  e  $R_{1-16}$  foram adotados para trabalhar a representação posicional das três ordens do sistema de numeração: unidade, dezena e centena na classe das unidades simples e na classe dos milhares. Uma vez que, dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

Ao utilizar objetos/figuras para representar os agrupamentos e reagrupamentos mantendo a representação numérica apresentada ( $R_{1-16}$ ), Melo, Nieradka e Lübeck (2008) aproveitaram para substituir o termo “emprestar” utilizado erroneamente no procedimento de subtração pelo termo “troca”. A justificativa para esta substituição é que “emprestar” nos leva a entender que se deve devolver algo, o que não ocorre. Os alunos conseguiram entender a técnica da decomposição e “troca” pelas ações lúdicas de agrupar, reagrupar e trocar, que são características próprias do sistema de numeração decimal.

A quantificação de elementos é feita pelo conjunto dos números naturais ( $N$ ). Este conjunto numérico inicia-se em zero e é infinito. Com a ampliação do conjunto dos números naturais surgiu o conjunto dos números inteiros ( $Z$ ) que é formado por números inteiros positivos, negativos e pelo número zero. Todo número inteiro tem um único número oposto, com exceção do número zero cujo oposto é ele mesmo. A representação dos números opostos difere apenas pelo sinal positivo (+) ou negativo (-) mantendo o mesmo valor absoluto (valor do número sem a consideração do sinal).

O conceito de números opostos é utilizado nas práticas pedagógicas para a construção do conhecimento matemático que envolve as operações de adição e subtração dos números inteiros. As convenções estabelecidas por meio das cores dos objetos/figuras ( $R_{1-9}$ ) ou pela direção que os objetos/figuras se movimentam no plano ( $R_{1-6}$ ) para números inteiros

positivos, negativos e o número zero permite trabalhar com as representações numéricas. Nas atividades que envolvem cores representativas dos objetos/figuras o aluno faz a associação de sinais positivos e negativos cancelando ou simplificando os objetos/figuras que representam números opostos (MASSAGO; ANDRADE, 2007; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009). E pela direção do movimento dos objetos/figuras no plano é possível representar os números inteiros em uma reta numérica e trabalhar a indicação de maior que ( $>$ ), menor que ( $<$ ), igual ( $=$ ) e números opostos com os valores apresentados (BARBOSA; CARVALHO, 2008; SILVA; LEVANDOSKI, 2008) criando inúmeras estratégias para auxiliar na compreensão do significado das operações com números inteiros.

Algumas práticas com números inteiros exigem a aplicação dos conceitos das operações matemáticas para se estabelecer a posição do objeto/figura no plano ( $R_{1-14}$ ). O objetivo é justamente associar o resultado final das operações matemáticas às posições de objetos no plano. De acordo com as atividades propostas por Silva e Levandoski (2008), a posição do objeto/figura no plano foi estabelecida pelo encaixe de expressões numéricas diferentes representadas nos objetos/figuras, mas com valores numéricos iguais, em função do resultado das operações efetuadas; ou por meio de instruções repassadas aos alunos para que o resultado das operações fosse utilizado para o movimento e a posição dos objetos/figuras.

Com a necessidade de representar partes de um inteiro surge o conjunto dos números racionais. O conjunto dos números inteiros ( $Z$ ) é um subconjunto do conjunto dos números racionais ( $Q$ ). Todo número inteiro é um número racional, ou seja, pode ser escrito na forma fracionária. De acordo com Brasil (1998), além dos significados como quociente e operador, as frações também representam razões entre números inteiros e a relação parte todo.

Algumas estratégias para o estudo dos números racionais iniciam-se pela construção do conceito de frações enquanto relação parte todo ampliando o conceito de número. Com este objetivo muitas práticas pedagógicas utilizam de uma malha quadriculada ( $R_{1-25}$ ) ou de objetos/figuras em diferentes configurações de tamanho e formato ( $R_{1-1}$ ) permitindo que os alunos marquem/risquem os objetos/figuras ( $R_{1-15}$ ) ou coloram/preenchem as partes dos objetos/figuras a serem consideradas ( $R_{1-3}$ ) (SANTANA; FERREIRA, 2007; FERNANDES, 2008; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; MORAIS, 2008; LEÃO, 2009). Com estas práticas pode-se desenvolver a leitura de frações a partir do denominador; compreender o significado dos numeradores e dos denominadores da forma fracionária; comparar frações com a unidade e entre si; visualizar frações equivalentes e compreender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com frações. Portanto, os requisitos  $R_{1-1}$ ,  $R_{1-3}$ ,  $R_{1-15}$ , e  $R_{1-25}$  atribuem significado ao estudo das frações.

Neste sentido, para atribuir significados às operações de multiplicação e divisão com frações, Leão (2009) pediu aos alunos que tomassem vários objetos/figuras ( $R_{1-27}$ ) em diferentes tamanhos e semelhantes ao mundo real ( $R_{1-1}$ ) e distribuíssem o conteúdo interno de um objeto/figura em outros objetos ( $R_{1-5}$ ) para a visualização do resultado do algoritmo das operações estudadas.

A possibilidade de recobrir objetos/figuras com outras figuras sem que estas se sobreponham ( $R_{1-17}$ ) foi adotada por Silva e Kodama (2004a) e Sclaro (2008) para reforçar o trabalho com frações equivalentes e as operações de adição e subtração de frações; e por Leão (2009) para fazer comparações das frações com a unidade.

Para Leonardi e Gerônimo (2008), além do requisito de recobrir objetos/figuras ( $R_{1-17}$ ), a decomposição de objetos/figuras em partes iguais ( $R_{1-4}$ ) e a reconfiguração dos objetos a partir da justaposição ( $R_{1-18}$ ) permitem o trabalho com operações de adição com frações de mesmo denominador e com denominadores diferentes. De acordo com Nuernberg e Andrade (2008), a decomposição também favorece a visualização da relação parte-todo e a comparação de frações, sendo que ao permitir a comparação do objeto/figura que representa o todo com as partes ( $R_{1-12}$ ) há uma visualização dos números na forma fracionária e das operações básicas.

Além da estratégia de decompor objetos/figuras ( $R_{1-4}$ ), Fernandes (2008) e Leão (2009) propõem uma relação entre o preenchimento das partes de objetos/figuras ( $R_{1-19}$ ) e o todo. O valor numérico do preenchimento é identificado pela representação graduada nestes objetos/figuras ( $R_{1-20}$ ). Estes requisitos auxiliaram para a compreensão das operações de multiplicação e divisão.

Apesar dos Parâmetros Curriculares Nacionais não abordarem o ensino de expressões matemáticas (BRASIL, 1998), o conteúdo é ministrado em sala de aula e práticas pedagógicas com materiais concretos (ROSA et al., 2006; SILVA; KODAMA, 2006; FANTI et al., 2008a, 2008b; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008). O conteúdo é introduzido para integrar o saber aritmético e algébrico. Embora para Carraher et al. (2006) não seja necessário um período de transição da aritmética para o ensino de álgebra, as propostas pedagógicas trabalham as expressões numéricas ao ensinarem as operações com números naturais e, posteriormente, as expressões algébricas. As expressões numéricas trabalham com números, operações e símbolos gráficos como colchetes e parênteses; enquanto que as expressões algébricas envolvem letras chamadas de variáveis que representam números desconhecidos. O estudo da álgebra desenvolve a capacidade de generalização nos alunos favorecendo a resolução de situações-problema.

Em algumas práticas pedagógicas foi sugerida a montagem ou modelagem de

expressões matemáticas ( $R_{1-10}$ ) a partir da composição de objetos/figuras que representam quantidades, expressões ou símbolos literais ( $R_{1-22}$ ) formando assim sequências de operações para trabalhar as expressões numéricas (SILVA; KODAMA, 2006) e as expressões algébricas (ROSA et al., 2006; FANTI et al., 2008a; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008). Na proposta de Silva e Kodama (2006), os alunos deveriam apresentar expressões numéricas de mesmo resultado sendo permitidas operações distintas como adição e subtração para se chegar ao resultado. Enquanto Ferreira e Nogueira (2008) apenas disponibilizaram e distribuíram diferentes expressões numéricas ( $R_{1-10}$ ) para que os alunos resolvessem e apresentassem o resultado final. Em Rosa et al. (2006) e Fanti et al. (2008a), os alunos precisaram identificar quais e quantos objetos/figuras são necessários para compor cada parcela ou termo e agrupá-los formando a expressão algébrica correspondente. Uma vez que, os objetos/figuras eram disponíveis em diferentes configurações de tamanho e formato ( $R_{1-1}$ ) e estas características estabeleciam seus valores numéricos ou símbolos literais ( $R_{1-7}$ ).

Nos materiais de apoio utilizados em práticas matemáticas para o conteúdo de fatoração também são adotados objetos/figuras em diferentes configurações ( $R_{1-1}$ ) e convenções por meio de cores para números positivos e negativos ( $R_{1-9}$ ). De posse destes requisitos é possível representar quantidades ou expressões ( $R_{1-22}$ ) por meio de objetos/figuras cujas áreas correspondem às expressões algébricas ( $R_{10}$ ). Pela manipulação dos objetos/figuras, os alunos simplificam as expressões escrevendo-as na forma de um produto de expressões mais simples, ou seja, a fatoração desejada (ROSA et al., 2006; FANTI et al., 2008a).

A igualdade entre duas expressões matemáticas é uma equação. As equações representadas sob a forma  $ax + b = 0$  são denominadas equações do primeiro grau, em que “a” e “b” são constantes reais e coeficientes das equações, “a” é diferente de zero e “x” é o termo desconhecido. Para introduzir o conteúdo das equações do 1º grau, as práticas sugerem a utilização de balanças de dois pratos retratando situações de equilíbrio e desequilíbrio ( $R_{1-2}$ ) e símbolos diferentes para a representação dos valores desconhecidos ( $R_{1-13}$ ), além dos requisitos  $R_{1-7}$ ,  $R_{1-10}$ ,  $R_{1-22}$  já mencionados (WARREN; COOPER, 2005; GARDETE; CÉSAR, 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009). Dessa forma, os alunos podem compreender a equivalência entre as expressões indicadas nos dois membros percebendo que, neste caso, o sinal de igual não é um símbolo para a obtenção de resultados.

A potenciação ou exponenciação é uma forma de representar os fatores de uma multiplicação quando os fatores são iguais. A base é representada pelo número que se repete

como fator e o expoente define quantas vezes a base será multiplicada por ela mesma. De acordo com Antonio e Andrade (2008) os alunos erram o cálculo da potenciação pela falta de domínio da tabuada e/ou do mecanismo da multiplicação. É importante variar o nível de dificuldades da atividade ( $R_{1-26}$ ) trabalhando um único expoente e, posteriormente, diferentes expoentes ao mesmo tempo. Dessa forma, o aluno tem tempo para assimilar o conceito de potenciação relembrando a tabuada e o algoritmo da multiplicação.

A radiciação é a operação matemática inversa à potenciação. Antonio e Andrade (2008) introduziram o conceito de radiciação com a abordagem da raiz quadrada de um número inteiro utilizando uma malha quadriculada ( $R_{1-25}$ ) para os alunos colorirem as áreas/partes do todo ( $R_{1-3}$ ). Com isso, os alunos foram formando quadrados e verificando que a medida do lado desses quadrados representa a raiz quadrada do número que corresponde à quantidade total de partes que foi colorida.

O conceito de função está ligado a situações que envolvem a relação entre duas grandezas variáveis. É comum chamar uma das grandezas de “x”, variável independente e a outra de “y”, variável dependente. A interdependência entre essas grandezas pode ser representada de forma algébrica, gráfica ou ainda por diagramas. Na forma algébrica utilizam-se as variáveis “x” e “y” para escrever uma expressão algébrica, uma lei, ou uma fórmula que representa a interdependência. É possível substituir as variáveis “x” e/ou “y” por valores numéricos e efetuar cálculos numéricos. A representação da função na forma gráfica utiliza o sistema de coordenadas cartesianas. Pelo Diagrama de Venn, os valores da variável independente “x” e da variável dependente “y” são agrupados em curvas fechadas simples e a relação entre as variáveis é representada por setas. Qualquer uma das representações permite acompanhar a evolução das variáveis “x” e “y”. Muitas situações cotidianas podem ser descritas por funções matemáticas. Assim, é preciso criar estratégias para a construção deste conceito.

Estima e Guirado (2009) envolveram materiais concretos para a introdução de funções. Os autores apresentaram objetos/figuras em diferentes tamanhos, formatos e semelhantes ao mundo real ( $R_{1-1}$ ) e pediram aos alunos para preenchessem os objetos/figuras ( $R_{1-3}$ ) gradativamente com o auxílio de diferentes identificações de preenchimento ( $R_{1-19}$ ) que representavam a variável independente e dependente. Os alunos deveriam deduzir uma relação entre as variáveis pela representação graduada ( $R_{1-20}$ ) do preenchimento dos objetos/figuras e construir o gráfico desta relação. Os dados plotados no gráfico ajudaram os alunos a comprovarem a obtenção da forma algébrica.

Foi possível observar que muitas das práticas pedagógicas com materiais concretos

permitem que os alunos desenvolvam ações investigativas para a solução de situações-problema por meio do movimento de objetos/figuras tanto na horizontal e na vertical quanto na diagonal ( $R_{1-11}$ ) (OLIVEIRA, 2001; NACARATO, 2005; WARREN; COOPER, 2005; GARDETE; CÉSAR, 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; MASSAGO; ANDRADE, 2007; ROSA et al., 2006; ANTONIO; ANDRADE, 2008; DENECA, 2008; FANTI et al., 2008a; FERNANDES, 2008; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008; NUERNBERG; ANDRADE, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; MELO; NIERADKA; LUBECK, 2008; MORAIS, 2008; RODRIGUES, 2008; SCOLARO, 2008; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009; LEÃO, 2009) e da rotação destes objetos/figuras ( $R_{1-23}$ ) (OLIVEIRA, 2001; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; SCOLARO, 2008).

Outras importantes características observadas nas práticas pedagógicas foram a necessidade de tornar claras as regras que permitem a execução da atividade ( $R_{1-24}$ ) (SILVA; BRENELLI, 2005; GARDETE; CÉSAR, 2006; SILVA; KODAMA, 2006; ROSA et al., 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008; ANTONIO; ANDRADE, 2008; BARBOSA; CARVALHO, 2008; FANTI et al., 2008a; MELO; NIERADKA; LUBECK, 2008; MORAIS, 2008; SILVA; LEVANDOSKI, 2008) e de variar, quando possível, o grau de dificuldades da atividade proposta ( $R_{1-26}$ ) (GARDETE; CÉSAR, 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; ANTONIO; ANDRADE, 2008).

O movimento e a rotação dinamizam a atividade e auxiliam o aluno na descoberta de soluções e o motiva a buscar novas estratégias na construção do pensamento abstrato. A determinação clara das regras direciona a exploração investigativa e o grau de dificuldades possibilita novos desafios que estimulam o aluno a aplicar conceitos já construídos e a avançar no conteúdo que vem sendo estudado.

## **2.5.2 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Espaço e Forma”**

Para os conteúdos abordados no bloco temático “Espaço e Forma”, foi possível identificar 29 requisitos pedagógicos que possam favorecer o desenvolvimento de software educativos dentre as práticas pedagógicas com materiais concretos propostas (Quadro 2). De acordo com os PCN, este bloco temático contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas (BRASIL, 1998).

Quadro 2 – Requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o bloco temático “Espaço e Forma”

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>  |
|-------------------------|---|---|
| <b>R<sub>2-1</sub></b>  | Agrupar as figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros)   | Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Cartão<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram                                       |
| <b>R<sub>2-2</sub></b>  | Disponibilizar a representação espacial da figura geométrica  | Dobradura<br>Embalagens<br>Papel Cartão<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos                             |
| <b>R<sub>2-3</sub></b>  | Disponibilizar a representação plana da figura geométrica   | Dobradura<br>Embalagens<br>Papel Cartão<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos                             |
| <b>R<sub>2-4</sub></b>  | Diferentes configurações para as figuras geométricas (por exemplo: retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa)   | Cubo-Soma<br>Embalagens   |
| <b>R<sub>2-5</sub></b>  | Diferentes figuras geométricas:<br>(a) Apresentar figuras geométricas em diferentes formatos<br>(b) Apresentar figuras geométricas em diferentes tamanhos   | Dobradura<br>Embalagens<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram                                  |
| <b>R<sub>2-6</sub></b>  | Construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria<br>(a) Apresentar figuras geométricas incompletas (para completá-las)<br>(b) Apresentar um eixo de referência para a construção de figuras simétricas | Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Tangram   |
| <b>R<sub>2-7</sub></b>  | Feedback informativo ao aluno ou professor  | Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Tangram   |
| <b>R<sub>2-8</sub></b>  | Associar figuras geométricas com objetos do mundo físico  | Canudos ou Varetas<br>Sólidos Geométricos   |
| <b>R<sub>2-9</sub></b>  | Construir a representação no plano da figura espacial   | Embalagens<br>Régua, Compasso, Transferidor   |
| <b>R<sub>2-10</sub></b> | Construir a representação plana da figura geométrica espacial   | Dobradura<br>Embalagens<br>Papel Cartão<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos                             |
| <b>R<sub>2-11</sub></b> | Construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos (perímetro, área, altura, base, volume, ângulos, simetria, lado, etc)   | Dobradura<br>Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram |

... continua ...

Quadro 2, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>  |
|-------------------------|---|---|
| <b>R<sub>2-12</sub></b> | Construir figuras geométricas:<br>(a) Construir figuras geométricas espaciais<br>(b) Construir figuras geométricas planas<br>(c) Traçar segmentos de reta para a construção de figuras geométricas<br>(d) Segmentos de reta prontos para a construção de figuras geométricas  | Canudos ou Varetas<br>Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram<br>Traverse                         |
| <b>R<sub>2-13</sub></b> | Construir ou disponibilizar várias figuras geométricas no mesmo plano   | Canudos ou Varetas<br>Dobradura<br>Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Traverse   |
| <b>R<sub>2-14</sub></b> | Contar vértices, arestas e faces  | Dobradura<br>Embalagens<br>Papel Cartão<br>Sólidos Geométricos  |
| <b>R<sub>2-15</sub></b> | Decompor figuras geométricas:<br>(a) Decomposição de figuras geométricas em subfiguras<br>(b) Divisão do círculo em setores   | Discos<br>Dobradura<br>Embalagens<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Tangram<br>Xadrez Chinês |
| <b>R<sub>2-16</sub></b> | Definir o movimento das figuras geométricas:<br>(a) Definir a direção e o sentido do movimento da figura geométrica<br>(b) Definir a direção e o sentido dos segmentos de reta (horizontal, vertical e inclinada)<br>(c) Definir o ângulo para a rotação da figura geométrica<br>(d) Traçar vetores para orientar o movimento da figura geométrica no plano<br>(e) Mover as figuras geométricas em relação a um referencial dado<br>(f) Mover os segmentos de reta em relação a um referencial dado | Embalagens<br>Gamão<br>Geoplano<br>Papel Quadriculado   |
| <b>R<sub>2-17</sub></b> | Pontos pré-definidos para formar figuras geométricas:<br>(a) Definir pontos no plano<br>(b) Interligar os pontos definidos no plano para formar figuras geométricas   | Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Xadrez Chinês   |

... continua ...



Quadro 2, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>  |
|-------------------------|---|---|
| <b>R<sub>2-18</sub></b> | Diferentes representações do plano:<br>(a) Diferentes dimensões na representação do plano<br>(b) Diferentes formatos (quadrado, oval, circular) na representação do plano   | Geoplano<br>Papel Quadriculado  |
| <b>R<sub>2-19</sub></b> | Construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras:<br>(a) Diferentes figuras geométricas para a construção de outras figuras geométricas<br>(b) Justaposição das partes do círculo<br>(c) Reagrupamento de subfiguras para composição de figuras geométricas | Cubo-Soma<br>Discos<br>Dobradura<br>Dominó das Quatro Cores<br>Embalagens<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Tangram<br>Xadrez Chinês |
| <b>R<sub>2-20</sub></b> | Construir ou disponibilizar diferentes representações planas da mesma figura geométrica   | Dobradura   |
| <b>R<sub>2-21</sub></b> | Apagar parte da figura geométrica:<br>(a) Extrair segmentos de reta das figuras geométricas   | Geoplano<br>Papel Quadriculado  |
| <b>R<sub>2-22</sub></b> | Marcar nas figuras geométricas ou no plano as representações de dobras, eixos, retas, semi-retas, segmentos, contorno   | Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram<br>Traverse  |
| <b>R<sub>2-23</sub></b> | Mover na horizontal, vertical e diagonal:<br>(a) Mover a figura geométrica<br>(b) Mover os segmentos de reta  | Canudos ou Varetas<br>Cubo-Soma<br>Discos<br>Dobradura<br>Embalagens<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram<br>Traverse    |

... continua ...

Quadro 2, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>  | <b>Materiais Concretos</b>  |
|-------------------------|--|---|
| <b>R<sub>2-24</sub></b> | Identificar ou nomear as figuras geométricas:<br>(a) Nomear ou identificar a figura geométrica por características intrínsecas apresentadas (forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, entre outros)<br>(b) Nomear pontos, retas, semi-retas, ângulos, segmentos, vértices<br>(c) Representação de faces ocultas por meio de setas, tracejados ou numeração<br>(d) Representar ou identificar pontos, retas, semi-retas, ângulos, segmentos, vértice, arestas, faces, centro, raio, apótema | Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram<br>Traverse  |
| <b>R<sub>2-25</sub></b> | Recobrir figuras geométricas:<br>(a) Recobrir uma figura geométrica com outras figuras sem que estas se sobreponham<br>(b) Sobreposição de figuras geométricas   | Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Poliminós<br>Tangram  |
| <b>R<sub>2-26</sub></b> | Rotacionar as figuras geométricas e os segmentos de reta   | Canudos ou Varetas<br>Cubo-Soma<br>Discos<br>Dobradura<br>Dominó das Quatro Cores<br>Embalagens<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Material Emborrachado (EVA)<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Sólidos Geométricos<br>Tangram<br>Traverse |
| <b>R<sub>2-27</sub></b> | Diferentes cores para as figuras geométricas:<br>(a) Utilizar cores diferenciadas para as subfiguras<br>(b) Utilizar cores diferenciadas para os segmentos de reta   | Dominó das Quatro Cores<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Quadriculado<br>Tangram<br>Traverse  |
| <b>R<sub>2-28</sub></b> | Variar o grau de dificuldades das atividades propostas (da mais simples para a mais complexa)  | Geoplano  |
| <b>R<sub>2-29</sub></b> | Ampliação ou redução de figuras geométricas  | Embalagens<br>Geoplano<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Poliminós<br>Tangram  |

Fonte: Dados da pesquisa.

A geometria tem como objeto de estudo o espaço e as formas geométricas que ocupam este espaço. É pelo estudo da geometria que o aluno desenvolve o pensamento geométrico ou raciocínio espacial. As práticas pedagógicas com materiais concretos servem para introduzir noções e relações geométricas e permitem o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial.

No Brasil, o conteúdo de geometria (teorias e definições) pode ser estruturado da seguinte forma: conceitos fundamentais (ponto, reta, plano), ângulos, polígonos, triângulos, quadriláteros, sólidos geométricos, circunferência e círculo.

As noções de ponto, reta e plano são bastante intuitivas. Embora não se recomende o privilégio dessas noções como referência inicial para o ensino de Geometria (BRASIL, 1998) é importante que os alunos saibam identificá-las e também nomeá-las. Para a notação de pontos utilizam-se letras maiúsculas do alfabeto latino, para a de retas utilizam-se letras minúsculas do alfabeto latino e para as de plano, letras minúsculas do alfabeto grego. Diante disso, são sugeridas em Cararo e Souza (2008) e Novak (2008) a identificação e a nomeação destes elementos (R<sub>2-24</sub>). Leivas (2000) utilizou de um plano com marcas pré-definidas (R<sub>2-17</sub>) que foram apresentadas aos alunos como sendo pontos no espaço. Os alunos fizeram interligações das representações para a visualização de retas e segmentos de reta.

As posições no espaço que uma reta pode ocupar em relação à outra podem ser coplanares ou reversas; e em relação ao plano podem ser paralelas e concorrentes. As posições relativas de retas podem ser representadas por meio de marcações feitas pelo próprio aluno no plano (R<sub>2-22</sub>) (LEIVAS, 2000; REIS, 2008; NOVAK, 2008). Além disso, Leivas (2000) adota cores diferenciadas (R<sub>2-27</sub>) para representar os segmentos de reta. Em Reis (2008) e Novak (2008) as marcações são vincos em dobraduras.

Nos modelos matemáticos de figuras que sugerem a idéia de ângulo considera-se a região entre duas semi-retas de mesma origem. Em função da configuração de alguns elementos, os ângulos podem ser denominados de consecutivos, adjacentes, complementares, suplementares ou opostos pelo vértice. Para a compreensão e classificação dos ângulos, sugere-se extrair segmentos de reta (R<sub>2-21</sub>) de figuras geométricas deixando alguns lados que se tocam pelo vértice (DENECA, 2008); ou ainda, fazer a movimentação na horizontal, vertical ou diagonal (R<sub>2-23</sub>) e a rotação (R<sub>2-26</sub>) de segmentos em diferentes cores (R<sub>2-27</sub>) que estão sobrepostos (R<sub>2-25</sub>) posicionando-os com um ponto em comum (LEIVAS, 2000; DENECA, 2008). Passos (2000) solicita o contorno (R<sub>2-22</sub>) das faces de diferentes sólidos geométricos (R<sub>2-5</sub>) para introduzir conceitos relativos a ângulo.

A construção de figuras geométricas (R<sub>2-12</sub>) é uma experiência exploratória que

permite a participação dos alunos e a compreensão de elementos e propriedades úteis ao estudo de figuras geométricas planas e espaciais. Na geometria as figuras geométricas que têm todos os seus pontos contidos em um mesmo plano são chamadas de figuras geométricas planas. As figuras planas mais comuns nos objetos do mundo físico são: triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, hexágono, pentágono, paralelogramo, losango e círculo. Quando uma figura geométrica tem pontos situados em diferentes planos, mais de duas dimensões, tem-se uma figura espacial, ou sólido geométrico. Os sólidos geométricos têm três dimensões: comprimento, largura e altura. Há dois tipos de sólidos geométricos, os poliedros quando têm superfícies planas como os prismas (cubo, paralelepípedo) e as pirâmides; e os não poliedros quando têm superfícies planas e curvas como o cone, o cilindro e a esfera. Um poliedro é um sólido geométrico formado por um conjunto finito e conexo de polígonos. Os polígonos são chamados de faces e os seus lados são as arestas do poliedro.

As figuras geométricas podem ser construídas a partir da justaposição de outras figuras ( $R_{2-19}$ ) em diferentes formatos ( $R_{2-5}$ ) (ALMEIDA; LOPES; SILVA, 2000; PASSOS, 2000; SILVA; KODAMA, 2004a; DENECA, 2008; SCOLARO, 2008), pela representação plana de figuras espaciais ( $R_{2-10}$ ) (PASSOS, 2000; CARMINATI, 2008; DENECA, 2008), pela representação no plano de figuras espaciais ( $R_{2-9}$ ) (PASSOS, 2000), pela decomposição ( $R_{2-15}$ ) (SANTOS, 2007; DEUS, 2008; REIS, 2008) e reagrupamento para a composição de figuras ( $R_{2-19}$ ) (SANTOS, 2007; DEUS, 2008), ou simplesmente traçando ou utilizando segmentos de reta ( $R_{2-12}$ ) (PASSOS, 2000; TIGGEMAN et al., 2006; BULLA; GERÔNIMO, 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; LEITE; LEVANDOSKI, 2008; SCOLARO, 2008; BIGODE, 2010; BRITO; SANTOS, 2010; RIBEIRO; BORTOLOTTI, 2010).

A construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) planas com o auxílio da justaposição de outras figuras ( $R_{2-19}$ ) em diferentes formatos ( $R_{2-5}$ ) e a marcação nas figuras geométricas das representações de dobras, eixos, retas ( $R_{2-22}$ ) são requisitos utilizados para explorar a relação existente entre os elementos de alguns polígonos e para demonstrar o Teorema de Pitágoras (ALMEIDA; LOPES; SILVA, 2000); e também para identificar elementos geométricos como segmento de reta, diagonal, vértice, ângulo, bissetriz, bem como aprender o significado de termos como intersecção, segmentos congruentes e cálculo de ângulos (CARARO; SOUZA, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008). A regularidade geométrica é o que estabelece os princípios construtivos das figuras geométricas. Nas atividades desenvolvidas por Brito e Santos (2010), houve a construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) planas e a disponibilização da representação plana das figuras geométricas ( $R_{2-3}$ ) para explorar a relação entre ângulos e lados em polígonos regulares.

Carminati (2008) utilizou da representação espacial ( $R_{2-2}$ ) de figuras em diferentes formatos e tamanhos ( $R_{2-5}$ ) para construir a representação plana das figuras geométricas ( $R_{2-10}$ ) e, com base nesta representação, fazer a análise de elementos geométricos e a nomeação das formas geométricas ( $R_{2-24}$ ) planas obtidas por meio da manipulação das figuras. E Bigode (2010) propôs a construção das figuras geométricas a partir de segmentos de reta ( $R_{2-12}$ ) e o agrupamento das figuras em função de suas características ( $R_{2-1}$ ) para trabalhar os atributos das figuras geométricas planas.

Também a partir de segmentos de reta ( $R_{2-12}$ ), Mariño (2000) solicitou a construção de figuras em representações planas de diferentes dimensões do plano ( $R_{2-18}$ ) para introduzir o conceito de área e perímetro. Enquanto Leite e Levandoski (2008), com a representação do plano em diferentes formatos ( $R_{2-18}$ ), quadrado e circular, pediram aos alunos que construíssem as figuras com segmentos de reta ( $R_{2-12}$ ) utilizando cores diferenciadas ( $R_{2-27}$ ) para a compreensão dos polígonos inscritos e circunscritos em relação à circunferência e a percepção dos elementos geométricos.

Arruda e Almeida (2008) também propõem a construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) planas a partir de marcações ( $R_{2-22}$ ) e nomeações ( $R_{2-24}$ ) de representações como segmento de reta, diagonal, vértice, ângulo, bissetriz para explorar a classificação do triângulo e as propriedades do paralelogramo. A nomeação dos elementos geométricos facilitou a explanação dos conceitos no estudo dos polígonos. Segundo Silva e Kodama (2004b) e Deneca (2008), com a utilização de cores ( $R_{2-27}$ ) diferenciadas é possível a identificação de subfiguras em figuras geométricas construídas.

De acordo com Santos (2007) e Deus (2008) a construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) planas pode ocorrer pela decomposição de figuras geométricas em subfiguras ( $R_{2-15}$ ) e pela composição a partir da justaposição das subfiguras ( $R_{2-19}$ ) permitindo a representação de diferentes polígonos e a exploração das transformações geométricas. A composição ( $R_{2-19}$ ) também é estratégia observada em Passos (2000) para trabalhar as figuras geométricas planas.

Independente se a atividade permite a construção de figuras geométricas planas a partir de atributos pré-definidos ( $R_{2-11}$ ) como o perímetro (OLIVEIRA, 2001) ou a área da figura (LAMAS et al., 2007; ROCHA et al., 2007) ou o comprimento do segmento de reta (ANGELI; NOGUEIRA, 2007, BULLA; GERÔNIMO, 2007); a partir da justaposição de outras figuras ( $R_{2-19}$ ) (DENECA, 2008; SCOLARO, 2008) ou a partir de segmentos de reta ( $R_{2-12}$ ) (BIGODE, 2010; BRITO; SANTOS, 2010), é possível agrupar as figuras segundo alguns atributos ( $R_{2-1}$ ) como lado e ângulo (BULLA; GERÔNIMO, 2007; DENECA, 2008) para descobrir as propriedades dos polígonos de 3 e 4 lados, os triângulos e os quadriláteros,

respectivamente. Atributos pré-definidos ( $R_{2-11}$ ) também podem determinar a regra para a justaposição das figuras ( $R_{2-19}$ ) como sugeriram Silva e Kodama (2004a, 2004b) ao definirem que peças de mesma cor não podem se tocar nem mesmo pelo vértice.

A congruência é um conceito matemático associado a figuras geométricas planas. Para construir este conceito Lamas et al. (2006) solicitou aos alunos que figuras geométricas fossem recobertas com outras figuras ( $R_{2-25}$ ) explicando que em figuras congruentes todos os pontos das duas figuras precisam coincidir. Algumas vezes, a ação de recobrir está vinculada ao movimento das figuras ( $R_{2-23}$ ). Às vezes, a rotação ( $R_{2-26}$ ) é necessária para que o aluno consiga a coincidência dos pontos geométricos. Também é possível utilizar de marcações em figuras geométricas ( $R_{2-22}$ ) para verificar a congruência de segmentos de reta (NOVAK; PASSOS, 2008) e a congruência de triângulos (REIS; MEDEIROS FILHO, 2008).

A semelhança de figuras é outro assunto abordado na geometria. As figuras geométricas são semelhantes se possuem exatamente a mesma forma, independentemente de seu tamanho. A ampliação ou redução de uma figura ( $R_{2-29}$ ) em uma proporção constante permite trabalhar a noção de semelhança (LAMAS et al., 2006; LAMAS et al., 2007; DENECA, 2008; SCOLARO, 2008), inclusive verificar o que acontece com a medida da área (SILVA; KODAMA, 2004a; LAMAS et al., 2006; LAMAS et al., 2007; ROCHA et al., 2007), do perímetro (ROCHA et al., 2007) e dos ângulos das figuras (BRITO; SANTOS, 2010); e permite dar início a noção de proporcionalidade (MACHADO, 2004; ROCHA et al., 2007; CARARO; SOUZA, 2008).

Em termos geométricos, dada uma figura geométrica e um ponto ou um eixo ou um plano a simetria consiste em obter uma figura congruente à figura dada por meio de reflexões, rotações e translações em relação ao ponto ou ao eixo ou ao plano. As práticas com materiais concretos têm trabalhado o conceito de simetria axial (eixo) com atividades que exploram ações de recobrir figuras geométricas ( $R_{2-25}$ ) pela sobreposição de parte da figura limitando o eixo de simetria (SILVA; KODAMA, 2004a), de riscar o eixo de simetria nas figuras geométricas ( $R_{2-22}$ ) (ROCHA et al., 2007), ou de construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria ( $R_{2-6}$ ) (SILVA; KODAMA, 2004a; ROCHA et al., 2007; DENECA, 2008). De acordo com Silva e Kodama (2004a, 2004b), a simetria pode ser demonstrada pelo movimento ( $R_{2-23}$ ) e rotação ( $R_{2-26}$ ) de figuras geométricas.

A identificação e a nomeação de pontos e segmentos de reta nas figuras geométricas e do ponto de simetria ( $R_{2-24}$ ) foram adotadas por Silva e Kodama (2004a) para trabalhar a simetria central, ou seja, a simetria em relação a um ponto. Com a indicação dos elementos geométricos o aluno pode visualizar se o paralelismo dos lados da figura foi conservado,

sendo esta uma propriedade de simetria em relação a um ponto.

Para trabalhar a simetria obtida por meio da rotação, da translação e da reflexão em relação ao plano, Silva e Kodama (2004a) e Bressan (2009) passaram orientações quanto à direção e ao sentido dos segmentos de reta ( $R_{2-16}$ ) para que os alunos construíssem várias figuras geométricas no mesmo plano ( $R_{2-13}$ ) formulando conceitos e visualizando o efeito de simetria.

A construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) espaciais pode ser feita pela manipulação das formas geométricas que as compõem. No caso dos poliedros, Angeli e Nogueira (2007) e Ventura e Vicente (2007) utilizaram polígonos construídos pelos próprios alunos para a construção dos poliedros ( $R_{2-19}$ ) regulares conhecidos como poliedros de Platão.

A noção de aresta, face e vértice é indispensável para a compreensão de conceitos e relações geométricas espaciais (VENTURA; VICENTE, 2007; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009). Em determinado momento durante a atividade, Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Armendariz e Almeida (2009) e Ribeiro e Bortoloti (2010) pediram aos alunos que identificassem nos sólidos geométricos o número de faces, arestas e vértices ( $R_{2-14}$ ). Com isso, os alunos tiveram condições de classificar e nomear os diversos poliedros. De acordo com Corrêa e Estephan (2008), com a ação os alunos puderam concluir que somente os poliedros, dentre os sólidos geométricos, apresentam tais elementos geométricos.

Como todo sólido pode ser apresentado na forma de figura plana, algumas práticas pedagógicas envolvem a construção da representação plana de figuras espaciais ( $R_{2-10}$ ) (PASSOS, 2000; ANGELI; NOGUEIRA, 2007; BALDISSERA, 2007; BULLA; GERÔNIMO, 2007; VENTURA; VICENTE, 2007; CARMINATI, 2008; DENECA, 2008; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009; RIBEIRO; BORTOLOTI, 2010) para verificar às inúmeras possibilidades de se construir a representação plana de uma mesma figura espacial ( $R_{2-20}$ ) (PASSOS, 2000); para explorar as formas planas como elementos que formam os poliedros (BALDISSERA, 2007; VENTURA; VICENTE, 2007; CARMINATI, 2008; LAMAS, 2008; RIBEIRO; BORTOLOTI, 2010); para construir os conceitos de aresta, vértice e face (BULLA; GERÔNIMO, 2007; DENECA, 2008; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009; RIBEIRO; BORTOLOTI, 2010); ou ainda para construir noções de perímetro, área e volume (ANGELI; NOGUEIRA, 2007; CARMINATI, 2008) que são assuntos abordados em profundidade no bloco temático “Grandezas e Medidas”.

Para explorar as propriedades das figuras geométricas espaciais e seus aspectos conceituais, algumas atividades trabalharam simultaneamente a construção de figuras geométricas ( $R_{2-12}$ ) espaciais e o agrupamento das figuras por características ( $R_{2-1}$ ) (BULLA;

GERÔNIMO, 2007; DENECA, 2008) permitindo a diferenciação entre figura poliédrica, superfície poliédrica e poliedro (BULLA; GERÔNIMO, 2007; LAMAS, 2008) e a classificação das figuras pelas características comuns (DENECA, 2008). Para a construção das figuras espaciais, Ribeiro e Bortoloti (2010) trabalharam inicialmente as formas geométricas pedindo aos alunos que associassem as formas com objetos do mundo físico (R<sub>2-8</sub>) presentes na escola como chão, porta, copo, entre outros.

Em outra estratégia, diferentes figuras geométricas (R<sub>2-5</sub>) (PASSOS, 2000; VENTURA; VICENTE, 2007; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; ARMENDARIZ E ALMEIDA, 2009) espaciais foram colocadas à disposição dos alunos para que identificassem as figuras (R<sub>2-24</sub>) segundo a terminologia apresentada refletindo sobre as propriedades intrínsecas; ou para a construção espacial no plano da figura geométrica (R<sub>2-9</sub>) com a identificação e nomeação (R<sub>2-24</sub>) de face, aresta e vértice, inclusive indicando as faces ocultas por setas e tracejados (PASSOS, 2000); ou ainda para que os alunos fizessem o agrupamento por características (R<sub>2-1</sub>) formalizando o conceito de poliedro e não poliedro ou sólidos de revolução (VENTURA; VICENTE, 2007; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009). A representação da figura geométrica espacial no plano (R<sub>2-9</sub>) também contribuiu para abordar os conceitos de paralelismo e perpendicularismo, sendo que na estratégia de Passos (2000) é feita a utilização de diferentes cores (R<sub>2-27</sub>) para a identificação de faces paralelas e perpendiculares.

A compreensão de um conceito geométrico pressupõe a utilização de diversas figuras geométricas, caso contrário, o conceito será construído com base em casos particulares e não na generalidade. De acordo com Pais (2000), a configuração geométrica ilustra um conceito ou uma propriedade; e explorar apenas a configuração usual de figuras geométricas pode dificultar a expansão do aprendizado de conceitos correspondentes. Daí apresentar diferentes configurações para uma mesma figura (R<sub>2-4</sub>), ou seja, um retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa pode contribuir para o desenvolvimento da percepção visual.

A circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano que se distanciam igualmente de um ponto fixo denominado centro da circunferência. Círculo é o conjunto de todos os pontos da circunferência e de seu interior. Para o estudo da circunferência, do círculo e suas partes utilizam-se os conceitos de raio, diâmetro, centro, arco, corda, comprimento, área. Lamas et al. (2006) e Corrêa e Estephan (2008) utilizam figuras equivalentes (de mesma área) para verificar empiricamente alguns conceitos do círculo decompondo-o em setores (R<sub>2-15</sub>) e reagrupando esses setores para a construção de outra figura geométrica (R<sub>2-19</sub>), o



retângulo, da qual os alunos já tenham conhecimento de suas propriedades.

Assim como nas práticas que abordam os conteúdos de “Números e Operações”, a movimentação ( $R_{2-23}$ ) e rotação ( $R_{2-26}$ ) de figuras e segmentos de reta (LEIVAS, 2000; PASSOS, 2000; ALMOULOU et al., 2004; SILVA; KODAMA, 2004a, 2004b; SILVA; BRENELLI, 2005; LAMAS; MAURI, 2006; LAMAS et al., 2006; TIGGEMAN et al., 2006; ANGELI; NOGUEIRA, 2007; MACCARI, 2007; ROCHA et al., 2007; VENTURA; VICENTE, 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; DEUS, 2008; REIS, 2008; SCOLARO, 2008; BRESSAN, 2009; OLIVEIRA, 2010; RIBEIRO; BORTOLOTTI, 2010) e a variação do grau de dificuldades das atividades propostas ( $R_{2-28}$ ) (ROCHA et al., 2007) foram requisitos detectados dentre as práticas para o bloco temático “Espaço e Forma”. O movimento e a rotação são ações inerentes à manipulação exploratória de figuras e formas geométricas. Em Rocha et al. (2007), a variação de atividades da mais simples para a mais complexa favoreceu a discussão de pontos que excedem a abordagem tradicional do ensino de geometria.

De acordo com Passos (2000), as atividades propostas precisam estar coerentes com o nível conceitual no qual os alunos se encontram e, para isso, o professor necessita ajudar os alunos na formação dos conceitos. Neste caso, um feedback informativo ( $R_{2-7}$ ), tanto ao professor quanto ao aluno, serve para identificar os níveis conceituais e para facilitar o desenvolvimento da atividade.

### **2.5.3 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Grandezas e Medidas”**

Os conteúdos do bloco temático “Grandezas e Medidas” relacionam o estudo da geometria com os diferentes tipos de números. Neste caso, requisitos pedagógicos contemplados nos blocos “Espaço e Forma” e “Números e Operações” foram observados em práticas pedagógicas com materiais concretos desenvolvidas para explorar os conteúdos deste bloco temático. Os 23 requisitos procuram interligar os campos da aritmética, da álgebra e da geometria (Quadro 3).

Quadro 3 – Requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o bloco temático “Grandezas e Medidas”

|                        | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>  |
|------------------------|---|---|
| <b>R<sub>3-1</sub></b> | Agrupar as figuras geométricas por características (forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros)  | Dobradura   |
| <b>R<sub>3-2</sub></b> | Apresentar objetos/figuras geométricas em diferentes configurações:<br>(a) Apresentar objetos/figuras geométricas em diferentes formatos<br>(b) Apresentar objetos/figuras geométricas em diferentes tamanhos   | Embalagens<br>Tangram   |
| <b>R<sub>3-3</sub></b> | Construir a representação plana da figura geométrica espacial   | Dobradura<br>Embalagens   |
| <b>R<sub>3-4</sub></b> | Construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos (perímetro, área, altura, base, volume, lado, ângulo, segmentos, partes iguais, etc)  | Barbante<br>Cubo-Soma<br>Dominó das Quatro Cores<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Palitos ou Canudos<br>Papel Cartão<br>Régua, Compasso, Transferidor |
| <b>R<sub>3-5</sub></b> | Construir figuras geométricas:<br>(a) Construir figuras geométricas em diferentes formatos<br>(b) Construir figuras geométricas em diferentes tamanhos<br>(c) Construir figuras geométricas espaciais<br>(d) Construir segmentos de reta em diferentes tamanhos<br>(e) Traçar segmentos de reta para a construção de figuras geométricas<br>(f) Vários segmentos de reta prontos para a construção de figuras geométricas | Cubo-Soma<br>Dobradura<br>Folha, Régua, Feijões<br>Geoplano<br>Jornal<br>Material Dourado<br>Régua, Compasso, Transferidor  |
| <b>R<sub>3-6</sub></b> | Construir a representação de uma unidade de medida  | Metro de Papel  |
| <b>R<sub>3-7</sub></b> | Construir várias figuras geométricas no mesmo plano   | Geoplano  |
| <b>R<sub>3-8</sub></b> | Construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras:<br>(a) Diferentes figuras geométricas para a construção de outras figuras geométricas<br>(b) Justaposição das partes do círculo<br>(c) Reagrupamento de subfiguras para a composição de figuras geométricas   | Cubo-Soma<br>Discos<br>Dobradura<br>Escala Cuisenaire<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Tangram           |
| <b>R<sub>3-9</sub></b> | Decomposição de figuras geométricas:<br>(a) Divisão do círculo em setores<br>(b) Decomposição de figuras geométricas em subfiguras  | Discos<br>Dobradura<br>Escala Cuisenaire<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor   |

... continua ...

Quadro 3, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>  | <b>Materiais Concretos</b>   |
|-------------------------|--|--|
| <b>R<sub>3-10</sub></b> | Ampliação ou redução de figuras geométricas:<br>(a) Escolher a escala para a construção das figuras geométricas  | Discos<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Jornal<br>Régua, Compasso, Transferidor  |
| <b>R<sub>3-11</sub></b> | Escolher as unidades de medida<br>(a) Medidas padronizadas<br>(b) Medidas arbitrárias  | Dobradura<br>Dominó das Quatro Cores<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Régua, Trena, Fita Métrica, Balança<br>Tangram   |
| <b>R<sub>3-12</sub></b> | Fazer correspondências entre as unidades de medida<br>(centímetro com decímetro, metro com decímetro; cm <sup>2</sup> com dm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> com dm <sup>2</sup> , dm <sup>3</sup> com o litro etc.)               | Embalagens<br>Material Dourado<br>Metro de Papel<br>Papel Cartão<br>Régua, Compasso, Transferidor  |
| <b>R<sub>3-13</sub></b> | Marcar as figuras geométricas:<br>(a) Marcar nas figuras geométricas os ângulos, os lados, os comprimentos, as larguras, as alturas, os contornos, os diâmetros, os raios, etc.<br>(b) Traçar o contorno nas figuras geométricas | Dobradura<br>Embalagens<br>Papel Cartão  |
| <b>R<sub>3-14</sub></b> | Medir as características das figuras geométricas:<br>(a) Medir ângulo, lado, comprimento, largura, altura, diagonais, diâmetro e raio das figuras geométricas<br>(b) Medir as formas geométricas planificadas                    | Discos<br>Dobradura<br>Embalagens<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Tangram  |
| <b>R<sub>3-15</sub></b> | Montar ou modelar expressões matemáticas para o cálculo de área, volume, perímetro, razão, etc   | Cubo-Soma<br>Discos<br>Dobradura<br>Embalagens<br>Escala Cuisenaire<br>Folha, Régua, Feijões<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor<br>Tangram |
| <b>R<sub>3-16</sub></b> | Movimento das figuras geométricas e segmentos de reta:<br>(a) Mover as figuras geométricas na horizontal, vertical e diagonal<br>(b) Mover os segmentos de reta na horizontal, vertical e diagonal                               | Cubo-Soma<br>Dobradura<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor   |

... continua ...

Quadro 3, Cont.

|                         | <b>Requisitos Pedagógicos</b>   | <b>Materiais Concretos</b>   |
|-------------------------|---|--|
| <b>R<sub>3-17</sub></b> | Permitir comparar as medidas realizadas:<br>(a) Permitir a comparação entre as medidas dos lados e das áreas das figuras geométricas<br>(b) Permitir a comparação entre as medidas realizadas com as diferentes unidades de medida<br>(c) Permitir a comparação entre as medidas realizadas com a mesma unidade de medida | Barbante<br>Dominó das Quatro Cores<br>Geoplano<br>Palitos ou Canudos<br>Tangram   |
| <b>R<sub>3-18</sub></b> | Permitir a representação do preenchimento das figuras   | Embalagem<br>Folha, Régua, Feijões<br>Material Dourado   |
| <b>R<sub>3-19</sub></b> | Disponibilizar unidades de medida arbitrárias:<br>(a) Realizar medições com unidades arbitrárias (não padronizadas)<br>(b) Recobrir figuras geométricas com unidades de medida arbitrárias  | Dobradura<br>Dominó das Quatro Cores<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Régua, Trena, Fita Métrica, Balança<br>Tangram<br>Xadrez   |
| <b>R<sub>3-20</sub></b> | Permitir o registro dos procedimentos da atividade:<br>(a) Registrar as medições, as figuras geométricas construídas, as comparações entre as medidas   | Barbante<br>Geoplano<br>Palitos ou Canudos<br>Papel Cartão   |
| <b>R<sub>3-21</sub></b> | Rotação de figuras geométricas e segmentos de reta  | Cubo-Soma<br>Dobradura<br>Escala Cuisenaire<br>Geoplano<br>Material Dourado<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado<br>Régua, Compasso, Transferidor |
| <b>R<sub>3-22</sub></b> | Trabalhar com unidades de medida não inteira (irracionais e racionais)  | Geoplano<br>Jornal<br>Papel Cartão<br>Papel Quadriculado   |
| <b>R<sub>3-23</sub></b> | Utilizar múltiplos e submúltiplos do sistema de unidades de medidas   | Dobradura<br>Metro de Papel  |

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), os conteúdos abordados no bloco “Grandezas e Medidas” estão relacionados com as grandezas de comprimento, superfície (área), volume, capacidade e massa e as suas unidades de medida. As atividades favorecem a compreensão de conceitos aplicados ao espaço e às formas; e a construção do significado de números e suas operações; além de introduzirem noções de proporcionalidade. São contextos propícios para trabalhar a interdependência entre grandezas e suas representações algébricas.

A necessidade de medir data das primeiras civilizações. No início, cada região tinha

seu próprio sistema de medidas e tais sistemas eram, em geral, baseados em partes do corpo humano como palmo, pé, polegada, braça<sup>3</sup>, côvado ou cúbito<sup>4</sup>. Entretanto, era impossível estabelecer relações entre os diferentes sistemas fazendo com que estas unidades fossem consideradas arbitrárias e imprecisas.

Com a necessidade de um sistema padrão de medida surgiu o sistema métrico decimal cuja unidade padrão para medir comprimentos é o metro. A confecção do “Metro de Papel” pelos alunos foi uma proposta de Vasques e Gerônimo (2007) para que os alunos construíssem a representação da unidade de medida (R<sub>3-6</sub>). O material confeccionado permitiu a utilização de múltiplos e submúltiplos (R<sub>3-23</sub>) para medições em dimensões maiores e menores que a unidade padrão, levando o aluno a conhecer o significado e a importância dos múltiplos e submúltiplos para o sistema de medidas.

Grandeza é tudo o que está sujeito a aumento ou diminuição. A cada grandeza abordada no bloco temático está associada uma unidade padrão de medida devidamente integrada ao sistema de numeração decimal. Em função da relação existente entre a unidade de medida e o tamanho do que se pretende medir (NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000) o sistema de medidas é composto pelas unidades padrão de medidas e seus múltiplos e submúltiplos recomendados para grandes e pequenas mensurações, respectivamente. Para que o aluno tenha condições de relacionar grandeza e unidade de medida, sugere-se que ele faça a escolha adequada da unidade de medida (R<sub>3-11</sub>) para mensurar a grandeza (OLIVEIRA, 2001; SILVA; KODAMA, 2004b; GODOI; GUIRADO, 2008; NOVAK, 2008), podendo ser utilizadas unidades de medida arbitrárias (R<sub>3-19</sub>) (OLIVEIRA, 2001; SILVA; KODAMA, 2004b; LAMAS et al., 2007; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; NOVAK, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008).

Para a escolha da unidade adequada devem ser consideradas medições com múltiplos e submúltiplos (R<sub>3-23</sub>) do sistema de medidas (VASQUES; GERÔNIMO, 2007; NOVAK, 2008). É importante que o aluno entenda que diferentes unidades de medida geram diferentes valores nas medições. Para compreender estes diferentes valores, o aluno deve fazer comparações entre as medidas realizadas com as diferentes unidades (R<sub>3-17</sub>) (SILVA; KODAMA, 2004b; LAMAS et al., 2007; CARARO; SOUZA, 2008). Com isso, o aluno tem condições para decidir qual a unidade e o instrumento de medida ideal a ser usada em cada

---

<sup>3</sup> Braça é uma medida de comprimento equivalente a 2,2 metros.

<sup>4</sup> Côvado ou cúbito é uma medida de comprimento baseada no comprimento do antebraço, da ponta do dedo médio até o cotovelo.

situação.

Algumas atividades sugerem que os alunos façam correspondências entre as unidades de medida ( $R_{3-12}$ ) padrão e seus múltiplos e submúltiplos (LAMAS et al., 2007; VASQUES; GERÔNIMO, 2007; VERSA; SOUZA, 2008) ou ainda entre a unidade de medida padrão e a popularmente usada (PASSOS, 2000; ANGELI; NOGUEIRA, 2007; DENECA, 2008). As correspondências entre diferentes unidades são baseadas em conhecimentos aritméticos e permitem associar as medidas em unidades diferentes com o valor posicional do sistema de numeração decimal.

Há práticas em que a medição de um conjunto de elementos intrínsecos às figuras geométricas ( $R_{3-14}$ ) como lado, comprimento, largura, altura, base (LEIVAS, 2000; BULLA; GERÔNIMO, 2007; CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008; VERSA; SOUZA, 2008) é recomendada para aplicação no cálculo das grandezas estudadas. Em algumas atividades (CARMINATI, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008), faz-se inicialmente a representação plana de figuras geométricas espaciais ( $R_{3-3}$ ) apresentadas em diferentes tamanhos ( $R_{3-2}$ ) para que, posteriormente, seja efetuada a medição dos elementos. Com a planificação os alunos tiveram a oportunidade de reconhecer as formas geométricas poligonais e aplicar conceitos já construídos.

Além de medir o comprimento das coisas, também medimos superfícies de figuras planas. A medida de uma superfície chama-se área. A unidade padrão usada para medir a área é o metro quadrado ( $m^2$ ), que equivale à superfície de um quadrado cujo lado mede 1 metro. Para a medida de superfície de polígonos quadrangulares, uma das propostas é a construção dos polígonos com segmentos de retas construídos ( $R_{3-5}$ ) pelos próprios alunos (BULLA; GERÔNIMO, 2007) ou a partir da justaposição de outras figuras ( $R_{3-8}$ ) e de atributos pré-definidos ( $R_{3-4}$ ) pelo professor (DENECA, 2008). As medições foram feitas com o auxílio de unidades de medida arbitrárias ( $R_{3-19}$ ), exigindo do aluno cálculos aritméticos para determinar a área das figuras construídas. Para chegar ao conceito e às fórmulas da área das principais figuras planas (triângulos e quadriláteros), Bulla e Gerônimo (2007) sugerem que, primeiramente, os alunos agrupem as figuras geométricas por características ( $R_{3-1}$ ) e, em seguida, analisem cada grupo de figuras para entenderem as relações entre os lados e seus ângulos, tendo conhecimentos das propriedades dessas figuras.

Numa outra estratégia, Oliveira (2001), Lamas et al. (2007) e Dotto e Estephan (2008), constroem a representação de uma unidade de medida ( $R_{3-6}$ ) de superfície, o metro quadrado, assim como Vasques e Gerônimo (2007) que propõem a construção do metro de papel. De

posse da representação do metro quadrado, os alunos puderam medir e estimar a área de dependências da escola e descobrir o número de alunos que podem estar aglomerados numa determinada área. Este tipo de atividade, segundo Brasil (1998), contribui para que os alunos desenvolvam a noção de tamanho ao considerarem o metro quadrado como unidade de medida de superfície.

Para que os alunos entendam o modelo matemático para o cálculo da área do paralelogramo, trapézio, losango e triângulo, a proposta de Lamas et al. (2007) foi a construção de figuras geométricas ( $R_{3.5}$ ) planas nos diferentes formatos citados. E de posse das figuras, os alunos fizeram as marcações ( $R_{3.13}$ ) para a representação do lado, da altura, da base e das diagonais nas figuras geométricas. Por meio da decomposição da figura em subfiguras ( $R_{3.9}$ ) e da justaposição das partes ( $R_{3.8}$ ) com o movimento ( $R_{3.16}$ ) e a rotação ( $R_{3.21}$ ) formaram figuras cujas fórmulas da área já eram conhecidas. Com a noção de conservação da área, os alunos deduziram a fórmula da área para cada um dos polígonos estudados.

Portanto, as ações de decomposição e de justaposição das partes formando figuras geométricas cuja fórmula para o cálculo da área já eram conhecidas permitem exemplificar que as figuras planas construídas apresentam a mesma área que a figura original (LAMAS et al., 2007), e também explorar a noção do tamanho e da forma das figuras para desenvolver fórmulas matemáticas para o cálculo da área (CARARO; SOUZA, 2008).

O tamanho está associado com as dimensões e com a área ocupada pela figura geométrica plana. A alteração no tamanho é determinada pela ampliação ou redução ( $R_{3.10}$ ) da figura. Por esta ação é possível verificar as conseqüências da alteração nas dimensões da figura e na área da nova figura obtida (SILVA; KODAMA, 2004a; LAMAS et al., 2007), introduzir a idéia de proporcionalidade (CARARO; SOUZA, 2008) e articular a medida de superfície com as escalas (DOTTO; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008). Dotto e Estephan (2008) inclusive determinam diferentes escalas para a construção das figuras geométricas.

Para a dedução da expressão que permite calcular a área do círculo, algumas atividades exploram o conhecimento adquirido pelo aluno quanto à área do paralelogramo e propõem a decomposição de figuras geométricas ( $R_{3.9}$ ) onde círculos são divididos em setores (PASSOS, 2000; LAMAS et al., 2006; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008). Estes setores são reagrupados ( $R_{3.8}$ ) formando um paralelogramo que é transformado num retângulo cuja expressão para o cálculo da área já é de conhecimento do aluno. Toda a ação permitiu que os alunos verificassem concretamente que a base do retângulo corresponde à metade do comprimento do círculo enquanto a altura equivale à metade de seu diâmetro. A determinação

do número  $\pi$  foi um assunto discutido nas atividades.

Outras práticas iniciam-se pelo conceito de comprimento, raio e diâmetro da circunferência (PASSOS, 2000; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008) para estudar a área do círculo. Para tal, figuras cilíndricas espaciais em diferentes tamanhos ( $R_{3-2}$ ) são utilizadas para que os alunos marquem os contornos das figuras geométricas ( $R_{3-13}$ ) da face circular (bases), façam a representação do raio e do diâmetro e, em seguida, façam a medição dos elementos ( $R_{3-14}$ ) pertencentes à circunferência (comprimento, diâmetro e raio) e ao círculo (diâmetro e raio) (PASSOS, 2000). De posse das medições, as atividades exploram a regularidade que existe no cálculo da razão entre o comprimento e o diâmetro das circunferências (PASSOS, 2000; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008); obtém empiricamente o valor da constante  $\pi$  e deduzem a expressão para o cálculo da área do círculo (PASSOS, 2000; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008). O estudo da área de figuras circulares é uma oportunidade para o trabalho com medidas não inteiras ( $R_{3-22}$ ) e também com números irracionais. A compreensão da área do círculo é utilizada na construção da noção do volume de cilindros.

Em figuras planas não circulares também se trabalha com medidas não inteira, uma vez que nem sempre a unidade de medida cabe uma quantidade de vezes exata em um inteiro. Neste caso, Lamas et al. (2007) também sugere que atividades para a introdução e a aplicação do conceito de área e para a correspondência entre unidades de medidas de superfície das figuras planas sejam desenvolvidas com números não inteiros ( $R_{3-22}$ ) racionais.

Quando as situações de mensuração envolvem o uso de três dimensões (comprimento, largura e altura) utilizam-se as medidas de volume. A unidade de medida padrão é o metro cúbico ( $m^3$ ) que corresponde ao espaço ocupado por um cubo de aresta 1 metro. O volume indica quantas vezes a unidade de medida cabe no objeto, ou seja, é o quanto do espaço este objeto ocupa. A construção de figuras geométricas ( $R_{3-5}$ ) a partir da justaposição de outras figuras ( $R_{3-8}$ ) e de atributos pré-definidos ( $R_{3-4}$ ) (PASSOS, 2000) ou a representação do preenchimento de figuras ( $R_{3-18}$ ) com unidades de medida arbitrárias ( $R_{3-19}$ ) (PASSOS, 2000; OLIVEIRA, 2001) permite que o aluno desenvolva a noção de volume enquanto espaço ocupado e entenda a notação cúbica da unidade de medida. Durante a construção ou a representação de preenchimento, o aluno trabalha com a quantidade de peças que compõem a base e a altura das figuras e, por meio de conceitos aritméticos, determina o valor do volume dessas figuras considerando as três dimensões.

Para Nacarato (2005), ao construir figuras geométricas ( $R_{3-5}$ ) espaciais a partir da justaposição de outras figuras ( $R_{3-8}$ ) ou ao decompor figuras geométricas ( $R_{3-9}$ ) em subfiguras é possível trabalhar o conceito de volume em poliedros convexos e não convexos. Enquanto



Angeli e Nogueira (2007) e Godoi e Guirado (2008) sugerem a construção da representação plana da figura geométrica espacial ( $R_{3-3}$ ) para desenvolver o conceito e o cálculo das áreas e do volume.

Existe uma relação entre as unidades de volume e as unidades de capacidade. A capacidade é o volume interno de líquidos ou gases num objeto. Embora a unidade de medida padrão seja o litro (l), o submúltiplo mililitro (ml) também é uma unidade de medida de capacidade bastante utilizada no dia-a-dia. O litro é a capacidade de um cubo que tem 1 decímetro de aresta. Para comprovar a relação existente entre litro e decímetro cúbico ( $1 \text{ litro} = 1 \text{ dm}^3$ ), a atividade de Passos (2000) envolve o preenchimento de recipientes ( $R_{3-18}$ ) cúbicos de 10 cm (1 dm) de aresta. Na proposta de Ventura e Vicente (2007), a construção da representação plana de figuras geométricas espaciais ( $R_{3-3}$ ) é utilizada para desenvolver modelos matemáticos para o cálculo da capacidade de volume das figuras. Com a representação plana das figuras geométricas espaciais, os alunos têm a oportunidade de verificar a aplicabilidade conjunta de conceitos aritméticos, algébricos e geométricos.

As formas geométricas e o espaço que essas formas ocupam juntamente com seus elementos intrínsecos são considerados ao ensinar medidas de grandezas. Assim como no bloco temático Espaço e Forma, as práticas com materiais concretos em Grandezas e Medidas adotam objetos/figuras em diferentes formatos e tamanhos ( $R_{3-2}$ ) para trabalhar os conceitos de área (ARRUDA; ALMEIDA, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008) de volume, de capacidade (PASSOS, 2000; VENTURA; VICENTE, 2007; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008) e de massa (GODOI; GUIRADO, 2008) de maneira empírica.

Com várias figuras geométricas representadas no mesmo plano ( $R_{3-7}$ ) é possível trabalhar as medidas de comprimento e a área de figuras geométricas (LEIVAS, 2000; SILVA; KODAMA, 2004a; LAMAS et al., 2007; DENECA, 2008). Quanto à área, a comparação entre as medidas realizadas com a mesma unidade de medida ( $R_{3-17}$ ) faz com que o aluno compreenda que figuras de mesma forma podem apresentar áreas diferentes (OLIVEIRA, 2001; SILVA; KODAMA, 2004a; LAMAS et al., 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008) e figuras de formas diferentes podem ter a mesma área (LEIVAS, 2000; LAMAS et al., 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; DENECA, 2008).

O registro das ações durante a atividade ( $R_{3-20}$ ) foi observado em atividades que envolviam unidades de medida racional e suas diferentes representações (OLIVEIRA, 2001), decimal e fracionária; que visavam à descoberta da relação entre as áreas de figuras semelhantes construídas (LAMAS et al., 2006; LAMAS et al., 2007); e também em atividades

que exploravam a noção de volume (PASSOS, 2000), área (OLIVEIRA, 2001) e comprimento (LEIVAS, 2000; DENECA, 2008) em figuras geométricas construídas. Por meio dos registros, tanto procedimentos concretos quanto mentais podem ser documentados e a descrição representa a evolução dos conhecimentos e das habilidades dos alunos.

Os conceitos de aritmética e geometria integram as práticas pedagógicas com materiais concretos para conteúdos de grandezas geométricas. Analogamente, o pensamento algébrico também aparece em situações-problema relacionadas às medidas de superfície (THOMAZ NETO, 2005; LAMAS et al., 2006; LAMAS et al., 2007; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008) e de volume (BULLA; GERÔNIMO, 2007) em figuras geométricas. Nas propostas, a montagem/modelagem de expressões matemáticas ( $R_{3-15}$ ) na forma concreta é feita com figuras geométricas cujas dimensões são desconhecidas e, portanto, representadas por incógnitas para a representação da área (THOMAZ NETO, 2005); para a dedução da relação existente entre áreas de figuras semelhantes (LAMAS et al., 2006); para a obtenção das expressões de cálculo da área de figuras planas (LEIVAS, 2000; LAMAS et al., 2007) ou circulares (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008); ou para a obtenção das expressões de cálculo do volume de figuras espaciais (BULLA; GERÔNIMO, 2007; LAMAS, 2008).

A manipulação de figuras e segmentos de reta é uma estratégia para o desenvolvimento de atividades empíricas para o trabalho com “Grandezas e Medidas”. A movimentação ( $R_{3-16}$ ) e a rotação ( $R_{3-21}$ ) são ações que auxiliam na execução das práticas com materiais concretos (LEIVAS, 2000; PASSOS, 2000; OLIVEIRA, 2001; SILVA; KODAMA, 2004a; SILVA; KODAMA, 2004b; THOMAZ NETO, 2005; LAMAS et al., 2006; ANGELI; NOGUEIRA, 2007; BULLA; GERÔNIMO, 2007; LAMAS et al., 2007; VASQUES; GERÔNIMO, 2007; VENTURA; VICENTE, 2007; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008; DOTTO; ESTEPHAN, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; LAMAS, 2008; NOVAK, 2008; NOVAK; PASSOS, 2008; VERSA; SOUZA, 2008).

#### **2.5.4 Requisitos pedagógicos para o bloco temático “Tratamento da Informação”**

Para o bloco temático “Tratamento da Informação”, os seis requisitos pedagógicos (Quadro 4) são sugeridos em função de atividades pedagógicas que propõem o trabalho com tabelas, gráficos e a interpretação de ambos simultaneamente ao trabalharem conteúdos relacionados aos demais blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais e noções

básicas de estatística e probabilidade.

Quadro 4 – Requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o bloco temático “Tratamento da Informação”

|                        | <b>Requisitos Pedagógicos</b>  | <b>Referência</b>   |
|------------------------|--|---|
| <b>R<sub>4-1</sub></b> | Diferentes tipos de gráficos   | Carminati (2008); Dotto e Estephan (2008)   |
| <b>R<sub>4-2</sub></b> | Construir gráficos<br>(a) A partir de tabelas  | Carminati (2008); Dotto e Estephan (2008); Estima e Guirado (2009); Fanti et al. (2008a); Gâmbaro e Araujo (2007); Medici (2007); Oliveira e César (2005); Peça e Crocetti (2008)   |
| <b>R<sub>4-3</sub></b> | Construir tabelas<br>(a) A partir de gráficos  | Brito e Santos (2010); Cararo e Souza (2008); Carminati (2008); Corrêa e Estephan (2008); Dotto e Estephan (2008); Estima e Guirado (2009); Gâmbaro e Araujo (2007); Grando, Nacarato Gonçalves (2008); Leão (2009); Medici (2007); Peça e Crocetti (2008); Vasques e Gerônimo (2007) |
| <b>R<sub>4-4</sub></b> | Preencher ou completar as tabelas  | Deneca (2008); Fanti et al. (2008a); Lamas et al. (2006); Leivas (2000); Maccari (2007); Oliveira e César (2005); Passos (2000); Rodrigues (2008); Silva e Kodama (2004a)   |
| <b>R<sub>4-5</sub></b> | Utilizar linguagem estatística (variável qualitativa e quantitativa, população, amostra, universo) | Peça e Crocetti (2008)  |
| <b>R<sub>4-6</sub></b> | Construir desenhos, esquemas   | Esteves (2001); Machado (2004)  |

Fonte: Dados da pesquisa.

A disposição dos dados em tabelas bem como a sua representação gráfica tem facilitado a leitura, a interpretação e a compreensão de conceitos e de definições de alguns conteúdos abordados nos blocos temáticos “Números e Operações”, “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”.

Para conteúdos do bloco temático “Números e Operações”, Deneca (2008) solicita o preenchimento de tabelas (R<sub>4-4</sub>) com os fatores obtidos a partir da configuração geométrica dos números em retângulos para trabalhar a operação de multiplicação. Enquanto Rodrigues (2008) utiliza a estratégia de preencher tabelas (R<sub>4-4</sub>) para os alunos se apropriarem do princípio da posição do algarismo e da estrutura de agrupamentos no sistema de numeração decimal. Em Fanti et al. (2008a) as tabelas são preenchidas (R<sub>4-4</sub>) com os resultados da fatoração de trinômios e com as raízes da equação do segundo grau; e gráficos são construídos (R<sub>4-2</sub>) para explorar funções quadráticas e fatoração.

Estima e Guirado (2009) propõem a construção de tabelas (R<sub>4-3</sub>) com valores de

comprimento ( $x$ ) de um tubo utilizado para visualizar um objeto afixado no quadro e de distância ( $y$ ) do observador ao quadro e a elaboração do gráfico ( $R_{4.2}$ ) da relação  $x$  e  $y$  para o estudo de funções. Para Leão (2009) as tabelas foram construídas ( $R_{4.3}$ ) e exploradas pelos alunos para estudarem a equivalência e a simplificação de frações.

Em “Espaço e Forma”, o preenchimento de tabelas com informações pré-solicitadas ( $R_{4.4}$ ) (SILVA; KODAMA, 2004a; DENECA, 2008) ou a organização de informações em tabelas ( $R_{4.3}$ ) (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; BRITO; SANTOS, 2010) tem propiciado a identificação do número de lados iguais, ângulos iguais e eixos para a simetria de polígonos (SILVA; KODAMA, 2004a); a associação da forma de embalagens com os sólidos geométricos (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008); a identificação do número de vértices, arestas e faces dos poliedros e a relação existente entre esses elementos (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008); o estabelecimento da relação do nome do poliedro com o número de faces (DENECA, 2008); a observação da regularidade existente entre os lados e os ângulos internos de polígonos regulares (BRITO; SANTOS, 2010). A proposta de Maccari (2007), envolvendo álgebra e geometria, foi o preenchimento da tabela ( $R_{4.4}$ ) com dados sobre o número de partes geradas em função de cortes realizados em uma folha a partir da quantidade de retas paralelas construídas num plano (a folha).

No caso do bloco “Grandezas e Medidas”, o preenchimento de tabelas ( $R_{4.4}$ ) com os valores do comprimento, do diâmetro e da razão entre esses dois elementos foi a estratégia de Passos (2000) e Lamas et al. (2006) para determinar o comprimento de circunferências e a razão  $\pi$ . Também adotado por Oliveira e César (2005), tabelas foram preenchidas ( $R_{4.4}$ ) com pesos e quantidades para abordar a temática de proporcionalidade; e gráficos foram construídos ( $R_{4.2}$ ) representando a relação existente entre o peso e a quantidade.

Enquanto nas atividades de Dotto e Estephan (2008) foi adotada a elaboração de tabelas ( $R_{4.3}$ ) para trabalhar medidas de comprimento e a capacidade de estimar dos alunos, assim como o conceito de escalas. Vasques e Gerônimo (2007) também organizam medições estimadas em tabelas ( $R_3$ ) e as frações correspondentes para trabalhar com submúltiplos da unidade de medida metro. Em Godoi e Guirado (2008), a criação da tabela ( $R_{4.3}$ ) serviu para relacionar as medições com instrumentos padronizados de medida; e gráficos foram construídos ( $R_{4.2}$ ) a partir das medições da altura e do peso dos alunos.

As práticas também propõem o preenchimento ( $R_{4.4}$ ) (LEIVAS, 2000; DENECA, 2008) ou a criação ( $R_3$ ) (CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008) de tabelas com medidas realizadas nos lados de diferentes figuras geométricas. Os valores organizados nas tabelas foram utilizados para o cálculo do perímetro

(LEIVAS, 2000; CARARO; SOUZA, 2008) e da área das figuras (LEIVAS, 2000; CARARO; SOUZA, 2008; CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008). Os valores calculados foram incorporados nas tabelas. Em alguns casos, com o valor da área de cada uma das figuras foi determinada a quantidade de material utilizada para a confecção da embalagem planejada; e essa quantidade foi confrontada com o volume da embalagem (CARMINATI, 2008; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008) buscando a embalagem ótima, a que gasta menor material e tem o maior volume. A partir daí, gráficos foram construídos ( $R_{4.2}$ ) para representar a relação forma e volume permitindo a análise e interpretação dos alunos para a forma ideal (CARMINATI, 2008).

Um mesmo conjunto de dados pode ser representado por diferentes tipos de gráficos ( $R_{4.1}$ ), no entanto em Carminati (2008) e Godoi e Guirado (2008) não foi identificado os tipos de gráficos construídos pelos alunos.

A tarefa proposta por Grando, Nacarato e Gonçalves (2008) era a produção de registros que comprovassem que valores do perímetro podem ser maiores que a área e vice-versa. Foi observado que um grupo de alunos elaborou uma tabela ( $R_{4.3}$ ) para registrar os valores do perímetro e da área para medidas distintas do lado de um quadrado. As medidas foram determinadas pelos próprios alunos e variaram de 1 a 10 unidades. A visualização conjunta dos valores facilitou a diferenciação entre os conceitos de área e de perímetro, verificou-se que em nenhum momento os conceitos foram confundidos.

A análise e interpretação dos dados organizados em tabelas e gráficos são propostas para o ensino e a aprendizagem estatística (MEDICI, 2007; PEÇA; CROCETTI, 2008; GÂMBARO; ARAUJO, 2007), que é um dos temas abordado no bloco “Tratamento da Informação”.

A formulação de hipótese, a coleta, a organização, a apresentação dos dados em tabelas ( $R_{4.3}$ ), a representação em gráficos ( $R_{4.2}$ ) considerando seus diferentes tipos ( $R_{4.1}$ ) e a interpretação do significado dos dados foram atividades exploradas para o estudo da estatística (MEDICI, 2007; PEÇA; CROCETTI, 2008; GÂMBARO; ARAUJO, 2007). A linguagem estatística ( $R_{4.5}$ ) foi adotada para a realização de atividades contribuindo para a alfabetização estatística (PEÇA; CROCETTI, 2008).

Outro tema inserido neste bloco é a análise combinatória e a probabilidade. Para introduzir o raciocínio combinatório cujo conceito é fundamental para o cálculo de probabilidades, Esteves (2001) e Machado (2004) propuseram uma sequência de atividades onde a construção de desenhos e esquemas ( $R_{4.6}$ ) em árvore foi uma das estratégias de ação dos alunos para indicar seus procedimentos de resolução.

## 2.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A riqueza de características inerentes às práticas pedagógicas com materiais concretos fez com que fosse possível obter, a partir de tais características, os requisitos pedagógicos mínimos necessários ao desenvolvimento de cada conteúdo abordado e criar uma base de dados consistente com a realidade, a linguagem e as necessidades dos professores.

Para a determinação dos requisitos foram consideradas as ações e os procedimentos propostos em práticas pedagógicas para cada um dos quatro blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Portanto, os detalhes das estratégias e das necessidades para cada tema em termos de recursos didáticos estão contemplados na base de dados dos requisitos pedagógicos.

A base de dados serve de apoio a desenvolvedores e avaliadores que pretendem desenvolver/avaliar software educativos que atendam às exigências dos educadores em relação às peculiaridades do material didático, podendo inclusive ser utilizada para a elaboração do documento na etapa de elicitação de requisitos. Neste caso, o rigor na interpretação da linguagem técnica educacional e a compreensão de procedimentos que envolvem a educação matemática não se fazem necessários.

A elaboração fragmentada dos requisitos pedagógicos por bloco temático permite o desenvolvimento de software direcionados aos conteúdos específicos abordados num único bloco temático. No entanto, é importante lembrar que alguns materiais didáticos concretos não são únicos, e muito menos específicos, para determinado conteúdo ou bloco temático. A visão conjunta de requisitos pedagógicos favorece a produção de software para o trabalho com conteúdos que contemplam mais de um bloco temático, atendendo de forma mais ampla os interesses de professores e permitindo a inter-relação de conceitos e procedimentos matemáticos.

## 2.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, I. A. C.; LOPES, R. F.; SILVA, E. B. O origami como material exploratório para o ensino e a aprendizagem da geometria. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA GRÁFICA NAS ARTES E NO DESENHO, 3., 2000, Outro Preto. **Anais...** Outro Preto: UFOP, 2000. 1 CD-ROM.

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F.; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 94-108, 2004.

ANGELI, A. M. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **A resolução de problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_angela\\_maria\\_alves\\_angeli.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_angela_maria_alves_angeli.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ANTONIO, F. C.; ANDRADE, S. V. R. **O LEM como facilitador do ensino aprendizagem de matemática de ensino fundamental**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1952-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ARMENDARIZ, R. S.; ALMEIDA, V. L. M. C. Uma contribuição do laboratório de materiais didático-pedagógicos de matemática para o ensino-aprendizagem matemática. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 10., 2009, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: Unesp, 2009. p. 1-15.

ARRUDA, F. A. O.; ALMEIDA, V. L. M. C. **Os jogos Tangram e Dominó Geométrico como estratégia para o ensino da geometria**. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008, p. 121-130.

ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, Dordrecht, v. 7, p. 245–274, 2002.

BALDISSERA, A. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_altair\\_baldissera.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. **Jogos matemáticos como metodologia de ensino aprendizagem das operações com números inteiros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1948-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, L. S.; RODRIGUES, C. G. **Geometria euclidiana**: uma proposta para o desenvolvimento do raciocínio matemático. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 17., ENCONTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO, 10., 2008, Pelotas. **Anais...** Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 2008. 1 CD-ROM.

BIGODE, A. J. L. **Geometria elementar no geoplano de papel**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/geometria-elementar-geoplano-papel-429069.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRESSAN, R. Padrões de simetria e o Geplano. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009. p. 1112-1120.

BRITO, A. S.; SANTOS, H. M. **Polígonos regulares com flexibilização para deficiência visual**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/poligonos-regulares-511507.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BULLA, O. ; GERÔNIMO, J. R. **Introduzindo o conceito de polígono por meio de planificação e construção de poliedros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_oswaldo\\_bulla.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_oswaldo_bulla.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BURNS, P. K.; BOZEMAN, W. C. Computer-assisted instruction and mathematics achievement: is there a relationship? **Educational Technology**, Englewood, v. 21, n. 10, p. 32-39, 1981.

BUSSI, M. G. B.; BONI, M. Instruments for semiotic mediation in primary school classrooms. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 23, n. 2, p. 15-22, 2003.

CARARO, L. E.; SOUZA, J. R. **Contribuições da geometria plana no aprendizado de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1958-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática**: uma proposta de ensino possível na escola pública. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 37, n. 2, p. 87-115, 2006.

CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY. **Key building blocks for student achievement in the 21st century**. Washington: CEO Forum, 2001. 31 p.



COLEY, R. J.; CRADLER, J.; ENGEL, P. K. **Computers and classrooms: the status of technology in U.S. schools**. Princeton: Policy Information Center/Educational Testing Service, 1997. 67 p.

CORRÊA, R. J.; ESTEPHAN, V. M. **Modelagem matemática: um trabalho com embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1669-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

COX, M. J. **The effects of information technology on students' motivation: summary report**. London: National Council for Educational Technology/King's College London, 1997. 12 p.

DAVEY, B.; COPE, C. Requirements elicitation – what's missing? **The Journal of Issues in Informing Science and Information Technology**, Santa Rosa, v. 5, p. 544-551, 2008.

DENECA, M. L. **Material didático: catálogo de materiais didáticos manipuláveis e atividades para o laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/625-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

DEUS, A. F. B. **Metodologia da matemática lúdica: o uso do Tangram como recurso de aprendizagem**. São José dos Campos: Planeta Educação, 2008. Disponível em: <<http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=1148>>. Acesso em: 15 dez. 2009.

DOTTO, A. E. M.; ESTEPHAN, V. M. **O uso da modelagem matemática em sala de aula**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1661-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ERTMER, P. A. Addressing first- and second-order barriers to change: strategies for technology integration. **Educational Technology Research and Development**, Washington, v. 47, n. 4, p. 47-61, 1999.

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental**. 2001. 193 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

ESTIMA, C. A. M.; GUIRADO, J. C. **O estudo das funções no ensino médio com materiais manipuláveis**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2171-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FANTI, E. L. C.; SILVA, A. F.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. **Várias abordagens metodológicas para o ensino da equação do segundo grau: uma experiência em escola pública.** In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008a, p. 153-162.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. Ensinando fatoração e funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008b, p. 170-184.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. Ensinando fatoração funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Livro eletrônico dos núcleos de ensino da Unesp.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008b. p. 170-184.

FERNANDES, S. F. H. **As frações do dia-a-dia** – operações. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/48-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FERREIRA, L. L. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **O desenvolvimento da linguagem algébrica e sua compreensão por meio da álgebra geométrica.** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/540-4.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

FLAVELL, J. H. **The development psychology of Jean Piaget.** New York: Van Nostrand, 1963.

GÂMBARO, S. M. B.; ARAUJO, A. M. M. **Estatística no dia a dia.** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/202-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GARDETE, C.; CÉSAR, M. Equação (im)possível: um caminho para a sua solução. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2006, Setúbal. **Actas...** Setúbal: APM, 2006. 1 CD-ROM.

GODOI, A. M. S.; GUIRADO, J. C. **Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar.** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GRANDO, N. I.; MARASINI, S. M. Equação de 1º grau: uma síntese teórico-metodológica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Centro Universitário de Belo Horizonte, 2007. 1 CD-ROM.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L. M. G. Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 39-56, jan./abr. 2008.

GRÜTZMANN, T. P.; COLVARA, M. R. S. A prática de ensino de matemática no ensino fundamental: o uso de material concreto e de jogos na busca do ensino e da aprendizagem. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 18., 2009, Pelotas. **Anais...** Pelotas: UFPel, 2009. 1 CD-ROM.

KULIK, J. A. School mathematics and science programs benefit from instructional technology. **InfoBrief Science Resource Statistics**, Arlington-Virginia, p. 1-5, nov. 2002.

KULIK, C. C.; KULIK, J. A. Effectiveness of computer-based education in colleges. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAM EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 69., 1985, Chicago. **Proceedings...** Chicago: American Educational Research Association, 1985. p. 1-50.

LAMAS, R. C. P. Axiomas da geometria euclidiana em atividades experimentais. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 164-169.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; COSTA, F. M.; PEREIRA, I. M. C.; MAURI, J. Ensinando área no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2007. p. 430-449.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; CHIRE, V. A. Q.; MAURI, J.; GALÃO, P. H. Atividades experimentais de geometria no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 576-584.

LAMAS, R. C. P.; MAURI, J. O teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 815-825.

LEÃO, N. S. **Frações e números decimais** - apenas formas diferentes de nomear e de grafar os números? Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2412-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEITE, J. M.; LEVANDOSKI, A. A. **Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. Disponível em: <<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplano.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2009.

LEONARDI, E. A. S.; GERÔNIMO, J. R. **O uso do laboratório do ensino de matemática para o ensino de frações**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2191-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MACCARI, M. Z. **Álgebra na sala de aula**: produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MACHADO, R. M. Explorando o Geoplano. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Minicurso...** Salvador: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. 1 CD-ROM.

MARIÑO, A. El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la geometría. **Anuário Educación Integral**, Caracas v. 3, n. 3-4, p. 49-76, 2000.

MARSANGO, J. R. **Geoplano**: uma alternativa para o ensino da Matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2410-6.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MASSAGO, I.; ANDRADE, D. **O ensino de matemática**: explorando jogos que utilizam materiais didáticos manipuláveis e softwares educacionais. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/122-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MEDICI, M. **Estatístico**: organização, representação e interpretação de dados por alunos da 5ª série do ensino fundamental. 2007. 127 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MEIRA, L. Mediation by tools in the mathematics classroom. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 19., 1995, Recife. **Proceedings...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1995. p. 102-111.

MELO, S. M. S.; NIERADKA, I. M. A.; LÜBECK, K. R. M. **Sistema de numeração decimal**: reconstrução de conceitos. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2415-8.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

MORAIS, I. Z. **Os materiais manipuláveis no ensino de matemática, com ênfase na formação de docentes**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/977-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics**. 3 ed. Reston: NCTM, 2000. 402 p.

NOVAK, T. C. U. N. **Geometria e origami uma combinação perfeita**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NOVAK, T. C. U. N.; PASSOS, A. M. **A utilização do origami no ensino da geometria: relatos de uma experiência**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NUERNBERG, R. N.; ANDRADE, S. V. R. **Entendendo frações: o que fazer com os denominadores na hora da soma?** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1962-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

OLIVEIRA, C. **Generalização de áreas**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/generalizacao-resultado-respeito-areas-524998.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

OLIVEIRA, R. **Área, perímetro e volume**. 2001. Disponível em: <<http://www.redebrasil.tv.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt4.htm>>. Acesso em: 20 mai. 2010.

OLIVEIRA, A. I.; CÉSAR, M. Há operações que resultam!... A educação intercultural em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – PROFMAT, 20., 2005, Évora. **Actas...** Évora: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 3-10.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 23., 2000, Caxambú. **Anais...** Caxambú: ANPEd, 2000. Disponível em: <[www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf](http://www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

PAPERT, S. **The children's machine: rethinking school in the age of the computer**. New York: Basic Books, 1994. 241 p.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. 348 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PEÇA, C. M. K.; CROCETTI, S. **Análise e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos utilizando dados interdisciplinares**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <[www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

PRESSMAN, R. S. **Software engineering: a beginner's guide**. New York: McGraw-Hill Higher Education, 1988. 294 p.

REIS, E. M. **As maravilhas do origami na geometria**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-4.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2010.

REIS, E. M.; MEDEIROS FILHO, D. A. **Origami e geometria**: objeto de aprendizagem colaborativa. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-2.pdf>. Acesso em: 14 dez. 2009.

RIBEIRO, I. C.; BORTOLOTTI, R. D. M. **Uma experiência com o uso do material concreto no ensino de Geometria no Distrito de Itaibó – Jequié – Bahia**, 2010. Disponível em: [http://www.sbemba.com.br/anais\\_do\\_forum/relato\\_de\\_experiencia/RE6.pdf](http://www.sbemba.com.br/anais_do_forum/relato_de_experiencia/RE6.pdf). Acesso em: 20 maio 2010.

ROCHA, C. A.; PESSOA, G.; PEREIRA, J. A. A.; SILVA FILHO, J. M. O uso do geoplano para o ensino de geometria: uma abordagem através de malhas quadriculadas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUC AÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. 1 CD-ROM.

RODRIGUES, A. C. **Promovendo conexão entre procedimento e conceito**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1844-8.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ROSA, R. A.; DIAS, F. M.; MEDEIROS, L. T.; FANTI, E. L. C. O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 3., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UFG, 2006. 1 CD-ROM.

SANTANA, O. A. T.; FERREIRA, R. C. **Usando jogos para ensinar matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_onelcy\\_aparecida\\_tiburcio\\_santana.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_onelcy_aparecida_tiburcio_santana.pdf). Acesso em: 14 ago. 2010.

SANTOS, M. L. **Matemática lúdica**: o uso do Tangram. 2007. Disponível em: <http://www.centrorefeducacional.com.br/matludica.htm>. Acesso em: 15 dez 2009.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. O jogo Gamão e suas relações com as operações adição e subtração. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 7-14, 2005.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Dominós. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 3., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UFG, 2006. 1 CD-ROM.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no ensino da matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004a.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Dominó das Quatro Cores. In: PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO DA UNESP. (Org.). **Caderno do Núcleo de Ensino**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2004b, v. 1, p. 210-215.

SILVA, K. C. O.; LEVANDOSKI, A. A. **O jogo como estratégia no processo ensino-aprendizagem matemática na 6ª série ou 7º ano**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SIVIN-KACHALA, J.; BIALO, E. R. **Research report on the effectiveness of technology in schools**. Washington: Software and Information Industry Association, 2000. 136 p.

SOMMERVILLE, I. **Software engineering**. 6. ed. New York: Addison-Wesley, 2000. 720 p.

TIGGEMAN, I. S.; BOBADILHA, K.; MARQUES, M. C. B.; ALMEIDA, S. T.; BARBOSA, R. M. Papel de pontos: quais ou quantos I segmentos e triângulos em rede 3x3. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2006.

THOMAZ NETO, M. O. Uma proposta para a aprendizagem de conceitos algébricos a partir do material dourado. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 1, n. 1, p. 1-6, 2005.

VALENZUELA, S. T. F.; GRECCO, A. M. V.; SOUZA, S. R. O. O uso de softwares na prática pedagógica dos professores de matemática: relato de experiência. **Revista de Educação**, Itatiba, v. 12, n. 13, p. 119-124, 2009.

VASQUES, R. M. C.; GERÔNIMO, J. R. **Abordando o ensino de medidas com o uso do laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2211-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VENTURA, A.; VICENTE, A. **O ensino da geometria com o uso das embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_aldenir\\_ventura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_aldenir_ventura.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VERSA, I.; SOUZA, J. R. **Uso de material didático manipulável (material concreto) no estudo da geometria métrica espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1953-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

WARREN, E.; COOPER, T. J. Young children's ability to use the balance strategy to solve for unknowns. **Mathematics Education Research Journal**, Geelong, v. 17, n. 1, p. 58-72, 2005.

YUSHAU, B.; BOKHARI, M. A.; WESSELS, D. C. J. Computer aided learning of mathematics: software evaluation. **Mathematics and Computer Education**, New York, v. 38, n. 2, p. 165-82, 2004.



## CAPÍTULO 3

### **Desenvolvimento de uma ferramenta computacional com requisitos pedagógicos identificados na prática com o material concreto “Balança de Dois Pratos”<sup>5</sup>**

#### **3.1 RESUMO**

Nos princípios construtivistas, a aprendizagem é um processo no qual o sujeito constrói seu conhecimento. As pesquisas em educação matemática buscam caminhos para tornar o ensino de matemática menos árido, mais atraente. Em se tratando da resolução de equações polinomiais de 1º grau, é muito comum o professor trabalhar com a idéia equivocada de “trocar o sinal” quando os termos “mudam” de membro. Para minimizar este problema, busca-se na balança de dois pratos modelos para ilustrar a idéia de equilíbrio e também os princípios de equivalência. Os objetivos deste trabalho foram 1) utilizar os requisitos pedagógicos definidos pela prática pedagógica com a “Balança de Dois Pratos” para desenvolver uma ferramenta computacional para substituir a balança convencional de dois pratos e solucionar os dois desafios materiais dos professores brasileiros: a dificuldade com a aferição da balança e a impossibilidade de ações físicas dos alunos por meio da participação direta; 2) verificar como a substituição da balança convencional de dois pratos por uma ferramenta computacional na solução de equações de 1º grau afetou os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem como motivação, cooperação, diálogo, discussão, reflexão, reciprocidade, negociação e responsabilidade. Os resultados indicam que a ferramenta cognitiva computacional atendeu aos desafios dos professores brasileiros. Primeiro, pela falta de mecanismos que precisem de aferição para a representação da idéia de equilíbrio. E, segundo, por permitir a participação direta dos alunos (experiências físicas) e o uso da ferramenta em pequenos grupos (experiências sociais). A realização da atividade em primeira pessoa, a aparência realística, a interatividade com a ferramenta, o feedback no painel visual e a possibilidade de dois alunos utilizarem a mesma ferramenta despertou a motivação, a responsabilidade em concluir a atividade, o diálogo, a cooperação, a discussão e a reflexão. A experimentação conjunta despertou a preocupação com o aprendizado do outro e a reciprocidade de conhecimento para o aprimoramento do procedimento a ser construído sobre a resolução de equações de 1º grau.

**Palavras-chave:** ensino fundamental, matemática, ambiente de aprendizagem interativa

---

<sup>5</sup> Publicado com pequenas modificações: FIGUEIRA-SAMPAIO, A. S.; SANTOS, E. E. F.; CARRIJO, G. A. A constructivist computational tool to assist in learning primary school mathematical equations. **Computers & Education**, New York, v. 53, n. 2, p. 484-492, 2009.

## **Development of a computational tool with educational requirements identified through practice with a "Double-Pan Balance"**

### **3.2 ABSTRACT**

In constructivist principles, learning is a process in which individuals construct knowledge. Research in Mathematics Education looks for ways to make mathematics education less dry and more attractive. When solving polynomial equations of the first degree, it is very common for teachers to work with the mistaken idea of "changing the sign" when "moving" the member. To minimize this problem, a balance can be used to illustrate the idea of equilibrium and also properties of equality. The objectives of this study were 1) develop a computational tool to replace a conventional balance in practical mathematics exercises thereby solving two material challenges for Brazilian teachers: verifying the accuracy of balances and the lack of student physical and social activity through direct participation; 2) determine how substituting the conventional balance with a computational tool for the solution of first degree polynomial equations affected the aspects inherent in the learning process like motivation, cooperation, dialogue, discussion, reflection, reciprocity, negotiation and responsibility. The results indicate that the cognitive computational tool met the challenges of Brazilian teachers. First, because it lacks mechanisms that need to be verified for accuracy in order to demonstrate equilibrium. Second, because it allows the direct participation of students (physical experience) and the use of the tool in small groups (social experience). The hands on completion of the activity, realistic appearance, the interaction with the tool, visual feedback on the panel, and two students using the same tool awakened motivation, responsibility for completing the activity, dialogue, cooperation, discussion and reflection. Doing the experiment with others aroused concern about the learning of others and reciprocity of knowledge for the improvement of the procedure to be constructed for solving 1<sup>st</sup> degree equations.

**Keywords:** elementary education, mathematics, interactive learning environments

### 3.3 INTRODUÇÃO

A forma de ensinar tem sido alterada como resultado da evolução das vertentes pedagógicas ocorridas ao longo do século XX. Até meados da década de 1990, os diferentes paradigmas de ensino-aprendizagem oriundos das principais correntes filosófico-pedagógicas eram centrados ora no professor, ora no aluno e ora nos recursos. A partir do final da década de 1990, a socialização das principais pesquisas de diferentes teóricos tais como Jean Piaget, Lev Vygotsky, Henri Wallon, David Ausubel, George Kelly e Philip Johnson-Laird aponta o conhecimento como uma construção cognitiva.

Tomando como base as teorias de Piaget (1952, 1970a, 1970b, 1977) e Vygotsky (1962, 1978), a aprendizagem é um processo no qual o sujeito constrói seu conhecimento por meio de experiências individuais, conhecimento prévio e interação social, numa relação constante entre fatores internos e externos, promovendo o desenvolvimento cognitivo.

Dentre alguns dos princípios de boas práticas educacionais referenciadas pelas teorias construtivistas têm-se: a) contato entre os alunos, b) reciprocidade e cooperação, c) aprendizagem ativa, d) *feedback*, e) tempo nas tarefas, f) expectativas, g) respeito aos estilos de aprendizagem (CHICKERING; GAMSON, 1987); h) escolha e independência do aluno, i) motivadores intrínsecos e curiosidade natural, j) ocasiões para reflexão, k) ênfase nas habilidades de ordem superior, l) fazer com outros alunos, m) ambientes de alto desafio (MARCHESE, 1997), n) alunos empenhados na solução dos problemas do mundo real, o) conhecimento existente é ativado como base para novos conhecimentos, p) novo conhecimento é demonstrado para o aluno, q) novo conhecimento é aplicado pelo aluno, r) novo conhecimento é integrado ao mundo do aluno (MERRIL, 2002).

Durante os últimos anos, cresce o número de ferramentas computacionais desenvolvidas com base em princípios construtivistas, porque tais ferramentas oferecem mais possibilidades de obter benefícios de aprendizagem que os modos de instruções tradicionais (DUFFY; LOWYCK; JONASSEN, 1993; STEFFE, 1995; WILSON, 1996; MAYES; FOWLER, 1999). A integração das novas tecnologias de informação e comunicação à educação está sendo um meio capaz de produzir transformações nos métodos de ensino (HADDAD, 2007).

As pesquisas em Educação Matemática que acontecem no Brasil e em outros países apontam a necessidade de rever as práticas pedagógicas. Buscam-se caminhos para tornar o ensino de matemática menos árido, mais atraente. Boa parte do desempenho insatisfatório dos

alunos decorre de práticas pedagógicas que se baseiam na transmissão de conteúdos, no treino de habilidades e na memorização mecânica de processos sem compreensão (BRASIL, 1998). Em uma escala de muito crítico, crítico, intermediário, adequado e avançado, 57% dos alunos no Brasil, que concluem o ensino fundamental (8ª série ou 9º ano) se encontram nos dois mais baixos estágios de medição do desempenho de aprendizagem na área de matemática: crítico e muito crítico (ARAÚJO; LUZIO, 2005). Portanto, é preciso que, dentre outros aspectos, os educadores conheçam as melhores estratégias que promovam a boa aprendizagem, sendo baseadas no conhecimento de como se constrói os conceitos matemáticos (DOURADO, 2004; ARAÚJO; LUZIO, 2005). Os professores de matemática trabalham com práticas de ensino diferenciadas e utilizam materiais concretos e manipuláveis para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

No Brasil, em se tratando da resolução de equações polinomiais de 1º grau no ensino da matemática, é muito comum o professor trabalhar com a idéia de “passar termos de um membro para outro” associada com a idéia equivocada de “trocar o sinal” quando os termos “mudam” de membro. Para ilustrar o erro cometido pelos alunos que trabalham nesta perspectiva, considere a equação  $5x + 50 = 3x + 290$  e acompanhe como um aluno a resolveria (Tabela 1).

Tabela 1 – Resolução equivocada da equação pela idéia da troca de sinal

| Equação                 | Resolução   |
|-------------------------|---|
| a) $5x + 50 = 3x + 290$ |   |
| b) $5x - 3x = 290 - 50$ | b) Separam-se os termos que tem variável no primeiro membro e os que não tem variável no segundo membro. Além disso, o aluno “inverteu o sinal” dos termos que “mudaram” de membro. |
| c) $2x = 240$           | c) Efetuam-se as operações.   |
| d) $x = \frac{240}{-2}$ | d) O aluno continuou com a idéia equivocada de que “mudar de membro” significa “inverter o sinal”.  |

Fonte: Elaborado pela autora.

Para minimizar o problema detectado acima, busca-se na prática com a balança de dois pratos modelos para ilustrar a idéia de equilíbrio e também os princípios de equivalência (FILLOY; SUTHERLAND, 1996; SAENZ-LUDLOW; WALGAMUTH, 1998; ACZEL, 1998; CARPENTER; FRANKE; LEVI, 2003; WARREN; COOPER, 2005). Para ilustrar a relação de equivalência, no princípio aditivo adiciona-se algebricamente quantidades iguais a ambos os membros de uma equação, e no princípio multiplicativo multiplica-se ambos os

membros por um mesmo valor, prevalecendo as igualdades (Tabela 2).

Tabela 2 – Resolução da equação pelo princípio da equivalência

| Equação                           | Resolução   |
|-----------------------------------|---|
| a) $5x + 50 = 3x + 290$           |   |
| b) $5x + 50 - 3x = 3x + 290 - 3x$ | b) Adiciona-se $-3x$ a ambos os membros da equação (princípio aditivo da equivalência).             |
| c) $5x - 3x + 50 = 3x - 3x + 290$ | c) Agrupam-se os termos semelhantes.  |
| d) $2x + 50 = 290$                | d) Efetuam-se as operações com os termos semelhantes.   |
| e) $2x + 50 - 50 = 290 - 50$      | e) Adiciona-se $(-50)$ a ambos os membros da equação (princípio aditivo da equivalência).           |
| f) $2x = 240$                     | f) Efetuam-se as operações.   |
| g) $\frac{2x}{2} = \frac{240}{2}$ | g) Multiplicam-se ambos os membros da equação por $1/2$ (princípio multiplicativo da equivalência). |

Fonte: Elaborado pela autora.

A utilização de uma balança de dois pratos tem sido muito útil. Ela constitui o artefato didático mais popular usado para ensinar procedimentos de resolução de equações do 1º grau (LINS, 1992). Mesmo com suas limitações como na dificuldade em visualizar a manipulação de quantidades negativas e de coeficientes decimais (ACZEL, 1998), Os alunos têm demonstrado uma maior compreensão deste procedimento e isto tem refletido melhores resultados na construção do pensamento algébrico (WARREN; COOPER, 2005).

No Brasil, além das limitações didático-pedagógicas apresentadas nos modelos baseados nas balanças, esta pesquisa aponta outros desafios, de ordem material, enfrentado pelos professores. Como as balanças de dois pratos utilizadas nas escolas já são ultrapassadas, os professores ficam diante de dois principais desafios. O primeiro deles é aferir as balanças para que estas realmente representem a idéia de equilíbrio expressa na igualdade (equação). Na maioria das vezes, o professor precisa preparar a balança no dia anterior à prática matemática. O segundo é a dificuldade de manter a balança equilibrada de forma a concluir o experimento. A exploração do ambiente (a balança) e dos objetos (os pesos) pelos alunos não é permitida, pois as ações físicas podem afetar o mecanismo de equilíbrio da balança e dificultar a idéia de equilíbrio.

Para associar a estratégia pedagógica da balança no ensino de equações de 1º grau com as novas tecnologias da informação e solucionar os dois desafios materiais dos professores brasileiros é fundamental o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que substitua

a balança convencional de dois pratos nas práticas matemáticas. Esta ferramenta pode modernizar o ensino e ao mesmo tempo estimular o aluno, despertando neste o gosto pelo saber. Por outro lado, a utilização de recursos didáticos na perspectiva da construção do conhecimento envolve aspectos inerentes ao processo de aprendizagem. Portanto, a utilização da ferramenta computacional desenvolvida para resolução de equações de 1º grau também afeta estes aspectos. Embora a balança de dois pratos traga benefícios, mantém os alunos como meros expectadores durante o processo de aprendizagem. Com uma ferramenta computacional, os alunos passam a participar da prática pedagógica como membros ativos deste processo. Então, é importante conhecer como a substituição de uma balança convencional de dois pratos por uma ferramenta computacional pode afetar os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem.

Desta forma, os objetivos deste trabalho foram: (1) utilizar os requisitos pedagógicos definidos pela prática pedagógica com a balança de dois pratos para desenvolver uma ferramenta computacional para substituir a balança convencional de dois pratos e solucionar os dois desafios materiais dos professores brasileiros: a dificuldade com a aferição da balança e a impossibilidade de ações físicas dos alunos por meio da participação direta; (2) verificar como a substituição da balança convencional de dois pratos por uma ferramenta computacional na solução de equações de 1º grau afeta os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem como motivação, cooperação, diálogo, discussão, reflexão, reciprocidade, negociação e responsabilidade.

### 3.4 MATERIAL E MÉTODOS

A pesquisa é de caráter exploratório e descritivo. A pesquisa exploratória auxilia na visão geral acerca de determinado fenômeno em perspectiva, com o objetivo de levantar as variáveis relevantes que devem ser consideradas no problema de pesquisa. Enquanto que a pesquisa descritiva visa, com base em objetivos bem definidos, expor as características desse determinado fenômeno ou estabelecer as relações entre essas variáveis.

Quanto à natureza das variáveis, optou-se pela pesquisa qualitativa em função da necessidade de uma análise mais profunda do fenômeno em estudo dentro de uma perspectiva integrada (LECOMPTE; MILLROY; PREISSLE, 1992; DENZIN; LINCOLN, 2000). Sendo o escopo da pesquisa um estudo profundo do fenômeno observado em seu ambiente natural, a pesquisa enquadra-se também no método de estudo de caso (YIN, 2002). A utilização do método de estudo de caso leva às seguintes limitações: o trabalho constitui na análise de um caso e os resultados não podem ser generalizados.

As unidades de análise foram extraídas do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública, por amostragem não probabilística por conveniência, totalizando duas turmas, aqui denominadas por A e B. O professor de matemática foi o mesmo para ambas as turmas.

É no 6º ano que os alunos têm o primeiro contato com conceitos, definições e exemplos relacionados a equações de 1º grau até então desconhecidos. Portanto, para compor a amostra, estabeleceu-se como condição básica a obrigatoriedade das turmas terem construídos em aulas teóricas anteriores conceitos preliminares como sentenças abertas ou fechadas, verdadeiras ou falsas, incógnitas, igualdade e equações do 1º grau. Somente após o desenvolvimento destes conceitos em sala de aula, os alunos foram levados aos laboratórios para as práticas pedagógicas.

Os alunos constituíram as unidades de observação, totalizando 46, sendo 23 alunos em cada turma. A turma A foi levada ao laboratório de informática, para utilização da balança virtual, e a turma B ao laboratório de matemática, utilizando a balança convencional de dois pratos. Com o intuito de analisar habilidades interpessoais, no laboratório de informática os alunos sentaram-se em dupla por computador. Devido aos princípios didático-pedagógicos da escola, não foi possível fazer com que uma turma ficasse apenas com a experiência em sala de aula e não fosse a nenhum dos laboratórios.

Nos laboratórios, foram apresentados aos alunos cinco problemas, de diferentes níveis de dificuldade ( $x + 4 = 10 + 4$ ;  $5x + 1 = 35 + 1$ ;  $2x + 5 = 10 + x$ ;  $3x + 12 = 12 + 13 + 2x$ ;  $5x +$

$50 = 3x + 290$ ), com equações polinomiais de 1º grau para que os alunos pudessem solucionar com o auxílio das balanças e a presença do professor. No laboratório de informática, as equações foram apresentadas na ferramenta computacional que foram solucionadas pelos alunos na própria ferramenta. Já no laboratório de matemática, o professor listou as equações no quadro negro para que os alunos pudessem acompanhar a resolução por meio da balança convencional de dois pratos.

A coleta de dados foi realizada por meio da observação não-participante enquanto os alunos desenvolviam as atividades, buscando identificar as possíveis contribuições da ferramenta computacional no processo de ensino-aprendizagem. As observações foram registradas detalhadamente por meio de notas de campo, considerando o que foi observado no decorrer das atividades. A duração da aula prática foi de 50 minutos tanto no laboratório de informática quanto no laboratório de matemática.



### 3.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.5.1 Desenvolvimento da ferramenta computacional

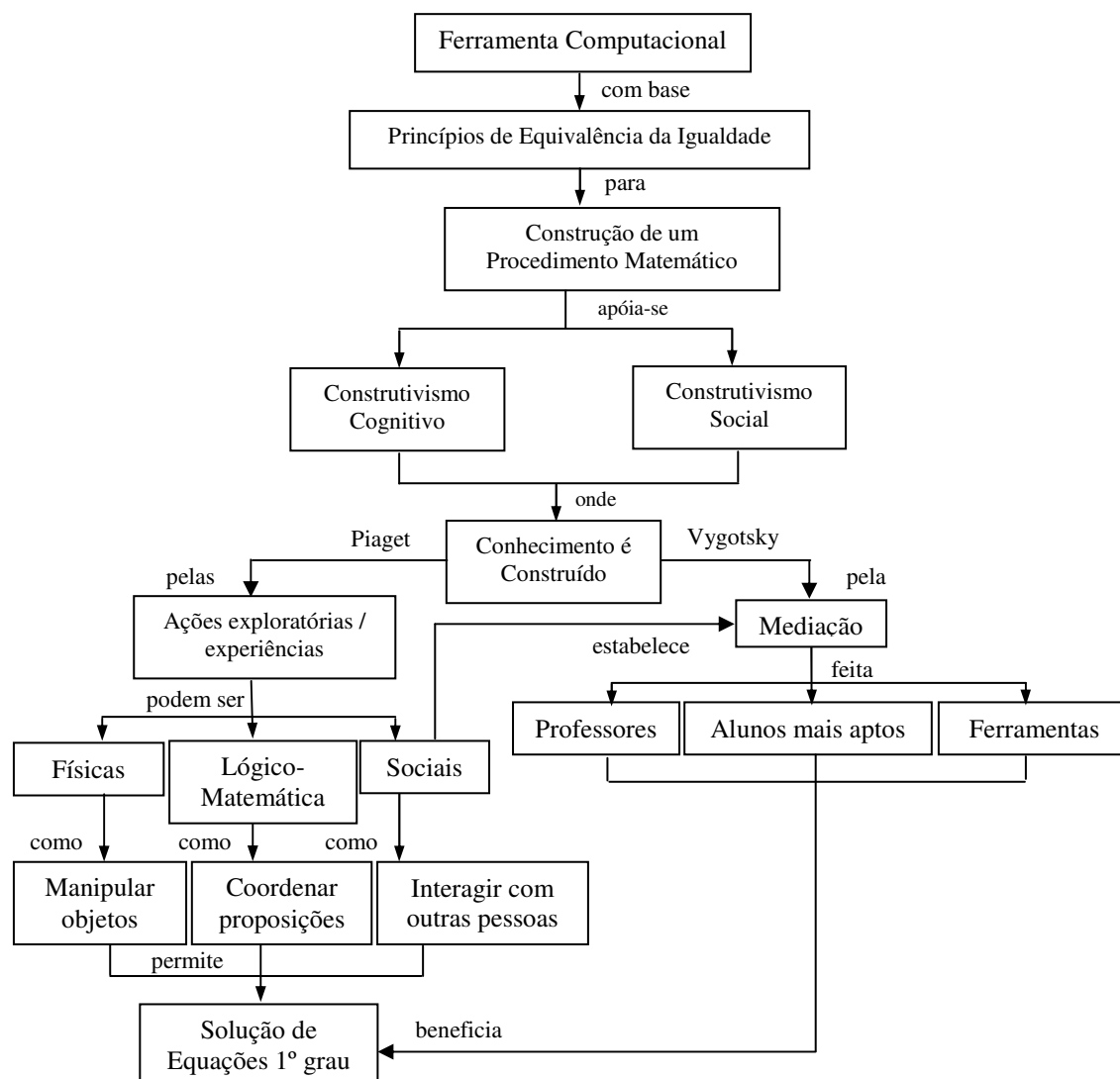
##### 3.5.1.1 Modelo teórico

O modelo teórico (Figura 1) se baseia no conhecimento construído pelas ações exploratórias e experiências do sujeito com objetos. As características destes objetos e a negociação com outros sujeitos estabelecem uma mediação que visa orientar para a resolução de problemas de forma independente, pelo processo de interação. Uma vez que a construção do conhecimento é um processo que envolve dois tipos básicos de interatividade: um entre o aprendiz e os objetos de aprendizagem e outro social, entre o aprendiz, o professor e outros colegas (BATES, 1991), caracterizando o construtivismo cognitivo de Piaget (1952, 1970a, 1970b, 1977) e o construtivismo social de Vygotsky (1962, 1978), respectivamente.

A ferramenta computacional, desenvolvida em função dos requisitos pedagógicos intrínsecos à prática convencional para resolver os problemas advindos da utilização da balança convencional de dois pratos (Quadro 1), procura atender também à necessidade de se promover o bom ensino por meio de estratégias pedagógicas que se baseiam na concepção de como se constrói o conhecimento.

Atendendo aos princípios da teoria construtivista, a ferramenta foi concebida para ajudar a construir conhecimentos por meio de experiências físicas, lógico-matemáticas e sociais. O conhecimento a ser construído refere-se a um procedimento para a solução de equações polinomiais de 1º grau. A ferramenta utilizada como recurso pedagógico é uma balança virtual, inspirada na balança convencional de dois pratos e nos requisitos pedagógicos da prática com este tipo de material concreto. Os “pesos” são objetos virtuais que correspondem a valores conhecidos ( $R_1$ ), representados por constantes numéricas ( $R_2$ ), e a valores desconhecidos, representados pela variável “x” ( $R_5$ ) (Quadro 1). Pressupõe-se que as ações tanto físicas quanto lógico-matemáticas sejam norteadas pelos princípios aditivo e multiplicativo da equivalência.

Figura 1 – Modelo teórico da pesquisa



Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 1 – Requisitos pedagógicos intrínsecos à prática matemática com a “Balança de Dois Pratos”

| Código         | Requisitos Pedagógicos  |
|----------------|---|
| R <sub>1</sub> | Apresentar situações matemáticas de desequilíbrio e equilíbrio                            |
| R <sub>2</sub> | Estabelecer convenções entre características dos objetos/figuras e seus valores numéricos |
| R <sub>3</sub> | Montar/modelar as expressões matemáticas:   |
| R <sub>4</sub> | Mover os objetos/figuras na horizontal, vertical e diagonal                               |
| R <sub>5</sub> | Permitir a escolha de um símbolo para os valores desconhecidos                            |
| R <sub>6</sub> | Representar quantidades ou expressões matemáticas com objetos/figuras                     |
| R <sub>7</sub> | Tornar claro e acessível as regras para a resolução da atividade                          |
| R <sub>8</sub> | Variar o nível de dificuldades das atividades   |

Fonte: adaptado do Capítulo 2, Quadro 1.

As experiências físicas serão caracterizadas quando o aluno colocar ou retirar um “peso” na/da balança virtual. Será o resultado de uma ação física sobre os objetos virtuais. O equilíbrio entre os dois pratos da balança representará uma equação ( $R_3$ ) (Quadro 1).

Do ponto de vista psicológico, um sistema está em equilíbrio quando uma perturbação que modifica o estado do sistema tem seu oposto numa ação espontânea que o compensa (INHELDER; PIAGET, 1955). Assim sendo, a ação do aluno ao colocar ou retirar um “peso” na balança provocará um desequilíbrio no sistema. Ao visualizar a informação (no painel visual da ferramenta ou no dispositivo de luz vermelha) de que a balança está desequilibrada, sua ação no sentido de compensar a ação anterior e restabelecer o equilíbrio (retirar ou colocar um “peso” na balança) tem um significado muito mais proposicional do que concreto. Elas representam muito mais ações hipotéticas ou afirmações sobre as possibilidades do que ações concretas e reais, caracterizando uma experiência lógico-matemática.

As experiências sociais serão caracterizadas pela própria ferramenta computacional entendida como instrumento mediador de cultura dotado de significado (equilíbrio/desequilíbrio); e pelas intervenções do professor como facilitador do conhecimento e pelas trocas sociais efetivadas por meio do diálogo entre os alunos. A interação social é da natureza humana (HULL; SAXON, 2009) e o diálogo entre os alunos ocorrerá mesmo que a ferramenta seja utilizada individualmente.

Para o planejamento das experiências houve, por parte dos pesquisadores, a preocupação em pré-estabelecer um problema, em disponibilizar a tarefa para resolver o problema (pela manipulação de objetos), em facilitar a identificação das operações que compõem as tarefas e das ações que compõem as operações (pela visualização parcial dos resultados). Uma vez que, quando se envolve os alunos nos níveis do problema, da tarefa, da operação e da ação é possível que o aluno conclua a atividade proposta (MERRIL, 2002). Considerou-se também que cada estado da balança virtual seria o resultado de uma transformação provocada pelo aluno. Assim sendo, cada situação específica da balança virtual seria compreendida como resultante de adições e de subtrações anteriores de “pesos” ou de igualdades e desigualdades introduzidas nos dois pratos da balança. Inicialmente, o aluno terá uma balança equilibrada representando uma equação que deverá ser resolvida por meio das experiências físicas e lógico-matemáticas. Nesta proposta, o aluno terá também que considerar as experiências sociais. A solução da equação será um estado equilibrado da balança virtual em que um dos pratos conterá um “peso” correspondente à variável “x”, e no outro um “peso” correspondente a uma constante numérica. Este estado final equilibrado indicará o valor da variável que corresponde á solução da equação inicial fornecida ao aluno.

Desta forma, o procedimento construído para a solução da equação polinomial do 1º grau será o resultado de um processo de abstração realizado pelo aluno. Neste processo, para resolver a equação, as ações do aluno não serão físicas e, como consequência, não mais dependerão da balança virtual. As ações, agora essencialmente lógico-matemáticas, serão interpretadas como resultado do pensamento hipotético-dedutivo construído com o auxílio da balança virtual. O procedimento assim construído difere, em seus princípios, do procedimento descrito na introdução, em que ao aluno é dada a informação de que os termos mudam de sinal quando mudam de membro.

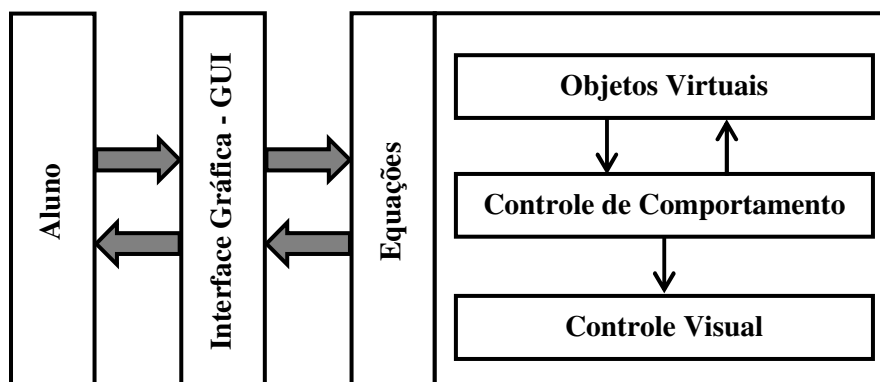
### 3.5.1.2 Ambiente e arquitetura da ferramenta computacional

Para o desenvolvimento da ferramenta computacional foi utilizada a linguagem Virtual Reality Modeling Language – VRML, por permitir a criação de objetos tridimensionais com alta qualidade. Com auxílio da linguagem JavaScript, foi possível incluir uma forma mais complexa de interatividade do aluno com os objetos e aumentar o realismo da cena.

A visualização da ferramenta se dá por navegadores da Web, como Internet Explorer, e a instalação de um plug-in que possa interpretar o código do VRML, como Cortona, ambos utilizados neste trabalho e disponibilizados gratuitamente na internet para download.

A arquitetura proposta é formada por dois módulos principais: Interface Gráfica e Equações, onde este último é dividido em três sub-módulos: Objetos Virtuais, Controle de Comportamento e Controle Visual (Figura 2).

Figura 2 – Arquitetura da ferramenta computacional



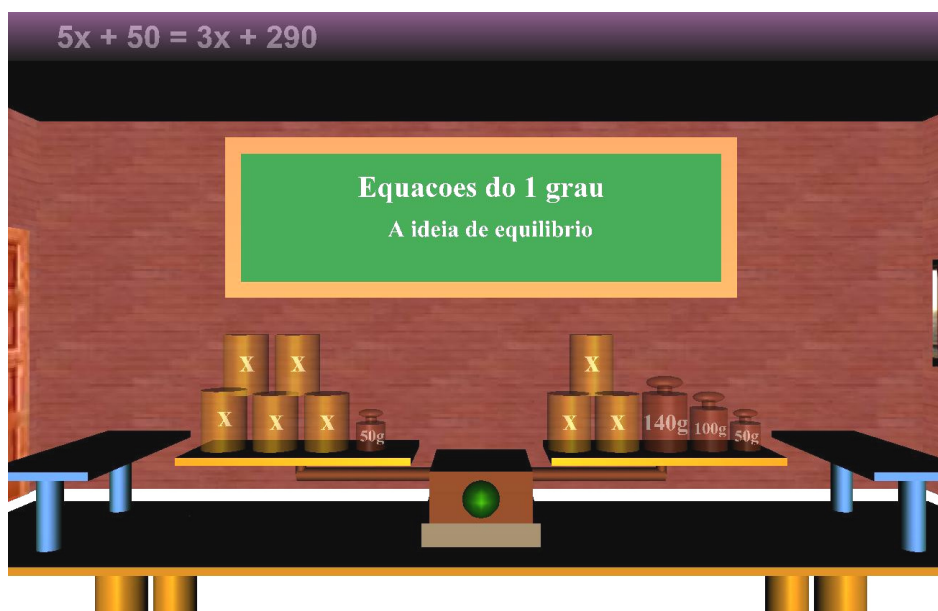
Fonte: Dados da pesquisa.

O módulo de Interface Gráfica - GUI permite acesso ao ambiente virtual, o que ativa o módulo denominado Equações. Neste módulo, encontram-se as atividades a serem desenvolvidas pela manipulação de objetos virtuais de aprendizagem, e a visualização do efeito das ações tomadas durante a resolução interativa das equações polinomiais de 1º grau.

No sub-módulo Objetos Virtuais foi desenvolvido o ambiente virtual não-imersivo, composto pelo agrupamento de formas geométricas (caixa, cilindro, esfera). Em alguns objetos foram utilizadas técnicas de computação gráfica como o uso de texturas, para elaborar um ambiente o mais próximo possível do laboratório convencional de matemática.

Dessa forma, ao entrar no ambiente virtual, o aluno encontrou uma balança equilibrada ( $R_1$ ) por meio de objetos predispostos ( $R_6$ ), e um problema pré-estabelecido onde uma determinada equação de 1º grau ( $R_3$ ) (Quadro 1) deveria ser resolvida (Figura 3). Para a resolução da equação foi necessário que o aluno retirasse os objetos virtuais dos pratos e os colocasse nas mesas laterais ( $R_4$ ) (Quadro 1). A atitude do aluno deveria considerar o equilíbrio da balança até que fosse descoberto o valor da variável “x” da equação. Uma esfera luminosa colocada estrategicamente no centro da balança o auxiliou, por meio de cores diferenciadas, quanto ao equilíbrio.

Figura 3 – Tela inicial com o problema pré-estabelecido e a balança em equilíbrio



Fonte: Dados da pesquisa.

O comportamento dos objetos virtuais no ambiente foi descrito no sub-módulo Controle de Comportamento. O controle foi feito pelo nó de scripts implementadas em

JavaScript e associadas ao VRML.

Para cada objeto virtual foi associado um valor numérico simulando sua massa no prato da balança ( $R_2$ ) (Quadro 1), e para cada prato foi feito uma somatória das respectivas massas. A cada ação de retirada do objeto, um teste condicional de posição foi realizado detectando o prato da balança que foi retirado o objeto. Para o objeto virtual retirado foi atribuído o valor zero para sua massa, fazendo com que o valor da somatória do prato fosse modificado. Em seguida, vários testes condicionais verificaram o valor da somatória dos pratos direito e esquerdo da balança (Figura 4).

Para a condição satisfatória do teste condicional, os dados resultantes foram exibidos no painel visual. A esfera luminosa indicou a situação de equilíbrio da balança quando verde e desequilíbrio quando vermelha ( $R_1$ ) (Quadro 1). O sistema de cores da esfera luminosa substituiu o movimento da balança para indicar o lado mais pesado.

Figura 4 – Parte do algoritmo para a manipulação dos objetos na balança

```

Weight_Right_1 = 100; Weight_Right_2 = 50; Weight_Right_3 = 140;
Weight_Right_4 = 120; Weight_Right_5 = 120; Weight_Right_6 = 120;
Weight_Left_7 = 120; Weight_Left_8 = 120; Weight_Left_9 = 120;
Weight_Left_10 = 120; Weight_Left_11 = 120; Weight_Left_12 = 50;

Function Part_1 (t, ts) {
  Position_1 = Sensor_1.translation_changed [0]

  If ( Position_1 <= 4.8 ) {
    Weight_Left_7 = 0;

    Sum_Left =
    Weight_Left_7+Weight_Left_8+Weight_Left_9+Weight_Left_10+Weight_Left_1
    1+Weight_Left_12;

    Sum_Right =
    Weight_Right_1+Weight_Right_2+Weight_Right_3+Weight_Right_4+Weight_Right_
    5+Weight_Right_6;

    If (Sum_Left == 530 & Sum_Right == 650 )      {
      Information.whichChoice = 1;
      Light.diffuseColor[0] = 0.88;
      Light.diffuseColor[1] = 0.15;
      Light.diffuseColor[2] = 0.01;
    }
    If (Sum_Left == 530 & Sum_Right == 530 )      {
      Information.whichChoice = 2;
      Light.diffuseColor[0] = 0.04;
      Light.diffuseColor[1] = 0.31;
      Light.diffuseColor[2] = 0;
      .....
    }
  }
}

```

Fonte: Dados da pesquisa.

A visualização das alterações de comportamento dos objetos virtuais se deu pelo submódulo Controle Visual. O painel visual foi posicionado na parte superior da ferramenta. O efeito das interações feitas pelo aluno foi visualizado em tempo real, orientando quanto às regras para a resolução da atividade ( $R_7$ ) (Quadro 1). Quando a balança estava desequilibrada, a informação “Balança desequilibrada...” foi apresentada ao aluno e a esfera luminosa ficou vermelha. Esta informação orientou o aluno para a retirada de outro objeto da balança, para que ficasse novamente equilibrada (Figura 5), facilitando a compreensão do conceito de equivalência

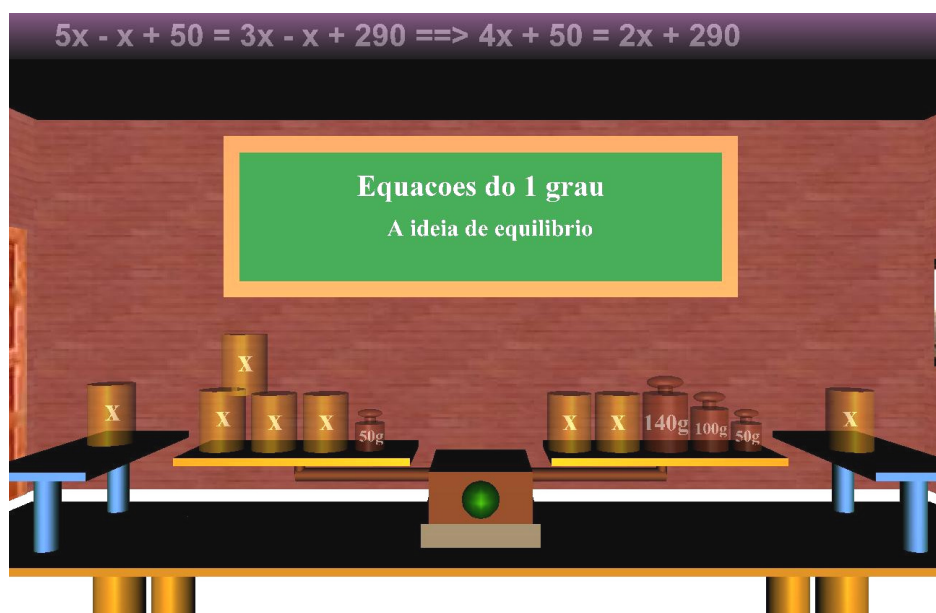
Figura 5 – Após a interação do aluno, o painel visual indica que a balança não está em equilíbrio



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao manipular o outro objeto desejando o equilíbrio da balança, o aluno visualizou no painel visual o princípio aditivo da equivalência e a resolução parcial da equação de 1º grau (Figura 6). De posse das resoluções parciais ( $R_7$ ) (Quadro 1), o aluno foi se orientando quanto às próximas interações visando à resolução total da equação. Com isso, foi dada ao aluno a oportunidade de construir o saber através da ação e reflexão.

Figura 6 – O painel visual indica o princípio aditivo da equivalência



Fonte: Dados da pesquisa.

A arquitetura da ferramenta foi utilizada para a modelagem de várias equações. As equações apresentaram crescente nível de dificuldade ( $R_8$ ) (Quadro 1) em ambientes separados, dando oportunidade ao aluno de vivenciar situações diferenciadas. Para o aprimoramento da ferramenta, o passo seguinte será o desenvolvimento de várias balanças com diferentes níveis de problemas, em um mesmo ambiente virtual. O aluno poderá avançar à medida que for solucionando as equações propostas.

Ao desenvolver esta ferramenta houve algumas limitações em termos de programação. A mobilidade da balança foi substituída pelo dispositivo de luz verde e vermelho. Este dispositivo, com auxílio do painel visual, indicou o equilíbrio e o desequilíbrio da balança ( $R_1$ ) (Quadro 1). Pôde-se constatar que esta substituição não comprometeu a utilização da ferramenta e não influenciou os resultados obtidos.

### 3.5.2 Efeitos da ferramenta computacional nos aspectos de aprendizagem

Ao possuir uma ferramenta computacional para substituição à prática pedagógica da balança convencional de dois pratos, o professor brasileiro não apresentou dificuldades com a instalação da ferramenta nos computadores do laboratório de informática. E, principalmente, não houve a preocupação e a necessidade de aferir as balanças para a representação de equilíbrio antes de sua utilização pelos alunos. Já no laboratório de matemática, o professor



teve que preparar a balança convencional de dois pratos, para expressar a idéia de equilíbrio, no dia anterior à aula. Esta manobra garantiu a conclusão da atividade no período de tempo estimado para a aula.

Quanto aos alunos, no laboratório de informática (Turma A) não houve a necessidade de instruções explícitas quanto à utilização da ferramenta devido à interface amigável e a aparência bem próxima do mundo real. Imediatamente após a abertura da ferramenta já se ouvia: “A equação está representada na balança.”, “A balança está equilibrada”, “Clique e arraste com o mouse.”, “Observe o que está escrito no painel visual.”, “A balança desequilibrou.”. A ferramenta computacional, ao proporcionar o contato direto com o problema e permitir a interação com os objetos, modificou o comportamento dos alunos. Eles saíram da posição de observação para a de participação. A participação direta na atividade, por meio das ações de experiências físicas, fez com que os alunos desenvolvessem um papel ativo e interativo na aprendizagem. E não afetou a conclusão da atividade no tempo estimada para a aula. Segundo Piaget (1952, 1970a, 1970b, 1977), a interação faz o aluno transformar-se de um agente passivo de recepção dos conhecimentos em um agente ativo, responsável pelo próprio desenvolvimento.

Enquanto que no laboratório de matemática (Turma B), os alunos não puderam explorar a balança e os objetos da balança, pois esta precisava se manter equilibrada para a conclusão da atividade. Apenas o professor teve o contato direto com a atividade na prática pedagógica, uma vez que há apenas uma balança para as experiências exploratórias dos alunos, que em média são 24 por turma. O professor manipulava cuidadosamente os objetos na balança de dois pratos, procurando não afetar a exatidão no mecanismo da balança ao restabelecer o equilíbrio. Os alunos observaram o equilíbrio e o desequilíbrio da balança e anotaram o ocorrido no caderno. Com a participação indireta dos alunos, houve muita conversa paralela. O diálogo entre os alunos longe de ser proveitoso em termos de metas a serem alcançadas, é caracterizado como um desvio de objetivo, já que os alunos não estavam efetivamente envolvidos na atividade. O que ocasionou interrupções constantes durante a aula para que o professor pudesse pedir atenção e silêncio.

Na turma A, por meio das ações de experiências sociais, a dupla de alunos era responsável pela própria aprendizagem e pelo próprio ritmo de aprendizado. Os alunos tiveram que se organizarem e gerenciarem o próprio tempo para a realização da atividade. Na ferramenta computacional, cada dupla de alunos concluiu a resolução de cada uma das cinco equações propostas em intervalos diferentes de tempo. As duplas iniciaram ao mesmo tempo a atividade no laboratório de informática. No entanto, foi observado pelos monitores dos

computadores que as duplas estavam resolvendo equações diferentes ou em diferentes estágios da mesma equação. Apesar de algumas duplas estarem à frente na resolução das equações para conclusão da atividade, todas as duplas permaneceram na atividade os 50 minutos permitidos para a resolução das cinco equações propostas. Nas pesquisas de Klein & Pridemore (1992), Simsek & Hooper (1992) e Lou (2004) também foi observado que as atividades em pequenos grupos de alunos nos computadores demoram mais tempo para serem concluídas comparadas com as atividades desenvolvidas por um único aluno. O fato das duplas utilizarem o tempo disponível para a atividade, não invalida que o progresso na atividade foi com base no ritmo de aprendizagem dos próprios alunos. Na turma B, a atividade terminou no tempo estimado pelo professor, uma vez que a prática e o ritmo para a resolução da equação eram impostos por ele.

Por meio da experimentação, proporcionada pela ferramenta computacional, os alunos passaram a se apropriar daquilo que aprenderam. Isto foi observado à medida que os alunos avançaram nos diferentes níveis de complexidade das equações propostas. As ações tomadas para solucionar a equação subsequente eram mais seguras. Na maioria das vezes, as discussões e dúvidas entre os alunos da dupla eram diferentes das observadas na resolução da equação anterior. Erros anteriormente observados deixaram de acontecer. Como por exemplo, a retirada consecutiva de dois pesos somente do lado esquerdo da balança. Fazendo com que esta ainda permanecesse desequilibrada. Em algumas duplas também foi observado que, após a resolução das duas ou três primeiras equações, os alunos conseguiram resolver, por meio das ações lógico-matemáticas, as equações subsequentes antes da manipulação dos objetos virtuais. Como por exemplo, na equação  $2x + 5 = 10 + x$ , os alunos abstraíram as etapas de eliminação do “x” ( $2x - x + 5 = 10 + x - x$ ) ou de eliminação do “peso” 5g ( $2x + 5 - 5 = 10 + x - 5$ ) e apresentaram o seguinte resultado parcial:  $x + 5 = 10$  ou  $2x = 5 + x$ . E, conseqüentemente, chegaram ao resultado final de:  $x = 5$ . Só então, resolveram a equação na balança virtual para confirmação do resultado. Esta maturação é para Piaget (1977) o que determina o ritmo para a construção do conhecimento. Este ritmo torna o aluno mais auto-regulado na atividade e permite a utilização do conhecimento em contextos futuros. E para Vygotsky (1978), a utilização deste conhecimento é possível pela internalização dos significados e das estruturas de ação construídos anteriormente pelos alunos.

Ao analisar a forma como os aspectos inerentes ao processo de aprendizagem foram afetados com a substituição da balança convencional, pôde-se observar que, no laboratório de matemática (turma B), a falta de interação com o problema (experiências físicas) e a falta de interação entre os alunos (experiências sociais) tornou a atividade tediosa e,

consequentemente, aspectos associados à motivação, ao diálogo e à cooperação foram imperceptíveis.

Na turma A, foi observado que a interatividade permitida pela ferramenta e a possibilidade de trabalhar com dois alunos por computador aproximou os alunos durante a atividade, e criou um ambiente de mediação entre eles incentivado pelo trabalho em equipe e pela responsabilidade da dupla em concluir a atividade. Uma vez que os alunos se revezaram na resolução da equação, ficando ora um responsável em resolver o desequilíbrio apresentado pelo lado direito da balança e ora outro pelo lado esquerdo. Não foi observada em nenhuma das duplas a tentativa de um dos alunos resolver sozinho a equação. As diferenças entre os alunos não foi empecilho para a conclusão da atividade. E, por parte dos alunos, houve uma aceitação favorável destas diferenças. Os alunos passaram a se comunicar, eles ouviam sugestões ou colocavam novas questões ao companheiro. O trabalho cooperativo despertou no aluno a preocupação com a aprendizagem do outro. O aluno mais apto serviu como orientador direto do aluno menos apto durante a resolução das equações e, até mesmo, quanto ao funcionamento da ferramenta computacional. Diante de algum tropeço, era comum ouvir um aluno dizer ou perguntar ao outro: “Você tirou “x” do lado esquerdo e a balança ficou desequilibrada.”, “Clique aqui.”, “A balança está desequilibrada.”, “A equação no painel visual mostra que tiramos “peso” do lado direito. O que fazer agora?”, “A luz da balança está verde. Podemos continuar?”, “Você quer que eu explique novamente?”.

Segundo Biggs (1999), as atividades que têm um impacto significativo e positivo sobre a aprendizagem incluem falar com os outros e ensinar outras pessoas. Nestes casos, os alunos são ativos na própria aprendizagem. A maioria das pessoas aprende 70% do que falam com outras pessoas, 80% do que usam e fazem na vida real e 90% do que ensinam a outras pessoas. O professor era chamado apenas ao término de cada equação para que pudesse averiguar o resultado final. Raramente o professor era chamado durante a resolução parcial de uma equação. Pesquisas portuguesas também detectaram que a implementação de práticas mais cooperativas na sala de aula de matemática promoveu a aceitação das diferenças entre alunos (CÉSAR, 2000a, 2000b, 2000c; CÉSAR, 1998; CÉSAR; OLIVEIRA, 2000) e fez com que os alunos deixassem de sentir tanta necessidade em validar suas ações junto ao professor (GARDETE; CÉSAR, 2006).

A atividade de experimentação conjunta de manipulação, visualização e raciocínio utilizando a ferramenta computacional para resolver um problema projetado do mundo real permitiu a troca de opiniões e a integração de diferentes pontos de vista. Uma vez que, por meio do monitor do computador os alunos da turma A acompanharam juntos cada ação

executada, e o efeito desta ação em tempo real. Pois em cada manipulação, era possível aos alunos a visualização imediata do efeito na balança e na equação. Em cada ação, os alunos refletiram e discutiram sobre a ação a ser executada. Piaget (1952, 1970a) tinha a ação, ou mais especificamente a interação, como palavra chave de sua teoria. Para ele o crescimento cognitivo só ocorre a partir de uma ação, concreta ou abstrata, do sujeito sobre um objeto. Diferente do que aconteceria se os alunos resolvessem as equações em folha de papel. Embora possam trabalhar em pequenos grupos e possam discutir o que colocar no papel, não haveria a manipulação e a visualização por meio de uma experimentação. Foi o que aconteceu na turma B, no laboratório de matemática, apesar da experimentação, somente a visualização das ações executadas pelo professor não incentivou a reflexão e a discussão entre os alunos, e muito menos entre alunos e professor.

O *feedback* no painel visual, com os resultados parciais de cada etapa da resolução da equação, contribuiu para que os alunos, da turma A, pudessem detectar os erros nas ações parciais executadas, e pudessem refletir quanto a ação seguinte. Isso fez com que as duplas de aluno tomassem caminhos diferentes na resolução da equação. A decisão tomada para a ação seguinte era diferente entre as duplas. Algumas duplas iniciaram a resolução pela manipulação de objetos “peso” e outras duplas pelos objetos “x”. Algumas manipularam objetos do lado esquerdo e outras do lado direito da balança. E nem sempre era consenso entre os dois alunos da dupla, a decisão a ser tomada na ação seguinte. No entanto, apenas uma das ações poderia ser executada. Com isso, pela reciprocidade nas ações foi possível aos alunos aprimorarem o procedimento a ser construído sobre a resolução de equações de 1º grau. Para Piaget (1977), o *feedback* em práticas educativas resulta na reestruturação mental do sujeito no qual aumenta o conhecimento e modifica a maneira de pensar.

A experimentação em primeira pessoa proporcionada aos alunos pela ferramenta computacional como prática pedagógica despertou a motivação, a responsabilidade e a coordenação da atividade. E a possibilidade de dois alunos utilizarem o mesmo computador contribuiu para a proximidade entre eles e favoreceu aspectos como comunicação, negociação, cooperação, reflexão, discussão e reciprocidade. Estes aspectos são identificados nas teorias construtivistas de Piaget e Vygotsky. Ficando ao professor o papel de facilitador da prática matemática.

### 3.6 CONCLUSÃO

Os requisitos pedagógicos definidos com base na prática com o material concreto “Balança de Dois Pratos” direcionaram o desenvolvimento da ferramenta computacional para atender às necessidades e às expectativas didáticas para o ensino e aprendizagem de equações do 1º grau. Com a implementação de condições favoráveis ao ensino, a ferramenta apresentou uma atuação positiva junto aos alunos e aos professores de matemática.

Com a substituição da balança convencional de dois pratos pela ferramenta computacional foi possível solucionar os dois desafios materiais dos professores brasileiros. A ferramenta computacional não apresenta mecanismos que necessitem de aferição para a representação da idéia de equilíbrio. E sendo de fácil instalação e utilização, o professor não apresentou dificuldades em manuseá-la nem em orientar os alunos quanto ao seu manuseio no laboratório.

A participação direta dos alunos contribuiu para a proximidade com o problema, a manipulação dos objetos e a observação do efeito da ação executada, sem que a exatidão de equilíbrio da balança fosse afetada. Esses fatores garantiram o envolvimento dos alunos com a atividade, o que permitiu a conclusão da prática matemática. A realização da atividade em primeira pessoa estimulou a participação ativa e efetiva do aluno, num movimento dinâmico que revelou o respeito aos limites e às possibilidades de cada aluno.

O aluno deixando de observar a experimentação, passou de ouvinte a participante na prática pedagógica. A aparência familiar da ferramenta e o nível realístico da experimentação permitiram ações de experiências físicas, aproximando os alunos do problema. E a possibilidade de utilização da ferramenta computacional em dupla de alunos favoreceu a troca de experiências sociais entre eles. A ferramenta computacional ao possibilitar as ações de experiências físicas e sociais incentivou alguns alunos que conseguiram resolver as últimas equações por meio das ações de experiências lógico-matemáticas, sem a necessidade da manipulação dos objetos virtuais na balança.

A participação direta na atividade, a interatividade permitida pela ferramenta, a sequência didática das equações e a aparência realística contribuíram para a motivação dos alunos e o envolvimento com a atividade. O feedback no painel visual com a representação dos resultados das ações dos alunos, em tempo real, incentivou a reflexão, a discussão e a negociação sobre a ação executada e sobre as demais ações para a resolução da equação. Os alunos deixaram de resolver a equação por tentativa e erro. Com isso, a prática pedagógica

ficou mais dinâmica.

A possibilidade dos alunos utilizarem a ferramenta em dupla aproximou os alunos num ambiente de mediação, o que favoreceu o diálogo e a cooperação entre eles, conscientizando os alunos da responsabilidade em concluir a atividade no tempo previsto para a prática pedagógica. A experimentação conjunta de manipulação, visualização e raciocínio despertou a preocupação com o aprendizado da outra pessoa. O aprimoramento do procedimento a ser construído sobre a resolução de equações de 1º grau foi possível pela reciprocidade de conhecimento entre os alunos.

### 3.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACZEL, J. C. Learning algebraic strategies using a computerised balance model. In: INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 22., 1998, Stellenbosch. **Proceedings...** Stellenbosch, v. 2, 1998. p. 1-16.
- ARAÚJO, C. H.; LUZIO, N. **Avaliação da educação básica: em busca da qualidade e equidade no Brasil**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2005.
- BATES, A. Third generation distance education: the challenge of new technology. **Research in Distance Education**, Vancouver, v. 3, n. 2, p. 10-15, 1991.
- BIGGS, J. **Teaching for quality learning at university: assessing for learning quality**. Buckingham, UK: SRHE, 1999.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- CARPENTER, T.; FRANKE, M.; LEVI, L. **Thinking mathematically: integrating arithmetic and algebra in elementary school**. Portsmouth: Heinemann, 2003.
- CÉSAR, M. Interaction and Knowledge: where are we going in the 21 st century? In: CLEMENTS, M. A.; TAIRAB, H. H.; YOONG, W. K. (Eds.). **Science, mathematics and technical education in the 20th and 21st centuries**. Bandar Seri Begawan: Universiti Brunei Darussalem, 2000a. p. 317-328.
- CÉSAR, M. Peer interaction: a way to integrate cultural diversity in mathematics education. In: AHMED, A.; KRAEMER, J. M.; WILLIAMS, H. (Eds.). **Cultural diversity in mathematics (education)**: CIEAEM 51. Chichester: Horwood Publishing, 2000b. p. 147-155.
- CÉSAR, M. Interações sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: a investigação contextualizada. In: PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. (Eds.). **Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália - Actas da Escola de Verão – 1999**. Lisboa: SEM/SPCE, Interaction and Knowledge, 2000c. p. 5-46.
- CÉSAR, M.; OLIVEIRA, I. Giving voice to the echoes: innovative dynamics of knowledge production at school. In: CONFERENCE FOR SOCIOCULTURAL RESEARCH, 3., 2000, Campinas. **Proceedings...** Campinas: Unicamp, 2000. 1 CD-ROM.
- CÉSAR, M. Social interactions and mathematics learning. In: MATHEMATICS EDUCATION AND SOCIETY, 1., 1998, Nottingham. **Proceedings...** Nottingham: Univ. de Nottingham, 1998. Disponível em: <<http://www.nottingham.ac.uk/csme/>>. Acesso em: 10 dez. 2007.
- CHICKERING, A. W.; GAMSON, Z.F. Seven principles for good practice in undergraduate education. **AAHE Bulletin**, Washington, v. 39, n. 7, p. 3-7, 1987.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks, USA: Sage Publications, 2000.

DOURADO, L. F. Gestão democrática da escola: movimentos, tensões e desafios. In: SILVA, A. M.; AGUIAR, M. A. S. (Orgs.). **Retratos da escola no Brasil**. Brasília: CNTE, 2004.

DUFFY, T. M.; LOWYCK, J.; JONASSEN, D. H. **Designing environments for constructive learning**. New York: Springer, 1993.

FILLOY, E.; SUTHERLAND, R. Designing curricula for teaching and learning algebra. In: BISHOP, A.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J.; LABORDE, C. (Eds.). **International handbook of mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic, v. 1, 1996. p. 139-160.

GARDETE, C.; CÉSAR, M. Equação (im)possível: um caminho para a sua solução. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2006, Setúbal. **Actas...** Setúbal: APM, 2006. 1 CD-ROM.

HADDAD, W. D. **ICTs for education: a reference handbook**. UNESCO, Knowledge Enterprise LLC, 2007. Disponível em: <[http://www.ictinedtoolkit.org/user/pdfs/ICTs\\_for\\_Education\\_Essentials.pdf](http://www.ictinedtoolkit.org/user/pdfs/ICTs_for_Education_Essentials.pdf)>. Acesso em: 14 maio 2008.

HULL, D. M.; SAXON, T. F. Negotiation of meaning and co-construction of knowledge: An experimental analysis of asynchronous online instruction. **Computers & Education**, New York, v. 52, p. 624-639, 2009.

KLEIN, J. D.; PRIDEMORE, D. R. Effects of cooperative learning and need for affiliation on performance, time on task, and satisfaction. **Educational Technology Research and Development**, Washington, v. 40, n. 4, p. 1042-1629, 1992.

INHELDER, B.; PIAGET, J. **De la logique de l'enfant à logique de l'adolescent: essai sur la construction des structures opératoires formelles**. Paris: Presses Universitaires de France, 1955.

LECOMPTE, M. D.; MILLROY, W. L.; PREISSLE, J. **The handbook of qualitative research in education**. San Diego: Academic Press, 1992.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy)-School of Education, University of Nottingham, Nottingham, 1992.

LOU, Y. Understanding process and affective factors in small group versus individual learning with technology. **Journal of Educational Computing Research**, Farmingdale, v. 31, n. 4, p. 337-369, 2004.



MARCHESE, T. J. The new conversations about learning: insights from neuroscience and anthropology, cognitive science and work-place studies. In: AAHE CONFERENCE ON ASSESSMENT & QUALITY (Ed.). **Assessing impact: evidence and action**. Washington: American Association for Higher Education, 1997. p. 79–95.

MAYES, J. T.; FOWLER, C. J. Learning technology and usability: a framework for understanding courseware. **Interacting with Computers**, London, v. 11, n. 5, p. 485–497, 1999.

MERRILL, M. D. First principles of instruction. **Educational Technology Research and Development**, Washington, v. 50, n. 3, p. 43–59, 2002.

PIAGET, J. **The origins of intelligence in children**. New York: International Universities Press, 1952.

PIAGET, J. **Genetic epistemology**. New York: Columbia University Press, 1970a.

PIAGET, J. **Structuralism**. New York: Basic Books, 1970b.

PIAGET, J. **The development of thought: equilibration of cognitive structures**. New York: Viking, 1977.

SAENZ-LUDLOW, A.; WALGAMUTH, C. Third graders' interpretation of equality and the equal symbol. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 35, p. 153–187, 1998.

SIMSEK, A.; HOOPER, S. The effects of cooperative versus individual videodisc learning on student performance and attitudes. **International Journal of Instructional Media**, Farmingdale, v. 19, n. 3, p. 209–218, 1992.

STEFFE, L. P.; GALE J. **Constructivism in education**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1995.

VYGOTSKY, L. S. **Thought and Language**. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology Press, 1962.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society**. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

WARREN, E.; COOPER, T. J. Young children's ability to use the balance strategy to solve for unknowns. **Mathematics Education Research Journal**, Wahroonga, v. 17, n. 1, p. 58–72, 2005.

WILSON, B. G. **Constructivist learning environments: case studies in instructional design**. Englewood Cliffs: Educational Technology Publication, 1996.

YIN, R. K. **Case study research: design and methods**. Thousand Oaks: Sage Publications, 2002.

## CAPÍTULO 4

### **Levantamento de práticas pedagógicas com materiais concretos, software educativos de matemática e metodologias de avaliação de software utilizadas em colégios de excelência no Brasil**

#### **4.1 RESUMO**

Os educadores buscam alternativas para tornar a aprendizagem de matemática mais significativa. Neste sentido, observa-se que as práticas pedagógicas com materiais concretos e software educativos estão presentes nas escolas brasileiras. No entanto, pouco se conhece sobre quais materiais e software são realmente utilizados para o ensino de matemática no Brasil. Neste caso, o objetivo deste trabalho foi fazer um levantamento de práticas pedagógicas com materiais concretos, software educativos e metodologias de avaliação de software adotados pelos educadores de matemática em colégios de excelência no Brasil, visando traçar o perfil dos profissionais de educação matemática e caracterizar o cenário de práticas pedagógicas em matemática. A pesquisa foi desenvolvida em onze colégios de aplicação vinculados às universidades públicas brasileiras. A coleta de dados foi realizada por meio de questionários eletrônicos enviados ao e-mail dos professores de matemática do ensino fundamental do 6º ao 9º ano. Houve um retorno de trinta e seis questionários, representando uma amostra de 73% do total. Para a análise dos dados foi realizada uma análise descritiva de frequência relativa dos dados. Os resultados indicam que são 75% dos professores com cursos de pós-graduação concluídos, sendo que aproximadamente 56% fizeram mestrado e 19% fizeram doutorado. A maioria dos professores possui uma boa experiência em sala de aula com mais de 10 anos no magistério. Com relação ao ambiente computacional, há laboratórios de informática em dez dos colégios de aplicação pesquisados. Para as práticas pedagógicas de matemática, aproximadamente 81% dos professores fazem uso pedagógico dos computadores com os alunos. Quanto ao cenário de práticas exploratórias, todos os professores de matemática adotam práticas pedagógicas com algum tipo de material didático. São 29 materiais concretos e 22 software educativos sendo utilizados pelos professores em práticas de ensino de matemática. A maioria dos professores escolhe o software pela indicação de outros professores, pela busca feita na internet ou por sugestões encontradas nos livros didáticos. Nenhum dos professores mencionou a adoção de quaisquer metodologias de avaliação para software educativos. Em busca de atividades de ensino diferenciadas, os professores utilizam quase todos os materiais concretos sugeridos na literatura para práticas pedagógicas de matemática. A utilização de software educativos ainda se encontra num nível inferior comparado aos materiais concretos. A maioria dos materiais didáticos contempla vários tópicos dos conteúdos matemáticos e a utilização se destina às mesmas finalidades pedagógicas propostas na literatura.

**Palavras-chave:** materiais concretos, software educativos, metodologias de avaliação

**Survey of teaching practices with concrete materials, educational software for  
mathematics and software assessment methodologies used in the best schools in Brazil**

**4.2 ABSTRACT**

Educators seek alternative ways to make mathematics education more meaningful. For this reason, teaching practices that employ concrete materials and educational software are present in Brazilian schools. However, little is known about which materials and software are actually used. Therefore, the objective of this study was to conduct a survey on teaching practices employing concrete materials, educational software and software assessment methodologies used by mathematics educators at some of the best schools in Brazil in order to profile mathematics education professionals and characterize their teaching practices. The study was carried out at eleven middle schools with ties to Brazilian public universities. Data was collected by means of electronic questionnaires sent via e-mail to teachers of 6<sup>th</sup> to 9<sup>th</sup> grade mathematics. Thirty-six questionnaires or 73% of the total were answered. Data analysis consisted of a descriptive analysis of relative frequencies. The results indicated that 75% of the teachers had graduate degrees (56% had master's degrees and 19% doctorates). In addition, most teachers had more than 10 years of classroom experience. There were computer labs at ten of the middle schools and approximately 81% of teachers used computers for mathematics education. Regarding exploratory practices, all of the teachers surveyed were using some kind of educational material to teach mathematics. Of these, twenty-nine consisted of concrete materials and twenty-two consisted of educational software. Most of the teachers chose software based on the recommendations of other teachers, results of internet searches or suggestions in textbooks. None of the teachers mentioned using assessment methodologies for educational software. In an effort to provide the best educational activities, the teachers were using almost all of the concrete materials suggested in the literature. Educational software use was not as common as that of concrete materials. Most teaching materials dealt with various mathematical topics and their use met the educational goals proposed in the literature.

**Keywords:** concrete materials, educational software, assessment methodologies

### 4.3 INTRODUÇÃO

Na educação matemática é importante que as situações de ensino e aprendizagem estejam focadas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas. Assim, o aluno pode desenvolver a intuição, a analogia, a indução e a dedução, e não somente a memorização do conteúdo (BRASIL, 1998). Sob influência das teorias construtivistas, o processo de ensino e aprendizagem busca uma orientação formativa e não mais informativa (GLADCHEFF; OLIVEIRA; SILVA, 2001). Portanto, nas situações-problema é o aluno quem identifica os objetivos envolvidos, busca conceitos prévios, executa as ações exigidas, traduz as situações para a linguagem matemática e evidencia os processos exigidos durante a resolução (ZUFFI; ONUCHIC, 2007).

Os professores de matemática buscam formas alternativas para auxiliá-los no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e, assim, favorecer uma aprendizagem de forma autêntica e crítica. Neste sentido, muitas práticas docentes são fundamentadas em princípios construtivistas e têm como meta a construção de significados a partir da experiência e investigação (PIAGET, 1960; FLAVELL, 1963) seja com materiais concretos ou com software educativos. Embora as mudanças nas práticas aplicadas tirem alguns professores de sua zona de conforto, o esforço pode gerar resultados satisfatórios para os alunos (WHITE-CLARK; DICARLO; GILCHRIEST, 2008).

Portanto, a forma de abordar um conteúdo matemático deve transpor livros, quadro-negro e giz; nas práticas de ensino devem aparecer materiais concretos que os alunos convivem no seu dia-a-dia, e também software educativos. Em ambos os casos, as atividades devem exigir a participação e o envolvimento dos alunos, para que passem a assumir responsabilidade com a própria aprendizagem.

A aritmética, álgebra e geometria constituem a base da educação matemática. Esta é a percepção de educadores matemáticos e a realidade de propostas curriculares (LINS; GIMENEZ, 1997). Portanto, os professores vêm elaborando práticas de ensino para auxiliar os alunos no desenvolvimento do pensamento numérico, algébrico, geométrico, e conseqüentemente, o raciocínio proporcional, probabilístico e combinatório (BRASIL, 1998).

Embora as práticas que utilizam materiais concretos sejam em maior número, as práticas pedagógicas que utilizam software educativos como recursos também estão presentes nas escolas brasileiras. E, dentre a diversidade de software educativos no mercado, um dos dilemas dos professores é a seleção do software mais adequado aos seus objetivos

educacionais e às circunstâncias das suas práticas de ensino (PAPERT, 1988), uma vez que muitos software são considerados de má qualidade ou de uso inadequado (CAMPOS; ROCHA; CAMPOS, 1999; ELISSAVET; ECONOMIDES, 2000).

Inúmeras metodologias de avaliação de software educativos foram desenvolvidas e estão disponíveis para auxiliar os profissionais de educação na tomada de decisão. No entanto, pouco se conhece sobre quais práticas, software e metodologias são realmente utilizados pelos professores de matemática no Brasil. Neste caso, o objetivo deste trabalho foi fazer um levantamento de práticas pedagógicas com materiais concretos, software educativos e metodologias de avaliação de software adotados pelos educadores de matemática em alguns colégios de excelência no Brasil, visando traçar o perfil dos profissionais de educação matemática e caracterizar o cenário de práticas pedagógicas em matemática.



Os colégios de aplicação vinculados às universidades federais são considerados centros de excelência na área educacional entre as escolas públicas brasileiras. As estratégias didático-pedagógicas destes professores têm refletido no desempenho dos alunos em provas nacionais. Em 2009, na avaliação nacional sobre os níveis de aprendizagem, a média de desempenho dos alunos dos 11 colégios de aplicação pesquisados foi de 299,40 pontos – Nível 7, valor acima da média nacional de 240,29 pontos – Nível 5, explicados numa escala com 13 níveis, sendo que o último nível representa pontos acima de 400 (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, 2011).

A coleta de dados foi realizada por meio de questionário eletrônico enviado ao e-mail dos professores de matemática no período de agosto a dezembro de 2010. Neste período, o número de professores de matemática era de aproximadamente 49 professores, entre substitutos e efetivos. Dos 49 questionários enviados, houve um retorno de 36 questionários, representando uma amostra de 73% do total.

No questionário (Apêndice A) foram listados materiais concretos para práticas pedagógicas, software educativos de matemática e metodologias de avaliação de software recomendados na literatura. As listas foram criadas de acordo com os nomes encontrados na literatura. Os respondentes deveriam marcar as opções vivenciadas na área educacional, bem como relacionar materiais concretos e software com os conteúdos dos blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Foram 29 professores que relacionaram o conteúdo ministrado com os materiais didáticos. E, posteriormente, os professores responderam perguntas fechadas referentes à sua atuação profissional.

Foi realizada uma análise descritiva de frequência relativa dos dados que forneceu uma melhor situação para a comparação das opções de resposta.

## 4.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.5.1 Perfil profissional dos professores de matemática nos colégios de aplicação e ambiente computacional da instituição

Quanto à formação profissional, são 75% os professores com cursos de pós-graduação concluídos, 56% fizeram mestrado e 19% doutorado (Tabela 1). A minoria dos professores ainda se encontra com a formação mínima necessária para atuar no ensino fundamental ou com formação complementar, cerca de 14% possuem licenciatura e 11% fizeram curso de especialização (Tabela 1). Não são professores estagnados no nível de formação profissional, pois há professores mestres cursando o doutorado e professores especialistas fazendo curso de mestrado.

Tabela 1 – Nível de escolaridade, tempo no magistério dos professores e número de alunos por computador no laboratório de informática

| Perfil dos professores     |            |
|----------------------------|------------|
| Nível de escolaridade      | % (n=36)   |
| Licenciatura               | 14         |
| Especialização             | 11         |
| Mestrado                   | 56         |
| Doutorado                  | 19         |
| Tempo no magistério (anos) | % (n=36)   |
| menos de 2                 | 11         |
| 2 a 4                      | 0          |
| 5 a 6                      | 3          |
| 7 a 9                      | 8          |
| 10 a 14                    | 22         |
| 15 ou mais                 | 56         |
| Ambiente computacional     |            |
| Alunos por computador      | % (n = 29) |
| 1                          | 21         |
| 2                          | 66         |
| 3                          | 14         |
| mais de 3                  | 0          |

Fonte: Dados da pesquisa.



Pode-se afirmar que os profissionais da área de educação matemática dos colégios de aplicação apresentam um perfil de formação profissional diferenciado. O estudo realizado por Vasconcelos e Gouvêa (2011) no estado de Minas Gerais constatou que cerca de 56% dos professores de matemática da rede pública de ensino possuem apenas curso de especialização e que menos de 3% dos professores realizaram cursos de mestrado ou doutorado, apesar de estarem no magistério a mais de 10 anos.

Quanto ao tempo no magistério, nos colégios de aplicação são 11% dos professores com menos de 2 anos de magistério, 3% entre 5 e 6 anos, 8% de professores com 7 a 9 anos de carreira, 22% de 10 a 14 anos e 56% dos professores lecionam matemática há 15 anos ou mais (Tabela 1). Pode-se verificar que a maioria dos professores (78%) possui mais de 10 anos no magistério. Pode-se afirmar que os colégios de aplicação apresentam um grupo de professores de matemática que atingiu maturidade enquanto educador e que tem muita experiência em sala de aula. De acordo com Huberman (1992), há diferentes fases na carreira de um professor e estes professores já passaram pela fase da consolidação no percurso profissional, ou seja, definitivamente ocorreu a escolha pessoal do ensino como carreira. E estão vivenciando o que denomina “a fase da diversificação” que acontece entre o sétimo e vigésimo quinto ano de carreira, onde o professor se permite experimentar e diversificar seus métodos de trabalho e de avaliação, buscando inovações.

Com relação ao ambiente computacional, há laboratórios de informática para serem utilizados em atividades integradas ao currículo escolar e em práticas de ensino pelos professores em 10 dos 11 colégios de aplicação pesquisados. Entre os professores, aproximadamente 81% fazem uso pedagógico dos computadores com os alunos, sendo que 21% trabalham com um aluno por computador, 66% com dois alunos por computador e, apenas, 14% dos professores desenvolvem suas atividades com três alunos por computador (Tabela 1). Segundo Lopes et al. (2010) o simples fato da presença de laboratórios de informática é um fator que estimula os docentes quanto ao uso pedagógico dos computadores com os alunos.

#### **4.5.2 Cenário das práticas pedagógicas de matemática**

##### **4.5.2.1 Práticas pedagógicas com materiais concretos**

Todos os professores de matemática pesquisados adotam práticas pedagógicas com algum tipo de material concreto, transpondo as tradicionais aulas de quadro, giz e exercícios.

Estas atividades de manipulação e experimentação podem estar relacionadas com o avanço no tempo de magistério dos professores, posicionando a maioria dos professores de matemática na fase da diversificação dentre as fases estabelecidas por Huberman (1992) quanto ao desenvolvimento profissional dos docentes.

Dos 32 materiais concretos listados no questionário, 29 foram apontados pelos professores como materiais didáticos que são utilizados em práticas de ensino de matemática (Tabela 2). Sendo que 8% dos professores acrescentaram a utilização da “Calculadora” em atividades que envolviam os números irracionais. De acordo com a frequência de utilização, foi possível separar os 30 materiais em três grupos: os mais utilizados, de utilização intermediária e os menos utilizados.

No grupo dos mais utilizados foram considerados aqueles materiais concretos em que mais de 50% dos professores apontaram sua utilização. Aproximadamente 33% dos materiais concretos listados foram considerados nesta categoria. Quando a utilização foi considerada por 22 a 42% dos professores, o material concreto foi considerado como de utilização intermediária sendo que 37% dos materiais listados foram posicionados neste grupo. Os 30% dos materiais concretos restantes foram considerados no grupo dos menos utilizados, por terem sido mencionados por 3 a 17% dos professores como materiais de apoio em práticas de ensino (Tabela 2).

Pode-se observar que a finalidade pedagógica determina a escolha do material concreto. O conteúdo que se pretende desenvolver com os alunos foi um dos fatores chave para a decisão, sendo que um mesmo material pode contemplar mais de um conteúdo matemático. Dos professores pesquisados, 81% relacionaram os materiais concretos com o conteúdo matemático para os blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais. De acordo com a fragmentação dos blocos temáticos, dos 30 materiais concretos utilizados pelos professores pesquisados, 73% dos materiais concretos são destinados às práticas pedagógicas que atendem a conteúdos do bloco “Números e Operações”, 57% do bloco “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”, e somente 7% para conteúdos do bloco temático “Tratamento da Informação” (Tabela 2).

Tabela 2 – Práticas pedagógicas com materiais concretos para o ensino de matemática

| Material Concreto                                       | Utilização<br>% (n=36) | Conteúdos dos blocos temáticos<br>% (n=29) |                |                     |                          |
|---|------------------------|--|----------------|---------------------|--------------------------|
|   |                        | Números e Operações                        | Espaço e Forma | Grandezas e Medidas | Tratamento da Informação |
| Régua, Compasso e Transferidor <sup>2,3</sup>           | 86                     | 14   | 38             | 24                  | 10                       |
| Sólidos Geométricos <sup>2</sup>                        | 86                     | 0  | 34             | 28                  | 0                        |
| Papel Quadriculado <sup>1,2,3</sup>                     | 83                     | 38   | 38             | 14                  | 21                       |
| Tangram <sup>1,2,3</sup>                                | 81                     | 17   | 7              | 10                  | 0                        |
| Barbante <sup>3</sup>                                   | 78                     | 3  | 38             | 31                  | 0                        |
| Balança de Dois Pratos <sup>1</sup>                     | 67                     | 48   | 0              | 14                  | 0                        |
| Dobradura <sup>1,2,3</sup>                              | 64                     | 24   | 26             | 3                   | 0                        |
| Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete <sup>2,3</sup> | 58                     | 3  | 17             | 10                  | 0                        |
| Embalagens – Sucatas <sup>2,3</sup>                     | 53                     | 7  | 21             | 17                  | 0                        |
| Material Dourado <sup>1,3</sup>                         | 50                     | 41   | 0              | 10                  | 0                        |
| Geoplano <sup>2,3</sup>                                 | 42                     | 0  | 21             | 3                   | 0                        |
| Ábaco <sup>1</sup>                                      | 39                     | 17   | 0              | 0                   | 0                        |
| Material Emborrachado (EVA) <sup>2</sup>                | 39                     | 7  | 3              | 3                   | 0                        |
| Dominó <sup>1</sup>                                     | 33                     | 10   | 0              | 0                   | 0                        |
| Jogo Dominó Matemático <sup>1</sup>                     | 33                     | 10   | 3              | 0                   | 0                        |
| Cubo Mágico <sup>1</sup>                                | 31                     | 0  | 3              | 0                   | 0                        |
| Embalagens Cilíndricas e Bolinhas de Gude <sup>1</sup>  | 31                     | 0  | 3              | 3                   | 0                        |
| Fichas Coloridas <sup>1</sup>                           | 31                     | 10   | 3              | 0                   | 0                        |
| Quebra-Cabeça Geométrico (Poliminós) <sup>2</sup>       | 31                     | 3  | 0              | 0                   | 0                        |
| Papel Cartão ou Cartolina <sup>1,2,3</sup>              | 28                     | 14   | 7              | 3                   | 0                        |
| Metro de Papel <sup>3</sup>                             | 22                     | 0  | 0              | 14                  | 0                        |
| Blocos Algébricos <sup>1</sup>                          | 17                     | 3  | 3              | 0                   | 0                        |
| Escala Cuisenaire <sup>1,2,3</sup>                      | 17                     | 10   | 0              | 3                   | 0                        |
| Embalagens Cilíndricas e Feijões <sup>1</sup>           | 17                     | 0  | 3              | 0                   | 0                        |
| Caixa de Ovos <sup>1</sup>                              | 14                     | 3  | 0              | 0                   | 0                        |
| Algeplan <sup>1</sup>                                   | 8                      | 3  | 0              | 0                   | 0                        |
| Cubo-Soma <sup>2</sup>                                  | 8                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| Calculadora   | 8                      | 10   | 0              | 0                   | 0                        |
| Dominó das Quatro Cores <sup>1,2,3</sup>                | 6                      | 0  | 0              | 3                   | 0                        |
| Jogo Matix <sup>1</sup>                                 | 3                      | 3  | 0              | 0                   | 0                        |

Recomendado na literatura para conteúdos dos blocos temáticos: <sup>1</sup> “Números e Operações”; <sup>2</sup> “Espaço e Forma” e <sup>3</sup> “Grandezas e Medidas”

Fonte: Dados da pesquisa.

Dentre os conteúdos explorados no bloco temático “Números e Operações”, a “Balança de Dois Pratos” é o material concreto mais usado pelos professores (48%) (Tabela 2). Este material é utilizado para construir procedimentos para a resolução de equações e inequações do 1º grau baseados nos princípios da equivalência. É um material didático muito útil para esta finalidade pedagógica em práticas matemáticas (WARREN; COOPER, 2005; GARDETE; CÉSAR, 2006; GRANDO; MARASINI, 2007; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009).

Outros materiais concretos como Material Dourado (41%), Papel Quadriculado (38%) e Dobradura (24%) também são bastante utilizados pelos professores em práticas pedagógicas de matemática (Tabela 2) destinadas a conteúdos do bloco “Números e Operações”. Os professores pesquisados têm utilizado o “Material Dourado” para trabalhar o sistema de numeração, o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números racionais e suas operações e propriedades; o “Papel Quadriculado” para explorar conceitos do conjunto dos números racionais, equivalência de frações, comparação e operações, divisibilidade, números primos, decomposição em fatores primos, MDC, MMC, expressões algébricas e sistemas de equações do 1º grau; e a “Dobradura” para conteúdos como as operações com números racionais na forma fracionária, a equivalência de frações, comparação e operações, e a fatoração de polinômios.

Observa-se que a utilização destes materiais concretos está coerente com as finalidades pedagógicas registradas na literatura. Com o “Material Dourado” é possível introduzir o conceito de frações e suas operações (DENECA, 2008; LEÃO, 2009) e atribuir significado ao sistema de numeração decimal e suas operações básicas (DENECA, 2008; GODOI; GUIRADO, 2008; MELO; NIERADKA; LÜBECK, 2008; MORAIS, 2008; NACARATO, 2005; RODRIGUES, 2008; GRÜTZMANN; COLVARA, 2009). Embora em Godoi e Guirado (2008) este material concreto também tenha sido utilizado para auxiliar na compreensão da fatoração algébrica e da potenciação. O “Papel Quadriculado” (LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; LEÃO, 2009) e a Dobradura (NUERNBERG; ANDRADE, 2008) também permitem o reconhecimento e a relação das frações. Além da contribuição para com as frações, o “Papel Quadriculado” auxilia no estudo da representação/modelagem de expressões algébricas (FERREIRA; NOGUEIRA, 2008).

Mesmo com suas particularidades e contribuições para os conteúdos do bloco temático “Números e Operações”, a presença dos demais materiais concretos em práticas de ensino de matemática ainda está limitada. São apenas 17% de professores que utilizam o Ábaco e o Trangram, 14% recorrem ao Papel Cartão ou Cartolina e à Régua, Compasso e Transferidor,

10% de professores adotam os materiais concretos Dominó, Escala Cuisenaire, Fichas Coloridas e Jogo Dominó Matemático. E cerca de 4 a 7% dos professores são utilizadores de Embalagens – Sucatas, Material Emborrachado (EVA), Algeplan, Barbante, Blocos Algébricos, Caixa de Ovos, Quebra-Cabeça Geométrico (Poliminós) e Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete. São inúmeros os conteúdos contemplados com a utilização de tais materiais pelos professores de matemática.

Os professores dos colégios pesquisados utilizam o “Ábaco” e a “Caixa de Ovos”, por exemplo, para trabalhar o significado das operações e das propriedades do conjunto dos números naturais. O “Ábaco” também é utilizado em atividades que abrangem o sistema de numeração decimal. Segundo Rodrigues (2008) e Armendariz e Almeida (2009) é comum a utilização deste material para a compreensão do sistema de numeração decimal, incluindo o cálculo das operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Quanto à “Caixa de Ovos”, em Fernandes (2008) o material também foi utilizado para o significado das frações, trabalhando a leitura de frações a partir dos 12 avos.

Há quatro outros materiais didáticos concretos que são utilizados pelos professores pesquisados para introduzir o conceito de frações e suas operações: o Tangram, o Papel Cartão ou Cartolina, o Material Emborrachado (EVA) e as Fichas Coloridas. Muitas práticas de ensino vêm adotando estes materiais com a mesma finalidade pedagógica (MOTTA, 2006; SANTANA; FERREIRA, 2007; FERNANDES, 2008; LEONARDI; GERÔNIMO, 2008; SCOLARO, 2008; LEÃO, 2009), uma vez que o conteúdo de frações é fundamentado no conceito de unidade e sua subdivisão em partes iguais, os professores utilizam inteiros nos formatos quadrados, retangulares e circulares cuja divisão em partes iguais é muito fácil. O “Papel Cartão ou Cartolina” e o “Material Emborrachado (EVA)” não se limitam apenas ao estudo de frações, os professores do colégio de aplicação também utilizam para trabalhar as expressões algébricas ou literais e suas operações.

A “Escala de Cuisenaire”, por representar grandezas contínuas, tem auxiliado os professores em atividades para estudar as operações com números racionais na forma decimal e os sistemas de numeração. A particularidade deste material didático permite trabalhar o conteúdo de frações explorando o significado de medida (NACARATO, 2005; MORAIS, 2008; NUERNBERG; ANDRADE, 2008), bem como a representação de algoritmos das operações com frações (FALZETA, 1997; NACARATO, 2005). É possível também desenvolver atividades que envolvam operações básicas da aritmética e propriedades dos números naturais (ARMENDARIZ; ALMEIDA, 2009).

Outro material utilizado pelos professores pesquisados para a compreensão das regras

dos sistemas de numeração, da convenção de sinais positivos e negativos no conjunto dos números inteiros, reais, racionais absolutos e relativos são as “Fichas Coloridas”. Este material é também utilizado para a compreensão das operações com números naturais e suas propriedades no conjunto dos números naturais assim como, dos conceitos de divisores e múltiplos de um número natural. As atividades propostas por Massago e Andrade (2007) adotam as fichas para uma estratégia de jogos desafiando e estimulando o aluno na resolução dos problemas. Ou ainda, como proposto por Grützmann e Colvara (2009), que utilizam as fichas para resolver situações-problema contextualizadas.

Os resultados apontam que os professores adotam o “Algeplan” e o material similar denominado “Blocos Algébricos” para o estudo da representação/modelagem de expressões algébricas, para a fatoração dos polinômios que representam as equações e inequações. Segundo Rosa et al. (2006) e Fanti et al. (2008), as peças são interessantes para ensinar expressões algébricas, adição e subtração de monômios, bem como a transformação de expressões algébricas em produtos de duas ou mais expressões, denominada fatoração.

Embora os materiais concretos Bingo da Potenciação, Dominó da Raiz Quadrada, Dominó da Tabuada (ANTONIO; ANDRADE, 2008), Cubo Mágico (FERNANDES, 2008), Dominó das Quatro Cores (SILVA; KODAMA, 2004), Embalagens Cilíndricas com Bolinhas de Gude ou Feijões (FERNANDES, 2008; ESTIMA; GUIRADO, 2009), Jogo Eu Sei!, Jogo Soma Zero (BARBOSA; CARVALHO, 2008), Jogo Gamão (SILVA; BRENELLI, 2005), Tabuleiro com Números Negativos e Jogo Termômetro Maluco (SILVA; LEVANDOSKI, 2008) possam auxiliar em conteúdos do bloco temático “Números e Operações”, não são adotados pelos professores em práticas de matemática.

Para o bloco temático “Espaço e Forma”, os materiais concretos mais usados são Barbante (38%), Papel Quadriculado (38%), Régua, Compasso e Transferidor (38%) e Sólidos Geométricos (35%) (Tabela 2). Os professores utilizam o “Barbante” para representar de segmentos de reta e reta suporte de um segmento, aproveitando para conceituar segmentos colineares e segmentos consecutivos e perímetro de um polígono. São trabalhados conceitos relacionados aos ângulos tais como os elementos, a medida e a classificação. O “Barbante” também tem sido útil para diferenciar circunferência e círculo, para explorar a medida do comprimento e das relações métricas da circunferência.

Enquanto que o “Papel Quadriculado” e a “Régua, Compasso e Transferidor” são bastante utilizados pelos professores para desenvolver conteúdos básicos de geometria plana relacionados com retas e segmentos; elementos de um ângulo, classificação e medidas de ângulos; polígonos quer sejam convexos, não-convexos, regulares ou irregulares; círculo,

circunferência e suas partes. Além dos conteúdos elencados pelos professores, Silva e Kodama (2004) sugerem a utilização do “Papel Quadriculado” para construir conceito de simetria. Enquanto Angeli e Nogueira (2007) e Brito e Santos (2010) propõem atividades envolvendo construções geométricas com “Régua e Compasso” e medida de ângulos internos com o “Transferidor”.

As atividades envolvendo os “Sólidos Geométricos” contemplam as figuras geométricas não planas, vértices, arestas e faces. Em Baldissera (2007) e Armendariz e Almeida (2009), os “Sólidos Geométricos” são construídos por meio de dobraduras e servem para trabalhar conceitos e propriedades da geometria espacial.

Alguns professores também têm adotado os materiais concretos Dobradura (28%), Embalagens – Sucatas (21%), Geoplano (21%) e Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete (17%) em suas práticas de ensino (Tabela 2).

Vários conteúdos que envolvem ângulos, elementos e propriedades de figuras planas e não planas são abordados com o uso de “Dobradura”. Observa-se que as dobraduras, obtidas a partir de vincos em papéis, são bastante utilizadas no estudo de conteúdos do bloco temático de “Espaço e Forma”. Os professores exploram os ângulos consecutivos, adjacentes, complementares, suplementares, opostos pelo vértice, assim como a soma dos ângulos internos de um triângulo e de um quadrilátero, as propriedades do triângulo isósceles, do triângulo equilátero, dos paralelogramos (retângulo, losango, quadrado), dos trapézios e de figuras geométricas planas em geral, ponto, reta e plano, e figuras geométricas não planas, vértices, arestas e faces. A partir das dobraduras Almeida, Lopes e Silva (2000) e Cruz e Gonschorowski (2006) estudaram os elementos de um triângulo como vértices, lados e ângulos e o Teorema de Pitágoras. E Passos (2000), Silva e Kodama (2004) e Brito e Santos (2010) estudaram as propriedades como medidas de lados e ângulos em polígonos regulares. Enquanto Novak (2008) e Reis (2008) aproveitaram para desenvolver noções de paralelismo, perpendicularismo, diagonais, ângulos e retas concorrentes. Para Baldissera (2007) e Armendariz e Almeida (2009), a Dobradura permitiu a construção de diversos sólidos geométricos que serviram para trabalhar conceitos e propriedades da geometria espacial.

As “Embalagens – Sucatas” são especificamente utilizadas pelos professores para estudar as figuras geométricas espaciais, vértices, arestas e faces. As propostas de utilização de embalagens presentes no dia-a-dia dos alunos têm contribuído para identificar o número de vértices, faces e arestas de figuras geométricas espaciais (MACCARI, 2007; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008; DENECA, 2008), para fazer a associação entre o modelo da embalagem e o sólido geométrico que a representa (CORRÊA; ESTEPHAN, 2008), para classificar as

embalagens de acordo com semelhanças e diferenças permitindo separar os sólidos que rolam (de revolução) dos que não rolam (poliedros) (VENTURA; VICENTE, 2007; DENECA, 2008). Para Ventura e Vicente (2007) e Carminati (2008) a planificação destas embalagens constituem um meio concreto para a visualização, manipulação, observação e identificação das formas geométricas contidas nas mesmas.

Enquanto a utilização do material “Geoplano” está voltada para o estudo de figuras geométricas planas como as propriedades e os elementos de polígonos, circunferência e círculo. Muitas atividades no geoplano quadrado referem-se à construção de polígonos (LEIVAS, 2000; MARIÑO, 2000; TIGGEMAN et al., 2006; LAMAS et al., 2007; LEITE; LEVANDOSKI, 2008; MARSANGO, 2008; SCOLARO, 2008). Algumas atividades propuseram a construção de triângulos e a classificação quanto à medida dos lados (LEIVAS, 2000; TIGGEMAN et al., 2006). Também foi utilizado para demonstrar e comprovar o Teorema de Pitágoras (MACHADO, 2004; LEITE; LEVANDOSKI, 2008) e para identificar e classificar ângulos em figuras geométricas planas (DENECA, 2008). Em GGEP (2006) o geoplano circular foi utilizado para conceituar segmento, circunferência, corda e diâmetro, e em Leite e Levandoski (2008) Marsango (2008) para construir polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência.

De acordo com os professores, as “Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete” são mais utilizados para a compreensão do conceito e da classificação dos ângulos, das posições relativas de duas retas em um plano, bem como dos elementos e das propriedades de figuras geométricas planas. Passos (2000) recorreu a conexões de borracha para ligar os materiais e construir polígonos e poliedros. Embora sejam materiais alternativos para representar segmentos de reta em figuras poligonais ou arestas em figuras poliédricas (PASSOS, 2000; LAMAS, 2008; RIBEIRO; BORTOLOTTI, 2010), não foi constatado sua utilização pelos professores dos colégios de aplicação para abordar assuntos relacionados às figuras geométricas espaciais.

Num nível de utilização bem menor comparado com os materiais concretos anteriores, apenas 3% dos professores mencionam os materiais Blocos Algébricos, Cubo Mágico, Embalagens Cilíndricas, Fichas Coloridas, Jogo Dominó Matemático e Material Emborrachado (EVA) como apoio às atividades desenvolvidas para o conhecimento geométrico (Tabela 2). Destes materiais, apenas o “Material Emborrachado (EVA)” é recomendado para conteúdos que envolvem o bloco temático “Espaço e Forma”. Embora não haja recomendação de utilização dos demais materiais para tópicos da geometria, os professores conseguiram abordar conteúdos de figuras geométricas não planas com os



materiais concretos “Blocos Algébricos”, “Cubo Mágico” e “Embalagens Cilíndricas”; e de figuras geométricas planas com o uso de “Fichas Coloridas” e do jogo “Dominó Matemático”.

O “Material Emborrachado (EVA)” material é adotado pelos professores pesquisados para auxiliar, exclusivamente, quanto à construção de figuras geométricas planas explorando seus elementos. Na literatura, as atividades que foram desenvolvidas no ensino da matemática têm objetivado a construção e a classificação dos polígonos (LAMAS et al., 2006), podendo, por exemplo, envolver o conceito de congruência de triângulos, ou ainda, verificar experimentalmente o Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo (LAMAS; MAURI, 2006; LAMAS et al., 2006). Conforme observado, os professores podem estar substituindo este material por “Fichas Coloridas” em atividades direcionadas ao ensino e aprendizagem de figuras geométricas planas, o que não compromete o desenvolvimento da atividade.

Para o bloco temático “Grandezas e Medidas”, todos os materiais concretos sugeridos para este tema são usados pelos professores para contemplar pelo menos um dos conteúdos abordados no bloco. Embora alguns materiais sejam utilizados em maior proporção que outros. Em ordem decrescente de utilização temos Barbante (31%), Régua, Compasso e Transferidor (24%) e Embalagens – Sucatas (17%). São 14% dos professores usando o Papel Quadriculado e o Metro de Papel; 10% adotando Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete, Tangram e Material Dourado; e apenas 3% apontaram o uso de Dobradura, Geoplano, Escala Cuisenaire e Dominó das Quatro Cores (Tabela 2).

Tanto o “Barbante” quanto a “Régua, Compasso e Transferidor” são adotados pelos professores para trabalhar as medidas de comprimento e superfície. Enquanto que as “Embalagens – Sucatas” são destinadas às medidas de volume, capacidade e massa. As embalagens encontradas no comércio ou em casa são apresentadas em diferentes formatos (retangulares, circulares, quadrangulares, entre outros) e as medidas das dimensões das próprias embalagens favorecem a compreensão das unidades de medida. Os conceitos de capacidade, volume, perímetro e massa foram construídos com a utilização de embalagens nas atividades desenvolvidas por Passos (2000), Ventura e Vicente (2007), Barbosa e Rodrigues (2008), Godoi e Guirado (2008).

O “Barbante” é um material que também tem auxiliado os professores na abordagem da área do círculo e de suas partes, e a “Régua, Compasso e Transferidor” da área de polígonos regulares inscritos. Estes materiais são utilizados como instrumentos de medidas. Em Passos (2000) e Lamas et al. (2006), o “Barbante” permitiu medir círculos de raios diferentes e determinar empiricamente o comprimento da circunferência determinando o

número  $\pi$ . E em Angeli e Nogueira (2007) e Brito e Santos (2010), a “Régua, Transferidor e Compasso” foram usados para realizar medições em diversos polígonos.

Os professores recorrem ao “Metro de Papel” e às “Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete” para explorar as medidas de comprimento; ao “Papel Quadriculado”, ao “Tangram”, ao “Material Dourado” e também ao “Metro de Papel” para medidas de superfície, principalmente áreas de figuras geométricas planas; e somente ao “Material Dourado” para as medidas de volume.

Estes resultados são semelhantes às propostas pedagógicas encontradas na literatura. Em Passos (2000) e Oliveira (2001) os canudos, palitos ou varetas foram materiais usados para a construção do conceito de perímetro. Nas atividades de Oliveira (2001) e Dotto e Estephan (2008), um “Metro de Papel” representando o  $m^2$  foi construído para auxiliar na medição da superfície do espaço da sala de aula e, em Vasquez e Gerônimo (2008), a construção de um “Metro de Papel” linear serviu de instrumento para medições de comprimento. As peças do “Material Dourado” e do “Tangram” (OLIVEIRA, 2001; ARRUDA; ALMEIDA, 2008; BARBOSA; RODRIGUES, 2008; DENECA, 2008; MORAIS, 2008) e os quadrados do “Papel Quadriculado” (LAMAS et al., 2007; FERREIRA; NOGUEIRA, 2008) tem sido utilizados em investigações para as medições de superfície com unidades não padronizadas construindo o conceito de área. Enquanto o “Material Dourado” também foi utilizado em investigações para a dedução das medidas de volume e o cálculo do volume de figuras espaciais (PASSOS, 2000; LAMAS, 20008; GODOI; GUIRADO, 2008; DENECA, 2008)

Outros materiais como Sólidos Geométricos (28%), Balança de Dois Pratos (14%), Material Emborrachado (EVA) (3%) e Embalagens Cilíndricas e Bolinhas de Gude (3%) também aparecem no bloco temático “Grandezas e Medidas”, embora não sejam recomendados na literatura para estes conteúdos (Tabela 2).

Os “Sólidos Geométricos” e as “Embalagens Cilíndricas e Bolinhas de Gude” são associados com as figuras geométricas espaciais e auxiliam com o conceito de medidas de volume e capacidade. Em Oliveira (2001) foi proposto a construção de figuras espaciais com folhas de papel e as bolinhas de gude foram substituídas por feijões para trabalhar os conceitos de volume e de capacidade. Houve uma adaptação quanto aos materiais concretos mantendo o mesmo princípio na condução das atividades.

Os professores usam exclusivamente a “Balança de Dois Pratos” para trabalhar medidas de massa. E o “Material Emborrachado (EVA)” para explorar a área do círculo e suas partes e a área de polígonos regulares. É comum a utilização de discos para a dedução da

fórmula para calcular a área do círculo (PASSOS, 2000; LAMAS et al., 2006; CORRÊA; ESTEPHAN, 2008). Com o “Material Emborrachado” é possível criar recortes circulares, bem como construir unidades de medida não-padronizada para introduzir o conceito de área de figuras geométricas planas.

Para o bloco temático “Tratamento da Informação”, o quarto bloco dos Parâmetros Curriculares Nacionais, alguns professores aproveitam os materiais concretos “Papel Quadriculado” (21%) e “Régua, Compasso e Transferidor” (10%) para a organização de informações em tabelas e a construção e interpretação de gráficos (Tabela 2). Os professores não explicaram a forma como tem sido o desenvolvimento das atividades para coleta, organização, análise e interpretação dos dados por meio de tabelas e gráficos. Até porque não existe na literatura vínculo de utilização que relacionam materiais concretos e tópicos abordados neste bloco temático. Embora, em Gâmbaro e Araujo (2007) e Peça e Crocetti (2008), o papel milimetrado ou quadriculado foi utilizado para a construção de tabelas e gráficos com o objetivo de proporcionar a compreensão dos tipos de dados e variáveis representadas.

Considerando todos os materiais concretos utilizados pelos professores pesquisados, 19 (dezenove), 14 (quatorze) e 13 (treze) dos materiais concretos são recomendados na literatura para atividades de matemática nos blocos temáticos “Números e Operações”, “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”, respectivamente (Tabela 2). Do número total de material utilizado por bloco temático, os professores consideram a recomendação da literatura para 79% dos materiais propostos ao bloco “Números e Operações”, 71% ao bloco temático “Espaço e Forma” e 100% ao bloco “Grandezas e Medidas”. Além do que, foi observado que alguns materiais concretos têm auxiliado com conteúdos não detectados nas propostas pedagógicas sugeridas na literatura.

#### **4.5.2.2 Práticas pedagógicas com software educativos**

Quanto aos software educativos como material didático em práticas de matemática, dos 48 nomes mencionados, sendo que 47 foram listados no questionário e um, o software “GeoGebra”, foi incluído pelos professores à lista, pôde-se constatar um total de 22 software sendo utilizados pelos professores pesquisados (Tabela 3).

Tabela 3 – Práticas pedagógicas com software educativos para o ensino de matemática

| Software Educativo                                       | Utilização<br>% (n=36) | Conteúdos dos blocos temáticos<br>% (n=29) |                |                     |                          |
|--|------------------------|--|----------------|---------------------|--------------------------|
|  |                        | Números e Operações                        | Espaço e Forma | Grandezas e Medidas | Tratamento da Informação |
| Cabri-Geometry   | 53                     | 21   | 35             | 17                  | 0                        |
| WinPlot  | 42                     | 24   | 3              | 0                   | 7                        |
| Régua e Compasso   | 25                     | 0  | 21             | 14                  | 0                        |
| Geoplan  | 19                     | 0  | 7              | 7                   | 0                        |
| Resolvendo Equações através da Balança                   | 19                     | 14   | 0              | 0                   | 0                        |
| S-Logo   | 19                     | 3  | 7              | 3                   | 0                        |
| GeoGebra   | 19                     | 14   | 17             | 7                   | 3                        |
| Graphmatica  | 17                     | 10   | 0              | 0                   | 0                        |
| Poly Pro   | 14                     | 0  | 3              | 0                   | 0                        |
| Modellus   | 11                     | 7  | 0              | 0                   | 0                        |
| Tangram RCT  | 11                     | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras | 8                      | 0  | 3              | 0                   | 0                        |
| Atividades com Monômios                                  | 8                      | 3  | 0              | 0                   | 0                        |
| A Matemática das Plantas de Casa                         | 6                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| Aplusix  | 6                      | 7  | 0              | 0                   | 0                        |
| A Magia dos Números                                      | 3                      | 3  | 0              | 0                   | 0                        |
| Algebrator   | 3                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| Alturas Inacessíveis                                     | 3                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| Graphequation  | 3                      | 0  | 3              | 0                   | 0                        |
| Proporcionalidade e Semelhança                           | 3                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| Sketchpad  | 3                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |
| WinMat   | 3                      | 0  | 0              | 0                   | 0                        |

Fonte: Dados da pesquisa.

Embora possamos considerar que metade dos software educativos apresentados sejam de utilização dos professores dos colégios de aplicação, numa análise individual apenas os software “Cabri-Geometry” (53%) e “WinPlot” (42%) aparecem como os mais utilizados pelos professores (Tabela 3). Sendo que, estes software auxiliam em conteúdos de, pelo menos, três dos quatro blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

O “Cabri-Geometry” é adotado pelo professores para a compreensão de números irracionais contemplado no bloco temático “Números e Operações”; de figuras geométricas

planas – propriedades, elementos e relações, de ponto, reta e plano, de ângulos – elementos, medidas e classificação, todos do bloco “Espaço e Forma”. Ainda, é utilizado para explorar as medidas de superfície, conteúdo abordado no bloco temático “Medidas de Grandezas”, como por exemplo, a área dos polígonos. Enquanto o “WinPlot” vem sendo utilizado pelos professores, principalmente, para o estudo de funções polinomiais de 1º e 2º grau, para a introdução de conceitos e propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, e para a construção e interpretação de gráficos e tabelas, que abrangem os blocos “Números e Operações”, “Espaço e Forma” e “Tratamento da Informação”, respectivamente.

Ao considerar a utilização por bloco temático, pode-se observar que, dos demais software, apenas o “S-Logo” tem uma abrangência tão ampla como os software “Cabri-Geometry” e “WinPlot”, auxiliando em atividades que envolvem os três primeiros blocos temáticos (Tabela 3). Os professores dos colégios pesquisados utilizam o “S-Logo” em atividades empíricas para trabalhar os polinômios e a fatoração dos polinômios, para estudar ângulos, segmentos de reta, elementos e propriedades de figuras geométricas e para compreender a área de figuras geométricas planas.

Somente o software “GeoGebra” supera a abrangência de utilização atendendo conteúdos dos quatro blocos temáticos. As atividades desenvolvidas por 19% dos professores (Tabela 3) têm utilizado o software para o estudo de funções polinomiais de 1º e 2º grau; equações do 2º grau; ponto, segmentos de reta e plano; posições relativas de duas retas em um plano, de uma reta e uma circunferência ou de duas circunferências; ângulos consecutivos, adjacentes, complementares, suplementares, opostos pelo vértice; polígonos e poliedros; circunferência e círculo; classificação de triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos; congruência e semelhança de triângulos; relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência; quadriláteros – elementos e soma dos ângulos internos; paralelogramos e trapézios; Teorema de Tales; área do círculo e dos polígonos; e para a construção e interpretação de gráficos e tabelas. Em Hatum, Guirado e Maioli (2007) encontra-se algumas atividades de funções que podem ser realizadas com os alunos utilizando o software GeoGebra.

Embora o software “GeoGebra” reúna recursos de geometria, álgebra e cálculo e venha contribuindo com pelo menos um dos conteúdos abordados nos blocos temáticos, foi observado entre os professores dos colégios de aplicação que sua real contribuição pedagógica está voltada aos conteúdos do bloco “Espaço e Forma”. A utilização concentrada do software para o ensino de geometria pode estar relacionado com as propostas pedagógicas sugeridas para o “GeoGebra” (BRANDT; MONTORFANO, 2007; FERNANDES;

GUIRADO; MAIOLI, 2007). Estas propostas estão direcionadas para a compreensão de conceitos e propriedades de construções geométricas.

Dos software restantes, o “Régua e Compasso” e o “Geoplan” são materiais de apoio tanto para conteúdos do bloco temático “Espaço e Forma” quanto para o bloco “Grandezas e Medidas”. Os demais software são usados exclusivamente para um único bloco temático. Os software “Resolvendo Equações através da Balança”, “Graphmatica”, “Modellus”, “Aplusix”, “Atividades com Monômios” e “A Magia dos Números” têm permitido trabalhar conteúdos do bloco “Números e Operações”; e os software “Poly Pro”, “A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras” e “Graphequation” são destinados a conteúdos que abrangem o bloco “Espaço e Forma” (Tabela 3).

Com o auxílio dos software “Régua e Compasso” e “Geoplan”, os professores pesquisados conseguem demonstrar conceitos, propriedades e relações matemáticas que envolvem ponto, segmentos de reta, plano, ângulos, figuras geométricas planas e espaciais. Com os software é possível explorar diversos tópicos relacionados à geometria. Quanto aos conteúdos de “Grandezas e Medidas”, os mesmos software permitem trabalhar medidas de superfície, como a área de figuras geométricas planas.

O software “Geoplan” foi desenvolvido para trabalhar os conceitos analíticos da geometria em um sistema de coordenadas cartesianas e o software “Régua e Compasso” é composto por atividades que abordam conceitos e demonstrações geométricas. Alguns fatores têm despertado o interesse dos professores em usar os software nas aulas de matemática. De acordo com Gravina (1996), didaticamente, o software “Geoplan” permite a compreensão de determinados conceitos por meio da construção de objetos ou configurações, ou ainda, a descoberta de invariantes por meio da experimentação com construções já prontas. Em Pazuch (2009), os professores apontaram o interesse em usar o software “Régua e Compasso” pela possibilidade de movimentação, validação das propriedades e descoberta de conceitos das construções geométricas. Em ambos os software, as construções geométricas são feitas pelos próprios alunos favorecendo o aprendizado.

No bloco “Números e Operações”, o software “Resolvendo Equações através da Balança” tem auxiliado os professores com o estudo das expressões numéricas e algébricas e, conseqüentemente, a formação do conceito de equações e inequações a partir da idéia de equilíbrio. A Rede Interativa Virtual de Educação – RIVED (2006) disponibiliza este material didático para contribuir com o desenvolvimento de atividades para a compreensão do significado de incógnitas e para o estudo de conceitos básicos de equações do 1º grau.

Para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º grau, os professores adotam os

software “Modellus” ou “Graphmática”. As atividades desenvolvidas com estes software estão mais interessadas com o significado das equações matemáticas do que com os próprios cálculos. O software “Modellus” permite que alunos e professores realizem experiências com modelos matemáticos nos quais podem controlar variáveis e analisar a variação das funções de forma gráfica (GONÇALVES; GOMES, 2001). E o “Graphmática” trabalha com duas dimensões, sendo capaz de representar graficamente funções de qualquer grau (MALACA, 2007).

O software “A Magia dos Números” tem sido utilizado pelos professores para a aprendizagem dos sistemas de numeração. De acordo com Martins, Paiva e Silva (2002), as atividades propostas nos 15 módulos independentes do software estão relacionadas com números, curiosidades numéricas e conceitos matemáticos, e tem despertado o interesse da comunidade acadêmica.

Já os software “Atividades com Monômios” e “Aplusix” tem sido útil com assuntos que envolvem expressões algébricas. Por exemplo, com o “Aplusix” os professores exploram conceitos de equações, inequações e polinômios. Segundo Bittar, Chaachoua e Freitas (2004), o software foi destinado para o ensino e aprendizagem de conceitos de álgebra elementar. Por isso, os professores conseguem uma utilização abrangente do software atendendo vários conteúdos para o conhecimento algébrico. A RCT Software Educativo (2009) desenvolveu o software “Atividades com Monômios” para trabalhar, basicamente, os monômios que se trata de um assunto inserido no estudo de expressões algébricas.

A utilização mais restrita dos software “Poly Pro”, “A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras” e “Graphequation” têm apresentado contribuições pedagógicas específicas e distintas ao conhecimento geométrico. Respectivamente, são materiais de apoio aos professores pesquisados em atividades exploratórias para a compreensão de figuras geométricas não planas e seus elementos, para a construção da propriedade da semelhança entre os triângulos e para o estudo dos polígonos regulares inscritos na circunferência,

De acordo com Silva (2003), o “Poly Pro” possibilita a exploração e a construção de poliedros apresentando-se como material de grande valor pedagógico para o ensino e aprendizagem da geometria. Para Néri (2007), a falta de uma versão em português não tem sido obstáculo para sua utilização entre os professores brasileiros, uma vez que os comandos e menus são bem simples e bastante intuitivos.

Também disponível na rede RIVED (2009), o software “A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras” foi desenvolvido para atividades que envolvem o estudo

dos conceitos de semelhança de figuras geométricas, contribuindo para a compreensão dos padrões de proporcionalidade. Segundo Grecco, Souza e Valenzuela (2009), com o “Graphequation” é possível criar objetos/figuras por meio da representação gráfica de funções e relações matemáticas. Parte-se de uma função simples, aplicam-se operações algébricas para se chegar à construção da forma desejada.

Frente à grande quantidade e diversidade de software educativos no mercado, a escolha do software é um desafio para os professores de matemática. Para Valente (1999), o software educativo deve promover o aprendizado e não simplesmente facilitar o processo de aprendizagem para o professor. Para atender os objetivos educacionais e os métodos de trabalho e ensino, dos 28 (vinte e oito) professores que responderam à questão que abordava a seleção dos software utilizados nas aulas de matemática, a maioria respondeu que suas escolhas são direcionadas, principalmente, pela indicação de outros professores (68%), pela busca feita na internet (61%) ou pelas sugestões encontradas nos livros didáticos (50%). Uma pequena parcela de professores considera a indicação da instituição de ensino (21%). Os professores consideram o fato do software ter sido utilizado por outros colegas ou recomendado por pessoas ou órgãos competentes como uma avaliação positiva que assegura a qualidade do produto para a finalidade pretendida. Apesar da existência de metodologias de avaliação para software educativos, nenhum dos professores pesquisados mencionou a adoção de quaisquer metodologias para a escolha do software educativo.



#### 4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As práticas com materiais concretos ou software educativos estão presentes entre os professores de matemática dos colégios de aplicação no Brasil. Em busca de atividades de ensino diferenciadas, os professores utilizam quase todos os materiais concretos sugeridos na literatura para práticas pedagógicas de matemática. São materiais didáticos úteis, atrativos e já consolidados entre as estratégias dos professores. A utilização de software educativos ainda se encontra num nível inferior se comparado aos materiais concretos. As capacidades funcionais e as propriedades dos software precisam atender às necessidades pedagógicas dos professores, assim como acontece com os materiais concretos. Portanto, para o desenvolvimento de software destinados ao ensino e aprendizagem de matemática, os esforços precisam se concentrar no conteúdo a ser ministrado e nas estratégias de ensino dos professores.

A maioria dos materiais didáticos utilizados pelos professores em atividades exploratórias e manipulativas de matemática, tanto materiais concretos quanto software educativos, contemplam vários tópicos dos conteúdos matemáticos dos blocos temáticos dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Geralmente, a utilização dos materiais se destina às mesmas finalidades pedagógicas propostas na literatura. Portanto, há uma preocupação por parte dos professores se o material didático a ser usado poderá expressar as relações e representar os conceitos matemáticos a serem trabalhados.

Considerando a utilização de materiais concretos e software educativos em práticas pedagógicas de matemática, os professores relacionam as particularidades do material didático com as possíveis contribuições para com o conteúdo matemático a ser ministrado. Este cuidado por parte dos professores pode ser um dos fatores determinantes para o sucesso de atividades exploratórias na construção do conhecimento matemático, uma vez que os alunos dos colégios pesquisados vêm apresentando um excelente desempenho em provas nacionais. De acordo com Belfort, Mandarino e Oliveira (2006), a condução da atividade pedagógica ou o uso do material didático se efetiva quando o material é adequado aos objetivos do professor, assim como ao conteúdo matemático que se pretende explorar.

Apesar da grande diversidade de software educativos e das inúmeras metodologias para a avaliação de software educativos, observa-se que a escolha do software como recurso tecnológico-didático tem sido por indicações. Nenhuma metodologia de avaliação foi adotada pelos professores para uma avaliação própria. Não há uma preocupação em analisar as particularidades de cada software, talvez pela generalização dos critérios de avaliação das

metodologias que não permite uma avaliação do ponto de vista didático-pedagógico direcionado ao ensino e aprendizagem matemática.

#### 4.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, I. A. C.; LOPES, R. F.; SILVA, E. B. O origami como material exploratório para o ensino e a aprendizagem da geometria. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA GRÁFICA NAS ARTES E NO DESENHO, 3., 2000, Outro Preto. **Anais...** Outro Preto: UFOP, 2000. 1 CD-ROM.

ANGELI, A. M. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **A resolução de problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_angela\\_maria\\_alves\\_angeli.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_angela_maria_alves_angeli.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ANTONIO, F. C.; ANDRADE, S. V. R. **O LEM como facilitador do ensino aprendizagem de matemática de ensino fundamental**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1952-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ARMENDARIZ, R. S.; ALMEIDA, V. L. M. C. Uma contribuição do laboratório de materiais didático-pedagógicos de matemática para o ensino-aprendizagem matemática. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 10., 2009, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: Unesp, 2009. p. 1-15.

ARRUDA, F. A. O.; ALMEIDA, V. L. M. C. **Os jogos Tangram e Dominó Geométrico como estratégia para o ensino da geometria**. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008, p. 121-130.

BALDISSERA, A. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_altair\\_baldissera.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. **Jogos matemáticos como metodologia de ensino aprendizagem das operações com números inteiros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1948-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BARBOSA, L. S.; RODRIGUES, C. G. **Geometria euclidiana: uma proposta para o desenvolvimento do raciocínio matemático**. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 17., ENCONTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO, 10., 2008, Pelotas. **Anais...** Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 2008. 1 CD-ROM.

BELFORT, E.; MANDARINO, M.; OLIVEIRA, A. T. C. C. **Discutindo práticas de matemática**. Rio de Janeiro: TVE Brasil, 2006. 60 p.

BITTAR, M.; CHAACHOUA, H.; FREITAS, J. L. M. Aplusix: um software para o ensino de álgebra elementar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004. 1 CD-ROM.

BRANDT, S.T.J.; MONTORFANO, C. **O software GeoGebra como alternativa no ensino da geometria em um mini curso para professores**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_silvia\\_terez\\_a\\_juliani\\_brandt.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_silvia_terez_a_juliani_brandt.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRITO, A. S.; SANTOS, H. M. **Polígonos regulares com flexibilização para deficiência visual**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/poligonos-regulares-511507.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

CAMPOS, F. C. A.; ROCHA, A. R. C.; CAMPOS, G. H. B. Qualidade de software educacional: uma proposta. In: WORKSHOP DE QUALIDADE DE SOFTWARE, 6., 1999, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1999. p. 153-165.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática: uma proposta de ensino possível na escola pública**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CORRÊA, R. J.; ESTEPHAN, V. M. **Modelagem matemática: um trabalho com embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1669-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CRUZ, G. P.; GONSCHOROWSKI, J. S. O origami como ferramenta de apoio ao ensino de geometria. **Revista Hispeci & Lema**, Bebedouro, v. 9, n. 2, p. 134-135, 1996.

DENECA, M. L. **Material Didático: catálogo de materiais didáticos manipuláveis e atividades para o laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2171-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

DOTTO, A. E. M.; ESTEPHAN, V. M. **O uso da modelagem matemática em sala de aula**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1661-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ELISSAVET, G.; ECONOMIDES, A. A. Evaluation factors of educational software. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES – IWALT, 2000, Palmerston North. **Proceedings...**, Palmerston North, New Zealand: Massey University, 2000. p. 113-116.

ESTIMA, C. A. M.; GUIRADO, J. C. **O estudo das funções no ensino médio com materiais manipuláveis**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2171-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FALZETA, R. O arco-íris de fazer contas. **Nova Escola**, São Paulo, n. 100, p. 18-19, 1997.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. Ensinando fatoração funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Livro eletrônico dos núcleos de ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 170-184.

FERNANDES, S. F. H. **As frações do dia-a-dia** – operações. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/48-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FERNANDES, M. A.; GUIRADO, J. C.; MAIOLI, M. **Um estudo dos quadriláteros no software Geogebra**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_maria\\_aparecida\\_fernandes.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_maria_aparecida_fernandes.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

FERREIRA, L. L. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **O desenvolvimento da linguagem algébrica e sua compreensão por meio da álgebra geométrica**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/540-4.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

FLAVELL, J. H. **The development psychology of Jean Piaget**. New York: Van Nostrand, 1963. 550 p.

GÂMBARO, S. M. B.; ARAUJO, A. M. M. **Estatística no dia a dia**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/202-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GARDETE, C.; CÉSAR, M. Equação (im)possível: um caminho para a sua solução. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2006, Setúbal. **Actas...** Setúbal: APM, 2006. 1 CD-ROM.

GGEP – GRUPO GEOPLANO DE ESTUDO E PESQUISA. Traçando cordas: atividades propostas para geoplano circular ou para rede de circulares de pontos impressos em papel. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006, Caxias do Sul.

**Anais...** Caxias do Sul: UCS. Disponível em:

<[miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro\\_Gaucha\\_Ed\\_Matem/minicursos/MC68.pdf](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucha_Ed_Matem/minicursos/MC68.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1994. 207 p.

GLADCHEFF, A. P.; OLIVEIRA, V. B.; SILVA, D. M. O software educacional e a psicopedagogia no ensino de matemática direcionado ao ensino fundamental. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Porto Alegre, v. 8, p. 63-70, 2001.

GODOI, A. M. S.; GUIRADO, J. C. **Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

GONÇALVES, J. P.; GOMES, K. **Tutorial Modellus**, 2001. Campinas: Universidade Estadual de Campinas. Disponível em: <[www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec](http://www.cempem.fae.unicamp.br/lapemmec)>. Acesso em: 10 dez 2009.

GRANDO, N. I.; MARASINI, S. M. Equação de 1º grau: uma síntese teórico-metodológica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SBM, 2007. p. 1-8.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica – uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA, 7., Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SBC, 1996. p. 1-13.

GRECCO, A. M. V.; SOUZA, S. R. O.; VALENZUELA, S. T. F. Um trabalho colaborativo na formação continuada para a utilização de softwares matemáticos. In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2009, Natal. **Anais...** Natal: Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional do Rio Grande do Norte, 2009. p. 1-15.

GRÜTZMANN, T. P.; COLVARA, M. R. S. A prática de ensino de matemática no ensino fundamental: o uso de material concreto e de jogos na busca do ensino e da aprendizagem. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 18., 2009, Pelotas. **Anais...** Pelotas: UFPel, 2009. 1 CD-ROM.

HATUM, M. J. S.; GUIRADO, J. C.; MAIOLI, M. **Funções utilizando recursos**

**tecnológicos**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:

<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/235-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

HUBERMAN, M. O Ciclo de vida profissional dos professores. In: NÓVOA, A. (Org.).

**Vidas de professores**. 2. ed. Portugal: Porto Editora, 1992. p. 31-61.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA, 2011. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/>>. Acesso em: 16 jul. 2011.

LAMAS, R. C. P. Axiomas da geometria euclidiana em atividades experimentais. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 164-169.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; CHIRE, V. A. Q.; MAURI, J.; GALÃO, P. H. Atividades experimentais de geometria no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 576-584.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; COSTA, F. M.; PEREIRA, I. M. C.; MAURI, J. Ensinando área no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2007. p. 430-449.

LAMAS, R. C. P.; MAURI, J. O teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 815-825.

LEÃO, N. S. **Frações e números decimais** – apenas formas diferentes de nomear e de grafar os números? Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2412-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEITE, J. M.; LEVANDOSKI, A. A. **Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. Disponível em: <<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplano.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2009.

LEONARDI, E. A. S.; GERÔNIMO, J. R. **O uso do laboratório do ensino de matemática para o ensino de frações**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2191-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997. 176 p.

LOPES, R. D.; FICHEMAN, I. K.; MARTINAZZO, A. A. G.; CORREA, A. G. D.; VENÂNCIO, V.; YIN, H. T.; BIAZON, L. C. O uso dos computadores e da internet em escolas públicas de capitais brasileiras. **Estudos & Pesquisas Educacionais**, São Paulo, n. 1, p. 275-335, 2010.

MACCARI, M. Z. **Álgebra na sala de aula**: produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MACHADO, R. M. Explorando o Geoplano. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Minicurso...** Salvador: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

MALACA, C. **Guia do usuário Graphmática**. São Paulo, 2007. Disponível em: <[www.graphmatica.com/user/GuiaDoUsuario-Graphmaticav2003p.pdf](http://www.graphmatica.com/user/GuiaDoUsuario-Graphmaticav2003p.pdf)>. Acesso em: 12 jul. 2011.

MARIÑO, A. El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la geometría. **Anuário Educación Integral**, Caracas v. 3, n. 3-4, p. 49-76, 2000.

MARSANGO, J. R. **Geoplano**: uma alternativa para o ensino da Matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2410-6.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MARTINS, G. V.; PAIVA, J. C.; SILVA, J. C. A Magia dos Números: programa de apoio à aprendizagem da Matemática. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 6., 2002, Vigo. **Actas...** Vigo: Universidade de Vigo, 2002. p. 237-246.

MASSAGO, I.; ANDRADE, D. **O ensino de matemática**: explorando jogos que utilizam materiais didáticos manipuláveis e softwares educacionais. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/122-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MELO, S. M. S.; NIERADKA, I. M. A.; LÜBECK, K. R. M. **Sistema de numeração decimal**: reconstrução de conceitos. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2415-8.pdf>>. Acesso em: 24 out. 2010.

MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO, ORÇAMENTO E GESTÃO. **Mapa do Brasil**. Disponível em: <<http://patrimoniode todos.gov.br>>. Acesso em 01 jan. 2010.

MORAIS, I. Z. **Os materiais manipuláveis no ensino de matemática, com ênfase na formação de docentes**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/977-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MOTTA, I. A. R. **Tangram**. Guaratinguetá: Secretaria de Estado da Educação, 2006. Disponível em: <[http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab\\_finais/TrabalhoIvany.pdf](http://www.feg.unesp.br/extensao/teia/trab_finais/TrabalhoIvany.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2010.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NÉRI, I. C. **Guia do usuário – Poly vs 1.11**. São Paulo: Universidade Bandeirante de São Paulo, 2007. Disponível em: <[www.geometriadinamica.com.br/poly.pdf](http://www.geometriadinamica.com.br/poly.pdf)>. Acesso em: 10 dez. 2009.



NOVAK, T. C. U. N. **Geometria e origami uma combinação perfeita**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NUERNBERG, R. N.; ANDRADE, S. V. R. **Entendendo frações: o que fazer com os denominadores na hora da soma?** Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1962-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

OLIVEIRA, R. **Área, perímetro e volume**. 2001. Disponível em: <<http://www.redebrasil.tv.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt4.htm>>. Acesso em: 20 mai. 2010.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1988. 256 p.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. 348 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAZUCH, V. Aulas de matemática com recursos computacionais: quais são os indícios de mudança epistemológica presentes na prática do professor? In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Editora da UNIJUÍ, v. 1, 2009. p. 1-9.

PEÇA, C. M. K.; CROCETTI, S. **Análise e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos utilizando dados interdisciplinares**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <[www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

PIAGET, J. **The psychology of intelligence**. New Jersey: Littlefield Adams & Co, 1960. 182 p.

RCT SOFTWARE EDUCATIVO. **Atividades com Monômios**. Campinas. Disponível em: <<http://www.rctsoft.com.br>>. Acesso em: 10 dez. 2009.

REDE INTERATIVA VIRTUAL DE EDUCAÇÃO. **Resolvendo Equações através da Balança**, 2006. Brasília: Ministério da Educação. Disponível em: <<http://rived.mec.gov.br>>. Acesso em: 10 dez. 2009.

REDE INTERATIVA VIRTUAL DE EDUCAÇÃO. **A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras**, 2009. Brasília: Ministério da Educação. Disponível em: <<http://rived.mec.gov.br>>. Acesso em: 10 dez. 2009.

REIS, E. M. **As maravilhas do origami na geometria**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

RIBEIRO, I. C.; BORTOLOTTI, R. D. M. **Uma experiência com o uso do material concreto no ensino de Geometria no Distrito de Itaibó – Jequié – Bahia**, 2010. Disponível em: <[http://www.sbemba.com.br/anais\\_do\\_forum/relato\\_de\\_experiencia/RE6.pdf](http://www.sbemba.com.br/anais_do_forum/relato_de_experiencia/RE6.pdf)>. Acesso em: 20 maio 2010.

RODRIGUES, A. C. **Promovendo conexão entre procedimento e conceito**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1844-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ROSA, R. A.; DIAS, F. M.; MEDEIROS, L. T.; FANTI, E. L. C. O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 3., 2006, Goiânia. **Anais...** Goiânia: UFG, 2006. 1 CD-ROM.

SANTANA, O. A. T.; FERREIRA, R. C. **Usando jogos para ensinar matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_onelcy\\_aparecida\\_tiburcio\\_santana.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_onelcy_aparecida_tiburcio_santana.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SELLTIZ, C.; WRIGHTSMAN, L. S.; COOK, S. W. **Métodos de pesquisa nas relações sociais**. São Paulo: EPU/EDUSP, 1975. 685 p.

SILVA, A. **Análise do software Poly Pro – programa de geometria dinâmica**, 2003. Lisboa: Universidade de Lisboa. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/ticc/AnaSilvaAvaliacaoSoftwareFinal.pdf>>. Acesso em: 10 dez. 2009.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. O jogo Gamão e suas relações com as operações adição e subtração. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 7-14, 2005.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no ensino da matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004.

SILVA, K. C. O.; LEVANDOSKI, A. A. **O jogo como estratégia no processo ensino-aprendizagem matemática na 6ª série ou 7º ano**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1665-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

TIGGEMAN, I. S.; BOBADILHA, K.; MARQUES, M. C. B.; ALMEIDA, S. T.; BARBOSA, R. M. Papel de pontos: quais ou quantos I segmentos e triângulos em rede 3x3. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2006.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999. 156 p.

VASCONCELOS, J. P. C.; GOUVÊA, C. L. O perfil do professor de matemática de Minas Gerais. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., Recife, 2011. **Anais...** Recife: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. 1 CD-ROM.

VASQUES, R. M. C.; GERÔNIMO, J. R. **Abordando o ensino de medidas com o uso do laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2211-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VENTURA, A.; VICENTE, A. **O ensino da geometria com o uso das embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em:  
<[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_aldenir\\_ventura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_aldenir_ventura.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

WARREN, E.; COOPER, T. J. Young children's ability to use the balance strategy to solve for unknowns. **Mathematics Education Research Journal**, Geelong, v. 17, n. 1, p. 58-72, 2005.

WHITE-CLARK, R.; DICARLO, M.; GILCHRIEST, S. N. "Guide on the side": an instructional approach to meet mathematics standard. **The High School Journal**, Baltimore, v. 91, n. 4, p. 40-44, 2008.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Madrid, n. 11, p. 79-97, 2007.

## CAPÍTULO 5

### **Modelo para a classificação de software educativos de matemática com base em requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos**

#### **5.1 RESUMO**

As pesquisas em educação matemática vêm buscando meios alternativos para minimizar a dificuldade de aprendizagem em matemática. A utilização de software educativos é um dos recursos que tem subsidiado o processo de ensino e aprendizagem de matemática. O desafio dos professores é escolher, dentre tantos software, o que esteja em conformidade com os objetivos educacionais. Inúmeras metodologias para a avaliação de software educativos genéricos foram desenvolvidas e estruturadas nos mais diferentes requisitos de qualidade. No entanto, sem abordar aspectos baseados em requisitos pedagógicos referentes às necessidades dos professores e que qualifiquem os software para a abordagem específica da matemática. Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi criar um modelo para a classificação de software educativos de matemática, considerando os requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o conteúdo de geometria. A coleta de dados foi realizada por meio de um questionário enviado ao e-mail de professores de matemática (atores de domínio) que lecionam do 6º ao 9º ano no ensino fundamental. A pesquisa foi desenvolvida com professores de treze colégios de aplicação das instituições federais de ensino superior. O questionário foi dividido em duas partes: para cada requisito pedagógico foi considerado um par de questões no modelo de Kano e uma escala de importância. A proposta para o modelo de classificação de software educativos de matemática se iniciou com o levantamento de requisitos pedagógicos que pudessem subsidiar o desenvolvimento de software. Na sequência foi feita uma classificação dos requisitos com a participação dos atores de domínio envolvidos, pela qual foi possível determinar a satisfação e insatisfação destes atores com a presença e a ausência dos requisitos no produto. Finalmente, um indicador foi gerado com a finalidade de estimar o nível de qualidade do software educativo para uso no âmbito escolar. Os produtos foram separados nas categorias Básico, Avançado e Superior, onde cada categoria foi referenciada por três níveis de qualidade. Ao considerar a satisfação e a insatisfação dos atores da área de matemática fez com que o modelo seja ajustável às alterações de expectativas e necessidades dos profissionais da educação. A proposta de classificação para software educativos de matemática considera parâmetros específicos aos conteúdos da área e não apenas parâmetros gerais do ponto de vista educacional.

**Palavras-chave:** classificação, software educativos, requisitos pedagógicos

## **A classification model for mathematics educational software based on the requirements of teaching practices employing concrete materials**

### **5.2 ABSTRACT**

Researchers in mathematics education have been looking for alternative ways to reduce the difficulty of learning mathematics. Educational software is one of the resources that has helped the process of teaching and learning mathematics. The challenge for teachers is to choose software, among numerous options, that meets educational objectives. Several evaluation methodologies for generic educational software have been developed and structured to meet many different quality requirements. However, these methodologies have not addressed the educational requirements of teachers and the specific needs of mathematics instruction. Thus, the objective of this study was to create a classification model for mathematics educational software that takes into account the requirements of teaching geometry using concrete materials. Data was collected via a questionnaire that was emailed to teachers of 6<sup>th</sup> to 9<sup>th</sup> grade mathematics. The study was carried out at thirteen schools with ties to federal institutions of higher education. The questionnaire was divided into two parts: a pair of questions (Kano model) and a scale of importance were used for each educational requirement. The proposal for the classification model for mathematics educational software began with a survey of the educational requirements needed to assist in software development. Next, the requirements were classified with help from the educators involved. As a result, it was possible to determine the educators' level of satisfaction (or dissatisfaction) with the educational requirements present (or absent) in the software. Finally, an indicator was generated to estimate the quality level the educational software. The products were separated into Basic, Advanced and Superior categories. Each category was then subdivided into three sublevels of quality. Because the model takes the educators' satisfaction and dissatisfaction into consideration it is adaptable to the changing expectations and needs of education professionals. The proposed classification of mathematics educational software considers parameters specific to the content area in addition to general educational parameters.

**Keywords:** classification, educational software, educational requirements

### 5.3 INTRODUÇÃO

As pesquisas em educação matemática vêm buscando meios alternativos para minimizar a dificuldade de aprendizagem em matemática. Na teoria de estágios, Piaget afirma que o processo de construção do conhecimento é contínuo e inicia-se com ações concretas (FLAVELL, 1963). Assim, é comum a utilização de materiais concretos para apoiar a aprendizagem de crianças em idade escolar. Neste sentido, os artefatos das práticas pedagógicas se tornam eficientes e relevantes devido a sua utilização em atividades específicas (MEIRA, 1995). Particularmente na matemática, estes materiais são considerados úteis, poderosos e eficazes para resolver problemas do processo de ensino (BUSSI; BONI, 2003). A utilização de recursos tecnológicos tem subsidiado o processo de ensino de aprendizagem de matemática. Sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática, os software e aplicativos tem sido utilizados em práticas de ensino diferenciadas para atender às necessidades dos alunos (BRASIL, 1998).

A partir da década de 90, a geometria ganhou ênfase no currículo e passou a constituir um dos blocos temáticos da proposta de reorientação curricular (BRASIL, 1998; NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 2000). No Brasil, desde 1998, esta medida provocou mudanças na metodologia, na forma como se aborda a geometria e no momento de introduzir o conteúdo aos alunos. Os tópicos de geometria que em geral apareciam sempre no final da proposta curricular, e por esta razão nem sempre eram estudados, passaram a ser distribuídos ao longo do currículo, integrados de forma significativa aos demais conteúdos.

O estudo da geometria é importante para trabalhar situações-problema e para que o aluno compreenda, descreva e represente o mundo real numa concepção organizada (BRASIL, 1998). Neste sentido, experiências investigativas e exploratórias por meio de ações concretas são propícias para o desenvolvimento do conhecimento geométrico (ABRANTES, 1999), uma vez que os métodos e as técnicas de ensino tradicionais não são suficientes para despertar o interesse dos alunos e motivar para a atividade matemática (ALMEIDA, 2006).

As tecnologias de informação e comunicação vêm sendo utilizadas como uma das estratégias para estimular o aprendizado do aluno por meio de ações concretas. As práticas apoiadas por software educativos têm trazido evidências qualitativas consideráveis para o ensino no sentido de envolver os alunos e despertar-lhes o gosto pela aprendizagem (COLEY; CRADLER; ENGEL, 1997; BAIN; ROSS, 1999; SIVIN-KACHALA; BIALO, 2000; CEO

FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY, 2001; PELGRUM, 2001; KULIK, 2002; BALANSKAT; BLAMIRE; KEFALA, 2006; FLEMMER, 2007; REYNOLDS; FLETCHER-JANZEN, 2007).

No entanto, é grande a diversidade de software educativos disponíveis no mercado (SINGER, 2010). O desafio dos professores de matemática é escolher, dentre tantos software, o que esteja em conformidade com os objetivos educacionais, e o mais adequado às suas concepções sobre como se processa a aprendizagem e sobre os métodos de trabalho e ensino. A qualidade do produto de software é fator determinante para o sucesso nas práticas didático-pedagógicas. Muitos software são considerados de má qualidade ou de uso inadequado (CAMPOS; ROCHA; CAMPOS, 1999; ELISSAVET; ECONOMIDES, 2000). Portanto, é necessário que os professores considerem a qualidade destes software e recorram aos resultados das avaliações para a tomada de decisão no momento da escolha.

A qualidade é um fator importante para o produto de software. A qualidade de qualquer produto é determinada em função das necessidades do consumidor final, neste caso, o usuário. Muitos usuários julgam a qualidade do software pelo cumprimento à finalidade para o qual foi designado e pela facilidade em aprender a usá-lo (PFLEEGER, 2001).

A norma NBR ISO/IEC 9126-1 (2003) avalia aspectos internos e externos de qualidade técnica em software genéricos. Para a avaliação de software educativos, apenas a análise de critérios técnicos não é suficiente, é necessário considerar os critérios educacionais envolvidos e os atores da área de domínio (BATISTA et al., 2004). Inúmeras metodologias para a avaliação de software educativos genéricos foram desenvolvidas e estruturadas nos mais diferentes requisitos de qualidade como aspectos técnicos, pedagógicos, ergonômicos e comunicacionais (CYBIS, 1996; REEVES; HARMON, 1996; SQUIRES; PREECE, 1996; BUCKLEITNER, 1998; GAMEZ, 1998; HÛ; TRIGANO; CROZAT, 1998; PROGRAMA NACIONAL DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 1998; SILVA, 1998; SUPERKIDS EDUCACIONAL SOFTWARE REVIEW, 1998; UNIVERSIDADE DE LISBOA, 1998; COSTA, 1999; SILVA; VARGAS, 1999; SQUIRES; PREECE, 1999; BEAUFOND; CLUNIE, 2000; SCHROCK, 2000; GRAELLS, 2001; BEDNARIK, 2002; SILVA, 2002; VIEIRA, 2002; ATAYDE, 2003; LYRA et al., 2003; BEDNARIK et al., 2004; FIGUEROA, 2005; BOFF; REATEGUI, 2005; RAMOS et al., 2005; SOUZA; PEQUENO; CASTRO FILHO, 2006; BROOKS-YOUNG, 2007; MARTINS et al., 2008; UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ, 2008). São poucas as metodologias desenvolvidas para aspectos que retratam o processo de ensino e aprendizagem de matemática (GLADCHEFF; ZUFFI; SILVA, 2001; BATISTA, 2004; SANTOS et al., 2011), e em

nenhum dos diagnósticos foi constatado aspectos baseados em requisitos pedagógicos referentes às necessidades dos professores e que qualifiquem os software para a abordagem específica da matemática.

Provavelmente, a inexistência de uma metodologia de avaliação específica para software educativos de matemática faz com que os professores não utilizem o diagnóstico das metodologias de avaliação de qualidade de software. Os professores de matemática brasileiros têm feito suas escolhas por recomendação de outros professores (68%) que tiveram a oportunidade de usar o software, por buscas feitas na internet (61%), pelas propostas em livros (50%) que recomendam a utilização do software ou ainda pela indicação da própria instituição de ensino (21%) no qual lecionam (Capítulo 4).

Portanto, há a necessidade de uma classificação por requisitos pedagógicos de software educativos que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem matemática e que direcione a escolha dos professores para o software mais adequado à sua prática de ensino. O Fundo Nacional de Desenvolvimento de Educação da Secretaria de Educação Básica tem feito algo parecido com os livros didáticos. Um guia é disponibilizado com as avaliações dos livros apresentando uma descrição e uma síntese avaliativa com recomendações de utilização do material didático (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2010).

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi criar um modelo para a classificação de software educativos de matemática. Embora o modelo teórico tenha sido criado para a matemática, foi considerado os requisitos pedagógicos de práticas com materiais concretos para o conteúdo de geometria expresso no bloco temático “Espaço e Forma” como base para a criação do modelo.



## 5.4 MATERIAL E MÉTODOS

O presente trabalho constitui uma pesquisa de caráter exploratório e descritivo. Foi feito um levantamento junto aos professores de matemática sobre a opinião quanto aos requisitos pedagógicos relevantes para o ensino de geometria. Tais requisitos foram considerados na proposta descritiva do modelo de classificação dos software educativos de matemática. A pesquisa exploratória auxilia na visão geral acerca de determinado fenômeno, com o objetivo de levantar as variáveis relevantes, enquanto a pesquisa descritiva expõe as características desse fenômeno (SELLTIZ; WRIGHTSMAN; COOK, 1975; GIL, 1994).

A coleta de dados foi realizada por meio de um questionário enviado ao e-mail de professores de matemática que lecionam do 6º ao 9º ano no ensino fundamental (alunos entre 11 e 14 anos de idade) no período de janeiro a setembro de 2011. A pesquisa foi desenvolvida com professores de 13 colégios de aplicação das instituições federais de ensino superior. Os colégios estão localizados nos estados do Acre – AC, Goiás – GO, Maranhão – MA, Minas Gerais – MG, Pará – PA, Pernambuco – PE, Rio de Janeiro – RJ, Roraima – RR, Rio Grande do Sul – RS, Santa Catarina – SC e Sergipe – SE (Figura 1).

Figura 1 – Os colégios de aplicação e as unidades da federação para a aplicação dos questionários



Fonte: adaptado de Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão (2010).

Os colégios de aplicação das universidades federais de ensino superior são considerados centros de excelência entre as escolas públicas no Brasil. A maioria possui laboratórios de informática (91%) e muitos dos professores de matemática são mestres (56%) ou doutores (19%) (Capítulo 4). São fatores que contribuem para a busca de práticas pedagógicas diferenciadas para o ensino de matemática. Estes professores têm adotado materiais concretos (100%) e software educativos (81%) em suas atividades didáticas (Capítulo 4). De acordo com Vasconcelos e Souto (2003), dentre vários fatores, a formação docente, as condições de infra-estrutura e os recursos disponíveis na escola são determinantes para o sucesso das práticas pedagógicas.

As estratégias didático-pedagógicas destes professores também têm refletido no desempenho dos alunos em provas nacionais. Em 2009, na avaliação nacional sobre os níveis de aprendizagem, a média de desempenho dos alunos dos 13 colégios de aplicação pesquisados foi de 280,38 pontos – Nível 7, valor acima da média nacional de 240,29 pontos – Nível 5, explicados numa escala com 13 níveis, sendo que o último nível representa acima de 400 pontos (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA, 2011).

Nestes colégios, o número de professores de matemática alocados no ensino fundamental do 6º ao 9º ano é de aproximadamente 70 professores, entre substitutos e efetivos. De 70 questionários enviados, foram devolvidos 55 corretamente preenchidos, representando uma amostra de 78,57% do total.

O questionário foi dividido em duas partes: para cada requisito pedagógico foi considerado um par de questões no modelo de Kano e uma escala de importância (Apêndice B). A base de dados dos requisitos pedagógicos para o bloco temático “Espaço e Forma” (Capítulo 2) foi utilizada como o conjunto de requisitos do questionário. Este bloco temático contempla o estudo da geometria. Portanto, a pesquisa considerou 29 requisitos pedagógicos relevantes para o ensino de geometria (Quadro 1).

Na primeira parte do questionário, os professores expuseram sua opinião quanto ao requisito ser (presença) e não ser (ausência) encontrado no software educativo, respondendo para cada par de questões apenas uma das cinco diferentes alternativas de respostas (Figura 2). As alternativas de respostas foram definidas pelas propostas no modelo de Kano (BERGER et al., 1993) que são frequentemente utilizadas nas pesquisas (SHEN; TAN; XIE, 2000; ERNZER; KOPP, 2003; PAWITRA; TAN, 2003; RAHMAN, 2004; CHIEN, 2007; LAKNI; JAYASINGHE-MUDALIGE, 2009; ZHAO; DHOLAKIA, 2009; WANG; JI, 2010).

Quadro 1 – Lista de requisitos pedagógicos para o ensino de geometria

| Código          | Requisitos Pedagógicos  |
|-----------------|---|
| R <sub>1</sub>  | Agrupar as figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros) |
| R <sub>2</sub>  | Disponibilizar a representação espacial da figura geométrica  |
| R <sub>3</sub>  | Disponibilizar a representação plana da figura geométrica   |
| R <sub>4</sub>  | Diferentes configurações para as figuras geométricas (por exemplo: retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa)               |
| R <sub>5</sub>  | Disponibilizar diferentes figuras geométricas   |
| R <sub>6</sub>  | Construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria   |
| R <sub>7</sub>  | Apresentar feedback informativo ao aluno ou professor   |
| R <sub>8</sub>  | Associar figuras geométricas com objetos do mundo físico  |
| R <sub>9</sub>  | Construir a representação no plano da figura espacial   |
| R <sub>10</sub> | Construir a representação plana da figura geométrica espacial   |
| R <sub>11</sub> | Construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos (perímetro, área, altura, base, volume, ângulos, simetria, lado, etc)                       |
| R <sub>12</sub> | Construir figuras geométricas   |
| R <sub>13</sub> | Construir ou disponibilizar várias figuras geométricas no mesmo plano   |
| R <sub>14</sub> | Contar vértices, arestas e faces  |
| R <sub>15</sub> | Decompor figuras geométricas  |
| R <sub>16</sub> | Definir a direção, o sentido ou o ângulo para o movimento das figuras geométricas   |
| R <sub>17</sub> | Interligar pontos pré-definidos para formar figuras geométricas   |
| R <sub>18</sub> | Apresentar diferentes representações do plano   |
| R <sub>19</sub> | Construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras  |
| R <sub>20</sub> | Construir ou disponibilizar diferentes representações planas da mesma figura geométrica   |
| R <sub>21</sub> | Apagar parte da figura geométrica   |
| R <sub>22</sub> | Marcar ou riscar nas figuras geométricas ou no plano as representações de dobras, eixos, retas, semi-retas, segmentos, contorno                               |
| R <sub>23</sub> | Mover as figuras geométricas ou segmentos de reta na horizontal, vertical e diagonal  |
| R <sub>24</sub> | Identificar ou nomear as figuras geométricas (forma, lado, aresta, ponto, vértice, segmento, ângulo, face, segmentos, centro, raio, apótema, etc)             |
| R <sub>25</sub> | Sobrepor/recobrir figuras geométricas   |
| R <sub>26</sub> | Rotacionar figuras geométricas e segmentos de reta  |
| R <sub>27</sub> | Utilizar diferentes cores para as figuras geométricas   |
| R <sub>28</sub> | Variar o grau de dificuldades das atividades propostas (da mais simples para a mais complexa)   |
| R <sub>29</sub> | Ampliar ou reduzir figuras geométricas  |

Fonte: Capítulo 2.

Figura 2 – Par de questões para cada requisito pedagógico e as alternativas de resposta

| Características ou ações presentes ou ausentes no software   | Gostaria                 | É necessário             | Não afeta                | Não gostaria             | Não aceitaria            |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1a – Agrupa figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros)     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1b – Não agrupa figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Fonte: Parte do questionário da pesquisa.

Quanto à 2ª parte do questionário, o conjunto de requisitos pedagógicos foi apresentado com uma escala de importância para os professores apontarem o quanto cada requisito é importante para um software educativo de matemática para auxiliar no ensino de geometria. Foi construída uma escala do tipo Likert de nove pontos com o valor 1 indicando “nenhuma importância” e o 9 indicando “extremamente importante” para o software (Figura 3). Os estudos têm adotado a escala de importância como uma das estratégias para quantificar os atributos no modelo de Kano (LAKNI; JAYASINGHE-MUDALIGE, 2009).

Figura 3 – Escala de importância de cada requisito pedagógico para o software

| Características ou ações do software  | <div> Nenhuma importância Extremamente importante </div> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|---|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|   | 1  | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        |
| 1 – Agrupa figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros) | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 – Disponibiliza a representação espacial da figura geométrica   | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 – Disponibiliza a representação plana da figura geométrica  | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4 – Apresenta diferentes configurações para as figuras geométricas (por exemplo: retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa) | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5 – Disponibiliza diferentes figuras geométricas  | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6 – É possível construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria  | <input type="checkbox"/>                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Fonte: Parte do questionário da pesquisa.

Na análise dos dados referente à primeira parte do questionário foi feita a classificação dos 29 requisitos com base nas respostas dos professores para o par de questões. Segundo o modelo de Kano (BERGER et al., 1993; MATZLER et al., 1996; MATZLER; HINTERHUBER, 1998), com a intersecção da resposta dada à questão positiva com a resposta da questão negativa é possível classificar os requisitos em 6 (seis) atributos: Obrigatório – O, Atrativo – A, Unidimensional – U, Neutro – N, Reverso – R e Questionável – Q (Quadro 2).

Quadro 2 – Classificação para os requisitos segundo o modelo de Kano

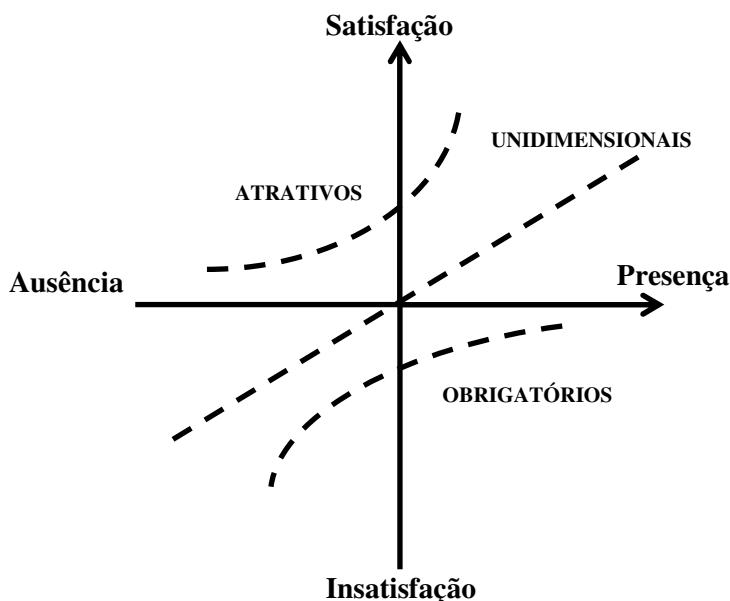
| Requisitos Pedagógicos |               | Ausência |              |           |              |               |
|------------------------|---------------|----------|--------------|-----------|--------------|---------------|
|                        |               | Gostaria | É necessário | Não afeta | Não gostaria | Não aceitaria |
| Presença               | Gostaria      | Q        | A            | A         | A            | U             |
|                        | É necessário  | R        | N            | N         | N            | O             |
|                        | Não afeta     | R        | N            | N         | N            | O             |
|                        | Não gostaria  | R        | N            | N         | N            | O             |
|                        | Não aceitaria | R        | R            | R         | R            | Q             |

A = Atrativo; U = Unidimensional; O = Obrigatório; N = Neutro; R = Reverso; Q = Questionável

Fonte: adaptado de Berger et al. (1993).

Os atributos obrigatórios (O) são requisitos básicos de um produto. A presença destes requisitos não aumenta a satisfação do cliente. No entanto, a ausência deixará o cliente extremamente insatisfeito. Os atributos atrativos (A) são requisitos chave para a satisfação do cliente. O preenchimento destes requisitos traz maior satisfação, mas o não cumprimento não traz insatisfação. Nos atributos unidimensionais (U) a satisfação do cliente é proporcional ao nível de exigência dos clientes. Estes requisitos resultam na satisfação do cliente quando são cumpridos e na insatisfação quando não cumpridos. A presença ou ausência dos atributos neutros (N) não causam satisfação e nem insatisfação. São indiferentes para o cliente (Figura 4) (BERGER et al., 1993; SAUERWEIN et al., 1996; MATZLER; HINTERHUBER, 1998; TONTINE, 2003; ZULTNER; MAZUR, 2006).

Figura 4 – Diagrama do modelo de Kano



Fonte: adaptado de Berger et al. (1993).

Para verificar a categoria de prioridade dos requisitos pedagógicos para os conteúdos do bloco temático, cada requisito foi individualizado com a frequência para cada um dos atributos do modelo de Kano, sendo a categoria de prioridade determinada da maior para a menor frequência. Caso houvesse frequências de mesmo valor, foi adotada a técnica de hierarquia “O > U > A > N” (BERGER et al., 1993; MATZLER et al., 1996), sendo dada maior importância para os atributos Obrigatórios e seguindo uma ordem decrescente até chegar aos atributos Neutros.

A análise da segunda parte do questionário considerou as respostas de importância atribuídas pelos professores a cada requisito pedagógico para identificar a importância relativa dos requisitos para o produto de software. Assim, o conjunto de requisitos pôde ser organizado em ordem decrescente de importância. De acordo com Berger et al. (1993), a importância relativa ajuda a concentrar a atenção em requisitos mais importantes na classificação de Kano.

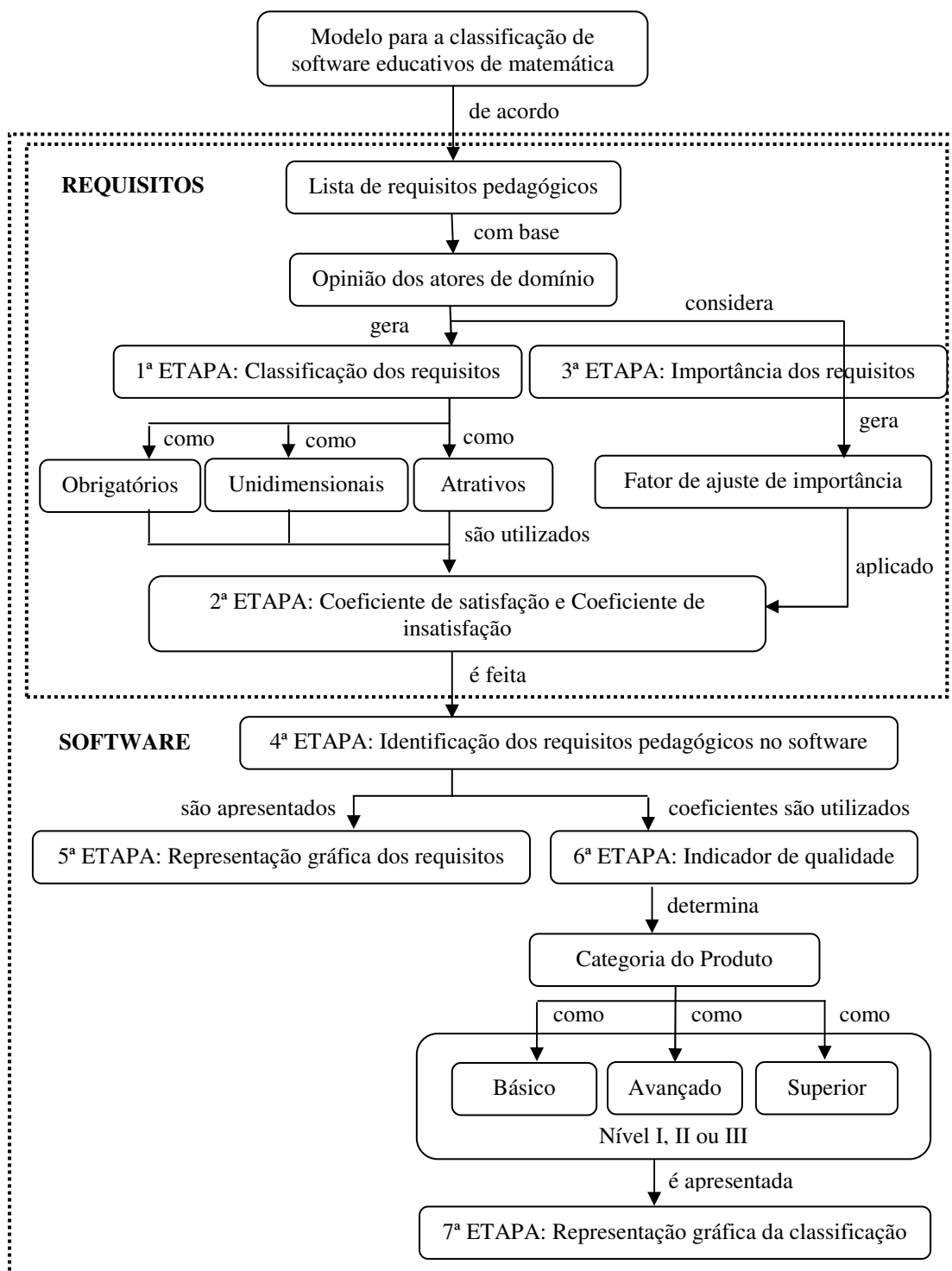
## 5.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A proposta para o modelo de classificação de software educativos de matemática se iniciou com o levantamento de requisitos pedagógicos que possam subsidiar o desenvolvimento de software. Na sequência foi feita uma classificação dos requisitos com a participação dos atores de domínio envolvidos, pela qual foi possível determinar a satisfação e insatisfação destes atores com a presença e a ausência dos requisitos no produto. Finalmente, um indicador foi gerado com a finalidade de estimar o nível de qualidade do software educativo para uso no âmbito escolar, ou seja, o quanto à utilização do software educativo atende as necessidades dos professores em suas práticas de ensino para os conteúdos de matemática (Figura 5). E assim, facilitar a difícil tarefa dos professores de matemática em avaliar e selecionar um software educativo.

Na 1ª etapa do modelo, a maioria das respostas para a classificação dos requisitos pedagógicos mostra uma variação entre os atributos Obrigatórios, Neutros e Atrativos (Tabela 1). Algumas respostas apontam para atributos Unidimensionais e poucas respostas foram obtidas nos atributos Reversos e Questionáveis. De acordo com Berger et al. (1993), quando a maioria das respostas se enquadra no atributo Reverso indica que os requisitos apontados pelos pesquisadores são contrários ao que os consumidores/usuários estão pensando em termos do produto; e quando o número de respostas com o atributo Questionável é considerável, o requisito deve ser temporariamente excluído até que o problema com a formulação seja resolvido e não venha mais gerar confusão na interpretação do respondente.

Para a pesquisa, a baixa indicação nos dois últimos atributos prova que os requisitos pedagógicos definidos para os conteúdos de geometria são pertinentes para o tema “Espaço e Forma” e relevantes para os professores de matemática em termos de produto de software educativo; e que a formulação de tais requisitos não gerou interpretações errôneas para os profissionais da área.

Figura 5 – Modelo para a classificação de software educativos



Fonte: Elaborado pela autora.



Tabela 1 – Tabulação das respostas para a classificação dos requisitos no modelo de Kano

| Requisitos Pedagógicos | n  | Atributos de Qualidade |    |    |    |   |   |
|------------------------|----|------------------------|----|----|----|---|---|
|                        |    | O                      | U  | A  | N  | R | Q |
| R <sub>1</sub>         | 54 | 6                      | 5  | 19 | 20 | 4 | 0 |
| R <sub>2</sub>         | 55 | 12                     | 5  | 20 | 17 | 1 | 0 |
| R <sub>3</sub>         | 55 | 11                     | 6  | 21 | 16 | 1 | 0 |
| R <sub>4</sub>         | 54 | 12                     | 5  | 18 | 18 | 1 | 0 |
| R <sub>5</sub>         | 54 | 22                     | 11 | 7  | 14 | 0 | 0 |
| R <sub>6</sub>         | 55 | 13                     | 5  | 27 | 9  | 0 | 1 |
| R <sub>7</sub>         | 54 | 8                      | 7  | 21 | 16 | 1 | 1 |
| R <sub>8</sub>         | 55 | 11                     | 4  | 17 | 22 | 1 | 0 |
| R <sub>9</sub>         | 55 | 13                     | 7  | 24 | 11 | 0 | 0 |
| R <sub>10</sub>        | 54 | 17                     | 7  | 17 | 13 | 0 | 0 |
| R <sub>11</sub>        | 55 | 11                     | 9  | 28 | 6  | 0 | 1 |
| R <sub>12</sub>        | 54 | 25                     | 14 | 6  | 8  | 0 | 1 |
| R <sub>13</sub>        | 55 | 19                     | 4  | 18 | 13 | 1 | 0 |
| R <sub>14</sub>        | 55 | 14                     | 7  | 22 | 12 | 0 | 0 |
| R <sub>15</sub>        | 55 | 11                     | 7  | 24 | 13 | 0 | 0 |
| R <sub>16</sub>        | 55 | 9                      | 6  | 31 | 8  | 0 | 1 |
| R <sub>17</sub>        | 55 | 13                     | 3  | 26 | 12 | 0 | 1 |
| R <sub>18</sub>        | 55 | 11                     | 4  | 24 | 14 | 1 | 1 |
| R <sub>19</sub>        | 54 | 9                      | 5  | 21 | 18 | 0 | 1 |
| R <sub>20</sub>        | 55 | 7                      | 5  | 25 | 18 | 0 | 0 |
| R <sub>21</sub>        | 55 | 9                      | 6  | 24 | 16 | 0 | 0 |
| R <sub>22</sub>        | 55 | 13                     | 4  | 25 | 13 | 0 | 0 |
| R <sub>23</sub>        | 55 | 23                     | 5  | 15 | 12 | 0 | 0 |
| R <sub>24</sub>        | 55 | 24                     | 5  | 16 | 10 | 0 | 0 |
| R <sub>25</sub>        | 55 | 10                     | 4  | 26 | 15 | 0 | 0 |
| R <sub>26</sub>        | 55 | 19                     | 5  | 18 | 13 | 0 | 0 |
| R <sub>27</sub>        | 54 | 10                     | 5  | 27 | 12 | 0 | 0 |
| R <sub>28</sub>        | 54 | 23                     | 4  | 12 | 15 | 0 | 0 |
| R <sub>29</sub>        | 55 | 20                     | 5  | 14 | 15 | 0 | 1 |

A = atrativo; U = unidimensional; O = obrigatório; N = neutro; R = Reverso; Q = Questionável; n = número total de respostas corretas

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a classificação nas categorias do modelo de Kano considerou-se a 1ª maior frequência nas respostas. São 18 requisitos pedagógicos classificados como Atrativos, nove como Obrigatórios, apenas dois são considerados Neutros e nenhum dos 29 requisitos é Unidimensional (Tabela 2). Ou seja, a satisfação dos professores pode ser elevada com a presença de 62% (Atrativos) dos requisitos; no entanto, a ausência de 31% (Obrigatórios) dos requisitos deixa os professores insatisfeitos; ou ainda 7% (Neutros) dos requisitos podem estar disponíveis ou não no software que não causam nem satisfação e nem insatisfação nos professores de matemática.

Tabela 2 – Classificação dos requisitos pedagógicos no modelo de Kano e seu nível de importância

| Requisitos Pedagógicos | 1ª Parte Questionário |                                 |    |    |                        | 2ª Parte Questionário |                      |
|------------------------|-----------------------|---------------------------------|----|----|------------------------|-----------------------|----------------------|
|                        | n*                    | Classificação no modelo de Kano |    |    | Categoria Classificada | n**                   | Fator de Importância |
|                        |                       | 1ª                              | 2ª | 3ª |                        |                       |                      |
| R <sub>1</sub>         | 54                    | N                               | A  | O  | A                      | 55                    | 6,64                 |
| R <sub>2</sub>         | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 8,00                 |
| R <sub>3</sub>         | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 53                    | 8,09                 |
| R <sub>4</sub>         | 54                    | A                               | N  | O  | A                      | 54                    | 7,30                 |
| R <sub>5</sub>         | 54                    | O                               | N  | U  | O                      | 55                    | 8,36                 |
| R <sub>6</sub>         | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 55                    | 7,58                 |
| R <sub>7</sub>         | 54                    | A                               | N  | O  | A                      | 53                    | 7,38                 |
| R <sub>8</sub>         | 55                    | N                               | A  | O  | A                      | 55                    | 7,02                 |
| R <sub>9</sub>         | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 52                    | 8,13                 |
| R <sub>10</sub>        | 54                    | O                               | A  | N  | O                      | 54                    | 8,17                 |
| R <sub>11</sub>        | 55                    | A                               | O  | U  | A                      | 54                    | 7,96                 |
| R <sub>12</sub>        | 54                    | O                               | U  | N  | O                      | 55                    | 8,64                 |
| R <sub>13</sub>        | 55                    | O                               | A  | N  | O                      | 55                    | 7,85                 |
| R <sub>14</sub>        | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 55                    | 7,24                 |
| R <sub>15</sub>        | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 54                    | 7,80                 |
| R <sub>16</sub>        | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 54                    | 7,44                 |
| R <sub>17</sub>        | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 53                    | 7,60                 |
| R <sub>18</sub>        | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 6,85                 |
| R <sub>19</sub>        | 54                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 7,51                 |
| R <sub>20</sub>        | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 54                    | 7,37                 |
| R <sub>21</sub>        | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 7,22                 |
| R <sub>22</sub>        | 55                    | A                               | O  | N  | A                      | 55                    | 7,95                 |
| R <sub>23</sub>        | 55                    | O                               | A  | N  | O                      | 55                    | 8,24                 |
| R <sub>24</sub>        | 55                    | O                               | A  | N  | O                      | 55                    | 8,07                 |
| R <sub>25</sub>        | 55                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 7,62                 |
| R <sub>26</sub>        | 55                    | O                               | A  | N  | O                      | 55                    | 8,35                 |
| R <sub>27</sub>        | 54                    | A                               | N  | O  | A                      | 55                    | 7,13                 |
| R <sub>28</sub>        | 54                    | O                               | N  | A  | O                      | 54                    | 7,81                 |
| R <sub>29</sub>        | 55                    | O                               | N  | A  | O                      | 55                    | 8,20                 |

A = Atrativo; U = Unidimensional; O = Obrigatório; N = Neutro; \* número total de respostas corretas para o modelo de Kano; \*\* número total de respostas corretas para o fator de importância

Fonte: Dados da pesquisa.

O modelo de classificação de software educativos considera os atributos Obrigatórios, Atrativos e Unidimensionais por serem os que realmente têm importância para a satisfação ou insatisfação dos consumidores na análise do modelo de Kano. Uma vez que atributos Neutros são indiferentes na opinião dos professores, foi feita uma reclassificação dos requisitos classificados na 1ª maior frequência como Neutros para enquadrá-los dentre os atributos que afetam de alguma forma a satisfação ou a insatisfação dos professores. Neste caso, para a reclassificação dos requisitos R<sub>1</sub> e R<sub>8</sub> foi considerada a 2ª maior frequência, reclassificando-os como atributos Atrativos (Tabela 2). A regra é simples, se a 1ª classificação do requisito for

Neutro, o requisito deve ser reclassificado considerando a 2ª ou até mesmo a 3ª maior frequência, conforme fórmula (1).

$$1^a R_i \begin{cases} = N & \rightarrow 2^a R_i \begin{cases} = N & \rightarrow 3^a R_i \\ \neq N & \rightarrow O \cup A \cup U \end{cases} \\ \neq N & \rightarrow O \cup A \cup U \end{cases} \quad (1)$$

onde  $R_i$  é o requisito classificado como atributo Neutro;  $1^a$ ,  $2^a$  e  $3^a$  representam a ordem decrescente da frequência;  $N$ ,  $O$ ,  $A$  e  $U$  representam a classificação no atributo Neutro, Obrigatório, Atrativo e Unidimensional, respectivamente.

Em Berger et al. (1993) se adota uma estratégia similar com a seguinte solução: se a soma dos atributos Unidimensionais, Atrativos e Obrigatórios for maior que a soma dos atributos Neutros, Reversos e Questionáveis então considera-se o maior valor entre os Unidimensionais, Atrativos e Obrigatórios para classificar o requisito, caso contrário, a condição que prevalece é entre os Neutros, Reversos e Questionáveis.

Para a classificação dos requisitos pedagógicos, apenas nove requisitos pedagógicos são Obrigatórios na opinião dos atores (Tabela 2). Os requisitos  $R_5$ ,  $R_{10}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{24}$ ,  $R_{26}$ ,  $R_{28}$  e  $R_{29}$  são necessários para que o produto de software possa ser adotado como um dos seus recursos didáticos para auxiliar o ensino e aprendizagem da geometria. Observa-se uma baixa exigência por parte dos professores de matemática quanto ao número de requisitos básicos presentes em software educativos. A utilização individual ou conjunta dos requisitos Obrigatórios pode ser observada em práticas pedagógicas com materiais concretos para trabalhar desde noção de ponto, reta e plano, incluindo conceitos e propriedades de figuras geométricas planas e espaciais (Quadro 3).

Quanto aos atributos Atrativos, é expressivo o número de requisitos pedagógicos que são classificados nesta categoria (Tabela 2). Os requisitos  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ ,  $R_8$ ,  $R_9$ ,  $R_{11}$ ,  $R_{14}$ ,  $R_{15}$ ,  $R_{16}$ ,  $R_{17}$ ,  $R_{18}$ ,  $R_{19}$ ,  $R_{20}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{25}$ , e  $R_{27}$  podem despertar a satisfação e o interesse dos professores de matemática em usar o software educativo como recurso didático em suas estratégias de ensino.

Quadro 3 – Requisitos pedagógicos na categoria Obrigatórios e os respectivos conteúdos matemáticos para o bloco temático “Espaço e Forma”

| Categoria dos Obrigatórios |  |  |
|----------------------------|--|--|
| Requisitos                 | Conteúdos  | Referências  |
| R <sub>12</sub>            | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; 2 – Polígonos regulares: relação entre ângulos e lados; 3 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 4 – Polígonos inscritos e circunscritos em relação à circunferência; 5 – Perímetro e área: introdução; 6 – Triângulos: classificação; 7 – Paralelogramos: propriedades; 8 – Polígonos: representação, propriedades; 9 – Transformações geométricas; 10 – Poliedros regulares; 11 – Poliedros: elementos, conceitos, classificação; 12 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação | 1 – Leivas (2000), Bigode (2010), Scolaro (2008), Santos (2007), Deus (2008); 2 – Brito e Santos (2010), Angeli e Nogueira (2007); 3 – Cararo e Souza (2008); Novak e Passos (2008); 4 – Leite e Levandoski (2008); 5 – Mariño (2000); 6 – Arruda e Almeida (2008), Tiggeman et al. (2006); 7 – Arruda e Almeida (2008); 8 – Santos (2007), Deus (2008), Bigode (2010), Brito e Santos (2010); 9 – Santos (2007), Deus (2008), 10 – Angeli e Nogueira (2007), Ventura e Vicente (2007); 11 – Bulla e Gerônimo (2007), Lamas (2008), Ribeiro e Bortoloti (2010); 12 – Deneca (2008) |
| R <sub>5</sub>             | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; 2 – Polígonos regulares: relação entre ângulos e lados; 3 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 4 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação; 5 – Poliedros: elementos, conceitos, classificação   | 1 – Almeida, Lopes e Silva (2000), Carminati (2008); 2 – Almeida, Lopes e Silva (2000); 3 – Cararo e Souza (2008), Novak e Passos (2008), Passos (2000); 4 – Passos (2000), Deneca (2008); 5 – Ventura e Vicente (2007), Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Armendariz e Almeida (2009)  |
| R <sub>26</sub>            | 1 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 2 – Congruência: figuras planas, segmentos de reta; 3 – Simetria: ponto, eixo, plano; 4 – Figuras geométricas planas e espaciais  | 1 – Leivas (2000); Deneca (2008); 2 – Lamas et al. (2006) ; 3 – Silva e Kodama (2004a, 2004b); 4 – Leivas (2000), Passos (2000), Silva e Kodama ( 2004a, 2004b), Silva e Brenelli (2005), Lamas e Mauri (2006), Lamas et al. (2006), Tiggeman et al. (2006), Angeli e Nogueira (2007), Maccari (2007), Rocha et al. (2007), Ventura e Vicente (2007), Arruda e Almeida (2008), Cararo e Souza (2008), Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Deus (2008), Reis (2008), Scolaro (2008), Bressan (2009), Oliveira (2010), Ribeiro e Bortoloti (2010)                               |

... continua ...

Quadro 3, Cont.

| Categoria dos Obrigatórios |   |  |
|----------------------------|---|--|
| Requisitos                 | Conteúdos   | Referências  |
| R <sub>23</sub>            | 1 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 2 – Congruência: figuras planas, segmentos de reta; 3 – Simetria: ponto, eixo, plano; 4 – Figuras geométricas planas e espaciais   | 1 – Leivas (2000); Deneca (2008); 2 – Lamas et al. (2006); 3 – Silva e Kodama (2004a, 2004b); 4 – Leivas (2000), Passos (2000), Silva e Kodama (2004a, 2004b), Silva e Brenelli (2005), Lamas e Mauri (2006), Lamas et al. (2006), Tiggeman et al. (2006), Angeli e Nogueira (2007), Maccari (2007), Rocha et al. (2007), Ventura e Vicente (2007), Arruda e Almeida (2008), Cararo e Souza (2008), Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Deus (2008), Reis (2008), Scolaro (2008), Bressan (2009), Oliveira (2010), Ribeiro e Bortoloti (2010) |
| R <sub>29</sub>            | 1 – Semelhança de figuras geométricas: conceito, medidas de ângulos e relação entre as áreas; 2 – Noção de proporcionalidade; 3 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 4 – Perímetro e área: introdução   | 1 – Lamas et al. (2006); Lamas et al. (2007); Deneca (2008); Scolaro (2008); 2 – Machado (2004); Rocha et al. (2007); Cararo e Souza (2008); 3 – Brito e Santos (2010); 4 – Silva e Kodama (2004a), Lamas et al. (2006), Lamas et al. (2007); Rocha et al. (2007)  |
| R <sub>10</sub>            | 1 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação; 2 – Noção de perímetro, área, volume; 3 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades;  | 1 – Passos (2000), Angeli e Nogueira (2007), Baldissera (2007), Bulla e Gerônimo (2007), Ventura e Vicente (2007), Carminati (2008), Deneca (2008), Armendariz e Almeida (2009), Ribeiro e Bortoloti (2010), Lamas (2008); 2 – Angeli e Nogueira (2007), Carminati (2008); 3 – Carminati (2008)  |
| R <sub>24</sub>            | 1 – Noções de ponto, reta, segmentos de reta e plano; 2 – Triângulos: classificação; 3 – Paralelogramos: propriedades; 4 – Simetria: ponto, eixo, plano; 5 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação; 6 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; | 1 – Leivas (2000), Cararo e Souza (2008), Novak (2008); 2 – Arruda e Almeida (2008); 3 – Arruda e Almeida (2008); 4 – Silva e Kodama (2004a); 5 – Passos (2000); 6 – Carminati (2008)  |
| R <sub>13</sub>            | 1 – Simetria: ponto, eixo, plano  | 1 – Silva e Kodama (2004a), Bressan (2009)   |
| R <sub>28</sub>            | 1 – Figuras geométricas planas e espaciais  | 1 – Rocha et al. (2007)  |

Fonte: Elaborado pela autora.

Produtos desenvolvidos com foco em requisitos Atrativos, além de considerar todos os requisitos Obrigatórios, são superiores do ponto de vista dos consumidores (YACUZZI; MARTÍN, 2002). Para os professores de matemática, software com requisitos Atrativos apresentam requisitos complementares que juntos com os requisitos Obrigatórios auxiliam atividades de ensino para os diversos assuntos da geometria (Quadro 4).

Quadro 4 – Requisitos pedagógicos na categoria Atrativos e os respectivos conteúdos matemáticos para o bloco temático “Espaço e Forma”

| Categoria dos Atrativos |  |  |
|-------------------------|--|--|
| Requisitos              | Conteúdos  | Referências  |
| R <sub>9</sub>          | 1 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação; 2 – Paralelismo e perpendicularismo: figuras espaciais  | 1 – Passos (2000); 2 – Passos (2000)   |
| R <sub>3</sub>          | 1 – Polígonos regulares: relação entre ângulos e lados   | 1 – Brito e Santos (2010)  |
| R <sub>2</sub>          | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades   | 1 – Carminati (2008)   |
| R <sub>11</sub>         | 1 – Polígonos: representação, propriedades   | 1 – Oliveira (2001), Lamas et al. (2007), Rocha et al. (2007), Angeli e Nogueira (2007), Bulla e Gerônimo (2007)   |
| R <sub>22</sub>         | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; 2 – Posições relativas de duas retas em um plano; 3 – Polígonos regulares: relação entre ângulos e lados; 4 – Triângulos: classificação; 5 – Paralelogramos: propriedades; 6 – Congruência: figuras planas, segmentos de reta; 7 – Simetria: ponto, eixo, plano; 8 – Ângulos: elementos, medida, classificação | 1 – Cararo e Souza (2008), Novak e Passos (2008); 2 – Leivas (2000), Novak (2008), Reis (2008); 3 – Almeida, Lopes e Silva (2000); 4 – Arruda e Almeida (2008); 5 – Arruda e Almeida (2008); 6 – Novak e Passos (2008), Reis e Medeiros Filho (2008); 7 – Rocha et al. (2007); 8 – Passos (2000) |
| R <sub>15</sub>         | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; 2 – Polígonos: representação, propriedades; 3 – Transformações geométricas; 4 – Círculo e circunferência   | 1 – Santos (2007), Deus (2008), Reis (2008); 2 – Santos (2007), Deus (2008); 3 – Santos (2007), Deus (2008); 4 – Lamas et al. (2006), Corrêa e Estephan (2008)   |
| R <sub>25</sub>         | 1 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 2 – Congruência: figuras planas, segmentos de reta; 3 – Simetria: ponto, eixo, plano  | 1 – Leivas (2000), Deneca (2008); 2 – Lamas et al. (2006); 3 – Silva e Kodama (2004a)  |
| R <sub>17</sub>         | 1 – Noções de ponto, reta, segmentos de reta e plano   | 1 – Leivas (2000)  |
| R <sub>6</sub>          | 1 – Simetria: ponto, eixo, plano   | 1 – Silva e Kodama (2004a), Rocha et al. (2007), Deneca (2008)   |

... continua ...

Quadro 4, Cont.

| Categoria dos Atrativos |  |   |
|-------------------------|--|---|
| Requisitos              | Conteúdos  | Referências   |
| R <sub>19</sub>         | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades, classificação; 2 – Polígonos regulares: relação entre ângulos e lados; 3 – Polígonos: representação, propriedades; 4 – Transformações geométricas; 5 – Poliedros regulares; 6 – Círculo e circunferência                     | 1 – Almeida, Lopes e Silva (2000), Passos (2000), Santos (2007), Deus (2008), Sclaro (2008); 2 – Almeida, Lopes e Silva (2000); 3 – Santos (2007), Deus (2008), Deneca (2008), Sclaro (2008); 4 – Santos (2007), Deus (2008); 5 – Angeli e Nogueira (2007), Ventura e Vicente (2007); 6 – Lamas et al. (2006), Corrêa e Estephan (2008) |
| R <sub>16</sub>         | 1 – Simetria: ponto, eixo, plano   | 1 – Silva e Kodama (2004a), Bressan (2009)  |
| R <sub>7</sub>          | 1 – Figuras geométricas planas e espaciais   | 1 – Passos (2000)   |
| R <sub>20</sub>         | 1 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação  | 1 – Passos (2000)   |
| R <sub>4</sub>          | 1 – Figuras geométricas planas: representação  | 1 – Pais (2000)   |
| R <sub>14</sub>         | 1 – Poliedros: elementos, conceitos, classificação   | 1 – Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Armendariz e Almeida (2009), Ribeiro e Bortoloti (2010)  |
| R <sub>21</sub>         | 1 – Ângulos: elementos, medida, classificação  | 1 – Deneca (2008)   |
| R <sub>27</sub>         | 1 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades; 2 – Posições relativas de duas retas em um plano; 3 – Ângulos: elementos, medida, classificação; 4 – Polígonos inscritos e circunscritos em relação à circunferência; 5 – Paralelismo e perpendicularismo: figuras espaciais | 1 – Silva e Kodama (2004b), Deneca (2008); 2 – Leivas (2000); 3 – Leivas (2000), Deneca (2008); 4 – Leivas (2000), Leite e Levandoski (2008); 5 – Passos (2000)   |
| R <sub>8</sub>          | 1 – Figuras geométricas espaciais: formas geométricas como elemento  | 1 – Ribeiro e Bortoloti (2010)  |
| R <sub>18</sub>         | 1 – Polígonos inscritos e circunscritos em relação à circunferência; 3 – Perímetro e área: introdução  | 1 – Leivas (2000), Leite e Levandoski (2008); 2 – Mariño (2000)   |
| R <sub>1</sub>          | 1 – Polígonos: representação, propriedades; 2 – Poliedros: elementos, conceitos, classificação; 3 – Figuras geométricas espaciais: elementos, conceitos, propriedades, classificação, representação; 4 – Figuras geométricas planas: elementos, conceitos, propriedades;                         | 1 – Bulla e Gerônimo (2007), Deneca (2008); 2 – Bulla e Gerônimo (2007), Lamas (2008), Ventura e Vicente (2007), Corrêa e Estephan (2008), Deneca (2008), Armendariz e Almeida (2009); 3 – Deneca (2008); 4 – Bigode (2010)   |

Fonte: Elaborado pela autora.

O requisito Obrigatório –  $R_{28}$  e o requisito Atrativo –  $R_7$  auxiliam tanto nos conceitos que englobam as figuras geométricas planas quanto aos que envolvem as figuras geométricas espaciais. Em Rocha et al. (2007), a variação de atividades da mais simples para a mais complexa ( $R_{28}$ ) favoreceu a discussão de pontos que excedem a abordagem tradicional do ensino. E, de acordo com Passos (2000), as atividades propostas precisam estar coerentes com o nível conceitual no qual os alunos se encontram e, para isso, o professor necessita ajudar os alunos na formação dos conceitos. Neste caso, um feedback informativo ( $R_7$ ), tanto ao professor quanto ao aluno, serve para identificar os níveis conceituais e para facilitar o desenvolvimento da atividade.

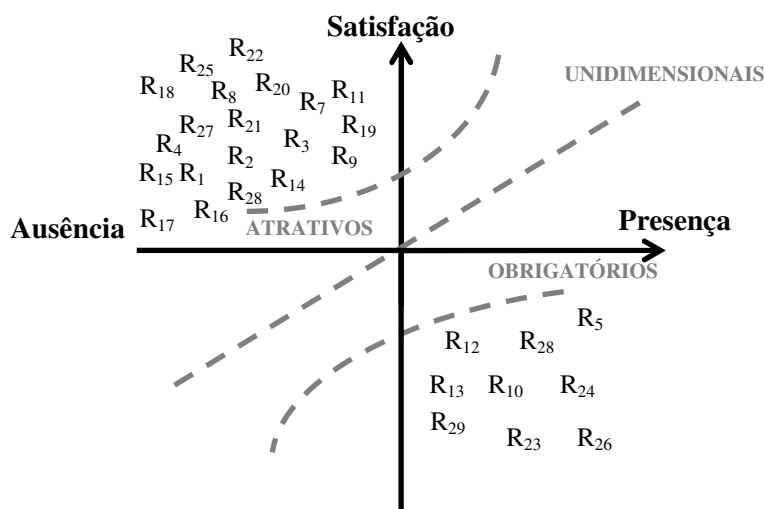
Somente com a presença dos requisitos Obrigatórios no software educativo, os professores conseguem desenvolver uma diversidade de atividades para o ensino de geometria. No entanto, os requisitos Atrativos também abrangem vários destes conteúdos, disponibilizando diferentes condições investigativas para se compreender as propriedades e os conceitos de figuras geométricas planas e espaciais.

Do ponto de vista didático-pedagógico, na pesquisa são poucos os requisitos Obrigatórios que devem ser contemplados para que o software possa ser usado para o ensino da geometria e é grande o conjunto de requisitos Atrativos que podem contribuir para o desenvolvimento de produtos de software mais atraentes (Figura 6). De acordo com Zultner e Mazur (2006), os consumidores reagem positivamente aos requisitos atrativos por representarem novos benefícios ou um novo nível de desempenho do produto. Neste caso, quanto mais requisitos Atrativos, mais professores de matemática satisfeitos e que venham a escolher o software como um dos recursos didáticos em suas práticas de ensino.

Segundo Yacuzzi e Martín (2002), é importante considerar a dinâmica existente na classificação dos produtos, uma vez que a classificação dos requisitos se altera com o tempo em função de novas expectativas e exigências dos clientes. Um atributo Atrativo hoje pode se tornar Unidimensional amanhã, gerando insatisfação caso não seja mais ofertado. E após sua presença contínua, este requisito se torna um atributo Obrigatório e essencial para o consumidor, gerando insatisfação se for retirado do produto.



Figura 6 – Requisitos pedagógicos Obrigatórios e Atrativos do bloco temático “Espaço e Forma” segundo o modelo de Kano



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da 2ª etapa do modelo de classificação foi aplicado o processo quantitativo aos requisitos. Após a classificação dos requisitos pedagógicos nos diferentes atributos, foi determinado o coeficiente de satisfação e o coeficiente de insatisfação dos professores quanto a presença e a ausência dos requisitos pedagógicos no software educativo. De acordo com Berger et al. (1993), o coeficiente de satisfação varia numa escala de 0 (zero) a 1 (um) e o coeficiente de insatisfação de 0 (zero) a -1 (um negativo). Quanto mais próximo o valor do coeficiente de satisfação for de 1, maior é o percentual de professores que expressam satisfação com a presença do requisito. O valor ao se aproximar de 0, indica poucos professores satisfeitos. O coeficiente de insatisfação próximo de -1 expressa um número elevado de professores insatisfeitos, e um valor em torno de 0 significa que o requisito não causa insatisfação.

A fórmula (2) para o cálculo do coeficiente de satisfação (CS) considerou a soma dos atributos atrativos e unidimensionais dividida pelo total dos atributos atrativos, unidimensionais, obrigatórios e neutros. E para o cálculo do coeficiente de insatisfação (CI) dos professores foi feita a razão entre a soma dos atributos unidimensionais e obrigatórios e a soma dos atributos atrativos, unidimensionais, obrigatórios e neutros, conforme a fórmula (3). A multiplicação por -1 apenas reforça o aspecto negativo da insatisfação.

$$CS_i = \frac{A_i + U_i}{A_i + U_i + O_i + N_i} \quad (2)$$

$$CI_i = \frac{U_i + O_i}{A_i + U_i + O_i + N_i} \times (-1) \quad (3)$$

onde  $A_i$ ,  $U_i$ ,  $O_i$  e  $N_i$  representam o número total de respostas para  $i = 1, \dots, 29$ , e  $i$  é o número total de requisitos pedagógicos.

Conforme proposto por Berger et al. (1993), aos coeficientes de satisfação e insatisfação foi aplicado um fator de ajuste com base nos resultados da escala de importância. Segundo os autores, o agrupamento dos requisitos pelos atributos do modelo de Kano ajuda nas decisões sobre quais os requisitos que serão incluídos, enquanto o nível de importância ajuda em decisões do quanto a implementação de determinado requisito é preferência entre os consumidores.

A escala de importância pode ser útil para o consumidor determinar a importância relativa dos requisitos (MATZLER et al., 1996; SAUERWEIN et al., 1996). O grau de importância de cada um dos requisitos pedagógicos pode ajudar nas decisões quanto à ordem de prioridade dos requisitos no software, sendo que a função do modelo de Kano é separar os atributos em três categorias qualitativas que influenciam de diferentes maneiras a satisfação do consumidor quando encontrados no produto. A 3ª etapa do modelo proposto analisou o fator de ajuste de importância de cada um dos requisitos pedagógicos, com o intuito de averiguar o significado quantitativo de importância dos requisitos pedagógicos,

O fator de ajuste de importância foi definido pelas respostas atribuídas à escala de importância (Tabela 2). Na fórmula (4), o valor do fator foi determinado individualmente pela importância relativa que cada requisito pedagógico representa para os professores de matemática. Na sequência, fórmula (5), o fator foi normalizado no intervalo de 0 a 1 para que o efeito da importância relativa do requisito pudesse ser incorporado aos valores dos coeficientes de satisfação e insatisfação dos professores.

$$F'_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_j}{n} \quad (4)$$

onde  $F'_i$  é o fator de ajuste de importância para  $i = 1, \dots, 29$ ;  $i$  é o número do requisito pedagógico;  $a$  é o valor atribuído pelo respondente na escala de importância;  $j$  representa o número do respondente; e  $n$  é o número total de respondentes.

$$F_i = \frac{F'_i}{b} \quad (5)$$

onde  $F_i$  é o fator de ajuste de importância normalizado;  $i$  é o número do requisito pedagógico; e  $b$  representa o valor máximo atribuído na escala de importância.

Os valores do fator de ajuste de importância ( $F_i$ ) mostram que a maioria dos requisitos Obrigatórios se enquadra num nível elevado de importância (0,87 a 0,96) para os professores de matemática, enquanto que os Atrativos, apesar de atraentes, são, em maioria, requisitos de importância mediana (0,74 a 0,90) (Tabela 3). A importância atribuída aos requisitos Obrigatórios está relacionada com as condições mínimas necessárias para que o software venha a desempenhar seu papel no âmbito educacional. O nível decrescente de importância entre os atributos Obrigatórios, Unidimensionais, Atrativos e Neutros foi constatado nos resultados de Yacuzzi e Martín (2002) e Ernzer e Kopp (2003) que também utilizaram a escala de importância para entender a importância relativa dos requisitos. De acordo com Ernzer e Kopp (2003), este fato é consistente com o modelo de Kano, uma vez que a ausência de atributos Atrativos e Neutros não apresenta nenhum impacto na insatisfação dos clientes.

Tabela 3 – Valores do fator de ajuste de importância normalizado e dos coeficientes de satisfação e insatisfação com a aplicação do fator de ajuste de importância para requisitos pedagógicos do bloco temático “Espaço e Forma”

| Requisitos                        | $CS_i$ | $CI_i$ | $F_i'$ | $F_i$ | $\frac{CSF_i}{(CS_i * F_i)}$ | $\frac{CIF_i}{(CI_i * F_i)}$ |
|-----------------------------------|--------|--------|--------|-------|------------------------------|------------------------------|
| <b>Categoria dos Obrigatórios</b> |        |        |        |       |                              |                              |
| R <sub>12</sub>                   | 0,38   | -0,74  | 8,64   | 0,960 | 0,37                         | -0,71                        |
| R <sub>5</sub>                    | 0,33   | -0,61  | 8,36   | 0,929 | 0,31                         | -0,57                        |
| R <sub>26</sub>                   | 0,42   | -0,44  | 8,35   | 0,928 | 0,39                         | -0,41                        |
| R <sub>23</sub>                   | 0,36   | -0,51  | 8,24   | 0,916 | 0,33                         | -0,47                        |
| R <sub>29</sub>                   | 0,35   | -0,46  | 8,20   | 0,911 | 0,32                         | -0,42                        |
| R <sub>10</sub>                   | 0,44   | -0,44  | 8,17   | 0,908 | 0,40                         | -0,40                        |
| R <sub>24</sub>                   | 0,38   | -0,53  | 8,07   | 0,897 | 0,34                         | -0,48                        |
| R <sub>13</sub>                   | 0,41   | -0,43  | 7,85   | 0,872 | 0,36                         | -0,38                        |
| R <sub>28</sub>                   | 0,30   | -0,50  | 7,81   | 0,868 | 0,26                         | -0,43                        |
| <b>Categoria dos Atrativos</b>    |        |        |        |       |                              |                              |
| R <sub>9</sub>                    | 0,56   | -0,36  | 8,13   | 0,903 | 0,51                         | -0,33                        |
| R <sub>3</sub>                    | 0,50   | -0,32  | 8,09   | 0,899 | 0,45                         | -0,29                        |
| R <sub>2</sub>                    | 0,46   | -0,32  | 8,00   | 0,889 | 0,41                         | -0,28                        |
| R <sub>11</sub>                   | 0,69   | -0,37  | 7,96   | 0,884 | 0,61                         | -0,33                        |
| R <sub>22</sub>                   | 0,53   | -0,31  | 7,95   | 0,883 | 0,47                         | -0,27                        |
| R <sub>15</sub>                   | 0,56   | -0,33  | 7,80   | 0,867 | 0,49                         | -0,29                        |
| R <sub>25</sub>                   | 0,55   | -0,26  | 7,62   | 0,847 | 0,47                         | -0,22                        |
| R <sub>17</sub>                   | 0,54   | -0,30  | 7,60   | 0,844 | 0,46                         | -0,25                        |
| R <sub>6</sub>                    | 0,59   | -0,33  | 7,58   | 0,842 | 0,50                         | -0,28                        |
| R <sub>19</sub>                   | 0,49   | -0,26  | 7,51   | 0,834 | 0,41                         | -0,22                        |
| R <sub>16</sub>                   | 0,69   | -0,28  | 7,44   | 0,827 | 0,57                         | -0,23                        |
| R <sub>7</sub>                    | 0,54   | -0,29  | 7,38   | 0,820 | 0,44                         | -0,24                        |
| R <sub>20</sub>                   | 0,55   | -0,22  | 7,37   | 0,819 | 0,45                         | -0,18                        |
| R <sub>4</sub>                    | 0,43   | -0,32  | 7,30   | 0,811 | 0,35                         | -0,26                        |
| R <sub>14</sub>                   | 0,53   | -0,38  | 7,24   | 0,804 | 0,43                         | -0,31                        |
| R <sub>21</sub>                   | 0,55   | -0,27  | 7,22   | 0,802 | 0,44                         | -0,22                        |
| R <sub>27</sub>                   | 0,59   | -0,28  | 7,13   | 0,792 | 0,47                         | -0,22                        |
| R <sub>8</sub>                    | 0,39   | -0,28  | 7,02   | 0,780 | 0,30                         | -0,22                        |
| R <sub>18</sub>                   | 0,53   | -0,28  | 6,85   | 0,761 | 0,40                         | -0,21                        |
| R <sub>1</sub>                    | 0,48   | -0,22  | 6,64   | 0,738 | 0,35                         | -0,16                        |

$CS_i$  = coeficiente de satisfação;  $CI_i$  = coeficiente de insatisfação;  $F_i'$  = fator de ajuste de importância;  $F_i$  = fator de ajuste de importância normalizado;  $CSF_i$  = coeficiente de satisfação com importância;  $CIF_i$  = coeficiente de insatisfação com importância

Fonte: Dados da pesquisa.

Já que a presença de requisitos Obrigatórios influencia a insatisfação dos consumidores, os coeficientes de insatisfação da pesquisa atribuídos os fatores de importância ( $CIF_i$ ) indicam que cerca de 40% dos professores teriam sua satisfação depreciada com a ausência dos requisitos pedagógicos  $R_5$ ,  $R_{10}$ ,  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{24}$ ,  $R_{26}$ ,  $R_{28}$  e  $R_{29}$  (Tabela 3) em software desenvolvidos para favorecer o ensino e aprendizagem de geometria. A falta de requisitos básicos pode afetar o desempenho do produto para a finalidade na qual foi desenvolvido e, conseqüentemente, comprometer as estratégias didáticas de sucesso dos professores de matemática.

Como a presença de requisitos Atrativos aumenta a satisfação dos clientes e a insatisfação não é afetada caso o requisito não esteja disponível, observa-se nos coeficientes de satisfação com atribuição dos fatores de importância ( $CSF_i$ ) que a presença de metade dos requisitos nesta categoria satisfaz, aproximadamente, 45% dos professores de matemática (Tabela 3). Portanto, são requisitos que podem agregar valor ao material didático, despertando o interesse dos professores de matemática.

A identificação dos requisitos pedagógicos na 4ª etapa pode ser feita com o auxílio de um *checklist*. Num exemplo simples (Figura 7) pode ser disponibilizado duas alternativas que correspondem à presença e à ausência de cada requisito pedagógico no produto de software. Os requisitos estão dispostos por grupos nos atributos de Kano e ordenados de forma decrescente pela importância relativa.

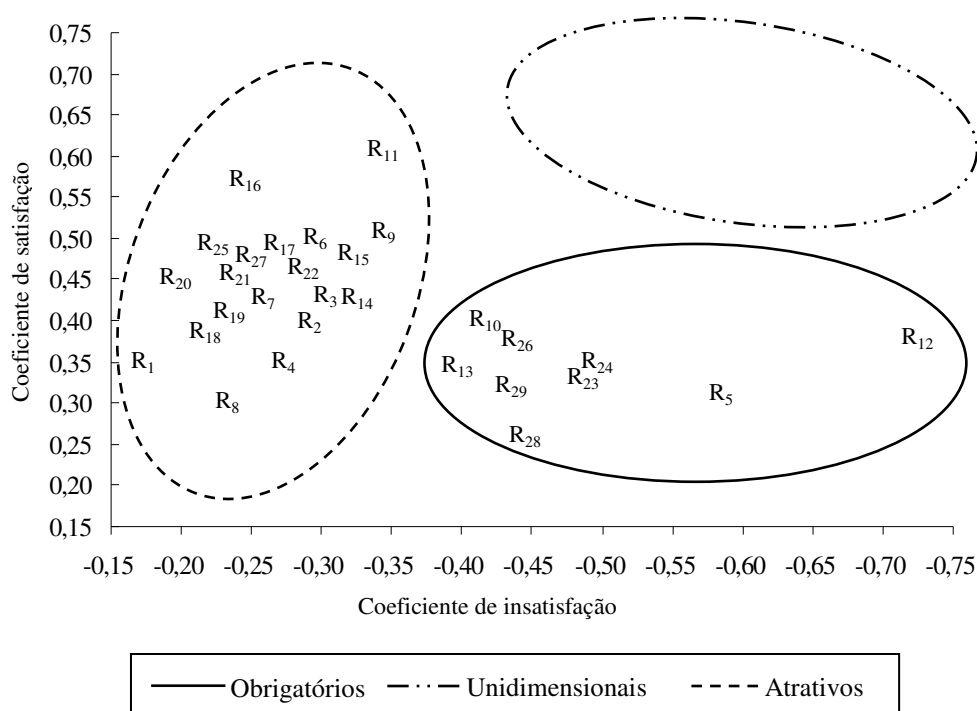
A 5ª etapa do modelo de classificação propõe a representação gráfica dos requisitos que foram identificados no software. A visualização conjunta dos requisitos pode auxiliar na escolha do produto em função das estratégias de ensino que se pretende com o recurso didático. Os requisitos foram plotados num plano cartesiano pelos coeficientes de satisfação e insatisfação. Estes parâmetros também podem ser usados pelos desenvolvedores de software para decisões de melhoria ou não em seus produtos. No gráfico é possível verificar os requisitos Obrigatórios, Unidimensionais e Atrativos representados por três agrupamentos. Para os software desenvolvidos para o ensino de geometria são 29 requisitos pedagógicos divididos desproporcionalmente em dois agrupamentos (Figura 8).

Figura 7 – Checklist dos requisitos pedagógicos para o bloco temático “Espaço e Forma”

| Requisito              | Descrição   | Presente                 | Ausente                  |
|------------------------|---|--------------------------|--------------------------|
| ATRIBUTOS OBRIGATÓRIOS |   |                          |                          |
| R <sub>12</sub>        | Construir figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>5</sub>         | Disponibilizar diferentes figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>26</sub>        | Rotacionar figuras geométricas e segmentos de reta  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>23</sub>        | Mover as figuras geométricas ou segmentos de reta na horizontal, vertical e diagonal  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>29</sub>        | Ampliar ou reduzir figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>10</sub>        | Construir a representação plana da figura geométrica espacial   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>24</sub>        | Identificar ou nomear as figuras geométricas (forma, lado, aresta, ponto, vértice, segmento, ângulo, face, segmentos, centro, raio, apótema, etc) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>13</sub>        | Construir ou disponibilizar várias figuras geométricas no mesmo plano   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>28</sub>        | Variar o grau de dificuldades das atividades propostas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ATRIBUTOS ATRATIVOS    |   |                          |                          |
| R <sub>9</sub>         | Construir a representação no plano da figura espacial   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>3</sub>         | Disponibilizar a representação plana da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>2</sub>         | Disponibilizar a representação espacial da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>11</sub>        | Construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>22</sub>        | Marcar ou riscar nas figuras geométricas ou no plano as representações de dobras, eixos, retas, semi-retas, segmentos, contorno                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>15</sub>        | Decompor figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>25</sub>        | Sobrepor/recobrir figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>17</sub>        | Interligar pontos pré-definidos para formar figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>6</sub>         | Construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>19</sub>        | Construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>16</sub>        | Definir a direção, o sentido ou o ângulo para o movimento das figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>7</sub>         | Apresentar feedback informativo ao aluno ou pro   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>20</sub>        | Construir ou disponibilizar diferentes representações planas da mesma figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>4</sub>         | Diferentes configurações para as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>14</sub>        | Contar vértices, arestas e faces  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>21</sub>        | Apagar parte da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>27</sub>        | Utilizar diferentes cores para as figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>8</sub>         | Associar figuras geométricas com objetos do mundo físico  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>18</sub>        | Apresentar diferentes representações do plano   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| R <sub>1</sub>         | Agrupar as figuras geométricas por características  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 8 – Representação gráfica com os requisitos pedagógicos do bloco temático “Espaço e Forma” presentes no software educativo



Fonte: Dados da pesquisa.

Na 6ª etapa do modelo, com a quantidade de requisitos presentes e ausentes foi possível determinar o indicador de qualidade para o produto didático analisado. As empresas utilizam o índice de satisfação dos consumidores como indicador de desempenho de produtos e serviços (MATZLER; HINTERHUBER, 1998), sendo que a satisfação do consumidor está atrelada a qualidade do produto (BEI; CHIAO, 2001). Portanto, o indicador de qualidade foi definido pelos valores dos coeficientes de satisfação (*CSF*) e insatisfação (*CIF*) ajustados com os fatores de importância dos requisitos.

O modelo para a classificação de software educativos separa os produtos nas categorias Básico, Avançado e Superior (YACUZZI; MARTÍN, 2002), onde cada categoria indica três níveis de qualidade (Quadro 5). Os níveis de qualidade estão representados do menor para o maior nível – I, II e III, respectivamente – estruturados em intervalos percentuais. Um indicador de qualidade determina a classificação dos produtos na devida categoria; e o percentual de requisitos presente no produto determina o nível de qualidade por categoria. De acordo com Yacuzzi e Martín (2002), os atributos Obrigatórios, Unidimensionais e Atrativos do modelo de Kano podem auxiliar na definição das categorias dos produtos.

Quadro 5 – Estrutura lógica para a classificação de software educativos

| <b>Categoria de classificação</b> | <b>Atributos no modelo de Kano</b>           | <b>Coefficiente para a base de cálculo</b> | <b>Níveis de classificação</b> | <b>Percentual para os intervalos</b> |
|-----------------------------------|--|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Básico                            | Obrigatórios                                 | Insatisfação                               | I<br>II<br>III                 | 30 ┤ 60<br>60 ┤ 80<br>80 ┤ 100       |
| Avançado                          | Obrigatórios<br>Unidimensionais              | Insatisfação<br>Satisfação                 |                                |                                      |
| Superior                          | Obrigatórios<br>Unidimensionais<br>Atrativos | Satisfação                                 |                                |                                      |

┤ = percentual pertence ao intervalo fechado.

Fonte: Elaborado pela autora.

O indicador de qualidade é calculado em função de um indicador de referência (*IR*). O valor do indicador de referência é determinado por categoria de acordo com as fórmulas (6), (7) e (8). Os indicadores de referência representam a pontuação máxima para o indicador de qualidade considerando o somatório dos valores do coeficiente de insatisfação para os produtos denominados Básicos e Avançados e o coeficiente de satisfação para os produtos na categoria Avançado e Superior (Quadro 5). Pode-se observar que para os produtos Avançados se considerou os dois coeficientes, uma vez que nesta categoria estão inseridos os requisitos Unidimensionais. Os dois valores precisam ser analisados porque, segundo Berger et al. (1993), os requisitos Unidimensionais resultam na satisfação do cliente quando são cumpridos e na insatisfação quando não cumpridos.

$$IR_B = \sum_{i=1}^t CIF_i \quad (6)$$

$$IR_A = \left( \sum_{i=1}^t CIF_i; \sum_{i=1}^t CSF_i \right) \quad (7)$$

$$IR_S = \sum_{i=1}^t CSF_i \quad (8)$$

onde *IR* representa o indicador de referência de qualidade; *B*, *A*, *S* indica as categorias



Básico, Avançado e Superior, respectivamente;  $CSF_i$  é o coeficiente de satisfação com importância;  $CIF_i$  é o coeficiente de insatisfação com importância;  $i$  é o número do requisito pedagógico;  $t$  representa o total de requisitos por categoria.

As expectativas dos professores de matemática a respeito dos software educativos que atendam aos conteúdos do bloco temático “Espaço e Forma” estão estruturadas nas categorias dos atributos Obrigatórios e Atrativos. Como não houve requisitos classificados na categoria Unidimensional, o modelo de classificação é formado com as categorias para produtos Básicos e Superiores aplicando-se as fórmulas (6) e (8). Ao considerar os coeficientes de insatisfação com importância dos nove requisitos Obrigatórios e dos coeficientes de satisfação com importância dos 20 Atrativos obteve-se o valor de -4,27 para o indicador de referência na categoria Básico ( $IR_B$ ) e 8,98 para o indicador na categoria Superior ( $IR_S$ ).

De posse dos valores do indicador de referência e da quantidade de requisitos Obrigatórios, Unidimensionais e Atrativos presente no software educativo é possível determinar o valor do indicador de qualidade que o classificará dentre as categorias de material didático Básico, Avançado ou Superior, conforme as fórmulas (9), (10) e (11). Cada categoria considera o total de requisitos encontrados no software e fornece o indicador de qualidade em percentual de professores satisfeitos ou insatisfeitos com a configuração pedagógica apresentada pelo produto.

$$I_B = \frac{\left( IR_B - \sum CIF_i \right)}{IR_B} \quad (9)$$

$$I_A = \text{Max} \left( \frac{\left( IR_A - \sum CIF_i \right)}{IR_A}; \frac{\left( \sum CSF_i \right)}{IR_A} \right) \quad (10)$$

$$I_S = \frac{\left( \sum CSF_i \right)}{IR_S} \quad (11)$$

onde  $I$  é o indicador de qualidade do produto analisado;  $IR$  representa o indicador de

referência;  $B$ ,  $A$ ,  $S$  são as categorias Básico, Avançado e Superior, respectivamente;  $CSF_i$  é o coeficiente de satisfação com importância;  $CIF_i$  é o coeficiente de insatisfação com importância;  $i$  é o número do requisito pedagógico válido;

Há um valor mínimo ou máximo recomendado para os indicadores de qualidade no processo de classificação dos software. Só assim, o produto poderá ser classificado nas categorias Básico, Avançado e Superior. Para o indicador de qualidade na categoria Básico ( $I_B$ ) cuja base de cálculo é o coeficiente de insatisfação, o valor recomendado deve ser menor ou igual ao valor gerado com o cálculo de 1/3 dos requisitos pedagógicos Obrigatórios de menor valor. Quando o coeficiente de satisfação é a referência para o cálculo, como é o caso do indicador de qualidade na categoria Superior ( $I_S$ ), seu valor deve ser maior ou igual ao resultado dos 1/3 dos requisitos Atrativos de menor valor. Qualquer valor fora destas condições indica que o produto não apresenta um mínimo de requisitos satisfatórios aos professores e que possa auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de matemática satisfazendo. Quanto ao indicador de qualidade na categoria Avançado ( $I_A$ ), a condição vai depender se o cálculo do indicador foi realizado com o coeficiente de satisfação ou com o de insatisfação. Caso o valor adotado seja resultante do coeficiente de insatisfação, este seguirá os mesmos princípios do indicador  $I_B$ , e quando for utilizado o coeficiente de satisfação seguirá os princípios do indicador de qualidade  $I_S$ .

Para os produtos de software educativos destinados ao ensino de geometria são três requisitos Obrigatórios e sete requisitos Atrativos representando o 1/3 dos requisitos. O valor máximo recomendado para o indicador  $I_B$  é -0,72 considerando os coeficientes de insatisfação de menor valor representados pelos requisitos  $R_{10}$ ,  $R_{13}$  e  $R_{26}$ ; e para o indicador de qualidade  $I_S$  o valor mínimo é 0,30, sendo os coeficientes de satisfação dos requisitos  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_8$ ,  $R_{14}$ ,  $R_{18}$  e  $R_{19}$  a base de cálculo. Para qualquer valor do indicador de qualidade maior que  $I_B$  ou menor que  $I_S$  não será possível a classificação do software educativo como material didático favorável ao ensino e aprendizagem da geometria.

No modelo proposto, o primeiro indicador de qualidade que deve ser calculado se refere aos requisitos Obrigatórios. A presença de todos os requisitos Obrigatórios no software garante a classificação nas demais categorias. Caso contrário, a transição de produto Básico para Avançado ou Superior não acontecerá. Quando apenas alguns requisitos Obrigatórios são contemplados, a classificação do produto se limita aos três diferentes níveis de qualidade de produto Básico (Quadro 5).

Este princípio não se aplica às demais categorias. Para avançar da categoria de produto

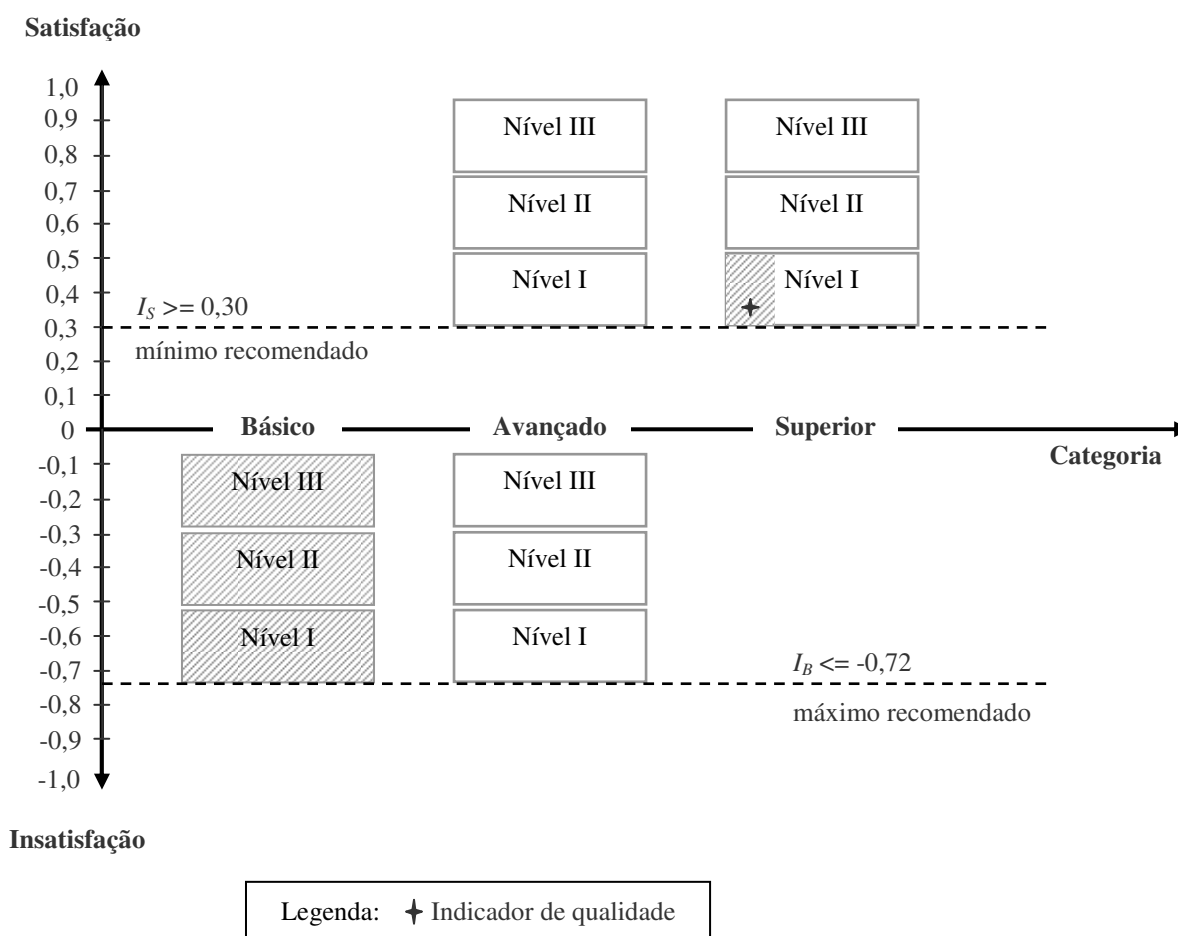
Avançado para a categoria Superior, um número razoável de requisitos Unidimensionais deve estar disponível no software educativo. Por exemplo, este número mínimo pode ser estabelecido pela presença de 50% dos requisitos classificados como Unidimensionais, e dentre este percentual esteja representado em maior número os requisitos com fatores de ajuste de importância elevados. Ou ainda, se o coeficiente de satisfação superar o coeficiente de insatisfação indicando maior percentual de professores satisfeitos com a presença do conjunto de requisitos do que professores insatisfeitos. A pesquisa não nos dá condições para definir o critério a ser adotado, uma vez que para os conteúdos de geometria nenhum requisito pedagógico foi constatado como Unidimensional. Para se tomar uma decisão confiável quanto ao critério, são necessários testes simulatórios com produtos de software educativos que tenham requisitos pedagógicos classificados na categoria de Unidimensionais.

Após classificar o software na categoria Básico, Avançado ou Superior é necessário averiguar seu nível de qualidade dentre os 3 (três) diferentes níveis. Os níveis são definidos pelo número de requisitos pedagógicos e estão estruturados em intervalos com os extremos inferiores e superiores indicados em valores percentuais. Os intervalos variam de  $30 \text{ — } 60$ ,  $60 \text{ — } 80$  e  $80 \text{ — } 100$  seguindo do nível mais baixo (I) para o nível mais alto (III) (Quadro 5). O símbolo  $\text{—}$ , intervalo fechado à esquerda e aberto à direita, indica que os valores pertencem ao intervalo fechado. Neste caso, o extremo superior de um nível é o extremo inferior do nível subsequente.

Para os recursos didáticos que auxiliam o ensino de geometria, os intervalos nos níveis I, II e III, respectivamente, foram estipulados entre  $3 \text{ — } 5$ ,  $5 \text{ — } 7$  e  $7 \text{ — } 9$  para a categoria Básicos e  $6 \text{ — } 12$ ,  $12 \text{ — } 16$  e  $16 \text{ — } 20$  para os produtos denominados Superiores. Quanto maior o número de requisitos identificados no software educativo, maiores as possibilidades de se trabalhar os diversos conteúdos que abrangem o ensino de geometria. Portanto, maior o nível de qualidade dentro da categoria.

Na sétima e última etapa do modelo é disponibilizado a representação gráfica da classificação registrando a categoria e o nível de classificação do produto. O indicador de qualidade é posicionado no gráfico demonstrando o percentual de professores satisfeitos ou insatisfeitos com a configuração atual do software educativo. A quantidade de requisitos disponíveis é representada pelo preenchimento do retângulo dos níveis de classificação por categoria. É possível observar que quanto mais preenchido o retângulo, maior o número de requisitos presentes no software (Figura 9).

Figura 9 – Representação gráfica da classificação do produto de software educativo: simulação demonstrativa para conteúdos do bloco temático “Espaço e Forma”



Fonte: Elaborado pela autora.

Em uma simulação demonstrativa com os requisitos pedagógicos que atendem às necessidades dos professores quanto aos conteúdos de geometria, supõe-se a presença de todos os nove requisitos Obrigatórios e, apenas, sete requisitos Atrativos num determinado software educativo. Os requisitos Atrativos disponíveis são  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_6$ ,  $R_8$ ,  $R_{11}$ ,  $R_{15}$  e  $R_{27}$ .

Sendo que todos os requisitos Obrigatórios foram contemplados, não há necessidade de calcular o indicador de qualidade para a categoria de produto Básico e o software pode ser classificado na categoria Superior. Ao utilizar a fórmula (11) e considerar o valor 8,98 determinado pela fórmula (8) para o indicador de referência  $IR_S$ , o valor do indicador de qualidade  $I_S$  foi 0,35. Este valor superou o valor 0,30 que representa o mínimo recomendado para a categoria Superior. Sendo assim, o produto analisado na simulação pode ser classificado como material didático ao ensino e aprendizagem de geometria como produto Superior. E como são sete requisitos Atrativos disponíveis, o produto foi classificado no nível

I da categoria Superior que corresponde ao intervalo de 6 — 12 requisitos Atrativos presentes no software (Figura 9).

## 5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O princípio para a criação do modelo de classificação para software educativos é a participação dos atores da área de matemática que estejam envolvidos diretamente com o processo de ensino e aprendizagem. As experiências do ponto de vista didático-pedagógico é a base norteadora para a qualidade dos materiais didáticos. Os professores são os responsáveis pelos requisitos pedagógicos de determinado conteúdo que precisam ser contemplados nos software educativos de matemática.

O envolvimento de professores que adotam práticas exploratórias no cotidiano escolar faz com que os requisitos pedagógicos alvo para a classificação sejam familiares aos profissionais da área fazendo com que sintam numa zona de conforto. Neste caso, os professores não correm o risco de encontrar software que não atendam suas expectativas e ainda desafiem suas habilidades e seu conhecimento referente à informática. São produtos de software próximos à realidade dos professores, uma vez que são classificados pelos requisitos que se encontram em estratégias pedagógicas já desenvolvidas pelos professores.

A estrutura lógica do modelo para a classificação de software educativos como material didático pode ser aplicada a outras disciplinas do ensino fundamental. A classificação de software que auxiliam o ensino de geometria expressa o potencial favorável ou não do produto, orientando os professores de matemática na escolha do software e apontando indicativos de desempenho didático para os desenvolvedores de software educativos.

A satisfação e a insatisfação dos atores da área de matemática fazem com que o modelo seja ajustável às alterações de expectativas e necessidades dos profissionais da educação. De tempo em tempo, os requisitos pedagógicos precisam passar por novas análises para se constatar mudanças na classificação dos produtos como material didático. Com isso, os software educativos acompanharão a dinâmica existente no mercado consumidor e se manterão atualizados aos novos pressupostos educativos.

O modelo direciona a classificação dos software educativos para os conteúdos de matemática, favorecendo uma avaliação pontual e específica. Com as diferentes categorias e níveis de qualidade é possível diferenciar os software pelos requisitos pedagógicos disponíveis, fazendo com que o professor tenha conhecimento, no ato da escolha, das possibilidades de se trabalhar os conteúdos de geometria. Além do que, a recomendação de um número mínimo de requisitos pedagógicos faz com que os software sejam considerados materiais didáticos favoráveis às práticas exploratórias de matemática. Com uma série de

software qualificados, fica a critério do professor a seleção do software educativo com requisitos pedagógicos mais apropriados ao conteúdo e à prática de ensino.

A proposta de classificação para software educativos de matemática considera parâmetros específicos aos conteúdos da área e não apenas parâmetros gerais do ponto de vista educacional. O direcionamento dos critérios de avaliação pode incentivar os professores a usarem o guia de classificação facilitando a identificação e a escolha do software que mais se adéqua à sua prática de ensino e ao conteúdo matemático a ser desenvolvido, e com isso favorecer o aprendizado do aluno.

Em trabalhos futuros seria interessante ampliar o modelo e considerar a inserção dos blocos temáticos “Números e Operações”, “Grandezas e Medidas” e “Tratamento da Informação” dos Parâmetros Curriculares Nacionais. A presença de requisitos que atendam a conteúdos de mais de um bloco temático pode ser considerada um fator ponderável na classificação. Bem como, analisar as vantagens e as desvantagens das inúmeras possibilidades pedagógicas concentradas num único software e o que este produto representaria para o processo de ensino e aprendizagem matemática.

## 5.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P. Investigações em geometria na sala de aula. In: VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J. P.; ABRANTES, P. (Org.). **Ensino da geometria no virar do milênio**. Lisboa: DEFCUL, 1999. p. 51-62.

ALMEIDA, C. S. **Dificuldades de aprendizagem em matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. 2006. 13 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática)- Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2006. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/CinthiaSoaresdeAlmeida.pdf>>. Acesso em: 12 set. 2011.

ALMEIDA, I. A. C.; LOPES, R. F.; SILVA, E. B. O origami como material exploratório para o ensino e a aprendizagem da geometria. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENGENHARIA GRÁFICA NAS ARTES E NO DESENHO, 3., 2000, Outro Preto. **Anais...** Outro Preto: UFOP, 2000. 1 CD-ROM.

ANGELI, A. M. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **A resolução de problemas como um caminho para o ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_angela\\_maria\\_alves\\_angeli.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_angela_maria_alves_angeli.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

ARMENDARIZ, R. S.; ALMEIDA, V. L. M. C. Uma contribuição do laboratório de materiais didático-pedagógicos de matemática para o ensino-aprendizagem matemática. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 10., 2009, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: Unesp, 2009. p. 1-15.

ARRUDA, F. A. O.; ALMEIDA, V. L. M. C. **Os jogos Tangram e Dominó Geométrico como estratégia para o ensino da geometria**. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008, p. 121-130.

ATAYDE, A. P. R. **Metodologia de avaliação de qualidade de software educacional infantil – MAQSEI**. 2003. 238 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)- Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

BAIN, A.; ROSS, K. School reengineering and SAT-1 performance: a case study. **International Journal of Education Reform**, Lanham, v. 9, n. 2, p. 148-153, 1999.

BALANSKAT, A.; BLAMIRE, R.; KEFALA, S. **The ICT impact report: a review of studies of ict impact on schools in Europe**. Brussels: European Schoolnet, 2006. 69 p.

BALDISSERA, A. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_altair\\_baldissera.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.



BATISTA, S. C. F. **SoftMat: um repositório de softwares para matemática do ensino médio – um instrumento em prol de posturas mais conscientes na seleção de softwares educacionais**. 2004. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção)-Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2004.

BATISTA, S. C. F.; BARCELOS, G. T.; RAPKIEWICZ, C. E.; HORA, H. R. M. Avaliar é preciso: o caso de softwares educacionais para matemática no ensino médio. In: **WORKSHOP DE CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DA INFORMAÇÃO DA REGIÃO SUL**, 1., 2004, Palhoça. **Anais...** Palhoça: Universidade do Sul de Santa Catarina, 2004. p. 1-12.

BEAUFOND, C. E. C.; CLUNIE, G. T. SASE: uma ferramenta de apoio à avaliação de software educacional. In: **CONGRESSO IBEROAMERICANO E INFORMÁTICA EDUCATIVA**, 5., 2000, Viña del Mar. **Actas...** Viña del Mar: Universidad de Chile, 2000. 1 CD-ROM.

BEDNARIK, R. **Evaluation of educational environments: the TUP model**. 2002. 95 f. Thesis (Master's Thesis Computer Science)-Department of Computer Science, University of Joensuu, Joensuu, 2002.

BEDNARIK, R.; GERDT, P.; MIRAFETAB, R.; TUKIAINEN, M. Development of the TUP Model - evaluating educational software. In: **IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES**, 4., 2004, Joensuu. **Proceedings...** Joensuu: IEEE Computer Society, 2004. 1 CD-ROM.

BERGER, C.; BLAETH, R.; BOGER, D.; BOLSTER, C.; BURCHILL, G.; DUMOUCHEL, W.; POULIOT, F.; RICHTER, R.; RUBINOFF, A.; SHEN, D.; TIMKO, M. Kano's methods of understanding customer-defined quality. **The Center for Quality Management Journal**, Massachusetts, v. 2, n. 4, p. 1-36, 1993.

BEI, L.; CHIAO, Y. An integrated model for the effects of perceived product, perceived service quality, and perceived price fairness on consumer satisfaction and loyalty. **Journal of Customer Satisfaction, Dissatisfaction & Complaining Behavior**, Normal, v. 14, p. 125-140, 2001.

BIGODE, A. J. L. **Geometria elementar no geoplano de papel**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/geometria-elementar-geoplano-papel-429069.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BOFF, E.; REATEGUI, E. A importância do processo de avaliação de software educativo. In: **SEMINÁRIO NACIONAL DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO**, 2., 2005, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2005. 1 CD-ROM.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRESSAN, R. Padrões de simetria e o Geoplano. In: **SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**, 1., 2009, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009. p. 1112-1120.

BRITO, A. S.; SANTOS, H. M. **Polígonos regulares com flexibilização para deficiência visual**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/poligonos-regulares-511507.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

BROOKS-YOUNG, S. **Digital-age literacy for teachers: applying technology standards to everyday practice**. Washington: International Society for Technology in Education, 2007. 132 p.

BUCKLEITNER, W. **Children's software evaluation instrument**, 1998. Disponível em: <<http://www.childrensoftware.com/rating.html>> Acesso em: 12 nov. 2009.

BULLA, O. ; GERÔNIMO, J. R. **Introduzindo o conceito de polígono por meio de planificação e construção de poliedros**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_oswaldo\\_bulla.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_oswaldo_bulla.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

BUSSI, M. G. B.; BONI, M. Instruments for semiotic mediation in primary school classrooms. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 23, n. 2, p. 15-22, 2003.

CAMPOS, F. C. A.; ROCHA, A. R. C.; CAMPOS, G. H. B. Qualidade de software educacional: uma proposta. In: WORKSHOP DE QUALIDADE DE SOFTWARE, 6., 1999, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1999. p. 153-165.

CARARO, L. E.; SOUZA, J. R. **Contribuições da geometria plana no aprendizado de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1958-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática: uma proposta de ensino possível na escola pública**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

CEO FORUM ON EDUCATION AND TECHNOLOGY. **Key building blocks for student achievement in the 21st century**. Washington: CEO Forum, 2001. 31 p.

CHIEN, T. Using the learning satisfaction improving model to enhance the teaching quality. **Quality Assurance in Education**, Bradford, v. 15, n. 2, p. 192-214, 2007.

COLEY, R. J.; CRADLER, J.; ENGEL, P. K. **Computers and classrooms: the status of technology in U.S. schools**. Princeton: Policy Information Center/Educational Testing Service, 1997. 67 p.

CORRÊA, R. J.; ESTEPHAN, V. M. **Modelagem matemática: um trabalho com embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1669-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

COSTA, F. A. Contributos para um modelo da avaliação de produtos multimédia centrado na participação dos professores. In: SIMPÓSIO IBÉRICO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 1., 1999, Aveiro. **Comunicação...** Aveiro: Universidade de Aveiro, 1999. 1 CD-ROM.

CYBIS, W. A. **Checklists de usabilidade segundo os critérios ergonômicos de Bastien e Scapin**, 1996. Disponível em: <<http://www.labiutil.inf.ufsc.br/ergolist/>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

DENECA, M. L. **Material didático: catálogo de materiais didáticos manipuláveis e atividades para o laboratório de ensino de matemática**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/625-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

DEUS, A. F. B. **Metodologia da matemática lúdica: o uso do Tangram como recurso de aprendizagem**. São José dos Campos: Planeta Educação, 2008. Disponível em: <<http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=1148>>. Acesso em: 15 dez. 2009.

ELISSAVET, G.; ECONOMIDES, A. A. Evaluation factors of educational software. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES – IWALT, 2000, Palmerston North. **Proceedings...**, Palmerston North, New Zealand: Massey University, 2000. p. 113-116.

ERNZER, M.; KOPP, K. Application of Kano method to life cycle design. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ENVIRONMENTALLY CONSCIOUS DESIGN AND INVERSE MANUFACTURING, 3., 2003, Tokyo. **Proceedings...** Tokyo: IEEE, 2003. p. 383-389.

FIGUEROA, M. A. A. MECSE: conjunto de métricas para avaliar software educativo. **Revista UPIICSA**, Colonia Granjas, n. 39, p. 7-10, 2005.

FLAVELL, J. H. **The development psychology of Jean Piaget**. New York: Van Nostrand, 1963.

FLEMMER, C. **The positive impact of technology on teaching and learning**. Boise State University: Technologies Positive Impact on Teaching and Learning, 2007. 10 p.

GAMEZ, L. **TICESE: técnica de inspeção de conformidade ergonômica de software educacional**. 1998. 45 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Humana)- Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Porto, 1998.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1994. 207 p.

GLADSCHEFF, A. P.; ZUFFI, E. M.; SILVA, D. M. Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental. In: **WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA**, 7., 2001, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: Sociedade Brasileira de Computação, 2001. 1 CD-ROM.

GRAELLS, P. M. **Plantilla para la catalogación y evaluación multimedia**. Universitat Autònoma de Barcelona, 2001. Disponível em: <<http://www.pangea.org/peremarques/evalua.htm>>. Acesso em: 31 dez. 2009.

HAND, A. **Applying the Kano model to user experience design**, 2004. Disponível em: <[www.handaweb.com/anthony/portfolio/kano/](http://www.handaweb.com/anthony/portfolio/kano/)>. Acesso em: 10 fev. 2010.

HÛ, O. ; TRIGANO, P. ; CROZAT, S. E.M.P.I.: une méthode pour l’Evaluation du Multimédia Pédagogique Interactif. In: **NEW TECHNOLOGIES OF INFORMATION AND COMMUNICATION IN ENGINEERING EDUCATION AND IN INDUSTRY - NTICF’98**, Rouen. **Proceedings...** Rouen: National Institut of Applied Sciences, 1998. 1 CD-ROM.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Prova Brasil** – avaliação do rendimento escolar. Brasília: Ministério da Educação, 2011. Disponível em: <<http://sistemasprovaBrasil2.inep.gov.br>>. Acesso em: 16 set. 2011.

KULIK, J. A. School mathematics and science programs benefit from instructional technology. **InfoBrief Science Resource Statistics**, Arlington-Virginia, p. 1-5, 2002.

LAKNI, W. A. K. I.; JAYASINGHE-MUDALIGE, U. K. Customer-defined quality of food: na empirical investigation based on Kano analytical methods for Milk powder. **The Journal of Agricultural Sciences**, Cambridge, v. 4, n. 2, p. 45-58, 2009.

LAMAS, R. C. P. Axiomas da geometria euclidiana em atividades experimentais. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. p. 164-169.

LAMAS, R. C. P.; MAURI, J. O teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 815-825.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; CHIRE, V. A. Q.; MAURI, J.; GALÃO, P. H. Atividades experimentais de geometria no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2006. p. 576-584.

LAMAS, R. C. P.; CÁCERES, A. R.; COSTA, F. M.; PEREIRA, I. M. C.; MAURI, J. Ensinando área no ensino fundamental. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Núcleos de Ensino da Unesp**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2007. p. 430-449.

LEITE, J. M.; LEVANDOSKI, A. A. **Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. Disponível em: <<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplano.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2009.

LYRA, A.; LEITÃO, D. A.; AMORIM, G. B. C.; GOMES, A. S. Ambiente virtual para análise de software educativo. In: WORKSHOP BRASILEIRO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 2003, Campinas. **Anais...** Campinas: Sociedade Brasileira de Computação, 2003. p. 49-60.

MACCARI, M. Z. **Álgebra na sala de aula**: produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

MACHADO, R. M. Explorando o Geoplano. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Minicurso...** Salvador: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

MARIÑO, A. El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la geometría. **Anuário Educación Integral**, Caracas v. 3, n. 3-4, p. 49-76, 2000.

MARTINS, N. S.; SILVA, D. P. C.; AMARAL, M. A.; MENOLLI, A. L. A. Avaliação de software educacional sob a ótica do usuário. In: SEMINÁRIO DE INFORMÁTICA E TECNOLOGIA, 3., 2008, Bandeirantes. **Anais...** Bandeirantes: Universidade Estadual do Norte do Paraná, 2008. 1 CD-ROM.

MATZLER, K.; HINTERHUBER H. H. How to make product development projects more successful by integrating Kano's model of customer satisfaction into quality function deployment. **Technovation**, Essex, v. 18, n. 1, p. 25-38, 1998.

MATZLER, K.; HINTERHUBER, H. H.; BAILOM, F.; SAUERWEIN, R. How to delight your customers. **Journal of Product & Brand Management**, Bradford, v. 5, n. 2, p. 6-18, 1996.

MEIRA, L. Mediation by tools in the mathematics classroom. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 19., 1995, Recife. **Proceedings...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1995. p. 102-111.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2011: matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 96 p.

MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO, ORÇAMENTO E GESTÃO. **Mapa do Brasil**. Disponível em: <<http://patrimoniode todos.gov.br>>. Acesso em: 01 jan. 2010.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics**. 3 ed. Reston: NCTM, 2000. 402 p.

NBR ISO/IEC 9126-1. **Engenharia de software** – qualidade de produto. Parte 1 – modelo de qualidade. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003. 21 p.

NOVAK, T. C. U. N. **Geometria e origami uma combinação perfeita**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-2.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

NOVAK, T. C. U. N.; PASSOS, A. M. **A utilização do origami no ensino da geometria: relatos de uma experiência**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/719-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

OLIVEIRA, C. **Generalização de áreas**. São Paulo: Editora Abril, 2010. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/generalizacao-resultado-respeito-areas-524998.shtml>>. Acesso em: 13 maio 2010.

OLIVEIRA, R. **Área, perímetro e volume**. 2001. Disponível em: <<http://www.redebrasil.tv.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt4.htm>>. Acesso em: 20 mai. 2010.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 23., 2000, Caxambú. **Anais...** Caxambú: ANPEd, 2000. Disponível em: <[www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf](http://www.anped.org.br/23/textos/1919t.pdf)>. Acesso em: 14 ago.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula**. 2000. 348 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAWITRA, T. A.; TAN, K. C. Tourist satisfaction in Singapore – a perspective from Indonesian tourists. **Managing Service Quality**, Bradford, v. 13, n. 5, p. 399-411, 2003.

PELGRUM, W. J. Obstacles to the integration of ICT in education: results from a worldwide educational assessment. **Computers & Education**, New York, v. 37, n. 2, p. 163-178, 2001.

PFLEEGER, S. L. **Software engineering: theory and practice**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 2001.

PROGRAMA NACIONAL DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO – PROINFO. Checklist. **III Encontro Nacional do PROINFO**, Pirenópolis, 1998. Disponível em: <<http://www2.uel.br/seed/nite/analisedesoftwares.html>> Acesso em: 14 dez. 2009.

RAHMAN, Z. Developing customer oriented service: a case study. **Managing Service Quality**, Bradford, v. 14, n. 5, p. 426-435, 2004.

RAMOS, J. L.; TEODORO, V. D.; MAIO, V. M.; CARVALHO, J. M.; FERREIRA, F. M. Sistema de avaliação, certificação e apoio à utilização de software para a educação e formação. In: \_\_\_\_\_. **Cadernos SACAUSEF I - Utilização e Avaliação de Software Educativo**. Minerva: Ministério da Educação, 2005. p. 21-44. Disponível em: <<http://www.crie.min-edu.pt/index.php?section=92>>. Acesso em: 11 jul. 2009.

REEVES, T. C.; HARMON, S. W. Systematic evaluation procedures for interactive multimedia for education and training. In: REISMAN, S. (Ed.). **Multimedia computing: preparing for the 21st century**. Hershey: Idea Group Publishing, 1996. p. 472-582.

REIS, E. M. **As maravilhas do origami na geometria**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-4.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

REIS, E. M.; MEDEIROS FILHO, D. A. **Origami e geometria: objeto de aprendizagem colaborativa**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/250-2.pdf>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

REYNOLDS, C. R.; FLETCHER-JANZEN, E. **Encyclopedia of special education: a reference for the education of children, adolescents, and adults with disabilities and other exceptional individuals**. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., v. 1, 2007. 2016 p.

RIBEIRO, I. C.; BORTOLOTTI, R. D. M. **Uma experiência com o uso do material concreto no ensino de Geometria no Distrito de Itaibó – Jequié – Bahia**, 2010. Disponível em: <[http://www.sbemba.com.br/anais\\_do\\_forum/relato\\_de\\_experiencia/RE6.pdf](http://www.sbemba.com.br/anais_do_forum/relato_de_experiencia/RE6.pdf)>. Acesso em: 20 maio 2010.

ROCHA, C. A.; PESSOA, G.; PEREIRA, J. A. A.; SILVA FILHO, J. M. O uso do geoplano para o ensino de geometria: uma abordagem através de malhas quadriculadas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUC AÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. 1 CD-ROM.

SANTOS, E. E. F.; FIGUEIRA-SAMPAIO, A. S.; CARRIJO, G. A.; MENDES, E. Evaluation methodology for logical-mathematical knowledge structures: Cognitive Structure Constructivist Educational Technology – ECoTEC. In: MacTEER, C. F. (Ed.). **Distance Education**. New York: Nova Science Publishers, 2011. p. 67-100.

SANTOS, M. L. **Matemática lúdica: o uso do Tangram**. 2007. Disponível em: <<http://www.centrorefeducacional.com.br/matludica.htm>>. Acesso em: 15 dez 2009.

SAUERWEIN, E.; BAILOM F.; MATZLER, K.; HINTERHUBER, H. H. The Kano model: how to delight your customers. In: INTERNATIONAL WORKING SEMINAR ON PRODUCTION ECONOMICS, 9., 1996, Innsbruck. **Anais...** Innsbruck: University of Innsbruck, 1996. p. 313-327.

SCHROCK, K. **Software evaluation form**, 2000. Disponível em: <<http://kathyschrock.net/1computer/page4.htm>>. Acesso em: 31 dez. 2009.

SCOLARO, M. A. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática.** . Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

SELLTIZ, C.; WRIGHTSMAN, L. S.; COOK, S. W. **Métodos de pesquisa nas relações sociais.** São Paulo: EPU/EDUSP, 1975. 685 p.

SHEN, X. X.; TAN, K. C.; XIE, M. An integrated approach to innovative product development using kano's model and QFD. **European Journal of Innovation Management**, Bradford, v. 3, n. 2, p. 91-99, 2000.

SILVA, C. R. O. **Bases pedagógicas e ergonômicas para concepção e avaliação de produtos educacionais informatizados.** 1998. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

SILVA, C. R. O. **MAEP: um método ergopedagógico interativo de avaliação para produtos educacionais informatizados.** 2002. 224 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. O jogo Gamão e suas relações com as operações adição e subtração. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 7-14, 2005.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Jogos no ensino da matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2., 2004, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004a.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. Dominó das Quatro Cores. In: PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO DA UNESP. (Org.). **Caderno do Núcleo de Ensino.** São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2004b. v. 1, p. 210-215.

SILVA, C. R. O.; VARGAS, C. L. S. Avaliação da qualidade de software educacional. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 19., 1999, Rio de Janeiro. **Resumos...** Rio de Janeiro: PUC-RIO/Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999. p. 214.

SIVIN-KACHALA, J.; BIALO, E. R. **Research report on the effectiveness of technology in schools.** Washington: Software and Information Industry Association, 2000. 136 p.

SINGER, D. Education technology: the need for better assessment strategies and for consideration of student learning styles, teaching styles, specific types of performance scores, and styles reflected in the individual technologies. In: CONFERENCE OF LEARNING INTERNATIONAL NETWORKS CONSORTIUM, 15., 2010, Cambridge. **Proceedings...** Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2010. 1 CD-ROM.

SOUZA, M. F. C.; PEQUENO, M. C.; CASTRO FILHO, J. A.; SOUZA, C. T. Uma metodologia de apoio à seleção de softwares educativos para o ensino de matemática. **Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa**, Badajoz, v. 3, n. 2, p. 61-83, 2004.

SQUIRES, D.; PREECE, J. Usability and learning: evaluating the potential of educational software. **Computers & Education**, New York, v. 27, n. 1, p. 15-22, 1996.



SQUIRES, D.; PREECE, J. Predicting quality in educational software: evaluating for learning, usability and synergy between them. **Interacting with Computers**, London, v. 11, n. 5, p. 467-483, 1999.

SUPERKIDS EDUCACIONAL SOFTWARE REVIEW. **Teacher evaluation Form**, 1998. Disponível em: <<http://www.superkids.com/aweb/pages/reviews/teacher.html>> Acesso em: 31 dez. 2009.

TIGGEMAN, I. S.; BOBADILHA, K.; MARQUES, M. C. B.; ALMEIDA, S. T.; BARBOSA, R. M. Papel de pontos: quais ou quantos I segmentos e triângulos em rede 3x3. **Revista FAFIBE Online**, Bebedouro, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2006.

TONTINI, G. Deployment of customer needs in the QFD using a modified Kano model. **Journal of Academy of Business and Economics**, Turlock, v. 2, n. 1, p. 103-113, 2003.

UNIVERSIDADE DE LISBOA. **Projeto PEDACTICE**, 1998. Disponível em: <<http://www2.fpce.ul.pt/projectos/pedactice/>>. Acesso em: 31 dez. 2009.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ. **Checklist FALM**, 2008. Disponível em: <<http://www.ffalm.br/>>. Acesso em: 10 set. 2009.

VENTURA, A.; VICENTE, A. **O ensino da geometria com o uso das embalagens**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2007. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_aldenir\\_ventura.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_aldenir_ventura.pdf)>. Acesso em: 14 ago. 2010.

VIEIRA, F. M. S. Avaliação de software educativo: reflexões para uma análise criteriosa. **Rede de Educação e Tecnologia**, Campinas, 2002. Disponível em: <<http://edutec.net/Textos/Alia/MISC/edmagali2.htm>>. Acesso em: 14 dez. 2009.

WANG, T.; JI, P. Understanding customer needs through quantitative analysis of Kano's model. **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 27, n. 2, p. 173-184, 2010.

YACUZZI, E.; MARTÍN, F. **Aplicación del método de Kano en el diseño de un producto farmacéutico**. Buenos Aires: Universidad Del CEMA, 2002. Disponível em: <<http://www.ucema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/224.pdf>>. Acesso em: 09 nov. 2010.

ZHAO, M.; DHOLAKIA, R. R. A multi-attribute modelo of web site interactivity and customer satisfaction – an application of the Kano model. **Managing Service Quality**, Bradford, v. 19, n. 3, p. 286-307, 2009.

ZULTNER, R. E.; MAZUR, G. H. The Kano Model: recent developments. In: SYMPOSIUM ON QUALITY FUNCTION DEPLOYMENT, 18., 2006, Austin. **Proceedings...** Austin: Quality Function Deployment Institute, 2006. Disponível em: <[http://www.mazur.net/works/Zultner\\_Mazur\\_2006\\_Kano\\_Recent\\_Developments.pdf](http://www.mazur.net/works/Zultner_Mazur_2006_Kano_Recent_Developments.pdf)>. Acesso em: 5 mai. 2009.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DA PESQUISA



**Universidade Federal de Uberlândia**

Av. João Naves de Ávila, 2121 – *Campus* Santa Mônica – Caixa Postal 593  
CEP 38400-902 – Uberlândia – MG

Caro Professor,

Este questionário é parte de uma tese de doutorado da Universidade Federal de Uberlândia. As respostas do questionário têm como objetivo conhecer o cenário das práticas pedagógicas nas aulas de matemática nos anos finais do ensino fundamental. A sua participação é de grande importância!

- 1) Quais materiais concretos e software educativos utiliza em suas práticas de matemática?  
(Caso o material concreto ou o software não estejam listados, escreva-os no espaço em branco):

### Materiais Concretos

- ☐ Ábaco
- ☐ Algeplan
- ☐ Balança de Dois Pratos
- ☐ Barbante
- ☐ Blocos Algébricos
- ☐ Caixa de Ovos
- ☐ Cubo Mágico
- ☐ Cubo-Soma
- ☐ Dobradura
- ☐ Dominó
- ☐ Dominó das Quatro Cores
- ☐ Escala Cuisenaire
- ☐ Embalagens – Sucatas
- ☐ Embalagens Cilíndricas e Bolinhas de Gude
- ☐ Embalagens Cilíndricas e Feijões
- ☐ Fichas Coloridas
- ☐ Geoplano
- ☐ Jogo Dominó Matemático
- ☐ Jogo Gamão
- ☐ Jogo Termômetro Maluco
- ☐ Jogo Traverse
- ☐ Jogo Matix
- ☐ Material Dourado
- ☐ Material Emborrachado (EVA)
- ☐ Metro de Papel
- ☐ Papel Cartão ou Cartolina
- ☐ Papel Quadriculado
- ☐ Quebra-Cabeça Geométrico (Poliminós)
- ☐ Régua, Compasso e Transferidor
- ☐ Sólidos Geométricos
- ☐ Tangram
- ☐ Varetas ou Canudos ou Palitos de Sorvete
- ☐ Xadrez Chinês
- ☐ Outros \_\_\_\_\_

### Software Educativos

- ☐ A Magia dos Números
- ☐ A Matemática das Plantas de Casa
- ☐ A Semelhança através de Ampliações e Reduções de Figuras
- ☐ Algebrator
- ☐ Alturas Inacessíveis
- ☐ Aplusix
- ☐ Atividades com Monômios
- ☐ Bento de Jesus Caraça
- ☐ Cabri-Geometry
- ☐ Cinderella
- ☐ Circumática
- ☐ Curve Expert
- ☐ Dr Geo
- ☐ Euklid
- ☐ Eu Aprendo Matemática
- ☐ Gangorra Interativa
- ☐ Graphmatica
- ☐ Graphequation
- ☐ Geometria Descritiva
- ☐ Geoplan
- ☐ Geospace
- ☐ Great Stella
- ☐ iGeom
- ☐ Imagine
- ☐ Kali
- ☐ Legocad
- ☐ Mathgv
- ☐ Modellus
- ☐ Nonius
- ☐ Os Caça-Pistas
- ☐ Péricles
- ☐ Proporcionalidade e Semelhança
- ☐ Poly Pro
- ☐ Quicky Euro Jogos
- ☐ Ratos
- ☐ Régua e Compasso

### Software Educativos

- ☐ Resolvendo Equações através da Balança
- ☐ Shapari
- ☐ Sicre
- ☐ Sketchpad
- ☐ S-Logo
- ☐ Tangram RCT
- ☐ Vrum-Vrum
- ☐ X-Home
- ☐ WindGeom
- ☐ WinMat
- ☐ WinPlot
- ☐ Outros \_\_\_\_\_

- 3) Faça a relação de materiais concretos e software educativos e os conteúdos matemáticos. Com base nos nomes listados no item 1, escreva no espaço cinza a resposta correspondente (pode escrever mais de um material didático separando-as por vírgula):

#### 3.1) Bloco Temático: Números e Operações

- ☐ Conjunto dos Números Naturais – (  $\mathbb{N}$  )
- ☐ Sistemas de numeração
- ☐ Operações e propriedades em  $\mathbb{N}$
- ☐ Expressões numéricas
- ☐ Divisores e Múltiplos
- ☐ Divisibilidade, números primos, decomposição em fatores primos, mdc, mmc
- ☐ Conjunto dos números racionais absolutos (forma fracionária, forma decimal)
- ☐ Equivalência de frações, comparação, operações
- ☐ Conjunto dos números inteiros
- ☐ Representação dos números inteiros na reta numérica
- ☐ Operações e propriedades dos números inteiros
- ☐ Conjunto dos números racionais
- ☐ Operações com números racionais na forma fracionária
- ☐ Operações com números racionais na forma decimal
- ☐ Representação de  $\mathbb{Q}$  na reta numérica
- ☐ Equações e inequações
- ☐ Sistemas de equações do 1º grau
- ☐ Razão e proporção
- ☐ Regra de três simples e composta
- ☐ Porcentagem e juro simples
- ☐ Conjunto dos números reais
- ☐ Números irracionais
- ☐ Operações com números reais
- ☐ Representação dos números reais na reta numérica
- ☐ Expressões algébricas ou literais
- ☐ Polinômios
- ☐ Produtos notáveis
- ☐ Fatoração de polinômios
- ☐ mmc e mdc de polinômios
- ☐ Frações Algébricas: operações
- ☐ Simplificação de frações algébricas
- ☐ Equações de 1º grau com uma incógnita fracionária, literal
- ☐ Sistemas de equações do 1º grau (envolvendo frações algébricas)
- ☐ Operações com radicais
- ☐ Equações do 2º grau
- ☐ Função polinomial de 1º grau
- ☐ Função polinomial de 2º grau

### 3.2) Bloco Temático: Espaço e Formas

|                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | Figuras geométricas planas, ponto, reta e plano                               |
| <input type="checkbox"/> | Segmentos de reta, reta suporte, segmentos colineares, segmentos consecutivos |
| <input type="checkbox"/> | Figuras geométricas não planas, vértices, arestas e faces                     |
| <input type="checkbox"/> | Giros e ângulos   |
| <input type="checkbox"/> | Polígonos   |
| <input type="checkbox"/> | Localização de pontos no plano cartesiano                                     |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos – elementos, medida, classificação                                    |
| <input type="checkbox"/> | Operações com medidas de ângulos  |
| <input type="checkbox"/> | Bissetriz de um ângulo  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos consecutivos  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos adjacentes  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos complementares  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos suplementares   |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos opostos pelo vértice  |
| <input type="checkbox"/> | Triângulos: elementos, construção   |
| <input type="checkbox"/> | Classificação de triângulos quanto à medida dos lados                         |
| <input type="checkbox"/> | Classificação de triângulos quanto à medida dos ângulos                       |
| <input type="checkbox"/> | Soma dos ângulos internos de um triângulo                                     |
| <input type="checkbox"/> | Quadriláteros: elementos  |
| <input type="checkbox"/> | Soma dos ângulos internos de um quadrilátero                                  |
| <input type="checkbox"/> | Paralelogramos e trapézios  |
| <input type="checkbox"/> | Posições relativas de duas retas em um plano                                  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal        |
| <input type="checkbox"/> | Perímetro de um polígono  |
| <input type="checkbox"/> | Diagonais de um polígono  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos em um polígono convexo  |
| <input type="checkbox"/> | Ângulos em um polígono regular  |
| <input type="checkbox"/> | Cevianas  |
| <input type="checkbox"/> | Congruência de triângulos   |
| <input type="checkbox"/> | Propriedades do triângulo isósceles e do triângulo equilátero                 |
| <input type="checkbox"/> | Paralelogramos (retângulo, losango, quadrado) e trapézios                     |
| <input type="checkbox"/> | Circunferência e círculo – ângulo inscrito, ângulo central                    |
| <input type="checkbox"/> | Posições relativas de uma reta e uma circunferência                           |
| <input type="checkbox"/> | Posições relativas de duas circunferências                                    |
| <input type="checkbox"/> | Segmentos proporcionais   |
| <input type="checkbox"/> | Teorema de Tales  |
| <input type="checkbox"/> | Semelhança de triângulos  |
| <input type="checkbox"/> | Relações métricas no triângulo retângulo                                      |
| <input type="checkbox"/> | Relações trigonométricas no triângulo retângulo                               |
| <input type="checkbox"/> | Relações métricas na circunferência   |
| <input type="checkbox"/> | Polígonos regulares inscritos na circunferência                               |
| <input type="checkbox"/> | Comprimento da circunferência   |

### 3.3) Bloco Temático: Grandezas e Medidas

|                          |                        |
|--------------------------|------------------------|
| <input type="checkbox"/> | Medidas de comprimento |
| <input type="checkbox"/> | Medidas de superfície  |
| <input type="checkbox"/> | Medidas de volume      |
| <input type="checkbox"/> | Medidas de capacidade  |
| <input type="checkbox"/> | Medidas de massa       |

### 3.3) Bloco Temático: Grandezas e Medidas

- ☐ Volume do paralelepípedo retângulo
- ☐ Área de figuras geométrica planas
- ☐ Área do círculo e de suas partes
- ☐ Área de polígonos regulares inscritos

### 3.4) Bloco Temático: Tratamento da Informação

- ☐ Organização de informações em tabelas
- ☐ Média aritmética
- ☐ Média ponderada
- ☐ Organização de informações em tabelas
- ☐ Construção e interpretação de gráficos e tabelas

- 4) De que forma foram selecionados os software educativos utilizados nas práticas de matemática?  
Marque todas as opções já utilizadas (caso a opção não esteja listada, escreva-a no espaço em branco):

- ☐ Nenhuma
- ☐ Utilização de metodologias de avaliação de software (responda a próxima pergunta)
- ☐ Indicação de outro professor
- ☐ Busca na internet
- ☐ Indicação da instituição de ensino
- ☐ Proposta em livros
- ☐ Outros. Especifique \_\_\_\_\_

- 5) Quais das metodologias de avaliação de software educativos utilizou para a escolha dos software?  
Marque todas já utilizadas:

- ☐ Avaliação para Multimídia Educacional
- ☐ CASE - Comunidade de Análise de Software Educativo
- ☐ Children's Software Evaluation Instrument
- ☐ Checklist FALM
- ☐ Checklist PROINFO – Programa Nacional de Informática na Educação
- ☐ Educational Software Evaluation Form
- ☐ E.M.P.I. – l'Évaluation du Multimédia Pédagogique Interactif
- ☐ Ergolist - Sistema de Avaliação de Qualidade Ergonômica de Software
- ☐ FASE - Ferramenta de Avaliação Automática de Software Educativo
- ☐ Ficha para Registro da Avaliação de um Software Educativo
- ☐ Instrumento de Avaliação da Qualidade para Software Educacional de Matemática
- ☐ MAEP - Método de Avaliação Ergopedagógico
- ☐ MAQSEI - Metodologia de Avaliação de Qualidade de Software Educacional Infantil
- ☐ MECSE - Conjunto de Métricas para Avaliar Software Educativo
- ☐ MicroSIFT - Micro Computer Software Information For Teachers
- ☐ Modelo JIGSAW
- ☐ NASE - Núcleo de Avaliação de Software Educativo
- ☐ NCET CD-ROM Checklist
- ☐ PEDACTICE
- ☐ PCEM - Plantilla para la Catalogación y Evaluación Multimedia
- ☐ Prognóstico de Qualidade em Software Educacional
- ☐ SACAUSEFF - Sistema de Avaliação, Certificação e Apoio à Utilização de Software na Educação
- ☐ SASE - Sistema de Apoio à Avaliação de Software Educacional
- ☐ Software Evaluation Form
- ☐ SOFTMAT
- ☐ Teacher Review Form
- ☐ TICESE - Técnica de Inspeção de Conformidade Ergonômica de Software Educacional
- ☐ TUP - Technology, Usability, Pedagogy
- ☐ Web-ECOTECH – Estrutura Cognitiva para Tecnologias Educacionais Construtivistas
- ☐ Outra. Especifique \_\_\_\_\_

6) Marque os quadrados cinza que caracterizam o professor-convidado:

- 6.1) Grau de escolaridade: ☐ 2º grau ☐ Mestrado  
☐ Licenciatura em Matemática ☐ Doutorado  
☐ Especialização ☐ Outros. Especifique

- 6.2) Experiência acadêmica: ☐ menos de 2 anos ☐ 10 anos  
☐ 2 anos ☐ 12 anos  
☐ 5 anos ☐ 15 anos  
☐ 7 anos ☐ mais de 15 anos

- 6.3) Trabalha apenas neste colégio de aplicação? ☐ Sim  
☐ Não

7) Marque os quadrados cinza que caracterizam o ambiente computacional do colégio de aplicação:

- 7.1) A escola possui laboratório(s) de informática? ☐ Sim  
☐ Não

- 7.2) Qual o nº de computadores no(s) laboratório(s) de informática? ☐ 1 – 5 ☐ 21 – 25  
☐ 6 – 10 ☐ 26 – 30  
☐ 11 – 15 ☐ acima de 30  
☐ 16 – 20

- 7.3) Nas aulas de matemática, quantos alunos se sentam por computador? ☐ 1 aluno  
☐ 2 alunos  
☐ 3 alunos  
☐ mais de 3 alunos

Agradeço a participação!  
 Após preencher o questionário, enviar o arquivo para o pesquisador pelo e-mail  
[aleandrasampaio@doutorado.ufu.br](mailto:aleandrasampaio@doutorado.ufu.br)

## APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DA PESQUISA



**Universidade Federal de Uberlândia**

Av. João Naves de Ávila, 2121 – *Campus* Santa Mônica – Caixa Postal 593  
CEP 38400-902 – Uberlândia – MG

Prezado Professor,

Minha pesquisa de doutorado tem o objetivo de levantar características e ações que um software educativo de matemática deve apresentar para ensinar conteúdos de Espaço e Forma aos alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.

O questionário está dividido em duas partes:

1ª PARTE: Uma listagem com afirmativas (letra “a”) e negativas (letra “b”) é apresentada para cada característica ou ação que pode ter um software educativo. Gostaria de saber sua opinião quanto à presença (letra “a”) e à ausência (letra “b”) de cada característica ou ação para conteúdos de Espaço e Forma.

É muito importante que se tenha APENAS UMA DAS OPÇÕES DE RESPOSTA tanto para a presença quanto para a ausência das características ou ações. NENHUMA AFIRMATIVA OU NEGATIVA DEVE FICAR EM BRANCO (sem resposta).

2ª PARTE: É apresentada uma listagem com 29 (vinte e nove) características ou ações. Gostaria de saber sua opinião quanto ao grau de importância de cada uma delas para um software educativo para conteúdos de Espaço e Forma.

Por favor, após o preenchimento do questionário, encaminhar ao e-mail:

aleandrasampaio@doutorado.ufu.br. Caso tenha necessidade de mais tempo, por favor, envie-me um e-mail. Sua participação é muito importante para a pesquisa. Agradeço sua contribuição!

Aleandra da Silva Figueira-Sampaio  
Universidade Federal de Uberlândia

## 1ª PARTE

Qual a sua opinião quanto às seguintes características ou ações em um software educativo para ensinar conteúdos de Espaço e Forma? Clique no quadrado cinza correspondente.

| Características ou ações presentes ou ausentes no software   | Gostaria                 | É necessário             | Não afeta                | Não gostaria             | Não aceitaria            |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1a – Agrupa figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros)     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1b – Não agrupa figuras geométricas por características (cor, forma, lado, ângulos, face, aresta, vértice, perpendicularismo, paralelismo, simetria, entre outros) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2a – Disponibiliza a representação espacial da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2b – Não disponibiliza a representação espacial da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3a – Disponibiliza a representação plana da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3b – Não disponibiliza a representação plana da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4a – Apresenta diferentes configurações para as figuras geométricas (por exemplo: retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa)     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4b – Não apresenta diferentes configurações para as figuras geométricas (por exemplo: retângulo com o menor lado na horizontal e o maior na vertical e vice-versa) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5a – Disponibiliza diferentes figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5b – Não disponibiliza diferentes figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6a – É possível construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6b – Não é possível construir ou completar figuras geométricas em relação a um eixo de simetria  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7a – Há feedback informativo ao aluno ou ao professor  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7b – Não há feedback informativo ao aluno ou professor   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8a – Associa figuras geométricas com objetos do mundo físico   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8b – Não associa figuras geométricas com objetos do mundo físico   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9a – É possível construir a representação espacial da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9b – Não é possível construir a representação espacial da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10a – É possível construir a representação plana da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10b – Não é possível construir a representação plana da figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11a – É possível construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos (perímetro, área, altura, base, volume, ângulos, simetria, lado, etc)           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11b – Não é possível construir figuras geométricas a partir de atributos pré-definidos (perímetro, área, altura, base, volume, ângulos, simetria, lado, etc)       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 12a – É possível construir as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 12b – Não é possível construir as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13a – É possível construir ou disponibilizar várias figuras geométricas no mesmo plano   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13b – Não é possível construir ou disponibilizar várias figuras geométricas no mesmo plano   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14a – Permite a contagem de vértices, arestas e faces  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14b – Não permite a contagem de vértices, arestas e faces  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15a – É possível decompor as figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15b – Não é possível decompor as figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



## 1ª PARTE (continuação)

Qual a sua opinião quanto às seguintes características ou ações em um software educativo para ensinar conteúdos de Espaço e Forma? Clique no quadrado cinza correspondente.

| Características ou ações presentes ou ausentes no software  | Gostaria                 | É necessário             | Não afeta                | Não gostaria             | Não aceitaria            |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 16a – É possível definir a direção, o sentido ou o ângulo para o movimento das figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 16b – Não é possível definir a direção, o sentido ou o ângulo para o movimento das figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17a – É possível interligar pontos pré-definidos para formar figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 17b – Não é possível interligar pontos pré-definidos para formar figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18a – Apresenta diferentes representações do plano (dimensões, formatos)  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 18b – Não apresenta diferentes representações do plano (dimensões, formatos)  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19a – É possível construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19b – Não é possível construir figuras geométricas a partir da justaposição de outras figuras   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20a – É possível construir ou disponibilizar diferentes representações planas da mesma figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20b – Não é possível obter diferentes representações planas da mesma figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21a – Permite apagar parte da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21b – Não permite apagar parte da figura geométrica   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22a – É possível marcar ou riscar nas figuras geométricas os eixos, as retas, as semi-retas, os segmentos, os contornos e as representações de dobras     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22b – Não é possível marcar ou riscar nas figuras geométricas os eixos, as retas, as semi-retas, os segmentos, os contornos e as representações de dobras | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23a – É possível mover as figuras geométricas na horizontal, vertical e diagonal  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23b – Não é possível mover as figuras geométricas na horizontal, vertical e diagonal  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24a – É possível identificar ou nomear as figuras geométricas (ponto, vértices, segmento, ângulos, faces, faces ocultas, etc)                             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24b – Não é possível identificar ou nomear as figuras geométricas (ponto, vértices, segmento, ângulos, faces, faces ocultas, etc)                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25a – É possível sobrepor figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25b – Não é possível sobrepor figuras geométricas   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26a – Permite rotacionar a figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26b – Não permite rotacionar a figura geométrica  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27a – Utiliza diferentes cores para as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27b – Não utiliza diferentes cores para as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28a – Permite variar o grau de dificuldades das atividades propostas (da mais simples para a mais complexa)   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28b – Não permite variar o grau de dificuldades das atividades propostas (da mais simples para a mais complexa)   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 29a – É possível ampliar ou reduzir as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 29b – Não é possível ampliar ou reduzir as figuras geométricas  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



