



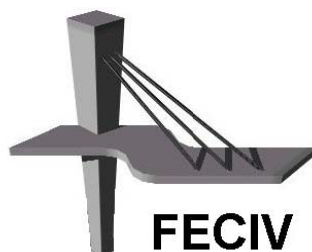
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

nº 152

### **Efeitos produzidos por variações bruscas em seção transversal de peças estruturais de madeira**

MARIANA DE CARVALHO SILVA VIEIRA



**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**  
**Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**



**Mariana de Carvalho Silva Vieira**

**EFEITOS PRODUZIDOS POR VARIAÇÕES BRUSCAS EM SEÇÃO  
TRANSVERSAL DE PEÇAS ESTRUTURAIS DE MADEIRA**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Engenharia das Estruturas.

**Orientador: Prof. Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo**

UBERLÂNDIA, 17 DE FEVEREIRO DE 2016.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

V658e  
2016      Vieira, Mariana de Carvalho Silva, 1989-  
             Efeitos produzidos por variações bruscas em seção transversal de  
             peças estruturais de madeira / Mariana de Carvalho Silva Vieira. - 2016.  
             114 f. : il.

             Orientador: Francisco Antonio Romero Gesualdo.  
             Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,  
             Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.  
             Inclui bibliografia.

             1. Engenharia Civil - Teses. 2. Resistência de materiais - Teses. 3.  
             Vigas - Estruturas e armação - Teses. 4. Engenharia das estruturas -  
             Teses. I. Gesualdo, Francisco Antonio Romero. II. Universidade Federal  
             de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III.  
             Título.

CDU: 624

---



## ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGE

**ATA Nº:** 152/2016

**CANDIDATO:** Mariana de Carvalho Silva Vieira

**Nº. Matrícula:** 11322ECV006

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo

**TÍTULO:** "Efeitos produzidos por variações bruscas em seção transversal de peças estruturais de madeira".

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Estruturas e Construção Civil

**LINHA DE PESQUISA:** Estruturas

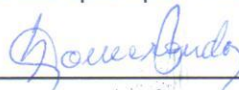
**PROJETO DE PESQUISA:** Sistemas Estruturais em Madeira para Aplicações na Construção Civil

**DATA DA DEFESA:** 17 de fevereiro de 2016

**LOCAL:** Sala de Webconferência 01, bloco 5M. **HORÁRIO INÍCIO/TÉRMINO:** 9:20h / 12:05h

Reuniu-se na **Sala de Webconferência 01, bloco 5M - Campus Santa Mônica** da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do PPGE, assim composta: Professores Doutores: **Jesiel Cunha – FECIV/UFU; Antonio Alves Dias – EESC/USP e Francisco Antonio Romero Gesualdo** orientador da candidata. Ressalta-se que o **Prof. Dr. Antonio Alves Dias** participou da defesa por meio de vídeo conferência desde a cidade de São Carlos (SP) e os demais membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa **Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo** apresentou a Comissão Examinadora e concedeu ao discente a palavra para a exposição do trabalho. A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou a candidata APROVADA. Esta defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU. Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos e foi lavrada a presente ata que após lida e aprovada foi assinada pela Banca Examinadora.

  
\_\_\_\_\_  
Professor Orientador: **Prof. Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo – FECIV/UFU**

  
\_\_\_\_\_  
Membro externo: **Prof. Dr. Antonio Alves Dias – EESC/USP**

  
\_\_\_\_\_  
Membro interno: **Prof. Dr. Jesiel Cunha – FECIV/UFU**

Uberlândia, 17 de fevereiro de 2016.

# **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar a Deus, pelo dom da vida e por ter me dado forças para chegar até aqui;

Agradeço ao meu orientador, professor Francisco Gesualdo, por toda disponibilidade e comprometimento para comigo e com o meu trabalho, e por todos os ensinamentos;

Agradeço aos meus pais e ao Lucas, por todo apoio e amor;

A todos os meus amigos especiais, pela convivência agradável por me darem força sempre;

A todos os professores das áreas de Estruturas e Construção Civil da FECIV-UFU, por toda disponibilidade e ensinamentos;

À CAPES, pela bolsa fornecida durante parte do trabalho.

**VIEIRA, Mariana de Carvalho Silva.** *Efeitos produzidos por variações bruscas em seção transversal de peças estruturais de madeira.* Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016. 114p.

## RESUMO

Frequentemente, as vigas de madeira são entalhadas por motivos diversos: facilitar o apoio, ficar em nível com outras vigas, acomodar tubulações, executar ligações entre peças estruturais, dentre outros. Entretanto, os entalhes provocam redução significativa da capacidade de carga das vigas, pois a mudança brusca de seção transversal gera, além de redução da seção transversal, pontos de concentração de tensões na região do entalhe, principalmente na quina. A intensidade destes efeitos adversos depende das dimensões, geometria e posição dos entalhes na viga. A fim de se minimizar estes efeitos, existem recomendações para projeto e execução dos mesmos nas normas vigentes para projeto de estruturas de madeira de cada localidade. Neste trabalho, foram feitas simulações numéricas de diversos casos de vigas entalhadas e, por meio da análise das tensões e deslocamentos, avaliaram-se os efeitos produzidos pelos entalhes nas vigas, comparando-se estes valores com os valores obtidos pelas equações da teoria clássica da Resistência dos Materiais. Isto permitiu propor fatores de correção para incluir o efeito dos entalhes. A análise numérica foi feita por meio do método dos elementos finitos com o emprego do programa computacional ANSYS®, utilizando-se o elemento SOLID45 para a viga considerada tridimensionalmente. Tendo em vista a singularidade numérica nas quinas dos entalhes, foi necessário o emprego da técnica de submodelamento associada à plasticidade do material para se atingir a convergência dos resultados. Foi feita também uma comparação entre os fatores de correção obtidos neste trabalho com os fatores propostos pelas normas analisadas. Dentre elas, a norma brasileira ABNT NBR 7190:1997 apresentou-se com a maior escassez em especificações e justificativas, e seria interessante que a mesma restringisse a realização de entalhes no terço médio do vão da viga, que constitui-se numa situação crítica, e limitasse as dimensões de entalhe nos terços extremos de forma semelhante às normas americana e chilena.

**Palavras chave:** entalhe, mudança brusca de seção transversal, Métodos dos Elementos Finitos, vigas de madeira, simulação numérica, vigas entalhadas.

**VIEIRA, Mariana de Carvalho Silva.** *Effects produced by abrupt changes in cross-section of structural timber.* Msc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2016. 114p.

## ABSTRACT

Often, timber beams are notched by many reasons: facilitate support, bring the top surface level with other beams, accommodate pipes, make connections between structural parts, and others. However, notches can cause a significant reduction in the load-carrying capacity of the beams, since the abrupt change in cross-section creates, besides the reduction of the cross-section, stress concentrations around the notch, especially in the corner. The intensity of these side effects depends on the size, geometry and position of notches in the beam. In order to correct these effects, several wood design standards provide special recommendations. The results of several numerical simulations of different cases of notched beams were presented in this work focusing in the analysis of stresses and displacements. It was also evaluated the effects produced by the notches in the beams, by comparison with those obtained by the classical equations of Strength of Materials. This allows proposing correction factors to adjust the notched effect. The numerical analysis was based on the finite element method applied to a beam, in which they have been considered in the three-dimensional shape by ANSYS<sup>®</sup> software, using the element SOLID45. Considering the numerical singularity at the corners of the notches, the submodeling technique associated with the plasticity of the material was used to achieve results convergence. It was also made a comparison between the correction factors obtained in this paper with those proposed by the analyzed standards for wooden structures. Among the analyzed standards, the Brazilian ABNT NBR 7190:1997 was the poorest in specifications and justifications, and it would be interesting that it restricts the execution of notches in the middle third of the span of the beam, which is a critical situation, and limit the dimensions of the notches in the outer thirds of the span similarly to American and Chilean standards.

**Keywords:** notch, abrupt change in cross-section, Finite Element Method, timber beams, numerical simulation, notched beams.

# SÍMBOLOS E SIGLAS

## Letras romanas

$b$	Largura da viga
$c$	Largura do entalhe
$E_{c0,ef}$	Módulo de elasticidade paralelo às fibras efetivo da madeira
$E_x$	Módulo de elasticidade em relação ao eixo x
$E_y$	Módulo de elasticidade em relação ao eixo y
$E_z$	Módulo de elasticidade em relação ao eixo z
$F$	Força concentrada aplicada a cada terço do vão da viga
$f_c$	Fatores de correção propostos neste trabalho para os parâmetros analisados
$f_{c0,d}$	Resistência à compressão paralela às fibras da madeira
$f_{c90,d}$	Resistência à compressão perpendicular às fibras da madeira
$f_{t0,d}$	Resistência à tração paralela às fibras da madeira
$F_{t,90}$	Parcela de esforço de tração perpendicular às fibras da madeira a ser absorvido pelo parafuso vertical
$f_{v0,d}$	Resistência ao cisalhamento paralela às fibras da madeira
$G_{xy}$	Módulo de cisalhamento no plano xy
$G_{xz}$	Módulo de cisalhamento no plano xz
$G_{yz}$	Módulo de cisalhamento no plano yz
$h$	Altura da viga
$h_1$	Altura do entalhe
$h_2$	Comprimento da mísula do entalhe
$I_{quina}$	Momento de inércia na região do entalhe
$L$	Vão da viga
$M_{quina}$	Momento fletor de cálculo na região do entalhe
$q$	Carregamento uniformemente distribuído
$S_x$	Tensão normal máxima em x na quina do entalhe (simulação)
$S_{x\_qt}$	Tensão normal máxima em x na quina do entalhe (teórica)
$S_{xy}$	Tensão cisalhante máxima em xy na quina do entalhe (simulação)
$S_{xy\_qt}$	Tensão cisalhante máxima em xy na quina do entalhe (teórica)
$S_{xy\_qtN}$	Tensão cisalhante teórica máxima em xy na quina do entalhe, com fator de multiplicação proposto pela ABNT NBR 7190:1997
$S_{x\_cMIN}$	Tensão normal mínima (compressão) em x no meio do vão (simulação)
$S_{x\_cMINt}$	Tensão normal mínima (compressão) em x no meio do vão (teórica)
$S_{x\_cMAX}$	Tensão normal máxima (tração) em x no meio do vão (simulação)
$S_{x\_cMAXt}$	Tensão normal máxima (tração) em x no meio do vão (teórica)



$S_{x_q}$  Tensão normal máxima em x na quina do entalhe, na simulação do modelo completo, com malha suficiente  
 $S_{x_qMIN}$  Tensão normal mínima em x na região do entalhe (simulação)  
 $S_{x_{qt}MIN}$  Tensão normal mínima em x na região do entalhe (teórica)  
 $S_y$  Tensão normal máxima em y na quina do entalhe (simulação)  
 $u_{centro}$  Deslocamento vertical no meio do vão da viga com entalhe (simulação)  
 $u_{t\_centro}$  Deslocamento vertical no meio do vão da viga cheia (teórico)  
 $u_{lim}$  Deslocamento limite da viga  
 $V_{quina}$  Esforço cortante de cálculo na quina do entalhe  
 $W_c$  Módulo de resistência à flexão da borda comprimida da seção transversal  
 $W_t$  Módulo de resistência à flexão da borda tracionada da seção transversal  
 $Y$  Distância do centro de gravidade da seção transversal reduzida até a borda mais tracionada ou mais comprimida

#### Letras gregas

$\sigma_{t,d}$  Tensão normal máxima de tração  
 $\sigma_{c,d}$  Tensão normal máxima de compressão  
 $\tau_d$  Tensão tangencial solicitante na viga  
 $\nu_{xy}$  Coeficiente de Poisson na direção y para força em x  
 $\nu_{xz}$  Coeficiente de Poisson na direção z para força em x  
 $\nu_{yz}$  Coeficiente de Poisson na direção z para força em y

#### SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CSA	Canadian Standards Association
CWC	Canadian Wood Council
NBR	Norma Brasileira Registrada
NCh	Norma chilena
NDS	National Design Specification

# SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 .....	10
INTRODUÇÃO.....	10
1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES .....	10
1.2 OBJETIVOS.....	12
1.3 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO .....	12
CAPÍTULO 2 .....	14
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	14
2.1 ENTALHES EM ESTRUTURAS DE MADEIRA.....	14
2.2 TENSÕES EM PEÇAS DE MADEIRA .....	18
2.2.1 Tensões normais .....	18
2.2.2 Tensões cisalhantes .....	21
2.2.3 Concentração de tensões.....	23
2.3 CRITÉRIOS DA ABNT NBR 7190:1997 PARA ENTALHES .....	25
2.4 CRITÉRIOS DE NORMAS INTERNACIONAIS .....	26
2.4.1 Eurocode 5 (2004) .....	26
2.4.2 NDS (2005) e NDS (1997).....	28
2.4.3 CSA O86 (2010).....	31
2.4.4 NCh 1198 (2006).....	33
2.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS CRITÉRIOS .....	36
CAPÍTULO 3 .....	38
MODELAGEM PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	38
3.1 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	38
3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO .....	40
3.3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E CARREGAMENTOS MÁXIMOS .....	42
3.4 ESTUDO DE MALHA .....	45
3.5 CASOS ESTUDADOS .....	50
CAPÍTULO 4 .....	52

ANÁLISE NUMÉRICA.....	52
4.1 VIGAS COM ENTALHE NO MEIO DO VÃO .....	52
4.1.1 Com carregamento uniformemente distribuído.....	52
4.1.2 Com forças concentradas a cada terço do vão .....	62
4.2 VIGAS COM ENTALHE NO TERÇO EXTREMO DO VÃO.....	67
4.2.1 Com carregamento uniformemente distribuído.....	67
4.2.2 Com forças concentradas a cada terço do vão.....	74
4.3 VIGAS COM ENTALHE NA REGIÃO DO APOIO .....	80
4.3.1 Com carregamento uniformemente distribuído.....	80
4.3.2 Com forças concentradas a cada terço do vão.....	86
4.4 VIGAS COM ENTALHE NA REGIÃO DO APOIO E MÍSULA.....	91
4.5 RESUMO DOS RESULTADOS .....	95
4.6 COMPARAÇÃO COM AS NORMAS ANALISADAS .....	97
4.6.1 Entalhes retos na região do apoio .....	97
4.6.2 Entalhes com mísulas na região do apoio.....	100
4.6.3 Entalhes no terço extremo da viga.....	103
CAPÍTULO 5 .....	106
CONCLUSÕES.....	106
5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES .....	106
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	109
REFERÊNCIAS .....	111

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

No Brasil, a madeira é empregada para diversos fins na construção civil, destacando-se coberturas de edificações diversas, fôrmas e escoramentos, construções rurais e estruturas localizadas em ambientes corrosivos, visto que a madeira é naturalmente resistente a vários compostos químicos (FAHERTY; WILLIAMSON, 1999).

Entretanto, não há uma cultura forte em utilização de estruturas de madeira como em países da Europa e América do Norte (MEDEIROS, 2010). Sendo assim, existe algum preconceito em relação ao emprego da madeira como material de construção civil, devido à falta de conhecimento das propriedades da mesma e de projetos específicos. Frequentemente, as construções são idealizadas por pessoas que não estão preparadas para projetar e sim para executar, como carpinteiros.

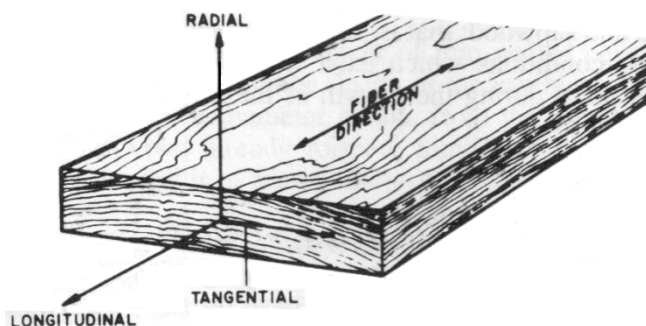
A madeira é um material renovável, pois sua exploração pode ocorrer de forma sustentável por meio de reflorestamento (RAMPAZZO; SPONCHIADO, 2000 apud MEDEIROS, 2010), e apresenta como vantagens boa relação resistência/peso, boa estabilidade dimensional, facilidade de manuseio e boas propriedades de isolamento acústico e térmico (PFEIL; PFEIL, 2003).

Como desvantagens, têm-se a susceptibilidade do material ao ataque de insetos e fungos, que pode ser contornada por meio da utilização de preservativos químicos. Outra vulnerabilidade da madeira é o fato de ser um material combustível. Isto exige cuidados especiais em segurança contra incêndios nas estruturas de madeira, evitando-se peças de pequenas dimensões que possam ser rapidamente consumidas pelo fogo.

Destaca-se que o material não perde sua resistência sob altas temperaturas, tendo sua integridade garantida em condições de incêndio quando elementos mais robustos são utilizados (BODIG; JAYNE, 1982). Isso envolve projeto e detalhamento adequados, com isolamento contra o fogo, emprego de retardantes anti-chamas e manutenção da edificação e seus componentes (PORTEOUS; KERMANI, 2007).

Diferentemente do aço, que é um material homogêneo e possui propriedades iguais em todas as direções, a madeira é um material anisotrópico, ou seja, possui diferentes propriedades em todas as direções. Simplificadamente, pode ser considerado como ortotrópico, ou seja, consideram-se propriedades diferentes apenas em relação aos três eixos principais de crescimento, perpendiculares entre si, que são: longitudinal, perpendicular e tangencial às fibras, conforme mostrado na Figura 1. Na concepção de estruturas de madeira, devem ser levadas em conta as propriedades em cada direção.

Figura 1 – Esquema dos três eixos principais de crescimento da madeira, no que se refere à direção das fibras e anéis



Fonte: Faherty e Williamson (1999)

É bastante comum a realização de entalhes em vigas de madeira, para facilitar a montagem e para adaptações construtivas. Estes entalhes geram uma perturbação do fluxo das tensões nas regiões onde estão localizados, que deve ser levada em conta no projeto da estrutura (PORTEOUS; KERMANI, 2007).

As diversas normas existentes no mundo todo, que regulamentam projeto e execução de estruturas de madeira, trazem recomendações para estes entalhes, como limitações de altura e largura, restrições de partes da viga para realização dos mesmos, e considerações

de majoração de tensões ou minoração de resistências, a fim de se evitar subdimensionamento das estruturas.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 7190:1997 ainda encontra-se um pouco deficiente nesse quesito, visto que apresenta recomendações com falta de esclarecimentos e justificativas aos projetistas (CORDOVIL; RIZZO, 2002). Apesar de trazer inovações em relação à antiga norma referente a cálculo e execução de estruturas de madeira, que era a ABNT NB 11:1951, os critérios da ABNT NBR 7190:1997 acerca de entalhes precisam ser analisados mais a fundo.

## **1.2 OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo geral avaliar os efeitos causados por entalhes, de diferentes tamanhos, geometrias e em diversas posições, em vigas de madeira em seção retangular, submetidas a carregamentos diversos, por meio do método dos elementos finitos, analisando-se tensões e deslocamentos.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- a) Comparar as recomendações propostas em normas diversas para o projeto de entalhes em vigas de madeira com os resultados obtidos pelas simulações numéricas;
- b) Comparar os valores obtidos nas simulações numéricas com os calculados pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, e propor fatores de correção para as mesmas;
- c) Avaliar numericamente os efeitos dos entalhes na região do apoio, terço extremo e meio do vão de vigas de seção transversal retangular;
- d) Propor critérios complementares à ABNT NBR 7190:1997 em relação ao projeto de entalhes, com base nas simulações numéricas.

## **1.3 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

A partir da Introdução (Capítulo 1), esta dissertação contém outros quatro capítulos, ordenados da seguinte forma:

O Capítulo 2 apresenta uma visão geral sobre entalhes em vigas de madeira, seus efeitos e recomendações de normas diversas para projeto dos mesmos;

O Capítulo 3 apresenta a metodologia a ser utilizada no trabalho e a modelagem dos casos a serem analisados pelo Método dos Elementos Finitos;

No Capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações para os tipos de vigas entalhadas analisados. As simulações foram feitas através do programa computacional ANSYS.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e tópicos para continuação do estudo.

## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 ENTALHES EM ESTRUTURAS DE MADEIRA

De acordo com Cordovil e Rizzo (2002), um entalhe pode ser entendido como qualquer variação brusca de seção transversal feita em peças de madeira, quando necessita-se fazer um encaixe ou uma adaptação com outras peças em uma estrutura.

Por vezes, as extremidades das vigas são entalhadas na parte inferior, para facilitar o apoio ou para que o topo das mesmas fique em nível com outras vigas. Entalhes também podem ser feitos para acomodar tubulações ou para o enquadramento de outras vigas (CANADIAN WOOD COUNCIL, 1999). Exemplos de aplicação de entalhes podem ser vistos na Figura 2, onde é mostrado um pergolado de madeira, na Figura 3, na qual pode ser visto um entalhe em viga para acomodação de pilar, e na Figura 4, onde estão ilustrados entalhes para ligações entre vigas de cobertura e terças.

Figura 2 – Pergolado em estrutura de madeira coberto com placas de polycarbonato alveolar

a) Vista inferior



b) Detalhe do entalhe para encaixe entre vigas



Fonte: Polysolution (2014)



Figura 3 – Entalhe em viga de madeira laminada colada para ligação com pilar



Fonte: Canadian Wood Council (2016)

Figura 4 – Cobertura de madeira com entalhes para ligação entre as peças



Fonte: Fórum da Casa (2014)

Segundo Jockwer, Steiger e Frangi (2014), entalhes são detalhes construtivos que provocam redução significativa da capacidade de carga de vigas de madeira, a qual tem sido assunto de inúmeras pesquisas numéricas e experimentais. A mudança brusca de seção transversal provocada pelo entalhe gera pontos de concentração de tensões na região do mesmo, cuja intensidade depende da geometria do entalhe e do tipo de carregamento.

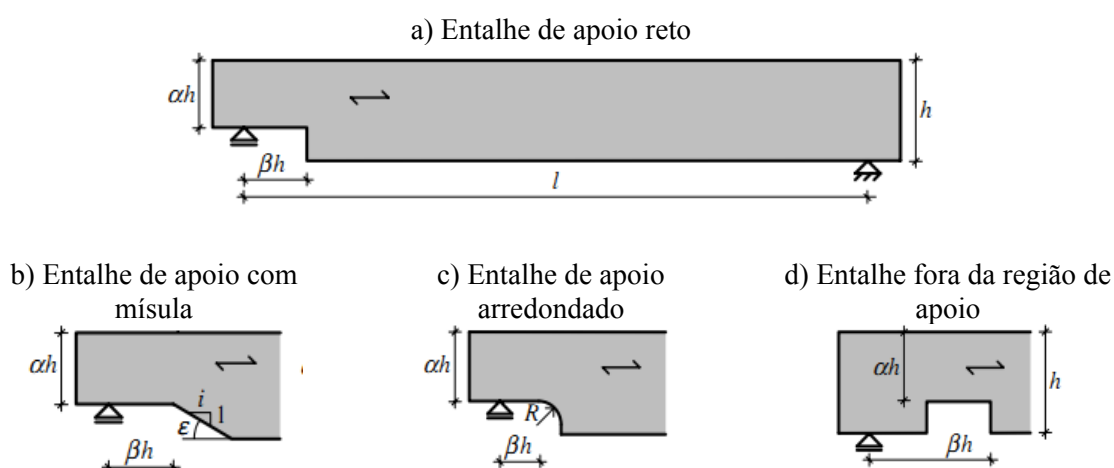
Em se tratando de vigas bi-apoiadas, de acordo com Gesualdo e Souza Jr. (2008), quando os entalhes estão na região do apoio, a tensão mais afetada é a cisalhante, e quando estão mais próximos ao vão da viga, são as tensões normais  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  e os deslocamentos.

Mudanças abruptas de seção transversal na face tracionada de vigas podem produzir concentração de tensões de tração perpendiculares às fibras, na região das quinas do entalhe. Essas situações devem ser evitadas, pois a madeira possui resistência baixa à tração nesta direção, e conseqüentemente pode ocorrer o fendilhamento do material, iniciando-se no entalhe e resultando em ruptura frágil da peça (PFEIL; PFEIL, 2003).

De acordo com Foliente e McLain (1992), os entalhes devem ser evitados sempre que possível e, quando realmente houver a necessidade de executá-los, devem ser projetados em localização adequada e com geometria e formato a fim de minimizar os efeitos adversos. Sendo assim, pode-se dizer que os mesmos devem ser projetados de acordo com as normas, manuais e códigos vigentes para projeto e dimensionamento de estruturas de madeira de cada localidade.

Segundo Jockwer, Steiger e Frangi (2014), as recomendações das normas e outros documentos são formuladas com base em equações simplificadas vindas de testes experimentais e de equações provenientes de modelos analíticos, baseadas na mecânica da fratura linear elástica, energia de fratura ou outras soluções mais complexas. Os autores destacam também os tipos mais comuns de entalhes, conforme mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Principais tipos de entalhes



Fonte: Jockwer, Steiger e Frangi (2014)

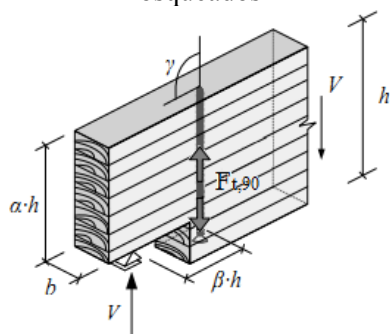
A Figura 5b mostra um entalhe com mísula, que é uma das formas mais comuns de se reduzir a concentração de tensões devido aos entalhes, pois permite uma variação gradual da seção transversal. O arredondamento realizado no entalhe da Figura 5c também é um procedimento empregado para reduzir a concentração de tensões, pois suaviza a quina no

entalhe, porém requer mais atenção no processo de produção, tanto na escolha do raio quanto na verificação da presença de rachaduras e defeitos na madeira (JOCKWER, STEIGER; FRANGI, 2014).

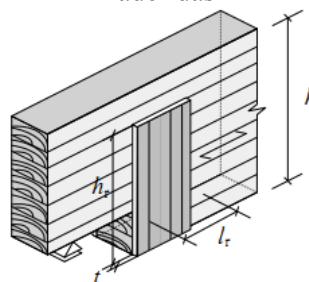
Existe também a possibilidade de se trabalhar com elementos de reforço em vigas entalhadas, a fim de se recuperar a capacidade de carga da mesma, evitar ruptura frágil do material e reduzir o efeito prejudicial de variações de umidade na madeira. O reforço pode ser interno, como mostra a Figura 6a, comumente feito pela introdução de parafusos totalmente rosqueados, dimensionados à tração normal às fibras da madeira, ou externo conforme mostra a Figura 6b, que pode ser feito pela adesão de placas de madeira compensada, madeira estrutural composta ou lamelas de madeira maciça (JOCKWER, 2014).

Figura 6 – Entalhes de madeira com reforço

a) Reforço interno com parafusos totalmente rosqueados



b) Reforço externo com chapas de madeira aderidas

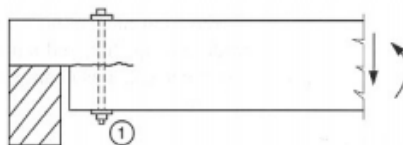


Fonte: Jockwer (2014)

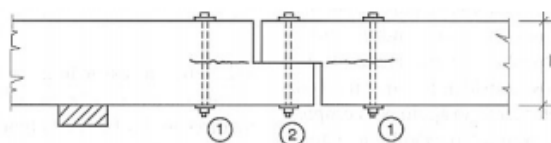
No Brasil, o reforço por meio de parafusos é o mais utilizado. Pfeil e Pfeil (2003) trazem alguns exemplos de aplicação conforme indicado na Figura 7. Os parafusos absorvem o esforço de tração normal às fibras da madeira e ajudam a impedir o fendilhamento da peça. É importante ressaltar que os parafusos verticais aplicados em vigas altas requerem posterior reaperto em função da retração da madeira.

Figura 7 – Pormenores construtivos para limitar a tendência de fendilhamento da viga entalhada

a) Viga com entalhe na região do apoio na face inferior, com parafuso para absorver o esforço de tração normal às fibras



b) Rótula intermediária de uma viga, fixada pelo parafuso “2” e tendo os parafusos “1” para absorver tração normal às fibras



Fonte: Pfeil e Pfeil (2003)

Na Seção 2.2 desta revisão bibliográfica, será feita uma breve revisão dos processos de cálculo de tensões solicitantes em vigas de madeira, a fim de se verificar como estas serão afetadas pelos entalhes e, nos itens seguintes, serão apresentadas as recomendações da ABNT NBR 7190:1997 e de algumas normas internacionais para a execução de entalhes e tratamento das tensões solicitantes na região dos mesmos. Por fim, será feita uma comparação entre estes critérios.

## 2.2 TENSÕES EM PEÇAS DE MADEIRA

### 2.2.1 Tensões normais

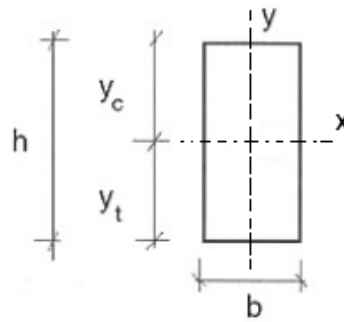
Sabe-se que a relação inércia sobre distância ( $I/y$ ) pode ser chamada de módulo de resistência à flexão da seção transversal ( $W$ ), tomando-se como  $y$  a distância do centro de gravidade da peça até a extremidade mais tracionada ( $W_t$ ) ou mais comprimida ( $W_c$ ), nas quais ter-se-ão as máximas tensões (CALIL JR.; LAHR; DIAS, 2003; PFEIL; PFEIL, 2003; MOLITERNO, 2009). Dessa forma, as tensões máximas de tração ( $\sigma_{t,d}$ ) e compressão ( $\sigma_{c,d}$ ) de cálculo em uma viga de madeira podem ser dadas de acordo com as Equações (1) e (2), respectivamente.

$$\sigma_{t,d} = \frac{M_d}{W_t} \quad (1)$$

$$\sigma_{c,d} = \frac{M_d}{W_c} \quad (2)$$

Tomando-se um caso específico de viga simplesmente apoiada, e de seção transversal retangular de largura  $b$  e altura  $h$ , conforme mostra a Figura 8, o valor de  $y$  será  $h/2$  tanto para a tração ( $y_t$ ) quanto para a compressão ( $y_c$ ) e, dessa forma, tem-se que as tensões normais solicitantes de cálculo de tração e compressão serão dadas de acordo com as Equações (3) e (4), e deverão ser menores ou iguais que a resistência à tração paralela às fibras da madeira ( $f_{t0,d}$ ) e resistência à compressão paralela às fibras ( $f_{c0,d}$ ), respectivamente (CALIL JR., LAHR; DIAS, 2003; PFEIL; PFEIL, 2003; MOLITERNO, 2009).

Figura 8 – Esquema da seção transversal de uma viga, indicando as distâncias do centro de gravidade até a borda tracionada ( $y_t$ ) e comprimida ( $y_c$ )



Fonte: Adaptado de Pfeil e Pfeil (2003)

$$\sigma_{t,d} = \frac{M_d}{W_t} = \frac{M_d}{\frac{I}{y_t}} = \frac{M_d}{\frac{\frac{b \times h^3}{12}}{\frac{h}{2}}} = \frac{M_d \times 6}{b \times h^2} \leq f_{t0,d} \quad (3)$$

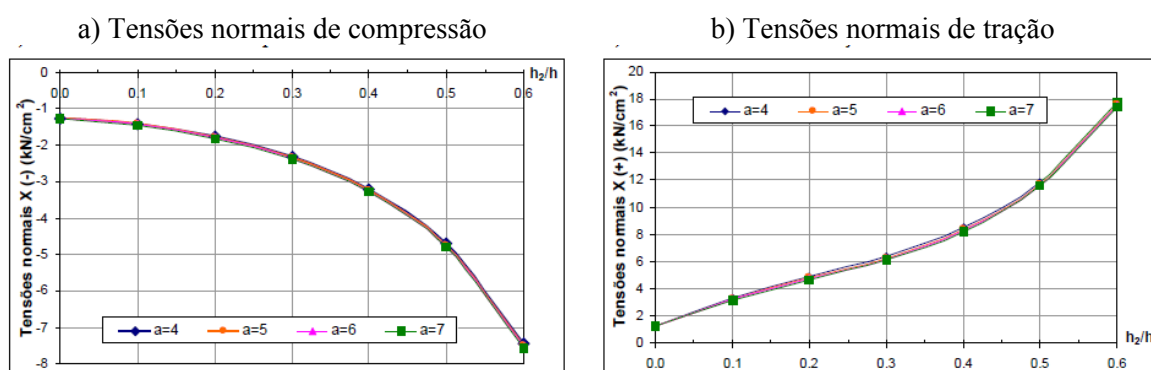
$$\sigma_{c,d} = \frac{M_d}{W_c} = \frac{M_d}{\frac{I}{y_c}} = \frac{M_d}{\frac{\frac{b \times h^3}{12}}{\frac{h}{2}}} = \frac{M_d \times 6}{b \times h^2} \leq f_{c0,d} \quad (4)$$

Percebe-se que a tensão solicitante aumenta de forma inversamente proporcional ao quadrado da altura da seção transversal, ou seja, reduções na altura de seções transversais geradas pelos entalhes terão grande impacto no fluxo de tensões normais em  $x$ , em especial em regiões próximas ao meio do vão.

Gesualdo e Souza Jr. (2008) analisaram, por meio do Método dos Elementos Finitos, a distribuição de tensões normais em  $x$  e em  $y$  e os deslocamentos no meio do vão de uma viga bi-apoiada em madeira dicotiledônea C40, de altura ( $h$ ) igual a 15 cm, largura ( $b$ ) igual a 5 cm e 300 cm de vão, com um entalhe nesta região de altura  $h_2$  e largura  $a$  e submetida a um carregamento distribuído linearmente.

As tensões normais em  $x$  ( $\sigma_x$ ) de tração e compressão podem ser vistas na Figura 9, variando-se altura e largura do entalhe. Nota-se que as tensões variam pouco com a largura do entalhe e muito com a altura, confirmando o que foi exposto nas Equações (3) e (4).

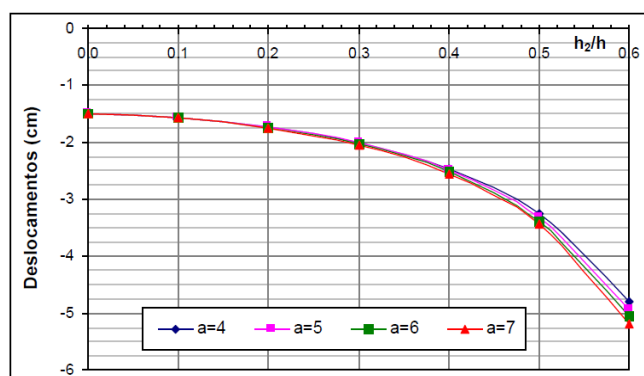
Figura 9 – Tensões normais para entalhe na parte central da viga



Fonte: Gesualdo e Souza Jr. (2008)

Em relação aos deslocamentos, os mesmos autores verificaram que estes variam de forma suave com a largura do entalhe e grandemente com a altura do mesmo, bem como as tensões, conforme mostra a Figura 10.

Figura 10 – Deslocamentos no meio do vão – entalhe central

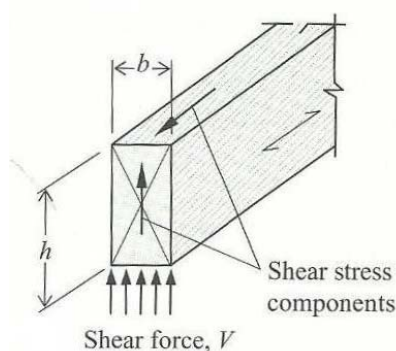


Fonte: Gesualdo e Souza Jr. (2008)

### 2.2.2 Tensões cisalhantes

Considerando-se o mesmo caso de viga bi-apoiada de seção retangular, de largura  $b$  e altura  $h$ , fletida em relação ao eixo de maior inércia (eixo  $x$ ), tem-se que as tensões de cisalhamento surgem paralelamente ao eixo longitudinal da mesma e, para atingir o equilíbrio, tensões de igual valor surgirão perpendicularmente ao eixo longitudinal, como mostrado na Figura 11 (PORTEOUS; KERMANI, 2007).

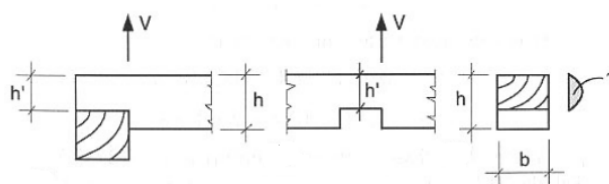
Figura 11 – Componentes da tensão cisalhante paralelamente às fibras



Fonte: Porteous e Kermani (2007)

Pela teoria clássica da Resistência dos Materiais, em qualquer seção transversal ao longo do comprimento da viga, a tensão de cisalhamento nas faces superior e inferior da seção será nula, e a tensão máxima de cisalhamento ocorrerá na posição da linha neutra, conforme pode ser visto na Figura 12.

Figura 12 – Distribuição das tensões de cisalhamento em vigas entalhadas



Fonte: Pfeil e Pfeil (2003)

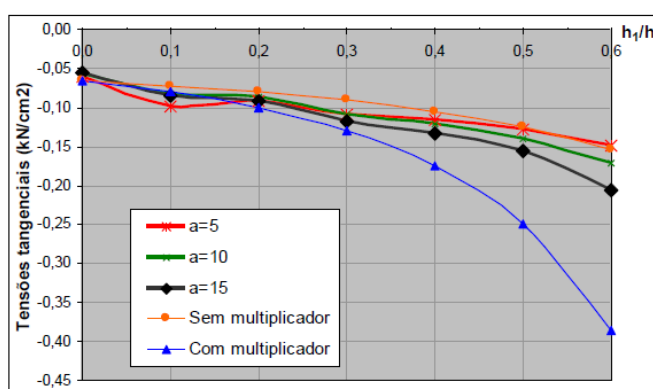
A máxima tensão tangencial atuante na viga não poderá ser superior à sua respectiva resistência ( $f_{v0,d}$ ). Para uma seção transversal retangular com dimensões  $b$  e  $h$  solicitada pela força cortante  $V_d$ , determina-se a máxima tensão (no eixo neutro) pela Equação (5).

$$\tau_d = \frac{3 \times V_d}{2 \times b \times h} \leq f_{v0,d} \quad (5)$$

Supõe-se que as maiores perturbações no fluxo de tensões cisalhantes em uma viga, sujeita a forças uniformemente distribuídas, ocorrerão na região dos apoios, onde tem-se os maiores valores de esforços cortantes  $V_d$ . Havendo entalhes (redução da altura da seção transversal), estes efeitos serão majorados significativamente.

Gesualdo e Souza Jr. (2008) também analisaram entalhes na região do apoio, de altura  $h_1$  e largura  $a$ , para o mesmo caso de viga descrito no item anterior. Analisando-se as tensões cisalhantes, percebe-se que sofrem influência significativa tanto da altura quanto da largura do dente. Na Figura 13 podem ser vistas as variações dessas tensões de acordo com a altura e largura do entalhe.

Figura 13 – Variação da tensão tangencial em função da altura e largura do entalhe



Fonte: Gesualdo e Souza Jr. (2008)

A curva em azul (“com multiplicador”) refere-se à recomendação de cálculo indicada pela ABNT NBR 7190:1997, que será vista logo adiante, na qual multiplica-se a tensão cisalhante solicitante na região do entalhe por um fator de majoração, a fim de se considerar a perturbação no fluxo de tensões. De acordo com Gesualdo e Souza Jr. (2008), este procedimento fica excessivamente a favor da segurança para os casos com  $h_1/h$  maiores que 0,17. Os autores também concluíram que os deslocamentos nesta região são pouco afetados pela variação de altura do dente.



### 2.2.3 Concentração de tensões

O efeito de concentração de tensões pode ocorrer em partes da estrutura onde existam descontinuidades, como alteração da geometria, cantos vivos, forças concentradas, dentre outros. As tensões atuantes nos pontos de concentração podem ser muito maiores que as tensões nominais calculadas pelas expressões habituais, fazendo com que este efeito não possa, em hipótese alguma, ser desprezado.

Um dos casos mais conhecidos de problemas decorrentes de pontos de concentração de tensões é o dos aviões *Comet*. Em maio de 1952, foi inaugurada pela Companhia Britânica de Aviação de Havilland, a primeira linha aérea de aviões a jato do modelo *Comet* (Figura 14), que alcançava o dobro da velocidade das aeronaves da época, e acomodava de 36 a 44 passageiros, com bastante conforto (SUPERINTERESSANTE, 2015). De acordo com Marques Filho (2013), cerca de um ano após o início de operação destas aeronaves, uma das unidades explodiu no ar, acidente este que foi seguido por mais outros dois no ano seguinte, resultando na morte de várias pessoas e na suspensão dos vôos da linha.

Figura 14 – Avião Havilland Comet



Fonte: Extremetech (2012)

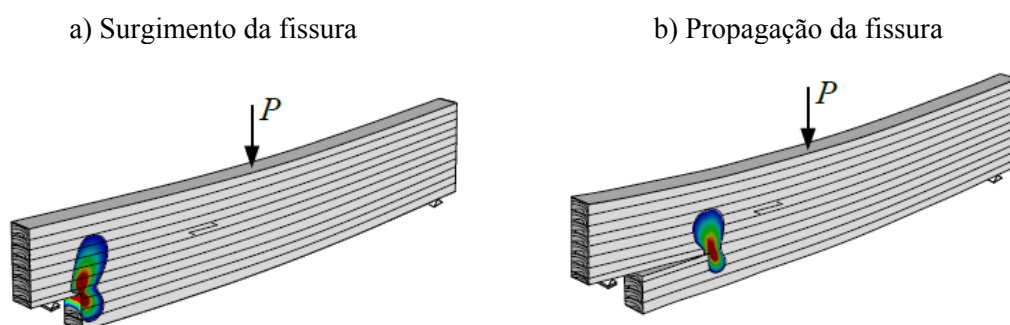
Posteriormente, foram recuperadas peças dos acidentes e descobriu-se que as explosões estavam relacionadas a um problema de pressurização, visto que em altitudes elevadas há a necessidade de regulação da pressão interna do avião, deixando-a maior que a externa, e o mesmo não havia sido projetado para trabalhar com esta alternância de pressão. Dessa forma, apenas uma rachadura decorrente da fadiga do material era suficiente para a aeronave se desintegrar durante o vôo, e como as janelas eram quadradas, as extremidades das mesmas eram pontos de concentração de tensões mais propensos à fadiga. Desde

então, os aviões têm janelas arredondadas, a fim de se evitar este problema (MARQUES FILHO, 2013).

Sendo assim, as vigas entalhadas são mais propensas a falhas, e a análise dos modos de falha em situações nas quais as características locais de resistência são importantes é imprescindível para se evitar ruptura brusca do material.

Os fenômenos de concentração de tensões surgem a partir do desvio das tensões devido à redução brusca da seção transversal, e podem levar ao surgimento e propagação de fissuras, conforme mostra a Figura 15, fazendo com que a viga se separe em duas partes e tenha sua altura efetiva reduzida. Além das desvantagens estéticas, a fissura aumenta a deformação da viga e pode levar à falha pela flexão na seção transversal reduzida (JOCKWER, 2014).

Figura 15 – Fissuras geradas na quina do entalhe devido à concentração de tensões de tração perpendiculares às fibras



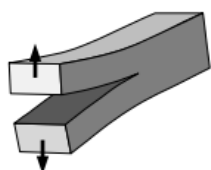
Fonte: Jockwer (2014)

Como os pontos de concentração de tensões comprometem a resistência mecânica da viga, é interessante suavizar o efeito das variações bruscas de seção transversal, conforme já foi dito anteriormente, por meio da variação gradativa com mísulas e aumento do raio de concordância no ponto crítico (ROSA, 2002).

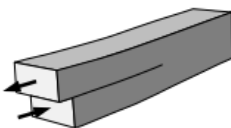
Quando um entalhe apresenta trincas devido a apenas concentração de tensões de tração normais às fibras, o mecanismo de falha da viga pode ser descrito pelo modo de fratura I, como mostrado na Figura 16a. Já o modo de fratura II (Figura 16b) ocorre quando a concentração é decorrente apenas de tensões de cisalhamento e, por fim, o modo de fratura misto, conforme mostrado na Figura 16c, ocorre devido a uma combinação de concentrações destes dois tipos de tensões (JOCKWER, 2014).

Figura 16 – Modos de fratura

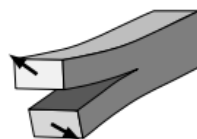
a) Modo I – por tração



b) Modo II – por cisalhamento



c) Modo misto



Fonte: Jockwer (2014)

Masuda (1996) realizou análises numéricas e experimentais de vigas bi-apoiadas com entalhes na região dos apoios, tanto retangulares quanto com mísulas. No caso dos retangulares, a fratura ocorreu por tensões de tração perpendiculares às fibras da madeira na parte interna das quinas dos entalhes, enquanto que no caso de entalhes com mísulas, ocorreu de forma mista devido a tensões cisalhantes e de tração.

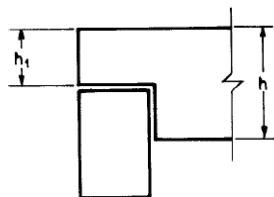
## 2.3 CRITÉRIOS DA ABNT NBR 7190:1997 PARA ENTALHES

A ABNT NBR 7190:1997 indica que, para uma viga de largura  $b$  e altura  $h$ , com variação brusca de seção transversal em qualquer posição, deve-se multiplicar a tensão cisalhante solicitante de cálculo ( $\tau_d$ ) na parte mais crítica do entalhe, de altura  $h_1$  (Figura 17) pelo fator de majoração  $h/h_1$ , resultando na Equação (6). Deve ser respeitada também a limitação de  $h_1 > 0,75h$ . Este fator serve para neutralizar a tendência ao fendilhamento da viga na direção das fibras que, como já foi dito, inicia-se no entalhe e ocorre devido às tensões de tração perpendiculares às fibras (PFEIL; PFEIL, 2003).

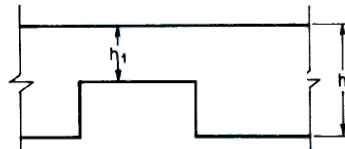
$$\tau_d = \frac{3 \times V_d}{2 \times b \times h_1} \times \left( \frac{h}{h_1} \right) \quad (6)$$

Figura 17 – Entalhes em vigas

a) Entalhe na região do apoio



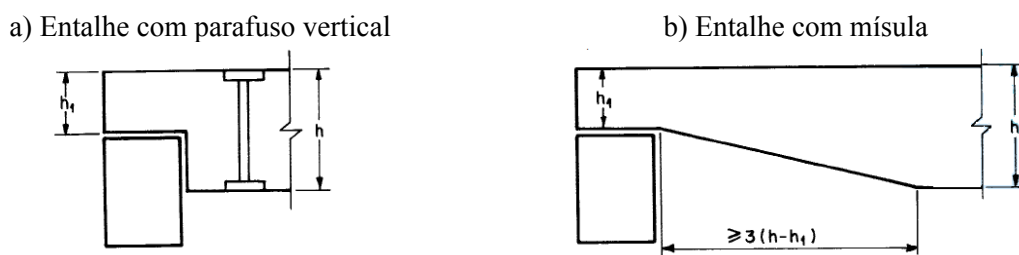
b) Entalhe fora do apoio



Fonte: ABNT NBR 7190:1997

Se houver situação com  $h_1/h \leq 0,75$ , porém sempre com  $h_1 \geq 0,5h$ , a norma recomenda alguns pormenores construtivos, também para limitar a tendência de fendilhamento da viga, como o uso de parafusos verticais dimensionados à tração axial para a totalidade da força cortante a ser transmitida (Figura 18a), ou a execução de mísulas, com comprimento não inferior a três vezes a altura do entalhe, a fim de variar a seção transversal gradualmente e evitar pontos de concentração de tensões (Figura 18b).

Figura 18 – Pormenores construtivos em vigas entalhadas



Fonte: ABNT NBR 7190:1997

O fator de majoração da tensão cisalhante, mostrado na Equação (6), foi estabelecido com base em estudos experimentais desenvolvidos por Scholten (1935) apud Jockwer (2014), que descobriu que a redução da resistência ao cisalhamento na região do entalhe em uma viga de largura ( $b$ ) e altura ( $d$ ) é proporcional à razão entre a altura da viga na região do entalhe ( $d_0$ ) e a altura total da viga. Dessa forma, conforme mostrado na Equação (7), pode multiplicar-se o esforço cortante solicitante na viga na região do entalhe ( $V$ ) pelo fator  $d_0/d$ .

$$V = \frac{2}{3} \times q \times b \times d_0 \times \left( \frac{d_0}{d} \right) \quad (7)$$

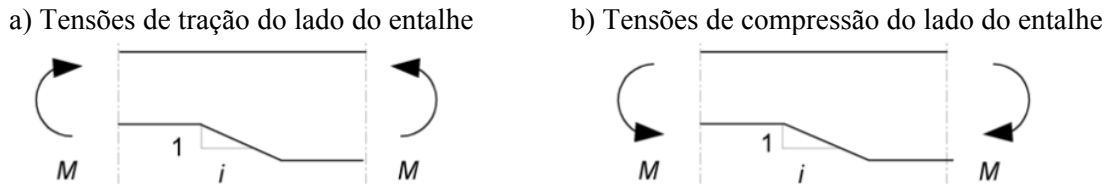
## 2.4 CRITÉRIOS DE NORMAS INTERNACIONAIS

### 2.4.1 Eurocode 5 (2004)

O Eurocode 5 (2004) estabelece um procedimento no qual toda redução brusca de seção transversal é considerada como uma mísula, cuja inclinação pode ter ampla variação (CORDOVIL E RIZZO, 2002). Primeiramente, são apresentadas situações onde há entalhes submetidos à flexão, nas quais o efeito de concentração de tensões pode ser desprezado. São elas:

- Flexão provocando tensões de tração no entalhe, sendo a inclinação deste menor do que 1:i, com  $i \geq 10$  (Figura 19a);
- Quando a flexão provoca tensões de compressão no entalhe (Figura 19b).

Figura 19 – Viga entalhada submetida à flexão



Fonte: Eurocode 5 (2004)

Em seguida, a norma traz recomendações para vigas submetidas à flexão com entalhes na região do apoio, levando em conta as tensões de cisalhamento, visto que esta é uma área onde há grande concentração destas tensões. Para tal, utiliza-se um coeficiente de minoração  $k_v$  para a resistência ao cisalhamento, a fim de se considerar a perda de resistência gerada pela redução de seção transversal. Dessa forma, a verificação da tensão de cisalhamento passa a ser feita conforme a Equação (8).

$$\tau_d = \frac{1,5 \times V_d}{b \times h_{ef}} \leq k_v \times f_{v,d} \quad (8)$$

Onde:

$h_{ef}$  é a menor altura da seção transversal devido ao entalhe;

O valor de  $k_v$  deve ser tomado igual a 1 para vigas entalhadas do lado oposto ao apoio (Figura 20b), ou o menor dos valores dados pela Equação (9), para vigas entalhadas do mesmo lado do apoio (Figura 20a).

$$k_v = \text{menor valor entre} \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ k_n \times \left( 1 + \frac{1,1 \times i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right) \\ \frac{\sqrt{h} \times \left( \sqrt{\alpha \times (1 - \alpha)} + 0,8 \times \frac{x}{h} \times \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}{\sqrt{h}} \end{array} \right. \quad (9)$$

Onde:

$k_n$  é um coeficiente dado de acordo com o tipo de madeira, podendo assumir os seguintes valores:

- Para madeira estrutural composta (LVL): 4,5;
- Para madeira maciça: 5,0;
- Para madeira laminada colada: 6,5.

$i$  é a inclinação da mísula (proporção 1:i);

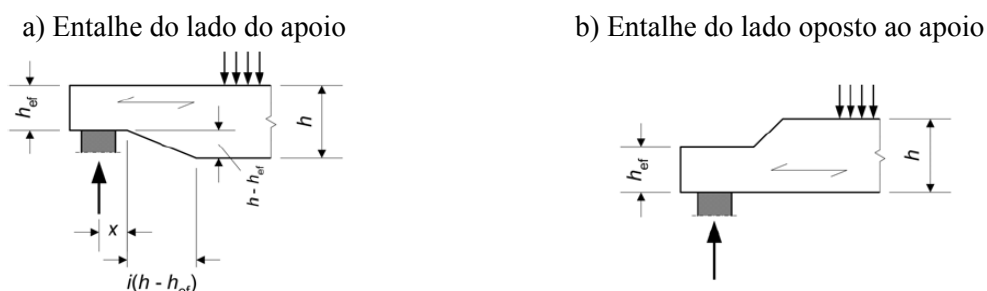
$h$  é altura da viga, em mm;

$x$  é a distância entre o ponto onde está aplicada a reação de apoio e o início da mísula, em mm (Figura 20a);

$\alpha$  é a relação entre a altura da seção na região do entalhe pela altura total da viga, conforme a Equação (10).

$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h} \quad (10)$$

Figura 20 – Vigas entalhadas nas extremidades



Fonte: Eurocode 5 (2004)

#### 2.4.2 NDS (2005) e NDS (1997)

A norma americana NDS (2005) também apresenta critérios baseados nos estudos de Scholten (1935) apud Jockwer (2014), como será visto a seguir. Para vigas de seção retangular fletidas em relação ao eixo de maior inércia, entalhadas nos apoios e no bordo tracionado, tem-se que o esforço cortante ( $V'_r$ ) deve ser calculado de acordo com a Equação (11), multiplicando-se o valor do esforço cortante na região do entalhe pelo fator de ponderação  $(d_n/d)^2$ .

$$V'_r = \left[ \frac{2}{3} \times F'_v \times b \times d_n \right] \times \left[ \frac{d_n}{d} \right]^2 \quad (11)$$

Onde:

$F'_v$  é a tensão cisalhante no entalhe;

$b$  é a largura da seção transversal;

$d_n$  é a altura da seção transversal devido ao entalhe;

$d$  é a altura total da seção transversal da viga.

Para o caso de vigas de seção circular, entalhadas nos apoios e no bordo tracionado, tem-se que o esforço cortante ( $V'_r$ ) deve ser calculado de acordo com a Equação (12), multiplicando-se o valor do esforço cortante na região do entalhe pelo fator de ponderação  $(d/d_n)^2$ .

$$V'_r = \left[ \frac{2}{3} \times F'_v \times A_n \right] \times \left[ \frac{d_n}{d} \right]^2 \quad (12)$$

Onde:

$A_n$  é a área da seção transversal da viga.

Para seções transversais diferentes da retangular e da circular, a norma indica que o valor do esforço cortante deve ser considerado de acordo com as análises de engenharia usuais para avaliar a concentração de tensões no entalhe.

Quando uma viga de seção retangular estiver entalhada também nos apoios, porém no bordo comprimido, conforme mostra a Figura 21, o esforço cortante deve ser calculado de acordo com a Equação (13).

$$V'_r = \frac{2}{3} \times F'_v \times \left[ d - \left( \frac{d - d_n}{d_n} \right) \times e \right] \quad (13)$$

Onde:

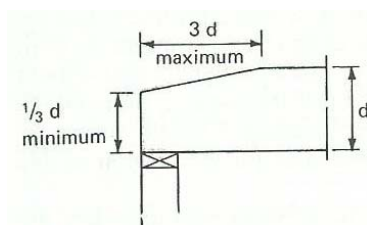
$e$  é a distância que o entalhe se prolonga até a borda interna do apoio, conforme mostrado na Figura 21. Este parâmetro tem de ser menor ou igual à altura da seção transversal devido ao entalhe ( $d_n$ ).





Em relação a entalhes retos na região dos apoios em vigas madeira laminada colada, teve-se acesso apenas à NDS (1997), a qual indica que são permitidos se, na face tracionada, tiverem altura de no máximo 1/10 da altura da peça e, no bordo comprimido, de 2/5 da altura da peça. A norma apresenta uma exceção, que é o caso de entalhes na região do apoio e no bordo comprimido com mísulas. A altura da seção transversal na região do entalhe deve ser no mínimo 1/3 da altura da viga e a largura não deve ser maior do que 3 vezes a altura da viga, conforme mostra a Figura 23.

Figura 23 – Recomendações para entalhes com mísulas na região do apoio e no bordo comprimido de vigas de madeira laminada colada



Fonte: Faherty e Williamson (1999)

### 2.4.3 CSA O86 (2010)

De acordo com a norma canadense CSA O86 (2010), para entalhes na região dos apoios na face tracionada das vigas, a resistência ao cisalhamento ponderada pode ser calculada pela Equação (14).

$$F_r = \phi \times F_f \times A \times K_N \quad (14)$$

Onde:

$\phi$  é um coeficiente de valor 0,90;

A é a área bruta da seção transversal, em mm<sup>2</sup>;

$F_f$  é um parâmetro dado conforme a Equação (15):

$$F_f = f_f \times (K_D \times K_H \times K_{Sf} \times K_T) \quad (15)$$

Onde:

$f_f$  = Resistência ao cisalhamento esperada de um entalhe reto na região dos apoios, em MPa (Seção 5.5.5.5 da CSA O86, 2010), sendo igual a 0,5 para todos os elementos de madeira serrada;

$K_D$  é o coeficiente de duração do carregamento, dado conforme a Tabela 4.3.2.2 da CSA O86 (2010);

$K_H$  é o coeficiente de sistema, dado de acordo com a Seção 5.4.4 da CSA O86 (2010);

$K_T$  é o coeficiente de tratamento, dado conforme a Tabela 5.4.3 da CSA O86 (2010);

$K_{sf}$  é o coeficiente de condições de uso, sendo:

- 1 para ambiente seco;
- 0,7 para ambiente úmido.

$K_N$  é o coeficiente de entalhe, dado conforme a Equação (16).

$$K_N = \left[ 0,006d \times \left( 1,6 \times \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) + \eta^2 \times \left( \frac{1}{\alpha^3} - 1 \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Onde:

$d$  = altura da seção transversal, em mm;

$\alpha$  é um parâmetro dado conforme a Equação (17).

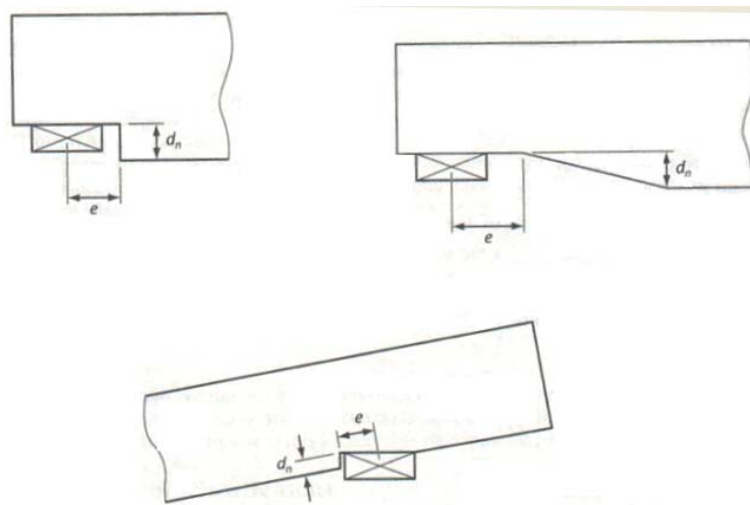
$$\alpha = 1 - \left( \frac{d_n}{d} \right) \quad (17)$$

Onde  $d_n$  é a altura do entalhe, que é medida perpendicularmente ao eixo do elemento de acordo com a Figura 24, em mm, e não deve exceder 0,25 vezes a altura da seção transversal da viga.

$\eta$  é um parâmetro dado conforme a Equação (18).

$$\eta = \left( \frac{e}{d} \right) \quad (18)$$

Onde  $e$  é a distância medida paralelamente ao eixo do elemento, a partir do centro do suporte mais próximo até o canto interno do entalhe, em mm, conforme mostra a Figura 24.

Figura 24 – Determinação da altura ( $d_n$ ) e parâmetro  $e$  dos entalhes

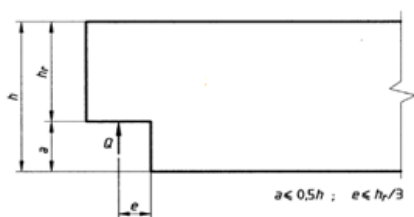
Fonte: CSA O86 (2010)

#### 2.4.4 NCh 1198 (2006)

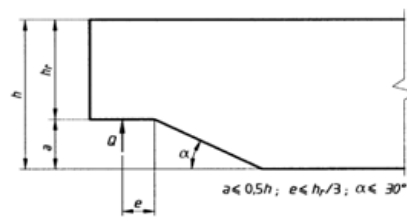
Em relação à madeira serrada, a norma chilena Nch 1198 (2006) indica que entalhes retos, na região dos apoios e na parte inferior de vigas de seção transversal retangular de largura  $b$  e altura  $h$ , submetidas à flexão, devem ter altura ( $a$ ) menor ou igual à metade da altura total da viga, enquanto que a distância entre a reação de apoio até a face interna do entalhe ( $e$ ) deve ser menor ou igual a  $1/3$  da altura da seção devido ao entalhe ( $h_r$ ), conforme mostra a Figura 25a. No caso de entalhes com mísulas, vale a mesma recomendação de altura, além de que o ângulo de inclinação da mísula ( $\alpha$ ) deve ser menor ou igual a  $30^\circ$  e a distância entre o ponto de aplicação da reação de apoio até o início da mísula ( $e$ ) deve ser menor ou igual a  $1/3$  da altura da seção devido ao entalhe ( $h_r$ ), conforme mostra a Figura 25b.

Figura 25 – Entalhes na região dos apoios e na parte inferior da viga

a) Entalhe reto



b) Entalhe com mísula

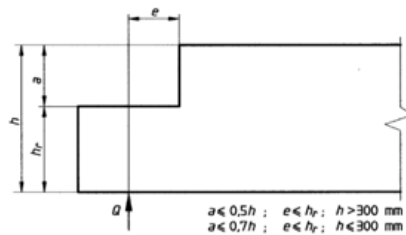


Fonte: Nch 1198 (2006)

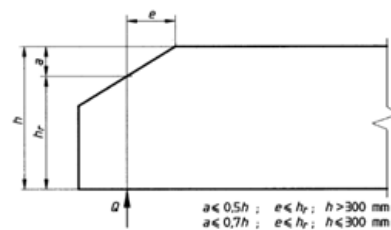
Entalhes retos (Figura 26a) ou com mísulas (Figura 26b) na parte superior de vigas devem ter distância entre o ponto de aplicação da reação de apoio até a extremidade do entalhe ( $e$ ) menor ou igual à altura da seção transversal devido ao entalhe ( $h_r$ ), enquanto que a altura do entalhe deve ser menor ou igual à metade altura total da viga, caso esta seja maior do que 30 cm, ou menor ou igual a 70% da altura total da viga, caso esta seja menor ou igual a 30 cm.

Figura 26 – Entalhes na região dos apoios e na parte superior da viga

a) Entalhe reto



b) Entalhe com mísula



Fonte: Nch 1198 (2006)

Além disso, a norma indica que vigas entalhadas na região dos apoios, seja na face inferior ou na superior, devem atender à recomendação dada pela Equação (19):

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,dis}} \leq 1 \quad (19)$$

Onde:

$f_{cz}$  é a tensão solicitante de cisalhamento longitudinal, dada conforme a Equação (20).

$$f_{cz} = \frac{1,5 \times Q}{b \times h_r} \times 10^{-3} \quad (20)$$

Onde:

$Q$  é o esforço cortante;

$b$  é a largura da seção transversal retangular, em mm;

$h_r$  é a altura da seção transversal devido ao entalhe, em mm.

$F_{cz,dis}$  é a tensão resistente de cisalhamento longitudinal, dada pela Equação (21).

$$F_{cz,dis} = F_{cz} \times K_H \times K_D \times K_r \quad (21)$$

Onde:

$F_{cz}$  é a tensão admissível de cisalhamento longitudinal, dada de acordo com a classe estrutural da madeira, conforme Seção 5.2 da Nch 1198 (2006);

$K_H$  é o fator de modificação devido à umidade, dado conforme Seção 6.1.1 da Nch 1198 (2006);

$K_D$  é o fator de modificação devido à duração do carregamento, dado conforme Seção 6.1.2 da Nch 1198 (2006);

$K_r$  é o fator de modificação devido ao entalhe, calculado segundo a Tabela 1, para entalhes inferiores, e Tabela 2, para entalhes superiores.

Tabela 1 – Fator de modificação para entalhes inferiores,  $K_r$  (para entalhes retos) e  $K_{ri}$  (para entalhes inclinados, com mísula)

Tipo de rebaje inferior	Valor del factor de modificación por rebaje inferior	Condición
Recto	$K_r = \left( \frac{h_r}{h} \right)^2$	$a \leq 0,5 h$
Inclinado	$K_{ri} = h_r / h$	

Fonte: Nch 1198 (2006)

Tabela 2 – Fator de modificação para entalhes superiores,  $K_{rs}$

Para el caso	Factor de modificación por rebaje superior	Condición
$e \leq h_r$	$K_{rs} = \left( 1 - \frac{a}{h} \cdot \frac{e}{h_r} \right)$	$a \leq 0,5 h$
$e > h_r$	$K_{rs} = \frac{h_r}{h}$	

Fonte: Nch 1198 (2006)

A Nch 1198 (2006), assim como a NDS (2005), permite apenas entalhes nos terços extremos da viga, desde que sua altura não ultrapasse 1/6 da altura total da viga e, sua largura, 1/3 da altura total. Para vigas com largura maior do que 90 mm não se aceita entalhes no bordo tracionado.

Em relação à madeira laminada colada, a norma indica que o bordo flexo-tracionado da viga não deve ter entalhes, a não ser na região dos apoios, de forma que tenham altura de no máximo 1/10 da altura da peça e no máximo 75 mm. Já o bordo flexo-comprimido

também não deve ter entalhes, a não ser na região dos apoios, e estes não devem ultrapassar  $2/5$  da altura da peça.

## 2.5 COMPARAÇÃO ENTRE OS CRITÉRIOS

Pode-se concluir que a NDS (2005), a Nch 1198 (2006) e a CSA O86 (2010) são as normas mais conservadoras em relação à posição dos entalhes, sendo que nas duas primeiras não são permitidos no terço médio da viga, enquanto que na última, são permitidos apenas na região dos apoios. Nem a ABNT NBR 7190:1997 e nem o Eurocode 5 (2004) trazem restrições a respeito da localização dos entalhes, porém esta última encontra-se mais a favor da segurança do que a primeira, pois trata todos os entalhes como mísulas, o que reduz consideravelmente os pontos de concentração de tensões.

Em relação às dimensões dos entalhes para madeira serrada, a NDS (2005) é a mais rígida, apresentando as maiores limitações, sendo a altura máxima  $1/6$  da altura total da viga e largura máxima de  $1/3$  da altura total, para entalhes nos terços extremos tanto no bordo tracionado quanto no comprimido, e altura máxima do entalhe na região do apoio igual a  $1/4$  da altura total.

A norma brasileira não traz restrições para entalhes no bordo comprimido e indica altura máxima igual  $1/4$  da altura da viga para entalhes em qualquer posição no bordo tracionado, o que é bem menos seguro em comparação à NDS (2005), que nem mesmo permite entalhes no terço médio da viga. Além disso, a ABNT NBR 7190:1997 não apresenta limitações de largura. Em relação à madeira laminada colada, os critérios da NDS (1997) e Nch 1198 (2006) para entalhes são muito parecidos.

O Eurocode 5 (2004) não apresenta limitações de dimensões para entalhes, exceto a limitação de inclinação da mísula como menor ou igual a 1:10 para que o efeito da concentração de tensões gerado pelo entalhe não precise ser levado em consideração, no caso de entalhes fora da região de apoio.

Os procedimentos de majoração de tensão cisalhante para entalhes na região do apoio são semelhantes entre a ABNT NBR 7190:1997 e a NDS (2005), com a diferença que esta última é mais conservadora em relação à segurança, pois considera o mesmo fator de majoração da primeira, porém elevado ao quadrado.

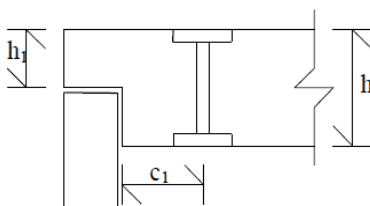
Ao contrário da ABNT NBR 7190:1997 e da NDS (2005), o Eurocode 5 (2004), ao invés de majorar as solicitações na região do entalhe, minora a resistência do material por meio de um coeficiente  $k_v$ .

A Nch 1198 (2006) e a CSA O86 (2010), de forma semelhante ao Eurocode 5 (2004), consideram um coeficiente de modificação ( $K_r$  e  $K_N$ , respectivamente) para o cálculo da tensão resistente ao cisalhamento longitudinal nos entalhes na região do apoio.

Em relação à ABNT NBR 7190:1997, nota-se que, para entalhes na região do apoio, não é levada em conta a distância entre a reação de apoio ou face do apoio até e o início do entalhe, parâmetro este que é considerado pelas normas internacionais analisadas.

A norma brasileira também não traz informações mais detalhadas a respeito do uso de parafusos verticais, como a possibilidade de se utilizar mais de uma linha de furação ou se pode haver mais de um parafuso por linha de furação, além de não trazer recomendação de distância entre o parafuso e o início do entalhe, chamada de distância  $c_1$  na Figura 27, o que é essencial para que o parafuso atue reforçando a peça de madeira contra a ruptura por tração normal às fibras nesta região (CORDOVIL E RIZZO, 2002).

Figura 27 – Posição do parafuso vertical indicado pela ABNT NBR 7190:1997 para vigas entalhadas



Fonte: Cordovil e Rizzo (2002)

Em se tratando das mísulas, a ABNT NBR 7190:1997 apenas recomenda que as mesmas devem ter comprimento maior ou igual a três vezes a altura do entalhe, como já foi exposto, ou seja, a máxima inclinação da mísula corresponde a 1:3. O Eurocode 5 (2004) não impõe limitações para a inclinação das mísulas, exceto para casos nos quais se pode desconsiderar o efeito de concentração de tensões, quando se trata de entalhes fora da região de apoio. A Nch 1198 (2006) indica que as mísulas dos entalhes devem ter ângulo de inclinação menor ou igual a  $30^\circ$ , enquanto a NDS (2005) não traz recomendações para a execução de mísulas em vigas de madeira serrada.

# **CAPÍTULO 3**

## **MODELAGEM PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

### **3.1 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Para realização das análises optou-se por um método numérico, que permite variar com facilidade os parâmetros a serem avaliados, como seção transversal das vigas, geometria do entalhe, tipo de madeira e condições de carregamento e de apoio, reduzindo tempo e custos e simplificando a realização de futuros testes experimentais.

Foi escolhido o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é um dos mais utilizados para se obter a solução aproximada de problemas físicos, modelados através de equações diferenciais parciais. Ele fornece bons resultados e de forma rápida, além de ser uma excelente alternativa para a análise de meios contínuos de caráter estrutural, que em geral são complexos para a obtenção de uma solução exata (SORIANO, 2003).

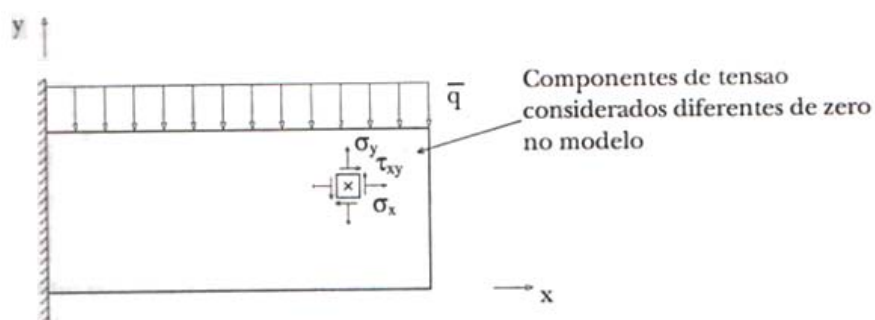
Este método surgiu na década de 40 e suas primeiras aplicações foram relacionadas a sistemas estruturais, sendo que em 1943 o matemático polonês Courant desenvolveu uma solução de interpolação polinomial em sub-regiões triangulares para problemas de torção. Em 1950, a indústria aeronáutica implementou o método na avaliação do comportamento das asas dos aviões. Entre as décadas de 60 e 70, pesquisadores começaram a aplicar o método em áreas da engenharia como transferência de calor e fluxo de infiltração, e surgiram os primeiros softwares, como ANSYS, NASTRAN e ASKS, que foram disseminados a partir da década de 80, quando houve melhora na capacidade dos computadores e redução dos custos (MOAVENI, 1999).



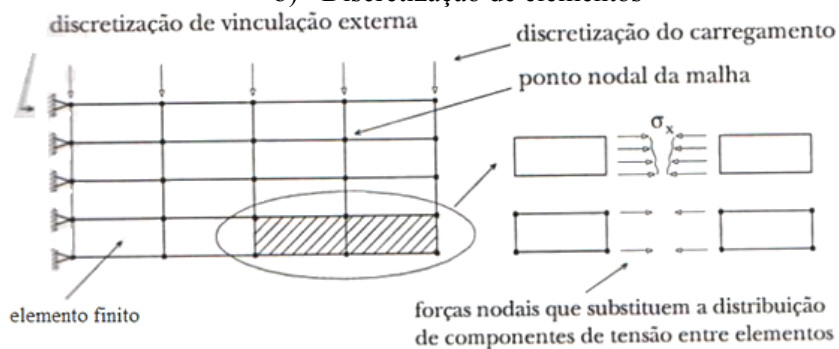
De acordo com Alves Filho (2006), o MEF consiste na divisão uma estrutura contínua em um número finito de partes, com dimensões não infinitesimais, formas geométricas e procedimentos de solução mais simples. Estes subdomínios são chamados de elementos, os quais são conectados uns aos outros por pontos nos vértices chamados de nós, formando uma malha de elementos finitos. Para cada elemento, a solução é uma função aproximada, chamada de função de interpolação ou de forma, que pode ser um polinômio, por exemplo. Em problemas da estática, normalmente as incógnitas desta função são os deslocamentos dos nós, ou seja, as translações e rotações dos mesmos. Na Figura 28a, tem-se um console submetido a um carregamento distribuído, e na Figura 28b, pode ser vista a malha de elementos finitos gerada para este problema.

Figura 28 – Console submetido a carregamento distribuído

- a) Esquematização do modelo matemático de estado plano de tensões, no qual se tem equilíbrio infinitesimal em cada ponto



- b) Discretização de elementos



Fonte: Soriano (2003)

Em uma análise estática, cada elemento finito representa parte da rigidez do corpo. Considerando um caso de estrutura contínua dividida em uma malha de  $n$  elementos finitos, a matriz de rigidez da estrutura  $[K]$  pode ser determinada pela superposição das matrizes de rigidez de cada elemento, e o vetor de carregamento externo  $\{F\}$  é dado pelas

ações atuantes nos nós (MOAVENI, 1999; SORIANO, 2003; ALVES FILHO, 2006). O problema, então, pode ser resolvido por meio da montagem de um sistema de equações conforme mostrado na Equação (22).

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (22)$$

Onde:

$[K]$  é a matriz de rigidez da estrutura, que é quadrada e possui ordem igual ao número de incógnitas;

$\{u\}$  é o vetor dos deslocamentos (incógnitas);

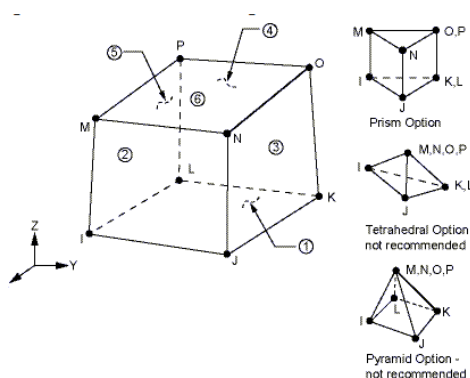
$\{F\}$  é o vetor de forças sobre os nós.

Neste trabalho, todas as análises serão feitas por meio do programa ANSYS versão 15.0.7 (ANSYS, 2013), que é um dos mais utilizados por engenheiros de diversas áreas para este tipo de análise.

### 3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Para a realização das simulações, utilizou-se inicialmente o elemento tridimensional básico da versão 15.0.7 do ANSYS, que é o SOLID185 (Figura 29), definido por oito nós, com três graus de liberdade em cada nó: translações nos eixos x, y e z.

Figura 29 – Elemento SOLID185

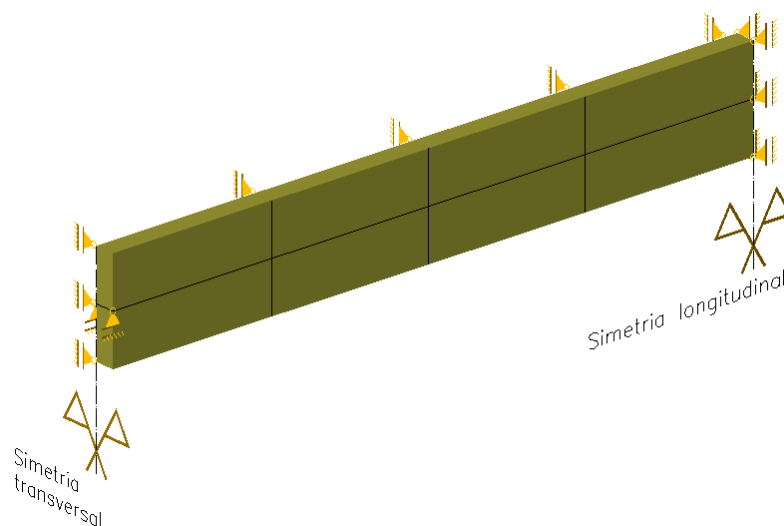


Fonte: ANSYS (2013)

A fim de se diminuir a quantidade de dados processados, foram utilizados recursos de simetria longitudinal e transversal em todos os casos, ou seja, apenas um quarto da viga foi

manipulado, empregando-se apoios móveis na vertical nos pontos de simetria, caracterizando a condição de engaste móvel (Figura 30).

Figura 30 – Condições de vinculações para  $\frac{1}{4}$  da viga (sem entalhe) considerando uma malha extremamente pobre para melhor visualização das condições de contorno



Fonte: Autor

Os parâmetros variados nas simulações foram: posição do entalhe na viga (meio, terços extremos, apoio), altura dos entalhes ( $h_1$ ), largura dos entalhes ( $c$ ), comprimento da mísula ( $h_2$ ) quando foi o caso, e carregamentos, enquanto ficaram constantes seção transversal, vão da viga, tipo de madeira e condições de apoio. Estes parâmetros podem ser visualizados na Figura 38, Figura 39, Figura 40 e Figura 41, na pág. 50 à pág. 51.

Para os casos de entalhes fora da região do apoio, o apoio móvel na horizontal da extremidade esquerda foi considerado na altura média da viga, enquanto que para os casos de entalhe na região do apoio, foi considerada uma chapa de aço de uma polegada de espessura na parte inferior da viga (entre a viga e o apoio), para conferir rigidez e atenuar o problema da concentração de tensões, possibilitando assim a análise naquela região.

A transferência de tensões do bloco de apoio para a viga foi feita por simples contato, utilizando-se um coeficiente de atrito de 0,3 entre a madeira e o aço, para prever possíveis deslizamentos relativos entre a chapa e a viga. Foram empregados os elementos TARGET170 e CONTA174 para representar as superfícies de contato.

A fim de se reduzir o tempo de preparação dos dados, a variação dos parâmetros citados foi feita de forma automatizada por meio da linguagem computacional do ANSYS conhecida como APDL (*ANSYS Parametric Design Language*).

De acordo com ESSS (2014), a linguagem APDL, de forma semelhante a outras linguagens como PASCAL, C++, FORTRAN etc., possui métodos para a declaração de variáveis, execução de laços, decisões lógicas, atribuição de valores, operadores matemáticos e funções paramétricas, o que permite a definição dos parâmetros desejados e variação automática dos mesmos.

A fim de se quantificar os efeitos provocados pelos entalhes nas vigas, foram analisados valores de tensões normais, deslocamentos verticais e tensões cisalhantes em pontos específicos da viga que serão mais relevantes para cada parâmetro, de acordo com os casos analisados. Estes resultados foram comparados àqueles obtidos pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, a fim de se encontrar fatores de correção para as mesmas.

### 3.3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E CARREGAMENTOS MÁXIMOS

A princípio, entende-se que o tipo de material não deve influenciar nos resultados. Quanto às dimensões (seção transversal da viga, comprimentos e alturas dos entalhes, posição dos entalhes, nível de carregamento etc.) admite-se que o fator mais importante é a relação entre elas. Desta forma, foram pré-estabelecidos alguns parâmetros dentro de intervalos considerados em situações usuais.

Como referência, foram adotados seção transversal retangular, com largura (b) de 5 cm e altura (h) de 15 cm, vão da viga de 300 cm, bi-apoiado, e madeira do tipo Dicotiledônea C40. As propriedades elásticas para material ortotrópico foram consideradas da seguinte forma:

- $f_{c0,d} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$
- $f_{c90,d} = 0,40 \text{ kN/cm}^2$
- $f_{v0,d} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$

- $E_{c0, ef} = E_x = 1092 \text{ kN/cm}^2$
- $E_y = 54,6 \text{ kN/cm}^2$
- $E_z = 54,6 \text{ kN/cm}^2$
- $\nu_{xy} = 0,30$
- $\nu_{yz} = 0,10$
- $\nu_{xz} = 0,10$
- $G_{xy} = 54,6 \text{ kN/cm}^2$
- $G_{yz} = 54,6 \text{ kN/cm}^2$
- $G_{xz} = 54,6 \text{ kN/cm}^2$

Cada caso de viga entalhada foi analisado com duas opções de carregamento: carregamento uniformemente distribuído e forças concentradas a cada terço do comprimento da viga. No caso do carregamento distribuído, optou-se por utilizar o recurso da ação da gravidade, ou seja, toda a solicitação foi transformada como ação gravitacional aplicada em todos os elementos. Inicialmente foi estimada uma solicitação que provocasse tensão normal ou deslocamento limite na viga, admitindo-se o mais crítico entre os dois.

Considerando o caso de uma viga bi-apoiada com força uniformemente distribuída ( $q$ ) obteve-se um valor de aproximadamente  $q = 0,022 \text{ kN/cm}$ , definido pelo máximo deslocamento ( $L/200$ ) previsto na ABNT NBR 7190:1997. Conhecendo-se este valor limite, decidiu-se utilizar  $q = 0,015 \text{ kN/cm}$ . Esta solicitação de cálculo em uma viga de seção transversal  $5 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ , com  $L = 300 \text{ cm}$ , implica em considerar uma massa específica (densidade) para a viga igual a:

$$\gamma = \frac{q \cdot L}{\text{Vol}} = \frac{0,015 \times 300}{5 \times 15 \times 300} = 2 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^3$$

Operacionalmente é mais interessante considerar que o material da viga tem a densidade definida anteriormente e a viga está sob uma ação da gravidade unitária. Isto representa a solicitação esperada na forma de força uniformemente distribuída.

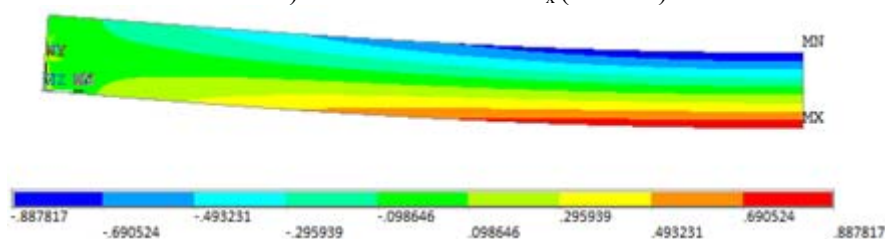
Para se estimar o valor das forças concentradas a cada terço de comprimento da viga ( $F$ ), procedeu-se de forma semelhante ao caso do carregamento distribuído, estimando-se o valor da solicitação que provoca tensão normal ou deslocamento limite na viga. O valor crítico determinado foi de  $F = 2,4 \text{ kN}$ , definido pelo máximo deslocamento, decidindo-se

então utilizar  $F = 2 \text{ kN}$ . Como se está trabalhando com recurso de simetria transversal da viga, entrou-se com apenas metade deste valor no programa, para a realização das simulações, ou seja,  $1 \text{ kN}$ .

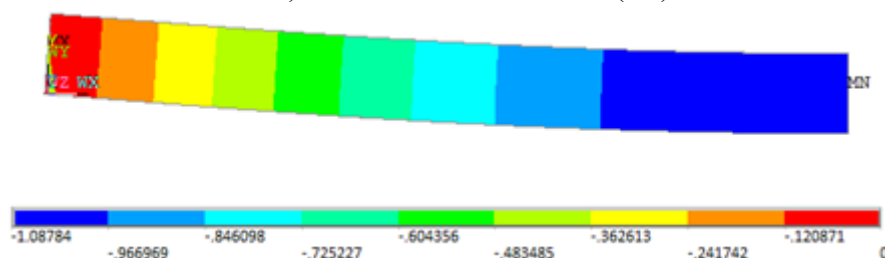
É importante ressaltar a diferença que existe entre os valores das tensões e deslocamentos obtidos pelas simulações e os calculados pela teoria clássica da Resistência dos Materiais, pois esta última não leva em conta o material com propriedades ortotrópicas, como se está considerando neste trabalho. Tomando-se a viga cheia como exemplo, com vão  $300 \text{ cm}$  e carregamento distribuído de  $0,015 \text{ kN/cm}$ , têm-se os valores de tensões  $S_x$  e deslocamentos verticais obtidos pelas simulações conforme Figura 31a e Figura 31b, respectivamente.

Figura 31 – Resultados para a viga cheia

a) Tensões normais  $S_x$  ( $\text{kN/cm}^2$ )



b) Deslocamentos verticais (cm)



Fonte: Autor

Calculando-se estes valores pela teoria clássica da Resistência dos Materiais, tem-se um  $S_x$  igual a  $0,90 \text{ kN/cm}^2$  e deslocamento vertical igual a  $1,03 \text{ cm}$ , o que resulta em diferenças de  $1\%$  e  $6\%$ , respectivamente, dos valores da simulação. Entretanto, como o intuito deste trabalho é encontrar fatores de correção para as fórmulas da teoria clássica quando se têm entalhes nas vigas, esta diferença também será corrigida.

### 3.4 ESTUDO DE MALHA

Neste trabalho buscou-se fazer as simulações com malha quadrangular, devido à regularidade e proporcionalidade das dimensões, fornecendo, conseqüentemente, resultados melhores.

Como o método é numérico, ou seja, o domínio é subdividido em várias partes discretizadas, haverá uma tendência em se obter maior precisão dos resultados com o refinamento da malha até um ponto de convergência, onde os resultados se estabilizam. Dessa forma, buscou-se determinar a densidade ótima da malha.

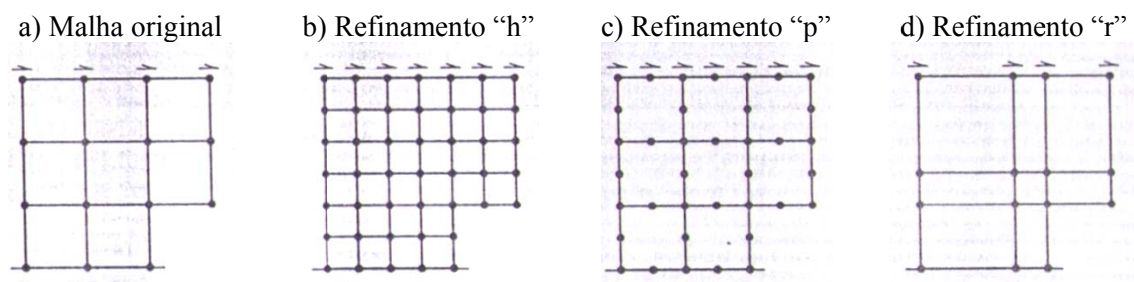
O estudo de convergência é um dos métodos para se determinar se a malha utilizada apresenta resultados confiáveis, pois na maior parte dos casos a solução é aproximada, sendo impossível saber a precisão da análise que está sendo feita sem a realização deste teste (KIM; SANKAR, 2011).

Como se tem um ponto de singularidade no modelo, que é a quina do entalhe, alguns cuidados especiais devem ser tomados quanto à construção da malha. Este é um ponto de concentração de tensões, devido à mudança brusca de seção transversal, os valores das tensões naquela região não atingem um valor de convergência conforme se refina a malha.

De acordo com Kim e Sankar (2011), se o ponto de interesse não coincidir com o ponto de singularidade, as análises podem ser realizadas sem nenhuma consideração adicional. Como a análise das tensões nas proximidades do entalhe é importante para este trabalho, deve-se encontrar uma maneira de solucionar este efeito, para que se possa obter uma convergência da malha naquela região também e assim poder realizar as análises com resultados confiáveis.

De acordo com Cook (1995), existem três possibilidades de refinamento de uma malha plana: o refinamento “h” (Figura 32b), no qual altera-se o tamanho dos elementos sem mudar os tipos dos mesmos (“p” constante); o refinamento “p” (Figura 32c), no qual deixam-se constantes os tamanhos dos elementos (“h” constante) e altera-se o tipo dos mesmos, podendo-se adicionar nós aos elementos ou graus de liberdade aos nós existentes; e o refinamento “r” (Figura 32d), no qual os nós existentes são rearranjados, sem alteração das quantidades de elementos e graus de liberdade.

Figura 32 – Possíveis refinamentos para uma malha plana



Fonte: Cook (1995)

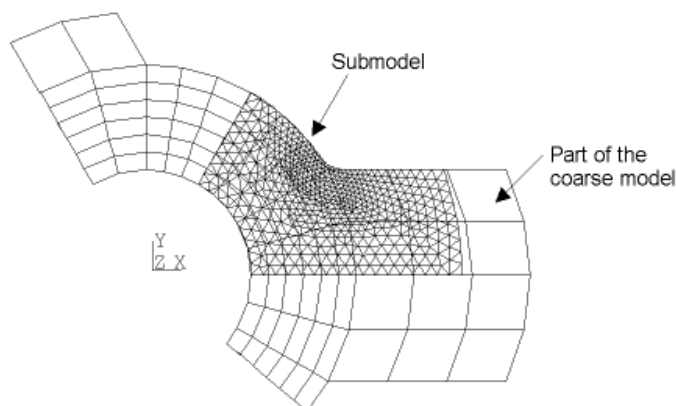
Ainda segundo o mesmo autor, para problemas contendo singularidades, como as quinas, o refinamento "p" converge mais rápido do que o "h", principalmente se combinado com o refinamento "r", de forma que a malha no entorno da singularidade fique mais densa.

Cook (1995) também apresenta a técnica de submodelagem para o tratamento dos pontos de concentração de tensões, que consiste em se modelar o problema todo com uma malha que seja pobre para fornecer bons resultados de tensões, mas refinada o suficiente para fornecer resultados adequados de deslocamentos, e posteriormente gerar-se um submodelo no entorno da região a ser analisada, com malha mais refinada, impondo-se nos nós os deslocamentos previamente determinados como condição de contorno (Figura 33).

Como exemplo, na Figura 34a pode-se ver parte da malha do problema global a ser resolvido, com densidade de malha suficiente para as regiões não pertencentes ao ponto de singularidade. Na Figura 34b pode-se ver o submodelo criado para a região de interesse, que possui malha mais refinada que a do modelo global, sendo os nós A, B, C e D comuns ao modelo e ao submodelo. Os deslocamentos foram impostos em todos os nós do contorno BCDA, sendo que foram interpolados valores para aqueles nós que não estão presentes no modelo global (COOK, 1995).



Figura 33 – Técnica de submodelagem

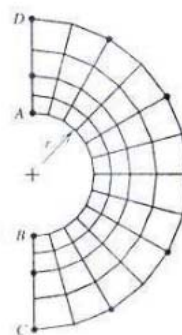
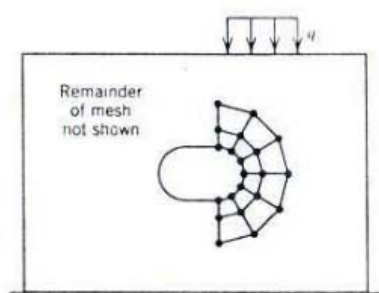


Fonte: ANSYS (2013)

Figura 34 – Exemplo da técnica de submodelagem

a) Malha do problema global (malha pobre)

b) Submodelo da área de interesse, onde os nós A, B, C e D também aparecem no modelo global



Fonte: Cook (1995)

Outras alternativas, apresentadas por ESSS (2014), seriam: suavizar por meio de arredondamento ou chanfro os cantos vivos das quinas dos entalhes, a fim de se minimizar o efeito de concentração de tensões, ou definir um material com plasticidade na região onde ocorre a singularidade, pois o aumento de tensão localizado atingirá o valor de escoamento, e a plastificação local provocará um alívio de tensão.

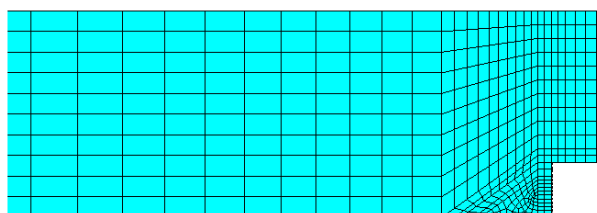
Fazendo-se os testes de malha, decidiu-se trabalhar com malha mais concentrada na região próxima à quina, pois nesta região os parâmetros eram mais sensíveis ao refinamento, deixando-se as partes menos sensíveis com malha menos densa, a fim de se economizar tempo de processamento, tendo-se uma configuração semelhante ao refinamento “r” já apresentado. Foram criadas divisões fixas nas áreas conforme Figura 35a, e posteriormente gerou-se a malha, conforme Figura 35b e Figura 35c.

Figura 35 – Configuração da malha a ser utilizada

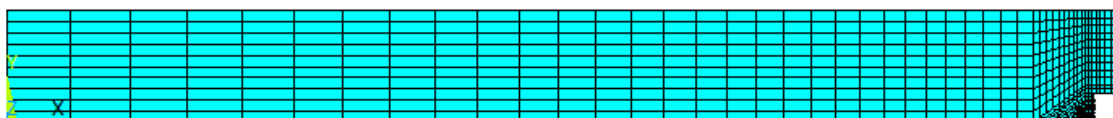
a) Divisões de áreas próximas à quina



b) Malha gerada na região próxima à quina



c) Malha do modelo completo da viga

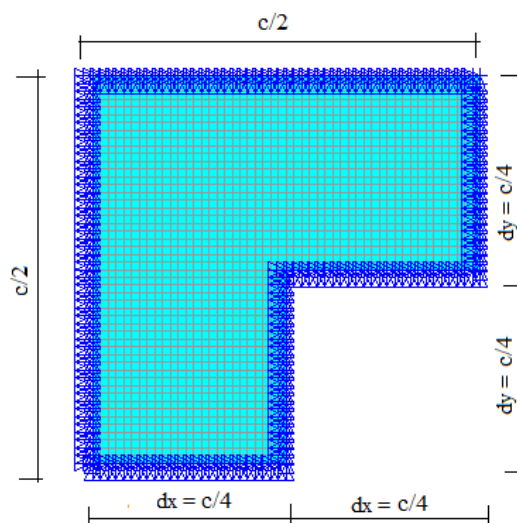


Fonte: Autor

A partir desta malha, a primeira tentativa foi a de admitir plasticidade no material dos elementos mais próximos à quina, a fim de se obter escoamento do material e convergência da malha nesta região. No entanto, fazendo-se o modelo completo no regime elástico-linear e o submodelamento da região da quina admitindo-se plasticidade, obtiveram-se melhores resultados.

O submodelo foi considerado em forma de L invertido na região da quina, conforme mostrado na Figura 36. A busca pelo melhor resultado foi baseada na variação do número de divisões (ndiv) na horizontal e na vertical até se obter uma estabilização das respostas. É imprescindível que a malha no modelo completo, especialmente nesta mesma região, seja suficientemente apropriada para fornecer bons resultados de deslocamentos, visto que estes seriam impostos ao submodelo como condições de contorno. As dimensões do submodelo foram consideradas em função do parâmetro “c”, que é a largura do entalhe, de acordo com a Figura 36.

Figura 36 – Submodelo com os deslocamentos impostos

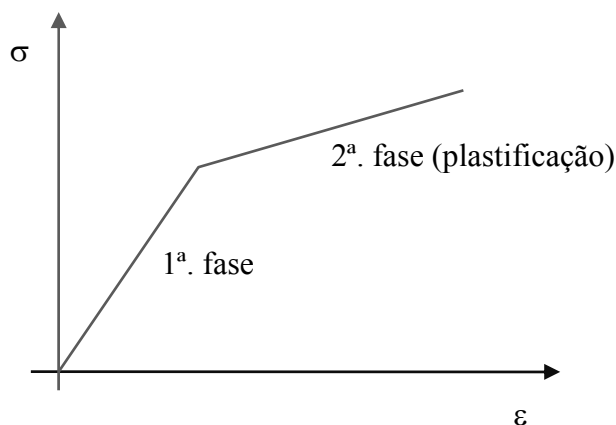


Fonte: Autor

Para a consideração de material ortotrópico com plasticidade no submodelo, foi necessário utilizar no ANSYS o modelo de material denominado ANISO. Desta forma, poderão ser consideradas tensões de escoamento para diferentes direções, no caso, representadas pelos valores das tensões  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$ . Sendo assim, foi necessário empregar o elemento SOLID45, em vez do elemento SOLID185. Este último, apesar de mais moderno, não tem esta capacidade de acordo com o manual ANSYS (2013) e consulta ao suporte técnico do produto.

O material foi considerado como bi-linear, onde a segunda fase representa o escoamento do material, Figura 37.

Figura 37 – Material de comportamento bi-linear



Fonte: Autor

A relação entre estes limites de escoamento foi considerada de acordo com a ABNT NBR 7190:1997: relação entre limite de escoamento para tensão normal em x ( $S_{plast}$ ) e o limite para tensão normal em y como 0,25 do  $S_{plast}$ , e para a tensão cisalhante em xy, como 0,12 do  $S_{plast}$ . Além dos limites de escoamento, foi necessário também impor uma redução dos módulos  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$  e  $G_{xz}$ , para a fase de plastificação. Considerou-se esta redução igual a 50% do valor da primeira fase de cada parâmetro. Isto foi estabelecido após testes, que indicavam uma redução ótima entre 50% e 75%.

Definidos estes limites, foram feitos testes, a cada caso de viga entalhada simulada, de valores de tensão de escoamento  $S_x$  que proporcionavam a convergência das tensões  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$  na quina do entalhe, conforme variava-se o número de divisões no submodelo, a fim de se escolher o mais adequado.

### 3.5 CASOS ESTUDADOS

Neste trabalho, foram analisados quatro tipos de vigas:

- Viga com entalhe no meio do vão (Figura 38);

Figura 38 – ¼ da viga com entalhe no meio do vão



Fonte: Autor

- Viga com entalhe no terço extremo do vão, a 50 cm do apoio (Figura 39);

Figura 39 – ¼ da viga com entalhe no terço extremo



Fonte: Autor

- Viga com entalhe no apoio (Figura 40), sendo que neste caso foi considerada a chapa de apoio de comprimento igual à largura do entalhe, e um complemento

auxiliar de viga à esquerda do apoio, de tamanho  $c/2$ , para melhor estabilidade do modelo. Observa-se também na Figura 40 e Figura 41 a existência do bloco de apoio para transferência de forças por meio de contato, cujas características foram definidas em 3.2, pág. 40;

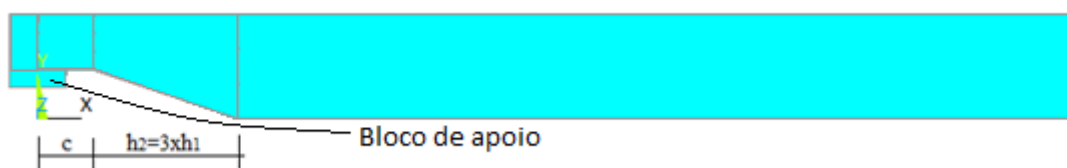
Figura 40 –  $\frac{1}{4}$  da viga com entalhe no apoio



Fonte: Autor

- Viga com entalhe no apoio e mísula de comprimento mínimo recomendado pela ABNT NBR 7190:1997, de três vezes a altura do entalhe (Figura 41).

Figura 41 –  $\frac{1}{4}$  da viga com entalhe no apoio e mísula



Fonte: Autor

Para cada viga, foram testados valores de altura do entalhe ( $h_1$ ) de 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm e 7 cm, e larguras ( $c$ ) de 5 cm, 6 cm e 8 cm, com duas opções de carregamento: um uniformemente distribuído e o outro com forças concentradas a cada terço do vão da viga, e foram analisadas tensões normais  $S_x$  máximas e mínimas e deslocamento vertical no meio do vão, e tensões  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$  na quina do entalhe. Estes valores foram comparados com os respectivos valores obtidos com as fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, sendo então propostos fatores de correção para as mesmas com base nos valores obtidos pelas simulações numéricas.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE NUMÉRICA

#### 4.1 VIGAS COM ENTALHE NO MEIO DO VÃO

##### 4.1.1 Com carregamento uniformemente distribuído

Para facilitar o texto, deste ponto em diante será designado de “malha suficiente” aquela malha que produz no modelo resultados apropriados (estáveis) para tensões e deslocamentos, exceto no ponto de singularidade, ou seja, na quina do entalhe.

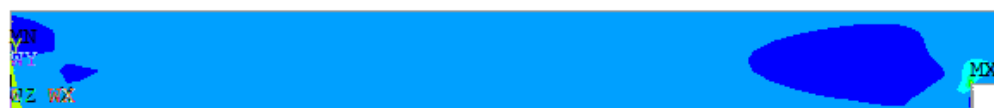
Simulando-se inicialmente os modelos completos de viga com malha suficiente, percebeu-se que para todos os casos de alturas e larguras de entalhe analisadas, a máxima tensão  $S_x$  de tração (ponto MX) ocorreu na quina do entalhe, enquanto a máxima de compressão (ponto MN) ocorreu no centro do vão, na face superior da viga, conforme mostrado na Figura 42a. Em relação à tensão normal  $S_y$  e à tensão cisalhante  $S_{xy}$ , as máximas também ocorreram na quina, conforme mostram a Figura 42b e Figura 42c, respectivamente, e o deslocamento vertical ( $u$ ) máximo (MN) foi no meio do vão, conforme Figura 42d.

Figura 42 – Viga com entalhe no meio do vão

a) Tensões normais  $S_x$



b) Tensões normais  $S_y$



c) Tensões cisalhantes  $S_{xy}$ d) Deslocamentos verticais  $u$ 

Fonte: Autor

Os valores de tensões normais máxima ( $S_{x\_cMAX}$ ) e mínima ( $S_{x\_cMIN}$ ) no centro, bem como o deslocamento vertical ( $u_{centro}$ ), foram obtidos diretamente do modelo com malha suficiente no regime elástico-linear, visto que nesta região não existe singularidade na geometria, enquanto que os valores das tensões na quina foram obtidos fazendo-se o submodelo contemplando plasticidade no material.

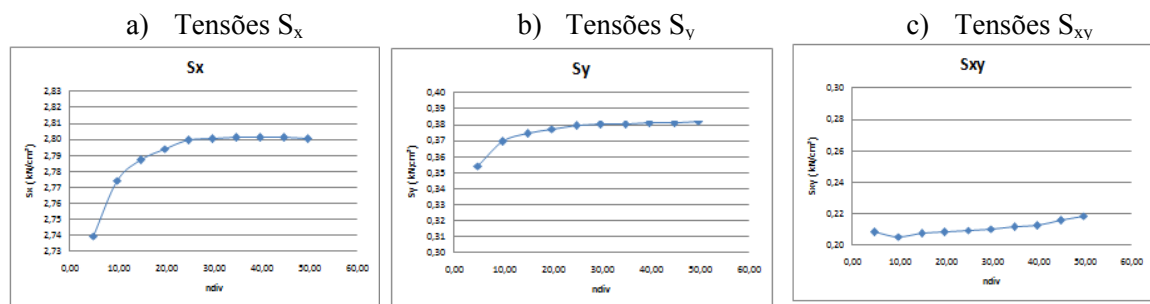
Para se escolher a tensão de escoamento ( $S_{plast}$ ) adequada para cada caso simulado, ou seja, cada combinação de altura e largura de entalhe na viga, tomava-se como base o valor da tensão na quina pelo modelo completo, ou seja, a tensão de escoamento deveria ser menor que este valor. Posteriormente analisava-se a convergência dos parâmetros  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$  conforme aumentava-se o número de divisões do submodelo ( $ndiv$ ).

Como exemplo, tem-se o caso de entalhe com altura ( $h_1$ ) 4 cm e largura ( $c$ ) 8 cm. A tensão normal máxima na quina, no modelo completo ( $S_{x\_q}$ ), foi de 4,16 kN/cm<sup>2</sup>. Testando-se inicialmente tensões de escoamento em  $x$  ( $S_{plast}$ ) de 2 kN/cm<sup>2</sup> (Tabela 3) e 2,5 kN/cm<sup>2</sup> (Tabela 4), e plotando-se diagramas tendo nas abscissas o número de divisões do submodelo ( $ndiv$ ) e nas ordenadas o parâmetro a ser analisado (tensões  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$  na quina), que podem ser vistos na Figura 43 e Figura 44, respectivamente, percebe-se que estes três parâmetros atingem um ponto de convergência. De outro lado, enquanto se utiliza escoamentos de 3 kN/cm<sup>2</sup> (Tabela 5 e Figura 45) e 3,5 kN/cm<sup>2</sup> (Tabela 6 e Figura 46), que se aproximam mais do valor do  $S_x$  na quina no modelo completo, começa-se a perder a convergência. Lembrando-se que o escoamento para tensão normal em  $y$  foi considerado igual a 0,25 do  $S_{plast}$  e para a tensão cisalhante em  $xy$ , 0,12 do  $S_{plast}$ , conforme considerações da ABNT NBR 7190:1997. Dessa forma, o valor de  $S_{plast}$  escolhido para este caso foi o de 2,5 kN/cm<sup>2</sup>.

Tabela 3 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 2 kN/cm<sup>2</sup>

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	4,00	5,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,74	0,35	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	10,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,77	0,37	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	15,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,79	0,37	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,79	0,38	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	25,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	30,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	35,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	40,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,21	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	45,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,22	1,57	2,14	2,00
8,00	4,00	50,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,80	0,38	0,22	1,57	2,14	2,00

Fonte: Autor

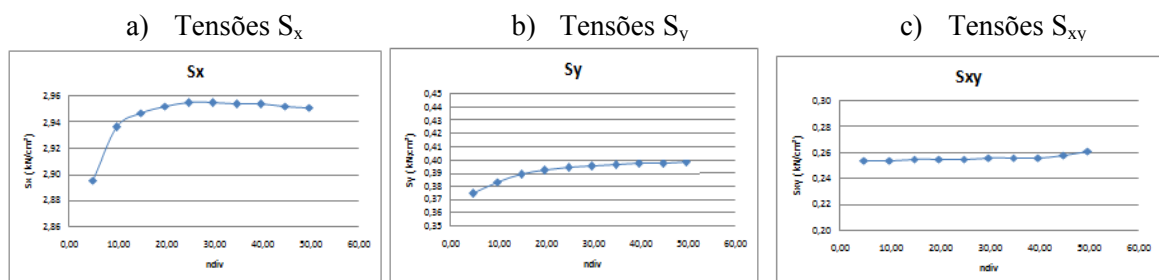
Figura 43 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 2 kN/cm<sup>2</sup>

Fonte: Autor

Tabela 4 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 2,50 kN/cm<sup>2</sup>

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	4,00	5,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,90	0,37	0,25	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	10,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,94	0,38	0,25	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	15,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,39	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,39	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	25,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,96	0,39	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	30,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,96	0,40	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	35,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,40	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	40,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,40	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	45,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,40	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	4,00	50,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	2,95	0,40	0,26	1,57	2,14	2,50

Fonte: Autor

Figura 44 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 2,50 kN/cm<sup>2</sup>

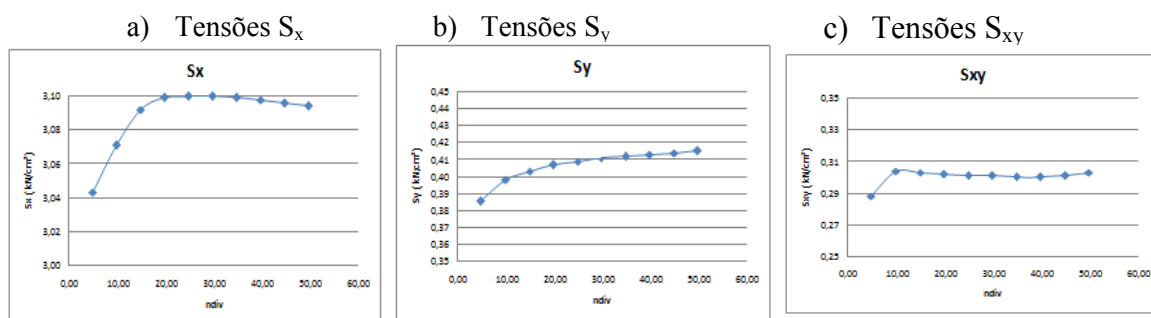
Fonte: Autor



Tabela 5 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 3 kN/cm<sup>2</sup>

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	4,00	5,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,04	0,39	0,29	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	10,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,07	0,40	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	15,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,09	0,40	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	25,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	30,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	35,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	40,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	45,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,10	0,41	0,30	1,57	2,14	3,00
8,00	4,00	50,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,09	0,42	0,30	1,57	2,14	3,00

Fonte: Autor

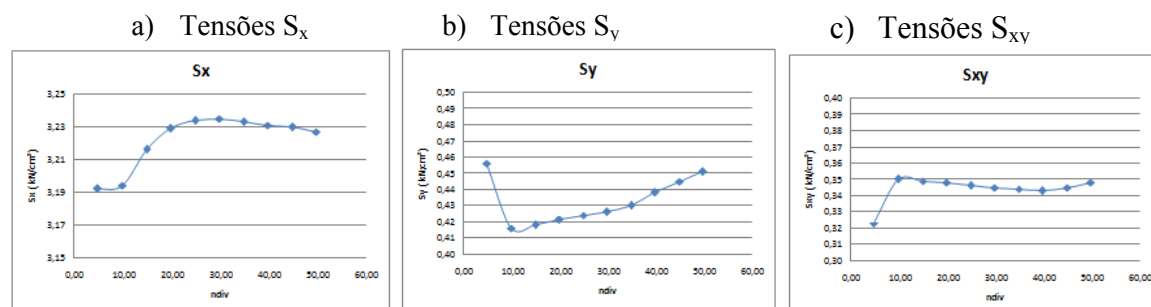
Figura 45 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 3 kN/cm<sup>2</sup>

Fonte: Autor

Tabela 6 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 3,50 kN/cm<sup>2</sup>

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	4,00	5,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,19	0,46	0,32	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	10,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,19	0,42	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	15,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,22	0,42	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,42	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	25,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,42	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	30,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,24	0,43	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	35,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,43	0,34	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	40,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,44	0,34	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	45,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,45	0,35	1,57	2,14	3,50
8,00	4,00	50,00	2,00	2,00	-1,40	4,16	3,23	0,45	0,35	1,57	2,14	3,50

Fonte: Autor

Figura 46 – Estudo de convergência para o submodelo com plastificação de 3,50 kN/cm<sup>2</sup>

Fonte: Autor

Escolhidos os limites de escoamento  $S_{plast}$  para cada combinação de altura e largura de entalhe, obtiveram-se os resultados das simulações de acordo com a Tabela 7, Tabela 8 e Tabela 9, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Para todos os casos, considerou-se o submodelo com número de divisões (ndiv) igual a 20, que já fornecia resultados suficientemente bons.

Tabela 7 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,17	2,85	1,99	0,20	0,14	1,12	1,58	1,50
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,27	3,48	2,46	0,30	0,20	1,31	1,84	2,00
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,40	4,16	2,95	0,39	0,26	1,57	2,14	2,50
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,59	4,93	3,51	0,50	0,31	1,92	2,51	3,00
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	1,86	5,90	4,17	0,62	0,36	2,39	2,98	3,50
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	2,25	7,15	4,98	0,77	0,42	3,05	3,63	4,00

Fonte: Autor

Tabela 8 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,17	2,91	2,02	0,20	0,14	1,11	1,77	1,50
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,25	3,56	2,51	0,30	0,20	1,30	2,07	2,00
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,38	4,25	3,02	0,40	0,25	1,55	2,41	2,50
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,56	5,03	3,58	0,50	0,31	1,90	2,82	3,00
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	1,81	6,01	4,24	0,63	0,36	2,37	3,34	3,50
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	2,18	7,28	5,07	0,77	0,41	3,02	4,04	4,00

Fonte: Autor

Tabela 9 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,16	2,97	2,05	0,21	0,14	1,10	1,91	1,50
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,25	3,63	2,56	0,30	0,19	1,29	2,25	2,00
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,37	4,32	3,09	0,40	0,24	1,54	2,62	2,50
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,55	5,12	3,65	0,51	0,30	1,88	3,06	3,00
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	1,79	6,10	4,34	0,63	0,35	2,35	3,62	3,50
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	2,15	7,38	5,18	0,78	0,40	3,01	4,37	4,00

Fonte: Autor

Percebeu-se que os todos os parâmetros cresceram consideravelmente com o aumento da altura do entalhe, enquanto que as maiores variações entre larguras ocorreram para a tensão máxima no centro ( $S_{x\_cMAX}$ ), entre as larguras 5 cm e 8 cm, que resultaram em aproximadamente 20%, sendo que as variações dos outros parâmetros com a largura foram inferiores a 6%. Pôde-se notar também que o  $S_{x\_cMAX}$  e o  $S_x$  aumentavam conforme diminuía-se a largura do entalhe, enquanto que o  $S_{x\_cMIN}$  e o  $u_{centro}$  apresentavam um pequeno aumento conforme aumentava-se a largura do entalhe.

Dessa forma entende-se que, para entalhes no meio do vão da viga, quanto menor a largura do entalhe, mais a concentração de tensões na quina influencia nas tensões máximas no centro, portanto, maiores os valores de  $S_{x\_cMAX}$ . Em relação aos deslocamentos verticais no centro, maiores larguras do entalhe geram maior redução de material da viga, o que faz com que os deslocamentos aumentem.

Notou-se também que, para o carregamento escolhido, os valores de  $S_x$  e  $S_{x\_cMAX}$  para todos os casos extrapolaram o limite de resistência da madeira ( $f_{c,0d} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$ ), este último exceto para o caso de viga com entalhe de altura 2 cm e largura 8 cm, enquanto que entalhes com altura a partir de 5 cm extrapolaram os parâmetros  $S_{x\_cMIN}$ ,  $S_y$  ( $f_{c,90d} = 0,4 \text{ kN/cm}^2$ ) e deslocamento vertical ( $L/200$ , que resulta em  $u_{lim} = 1,50 \text{ cm}$ ). Com alturas a partir de 3 cm o parâmetro  $S_{xy}$  já começaram a exceder o limite de resistência ( $f_{v,0d} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$ ), mostrando que o entalhe no meio do vão realmente constitui-se numa situação crítica.

Posteriormente, calcularam-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, conforme apresentado em 2.2 deste trabalho. Foi agregado o índice “t” para designar estas tensões “teóricas”. Então, tem-se as tensões no centro máxima ( $S_{x\_cMAXt}$ ) e mínima ( $S_{x\_cMINt}$ ), levando em conta a redução de seção transversal neste ponto, bem como a tensão normal máxima na quina ( $S_{x\_qt}$ ) e cisalhante ( $S_{xy\_qt}$ ) na quina. Fazendo-se a relação entre os valores das simulações pelos valores teóricos, foram construídos gráficos nos quais cada curva representa uma largura de entalhe, e têm-se as alturas de entalhe nas abscissas e os fatores de correção das fórmulas clássicas (relação entre os valores simulados pelos valores teóricos) nas ordenadas.

Para o caso dos deslocamentos, estes fatores foram determinados para correção diretamente da viga cheia, dividindo-se o deslocamento da simulação para cada caso pelo deslocamento da viga cheia ( $u_{t\_centro}$ ). Para se determinar as equações de correção, foram adicionadas linhas de tendência às séries, observando-se o parâmetro  $R^2$  a fim de se escolher as que se encaixavam melhor para cada caso, ou seja, quanto mais próximo de 1 este parâmetro, melhor o ajuste da linha de tendência da série.

Estes resultados podem ser vistos na Tabela 10, Tabela 11 e Tabela 12, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, percebeu-se que

a diferença entre os valores teóricos e simulados para a tensão mínima no centro é baixa (de 4% a 8%), sendo os valores teóricos maiores, enquanto que esta diferença é grande para as tensões máximas no centro (de 15% a 60%) e na quina (de 58% a 85%), sendo os valores das simulações maiores que os teóricos. Isso ocorre em função de o entalhe estar na face tracionada das vigas, causando maior perturbação nas tensões nesta região, além de que a posição do entalhe (face superior ou inferior) não é levada em conta nas fórmulas clássicas da Resistência dos Materiais, apenas a redução de seção transversal.

Um fato importante é que, como o esforço cortante próximo do centro é muito baixo, os valores teóricos das tensões cisalhantes em xy na quina resultaram em zero, sendo que nas simulações elas têm valores de 0,14 kN/cm<sup>2</sup> a 0,42 kN/cm<sup>2</sup>, excedendo na maioria dos casos a resistência da madeira ao cisalhamento paralelo às fibras ( $f_{v,0d} = 0,19$  kN/cm<sup>2</sup>). Dessa forma, não foi possível estimar fatores de correção para os valores teóricos.

Tabela 10 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,03	1,14	915,42	6,50	1,20	1,20	0,94	1,32	168,63	0,06	1,20	1,66	0,00
8,00	3,00	1,03	1,23	720,00	6,00	1,41	1,41	0,93	1,31	168,63	0,06	1,41	1,75	0,00
8,00	4,00	1,03	1,36	554,58	5,50	1,67	1,67	0,94	1,28	168,63	0,06	1,67	1,77	0,00
8,00	5,00	1,03	1,54	416,67	5,00	2,03	2,03	0,95	1,24	168,63	0,06	2,02	1,74	0,00
8,00	6,00	1,03	1,80	303,75	4,50	2,50	2,50	0,96	1,19	168,63	0,06	2,50	1,67	0,00
8,00	7,00	1,03	2,18	213,33	4,00	3,16	3,16	0,96	1,15	168,63	0,06	3,16	1,58	0,00

Fonte: Autor

Tabela 11 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,03	1,13	915,42	6,50	1,20	1,20	0,93	1,47	168,68	0,05	1,20	1,69	0,00
6,00	3,00	1,03	1,22	720,00	6,00	1,41	1,41	0,92	1,47	168,68	0,05	1,41	1,79	0,00
6,00	4,00	1,03	1,34	554,58	5,50	1,67	1,67	0,93	1,44	168,68	0,05	1,67	1,80	0,00
6,00	5,00	1,03	1,51	416,67	5,00	2,03	2,03	0,94	1,39	168,68	0,05	2,02	1,77	0,00
6,00	6,00	1,03	1,76	303,75	4,50	2,50	2,50	0,95	1,34	168,68	0,05	2,50	1,70	0,00
6,00	7,00	1,03	2,12	213,33	4,00	3,16	3,16	0,96	1,28	168,68	0,05	3,16	1,60	0,00

Fonte: Autor

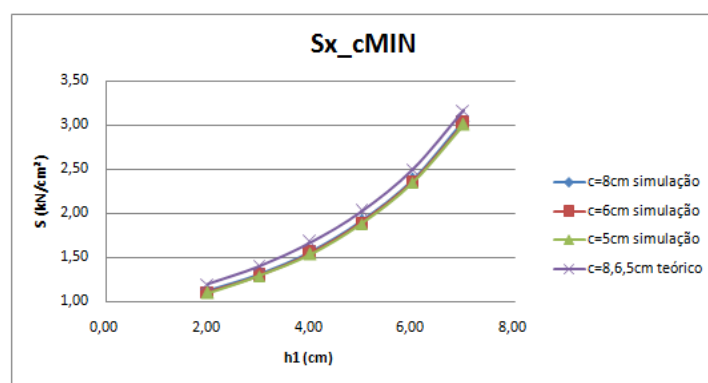
Tabela 12 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,03	1,13	915,42	6,50	1,20	1,20	0,92	1,59	168,70	0,04	1,20	1,71	0,00
5,00	3,00	1,03	1,21	720,00	6,00	1,41	1,41	0,92	1,60	168,70	0,04	1,41	1,82	0,00
5,00	4,00	1,03	1,33	554,58	5,50	1,67	1,67	0,92	1,57	168,70	0,04	1,67	1,85	0,00
5,00	5,00	1,03	1,50	416,67	5,00	2,03	2,03	0,93	1,51	168,70	0,04	2,02	1,80	0,00
5,00	6,00	1,03	1,74	303,75	4,50	2,50	2,50	0,94	1,45	168,70	0,04	2,50	1,73	0,00
5,00	7,00	1,03	2,08	213,33	4,00	3,16	3,16	0,95	1,38	168,70	0,04	3,16	1,64	0,00

Fonte: Autor

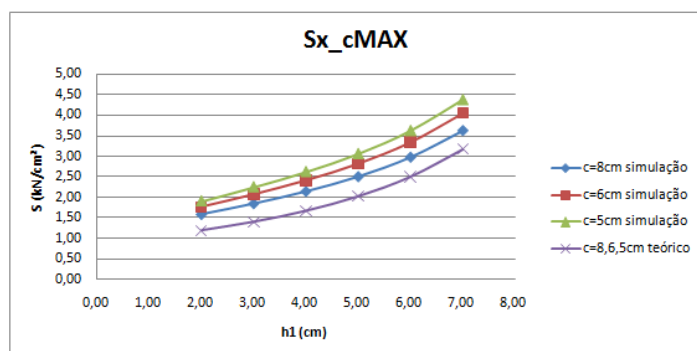
A evolução destes parâmetros pode ser melhor visualizada na Figura 47, Figura 48, Figura 49 e Figura 50, onde se apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes à tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 47 – Variação da tensão mínima no centro



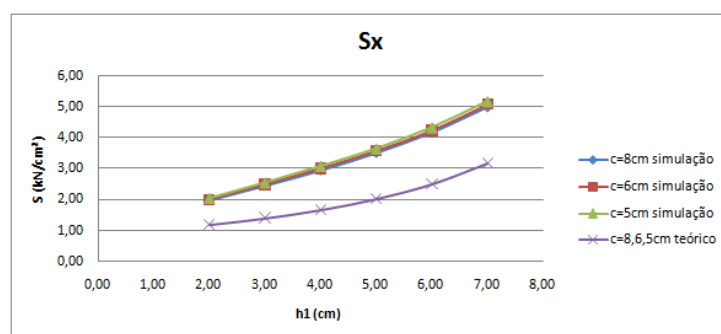
Fonte: Autor

Figura 48 – Variação da tensão máxima no centro

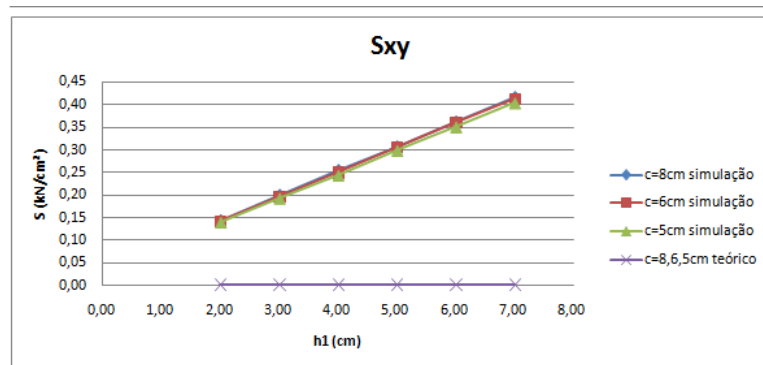


Fonte: Autor

Figura 49 – Variação da tensão normal  $S_x$  na quina



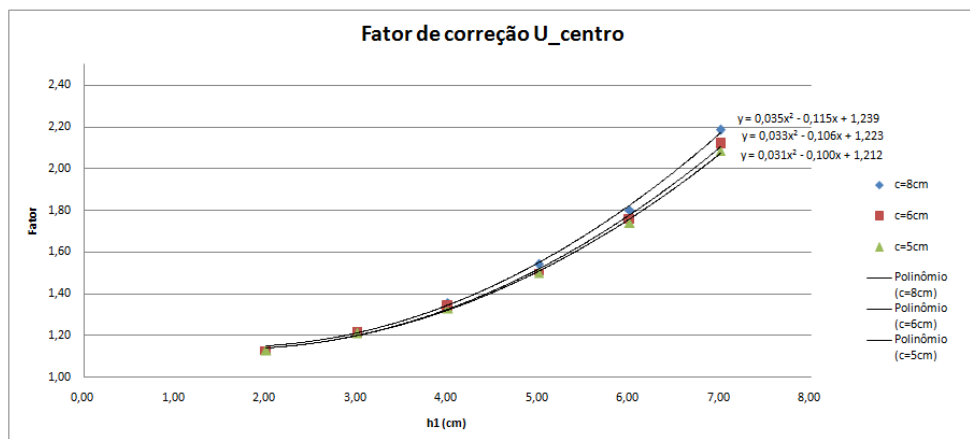
Fonte: Autor

Figura 50 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

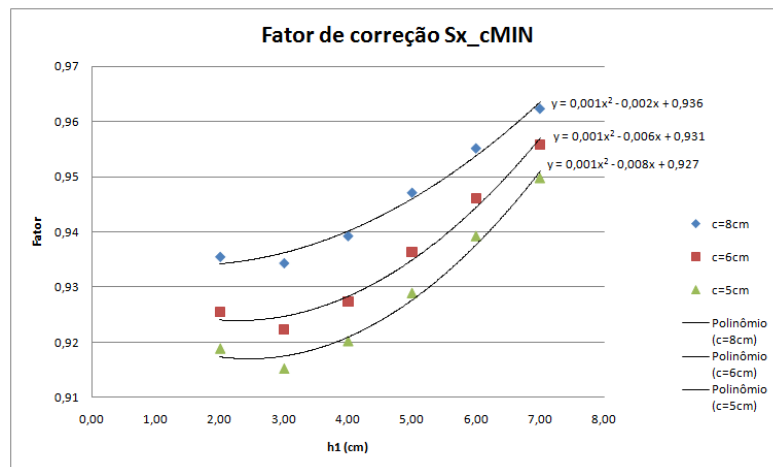
Os diagramas dos fatores de correção, bem como as equações, podem ser vistos na Figura 51, Figura 52, Figura 53 e Figura 54, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal mínima no centro ( $S_{x\_c\text{MIN}}$ ), tensão normal máxima no centro ( $S_{x\_c\text{MAX}}$ ) e tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ). As três primeiras curvas foram aproximadas por equações polinomiais de segundo grau, enquanto a última, por polinomial de terceiro grau.

Figura 51 – Fatores de correção para os deslocamentos no meio do vão



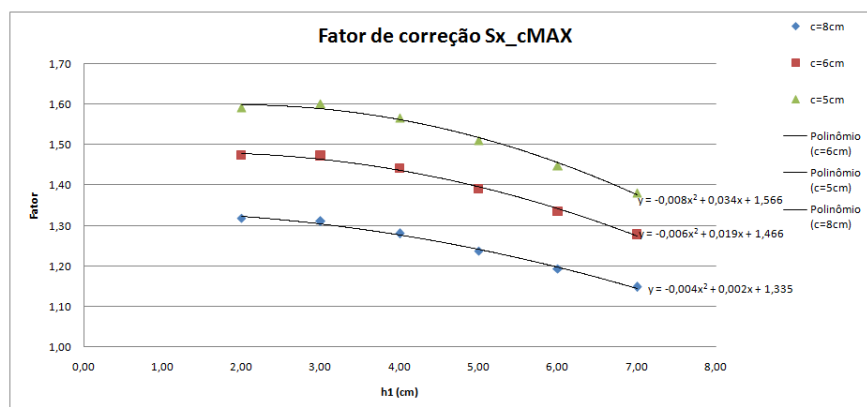
Fonte: Autor

Figura 52 – Fatores de correção para a tensão normal mínima no centro

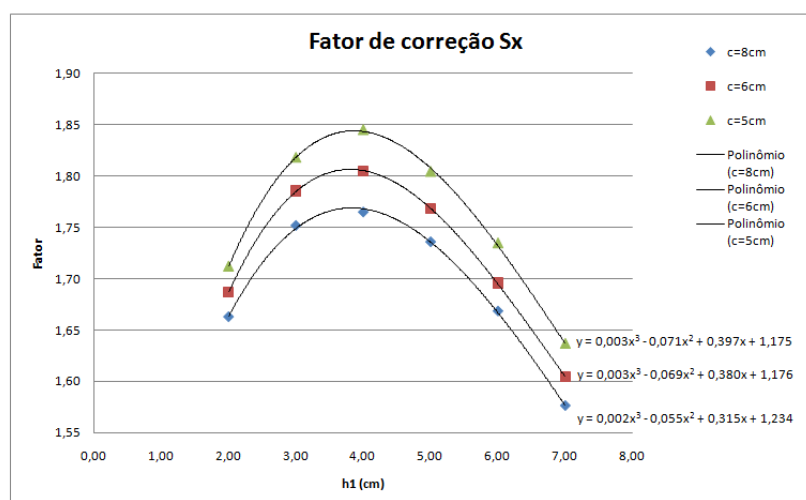


Fonte: Autor

Figura 53 – Fatores de correção para a tensão normal máxima no centro



Fonte: Autor

Figura 54 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

### 4.1.2 Com forças concentradas a cada terço do vão

Fazendo-se a simulação dos modelos completos de viga com malha suficiente, obteve-se praticamente a mesma situação observada na Figura 42, para as tensões normais  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_{xy}$  e deslocamentos verticais, correspondente ao caso de viga com carregamento uniformemente distribuído. A única diferença é que, em alguns casos, as tensões mínimas ocorreram na região da viga logo abaixo da força concentrada, mas como se trata de um efeito local de concentração de tensões, o mesmo foi desprezado.

Procedeu-se da mesma forma mostrada na Seção 4.1.1 para se escolher os limites de escoamento  $S_{plast}$  adequados para cada combinação de altura e largura de entalhe. Feito isso, obtiveram-se os resultados das simulações de acordo com a Tabela 13, Tabela 14 e Tabela 15, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 13 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,42	3,41	2,28	0,23	0,14	1,33	1,88	1,50
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,54	4,19	2,83	0,34	0,20	1,57	2,20	2,00
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,70	5,01	3,40	0,46	0,26	1,89	2,57	2,50
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,94	5,97	4,06	0,58	0,31	2,31	3,01	3,00
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	2,27	7,17	4,83	0,73	0,37	2,89	3,60	3,50
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	2,76	8,72	5,96	0,92	0,47	3,70	4,40	4,50

Fonte: Autor

Tabela 14 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,41	3,48	2,31	0,23	0,14	1,31	2,09	1,50
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,52	4,27	2,88	0,34	0,20	1,54	2,46	2,00
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,68	5,10	3,47	0,46	0,25	1,85	2,87	2,50
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,90	6,06	4,12	0,59	0,31	2,27	3,36	3,00
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	2,21	7,26	4,90	0,73	0,37	2,85	3,99	3,50
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	2,66	8,81	6,04	0,93	0,47	3,65	4,85	4,50

Fonte: Autor

Tabela 15 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,41	3,54	2,34	0,23	0,14	1,30	2,26	1,50
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,51	4,33	2,93	0,35	0,20	1,53	2,67	2,00
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,66	5,17	3,54	0,46	0,25	1,84	3,11	2,50
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,88	6,14	4,20	0,59	0,30	2,25	3,64	3,00
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	2,17	7,34	5,00	0,73	0,36	2,82	4,31	3,50
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	2,61	8,90	6,14	0,93	0,46	3,62	5,22	4,50

Fonte: Autor



Percebeu-se que, da mesma forma que aconteceu para o caso com carregamento distribuído, todos os parâmetros cresceram consideravelmente com o aumento da altura do entalhe, e variaram menos com a largura do mesmo, sendo que as maiores variações entre larguras ocorreram para a tensão máxima no centro ( $S_{x\_cMAX}$ ), entre as larguras 5 cm e 8 cm, que resultaram em aproximadamente 20%, enquanto as variações dos outros parâmetros com a largura foram inferiores a 6%. Pôde-se notar também que o  $S_{x\_cMAX}$  e o  $S_x$  aumentavam conforme diminuía-se a largura do entalhe, enquanto que o  $S_{x\_cMIN}$  e o  $u_{centro}$  apresentavam um pequeno aumento conforme aumentava-se a largura do entalhe.

Dessa forma percebe-se que, para entalhes no meio do vão da viga, quanto menor a largura do entalhe, mais a concentração de tensões na quina influencia nas tensões máximas no centro, portanto, maiores os valores de  $S_{x\_cMAX}$ . Em relação aos deslocamentos verticais no centro, maiores larguras do entalhe geram maior redução de material da viga, o que faz com que os deslocamentos aumentem.

Pôde-se notar também que, para o carregamento escolhido, os valores de  $S_x$  e  $S_{x\_cMAX}$  para todos os casos extrapolaram o limite de resistência da madeira ( $f_{c,0d} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$ ), enquanto que entalhes com altura a partir de 3 cm extrapolaram os parâmetros  $S_{xy}$  ( $f_{v,0d} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$ ) e deslocamento vertical ( $u_{lim} = 1,50 \text{ cm}$ ), e com alturas a partir de 4 cm os parâmetros  $S_{x\_cMIN}$  e  $S_y$  ( $f_{c,90d} = 0,40 \text{ kN/cm}^2$ ), podendo ocorrer o fendilhamento da madeira nesta região, que ocasionaria em ruptura brusca do material.

Posteriormente, calcularam-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, conforme apresentado em 2.2 deste trabalho, as tensões no centro máxima ( $S_{x\_cMAXt}$ ) e mínima ( $S_{x\_cMINt}$ ), levando em conta a redução de seção transversal neste ponto, bem como a tensão normal máxima na quina ( $S_{x\_qt}$ ) e tensão cisalhante máxima na quina ( $S_{xy\_qt}$ ). Os deslocamentos foram corrigidos diretamente para os valores da viga cheia.

Estes resultados podem ser vistos na Tabela 16, Tabela 17 e Tabela 18, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, percebe-se que a diferença entre os valores teóricos e simulados para a tensão mínima no centro é baixa (de 1% a 8%), sendo os valores teóricos maiores, enquanto que esta diferença é grande para as tensões máximas no centro (de 17% a 60%) e na quina (de 59% a 78%), sendo os

valores das simulações maiores que os teóricos, de forma semelhante ao que aconteceu para o caso com o carregamento uniformemente distribuído. Isso ocorre em função de o entalhe estar na face tracionada das vigas, causando maior perturbação nas tensões nesta região, além de que a posição do entalhe não é levada em conta nas fórmulas clássicas da Resistência dos Materiais.

Neste caso de carregamento, o esforço cortante no terço médio da viga é nulo e, como no caso de viga com carregamento distribuído, os valores teóricos das tensões cisalhantes em  $xy$  na quina resultaram em zero, sendo que nas simulações os valores foram de 0,14 kN/cm<sup>2</sup> a 0,47 kN/cm<sup>2</sup>, excedendo na maioria dos casos a resistência da madeira ao cisalhamento paralelo às fibras ( $f_{v,0d} = 0,19$  kN/cm<sup>2</sup>), e não sendo possível estimar fatores de correção para os valores teóricos. Pôde-se notar, então, que o entalhe no meio do vão constitui-se numa situação extremamente crítica, e que deveria ser restringida na ABNT NBR 7190:1997 a execução de entalhes no terço médio da viga, assim como algumas normas internacionais o fazem.

Tabela 16 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/Sx_cMAXt	Sx_cMIN/Sx_cMINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,25	1,14	915,42	6,50	1,42	1,42	1,32	0,94	200,00	0,00	1,42	1,61	0,00
8,00	3,00	1,25	1,23	720,00	6,00	1,67	1,67	1,32	0,94	200,00	0,00	1,67	1,70	0,00
8,00	4,00	1,25	1,36	554,58	5,50	1,98	1,98	1,29	0,95	200,00	0,00	1,98	1,71	0,00
8,00	5,00	1,25	1,55	416,67	5,00	2,40	2,40	1,26	0,96	200,00	0,00	2,40	1,69	0,00
8,00	6,00	1,25	1,81	303,75	4,50	2,96	2,96	1,22	0,98	200,00	0,00	2,96	1,63	0,00
8,00	7,00	1,25	2,20	213,33	4,00	3,75	3,75	1,17	0,99	200,00	0,00	3,75	1,59	0,00

Fonte: Autor

Tabela 17 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/Sx_cMAXt	Sx_cMIN/Sx_cMINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,25	1,13	915,42	6,50	1,42	1,42	1,47	0,93	200,00	0,00	1,42	1,63	0,00
6,00	3,00	1,25	1,22	720,00	6,00	1,67	1,67	1,48	0,93	200,00	0,00	1,67	1,73	0,00
6,00	4,00	1,25	1,34	554,58	5,50	1,98	1,98	1,44	0,93	200,00	0,00	1,98	1,75	0,00
6,00	5,00	1,25	1,52	416,67	5,00	2,40	2,40	1,40	0,95	200,00	0,00	2,40	1,72	0,00
6,00	6,00	1,25	1,76	303,75	4,50	2,96	2,96	1,35	0,96	200,00	0,00	2,96	1,65	0,00
6,00	7,00	1,25	2,13	213,33	4,00	3,75	3,75	1,29	0,97	200,00	0,00	3,75	1,61	0,00

Fonte: Autor

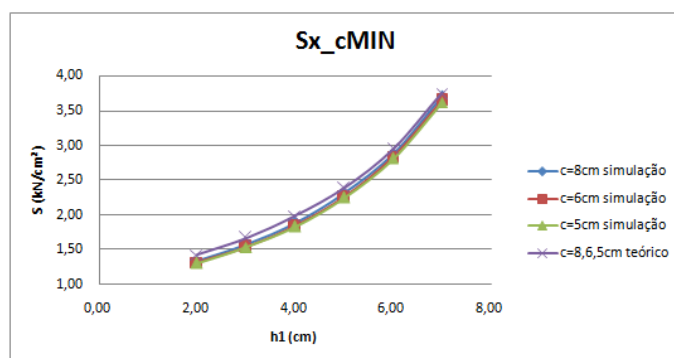
Tabela 18 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/Sx_cMAXt	Sx_cMIN/Sx_cMINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,25	1,13	915,42	6,50	1,42	1,42	1,59	0,92	200,00	0,00	1,42	1,65	0,00
5,00	3,00	1,25	1,21	720,00	6,00	1,67	1,67	1,60	0,92	200,00	0,00	1,67	1,76	0,00
5,00	4,00	1,25	1,33	554,58	5,50	1,98	1,98	1,57	0,93	200,00	0,00	1,98	1,78	0,00
5,00	5,00	1,25	1,50	416,67	5,00	2,40	2,40	1,52	0,94	200,00	0,00	2,40	1,75	0,00
5,00	6,00	1,25	1,74	303,75	4,50	2,96	2,96	1,46	0,95	200,00	0,00	2,96	1,69	0,00
5,00	7,00	1,25	2,09	213,33	4,00	3,75	3,75	1,39	0,96	200,00	0,00	3,75	1,64	0,00

Fonte: Autor

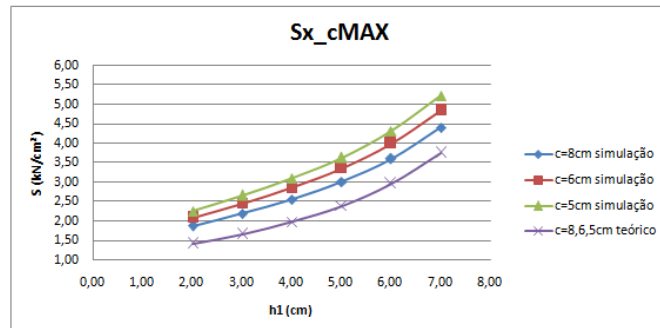
A evolução destes parâmetros pode ser observada na Figura 55, Figura 56, Figura 57 e Figura 58, que apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes à tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 55 – Variação da tensão mínima no centro



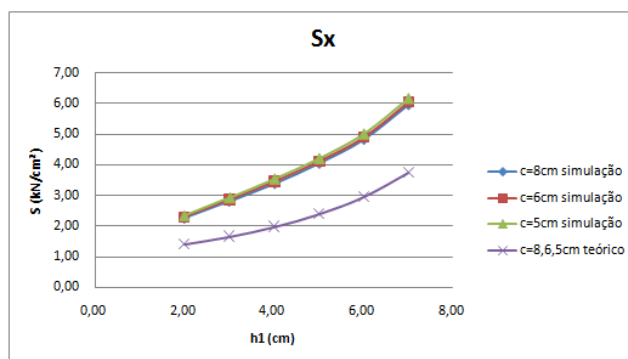
Fonte: Autor

Figura 56 – Variação da tensão máxima no centro

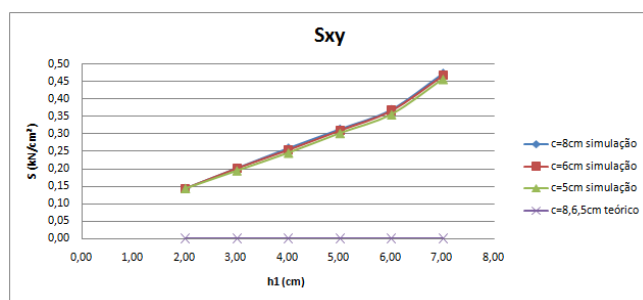


Fonte: Autor

Figura 57 – Variação da tensão normal  $S_x$  na quina



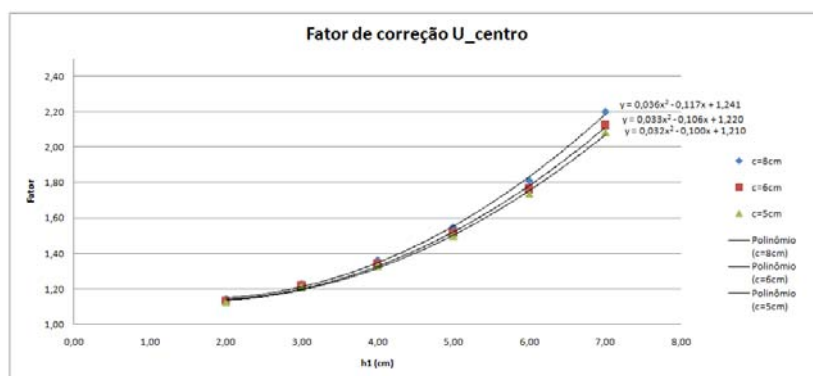
Fonte: Autor

Figura 58 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

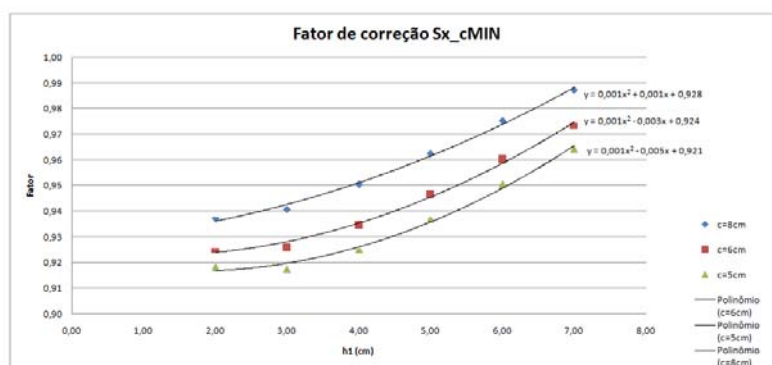
Os diagramas de fatores de correção, bem como as equações, podem ser vistos na Figura 59, Figura 60, Figura 61 e Figura 62, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal mínima no centro ( $S_{x\_c\text{MIN}}$ ), tensão normal máxima no centro ( $S_{x\_c\text{MAX}}$ ) e tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ). As três primeiras curvas foram aproximadas por equações polinomiais de segundo grau, enquanto que a quarta, do parâmetro  $S_x$ , por polinomial de terceiro grau.

Figura 59 – Fatores de correção para os deslocamentos no meio do vão



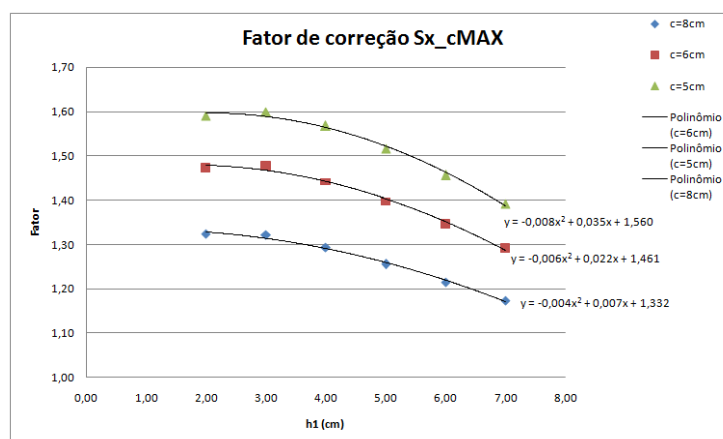
Fonte: Autor

Figura 60 – Fatores de correção para a tensão normal mínima no centro

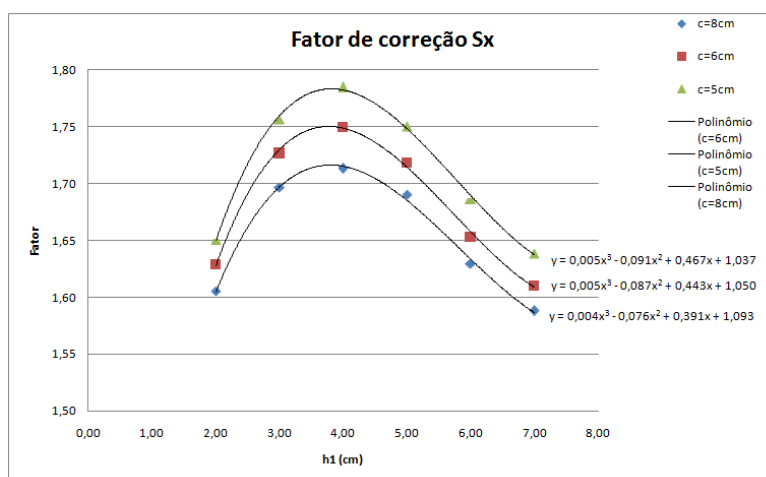


Fonte: Autor

Figura 61 – Fatores de correção para a tensão normal máxima no centro



Fonte: Autor

Figura 62 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

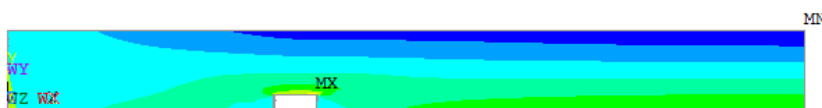
## 4.2 VIGAS COM ENTALHE NO TERÇO EXTREMO DO VÃO

### 4.2.1 Com carregamento uniformemente distribuído

Simulando-se inicialmente os modelos completos de viga com malha suficiente, percebeu-se que, para todos os casos de alturas e larguras de entalhe analisadas, a máxima tensão  $S_x$  de tração ocorreu na quina do entalhe (ponto MX), enquanto a mínima (ponto MN) ocorreu no meio do vão, para entalhes com altura menor que 4 cm (Figura 63a), e na região do entalhe, na face superior da viga, para entalhes com altura a partir de 4 cm (Figura 63b). Em relação à tensão normal  $S_y$  e a tensão cisalhante  $S_{xy}$ , as máximas também ocorreram sempre na quina, conforme mostram a Figura 63c e Figura 63d, respectivamente, e o deslocamento vertical ( $u$ ) máximo (MN), no meio do vão, conforme Figura 63e.

Figura 63 – Viga com entalhe no terço extremo do vão

- a) Tensões normais
- $S_x$
- para uma viga com entalhe de altura menor que 4 cm



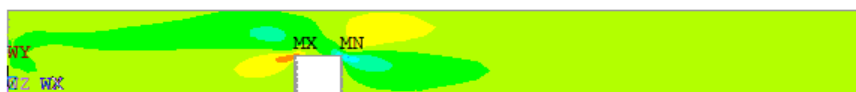
- b) Tensões normais
- $S_x$
- para uma viga com entalhe de altura a partir de 4 cm



- c) Tensões normais
- $S_y$



- d) Tensões cisalhantes
- $S_{xy}$



- e) Deslocamentos verticais
- $u$



Fonte: Autor

A tensão mínima da viga começou a ocorrer na região do entalhe para alturas do mesmo a partir de 4 cm devido à redução da seção transversal residual naquela região, que é suficiente para fazer com que a compressão paralela às fibras se torne mais crítica naquele local, mesmo estando submetido a momento fletor menor do que no centro, ficando este mais propenso a falhas. Em todos os casos, foi analisada a quina da direita, mais próxima do meio do vão, por apresentar os valores mais críticos.

Escolhidos os limites de escoamento  $S_{plast}$  para cada combinação de altura e largura de entalhe, conforme mostrado em 4.1.1 deste trabalho, para o caso de entalhe no meio do vão, obtiveram-se os resultados mostrados na Tabela 19, Tabela 20 e Tabela 21, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente, onde  $S_{x\_qMIN}$  é a tensão normal mínima na região do entalhe.

Tabela 19 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm²)	Sx_qMIN (kN/cm²)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	Splast (kN/cm²)
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,12	1,87	0,69	1,31	0,14	0,10	0,90	0,90	1,00
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,16	2,30	0,80	1,67	0,22	0,15	0,90	0,90	1,50
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,22	2,76	0,95	2,05	0,29	0,20	0,90	0,90	2,00
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,30	3,28	1,15	2,46	0,38	0,26	0,89	0,89	2,50
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	1,42	3,91	1,43	2,94	0,47	0,31	0,89	0,89	3,00
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	1,59	4,71	1,82	3,50	0,58	0,36	0,89	0,89	3,50

Fonte: Autor

Tabela 20 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm²)	Sx_qMIN (kN/cm²)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	Splast (kN/cm²)
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,12	1,86	0,68	1,30	0,14	0,10	0,90	0,90	1,00
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,15	2,29	0,77	1,67	0,21	0,15	0,90	0,90	1,50
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,21	2,74	0,92	2,05	0,29	0,20	0,90	0,90	2,00
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,28	3,26	1,12	2,46	0,37	0,25	0,90	0,90	2,50
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	1,39	3,88	1,39	2,93	0,47	0,31	0,90	0,90	3,00
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	1,55	4,67	1,77	3,49	0,58	0,36	0,89	0,89	3,50

Fonte: Autor

Tabela 21 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm²)	Sx_qMIN (kN/cm²)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	Splast (kN/cm²)
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,11	1,86	0,67	1,30	0,14	0,10	0,90	0,90	1,00
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,15	2,29	0,76	1,67	0,21	0,15	0,90	0,90	1,50
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,20	2,75	0,90	2,06	0,29	0,20	0,90	0,90	2,00
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,27	3,26	1,10	2,47	0,37	0,25	0,90	0,90	2,50
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	1,37	3,88	1,37	2,95	0,46	0,30	0,90	0,90	3,00
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	1,52	4,67	1,75	3,52	0,57	0,35	0,90	0,90	3,50

Fonte: Autor

Percebeu-se que os todos os parâmetros cresceram consideravelmente conforme aumentava-se a altura do entalhe, e permaneceram praticamente estáveis conforme se variava a largura do mesmo (variações menores que 6% para todos os parâmetros, entre as larguras 5 cm e 8 cm). As tensões normais máximas e mínimas no meio do vão praticamente não foram afetadas pela presença do entalhe na viga, ficando seus valores muito próximos aos da viga cheia (Figura 31). Notou-se também um leve crescimento do deslocamento vertical e da tensão normal mínima na região do entalhe conforme aumentava-se a largura do mesmo, principalmente para as alturas maiores, que, como nos casos de entalhe no meio do vão, é devido à maior redução de material da viga dada pela largura.

Pôde-se notar também que, para o carregamento escolhido, os valores de  $S_x$  ultrapassaram o limite de resistência da madeira ( $f_{c,0d} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$ ) a partir da altura de entalhe de 3 cm, entalhes com altura a partir de 4 cm extrapolaram o limite do parâmetro  $S_{xy}$  ( $f_{v,0d} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$ ), a partir de 6 cm o  $S_y$  ( $f_{c,90d} = 0,4 \text{ kN/cm}^2$ ), e o deslocamento vertical limite

( $u_{lim} = 1,50$  cm) e a tensão mínima na região do entalhe apenas foram excedidos em entalhes com altura a partir de 7 cm.

Calculando-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, percebeu-se que as tensões no centro máxima ( $S_{x\_cMAXt}$ ) e mínima ( $S_{x\_cMINT}$ ), não precisariam de correção, visto que a maior diferença entre valores teóricos e simulados é de 1%. Dessa forma, fez-se a correção para as tensões normais máxima, mínima e cisalhante máxima na região da quina, levando-se em conta a redução de seção transversal neste ponto, e para os deslocamentos verticais no centro, que foram corrigidos diretamente para a viga cheia. Analisou-se também o valor de tensão  $S_{xy}$  teórica com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 ( $S_{xy\_qtN}$ ), que é a relação entre a altura total da viga sobre a altura residual na região do entalhe.

Estes resultados podem ser vistos na Tabela 22, Tabela 23 e Tabela 24, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, notou-se que para a tensão mínima na região do entalhe, os valores teóricos são maiores que os simulados (de 7% a 10%), e para a tensão máxima na quina, os valores teóricos são inferiores, sendo os simulados de 75% a 106% maiores. Assim como nos casos de vigas com entalhes no meio do vão, isso ocorre em função de o entalhe estar na face tracionada das vigas, gerando maior perturbação nas tensões nesta região, além de que a posição do entalhe não é levada em conta nas fórmulas clássicas. Para a tensão cisalhante, os valores das simulações são de 193% a 596% maiores que os teóricos, sendo o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 insuficiente para correção destas tensões.

Tabela 22 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMINT (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	Sx_cMIN/ Sx_cMINT	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sx_qtMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_qMIN/ Sx_qtMIN	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,03	1,09	915,42	6,50	0,90	0,90	1,00	1,00	105,27	1,38	0,75	1,75	0,75	0,93	0,03	3,08	1,15	0,04
8,00	3,00	1,03	1,13	720,00	6,00	0,90	0,90	1,00	1,00	105,27	1,38	0,88	1,91	0,88	0,91	0,03	4,41	1,25	0,04
8,00	4,00	1,03	1,18	554,58	5,50	0,90	0,90	1,00	1,00	105,27	1,38	1,04	1,96	1,04	0,91	0,04	5,42	1,36	0,05
8,00	5,00	1,03	1,26	416,67	5,00	0,90	0,90	0,99	0,99	105,27	1,38	1,26	1,95	1,26	0,91	0,04	6,16	1,50	0,06
8,00	6,00	1,03	1,38	303,75	4,50	0,90	0,90	0,99	0,99	105,27	1,38	1,56	1,88	1,56	0,92	0,05	6,65	1,67	0,08
8,00	7,00	1,03	1,54	213,33	4,00	0,90	0,90	0,99	0,99	105,27	1,38	1,97	1,77	1,97	0,92	0,05	6,96	1,88	0,10

Fonte: Autor



Tabela 23 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_c</sub> MAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MINt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MAX/S <sub>x_c</sub> MAXt	S <sub>x_c</sub> MIN/S <sub>x_c</sub> MINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> /S <sub>x_qt</sub>	S <sub>x_qt</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_qt</sub> MIN/S <sub>x_qt</sub> MIN	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> /S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qt</sub> N (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,03	1,08	915,42	6,50	0,90	0,90	1,00	1,00	102,48	1,41	0,73	1,78	0,73	0,93	0,03	3,01	1,15	0,04
6,00	3,00	1,03	1,12	720,00	6,00	0,90	0,90	1,00	1,00	102,48	1,41	0,85	1,95	0,85	0,91	0,04	4,26	1,25	0,04
6,00	4,00	1,03	1,17	554,58	5,50	0,90	0,90	1,00	1,00	102,48	1,41	1,02	2,01	1,02	0,90	0,04	5,25	1,36	0,05
6,00	5,00	1,03	1,24	416,67	5,00	0,90	0,90	1,00	1,00	102,48	1,41	1,23	2,00	1,23	0,91	0,04	5,98	1,50	0,06
6,00	6,00	1,03	1,35	303,75	4,50	0,90	0,90	0,99	0,99	102,48	1,41	1,52	1,93	1,52	0,92	0,05	6,49	1,67	0,08
6,00	7,00	1,03	1,50	213,33	4,00	0,90	0,90	0,99	0,99	102,48	1,41	1,92	1,82	1,92	0,92	0,05	6,79	1,88	0,10

Fonte: Autor

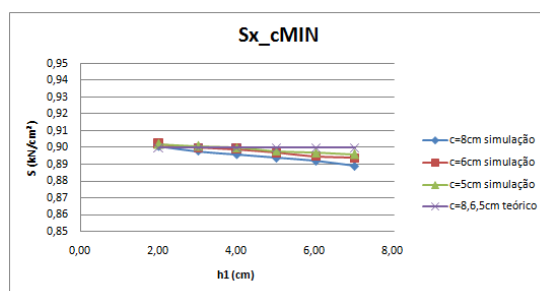
Tabela 24 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_c</sub> MAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MINt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MAX/S <sub>x_c</sub> MAXt	S <sub>x_c</sub> MIN/S <sub>x_c</sub> MINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> /S <sub>x_qt</sub>	S <sub>x_qt</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_qt</sub> MIN/S <sub>x_qt</sub> MIN	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> /S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qt</sub> N (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,03	1,08	915,42	6,50	0,90	0,90	1,00	1,00	101,06	1,42	0,72	1,81	0,72	0,93	0,03	2,93	1,15	0,04
5,00	3,00	1,03	1,12	720,00	6,00	0,90	0,90	1,00	1,00	101,06	1,42	0,84	1,99	0,84	0,90	0,04	4,17	1,25	0,04
5,00	4,00	1,03	1,16	554,58	5,50	0,90	0,90	1,00	1,00	101,06	1,42	1,00	2,06	1,00	0,90	0,04	5,14	1,36	0,05
5,00	5,00	1,03	1,23	416,67	5,00	0,90	0,90	1,00	1,00	101,06	1,42	1,21	2,04	1,21	0,91	0,04	5,89	1,50	0,06
5,00	6,00	1,03	1,33	303,75	4,50	0,90	0,90	1,00	1,00	101,06	1,42	1,50	1,97	1,50	0,91	0,05	6,38	1,67	0,08
5,00	7,00	1,03	1,48	213,33	4,00	0,90	0,90	0,99	1,00	101,06	1,42	1,89	1,86	1,89	0,92	0,05	6,63	1,88	0,10

Fonte: Autor

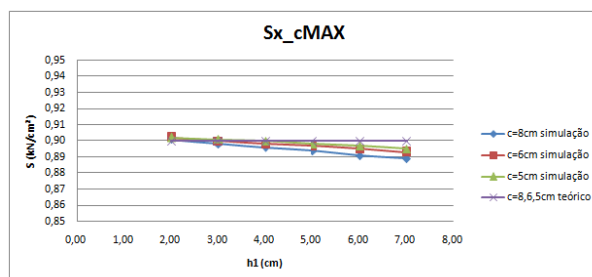
A evolução destes parâmetros pode ser melhor visualizada na Figura 64, Figura 65, Figura 66, Figura 67 e Figura 68, que apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes a tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina, tensão normal mínima na região do entalhe e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 64 – Variação da tensão mínima no centro

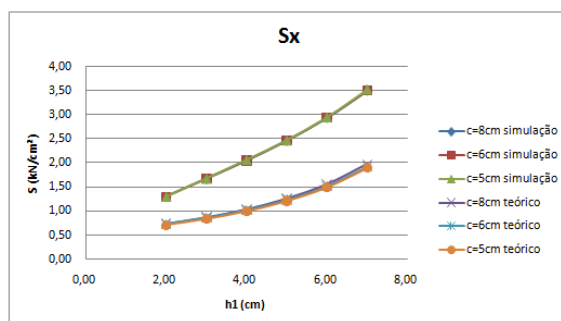


Fonte: Autor

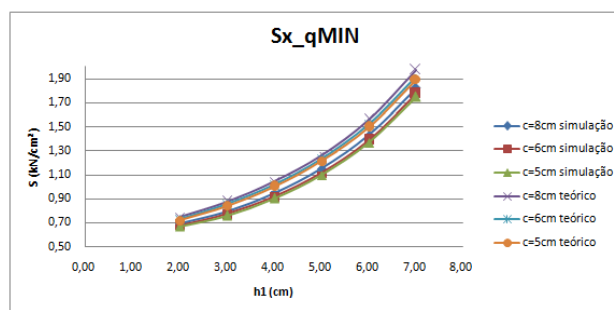
Figura 65 – Variação da tensão máxima no centro



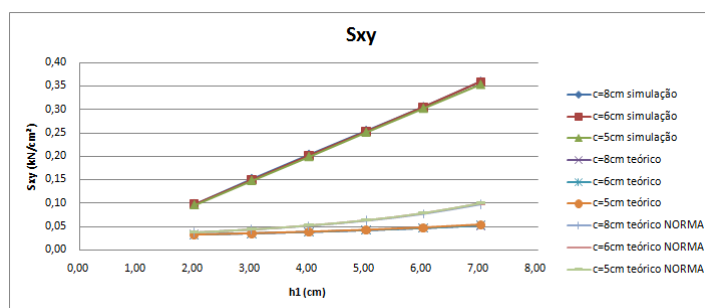
Fonte: Autor

Figura 66 – Variação da tensão normal  $S_x$  máxima na quina

Fonte: Autor

Figura 67 – Variação da tensão normal  $S_x$  mínima na região do entalhe

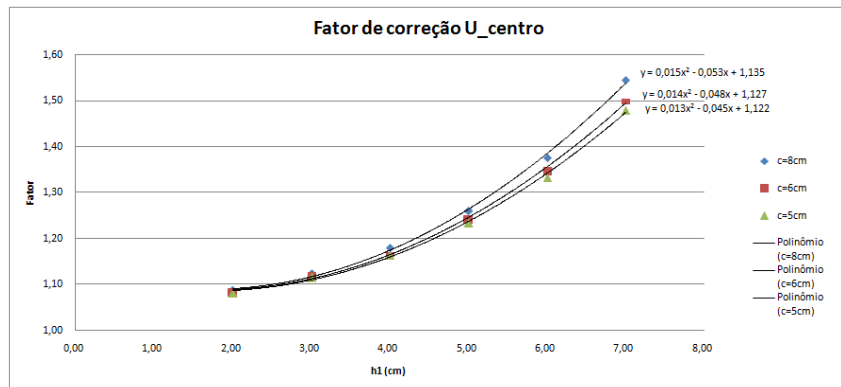
Fonte: Autor

Figura 68 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

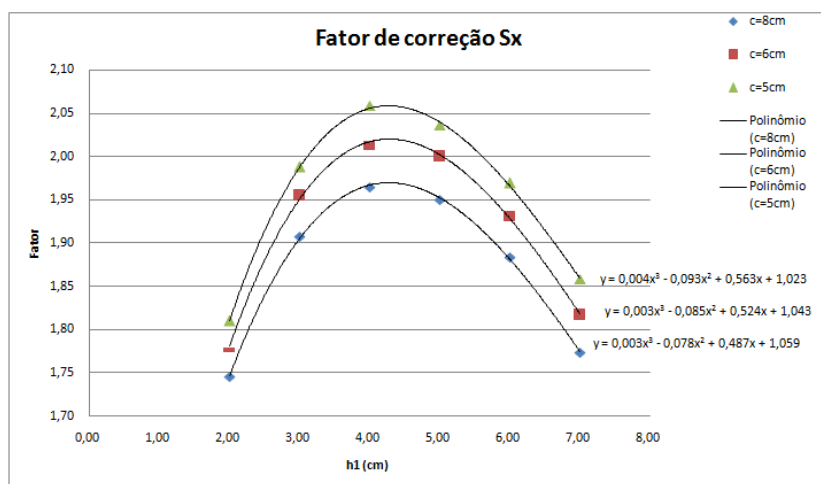
Fonte: Autor

Os diagramas de fatores de correção, bem como as respectivas equações de ajustes, podem ser vistos na Figura 69, Figura 70, Figura 71 e Figura 72, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ), tensão normal mínima na região do entalhe ( $S_{x\_qMIN}$ ) e tensão cisalhante na quina ( $S_{xy}$ ), respectivamente. A primeira e a última curva foram aproximadas por equação polinomial de segundo grau, enquanto as outras três, por polinomial de terceiro grau.

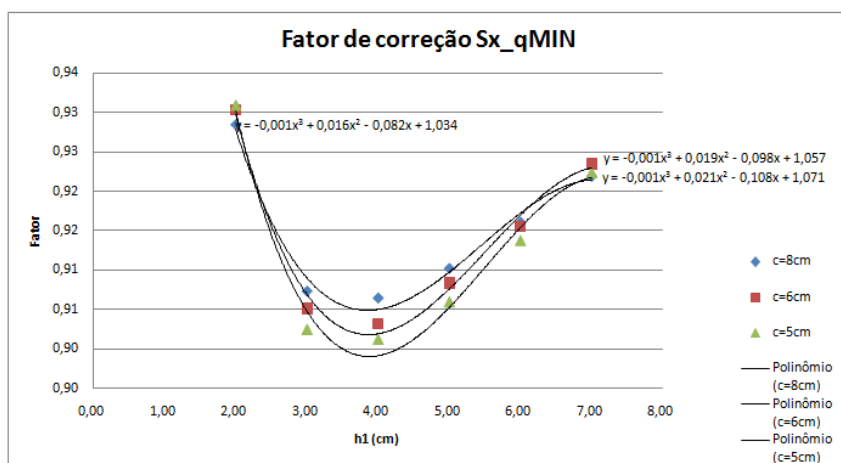
Figura 69 – Fator de correção para os deslocamentos verticais no meio do vão



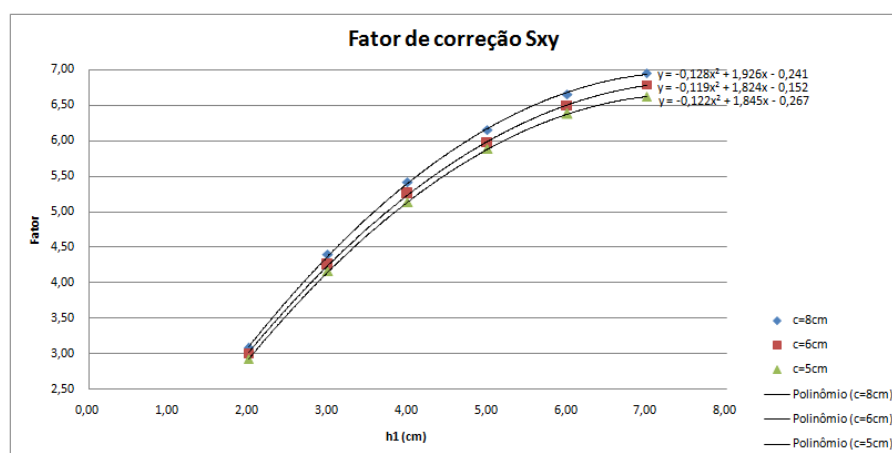
Fonte: Autor

Figura 70 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

Figura 71 – Fatores de correção para a tensão normal mínima  $S_{x\_qMIN}$  na região do entalhe

Fonte: Autor

Figura 72 – Fatores de correção para a tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

#### 4.2.2 Com forças concentradas a cada terço do vão

Fazendo-se a simulação dos modelos completos de viga com malha suficiente, percebeu-se que, para todos os casos de alturas e larguras de entalhe analisadas, aconteceu praticamente o mesmo do caso de viga com carregamento uniformemente distribuído: a máxima tensão  $S_x$  de tração ocorreu na quina do entalhe, enquanto a mínima ocorreu no meio do vão, porém para entalhes com altura menor que 5 cm (Figura 63a), e na região do entalhe, na face superior da viga, para entalhes com altura a partir de 5 cm (Figura 63b). Em relação à tensão normal  $S_y$  e a tensão cisalhante  $S_{xy}$ , as máximas também ocorreram sempre na quina, conforme mostram a Figura 63c e Figura 63d, respectivamente, e o deslocamento vertical ( $u$ ) máximo ocorreu no meio do vão, conforme Figura 63e. Em alguns casos, houve pontos de concentração de tensões na viga, na região de aplicação da força concentrada, que foram desprezados.

Escolhidos os limites de escoamento  $S_{plast}$  para cada combinação de altura e largura de entalhe, conforme mostrado em 4.1.1 deste trabalho, para o caso de entalhe no meio do vão, obtiveram-se os resultados de acordo com a Tabela 25, Tabela 26 e Tabela 27, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 25 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	S <sub>x,q</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,q</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,36	2,10	0,78	1,42	0,16	0,10	1,07	1,07	1,00
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,40	2,61	0,88	1,83	0,24	0,15	1,07	1,07	1,50
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,47	3,15	1,05	2,26	0,33	0,21	1,07	1,07	2,00
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,57	3,76	1,28	2,85	0,45	0,31	1,07	1,07	3,00
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	1,71	4,49	1,60	3,38	0,56	0,36	1,07	1,07	3,50
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	1,91	5,43	2,05	4,14	0,70	0,46	1,07	1,07	4,50

Fonte: Autor

Tabela 26 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	S <sub>x,q</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,q</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,35	2,06	0,75	1,40	0,16	0,10	1,07	1,07	1,00
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,39	2,56	0,85	1,81	0,24	0,15	1,07	1,07	1,50
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,45	3,09	1,01	2,23	0,33	0,21	1,07	1,07	2,00
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,54	3,68	1,23	2,82	0,44	0,30	1,07	1,07	3,00
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	1,66	4,39	1,53	3,34	0,54	0,36	1,07	1,07	3,50
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	1,84	5,30	1,97	4,09	0,69	0,46	1,07	1,07	4,50

Fonte: Autor

Tabela 27 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	S <sub>x,q</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,q</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MIN (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x,c</sub> MAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,35	2,06	0,74	1,40	0,15	0,10	1,07	1,07	1,00
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,39	2,55	0,83	1,81	0,24	0,15	1,07	1,07	1,50
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,44	3,07	0,99	2,24	0,32	0,20	1,07	1,07	2,00
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,53	3,66	1,20	2,82	0,43	0,30	1,07	1,07	3,00
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	1,64	4,36	1,50	3,34	0,54	0,35	1,07	1,07	3,50
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	1,81	5,26	1,92	4,10	0,68	0,45	1,07	1,07	4,50

Fonte: Autor

Percebeu-se que, assim como para o caso do carregamento uniformemente distribuído, todos os parâmetros variavam consideravelmente conforme aumentava-se a altura do entalhe, e permaneciam praticamente constantes conforme se variava a largura do mesmo (variações menores que 7% para todos os parâmetros, entre as larguras 5 cm e 8 cm), além de ocorrer um leve crescimento do deslocamento vertical e da tensão normal mínima na região do entalhe conforme aumentava-se a largura do mesmo.

Pode-se notar também que, para o carregamento escolhido, os valores de  $S_x$  excederam o limite de resistência da madeira ( $f_{c,0d} = 1,60 \text{ kN/cm}^2$ ) a partir da altura de entalhe de 3 cm, entalhes com altura a partir de 4 cm extrapolaram o limite do parâmetro  $S_{xy}$  ( $f_{v,0d} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$ ), e maiores que 4 cm o  $S_y$  ( $f_{c,90d} = 0,4 \text{ kN/cm}^2$ ), que pode resultar em fendilhamento do material, e o deslocamento vertical ( $u_{lim} = 1,50 \text{ cm}$ ).

Calculando-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, notou-se que as tensões normais no centro máxima ( $S_{x,cMAXt}$ ) e mínima ( $S_{x,cMINt}$ ) não precisariam de correção. Dessa forma, foram corrigidas as tensões normais

máxima e mínima e a tensão cisalhante máxima na região da quina, levando em conta a redução de seção transversal neste ponto e os deslocamentos verticais no centro, que foram corrigidos diretamente para a viga cheia. Analisou-se também o valor de tensão  $S_{xy}$  teórica com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 ( $S_{xy\_qtN}$ ), que é a relação entre a altura total da viga sobre a altura residual na região do entalhe.

Os resultados podem ser vistos na Tabela 28, Tabela 29 e Tabela 30, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, percebeu-se que para a tensão mínima na região do entalhe, os valores teóricos são maiores que os simulados (de 6% a 10%), e para a tensão máxima na quina, os valores teóricos são inferiores, sendo os simulados de 73% a 113% maiores. Assim como no caso com carregamento uniformemente distribuído e nos casos de vigas com entalhes no meio do vão, isso ocorre em função de o entalhe estar na face tracionada das vigas, gerando maior perturbação nas tensões nesta região, além de que a posição do entalhe não é levada em conta nas fórmulas clássicas.

Para a tensão cisalhante, os valores simulados são de 110% a 513% maiores que os valores teóricos, ou seja, para os casos analisados de vigas com entalhe no terço extremo do vão, tanto com carregamento uniformemente distribuído quanto com forças concentradas a cada terço do vão, o fator da norma é insuficiente para correção das tensões.

Tabela 28 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ ut_centro	l_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sx_qtMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_qMIN/ Sx_qtMIN	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,25	1,08	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	0,82	1,73	0,82	0,94	0,05	2,15	1,15	0,05
8,00	3,00	1,25	1,12	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	0,97	1,90	0,97	0,91	0,05	3,08	1,25	0,06
8,00	4,00	1,25	1,18	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	1,15	1,96	1,15	0,91	0,05	3,80	1,36	0,07
8,00	5,00	1,25	1,25	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	1,39	2,05	1,39	0,92	0,06	5,10	1,50	0,09
8,00	6,00	1,25	1,36	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	1,72	1,97	1,72	0,93	0,07	5,39	1,67	0,11
8,00	7,00	1,25	1,52	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	1,00	116,00	2,00	2,18	1,90	2,18	0,94	0,08	6,13	1,88	0,14

Fonte: Autor

Tabela 29 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ ut_centro	l_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sx_qtMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_qMIN/ Sx_qtMIN	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,25	1,08	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	0,80	1,76	0,80	0,94	0,05	2,12	1,15	0,05
6,00	3,00	1,25	1,11	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	0,93	1,94	0,93	0,91	0,05	3,04	1,25	0,06
6,00	4,00	1,25	1,16	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	1,11	2,01	1,11	0,91	0,05	3,76	1,36	0,07
6,00	5,00	1,25	1,23	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	1,34	2,10	1,34	0,91	0,06	5,05	1,50	0,09
6,00	6,00	1,25	1,33	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	1,66	2,01	1,66	0,92	0,07	5,34	1,67	0,11
6,00	7,00	1,25	1,47	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	1,00	112,00	2,00	2,10	1,95	2,10	0,94	0,08	6,09	1,88	0,14

Fonte: Autor

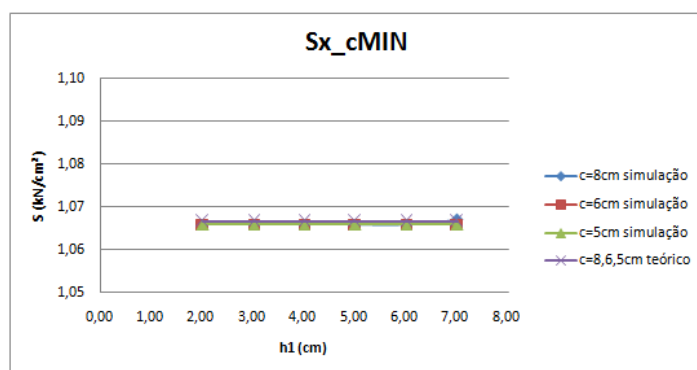
Tabela 30 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_cMAXt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMINt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMAXt</sub> / S <sub>x_cMINt</sub>	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> / S <sub>x_qt</sub>	S <sub>x_qtMIN</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_qtMIN</sub> / S <sub>x_qt</sub>	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> / S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qtN</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,25	1,08	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	0,78	1,79	0,78	0,94	0,05	2,10	1,15	0,05
5,00	3,00	1,25	1,11	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	0,92	1,97	0,92	0,91	0,05	3,00	1,25	0,06
5,00	4,00	1,25	1,16	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	1,09	2,05	1,09	0,90	0,05	3,70	1,36	0,07
5,00	5,00	1,25	1,22	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	1,32	2,13	1,32	0,91	0,06	5,00	1,50	0,09
5,00	6,00	1,25	1,31	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	1,63	2,05	1,63	0,92	0,07	5,28	1,67	0,11
5,00	7,00	1,25	1,45	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	110,00	2,00	2,06	1,99	2,06	0,93	0,08	6,00	1,88	0,14

Fonte: Autor

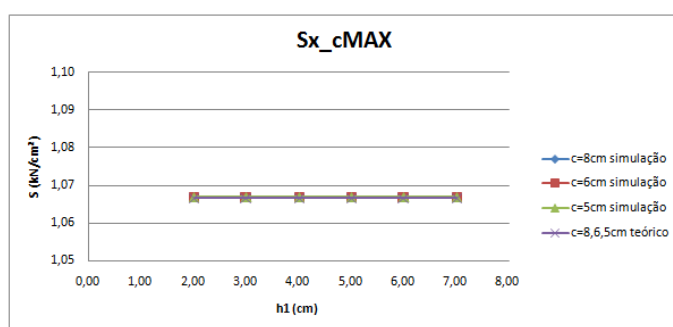
A evolução destes parâmetros pode ser observada na Figura 73, Figura 74, Figura 75, Figura 76 e Figura 77, que apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes a tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina, tensão normal mínima na região do entalhe e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 73 – Variação da tensão mínima no centro

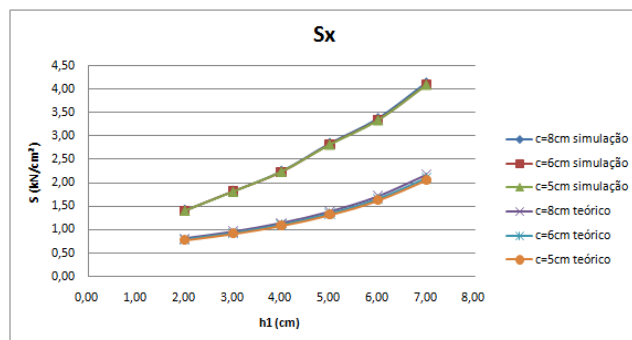


Fonte: Autor

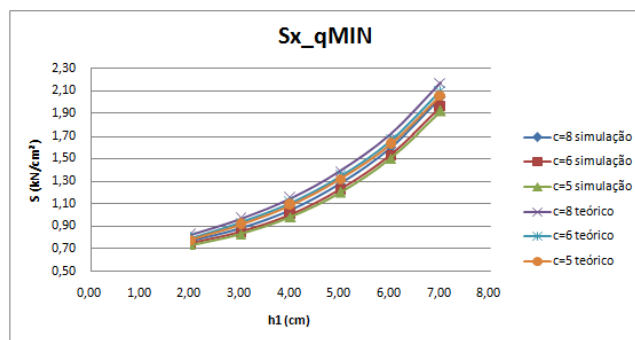
Figura 74 – Variação da tensão máxima no centro



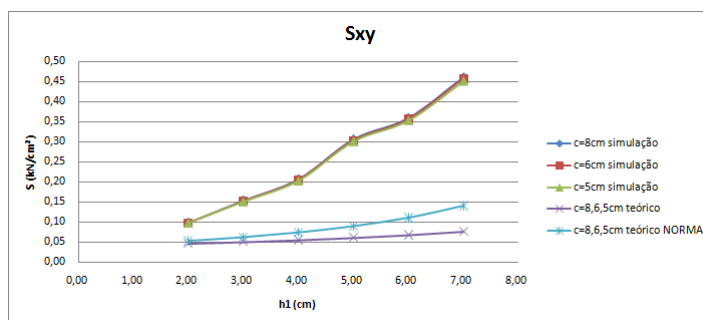
Fonte: Autor

Figura 75 – Variação da tensão normal  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

Figura 76 – Variação da tensão normal  $S_x$  mínima na região do entalhe

Fonte: Autor

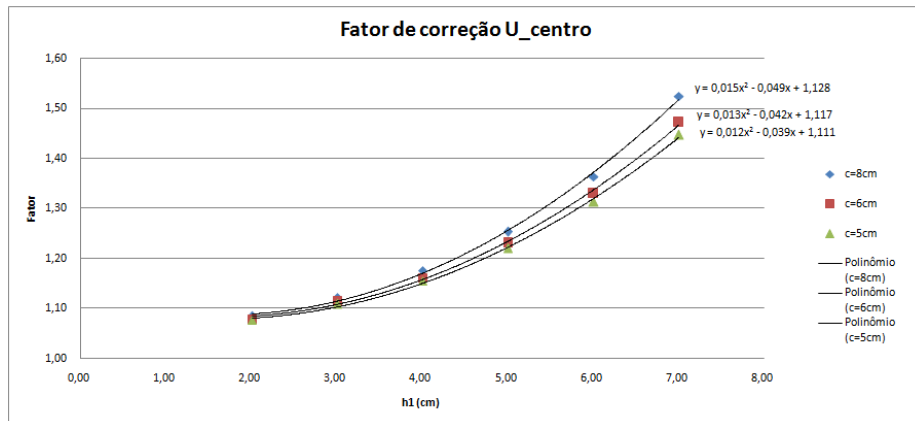
Figura 77 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

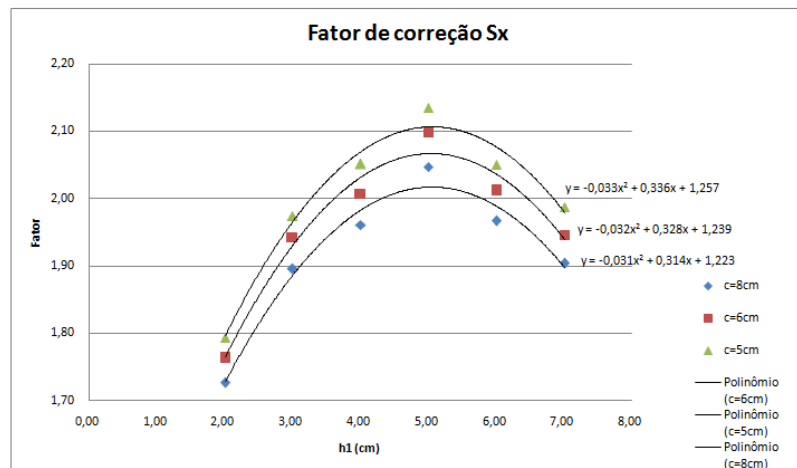
Os diagramas de fatores de correção, bem como as equações, podem ser vistos na Figura 78, Figura 79, Figura 80 e Figura 81, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ), tensão normal mínima na região do entalhe ( $S_{x\_qMIN}$ ) e tensão cisalhante na quina ( $S_{xy}$ ), respectivamente. As duas primeiras curvas foram aproximadas por equação polinomial de segundo grau, enquanto as duas últimas foram por polinomial de terceiro grau.



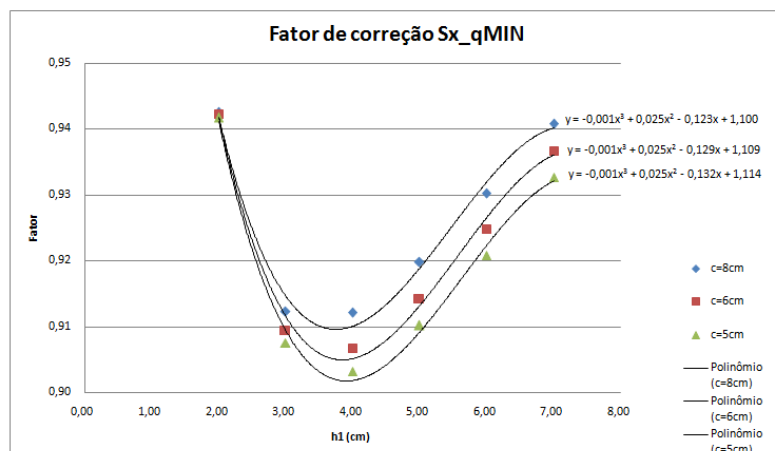
Figura 78 – Fator de correção para os deslocamentos verticais no meio do vão



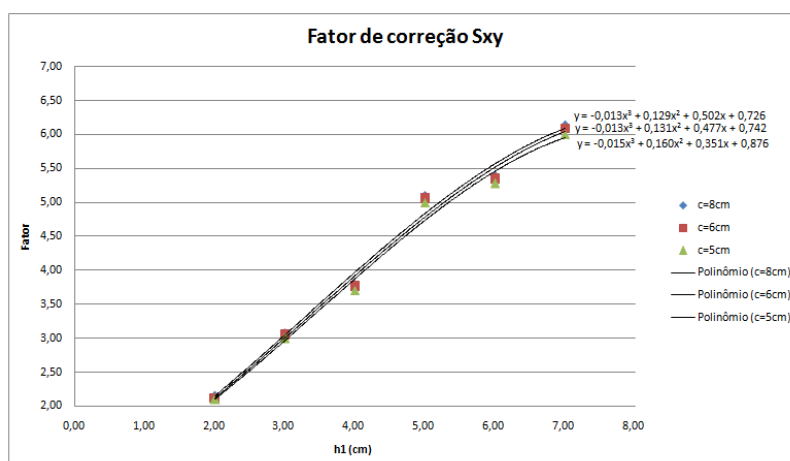
Fonte: Autor

Figura 79 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

Figura 80 – Fatores de correção para a tensão normal mínima  $S_{x\_qMIN}$  na região do entalhe

Fonte: Autor

Figura 81 – Fatores de correção para a tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

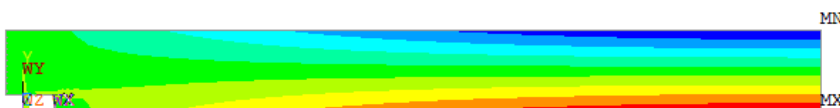
### 4.3 VIGAS COM ENTALHE NA REGIÃO DO APOIO

#### 4.3.1 Com carregamento uniformemente distribuído

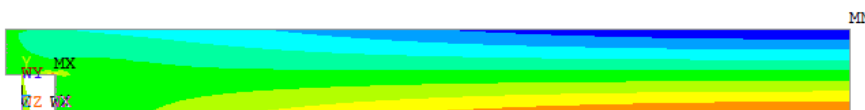
Simulando-se inicialmente os modelos completos de viga com malha suficiente, percebeu-se que, para todos os casos de alturas e larguras de entalhe analisadas, a mínima tensão  $S_x$  ocorreu no meio do vão (ponto MN), enquanto a máxima (ponto MX) ocorreu no meio do vão, para entalhes com altura menor que 6 cm (Figura 82a), e na quina do entalhe para entalhes com altura a partir de 6 cm (Figura 82b). Em relação à tensão normal  $S_y$  e a tensão cisalhante  $S_{xy}$ , as máximas também ocorreram sempre na quina, conforme mostram a Figura 82c e Figura 82d, respectivamente, e o deslocamento vertical ( $u$ ) máximo (MN) ocorreu no meio do vão, conforme Figura 82e.

Figura 82 – Viga com entalhe na região do apoio

- a) Tensões normais  $S_x$  para uma viga com entalhe de altura menor que 6 cm



- b) Tensões normais  $S_x$  para uma viga com entalhe de altura a partir de 6 cm



c) Tensões normais  $S_y$ d) Tensões cisalhantes  $S_{xy}$ 

e) Deslocamentos verticais u



Fonte: Autor

Notou-se que a máxima tensão cisalhante ocorre na quina do entalhe em todos os casos já analisados, e não no ponto médio da seção transversal reduzida, conforme mostra a Figura 12, de acordo com a teoria clássica da Resistência dos Materiais. Escolhidos os limites de escoamento  $S_{plast}$  para cada combinação de altura e largura de entalhe, conforme mostrado em 4.1.1 deste trabalho, para o caso de entalhe no meio do vão, obtiveram-se os resultados de acordo com a Tabela 31, Tabela 32 e Tabela 33 para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 31 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,08	0,56	0,41	0,05	0,04	0,90	0,90	0,40
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,08	0,68	0,50	0,08	0,05	0,90	0,90	0,50
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,08	0,80	0,59	0,11	0,06	0,90	0,90	0,60
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,09	0,93	0,67	0,14	0,08	0,90	0,90	0,70
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	1,09	1,06	0,77	0,17	0,09	0,90	0,90	0,80
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	1,09	1,22	0,88	0,20	0,10	0,90	0,90	0,90

Fonte: Autor

Tabela 32 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,08	0,56	0,42	0,05	0,04	0,91	0,91	0,40
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,08	0,66	0,49	0,08	0,05	0,90	0,90	0,50
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,08	0,76	0,57	0,11	0,06	0,90	0,90	0,60
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,09	0,86	0,65	0,14	0,07	0,90	0,90	0,70
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	1,09	0,97	0,73	0,16	0,08	0,90	0,90	0,80
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	1,09	1,09	0,82	0,19	0,09	0,90	0,90	0,90

Fonte: Autor

Tabela 33 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	Sx_q (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,08	0,58	0,43	0,06	0,04	0,91	0,91	0,40
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,08	0,67	0,50	0,08	0,05	0,91	0,91	0,50
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,08	0,76	0,57	0,11	0,06	0,91	0,91	0,60
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,09	0,85	0,64	0,13	0,07	0,91	0,91	0,70
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	1,09	0,94	0,72	0,16	0,08	0,91	0,91	0,80
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	1,09	1,05	0,80	0,19	0,09	0,90	0,90	0,90

Fonte: Autor

Percebeu-se que, após a imposição da plastificação do material no submodelo, todos os valores de  $S_x$  na quina passam a ser menores que as tensões normais no centro. Notou-se também que os valores de  $S_y$  e  $S_{xy}$  na quina são extremamente baixos, que os valores dos parâmetros cresceram com o aumento da altura do entalhe, e apresentaram pouca alteração à medida que se variava a largura do mesmo, sendo esta mais evidente para alturas a partir de 5 cm, onde houve um leve crescimento dos parâmetros  $S_x$  e  $S_y$  conforme aumentava-se a largura do entalhe, sendo o máximo de 9% da largura 5 cm para 8 cm. As tensões máximas, mínimas e deslocamentos verticais no meio do vão foram minimamente afetados pela presença do entalhe na viga, ficando seus valores praticamente iguais aos da viga cheia (Figura 31).

Pôde-se notar que, para o carregamento escolhido, nenhum dos parâmetros excedeu os limites de resistência da madeira. Calculando-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, percebeu-se que as tensões no centro máxima ( $S_{x\_cMAXt}$ ) e mínima ( $S_{x\_cMINT}$ ), não precisaram de correção, visto que a maior diferença entre valores teóricos e simulados é de 1%. Dessa forma, foi feita a correção para a tensão normal máxima  $S_x$  e cisalhante  $S_{xy}$  na região da quina, levando em conta a redução de seção transversal naquela região.

Analizou-se também o valor de tensão  $S_{xy}$  teórica com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 ( $S_{xy\_qtN}$ ), que é a relação entre a altura total da viga sobre a altura residual na região do entalhe. Os deslocamentos foram corrigidos diretamente para a viga cheia. Estes resultados podem ser vistos na Tabela 34, Tabela 35 e Tabela 36, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, percebeu-se que os valores teóricos das tensões cisalhantes com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 foram maiores que os das simulações (de 26% a 62%), ficando a favor da segurança.

Tabela 34 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_c</sub> MINt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MIN/ S <sub>x_c</sub> MINt	S <sub>x_c</sub> MAX/ S <sub>x_c</sub> MAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> / S <sub>x_qt</sub>	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> / S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qt</sub> N (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,03	1,05	915,42	6,50	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,12	3,32	0,05	0,81	1,15	0,06
8,00	3,00	1,03	1,05	720,00	6,00	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,15	3,42	0,05	1,00	1,25	0,07
8,00	4,00	1,03	1,05	554,58	5,50	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,17	3,38	0,06	1,08	1,36	0,08
8,00	5,00	1,03	1,05	416,67	5,00	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,21	3,20	0,06	1,17	1,50	0,10
8,00	6,00	1,03	1,06	303,75	4,50	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,26	2,96	0,07	1,21	1,67	0,12
8,00	7,00	1,03	1,06	213,33	4,00	0,90	0,90	1,00	1,00	17,52	2,13	0,33	2,68	0,08	1,20	1,88	0,15

Fonte: Autor

Tabela 35 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_c</sub> MINt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MIN/ S <sub>x_c</sub> MINt	S <sub>x_c</sub> MAX/ S <sub>x_c</sub> MAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> / S <sub>x_qt</sub>	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> / S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qt</sub> N (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,03	1,05	915,42	6,50	0,90	0,90	1,01	1,01	13,23	2,16	0,09	4,43	0,05	0,78	1,15	0,06
6,00	3,00	1,03	1,05	720,00	6,00	0,90	0,90	1,00	1,00	13,23	2,16	0,11	4,44	0,05	0,96	1,25	0,07
6,00	4,00	1,03	1,05	554,58	5,50	0,90	0,90	1,00	1,00	13,23	2,16	0,13	4,32	0,06	1,07	1,36	0,08
6,00	5,00	1,03	1,05	416,67	5,00	0,90	0,90	1,00	1,00	13,23	2,16	0,16	4,08	0,06	1,13	1,50	0,10
6,00	6,00	1,03	1,06	303,75	4,50	0,90	0,90	1,00	1,00	13,23	2,16	0,20	3,73	0,07	1,15	1,67	0,12
6,00	7,00	1,03	1,06	213,33	4,00	0,90	0,90	1,00	1,00	13,23	2,16	0,25	3,32	0,08	1,16	1,88	0,15

Fonte: Autor

Tabela 36 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

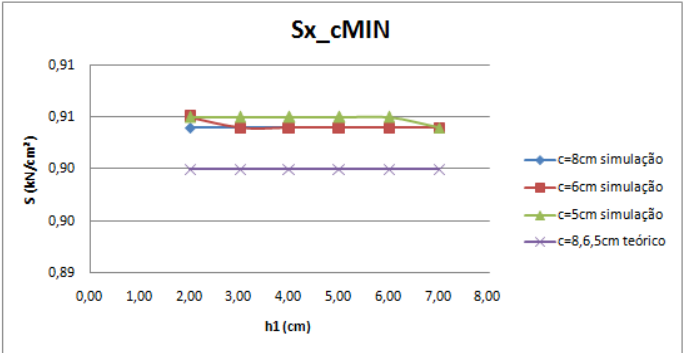
c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	S <sub>x_c</sub> MINt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_c</sub> MIN/ S <sub>x_c</sub> MINt	S <sub>x_c</sub> MAX/ S <sub>x_c</sub> MAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	S <sub>x_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> / S <sub>x_qt</sub>	S <sub>xy_qt</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> / S <sub>xy_qt</sub>	Fator ABNT NBR 7190	S <sub>xy_qt</sub> N (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,03	1,05	915,42	6,50	0,90	0,90	1,01	1,01	11,06	2,17	0,08	5,45	0,05	0,78	1,15	0,06
5,00	3,00	1,03	1,05	720,00	6,00	0,90	0,90	1,01	1,01	11,06	2,17	0,09	5,43	0,05	0,96	1,25	0,07
5,00	4,00	1,03	1,05	554,58	5,50	0,90	0,90	1,01	1,01	11,06	2,17	0,11	5,22	0,06	1,05	1,36	0,08
5,00	5,00	1,03	1,05	416,67	5,00	0,90	0,90	1,01	1,01	11,06	2,17	0,13	4,85	0,07	1,12	1,50	0,10
5,00	6,00	1,03	1,06	303,75	4,50	0,90	0,90	1,01	1,01	11,06	2,17	0,16	4,37	0,07	1,16	1,67	0,12
5,00	7,00	1,03	1,06	213,33	4,00	0,90	0,90	1,00	1,00	11,06	2,17	0,21	3,85	0,08	1,16	1,88	0,15

Fonte: Autor

A diferença entre os valores dos deslocamentos verticais simulados com os teóricos da viga cheia está em torno de 6%, ou seja, a correção feita é apenas devido à diferença das simulações, que levam em conta as propriedades ortotrópicas da madeira e largura do entalhe, com as fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, conforme foi mostrado em 3.3, evidenciando que o entalhe na região do apoio causa efeitos mínimos no deslocamento vertical no meio do vão da viga. A diferença entre os valores teóricos e simulados de  $S_x$  vai de 168% a 445%, entretanto tratam-se de valores baixos e que não excedem os limites de resistência da madeira para o carregamento analisado.

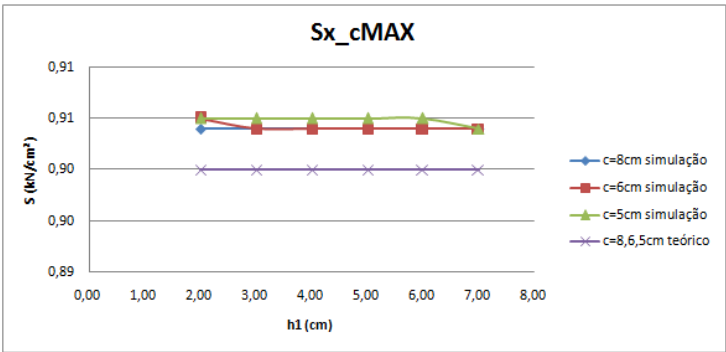
A evolução destes parâmetros pode ser melhor visualizada na Figura 83, Figura 84, Figura 85 e Figura 86, que apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes a tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 83 – Variação da tensão mínima no centro



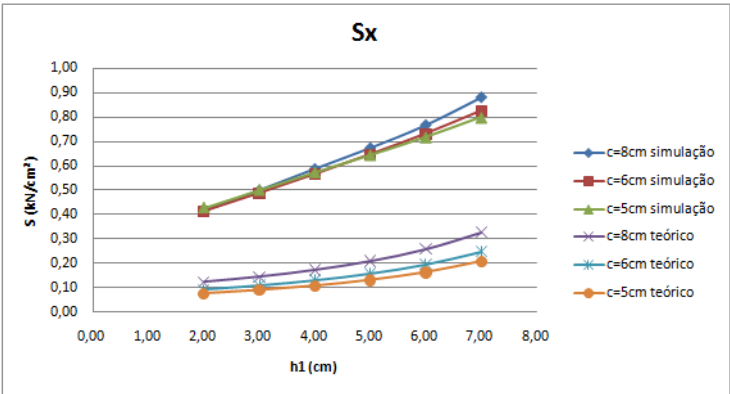
Fonte: Autor

Figura 84 – Variação da tensão máxima no centro

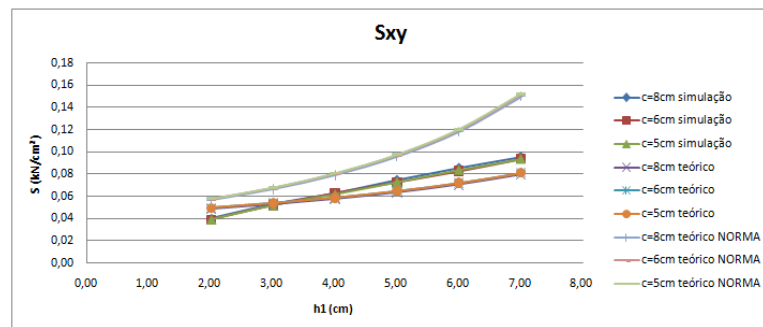


Fonte: Autor

Figura 85 – Variação da tensão normal Sx na quina



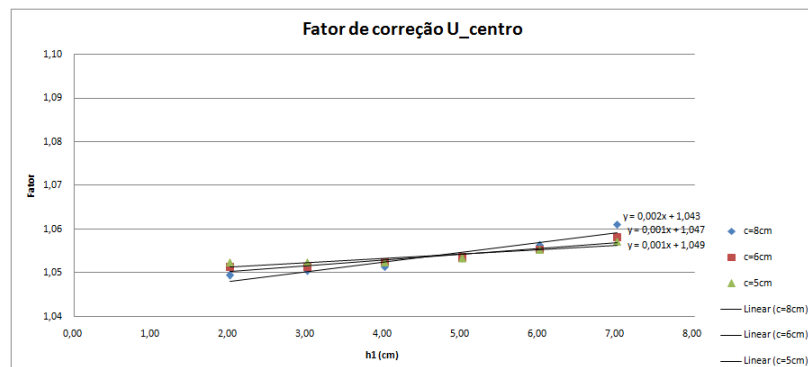
Fonte: Autor

Figura 86 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

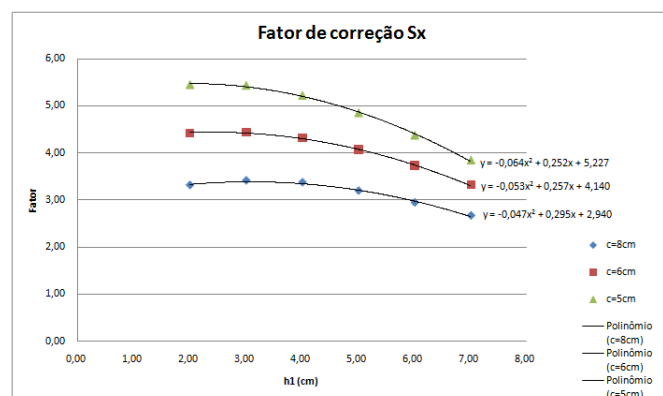
Fonte: Autor

Os diagramas de fatores de correção, bem como as equações, podem ser vistos na Figura 87, Figura 88 e Figura 89, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ) e tensão cisalhante na quina ( $S_{xy}$ ), respectivamente. A primeira curva foi aproximada por equação de primeiro grau, enquanto as restantes, por equações polinomiais de segundo grau.

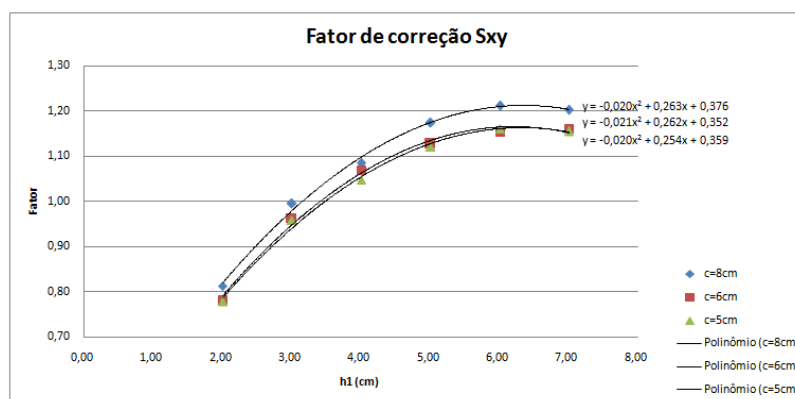
Figura 87 – Fator de correção para os deslocamentos verticais no meio do vão



Fonte: Autor

Figura 88 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

Figura 89 – Fatores de correção para a tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

### 4.3.2 Com forças concentradas a cada terço do vão

Fazendo-se a simulação dos modelos completos de viga com malha suficiente, percebeu-se que, para todos os casos de alturas e larguras de entalhe analisadas, as tensões normais mínimas e máximas  $S_x$  ocorreram no meio do vão (Figura 82a), exceto para o caso de entalhe com altura 7 cm e largura 8 cm, onde a tensão máxima ocorreu na quina do entalhe (Figura 82b). Em relação à tensão normal  $S_y$  e a tensão cisalhante  $S_{xy}$ , as máximas também ocorreram sempre na quina, conforme mostram a Figura 82c e Figura 82d, respectivamente, e o deslocamento vertical ( $u$ ) máximo ocorreu no meio do vão, conforme Figura 82e. Em alguns casos, houve pontos de concentração de tensões na viga, na região de aplicação da força concentrada, que foram desprezados.

Escolhidos os limites de escoamento  $S_{plast}$  para cada combinação de altura e largura de entalhe, conforme mostrado em 4.1.1 deste trabalho, para o caso de entalhe no meio do vão, obtiveram-se os resultados de acordo com a Tabela 37, Tabela 38 e Tabela 39, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 37 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	$S_{x,q}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_x$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_y$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_{xy}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_{x,cMIN}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_{x,cMAX}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$S_{plast}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	20,00	2,00	2,00	1,31	0,51	0,36	0,04	0,03	1,07	1,07	0,30
8,00	3,00	20,00	2,00	2,00	1,31	0,63	0,44	0,07	0,04	1,07	1,07	0,40
8,00	4,00	20,00	2,00	2,00	1,31	0,74	0,53	0,10	0,05	1,07	1,07	0,50
8,00	5,00	20,00	2,00	2,00	1,31	0,86	0,61	0,13	0,07	1,07	1,07	0,60
8,00	6,00	20,00	2,00	2,00	1,32	0,99	0,70	0,16	0,08	1,07	1,07	0,70
8,00	7,00	20,00	2,00	2,00	1,32	1,14	0,81	0,19	0,09	1,07	1,07	0,80

Fonte: Autor



Tabela 38 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	S <sub>x_q</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMIN</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMAX</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	20,00	1,50	1,50	1,31	0,50	0,35	0,05	0,03	1,07	1,07	0,30
6,00	3,00	20,00	1,50	1,50	1,31	0,60	0,43	0,07	0,04	1,07	1,07	0,40
6,00	4,00	20,00	1,50	1,50	1,31	0,69	0,51	0,10	0,05	1,07	1,07	0,50
6,00	5,00	20,00	1,50	1,50	1,31	0,79	0,58	0,12	0,06	1,07	1,07	0,60
6,00	6,00	20,00	1,50	1,50	1,31	0,89	0,66	0,15	0,07	1,07	1,07	0,70
6,00	7,00	20,00	1,50	1,50	1,32	1,01	0,75	0,18	0,08	1,07	1,07	0,80

Fonte: Autor

Tabela 39 – Resultados das simulações para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ndiv	dx (cm)	dy (cm)	U_centro (cm)	S <sub>x_q</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>y</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>xy</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMIN</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	S <sub>x_cMAX</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	Splast (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	20,00	1,25	1,25	1,31	0,52	0,36	0,05	0,03	1,07	1,07	0,30
5,00	3,00	20,00	1,25	1,25	1,31	0,61	0,44	0,07	0,04	1,07	1,07	0,40
5,00	4,00	20,00	1,25	1,25	1,31	0,69	0,51	0,10	0,05	1,07	1,07	0,50
5,00	5,00	20,00	1,25	1,25	1,31	0,77	0,58	0,12	0,06	1,07	1,07	0,60
5,00	6,00	20,00	1,25	1,25	1,31	0,86	0,65	0,15	0,07	1,07	1,07	0,70
5,00	7,00	20,00	1,25	1,25	1,32	0,96	0,73	0,17	0,08	1,07	1,07	0,80

Fonte: Autor

Percebeu-se que, após a imposição da plastificação do material no submodelo, o valor de  $S_x$  na quina para o caso de entalhe de altura 7 cm e largura 8 cm também passou a ser menor que as tensões normais no centro. Notou-se também que, assim como no caso com carregamento uniformemente distribuído, os valores dos parâmetros cresceram com o aumento da altura do entalhe, e apresentaram pouca alteração à medida que se variava a largura do mesmo, sendo esta mais evidente para alturas a partir de 5 cm, onde houve um leve crescimento dos parâmetros  $S_x$  e  $S_y$  conforme aumentava-se a largura do entalhe, sendo o máximo de 11%, da largura 5 cm para 8 cm. As tensões máximas, mínimas e deslocamentos verticais no meio do vão foram minimamente afetados pela presença do entalhe na viga, ficando seus valores praticamente iguais aos da viga cheia (Figura 31).

Percebeu-se também que, para o carregamento escolhido, nenhum dos parâmetros excedeu os limites de resistência da madeira. Calculando-se os parâmetros pelas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, concluiu-se que seria necessária a correção apenas para a tensão normal máxima  $S_x$  e cisalhante  $S_{xy}$  na região da quina, levando em conta a redução de seção transversal naquela região. Analisou-se também o valor de tensão  $S_{xy}$  teórica com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 ( $S_{xy_{qtN}}$ ), que é a relação entre a altura total da viga sobre a altura residual na região do entalhe. Os deslocamentos foram corrigidos diretamente para a viga cheia.

Estes resultados podem ser vistos na Tabela 40, Tabela 41 e Tabela 42, para larguras de entalhe de 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente. Analisando-se os mesmos, percebeu-se que os valores teóricos das tensões cisalhantes com o fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997 foram maiores que os das simulações (de 38% a 78%), ficando a favor da segurança.

Nota-se que a diferença entre os valores dos deslocamentos verticais simulados com os teóricos da viga cheia está em torno de 5%, ou seja, é apenas a diferença das simulações, que levam em conta as propriedades ortotrópicas da madeira e largura do entalhe, com fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais, conforme foi mostrado no subitem 3.3, evidenciando que o entalhe na região do apoio causa efeitos mínimos no deslocamento vertical no meio do vão da viga. A diferença entre os valores teóricos e simulados de  $S_x$  na quina foi de 171% a 423%, sendo os valores das simulações maiores. Entratanto, tratam-se de valores baixos e que não excedem os limites de resistência da madeira para o carregamento analisado.

Tabela 40 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
8,00	2,00	1,25	1,05	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,11	3,12	0,05	0,67	1,15	0,05
8,00	3,00	1,25	1,05	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,13	3,30	0,05	0,86	1,25	0,06
8,00	4,00	1,25	1,05	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,16	3,32	0,05	0,99	1,36	0,07
8,00	5,00	1,25	1,05	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,19	3,18	0,06	1,08	1,50	0,09
8,00	6,00	1,25	1,05	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,24	2,96	0,07	1,14	1,67	0,11
8,00	7,00	1,25	1,06	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	1,00	16,00	2,00	0,30	2,71	0,08	1,16	1,88	0,14

Fonte: Autor

Tabela 41 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
6,00	2,00	1,25	1,05	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,09	4,15	0,05	0,65	1,15	0,05
6,00	3,00	1,25	1,05	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,10	4,28	0,05	0,86	1,25	0,06
6,00	4,00	1,25	1,05	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,12	4,24	0,05	0,97	1,36	0,07
6,00	5,00	1,25	1,05	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,14	4,04	0,06	1,07	1,50	0,09
6,00	6,00	1,25	1,05	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,18	3,73	0,07	1,11	1,67	0,11
6,00	7,00	1,25	1,05	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	1,00	12,00	2,00	0,23	3,34	0,08	1,12	1,88	0,14

Fonte: Autor

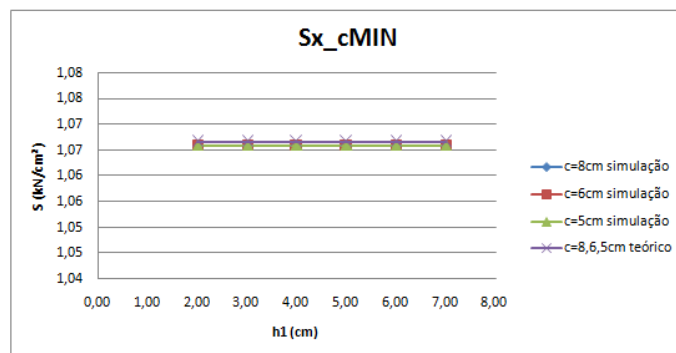
Tabela 42 – Valores teóricos dos parâmetros e fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm

c (cm)	h1 (cm)	ut_centro (cm)	u_centro/ut_centro	I_quina (cm <sup>4</sup> )	Y (cm)	Sx_cMINt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAXt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN/ Sx_cMINt	Sx_cMAX/ Sx_cMAXt	M_quina (kN.cm)	V_quina (kN)	Sx_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx/ Sx_qt	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator ABNT NBR 7190	Sxy_qtN (kN/cm <sup>2</sup> )
5,00	2,00	1,25	1,05	915,42	6,50	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,07	5,13	0,05	0,65	1,15	0,05
5,00	3,00	1,25	1,05	720,00	6,00	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,08	5,23	0,05	0,84	1,25	0,06
5,00	4,00	1,25	1,05	554,58	5,50	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,10	5,11	0,05	0,97	1,36	0,07
5,00	5,00	1,25	1,05	416,67	5,00	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,12	4,81	0,06	1,05	1,50	0,09
5,00	6,00	1,25	1,05	303,75	4,50	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,15	4,37	0,07	1,11	1,67	0,11
5,00	7,00	1,25	1,05	213,33	4,00	1,07	1,07	1,00	1,00	10,00	2,00	0,19	3,87	0,08	1,12	1,88	0,14

Fonte: Autor

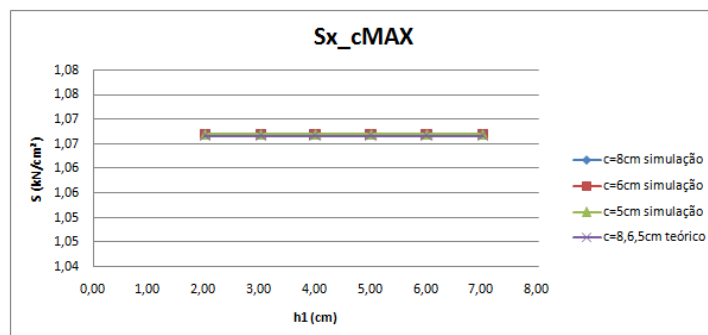
A evolução destes parâmetros pode ser visualizada na Figura 90, Figura 91, Figura 92 e Figura 93, que apresentam os diagramas mostrando a variação dos valores simulados e teóricos referentes a tensão normal mínima no centro, tensão normal máxima no centro, tensão normal  $S_x$  na quina e tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina, respectivamente, conforme variava-se altura e largura do entalhe.

Figura 90 – Variação da tensão mínima no centro



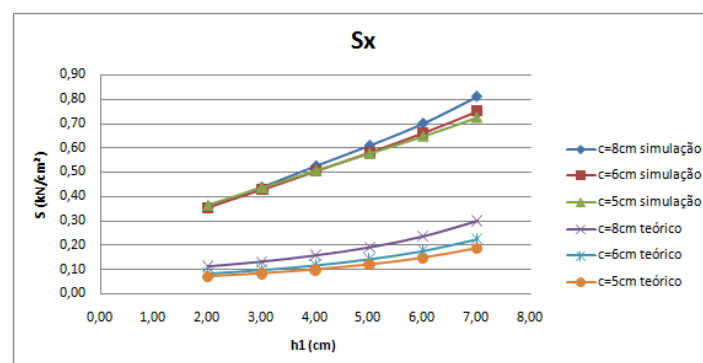
Fonte: Autor

Figura 91 – Variação da tensão máxima no centro

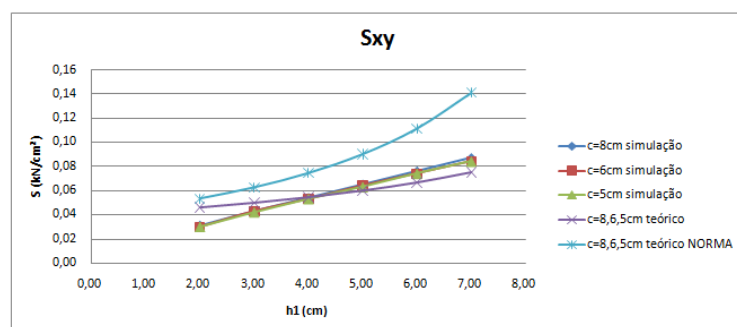


Fonte: Autor

Figura 92 – Variação da tensão normal  $S_x$  na quina



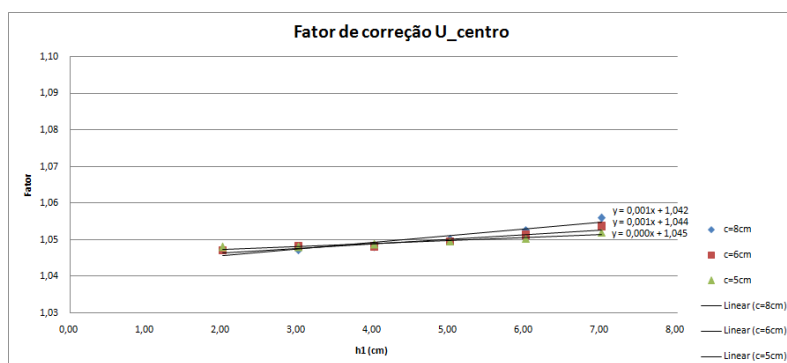
Fonte: Autor

Figura 93 – Variação da tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

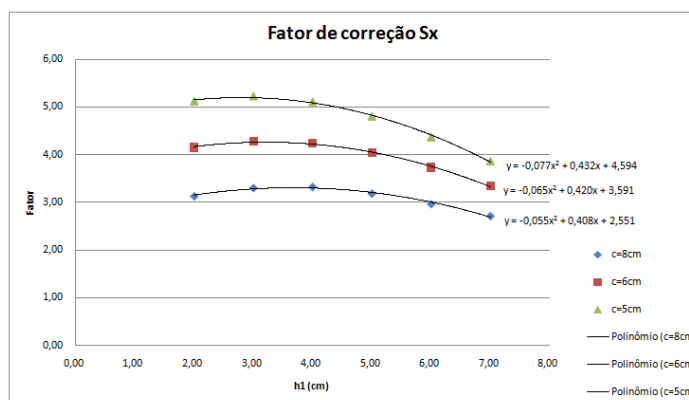
Fonte: Autor

Os diagramas de fatores de correção, bem como as equações, podem ser vistos nas Figura 94, Figura 95 e Figura 96, para o deslocamento vertical no centro ( $u_{\text{centro}}$ ), tensão normal máxima na quina ( $S_x$ ) e tensão cisalhante na quina ( $S_{xy}$ ), respectivamente. A primeira curva foi aproximada por equação de primeiro grau, enquanto as restantes, por equações polinomiais de segundo grau.

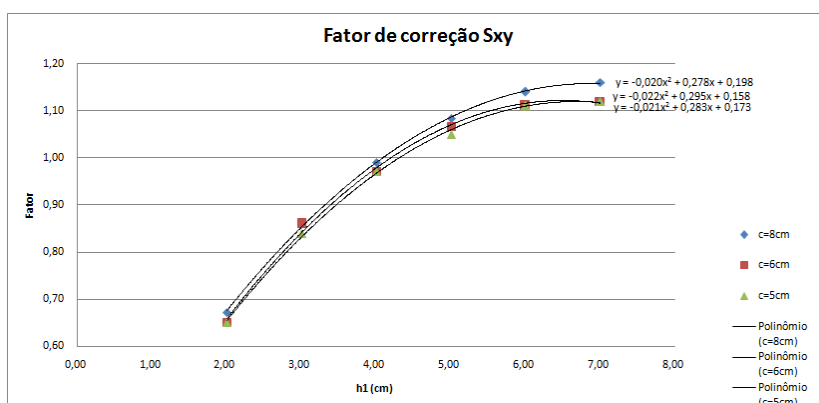
Figura 94 – Fator de correção para os deslocamentos verticais no meio do vão



Fonte: Autor

Figura 95 – Fatores de correção para a tensão normal máxima  $S_x$  na quina

Fonte: Autor

Figura 96 – Fatores de correção para a tensão cisalhante  $S_{xy}$  na quina

Fonte: Autor

#### 4.4 VIGAS COM ENTALHE NA REGIÃO DO APOIO E MÍSULA

Fez-se também uma análise dos mesmos casos de viga com entalhe no apoio, porém com mísula de comprimento mínimo recomendado pela ABNT NBR 7190:1997, que é 3 vezes a altura do entalhe, a fim de se conhecer a influência da mesma nos resultados.

Como a mísula torna a redução de seção transversal mais suave, houve redução do problema de concentração de tensões e conseguiu-se fazer as análises sem o submodelo considerando plasticidade no material. Dessa forma, variou-se apenas o número de divisões da viga nas regiões próximas à quina, ou seja, o número de divisões de 5 a 20 nas regiões de comprimento  $c$  e  $h_2$ , e foram analisados os resultados, para se escolher o número de divisões para se obter resultados suficientemente bons. Para os casos de altura do entalhe a partir de 5 cm, dobrou-se o número de divisões da região  $h_2$  para se equilibrar a malha, em função do comprimento da mísula se tornar maior.

Na Tabela 43, Tabela 44 e Tabela 45 podem ser vistos os resultados obtidos para vigas com entalhe no apoio e carregamento distribuído, sem mísula e com mísula, e a diferença ( $\Delta$ ) entre eles, bem como na Figura 97, Figura 98 e Figura 99 pode ser vista a evolução dos parâmetros  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$ , e na Tabela 46, Tabela 47 e Tabela 48, para vigas com forças concentradas a cada terço de comprimento do vão, e Figura 100, Figura 101 e Figura 102, a variação dos parâmetros  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_{xy}$  para este caso.

Tabela 43 – Resultados das simulações para vigas com carregamento uniformemente distribuído, com entalhes de largura 8 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula											
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	ΔU_centro	ΔSx	ΔSy	ΔSxy	ΔSx_cMIN	ΔSx_cMAX
8,00	2,00	1,08	0,41	0,05	0,04	0,90	0,90	1,08	0,36	0,02	0,06	0,90	0,90	1,00	0,87	0,48	1,40	1,00	1,00
8,00	3,00	1,08	0,50	0,08	0,05	0,90	0,90	1,08	0,43	0,03	0,07	0,90	0,90	1,00	0,86	0,35	1,30	1,00	1,00
8,00	4,00	1,08	0,59	0,11	0,06	0,90	0,90	1,08	0,49	0,03	0,08	0,90	0,90	1,00	0,84	0,29	1,28	1,00	1,00
8,00	5,00	1,09	0,67	0,14	0,08	0,90	0,90	1,08	0,57	0,04	0,09	0,90	0,90	1,00	0,84	0,28	1,26	1,00	1,00
8,00	6,00	1,09	0,77	0,17	0,09	0,90	0,90	1,09	0,66	0,04	0,11	0,90	0,90	1,00	0,86	0,25	1,26	1,00	1,00
8,00	7,00	1,09	0,88	0,20	0,10	0,90	0,90	1,09	0,78	0,05	0,13	0,90	0,90	1,00	0,88	0,23	1,31	0,99	0,99

Fonte: Autor

Tabela 44 – Resultados das simulações para vigas com carregamento uniformemente distribuído, com entalhes de largura 6 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula											
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	ΔU_centro	ΔSx	ΔSy	ΔSxy	ΔSx_cMIN	ΔSx_cMAX
6,00	2,00	1,08	0,42	0,05	0,04	0,91	0,91	1,08	0,35	0,02	0,06	0,90	0,90	1,00	0,85	0,46	1,44	1,00	1,00
6,00	3,00	1,08	0,49	0,08	0,05	0,90	0,90	1,08	0,41	0,03	0,07	0,90	0,90	1,00	0,84	0,34	1,31	1,00	1,00
6,00	4,00	1,08	0,57	0,11	0,06	0,90	0,90	1,08	0,47	0,03	0,08	0,90	0,90	1,00	0,83	0,28	1,23	1,00	1,00
6,00	5,00	1,09	0,65	0,14	0,07	0,90	0,90	1,08	0,53	0,04	0,09	0,90	0,90	1,00	0,81	0,28	1,23	1,00	1,00
6,00	6,00	1,09	0,73	0,16	0,08	0,90	0,90	1,09	0,60	0,04	0,10	0,90	0,90	1,00	0,82	0,25	1,22	1,00	1,00
6,00	7,00	1,09	0,82	0,19	0,09	0,90	0,90	1,09	0,69	0,04	0,12	0,90	0,90	1,00	0,84	0,23	1,23	0,99	0,99

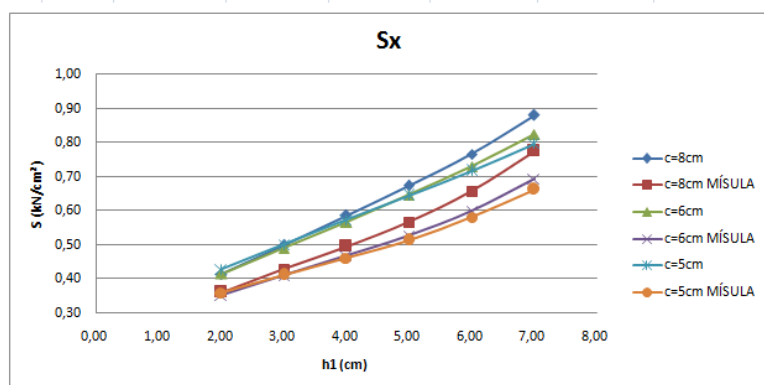
Fonte: Autor

Tabela 45 – Resultados das simulações para vigas com carregamento uniformemente distribuído, com entalhes de largura 5 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

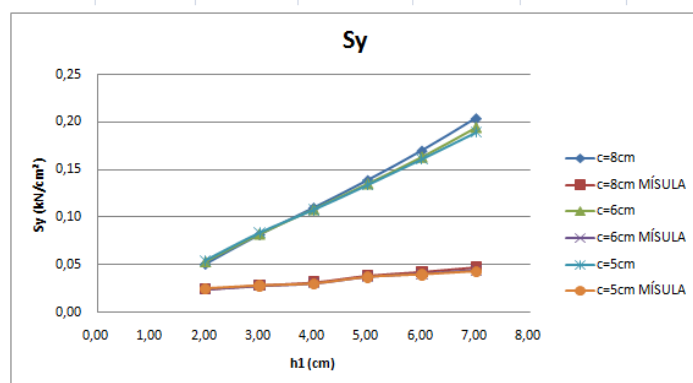
c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula											
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	ΔU_centro	ΔSx	ΔSy	ΔSxy	ΔSx_cMIN	ΔSx_cMAX
5,00	2,00	1,08	0,43	0,06	0,04	0,91	0,91	1,08	0,36	0,02	0,06	0,90	0,90	1,00	0,84	0,45	1,51	1,00	1,00
5,00	3,00	1,08	0,50	0,08	0,05	0,91	0,91	1,08	0,41	0,03	0,07	0,90	0,90	1,00	0,82	0,33	1,33	1,00	1,00
5,00	4,00	1,08	0,57	0,11	0,06	0,91	0,91	1,08	0,46	0,03	0,08	0,90	0,90	1,00	0,81	0,28	1,26	1,00	1,00
5,00	5,00	1,09	0,64	0,13	0,07	0,91	0,91	1,08	0,51	0,04	0,09	0,90	0,90	1,00	0,80	0,27	1,22	1,00	1,00
5,00	6,00	1,09	0,72	0,16	0,08	0,91	0,91	1,09	0,58	0,04	0,10	0,90	0,90	1,00	0,81	0,25	1,18	1,00	1,00
5,00	7,00	1,09	0,80	0,19	0,09	0,90	0,90	1,09	0,66	0,04	0,11	0,90	0,90	1,00	0,83	0,23	1,18	1,00	1,00

Fonte: Autor

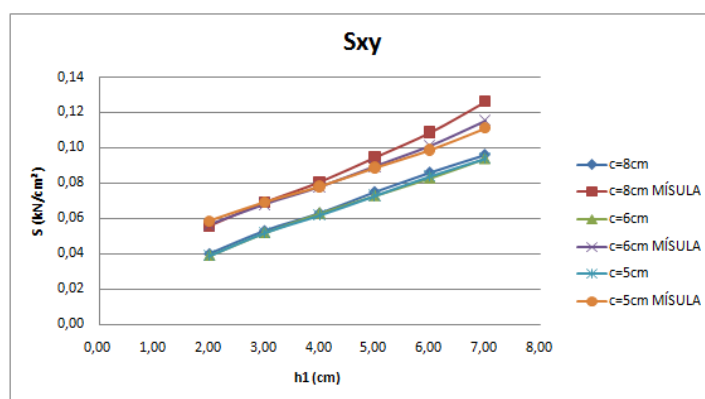
Figura 97 – Tensões normais  $S_x$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula



Fonte: Autor

Figura 98 – Tensões normais  $S_y$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula

Fonte: Autor

Figura 99 – Tensões cisalhantes  $S_{xy}$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula

Fonte: Autor

Tabela 46 – Resultados das simulações para vigas com forças concentradas, com entalhes de largura 8 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula											
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	U_centro (cm)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	ΔU_centro	ΔSx	ΔSy	ΔSxy	ΔSx_cMIN	ΔSx_cMAX
8,00	2,00	1,31	0,35	0,05	0,03	1,07	1,07	1,31	0,33	0,02	0,05	1,07	1,07	1,00	0,92	0,49	1,71	1,00	1,00
8,00	3,00	1,31	0,43	0,07	0,04	1,07	1,07	1,31	0,39	0,03	0,06	1,07	1,07	1,00	0,92	0,36	1,49	1,00	1,00
8,00	4,00	1,31	0,51	0,10	0,05	1,07	1,07	1,31	0,46	0,03	0,08	1,07	1,07	1,00	0,91	0,31	1,43	1,00	1,00
8,00	5,00	1,31	0,58	0,12	0,06	1,07	1,07	1,32	0,53	0,04	0,09	1,07	1,07	1,01	0,92	0,30	1,40	1,00	1,00
8,00	6,00	1,32	0,66	0,15	0,07	1,07	1,07	1,32	0,62	0,04	0,10	1,07	1,07	1,00	0,94	0,27	1,41	1,00	1,00
8,00	7,00	1,32	0,75	0,18	0,08	1,07	1,07	1,33	0,75	0,05	0,12	1,07	1,07	1,01	0,99	0,26	1,46	1,00	1,00

Fonte: Autor

Tabela 47 – Resultados das simulações para vigas com forças concentradas, com entalhes de largura 6 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula											
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	U_centro (cm)	Sx (kN/cm²)	Sy (kN/cm²)	Sxy (kN/cm²)	Sx_cMIN (kN/cm²)	Sx_cMAX (kN/cm²)	ΔU_centro	ΔSx	ΔSy	ΔSxy	ΔSx_cMIN	ΔSx_cMAX
6,00	2,00	1,31	0,35	0,05	0,03	1,07	1,07	1,31	0,32	0,02	0,05	1,07	1,07	1,00	0,89	0,49	1,70	1,00	1,00
6,00	3,00	1,31	0,43	0,07	0,04	1,07	1,07	1,31	0,37	0,03	0,06	1,07	1,07	1,00	0,87	0,35	1,45	1,00	1,00
6,00	4,00	1,31	0,51	0,10	0,05	1,07	1,07	1,31	0,43	0,03	0,07	1,07	1,07	1,00	0,85	0,29	1,36	1,00	1,00
6,00	5,00	1,31	0,58	0,12	0,06	1,07	1,07	1,31	0,49	0,03	0,08	1,07	1,07	1,00	0,84	0,28	1,31	1,00	1,00
6,00	6,00	1,31	0,66	0,15	0,07	1,07	1,07	1,32	0,56	0,04	0,10	1,07	1,07	1,00	0,85	0,26	1,29	1,00	1,00
6,00	7,00	1,32	0,75	0,18	0,08	1,07	1,07	1,33	0,66	0,04	0,11	1,07	1,07	1,01	0,88	0,24	1,31	1,00	1,00

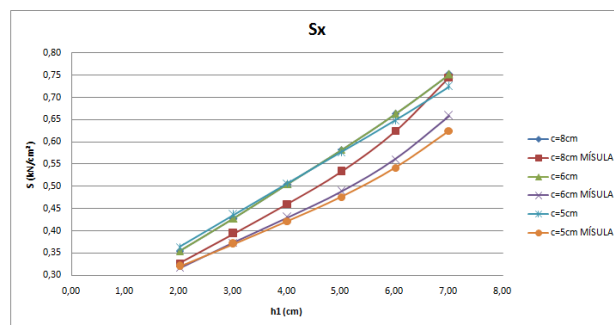
Fonte: Autor

Tabela 48 – Resultados das simulações para vigas com forças concentradas, com entalhes de largura 5 cm na região do apoio, com mísula e sem mísula

c (cm)	h1 (cm)	Sem mísula						Com mísula						$\Delta U_{centro}$	$\Delta S_x$	$\Delta S_y$	$\Delta S_{xy}$	$\Delta S_x_{cMIN}$	$\Delta S_x_{cMAX}$
		U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )	U_centro (cm)	Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMIN (kN/cm <sup>2</sup> )	Sx_cMAX (kN/cm <sup>2</sup> )						
5,00	2,00	1,31	0,36	0,05	0,03	1,07	1,07	1,31	0,32	0,02	0,05	1,07	1,07	1,00	0,88	0,48	1,76	1,00	1,00
5,00	3,00	1,31	0,44	0,07	0,04	1,07	1,07	1,31	0,37	0,03	0,06	1,07	1,07	1,00	0,85	0,35	1,51	1,00	1,00
5,00	4,00	1,31	0,51	0,10	0,05	1,07	1,07	1,31	0,42	0,03	0,07	1,07	1,07	1,00	0,83	0,29	1,36	1,00	1,00
5,00	5,00	1,31	0,58	0,12	0,06	1,07	1,07	1,31	0,48	0,03	0,08	1,07	1,07	1,00	0,83	0,28	1,31	1,00	1,00
5,00	6,00	1,31	0,65	0,15	0,07	1,07	1,07	1,32	0,54	0,04	0,09	1,07	1,07	1,01	0,84	0,26	1,26	1,00	1,00
5,00	7,00	1,32	0,73	0,17	0,08	1,07	1,07	1,32	0,62	0,04	0,11	1,07	1,07	1,00	0,86	0,23	1,26	1,00	1,00

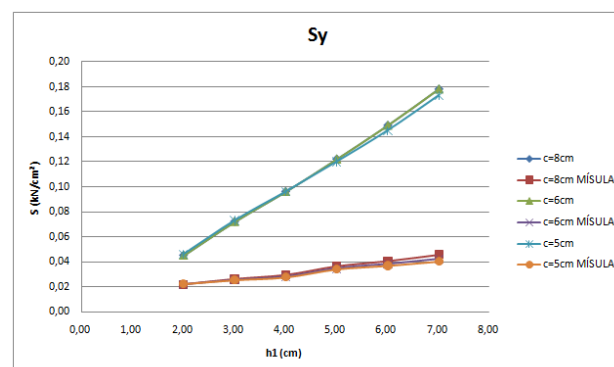
Fonte: Autor

Figura 100 – Tensões normais  $S_x$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula



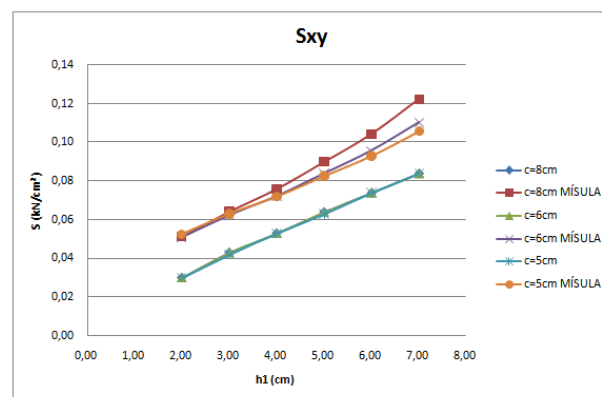
Fonte: Autor

Figura 101 – Tensões normais  $S_y$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula



Fonte: Autor

Figura 102 – Tensões cisalhantes  $S_{xy}$  na quina para entalhes no apoio, com mísula e sem mísula



Fonte: Autor



Percebeu-se que, em ambas as opções de carregamento, a mísula provocou uma leve redução no parâmetro  $S_x$  (de 1% a 20%), uma redução considerável do parâmetro  $S_y$  (de 51% a 77%), e um aumento do valor do  $S_{xy}$  (de 18% a 76%), enquanto as tensões normais e o deslocamento vertical no centro ficaram inalterados.

É importante ressaltar também que, mesmo sem a mísula, para os carregamentos analisados, todos estes parâmetros apresentavam valores baixos e nenhum estava excedendo os limites de resistência da madeira. Entretanto, talvez para carregamentos maiores, a mísula seria interessante para se reduzir o parâmetro  $S_y$  e evitar o fendilhamento do material.

## 4.5 RESUMO DOS RESULTADOS

Na Tabela 49, Tabela 50, Tabela 51, Tabela 52, Tabela 53 e Tabela 54 podem ser vistas, de acordo com a largura do entalhe, as equações dos fatores de correção ( $f_c$ ) para os parâmetros  $S_x$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{x\_cMAX}$ ,  $S_{x\_cMIN}$ ,  $S_{x\_qMIN}$  e  $u_{centro}$  para os casos analisados de vigas com carregamento distribuído. Na Tabela 55, Tabela 56, Tabela 57, Tabela 58, Tabela 59 e Tabela 60, estão indicados os fatores de correção ( $f_c$ ) para os parâmetros  $S_x$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{x\_cMAX}$ ,  $S_{x\_cMIN}$ ,  $S_{x\_qMIN}$  e  $u_{centro}$  para os casos com forças concentradas a cada terço do vão. Todas as equações estão em função da altura do entalhe ( $h_1$ ). É importante lembrar que não foi possível estimar fatores de correção para as tensões  $S_{xy}$  na quina nos casos de entalhes no meio do vão, em função de as tensões cisalhantes teóricas neste local terem resultado em zero.

Tabela 49 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_x$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $S_x$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,002h_1^3 - 0,055h_1^2 + 0,315h_1 + 1,234$	$f_c = 0,003h_1^3 - 0,078h_1^2 + 0,487h_1 + 1,059$	$f_c = -0,047h_1^2 + 0,295h_1 + 2,940$
6,00	$f_c = 0,003h_1^3 - 0,069h_1^2 + 0,380h_1 + 1,176$	$f_c = 0,003h_1^3 - 0,085h_1^2 + 0,524h_1 + 1,043$	$f_c = -0,053h_1^2 + 0,257h_1 + 4,140$
5,00	$f_c = 0,003h_1^3 - 0,071h_1^2 + 0,397h_1 + 1,175$	$f_c = 0,004h_1^3 - 0,093h_1^2 + 0,563h_1 + 1,023$	$f_c = -0,064h_1^2 + 0,252h_1 + 5,227$

Fonte: Autor

Tabela 50 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{xy}$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $S_{xy}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	-	$f_c = -0,128h_1^2 + 1,926h_1 - 0,241$	$f_c = -0,020h_1^2 + 0,263h_1 + 0,376$
6,00	-	$f_c = -0,119h_1^2 + 1,824h_1 - 0,152$	$f_c = -0,021h_1^2 + 0,262h_1 + 0,352$
5,00	-	$f_c = -0,122h_1^2 + 1,845h_1 - 0,267$	$f_c = -0,020h_1^2 + 0,254h_1 + 0,359$

Fonte: Autor

Tabela 51 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_cMAX}$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $S_{x\_cMAX}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = -0,004h_1^2 + 0,002h_1 + 1,335$	-	-
6,00	$f_c = -0,006h_1^2 + 0,019h_1 + 1,466$	-	-
5,00	$f_c = -0,004h_1^2 + 0,002h_1 + 1,335$	-	-

Fonte: Autor

Tabela 52 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_cMIN}$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $S_{x\_cMIN}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,001h_1^2 - 0,002h_1 + 0,936$	-	-
6,00	$f_c = 0,001h_1^2 - 0,006h_1 + 0,931$	-	-
5,00	$f_c = 0,001h_1^2 - 0,008h_1 + 0,927$	-	-

Fonte: Autor

Tabela 53 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_qMIN}$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $S_{x\_qMIN}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,016h_1^2 - 0,082h_1 + 1,034$	-
6,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,019h_1^2 - 0,098h_1 + 1,057$	-
5,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,021h_1^2 - 0,108h_1 + 1,071$	-

Fonte: Autor

Tabela 54 – Fatores de correção para o parâmetro  $u_{centro}$  em vigas com carregamento uniformemente distribuído

Fatores de correção $u_{centro}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,035h_1^2 - 0,115h_1 + 1,239$	$f_c = 0,015h_1^2 - 0,053h_1 + 1,135$	$f_c = 0,002h_1 + 1,043$
6,00	$f_c = 0,033h_1^2 - 0,106h_1 + 1,223$	$f_c = 0,014h_1^2 - 0,048h_1 + 1,127$	$f_c = 0,001h_1 + 1,047$
5,00	$f_c = 0,031h_1^2 - 0,100h_1 + 1,212$	$f_c = 0,013h_1^2 - 0,045h_1 + 1,122$	$f_c = 0,001h_1 + 1,049$

Fonte: Autor

Tabela 55 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_x$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $S_x$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,004h_1^3 - 0,076h_1^2 + 0,391h_1 + 1,093$	$f_c = -0,031h_1^2 + 0,314h_1 + 1,223$	$f_c = -0,055h_1^2 + 0,408h_1 + 2,551$
6,00	$f_c = 0,005h_1^3 - 0,087h_1^2 + 0,443h_1 + 1,050$	$f_c = -0,032h_1^2 + 0,328h_1 + 1,239$	$f_c = -0,065h_1^2 + 0,420h_1 + 3,591$
5,00	$f_c = 0,005h_1^3 - 0,091h_1^2 + 0,467h_1 + 1,037$	$f_c = -0,033h_1^2 + 0,336h_1 + 1,257$	$f_c = -0,077h_1^2 + 0,432h_1 + 4,594$

Fonte: Autor

Tabela 56 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{xy}$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $S_{xy}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	-	$f_c = -0,013h_1^3 + 0,129h_1^2 + 0,502h_1 + 0,726$	$f_c = -0,020h_1^2 + 0,278h_1 + 0,198$
6,00	-	$f_c = -0,013h_1^3 + 0,131h_1^2 + 0,477h_1 + 0,742$	$f_c = -0,022h_1^2 + 0,295h_1 + 0,158$
5,00	-	$f_c = -0,015h_1^3 + 0,160h_1^2 + 0,351h_1 + 0,876$	$f_c = -0,021h_1^2 + 0,283h_1 + 0,173$

Fonte: Autor

Tabela 57 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_cMAX}$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $S_{x\_cMAX}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = -0,004h_1^2 + 0,007h_1 + 1,332$	-	-
6,00	$f_c = -0,006h_1^2 + 0,022h_1 + 1,461$	-	-
5,00	$f_c = -0,008h_1^2 + 0,035h_1 + 1,560$	-	-

Fonte: Autor

Tabela 58 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_cMIN}$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $S_{x\_cMIN}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,001h_1^2 + 0,001h_1 + 0,928$	-	-
6,00	$f_c = 0,001h_1^2 - 0,003h_1 + 0,924$	-	-
5,00	$f_c = 0,001h_1^2 - 0,005h_1 + 0,921$	-	-

Fonte: Autor

Tabela 59 – Fatores de correção para o parâmetro  $S_{x\_qMIN}$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $S_{x\_qMIN}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,025h_1^2 - 0,123h_1 + 1,100$	-
6,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,025h_1^2 - 0,129h_1 + 1,109$	-
5,00	-	$f_c = -0,001h_1^3 + 0,025h_1^2 - 0,132h_1 + 1,114$	-

Fonte: Autor

Tabela 60 – Fatores de correção para o parâmetro  $u_{centro}$  em vigas com forças concentradas a cada terço do vão

Fatores de correção $u_{centro}$			
c (cm)	Entalhes no meio do vão	Entalhes a 50cm do apoio	Entalhes na região do apoio
8,00	$f_c = 0,036h_1^2 - 0,117h_1 + 1,241$	$f_c = 0,015h_1^2 - 0,049h_1 + 1,128$	$f_c = 0,001h_1 + 1,042$
6,00	$f_c = 0,033h_1^2 - 0,106h_1 + 1,220$	$f_c = 0,013h_1^2 - 0,042h_1 + 1,117$	$f_c = 0,001h_1 + 1,044$
5,00	$f_c = 0,032h_1^2 - 0,100h_1 + 1,210$	$f_c = 0,012h_1^2 - 0,039h_1 + 1,111$	$f_c = 0,000h_1 + 1,045$

Fonte: Autor

## 4.6 COMPARAÇÃO COM AS NORMAS ANALISADAS

### 4.6.1 Entalhes retos na região do apoio

Todas as normas analisadas na revisão bibliográfica deste trabalho trazem fatores de multiplicação para as tensões cisalhantes, no caso de entalhes na região do apoio, a fim de levar em conta a perturbação no fluxo de tensões neste local. Desta forma, foi feita uma comparação entre os fatores de correção obtidos neste trabalho, que foram resultantes da relação entre os valores de  $S_{xy}$  obtidos pelas simulações numéricas sobre os valores teóricos das tensões cisalhantes na quina, e os fatores de correção propostos pela ABNT NBR 7190:1997, NDS (2005), CSA O86 (2010) e NCh 1198 (2006).

Nos cálculos apresentados nesta seção, não se considerou o fator proposto pelo Eurocode 5 (2004), em função deste admitir todos os entalhes com mísula e levar em conta na fórmula

de cálculo do fator a inclinação da mesma. Esta comparação pode ser vista na Tabela 61, Tabela 62 e Tabela 63 para vigas com carregamento uniformemente distribuído com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, e Tabela 64, Tabela 65 e Tabela 66, para vigas com forças concentradas a cada terço do vão com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 61 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 8 cm nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
8,00	2,00	0,04	2,13	0,05	0,81	1,15	1,33	0,60	1,33
8,00	3,00	0,05	2,13	0,05	1,00	1,25	1,56	0,78	1,56
8,00	4,00	0,06	2,13	0,06	1,08	1,36	1,86	0,96	1,86
8,00	5,00	0,08	2,13	0,06	1,17	1,50	2,25	1,15	2,25
8,00	6,00	0,09	2,13	0,07	1,21	1,67	2,78	1,37	2,78
8,00	7,00	0,10	2,13	0,08	1,20	1,88	3,52	1,64	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 62 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 6 cm nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
6,00	2,00	0,04	2,16	0,05	0,78	1,15	1,33	0,55	1,33
6,00	3,00	0,05	2,16	0,05	0,96	1,25	1,56	0,71	1,56
6,00	4,00	0,06	2,16	0,06	1,07	1,36	1,86	0,86	1,86
6,00	5,00	0,07	2,16	0,06	1,13	1,50	2,25	1,03	2,25
6,00	6,00	0,08	2,16	0,07	1,15	1,67	2,78	1,22	2,78
6,00	7,00	0,09	2,16	0,08	1,16	1,88	3,52	1,44	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 63 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 5 cm nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
5,00	2,00	0,04	2,17	0,05	0,78	1,15	1,33	0,52	1,33
5,00	3,00	0,05	2,17	0,05	0,96	1,25	1,56	0,67	1,56
5,00	4,00	0,06	2,17	0,06	1,05	1,36	1,86	0,82	1,86
5,00	5,00	0,07	2,17	0,07	1,12	1,50	2,25	0,98	2,25
5,00	6,00	0,08	2,17	0,07	1,16	1,67	2,78	1,15	2,78
5,00	7,00	0,09	2,17	0,08	1,16	1,88	3,52	1,35	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 64 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 8 cm nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
8,00	2,00	0,03	2,00	0,05	0,67	1,15	1,33	0,60	1,33
8,00	3,00	0,04	2,00	0,05	0,86	1,25	1,56	0,78	1,56
8,00	4,00	0,05	2,00	0,05	0,99	1,36	1,86	0,96	1,86
8,00	5,00	0,07	2,00	0,06	1,08	1,50	2,25	1,15	2,25
8,00	6,00	0,08	2,00	0,07	1,14	1,67	2,78	1,37	2,78
8,00	7,00	0,09	2,00	0,08	1,16	1,88	3,52	1,64	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 65 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 6 cm nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
6,00	2,00	0,03	2,00	0,05	0,65	1,15	1,33	0,55	1,33
6,00	3,00	0,04	2,00	0,05	0,86	1,25	1,56	0,71	1,56
6,00	4,00	0,05	2,00	0,05	0,97	1,36	1,86	0,86	1,86
6,00	5,00	0,06	2,00	0,06	1,07	1,50	2,25	1,03	2,25
6,00	6,00	0,07	2,00	0,07	1,11	1,67	2,78	1,22	2,78
6,00	7,00	0,08	2,00	0,08	1,12	1,88	3,52	1,44	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 66 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes retos de largura 5 cm nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198
5,00	2,00	0,03	2,00	0,05	0,65	1,15	1,33	0,52	1,33
5,00	3,00	0,04	2,00	0,05	0,84	1,25	1,56	0,67	1,56
5,00	4,00	0,05	2,00	0,05	0,97	1,36	1,86	0,82	1,86
5,00	5,00	0,06	2,00	0,06	1,05	1,50	2,25	0,98	2,25
5,00	6,00	0,07	2,00	0,07	1,11	1,67	2,78	1,15	2,78
5,00	7,00	0,08	2,00	0,08	1,12	1,88	3,52	1,35	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Percebeu-se que, em todos os casos analisados, os fatores de correção da ABNT NBR 7190:1997, NDS (2005) e NCh 1198 (2006) ficaram a favor da segurança, sendo maiores que os fatores calculados neste trabalho. O fator da norma brasileira é igual à relação entre a altura total da viga sobre a altura da mesma região do entalhe. Os fatores das outras duas normas são dados por este mesmo valor elevado ao quadrado.

Já o fator da norma CSA O86 (2010), cuja fórmula é dada conforme Equação (16), apresentou-se mais discrepante dos fatores das outras normas, e foi mais próximo dos

fatores do trabalho nos casos de vigas com forças concentradas a cada terço do vão, porém menor em diversas situações. Entretanto, para os carregamentos analisados, nenhum dos parâmetros das vigas entalhadas na região do apoio ultrapassou os limites de resistência do material nas simulações. Presume-se que a CSA O86 (2010) considere alguma redução no esforço cortante na região do apoio, como o efeito de compressão normal nos apoios.

É importante ressaltar que a ABNT NBR 7190:1997, NDS (2005) e CSA O86 (2010) limitam a altura de entalhes retos na região do apoio a  $\frac{1}{4}$  da altura total da viga (3,75 cm no caso), enquanto que a NCh 1198 (2006) permite até  $\frac{1}{2}$  da altura total da viga (7,5 cm no caso), porém limita também a distância entre a aplicação da reação de apoio até a face interna do entalhe, a no máximo  $\frac{1}{3}$  da altura da viga na região do entalhe, de forma que a máxima largura permitida seria de 4,33 cm para o caso de entalhe de altura 2 cm, ou seja, nenhuma das simulações feitas neste trabalho atende este critério da norma chilena.

#### 4.6.2 Entalhes com mísulas na região do apoio

Foram analisados também os fatores de multiplicação para as tensões cisalhantes no caso de entalhes com mísula na região do apoio. Nesta seção, foi considerado o fator proposto pelo Eurocode 5 (2004), conforme Seção 2.4.1, que trata todos os entalhes com mísula. Esta comparação pode ser vista na Tabela 67, Tabela 68 e Tabela 69 para vigas com carregamento uniformemente distribuído com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, e Tabela 70, Tabela 71 e Tabela 72 para vigas com forças concentradas a cada terço do vão com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 67 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm com mísula nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
8,00	2,00	0,06	2,13	0,05	1,14	1,15	1,33	0,60	1,15	1,47
8,00	3,00	0,07	2,13	0,05	1,30	1,25	1,56	0,78	1,25	1,77
8,00	4,00	0,08	2,13	0,06	1,39	1,36	1,86	0,96	1,36	2,00
8,00	5,00	0,09	2,13	0,06	1,48	1,50	2,25	1,15	1,50	2,19
8,00	6,00	0,11	2,13	0,07	1,53	1,67	2,78	1,37	1,67	2,35
8,00	7,00	0,13	2,13	0,08	1,58	1,88	3,52	1,64	1,88	2,50

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 68 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm com mísula nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
6,00	2,00	0,06	2,16	0,05	1,13	1,15	1,33	0,55	1,15	1,31
6,00	3,00	0,07	2,16	0,05	1,26	1,25	1,56	0,71	1,25	1,56
6,00	4,00	0,08	2,16	0,06	1,32	1,36	1,86	0,86	1,36	1,77
6,00	5,00	0,09	2,16	0,06	1,38	1,50	2,25	1,03	1,50	1,93
6,00	6,00	0,10	2,16	0,07	1,40	1,67	2,78	1,22	1,67	2,06
6,00	7,00	0,12	2,16	0,08	1,42	1,88	3,52	1,44	1,88	2,17

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 69 - Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm com mísula nos apoios e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
5,00	2,00	0,06	2,17	0,05	1,17	1,15	1,33	0,52	1,15	1,23
5,00	3,00	0,07	2,17	0,05	1,28	1,25	1,56	0,67	1,25	1,46
5,00	4,00	0,08	2,17	0,06	1,32	1,36	1,86	0,82	1,36	1,65
5,00	5,00	0,09	2,17	0,07	1,37	1,50	2,25	0,98	1,50	1,79
5,00	6,00	0,10	2,17	0,07	1,37	1,67	2,78	1,15	1,67	1,91
5,00	7,00	0,11	2,17	0,08	1,37	1,88	3,52	1,35	1,88	2,01

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 70 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm com mísula nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
8,00	2,00	0,05	2,00	0,05	1,11	1,15	1,33	0,60	1,15	1,47
8,00	3,00	0,06	2,00	0,05	1,29	1,25	1,56	0,78	1,25	1,77
8,00	4,00	0,08	2,00	0,05	1,39	1,36	1,86	0,96	1,36	2,00
8,00	5,00	0,09	2,00	0,06	1,50	1,50	2,25	1,15	1,50	2,19
8,00	6,00	0,10	2,00	0,07	1,57	1,67	2,78	1,37	1,67	2,35
8,00	7,00	0,12	2,00	0,08	1,63	1,88	3,52	1,64	1,88	2,50

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 71 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm com mísula nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
6,00	2,00	0,05	2,00	0,05	1,10	1,15	1,33	0,55	1,15	1,31
6,00	3,00	0,06	2,00	0,05	1,25	1,25	1,56	0,71	1,25	1,56
6,00	4,00	0,07	2,00	0,05	1,32	1,36	1,86	0,86	1,36	1,77
6,00	5,00	0,08	2,00	0,06	1,40	1,50	2,25	1,03	1,50	1,93
6,00	6,00	0,10	2,00	0,07	1,44	1,67	2,78	1,22	1,67	2,06
6,00	7,00	0,11	2,00	0,08	1,47	1,88	3,52	1,44	1,88	2,17

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 72 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm com mísula nos apoios e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção CSA	Fator de correção NCh 1198	Fator de correção Eurocode 5
5,00	2,00	0,05	2,00	0,05	1,14	1,15	1,33	0,52	1,15	1,23
5,00	3,00	0,06	2,00	0,05	1,27	1,25	1,56	0,67	1,25	1,46
5,00	4,00	0,07	2,00	0,05	1,32	1,36	1,86	0,82	1,36	1,65
5,00	5,00	0,08	2,00	0,06	1,38	1,50	2,25	0,98	1,50	1,79
5,00	6,00	0,09	2,00	0,07	1,40	1,67	2,78	1,15	1,67	1,91
5,00	7,00	0,11	2,00	0,08	1,41	1,88	3,52	1,35	1,88	2,01

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Percebeu-se que, em todos os casos analisados, os fatores de correção da ABNT NBR 7190:1997 e da NCh 1198 (2006) ficaram mais próximos dos fatores de correção determinados no trabalho (diferenças de 1% a 37%), em alguns casos menores, porém no máximo 4%. Os fatores da norma brasileira e da NCh 1198 (2006), para este caso, são iguais à relação entre a altura total da viga sobre a altura da mesma região do entalhe, enquanto que o fator da NDS (2005) é este mesmo valor elevado ao quadrado.

O fator de ponderação do Eurocode 5 (2004) foi maior do que os do trabalho em todos os casos, de 5% a 58%. O valor do fator da CSA O86 (2010), cuja fórmula é dada conforme Equação (16), foi menor do que os fatores de correção da tensão cisalhante calculados neste trabalho, exceto para os casos de vigas com carregamento distribuído com entalhe de altura 7 cm e larguras de 8 cm e 6 cm, altura esta que nem é permitida pela norma por exceder o limite de  $\frac{1}{4}$  da altura total da viga. A diferença entre estes fatores foi maior do que no caso de entalhes retos, visto na seção anterior, pois as tensões cisalhantes aumentaram no apoio com a realização da mísula.

A ABNT NBR 7190:1997, para o caso de entalhes com mísula de inclinação mínima 1:3, permite alturas dos mesmos de até  $\frac{1}{2}$  da altura total da viga (7,5 cm no caso), enquanto a NDS (2005) limita a altura de entalhes na região do apoio a  $\frac{1}{4}$  da altura total da viga (3,75 cm no caso). A NCh 1198 (2006), conforme explicado na seção anterior, permite alturas de até  $\frac{1}{2}$  da altura total da viga, porém limita a distância entre a aplicação da reação de apoio até a face interna do entalhe, a no máximo  $\frac{1}{3}$  da altura da viga na região do entalhe, sendo que no caso deste trabalho, nenhuma das simulações realizadas atende a este critério.

A norma chilena também indica que o ângulo de inclinação da mísula não pode ser maior do que 30°, estando os casos analisados neste trabalho dentro do limite, com inclinação de



aproximadamente 18°. O Eurocode 5 (2004) não traz limitações de dimensões para os entalhes e mísulas na região do apoio, apenas o fator de correção.

#### 4.6.3 Entalhes no terço extremo da viga

A norma canadense CSA O86 (2010) permite entalhes apenas na região dos apoios, porém as normas NDS (2005) e NCh 1198 (2006) permitem também entalhes nos terços extremos da viga, desde que a altura dos mesmos não ultrapasse 1/6 da altura total da viga (no caso 2,5 cm), e a largura seja menor ou igual do que 1/3 da altura total da viga (no caso 5 cm). A ABNT NBR 7190:1997, por sua vez, não limita a posição dos entalhes, apenas a altura dos mesmos a no máximo ¼ da altura total da viga quando retos (3,75 cm no caso). Desta forma, foram analisados também os fatores de correção das tensões cisalhantes para estes casos. O Eurocode 5 (2004) permite entalhes fora da região do apoio com restrições, porém trata todos com mísula, portanto não foi analisado para este caso.

Esta comparação pode ser vista na Tabela 73, Tabela 74 e Tabela 75, para vigas com carregamento uniformemente distribuído com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, e Tabela 76, Tabela 77 e Tabela 78, para vigas com forças concentradas a cada terço do vão com entalhes de largura 8 cm, 6 cm e 5 cm, respectivamente.

Tabela 73 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm no terço extremo e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
8,00	2,00	0,10	1,38	0,03	3,08	1,15	1,33	1,33
8,00	3,00	0,15	1,38	0,03	4,41	1,25	1,56	1,56
8,00	4,00	0,20	1,38	0,04	5,42	1,36	1,86	1,86
8,00	5,00	0,26	1,38	0,04	6,16	1,50	2,25	2,25
8,00	6,00	0,31	1,38	0,05	6,65	1,67	2,78	2,78
8,00	7,00	0,36	1,38	0,05	6,96	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 74 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm no terço extremo e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/ Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
6,00	2,00	0,10	1,41	0,03	3,01	1,15	1,33	1,33
6,00	3,00	0,15	1,41	0,04	4,26	1,25	1,56	1,56
6,00	4,00	0,20	1,41	0,04	5,25	1,36	1,86	1,86
6,00	5,00	0,25	1,41	0,04	5,98	1,50	2,25	2,25
6,00	6,00	0,31	1,41	0,05	6,49	1,67	2,78	2,78
6,00	7,00	0,36	1,41	0,05	6,79	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 75 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm no terço extremo e carregamento uniformemente distribuído

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
5,00	2,00	0,10	1,42	0,03	2,93	1,15	1,33	1,33
5,00	3,00	0,15	1,42	0,04	4,17	1,25	1,56	1,56
5,00	4,00	0,20	1,42	0,04	5,14	1,36	1,86	1,86
5,00	5,00	0,25	1,42	0,04	5,89	1,50	2,25	2,25
5,00	6,00	0,30	1,42	0,05	6,38	1,67	2,78	2,78
5,00	7,00	0,35	1,42	0,05	6,63	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 76 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 8 cm no terço extremo e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
8,00	2,00	0,10	2,00	0,05	2,15	1,15	1,33	1,33
8,00	3,00	0,15	2,00	0,05	3,08	1,25	1,56	1,56
8,00	4,00	0,21	2,00	0,05	3,80	1,36	1,86	1,86
8,00	5,00	0,31	2,00	0,06	5,10	1,50	2,25	2,25
8,00	6,00	0,36	2,00	0,07	5,39	1,67	2,78	2,78
8,00	7,00	0,46	2,00	0,08	6,13	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 77 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 6 cm no terço extremo e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
6,00	2,00	0,10	2,00	0,05	2,12	1,15	1,33	1,33
6,00	3,00	0,15	2,00	0,05	3,04	1,25	1,56	1,56
6,00	4,00	0,21	2,00	0,05	3,76	1,36	1,86	1,86
6,00	5,00	0,30	2,00	0,06	5,05	1,50	2,25	2,25
6,00	6,00	0,36	2,00	0,07	5,34	1,67	2,78	2,78
6,00	7,00	0,46	2,00	0,08	6,09	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Tabela 78 – Comparação entre os fatores de correção para vigas com entalhes de largura 5 cm no terço extremo e forças concentradas a cada terço do vão

c (cm)	h1 (cm)	Sxy (kN/cm <sup>2</sup> )	V_quina (kN)	Sxy_qt (kN/cm <sup>2</sup> )	Sxy/Sxy_qt	Fator de correção ABNT	Fator de correção NDS	Fator de correção NCh 1198
5,00	2,00	0,10	2,00	0,05	2,10	1,15	1,33	1,33
5,00	3,00	0,15	2,00	0,05	3,00	1,25	1,56	1,56
5,00	4,00	0,20	2,00	0,05	3,70	1,36	1,86	1,86
5,00	5,00	0,30	2,00	0,06	5,00	1,50	2,25	2,25
5,00	6,00	0,35	2,00	0,07	5,28	1,67	2,78	2,78
5,00	7,00	0,45	2,00	0,08	6,00	1,88	3,52	3,52

Nota: valores com coloração reduzida indicam situação fora do intervalo de validade da norma.

Fonte: Autor

Percebeu-se que, em todos os casos, os fatores de correção do trabalho foram maiores do que os propostos pelas normas analisadas, ficando o da ABNT NBR 7190:1997 mais

crítico. Entretanto, dentre os casos analisados, os únicos permitidos pela NDS (2005) e NCh 1198 (2006), de acordo com as limitações de dimensões de entalhe, seriam vigas com entalhe de altura 2 cm e largura 5 cm, nos quais nenhum dos parâmetros obtidos pelas simulações numéricas ultrapassou os limites de resistência do material.

Os casos permitidos pela ABNT NBR 7190:1997, dentre os analisados, seriam vigas com entalhes de alturas 2 cm e 3 cm e larguras 8 cm, 6 cm e 5 cm, visto que a norma não traz limitação para larguras de entalhes. Porém, para os carregamentos analisados, o parâmetro  $S_x$  na quina em vigas com entalhes a partir de 3 cm de altura já extrapolam o limite de resistência da madeira para todas as larguras analisadas, indicando que seria interessante a norma brasileira adotar a limitação de altura de entalhe semelhante à da NDS (2005) e NCh 1198 (2006).

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

#### 5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Pode-se concluir que é de fundamental importância considerar a perturbação no fluxo de tensões causada por entalhes vigas de madeira, a fim de se garantir o correto dimensionamento da viga pela avaliação apropriada do comportamento mecânico da estrutura e, conseqüentemente, garantir a segurança da edificação, pois a capacidade de carga das vigas será consideravelmente reduzida.

Os critérios para projeto e execução de entalhes em vigas de madeira especificados pelas normas analisadas neste trabalho são semelhantes entre si, porém alguns se encontram mais a favor da segurança do que outros, principalmente quanto à limitação de posição do entalhe nas vigas.

Dentre as normas consultadas, a ABNT NBR 7190:1997 apresenta-se com a maior escassez em especificações e justificativas, principalmente no que diz respeito à utilização de parafusos verticais nos entalhes, como reforço para absorver esforços de tração perpendiculares às fibras da madeira.

Quanto ao ponto de singularidade na estrutura a ser modelada, como o canto vivo da quina do entalhe, é imprescindível que este seja tratado adequadamente nas simulações numéricas quando está numa região de interesse para a análise, para que a mesma possa ser feita com confiabilidade.

Após a modelagem das vigas, as conclusões obtidas foram as seguintes:

- As vigas apresentaram comportamentos muito semelhantes para os dois tipos de carregamento analisados;
- A tensão cisalhante máxima  $S_{xy}$  nas simulações, não ocorre no ponto médio da seção transversal reduzida pelo entalhe, como indica a teoria clássica da Resistência dos Materiais, e sim na quina do mesmo;
- Para os casos de entalhe no meio do vão, quanto menor a largura do entalhe, mais a concentração de tensões na quina influencia nas tensões máximas no centro, portanto, maiores os valores de  $S_{x\_cMAX}$ ;
- Não foi possível obter fatores de correção para as tensões cisalhantes máximas  $S_{xy}$  na quina, para o caso de entalhe no meio do vão da viga, visto que os valores teóricos destas tensões resultaram em zero, em função do esforço cortante nulo ou muito próximo de zero nesta região, enquanto que estes valores nas simulações chegavam a extrapolar o limite de resistência da madeira na maioria dos casos;
- Ainda para entalhes no meio do vão, seria interessante que a ABNT NBR 7190:1997 restringisse a realização de entalhes no terço médio do vão da viga, como algumas normas internacionais já fazem, pois constitui-se numa situação muito crítica e que pode ser perigosa, visto que mesmo com dimensões pequenas os parâmetros analisados já atingiram os limites de resistência da madeira para os carregamentos analisados;
- No caso de entalhes no terço extremo, para alturas maiores, a tensão mínima da viga começa a ocorrer na região do entalhe, e isso se deve à redução da seção transversal residual, fazendo com que a compressão paralela às fibras se torne mais crítica naquela região do que no centro, ficando esta mais propensa a falhas;
- Entalhes no terço extremo não influenciaram as tensões do centro, porém influenciaram nos deslocamentos desta mesma região;
- Nos casos de entalhes no terço extremo analisados, os valores teóricos das tensões cisalhantes foram consideravelmente inferiores aos valores das simulações, mesmo multiplicados pelo fator de correção proposto pela ABNT NBR 7190:1997, mostrando insuficiência do fator para estes casos;
- Em todos os casos analisados, a diferença entre os valores teóricos e simulados de tensões normais  $S_x$  na quina do entalhe foi grande, sendo estes últimos bem maiores;

- Comparando-se os valores simulados com os teóricos, nos casos de entalhes no meio do vão (tensões normais mínima e máxima no centro e tensão  $S_x$  na quina) e no terço extremo da viga (tensão normal  $S_x$  na quina e tensão normal mínima na região do entalhe), percebeu-se que os valores de tensões normais em  $x$  mínimas pelas fórmulas teóricas apresentaram valores ligeiramente maiores que os das simulações, enquanto que o das máximas, valores consideravelmente inferiores. Isso ocorre em função de o entalhe estar na face tracionada das vigas, o que acaba causando maior perturbação nas tensões nesta região, além de que a posição do entalhe (face superior ou inferior) não é levada em conta nas fórmulas clássicas, mas apenas a redução de seção transversal;
- Para os casos de entalhe no meio do vão e no terço extremo da viga, os deslocamentos verticais no meio do vão apresentaram crescimento conforme aumentava-se a largura do entalhe, devido à maior redução de material da viga dada pela largura, o que não é considerado nas fórmulas da teoria clássica da Resistência dos Materiais;
- Os entalhes na região do apoio causaram influência mínima nas tensões e deslocamentos verticais no centro;
- Os deslocamentos verticais no meio do vão da viga foram maiores que os valores teóricos em todas as simulações, inclusive para entalhes na região do apoio, em função de se considerar o material ortotrópico e a influência da largura do entalhe. Seria apropriado que a ABNT NBR 7190:1997 levasse em conta esta diferença;
- A execução de mísulas em vigas com entalhes na região do apoio, com o comprimento mínimo especificado pela ABNT NBR 7190:1997, causa uma redução razoável do parâmetro  $S_x$ , uma redução considerável do  $S_y$  e um aumento do  $S_{xy}$ , todos na quina do entalhe;
- Nos casos analisados de entalhes na região do apoio, nenhum dos parâmetros excedeu os limites de resistência da madeira, porém talvez para vigas submetidas a carregamentos maiores, a mísula seria interessante para se reduzir o parâmetro  $S_y$ .

Comparando-se os fatores de correção determinados neste trabalho com os fatores propostos pelas normas analisadas, para correção da tensão cisalhante na região do entalhe, concluiu-se que:

- O fator da norma canadense CSA O86 (2010) foi discrepante dos fatores das demais normas analisadas, e menor que os fatores de correção determinados neste trabalho para grande parte dos casos. Isto leva a crer que a mesma considera o efeito de compressão normal nos apoios;
- Para entalhes retos na região do apoio, os fatores das normas analisadas foram maiores que os fatores determinados neste trabalho, ficando a favor da segurança;
- Para entalhes com mísulas na região do apoio, os fatores da ABNT NBR 7190:1997 e NCh 1198 (2006) foram mais próximos aos fatores determinados no trabalho, ficando a favor da segurança na maioria dos casos, enquanto que o do Eurocode 5 (2004) se distanciaram mais dos fatores do trabalho, ficando a favor da segurança em todos os casos;
- Para entalhes no terço extremo do vão da viga, todos os fatores de correção das normas foram menores do que os determinados neste trabalho, ficando contra a segurança;
- Para as limitações de dimensões de entalhe nos terços extremos da NDS (2005) e NCh 1198 (2006), nenhum dos parâmetros avaliados nas simulações excedeu os limites de resistência da madeira para os carregamentos analisados;
- Para as limitações de dimensões de entalhe da ABNT NBR 7190:1997, no caso dos terços extremos, em algumas situações o parâmetro  $S_x$  na quina excedeu o limite de resistência da madeira, indicando que a norma deveria adotar critérios de limitação de dimensões semelhantes aos da NDS (2005) e NCh 1198 (2006).

## 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se que sejam investigados em trabalhos futuros os seguintes pontos:

- Análise de outros comprimentos de vãos, dimensões de seção transversal e tipos de madeira;
- Realização de uma análise experimental das mesmas vigas, tomando por base os carregamentos estimados neste trabalho, para análise do comportamento real do material nas mesmas condições;
- Investigação da possibilidade do uso de parafusos verticais para absorver o esforço de tração perpendicular às fibras da madeira, conforme indicado na ABNT NBR 7190:1997;

- 
- Avaliação de vigas com outras condições de apoio;
  - Avaliação de outros valores e/ou opções de carregamento;
  - Incluir nas fórmulas dos fatores de correção propostos outros parâmetros, como a altura da viga ( $h$ ), para maior abrangência das mesmas.



## REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos - A Base da Tecnologia CAE**. 2.ed. São Paulo: Érica, 2005.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. **NDS**: National design specification for wood construction. Washington, D. C., 1997.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. **NDS**: National design specification for wood construction. Washington, D. C., 2005.

ANSYS 15.07 Notice. Computational Applications and System Integration Inc., 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997.

ASSOCIATION CANADIENNE DE NORMALISATION. **CSA O86-09**: Règles de calcul des charpentes en bois. Ontario, 2010.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1982.

CALIL JR., C.; LAHR, F.A.R.; DIAS, A. A. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira**. Barueri: Manole, 2003.

CANADIAN WOOD COUNCIL. **Armstrong-Spallumcheen Arena**. Disponível em: <[http://cwc.ca/wp-content/uploads/publications-casestudy-Armstrong\\_Arena.pdf](http://cwc.ca/wp-content/uploads/publications-casestudy-Armstrong_Arena.pdf)>. Acesso em 07 jan. 2016.

CANADIAN WOOD COUNCIL. **Introduction to Wood Design**: a learning guide to complement the Wood Design Manual. Ottawa: Canadian Wood Council, 1999.

COOK, R. D. **Finite Element Modeling for Stress Analysis**. Madison: John Wiley & Sons, 1995.

CORDOVIL, F. A. B.; RIZZO, I. M. L. **Vigas entalhadas**. In: VIII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E ESTRUTURAS DE MADEIRA, julho de 2002, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia, 2002. 10 p.

ESSS. ANSYS Channel Partner for Brazil and South America. Disponível em: <<http://www.esss.com.br>>. Acesso em: 08 out. 2014.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 5**: Design of timber structures – Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

EXTREMETECH. Tech wrecks: Lessons from some of the biggest hardware screw-ups. Disponível em: <<http://www.extremetech.com/extreme/129764-tech-wrecks-lessons-from-some-of-the-biggest-hardware-screw-ups/3>>. Acesso em: 05 nov. 2015.

FAHERTY, K. F.; WILLIAMSON, T. G. **Wood engineering and construction**. 3.ed. Boston: McGraw Hill, 1999.

FOLIENTE G.C.; McLAIN, T.E. Design of notched wood beams. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 9, p. 2407-2420, 1992.

FÓRUM DA CASA. Imagens de casas. Disponível em: <<http://www.forumdacasa.com>>. Acesso em: 19 ago. 2014.

GESUALDO, F. A. R.; SOUZA JR, D. A. **Entalhes em seções transversais de vigas de madeira por meio de abordagem numérica**. In: XI ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E ESTRUTURAS DE MADEIRA, julho de 2008, Londrina. **Anais...** Londrina, 2008. 13 p.

INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN. **NCh 1198**: Madera – Construcciones en madera - Cálculo. Santiago, 2006.

JOCKWER, R. **Structural behavior of glued laminated timber beams with unreinforced and reinforced notches**. 166 p. ETH Zurich, Zurich, 2014.

JOCKWER R.; STEIGER R.; FRANGI A. State-of-the-art review on approaches for the design of timber beams with notches. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 3, p.04013068:1-13, 2014.

KIM, N. H.; SANKAR, B. V. **Introdução à análise e ao projeto em elementos finitos**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2011.

MARQUES FILHO, S. L. **Lições de inovação do pai da aviação: Como construir organizações inovadoras**. Curitiba: ProAdvance, 2013.

MASUDA, M. **Application of the Finite Small Area Fracture Criteria to Bending of Beams with End Sloped Notches**. Proceedings of International Wood Engineering Conference, 1996, New Orleans, USA, v. 4, p.136-143.

MEDEIROS, R. C. **Forças em peças de contraventamento de treliças de madeira**. 132 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

MOAVENI, Saeed. **Finite element analysis: theory and application with Ansys**. Mankato, Minnesota: Prentice Hall, 1999.

MOLITERNO, Antonio. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira**. Revisão de Reyolando M. L. R. da Fonseca Brasil. 3.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2009. 268p.

PFEIL, W; PFEIL, M. **Estruturas de Madeira**. 6.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2003.

POLYSOLUTION. Soluções em Policarbonato. Disponível em: <<http://www.polysolution.com.br>>. Acesso em: 14 set. 2014.

PORTEOUS, J.; KERMANI, A. **Structural Timber Design to Eurocode 5**. Oxford: Blackwell Science, 2007.

---

ROSA, E. **Análise de Resistência Mecânica: Mecânica da Fratura e Fadiga.** Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

SUPERINTERESSANTE. Jato de janela quadrada. Disponível em: <<http://super.abril.com.br/tecnologia/jato-de-janela-quadrada>>. Acesso em: 05 nov. 2015.