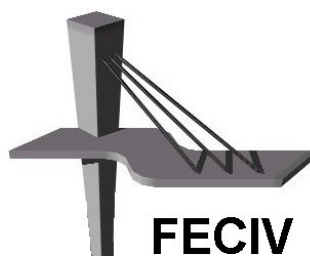


DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DAS  
LIGAÇÕES VIGA-PILAR NO COMPORTAMENTO  
ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS DE MÚLTIPLOS  
PAVIMENTOS EM CONCRETO ARMADO**



**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**



**Júlia Borges dos Santos**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DAS  
LIGAÇÕES VIGA-PILAR NO COMPORTAMENTO  
ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS DE MÚLTIPLOS  
PAVIMENTOS EM CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da  
Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos  
para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

**Orientador: Prof. Dr. Turibio José da Silva**

**Coorientador: Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva**

Uberlândia, 25 de abril de 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

---

- S237a  
2016 Santos, Júlia Borges dos, 1990-  
Análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado / Júlia Borges dos Santos. - 2016.  
166 f. : il.
- Orientador: Turibio José da Silva.  
Coorientador: Gerson Moacyr Sisniegas Alva.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.  
Inclui bibliografia.
1. Engenharia civil - Teses. 2. Teoria das estruturas - Teses. 3. Concreto armado - Teses. I. Silva, Turibio José da. II. Alva, Gerson Moacyr Sisniegas. III. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. IV. Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



**ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGE**

**ATA Nº:** 160/2016

**CANDIDATO:** Júlia Borges dos Santos

**Nº. Matrícula:** 11422ECV007

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Turíbio José da Silva

**TÍTULO:** "Análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado"

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Estruturas e Construção Civil

**LINHA DE PESQUISA:** Estruturas

**PROJETO DE PESQUISA:** Comportamento Estrutural

**DATA DA DEFESA:** 25 de abril de 2016

**LOCAL:** Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa, bloco 1Y.

**HORÁRIO INÍCIO/TÉRMINO:** 09:30 - 12:00

Reuniu-se na **Sala de Projeções Prof. Marcio Antônio Ribeiro da Silva, bloco 1Y - Campus Santa Mônica** da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do PPGE, assim composta: Professores Doutores: **Rodrigo Gustavo Delalibera – FECIV/UFU; Wellington Andrade da Silva – DECIV/UFG e Prof. Dr. Turíbio José da Silva** orientador da candidata. Ressalta-se que todos os membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa **Dr. Turíbio José da Silva** apresentou a Comissão Examinadora e concedeu ao discente a palavra para a exposição do trabalho. A seguir, o senhor presidente concedeu a palavra aos examinadores, que passaram a arguir a candidata. Ultimada a arguição, a Banca, em sessão secreta, atribuiu os conceitos finais. Em face do resultado obtido, a Banca Examinadora considerou a candidata APROVADA. Esta defesa de Dissertação de Mestrado Acadêmico é parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre. O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação interna da UFU. Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos e foi lavrada a presente ata que após lida e aprovada foi assinada pela Banca Examinadora.

\_\_\_\_\_  
Professor Orientador: **Prof. Dr. Turíbio José da Silva – FECIV/UFU**

\_\_\_\_\_  
Membro externo: **Prof. Dr. Wellington Andrade da Silva – DECIV/UFG**

\_\_\_\_\_  
Membro interno: **Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera – FECIV/UFU**

Uberlândia, 25 de ABRIL de 2016.

# DEDICATÓRIA

---

*Ao meu companheiro Marco Aurélio Silva  
Esteves, por seu apoio incondicional, seu amor  
essencial e por ser a fortaleza da minha vida.*

# A GRADECIMENTOS

---

Agradeço aos meus pais pelo apoio irrestrito para a concretização de meus objetivos pessoais e profissionais.

Ao meu orientador, professor Turibio José da Silva, pela oportunidade e honra de desfrutar de seus valiosos conhecimentos e orientações. Ao meu coorientador, professor Gerson Moacyr Sisniegas Alva, pelos atendimentos atenciosos e essenciais ao desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também ao professor Alceu Alves Júnior, que me despertou o interesse pela área de cálculo estrutural devido a sua infinita disposição em contribuir para o meu aprendizado. À querida professora Maria Cristina Vidigal de Lima, que teve importante papel na minha formação.

Ao engenheiro de estruturas e amigo, Djalma Francisco da Silva, por transmitir sua experiência e conhecimentos únicos durante minha atuação profissional.

Ao Rodrigo Nurnberg da empresa TQS pelos atendimentos atenciosos sobre o programa.

À CAPES, pelo apoio financeiro concedido.

SANTOS, J. B. **Análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto armado**. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.

## RESUMO

---

A análise estrutural convencional de edificações em concreto armado é realizada considerando as ligações viga-pilar como rígidas. Entretanto, resultados experimentais comprovam a existência de rotações relativas nas ligações viga-pilar de estruturas de concreto armado, evidenciando a transmissão parcial de momento fletor. Neste trabalho foi investigada a influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edificações de múltiplos pavimentos em concreto armado. Em uma primeira etapa, variou-se o valor de restrição à rotação das ligações observando os impactos na deslocabilidade horizontal da estrutura, no coeficiente  $\gamma_z$ , nos momentos negativos e positivos das vigas e nas armaduras longitudinais dos pilares. Esta análise foi realizada para edificações com 05, 10, 15 e 19 pavimentos. Observou-se por meio dos resultados que a redução da rigidez à rotação das ligações provoca aumento nos valores dos deslocamentos horizontais, do coeficiente  $\gamma_z$ , dos momentos positivos das vigas e das armaduras dos pilares. Os acréscimos ocorridos nos valores dos parâmetros analisados são maiores à medida em que se aumentam o número de pavimentos das edificações. Em uma segunda etapa, calculou-se uma mesma edificação com ligações rígidas e com ligações deformáveis. Para determinação da restrição à rotação das ligações deformáveis, utilizaram-se dois modelos analíticos disponíveis na literatura, realizando-se, também, uma comparação entre os resultados obtidos pelos modelos. Com base nos resultados, conclui-se que negligenciar a influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise de estruturas monolíticas em concreto armado pode gerar soluções muito diferentes do comportamento real da estrutura na prática. Os valores de rigidez obtidos pelos modelos analíticos utilizados divergem consideravelmente da condição de ligações rígidas, sugerindo-se a adequação na consideração padrão de ligações rígidas adotada pelos programas computacionais de cálculo estrutural.

**Palavras-chave:** Ligação viga-pilar, rigidez à rotação, edifícios de múltiplos pavimentos, engastamento parcial, ligações monolíticas.

SANTOS, J. B. **Analysis of the influence of the stiffness of beam-column connections on the structural behavior of reinforced concrete buildings with multiple floors.** 166 p. Dissertation (Master's Degree in Civil Engineering) – Faculty of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia.

## ABSTRACT

---

Conventional structural analysis of buildings in reinforced concrete is performed considering beam-column connections as rigid. However, experimental results prove the existence of relative rotations in beam-column connections of reinforced concrete structures, showing the partial transfer of bending moment. In this study the influence of the stiffness of beam-column connections on the structural behavior of multi-storey buildings in reinforced concrete was investigated. On a first stage, the value of the rotation restriction of connections was varied, observing the impact on horizontal displaceability of the structure, on the  $\gamma_z$  coefficient, on the negative and positive moments of the beams and on the longitudinal reinforcement of the pillars. This analysis was performed for buildings with 05, 10, 15 and 19 floors. The results show that the reduction of the rotation restriction of connections increases the values of the horizontal displacements, of the  $\gamma_z$  coefficient, of the positive moments and of the reinforcement of the pillars. The increases that occur on the values of the analyzed parameters become larger as the number of floors of buildings increases. On a second stage, the same building was calculated with rigid connections and deformable connections. In order to determine the factor  $\alpha_R$  of deformable connections, two analytical models available in literature were used, and a comparison between the results obtained by each analytical model was also performed. Based on the results, it is concluded that neglecting the influence of the stiffness of the beam-column connections on the analysis of monolithic reinforced concrete structures may result in different solutions compared to the real behavior of the structure. The stiffness values obtained with the analytical models that were used differ considerably from the condition of rigid connections, suggesting an adjustment on the standard consideration of rigid connections adopted by the computer programs of structural calculation.

**Keywords:** beam-column connection, stiffness rotation, multi-storey buildings, partially rigid connections, monolithic connections.



# SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

---

## Símbolos

$\alpha_R$	Fator de restrição à rotação
$(1/r)$	curvatura da seção da viga na fase elástica
$(EI)_{sec}$	rigidez secante da viga
$\epsilon_{cm}$	deformação média do concreto tracionado entre fissuras
$\epsilon_{sm}$	deformação média da armadura
$\emptyset$	diâmetro da barra
$a_l$	deslocamento do diagrama de momentos fletores
$A_s$	área da armadura de tração
$C_1$	constante relacionada ao mecanismo de deformação A
$C_2$	constante relacionada ao mecanismo de deformação B
$D$	altura útil da viga
$E_{cs}$	módulo de elasticidade secante do concreto
$E_{cs}I_c$	representa a somatória dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada
$E_s$	módulo de elasticidade do aço
$F_{1n}$ a $F_{6n}$	forças nodais
$f_c$	resistência do concreto à compressão

$f_{cd}$	resistência à compressão de cálculo do concreto
$F_s$	resultante de tração na barra
$H_{tot}$	altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo
$I_b$	momento de inércia da viga
$I_c$	momento de inércia do pilar
$I_{eq}$	momento de inércia equivalente da viga
$I_I$	momento de inércia da seção da viga no Estádio I
$I_{II}$	momento de inércia da seção da viga no Estádio II
$K_b$	razão entre $I_b$ e $L_b$
$K_c$	razão entre $I_c$ e $L_c$
$L_b$	vão da viga
$l_b$	comprimento de ancoragem básico
$L_{bu}$	comprimento onde se desenvolve as tensões de aderência no trecho inelástico
$L_{by}$	comprimento onde se desenvolve as tensões de aderência no trecho elástico e inelástico
$L_c$	altura do pilar
$L_e$	comprimento de embutimento, ou comprimento de ancoragem existente
$L_{ef}$	vão efetivo entre os apoios, ou seja, a distância entre os centros de giro nos apoios
$L_p$	comprimento da região da ligação
$l_t$	comprimento de traspasse

$M_{1d}$	momento de cálculo na base da estrutura devido às forças horizontais
$M_a$	momento fletor na base do pilar
$M_d$	momento atuante de cálculo
$M_{E,cor}$	momento no engaste corrigido devido ao fator de restrição da ligação
$M_{eng}$	momento no engaste
$M_{j,Ed}$	momento solicitante de projeto
$M_{j,Rd}$	momento resistente de projeto
$M_r$	momento de fissuração da viga
$M_{Rd}$	momento fletor resistente de cálculo
$M_u$	momento último da viga
$M_v$	momento fletor na extremidade da viga
$M_{V,cor}$	momento no vão corrigido devido ao fator de restrição da ligação
$M_{vão}$	momento no vão
$M_y$	momento de início de escoamento das barras longitudinais tracionadas da viga
$N_k$	somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de $H_{tot}$ ), com seu valor característico
$N_{Rd}$	esforço normal resistente de cálculo
$R$	reação de apoio
$R_{sd}$	resultante de cálculo da armadura de tração negativa
$s_0$	escorregamento do início da dobra do gancho
$S_j$	rigidez da ligação

$S_{j,ini}$	rigidez inicial
$s_R$	espaçamento entre fissuras
$U_1$ a $U_6$	deslocamentos nodais
$W$	abertura de fissuras
$x_I$	altura da linha neutra no Estádio I
$x_{II}$	altura da linha neutra no Estádio II
$z_{eq}$	braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão
$\gamma_{f3}$	coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações
$\gamma_z$	Coeficiente $\gamma_z$
$\delta$	coeficiente de redistribuição
$\Delta M_{1,d}$	soma dos produtos das forças verticais de cálculo atuantes na estrutura pelos seus respectivos deslocamentos horizontais obtidos da análise de 1ª ordem
$\delta_{SR}$	flecha no vão considerando o comportamento semirrígido
$\epsilon_c$	deformação no concreto
$\epsilon_s$	deformação no aço
$\theta_1$	rotação da extremidade do elemento
$\theta_2$	rotação combinada do elemento mais da ligação
$\theta_A$	rotação decorrente do mecanismo A
$\theta_a$ e $\theta_b$	rotações adicionais nos extremos da barra
$\theta_B$	rotação decorrente do mecanismo B

$\sigma_s$	tensão na armadura tracionada da viga
$\tau_b$	tensão de aderência na armadura
$\phi$	diâmetro da armadura longitudinal negativa

## **Abreviaturas**

LVP	Ligação Viga-Pilar
F.E.P	Fator de Engastamento Parcial

## **Siglas**

ABNT	Associação Brasileira de normas técnicas
Eurocode	European Committee For Standardization

# LISTAS DE FIGURAS

---

Figura 1.1 - Rotação relativa nos nós .....	31
Figura 1.2 – Resultados teóricos e experimentais de uma ligação viga-pilar monolítica em concreto armado .....	31
Figura 2.1 – Ligação viga-pilar em concreto armado moldado no local.....	37
Figura 2.2 - Ligação viga-pilar moldada no local com a presença de laje .....	38
Figura 2.3 – Geometrias usuais de ligações viga-pilar.....	39
Figura 2.4 – Fissuração e deslizamento das armaduras existente em nós de pórtico.....	40
Figura 2.5 - Curva momento-rotação de uma ligação semirrígida.....	41
Figura 2.6 – Fator de restrição à rotação .....	41
Figura 2.7 - Relação momento-rotação na ligação viga-pilar .....	42
Figura 2.8 - Armadura mínima na ligação viga-pilar .....	45
Figura 2.9 - Armadura para resistir aos esforços na ligação viga-pilar .....	45
Figura 2.10 - Rotação adicional nos nós de pórtico de concreto armado.....	46
Figura 2.11 - Rigidez considerada em projeto.....	48
Figura 2.12 – Curva momento-rotação para uma ligação viga-pilar .....	48
Figura 2.13 - Classificação das ligações quanto a rigidez.....	50
Figura 2.14 – Aproximação permitida em apoios extremos.....	51
Figura 2.15 – Efeitos de segunda ordem .....	53
Figura 2.16 – Contraventamento de estruturas.....	54
Figura 2.17 - Relação momento-curvatura .....	55
Figura 2.18 – Processo iterativo para determinação do momento fletor atuante na base da edificação.....	59
Figura 2.19 - Determinação do momento final (M) .....	60
Figura 2.20 - Influência das ligações semirrígidas no comportamento global.....	62

Figura 3.1 - Elemento de viga com ligações semirrígidas.....	64
Figura 3.2 – Exemplo do efeito das ligações semirrígidas nos esforços de um pórtico com um pavimento .....	65
Figura 3.3 - Variação dos momentos na viga em função da ligação .....	66
Figura 3.4 - Coeficiente de engastamento parcial em função da taxa de armadura .....	68
Figura 3.5 - Deslocamentos horizontais do pórtico de contraventamento para diferentes graus de flexibilidade dos nós .....	69
Figura 3.6 - Momentos fletores em um pilar do pórtico considerando-o com nós rígidos e nós flexíveis .....	70
Figura 3.7– Deslocamentos no topo do pilar para a estrutura monolítica e para a estrutura pré-moldada .....	71
Figura 3.8 - Deslocamentos no topo em função do fator de restrição e do número de pavimentos .....	72
Figura 3.9 - Relação entre o coeficiente $\gamma_z$ e o fator de restrição $\alpha_R$ .....	73
Figura 3.10 – Mecanismos de deformações em ligações viga-pilar de extremidade .....	75
Figura 3.11 - Rigidez secante para a curva momento-rotação .....	75
Figura 3.12 - Região de distúrbio na extremidade da ligação viga-pilar monolítica.....	76
Figura 3.13 – Comprimento de embutimento para ligações viga-pilar monolíticas .....	77
Figura 3.14 - Detalhamento da geometria e das armaduras empregadas nas ligações (dimensões em mm).....	79
Figura 3.15 - Curvas momento-rotação: comparação de resultados experimentais com os do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot. (2003).....	81
Figura 3.16 – Mecanismos de deformações .....	82
Figura 3.17 - Modelo proposto por Sezen e Moehle (2003) para cálculo do deslizamento:....	83
Figura 3.18 - Modelo B: deslizamento das armaduras provocado pela fissuração .....	87
Figura 3.19 - Curva momento-rotação proposta no modelo.....	90
Figura 3.20 - Curvas momento-rotação do deslizamento das armaduras (mecanismo A) e total: experimental vs. modelo analítico .....	91

Figura 4.1 – Planta de fôrmas do Edifício 1.....	94
Figura 4.2 – Planta de fôrmas do Edifício 2 .....	95
Figura 4.3 – Perspectiva dos edifícios com 10 pavimentos.....	96
Figura 5.1 – Informações da viga. (a) Fôrma (b) Perspectiva.....	99
Figura 5.2 – Carregamentos e momentos fletores da viga. (a) Carregamento (b) Momentos fletores em kN.m .....	100
Figura 5.3 - Influência da armadura negativa no fator $\alpha_R$ .....	102
Figura 5.4 – Influência da armadura negativa na flecha.....	102
Figura 5.5 – Influência da altura da viga no fator $\alpha_R$ .....	105
Figura 6.1 – Modelos estruturais disponíveis no TQS.....	107
Figura 6.2 – Fator de engastamento parcial (ENGVIG) nos critérios do pórtico.....	109
Figura 7.1 – Edifício 01: deslocamento horizontal no topo da estrutura <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	114
Figura 7.2 – Edifício 01: coeficiente $\gamma_z$ <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	115
Figura 7.3 – Edifício 01: momento negativo da viga V2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	116
Figura 7.4 – Edifício 01: momento positivo da viga V2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	116
Figura 7.5 – Edifício 01: momento negativo da viga V5 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	117
Figura 7.6 – Edifício 01: momento positivo da viga V5 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	118
Figura 7.7 – Edifício 01: armadura do pilar P1 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	119
Figura 7.8 – Edifício 01: armadura do pilar P2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	119
Figura 7.9 – Edifício 01: armadura do pilar P6 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	120
Figura 7.10 – Edifício 01_2: deslocamento horizontal no topo da estrutura <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	122
Figura 7.11 – Edifício 01_2: coeficiente $\gamma_z$ <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	122
Figura 7.12 – Edifício 01_2: momento negativo da viga V2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	123
Figura 7.13 – Edifício 01: momento positivo da viga V2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	124
Figura 7.14 – Edifício 01_2: momento negativo da viga V5 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	125



Figura 7.15 – Edifício 01_2: momento positivo da viga V5 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	125
Figura 7.16 – Edifício 01_2: armadura do pilar P1 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	126
Figura 7.17 – Edifício 01_2: armadura do pilar P2 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	127
Figura 7.18 – Edifício 01_2: armadura do pilar P6 <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	127
Figura 7.19 – Edifício 02: deslocamento horizontal no topo da estrutura <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	128
Figura 7.20 – Edifício 02: coeficiente $\gamma_z$ <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	129
Figura 7.21 – Edifício 02_2: deslocamento horizontal no topo da estrutura <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	131
Figura 7.22 – Edifício 02_2: coeficiente $\gamma_z$ <i>versus</i> fator $\alpha_R$ .....	131
Figura 7.23 – Processo iterativo para determinação do fator $\alpha_R$ das ligações.....	133
Figura 7.24 – Comando de restrição à rotação no modelador estrutural do CAD/TQS®.....	133
Figura 7.25 – Inserção da restrição à rotação no modelador estrutural do CAD/TQS®.....	134
Figura 7.26 – Fator $\alpha_R$ das ligações da análise estrutural inicial.....	135
Figura 7.27 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 19 pavimentos: pavimento cobertura .....	136
Figura 7.28 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 19 pavimentos: pavimento tipo .....	137
Figura 7.29 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 05 pavimentos: pavimento cobertura.....	139
Figura 7.30 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 05 pavimentos: pavimento tipo .....	140
Figura 7.31 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	141
Figura 7.32 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): coeficiente $\gamma_z$ da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis.....	141
Figura 7.33 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): momento negativo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis ...	142

Figura 7.34 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): momento positivo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis ...	142
Figura 7.35 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	143
Figura 7.36 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	143
Figura 7.37 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	144
Figura 7.38 – Modelo de Alva e El Debs (2013) para 19 pavimentos: pavimento cobertura	145
Figura 7.39 - Modelo de Alva e El Debs (2013) para 19 pavimentos: pavimento tipo.....	146
Figura 7.40 - Modelo de Alva e El Debs (2013) para 05 pavimentos: pavimento cobertura.	148
Figura 7.41 – Modelo de Alva e El Debs (2013) para 05 pavimentos: pavimento tipo .....	149
Figura 7.42 – Modelo de Alva e El Debs (2013): deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	150
Figura 7.43 – Modelo de Alva e El Debs (2013): coeficiente $\gamma_z$ da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis.....	151
Figura 7.44 – Modelo de Alva e El Debs (2013): momento negativo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	151
Figura 7.45 – Modelo de Alva e El Debs (2013): momento positivo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis .....	152
Figura 7.46 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis.....	153
Figura 7.47 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis.....	153
Figura 7.48 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis.....	154
Figura 7.49 – Valores de fator $\alpha_R$ das ligações do pavimento cobertura, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos .....	154

Figura 7.50 – Rotações totais das ligações do pavimento cobertura, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos .....	155
Figura 7.51 – Rotações associadas aos mecanismos de deformação do aço das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos .....	156
Figura 7.52 – Rotações associadas aos mecanismos de deformação do concreto das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos .....	156
Figura 7.60 – Valores de fator $\alpha_R$ das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos .....	157

# LISTAS DE TABELAS

---

Tabela 2.1 – Classificações das ligações em estruturas pré-moldadas.....	43
Tabela 2.2 – Classificação das ligações semirrígidas em estruturas pré-moldadas.....	43
Tabela 2.3 – Classificação das ligações viga-pilar segundo Eurocode 3 e ANBT NBR 8800:2008.....	49
Tabela 3.1 - Valores do coeficiente $\gamma_z$ em função do grau de flexibilidade $\beta$ ( $\beta=1$ :articulado; $\beta=0$ :rígida).....	69
Tabela 3.2 – Propriedades do concreto.....	80
Tabela 5.1 – Dados dos materiais.....	99
Tabela 5.3 - Variação da armadura negativa: modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) ..	100
Tabela 5.4 - Variação da armadura negativa: modelo de Alva e El Debs (2013) ..	101
Tabela 5.8 - Variação da altura da viga: parâmetros constantes ..	103
Tabela 5.9 – Variação da altura da viga: modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).....	104
Tabela 5.10 – Variação da altura da viga: modelo de Alva e El Debs (2013) ..	104
Tabela 6.1 – Resumo das simulações realizadas para a Edificação 1 e Edificação 2.....	110
Tabela 7.2 – Seção transversal dos pilares para simulações do Edifício 01_2.....	121
Tabela 7.3 – Seção transversal dos pilares para simulações do Edifício 02_2.....	130

# SUMÁRIO

---

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>29</b>
1.1 Considerações iniciais .....	29
1.2 Justificativa.....	32
1.3 Objetivos .....	33
1.4 Estrutura do trabalho .....	34
 <b>CAPÍTULO 2: ANÁLISE ESTRUTURAL E ESTABILIDADE GLOBAL.....</b>	<b>36</b>
2.1 Introdução.....	36
2.2 Ligação viga-pilar .....	38
2.3 Abordagem da rigidez da ligação viga-pilar na análise estrutural .....	44
2.4 Aspectos normativos de ligações .....	47
2.5 Estabilidade global .....	52
2.5.1 Classificações e definições iniciais .....	52
2.5.2 Não-linearidade física e geométrica .....	54
2.5.3 Parâmetros de verificação da estabilidade global .....	56
2.5.3.1 Parâmetro de instabilidade $\alpha$ .....	56
2.5.3.2 Coeficiente $\gamma_z$ .....	57
2.5.4 Importância da rigidez das ligações na estabilidade global .....	61
 <b>CAPÍTULO 3: LIGAÇÕES VIGA-PILAR NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS .....</b>	<b>63</b>
3.1 Introdução.....	63
3.2 Influência da rigidez da ligação nos esforços locais .....	64

3.3 Influência da rigidez das ligações na estabilidade global .....	68
3.4 Modelos analíticos para determinação da rigidez da ligação .....	74
3.5 Modelo teórico de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).....	74
3.5.1 Validação experimental do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).....	79
3.6 Modelo teórico de Alva e El Debs (2013).....	82
3.6.1 Equações propostas para a curva momento-rotação .....	89
3.6.2 Validação experimental do modelo de Alva e El Debs (2013) .....	90
<b>CAPÍTULO 4: METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS.....</b>	<b>92</b>
4.1 Metodologia .....	92
4.2 Procedimentos .....	93
<b>CAPÍTULO 5: ANÁLISE DOS MODELOS ANALÍTICOS .....</b>	<b>98</b>
5.1 Análise da influência de alguns parâmetros na rigidez da ligação.....	98
<b>CAPÍTULO 6: DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO .....</b>	<b>106</b>
6.1 Considerações sobre o programa CAD/TQS® .....	106
6.1.1 Considerações gerais.....	105
6.1.2 Ligação viga-pilar no programa CAD/TQS®.....	106
6.1.2.1 Trechos rígidos.....	108
6.1.2.2 Plastificação das ligações: engastamento parcial.....	108
6.2 Introdução às simulações numéricas.....	109
6.2.1 Dados de entrada.....	109
6.2.2 Discriminação da coleta dos resultados das simulações.....	111

<b>CAPÍTULO 7: RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	113
7.1 Resultados das simulações do Edifício 01.....	112
7.1.1 Edifício 01: seção transversal dos pilares constante.....	112
7.1.2 Edifício 01_2: seção transversal dos pilares variável.....	120
7.2 Resultados das simulações do Edifício 02.....	127
7.2.1 Edifício 02: seção transversal dos pilares constante.....	127
7.2.2 Edifício 02_2: seção transversal dos pilares variável.....	129
7.3 Comentários sobre as simulações dos edifícios.....	131
7.4 Verificação da influência da deformabilidade nas ligações no comportamento estrutural.....	131
7.4.1 Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).....	141
7.4.2 Modelo de Alva e El Debs (2013).....	143
7.4.3 Comentários sobre os modelos analíticos.....	152
 <b>CAPÍTULO 8: CONCLUSÕES</b> .....	 158
8.1 Conclusões gerais .....	158
8.2 Sugestões para pesquisas futuras.....	161
 <b>REFERÊNCIAS</b> .....	 162

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações iniciais

A engenharia estrutural vem sofrendo grandes mudanças após o surgimento de tecnologias mais eficientes, as quais possibilitaram o desenvolvimento de novos métodos computacionais. Análises de edificações que eram consideradas inviáveis de serem realizadas por métodos analíticos, hoje são feitas com agilidade pelos programas computacionais de cálculo estrutural.

A utilização de um programa computacional é uma ferramenta importante na elaboração de um projeto estrutural. Independente da ferramenta utilizada, o desenvolvimento de um projeto estrutural é composto por um conjunto de etapas. Primeiramente realiza-se o lançamento dos elementos estruturais, buscando uma estrutura que seja capaz de resistir às ações solicitantes. Em seguida, realiza-se o pré-dimensionamento dos elementos, definindo-se uma solução inicial para suas dimensões geométricas. Determinam-se os carregamentos incidentes e procede-se a análise estrutural, utilizando-se um modelo matemático adequado para determinação dos



esforços. Nesta etapa também é realizada a verificação da estabilidade global. Então realizam-se as verificações em serviço para dimensionar e detalhar a estrutura.

Com o recurso tecnológico dos programas de análise estrutural, é possível projetar edificações cada vez mais esbeltas. Entretanto, estas estruturas podem apresentar elevado deslocamento horizontal, além de efeitos de segunda ordem significativos. Dessa maneira, a verificação da estabilidade global de edificações de múltiplos pavimentos assume grande importância no projeto estrutural.

Para assegurar a estabilidade global de um edifício, é necessário dispor de rigidez adequada dos elementos estruturais que vão resistir às ações horizontais e verticais. Existem diferentes recursos que podem ser utilizados para proporcionar maior rigidez à edificação e minimizar a ocorrência da instabilidade. Um deles é o posicionamento e orientação dos pilares para conferir rigidez adequada à estrutura na direção mais solicitada às forças horizontais. Isto pode ser feito na medida do possível permitida pelas limitações arquitetônicas do projeto.

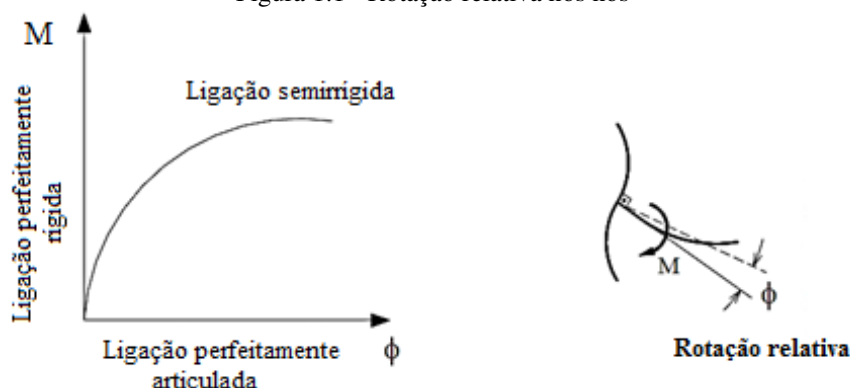
Outra maneira de melhorar o comportamento da estrutura é aumentando a seção dos elementos (vigas e pilares) e, conseqüentemente, aumentando a rigidez da estrutura como um todo. Usualmente, recorre-se ao aumento da seção dos pilares localizados na caixa do elevador ou na caixa de escada. Além disso, quanto maior o número de pilares e vigas dos pórticos que formam a estrutura, maior a rigidez dos pórticos de contraventamento. Porém, muitas vezes o projeto arquitetônico limita o lançamento de um pilar em determinado ponto, principalmente para atender as vagas de estacionamento e manobras de veículos situadas no pavimento térreo.

Nos últimos anos, identifica-se várias pesquisas científicas voltadas para a análise da influência da rigidez de ligações viga-pilar na estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado. Podem ser destacados os trabalhos de Ferreira e El Debs (2003), Ferreira *et. al* (2005), Araújo *et al.* (2006) e El Debs *et. al* (2011). Pela deficiência de monolitismo destas estruturas, a rigidez das ligações é um fator de destaque na influência do comportamento estrutural frente às ações horizontais.

Apesar de muitos trabalhos estudarem as ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado, conhecidas como nós de pórtico, tanto experimentalmente, como analiticamente, são escassos os trabalhos publicados sobre a influência da rigidez destas ligações no âmbito da análise da estabilidade global, e também, na redistribuição de esforços na estrutura.

As estruturas de concreto moldadas no local, normalmente, possuem ligações mais rígidas se comparadas às de concreto pré-moldado, devido a existência de continuidade entre os elementos estruturais, conferindo monolitismo à estrutura. Entretanto, ensaios experimentais em nós de pórtico de concreto armado evidenciam a existência de rotações relativas entre vigas e pilares (Figura 1.1), conforme trabalhos de Ferreira (1999) e Alva (2004). Estas ligações são tratadas, teoricamente, como rígidas, mas na prática, a existência destas rotações relativas provoca uma redução de rigidez no nó.

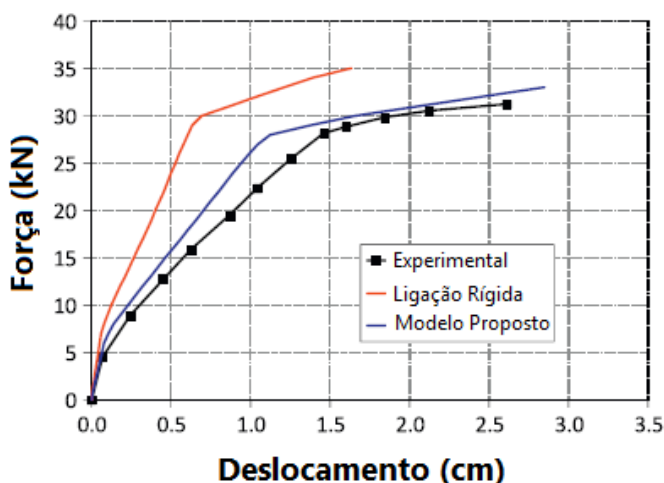
Figura 1.1 - Rotação relativa nos nós



Fonte: Adaptado de Miotto (2002)

Alva e El Debs (2013) apresentaram um modelo analítico para determinação das rotações relativas em ligações viga-pilar de estruturas monolíticas de concreto armado. Na validação experimental do modelo, os autores compararam os resultados com valores experimentais, e também, com a situação de ligações rígidas. É possível observar na Figura 1.2 que a consideração de ligações rígidas pode divergir consideravelmente do comportamento real da ligação viga-pilar, mesmo em ligações monolíticas.

Figura 1.2 – Resultados teóricos e experimentais de uma ligação viga-pilar monolítica em concreto armado



Fonte: Adaptado de Alva e El Debs (2013).

Os principais programas de cálculo estrutural disponíveis no mercado disponibilizam como recurso a modificação da rigidez das ligações viga-pilar por meio de um fator de engastamento parcial. Para o engenheiro estrutural adotar um valor para o fator de engastamento das ligações viga-pilar, deve-se conhecer os modelos analíticos disponíveis na literatura para determiná-lo. Esta alteração na rigidez da ligação é considerada na análise estrutural do pórtico espacial, impactando na estabilidade global da estrutura, e no dimensionamento dos elementos estruturais. Para utilizar este recurso com segurança, deve-se ter um maior entendimento sobre as implicações da modificação da rigidez dos nós no comportamento estrutural das edificações.

Matzenbacher (2011) realizou simulações numéricas utilizando o método dos elementos finitos para verificar a existência de rotações relativas em nós de pórtico de concreto armado. Por meio dos resultados observa-se que a hipótese de ligações viga-pilar perfeitamente rígidas pode gerar uma avaliação inadequada do comportamento estrutural. A autora inclusive sugere que os programas comerciais de cálculo estrutural revejam o padrão de ligações perfeitamente rígidas adotado na análise estrutural.

Neste contexto, a compreensão da influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural, possibilitará entender os impactos no dimensionamento dos elementos, e, principalmente, na estabilidade global.

## 1.2 Justificativa

No cálculo de estruturas de concreto armado moldado no local, considera-se as ligações viga-pilar com transmissão total de momentos fletores. Porém, ensaios experimentais de Alva (2004) comprovam a existência de rotações relativas nos nós, as quais reduzem a rigidez das ligações viga-pilar. Na realidade ocorre um engastamento parcial na ligação, e não total como considerado originalmente. A consequência disto é a existência de esforços e deformações diferentes daquelas consideradas na análise estrutural com ligações rígidas. Os elementos pertencentes à ligação viga-pilar sofrem uma redistribuição de esforços e deslocamentos ao considerar o comportamento real destas ligações.

Além dos impactos locais derivados da redução de rigidez dos nós da estrutura, podem ser observadas alterações no comportamento global da edificação. Uma modificação na rigidez dos nós altera a maneira como a estrutura se comporta frente às ações horizontais, impactando nos valores de deslocamento horizontal da estrutura, e, também, nos efeitos de segunda ordem, modificando o dimensionamento dos elementos estruturais pertencentes à edificação.

Entretanto, a influência da rigidez dos nós nem sempre é verificada na análise estrutural, negligenciando os possíveis impactos no comportamento da estrutura. Isto pode ser explicado pela carência de estudos mais aprofundados sobre a rigidez de ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado e, principalmente, sobre sua influência no comportamento estrutural. Além disso, a consideração usual de que as ligações monolíticas de concreto são rígidas, não desperta nos engenheiros a preocupação sobre a influência da rigidez das ligações na análise das estruturas.

Com o aumento do número de pavimentos da estrutura, os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem se tornam maiores. Portanto, nas estruturas de múltiplos pavimentos, a influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global pode ser crítica, sendo de extrema importância investigar esta relação.

A maior compreensão da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural, poderá contribuir para o desenvolvimento de projetos estruturais mais próximos à realidade do comportamento das edificações. Tais métodos poderão garantir uma maior segurança nos projetos de estruturas de concreto armado, especialmente de edificações de múltiplos pavimentos. Além disso, a utilização com segurança dos recursos computacionais disponíveis exige um maior entendimento dos impactos da modificação da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural das edificações.

## **1.3 Objetivos**

### *1.3.1 Objetivos gerais*

O objetivo geral deste trabalho é analisar a influência da rigidez da ligação viga-pilar no comportamento estrutural de edificações de múltiplos pavimentos em concreto armado moldado no local, utilizando métodos analíticos para determinação da rigidez das ligações e simulações numéricas.

### *1.3.2 Objetivos específicos*

Os objetivos específicos são:

- Analisar a influência de alguns parâmetros na rigidez das ligações entre vigas e pilares em estruturas monolíticas em concreto armado;

- Analisar dois modelos analíticos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado, sendo os modelos propostos por Ferreira, El Debs e Elliot (2003), e Alva e El Debs (2013);
- Estudar a influência da rigidez dos nós no comportamento das estruturas realizando análises mais próximas da prática de projetos estruturais. Para tanto utiliza-se um programa comercial de cálculo estrutural para realizar as simulações numéricas;
- Realizar simulações numéricas em pórticos espaciais variando o valor da rigidez das ligações viga-pilar para observar a influência na estabilidade global e na redistribuição de esforços da estrutura. Com isso, estabelecer correlações entre a rigidez das ligações viga-pilar e parâmetros de estabilidade global, e também, entre a rigidez das ligações viga-pilar e esforços na estrutura;
- Calcular uma estrutura considerando a real rigidez existente em cada ligação viga-pilar para comparar os resultados de estabilidade global e redistribuição de esforços, visando identificar a importância da consideração da rigidez das ligações viga-pilar na análise de estruturas monolíticas de concreto armado.

#### 1.4 Estrutura do trabalho

No **Capítulo 1** abordam-se a introdução, justificativas e objetivos do trabalho.

No **Capítulo 2** faz-se uma revisão teórica sobre a análise de estruturas com ligações semirrígidas, e sobre estabilidade global. Apresenta-se como alguns livros de concreto armado abordam a questão rigidez das ligações viga-pilar. Faz-se também um levantamento das referências normativas no âmbito do tema de ligações viga-pilar.

No **Capítulo 3** apresentam-se trabalhos que analisaram a influência da rigidez das ligações viga-pilar localmente, e trabalhos que analisaram esta influência na estabilidade global. Também são apresentados dois modelos analíticos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado.

No **Capítulo 4** apresentam-se a metodologia e os procedimentos desta pesquisa, e também, detalhes das edificações que foram estudadas no trabalho

No **Capítulo 5** analisa-se como alguns parâmetros influenciam na rigidez das ligações viga-pilar utilizando os dois modelos analíticos escolhidos neste trabalho.

No **Capítulo 6** faz-se uma revisão teórica sobre as considerações do programa CAD/TQS® no âmbito das ligações viga-pilar, e também, faz-se uma introdução ao desenvolvimento numérico do trabalho.

No **Capítulo 7** apresentam-se os resultados e discussões das simulações numéricas do trabalho.

No **Capítulo 8** consta as conclusões desta pesquisa e indicações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

# ANÁLISE ESTRUTURAL E ESTABILIDADE GLOBAL

### 2.1 Introdução

A análise estrutural é uma etapa primordial no projeto estrutural de uma edificação em concreto armado. Ela consiste em obter o comportamento da estrutura perante as ações atuantes, determinando as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, realizando-se verificações dos estados limites últimos e de serviço na estrutura.

A ABNT NBR 6118:2014 estabelece que a análise estrutural deve ser feita a partir de um modelo estrutural adequado ao objetivo da análise. O modelo deve representar a geometria dos

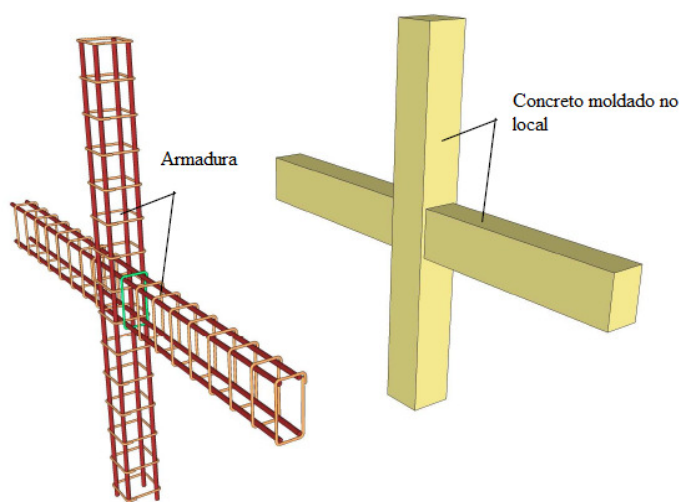
elementos estruturais, os carregamentos atuantes, as condições de contorno, as características e respostas dos materiais.

Com os resultados obtidos na análise estrutural, é possível realizar o dimensionamento da estrutura para elaborar o detalhamento do projeto estrutural. Se o modelo estrutural utilizado na análise não for adequado, pode-se obter respostas não condizentes com a realidade da edificação em serviço, colocando em risco a segurança estrutural.

O comportamento das ligações viga-pilar de uma estrutura irá influenciar na redistribuição de esforços do pórtico espacial, e também no dimensionamento de todos os elementos estruturais. Portanto, na análise estrutural, a influência da rigidez das ligações deve ser tratada com sua devida importância, para ser possível obter esforços e o dimensionamento dos elementos estruturais de maneira compatível àquela que ocorrerá na prática.

Para determinar-se o valor da rigidez das ligações viga-pilar se utilizam modelos analíticos, os quais devem-se ser validados experimentalmente. Na literatura técnica os modelos analíticos disponíveis, como o de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) e de Alva e El Debs (2013), são desenvolvidos para ligações viga-pilar sem a presença das lajes (Figura 2.1). Em estruturas de concreto armado moldado no local, o processo executivo promove a ligação entre lajes, vigas e pilares (Figura 2.2), proporcionando um comportamento da ligação viga-pilar que pode divergir do funcionamento do nó de pórtico sem lajes.

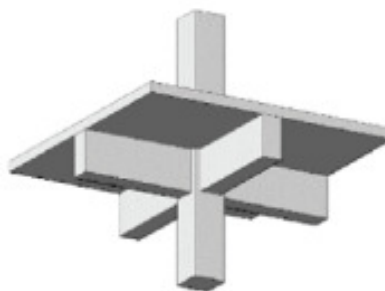
Figura 2.1 – Ligação viga-pilar em concreto armado moldado no local



Fonte: Adaptado de Rahman, Ghazali e Hamid (2008).



Figura 2.2 - Ligação viga-pilar moldada no local com a presença de laje



Fonte: Santos *et. al* (2014).

## 2.2 Ligação viga-pilar

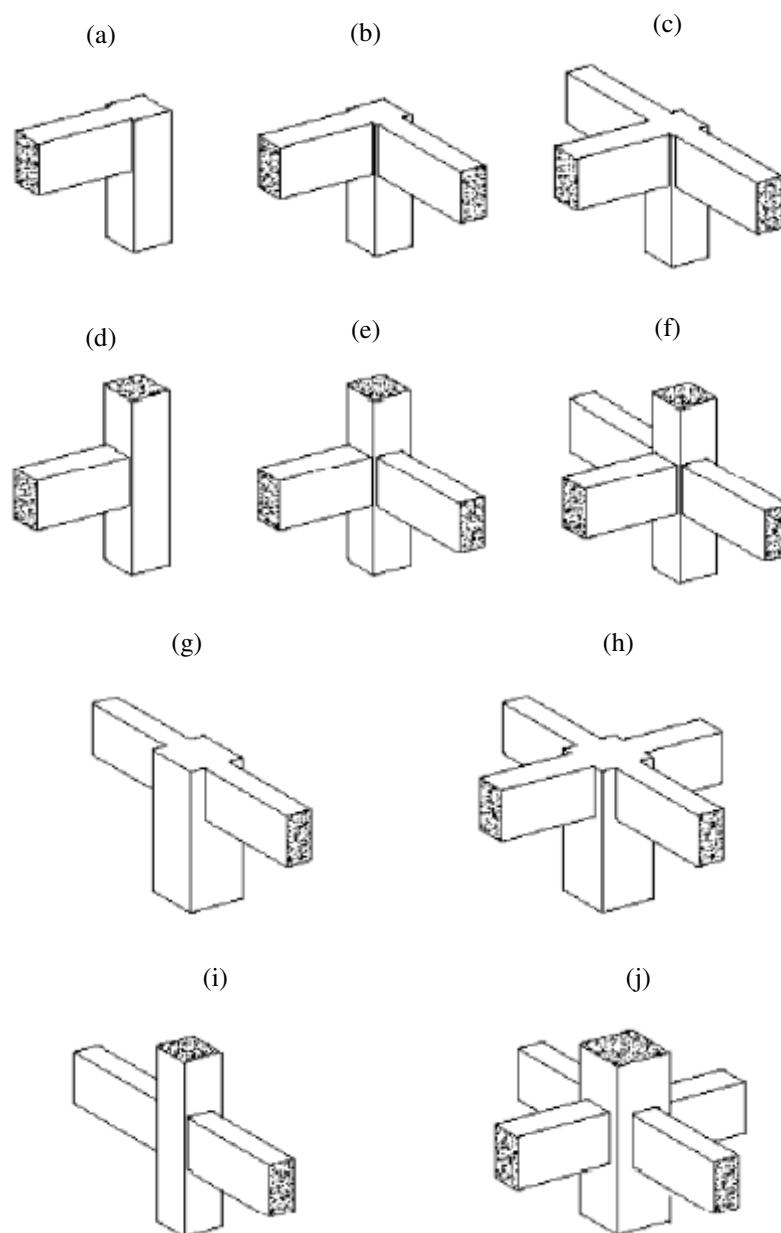
As ligações viga-pilar, também chamadas de nós de pórtico, são regiões de comportamento estrutural muito complexo, onde ocorrem concentrações de tensões tanto normais como tangenciais. Segundo Alva (2004), existe a influência de muitas variáveis interagindo na capacidade resistente do nó relacionada ao detalhamento das armaduras, à geometria dos elementos conectados, à intensidade das solicitações, às resistências dos materiais concreto e aço.

De acordo com Paulay e Priestley (1992) as ligações viga-pilar podem ser classificadas segundo as diferenças observadas nos mecanismos de ancoragem da armadura da viga, dividindo-os em dois grupos: externos, conforme ilustrado na Figura 2.3 (a) a (f), e internos, ilustrados na Figura 2.3 (g) a (j).

O conhecimento do comportamento estrutural das ligações viga-pilar é fundamental para o seu dimensionamento adequado frente aos esforços solicitantes. Conceitualmente, a classificação das ligações quanto à rigidez à flexão é dada por:

- Articuladas: são as ligações que não transmitem momentos fletores;
- Rígidas: são as ligações que transmitem momentos fletores;
- Semirrígidas: são as ligações que transmitem parcialmente momentos fletores.

Figura 2.3 – Geometrias usuais de ligações viga-pilar



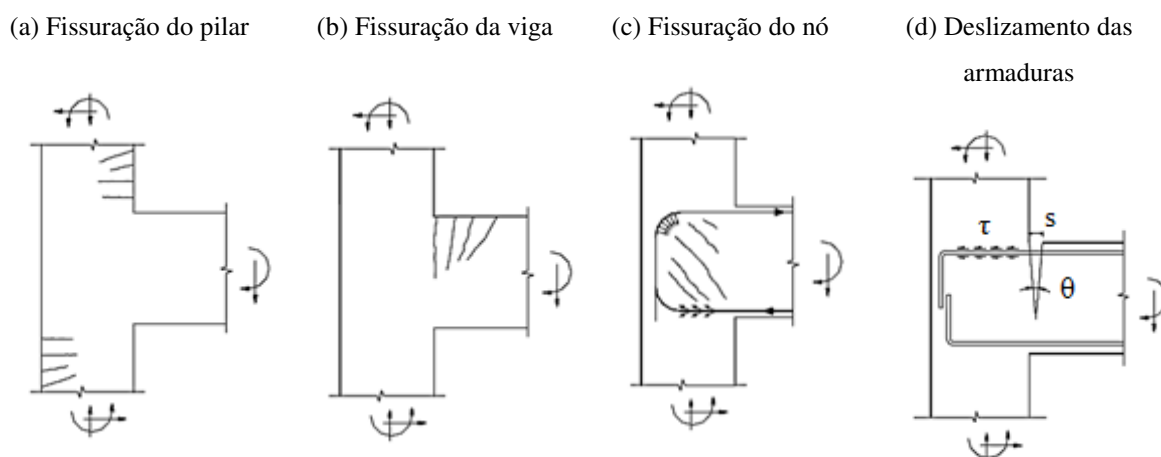
Fonte: Paulay e Priestley (1992).

Por meio de resultados experimentais, como os trabalhos de Ferreira (1999) e Alva (2004), é possível observar a existência de rotações relativas nas ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado. Estas rotações são causadas pelo deslizamento das armaduras longitudinais das vigas no interior dos nós de pórtico e pela fissuração do concreto, como ilustrado na Figura 2.4.

Usualmente, no projeto de edifícios de concreto armado, admite-se que os nós de pórtico são rígidos. No funcionamento real das estruturas, estas ligações podem não apresentar um

comportamento de engastamento total, pois, pelas razões já apresentadas, existem rotações relativas entre vigas e pilares. Dessa forma, a consideração de ligações rígidas acaba por superestimar a rigidez das ligações e, como consequência, subestimar os deslocamentos horizontais da estrutura.

Figura 2.4 – Fissuração e deslizamento das armaduras existente em nós de pórtico



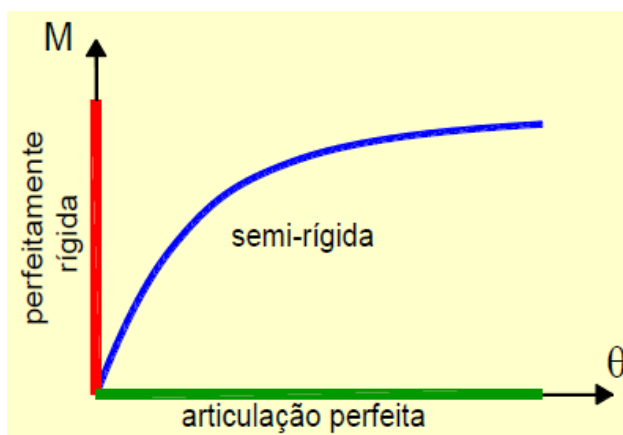
Fonte: adaptado de Alva (2004).

A partir dos resultados experimentais e analíticos de algumas pesquisas, destacando-se os trabalhos de Alva, Ferreira e El Debs (2009), Araújo (2009), Ferreira (1999), Ferreira, El Debs e Elliot (2003), Alva e El Debs (2013), pode-se concluir que o comportamento real de ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado não é perfeitamente rígido, e sim de transmissão parcial de momentos fletores.

Alva, Ferreira e El Debs (2009) avaliaram quantitativamente o engastamento parcial de ligações viga-pilar monolíticas, obtendo-se resultados entre 76% e 87%. Estes valores representam porcentagens em relação ao momento fletor de engastamento perfeito. Isto significa que, mesmo em ligações monolíticas em concreto armado, não se atinge um engastamento total, pois ocorrerá fissuração do concreto e escorregamento das armaduras dentro do pilar, provocando rotações relativas nos nós da estrutura.

Segundo Ferreira (1993), os estudos sobre a rigidez das ligações se iniciaram com trabalhos experimentais em estruturas metálicas na década de 1930, na América do Norte e na Inglaterra. Ilustra-se na Figura 2.5 o comportamento não linear da curva momento-rotação de uma ligação semirrígida.

Figura 2.5 - Curva momento-rotação de uma ligação semirrígida



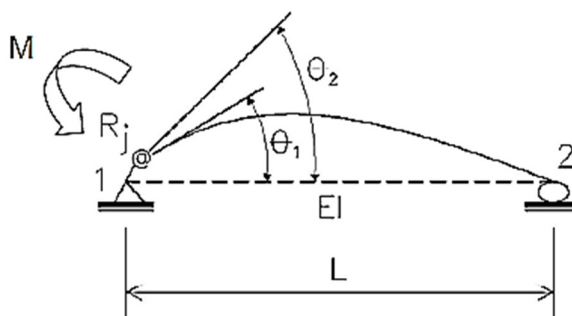
Fonte: a autora.

Com a elaboração da curva momento-rotação é possível avaliar parâmetros importantes relacionados a rigidez das ligações. Um deles é o fator de restrição à rotação, parâmetro que significa o quão próximo a ligação se situa da condição perfeitamente rígida ( $\alpha_R=1$ ) ou perfeitamente articulada ( $\alpha_R=0$ ), possibilitando avaliar a porcentagem de engastamento da ligação.

O fator de restrição à rotação adimensional  $\alpha_R$  foi apresentado inicialmente por Monforton e Wu (1963). Os autores desenvolveram um modelo matemático para considerar os efeitos dos nós semirrígidos sobre o desempenho global de pórticos planos. Posteriormente, a ABNT NBR 9062:2006 incorporou a semirrígidez das ligações por meio do fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ .

O fator de restrição à rotação pode ser compreendido como a relação entre a rotação da extremidade do elemento ( $\theta_1$ ) e a rotação combinada do elemento mais da ligação ( $\theta_2$ ), conforme Figura 2.6, e permite avaliar a deformabilidade da ligação. A partir desta relação, pode-se deduzir a expressão apresentada pela ABNT NBR 9062:2006, conforme Equação 2.1.

Figura 2.6 – Fator de restrição à rotação



Fonte: ABNT NBR 9062:2006

$$\alpha_R = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\frac{ML}{3EI}}{\frac{ML}{3EI} + \frac{M}{R}} = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{RL}} \quad \text{Equação 2.1}$$

Sendo:

R: rigidez da ligação

Da ABNT NBR 9062: 2006 tem-se a Equação 2.2 para determinar o valor de  $\alpha_R$ . Esta expressão associa a rigidez à flexão da ligação viga-pilar ( $R_{sec}$ ) com a rigidez da viga ( $E_c I_v / L_v$ ).

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{sec}}{R_{sec} L_{ef}}} \quad \text{Equação 2.2}$$

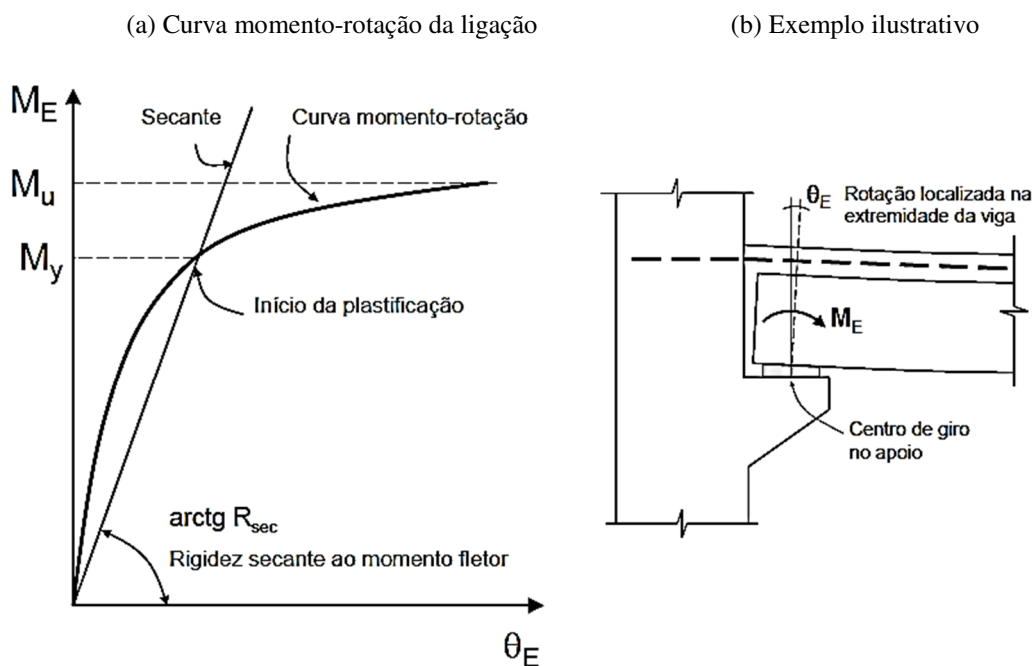
Sendo:

$(EI)_{sec}$ : rigidez secante da viga conforme ABNT NBR 6118:2014

$L_{ef}$ : vão efetivo entre os apoios, ou seja, a distância entre os centros de giro nos apoios

$R_{sec}$ : rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar. A rigidez ao momento fletor de uma ligação viga-pilar é definida pela sua relação momento-rotação.

Figura 2.7 - Relação momento-rotação na ligação viga-pilar



Fonte: ABNT NBR 9062:2006

A resposta não linear das ligações pode ser considerada com base na análise linear utilizando a rigidez secante ( $R_{sec}$ ), conforme indicada na Figura 2.7. A rotação localizada na região da ligação na extremidade da viga, associada à rigidez secante, deve ser medida no centro de giro no apoio.

Segundo a ABNT NBR 9062:2006, a classificação das ligações quanto a rigidez aos momentos fletores em estruturas de concreto pré-moldado é feita conforme Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Classificações das ligações em estruturas pré-moldadas

Tipo de ligação	Fator de restrição à rotação ( $\alpha_R$ )	Rigidez à flexão secante ( $R_{sec}$ )
Articulada	$\alpha_R < 0,14$	$R_{sec} > \frac{0,5(EI)_{sec}}{L_{ef}}$
Semirrígida	$0,14 \leq \alpha_R \leq 0,86$	$\frac{0,5(EI)_{sec}}{L_{ef}} \leq R_{sec} \leq \frac{20(EI)_{sec}}{L_{ef}}$
Rígida	$\alpha_R > 0,86$	$R_{sec} > \frac{20(EI)_{sec}}{L_{ef}}$

Fonte: adaptado de ABNT NBR 9062:2006.

Tabela 2.2 – Classificação das ligações semirrígidas em estruturas pré-moldadas

Zonas	Fator de Restrição ( $\alpha_R$ )	Engastamento Parcial ( $M_E/M_R$ )	Classificação das ligações
<b>Zona I</b>	$0 \leq \alpha_R < 0,14$	$0 \leq M_E/M_R < 0,2$	Articuladas
<b>Zona II</b>	$0,14 \leq \alpha_R < 0,4$	$0,2 \leq M_E/M_R < 0,5$	Semirrígidas com restrição baixa
<b>Zona III</b>	$0,4 \leq \alpha_R < 0,67$	$0,5 \leq M_E/M_R < 0,75$	Semirrígidas com restrição média
<b>Zona IV</b>	$0,67 \leq \alpha_R < 0,86$	$0,75 \leq M_E/M_R < 0,9$	Semirrígidas com restrição alta
<b>Zona V</b>	$0,86 \leq \alpha_R < 1$	$0,9 \leq M_E/M_R < 1$	Perfeitamente rígidas

Fonte: adaptado de Ferreira *et al.* (2005).

Sendo:

$M_E$  o momento de engastamento perfeito, e  $M_R$  o momento mobilizado pela ligação

Percebe-se um intervalo muito grande para a consideração da rigidez das ligações. Neste contexto, Ferreira *et al.* (2005) apresentaram uma proposta de classificação das ligações semirrígidas de estruturas pré-moldadas em cinco zonas distintas, conforme indicado na Tabela 2.2.

### 2.3 Abordagem da rigidez da ligação viga-pilar na análise estrutural

A ocorrência das rotações adicionais nas ligações entre vigas e pilares nas estruturas monolíticas de concreto armado provocam uma influência imediata no momento fletor atuante nos pilares, nos efeitos de segunda ordem, e na deslocabilidade horizontal da estrutura. Portanto, é um fator de importância a ser considerado em projetos de cálculo estrutural.

Foi realizado um levantamento sobre como os autores, no âmbito de projetos de edifícios em concreto armado, abordam a questão da rigidez da ligação viga-pilar na análise estrutural de edificações em concreto moldado no local. Para tanto, foram consultados alguns livros de concreto armado publicados no país nos últimos 40 anos. A maioria nem sequer menciona a participação das ligações viga-pilar no comportamento estrutural. Aqueles que comentam sobre ligações viga-pilar são apresentados a seguir.

Süssekind (1980) comenta que deverá ser considerada a influência desfavorável de um engastamento parcial, sempre que não se tomarem, no projeto e na execução dos apoios, as precauções necessárias para garantir as condições de engastamento perfeito ou de apoio livre.

Magnani (1999) menciona que, para evitar o aparecimento de fissuras localizadas nas fibras superiores na região da ligação entre vigas e pilares, onde ocorrerá um engastamento parcial não previsto no cálculo (no caso dos esquemas estruturais de vigas bi apoiadas ou contínuas nos quais, na maioria das vezes, considera-se nos apoios extremos momento fletor igual a zero), recomenda-se ancorar no apoio uma armadura negativa mínima de tração, conforme se ilustra na Figura 2.8, dada pela Equação 2.3 e Equação 2.4.

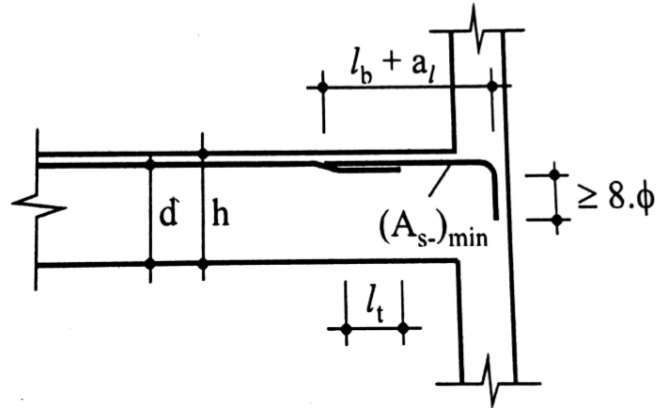
$$A_{s,min}(cm^2) = 0,0025. b_w. h, \text{ aço CA-25} \quad \text{Equação 2.3}$$

$$A_{s,min}(cm^2) = 0,0015. b_w. h, \text{ aço CA-40,50,60} \quad \text{Equação 2.4}$$

Carvalho e Filho (2007) apenas comentam que deve-se levar em conta, principalmente nos apoios extremos, a interação entre o pilar e a viga, ou seja, a rigidez da ligação, que permite a

transmissão parcial de momentos. O momento existente na ligação viga-pilar de extremidade deve ser resistido por uma armadura conforme indicado na Figura 2.9.

Figura 2.8 - Armadura mínima na ligação viga-pilar



Fonte: Magnani (1999).

Sendo:

d: altura útil

h: altura da viga

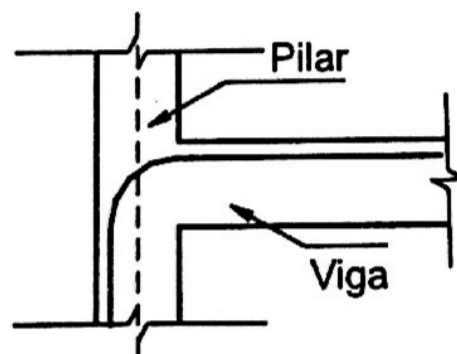
$l_b$ : comprimento de ancoragem básico

$a_l$ : deslocamento do diagrama de momentos flettores

$\phi$ : diâmetro da armadura longitudinal negativa

$l_t$ : comprimento de traspasse

Figura 2.9 - Armadura para resistir aos esforços na ligação viga-pilar



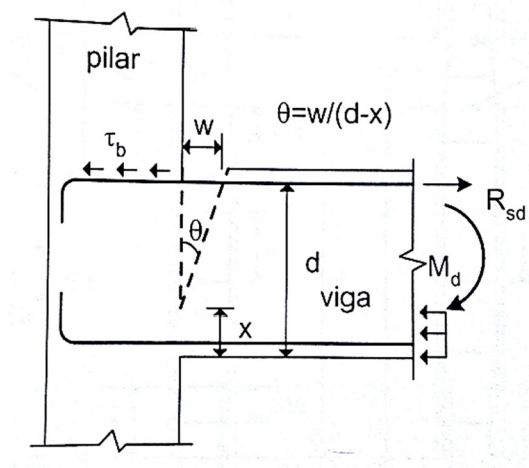
Fonte: Carvalho e Filho (2007).

Araújo (2009) afirma que a rotação adicional que ocorre nos nós depende da abertura  $w$  da fissura junto à face do pilar, conforme ilustra-se na Figura 2.10. O valor da abertura da fissura



está associado às deformações da armadura e ao escorregamento da mesma ao longo do comprimento de ancoragem.

Figura 2.10 - Rotação adicional nos nós de pórtico de concreto armado



Fonte: Araújo (2009).

Sendo:

$w$ : abertura de fissuras

$\tau_b$ : tensão de aderência na armadura

$M_d$ : momento atuante de cálculo

$R_{sd}$ : resultante de cálculo da armadura de tração negativa

$x$ : posição da linha neutra

$\theta$ : rotação adicional

Araújo (2009) recomenda que, na dúvida sobre o comportamento das ligações, é melhor projetar uma estrutura mais rígida visando reduzir as rotações adicionais nas ligações das vigas com os pilares. Deve-se também atentar-se ao confinamento dos nós e as ancoragens, conforme descrito a seguir:

- Confinamento dos nós: o confinamento dos nós de pórtico é fundamental para assegurar sua capacidade resistente. Se o nó for confinado nos quatro lados por meio de vigas com alturas aproximadamente iguais, não há necessidade de colocação de estribos nos nós. Porém, nós sem confinamento lateral, como é o caso dos pilares de extremidade e de canto, deve-se utilizar estribos ao longo do cruzamento dos pilares com as vigas.

- Ancoragem: para reduzir o escorregamento das armaduras, deve-se reduzir a tensão de aderência. Porém observa-se que a situação das barras superiores das vigas é de má aderência. Por isso, nas ancoragens feitas em nós de pórtico adotam-se comprimentos de ancoragem maiores que os usualmente empregados para as vigas.

Percebe-se que, de maneira geral, os autores mencionados reconhecem a existência de um engastamento parcial nas ligações monolíticas em concreto armado, porém, não fornecem procedimentos de cálculos para considerar a influência da rigidez das ligações na análise estrutural.

## 2.4 Aspectos normativos de ligações

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a análise estrutural deve ser feita a partir de um modelo estrutural adequado ao objetivo da análise. Neste contexto, na análise da estabilidade global da edificação, conhecida a influência da rigidez dos nós de um pórtico no seu comportamento global, é necessária a adoção de um modelo adequado que considere esta influência.

Ao mesmo tempo, conforme a ABNT NBR 9062:2006, sabe-se que a análise estrutural para estruturas com ligações semirrígidas deve, obrigatoriamente, levar em conta os efeitos de segunda ordem. Na seção 5.1.2.2 *Análise de estruturas pré-moldadas* da referida norma, estabelece-se que para o caso em que houver engastamento parcial, onde o fator de restrição à rotação for superior a 0,85, a análise estrutural pode ser feita como pórtico contínuo com nós rígidos.

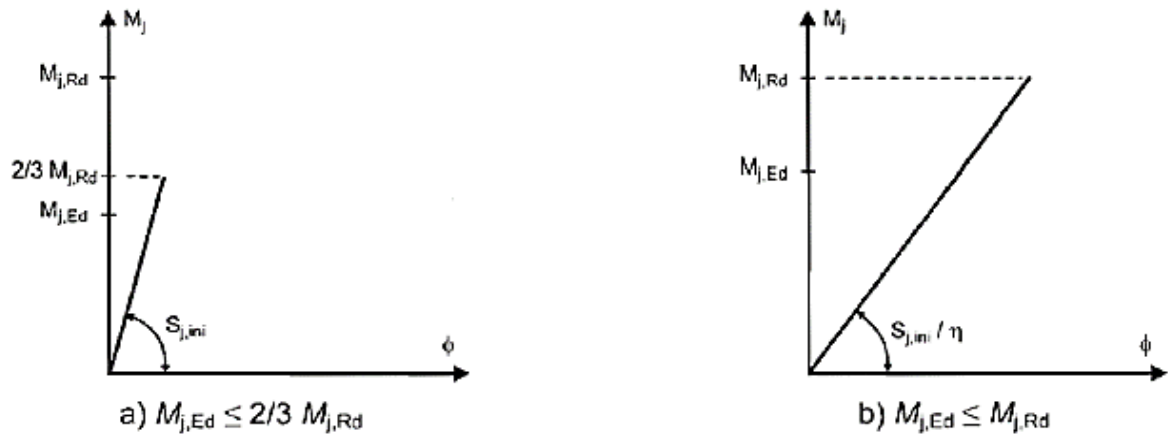
Em vista da falta de normas que tratem especificamente de ligações semirrígidas, apresentam-se os critérios dados pelo Eurocode 3 (2010) que trata de ligações não-rígidas entre apoio e viga, mesmo sendo uma norma que trata de estruturas de aço.

Segundo o Eurocode 3 (2010), para a linearização de curvas momento fletor-rotação, a rigidez da ligação ( $S_j$ ) deve ter valor igual à rigidez inicial ( $S_{j,ini}$ ) da curva momento fletor-rotação não-linear se, e somente se, o momento solicitante de projeto ( $M_{j,Ed}$ ) for inferior a 2/3 do momento resistente de projeto ( $M_{j,Rd}$ ). Quando este valor for maior que 2/3 do momento resistente, a rigidez fictícia é dada em função da rigidez inicial reduzida de um fator  $\eta$  de acordo com a Equação 2.5. Na Figura 2.11 ilustram-se estes critérios.

$$K = \frac{S_{j,ini}}{\eta}$$

Equação 2.5

Figura 2.11 - Rigidez considerada em projeto



Fonte: Eurocode 3 (2010).

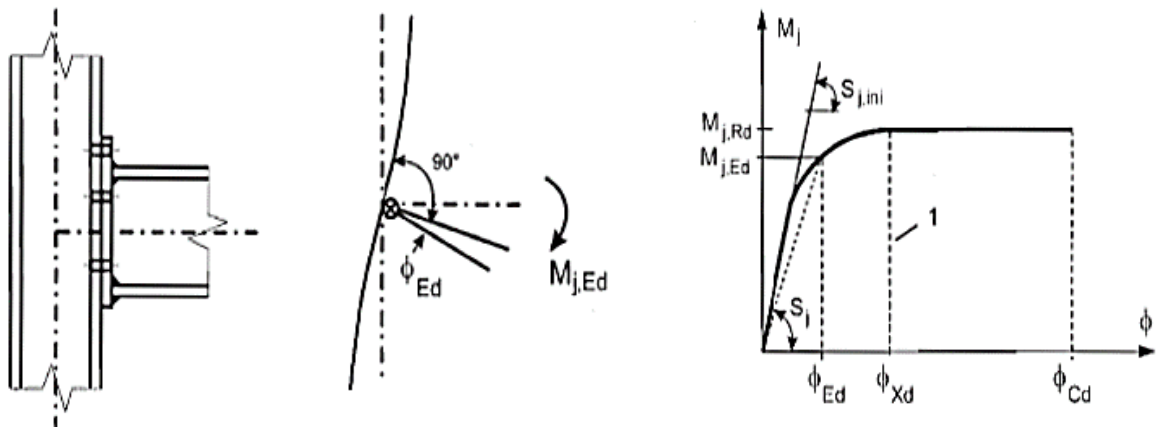
A curva momento-rotação proposta pelo Eurocode 3 (2010) para determinação da capacidade rotacional de uma ligação metálica é ilustrada na Figura 2.12.

Figura 2.12 – Curva momento-rotação para uma ligação viga-pilar

(a) definição da ligação

(b) modelagem da ligação

(c) desenvolvimento da curva momento-rotação da ligação



Fonte: Eurocode 3 (2010).

Na Tabela 2.3 apresenta-se resumidamente esta classificação das ligações viga-pilar adotada pelo Eurocode 3 (2010), que é também utilizada pela ABNT NBR 8800:2008. Esta classificação está representada na Figura 2.13.

Tabela 2.3 – Classificação das ligações viga-pilar segundo Eurocode 3 (2010) e ABNT NBR 8800:2008.

Zona	Comportamento	Rigidez
1	Rígido	$S_j > \frac{K_b EI_b}{L_b}$
2	Semirrígido	$\frac{K_b}{K_c} < 0,1$
3	Articulado	$S_j < 0,5 \frac{EI_b}{L_b}$

Fonte: adaptado de Eurocode 3 (2010) e ABNT NBR 8800:2008.

Sendo:

$S_j$ : rigidez da ligação;

$I_b$ : momento de inércia da viga;

$I_c$ : momento de inércia do pilar;

$L_b$ : vão da viga;

$L_c$ : altura do pilar;

$K_b$ : razão entre  $I_b$  e  $L_b$ ;

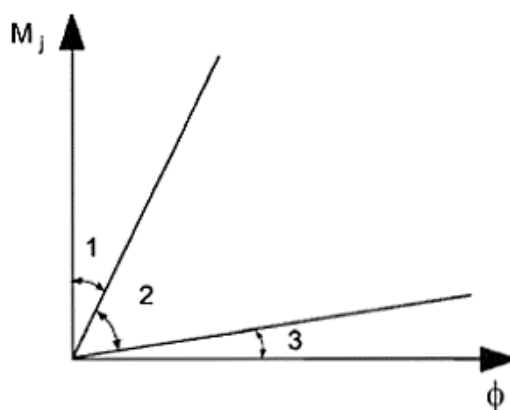
$K_c$ : razão entre  $I_c$  e  $L_c$ ;

$E$ : módulo de elasticidade.

O Eurocode 3 (2010), apresenta alguns critérios para classificações de ligações, conforme descrito a seguir:

- O limite para ligações rotuladas é  $S_j < 0,5E I_b/L_b$
- O limite para ligações rígidas é  $S_j > K_b E I_b/L_b$ , sendo  $K_b = 8$  quando a estrutura é indeslocável, e  $K_b = 25$  quando  $K_b/K_c > 0,1$ .
- Quando  $K_b/K_c < 0,1$ , a ligação deve ser considerada semirrígida.

Figura 2.13 - Classificação das ligações quanto a rigidez



Fonte: Eurocode 3 (2010).

Conforme a seção 6.1.2 *Rigidez das ligações entre viga e pilar* da ABNT NBR 8800:2008, em qualquer caso, para análise elástica, a ligação pode ser considerada semirrígida, com a rigidez  $S_i$ , constante durante todo o carregamento. De forma simplificada, as ligações usuais, tradicionalmente consideradas rotuladas ou rígidas, podem ser simuladas com esses tipos de vinculações na análise estrutural, a critério do responsável técnico pelo projeto.

Já de acordo com a seção 4.2 *Integridade estrutural* para essa mesma, quaisquer características da estrutura com influência na sua estabilidade global devem ser identificadas e devidamente consideradas no projeto.

A rigidez das ligações influencia na capacidade de transmissão de momentos fletores das mesmas. Neste contexto, a ABNT NBR 6118:2014 exige que, quando for efetuada uma redução de momento fletor por um coeficiente de redistribuição  $\delta$  em uma determinada seção transversal, a profundidade da linha neutra nessa seção, para o momento reduzido  $\delta M$ , deve ser limitada conforme descrito a seguir.

$$\frac{x}{d} \leq \frac{(\delta - 0,44)}{1,25} \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\frac{x}{d} \leq \frac{(\delta - 0,56)}{1,25} \text{ para } 50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

O coeficiente de redistribuição deve obedecer aos limites descritos em seguida.

$\delta \geq 0,90$ , para estruturas de nós móveis;

$\delta \geq 0,75$ , para qualquer outro caso.

Ainda segundo a ABNT NBR 6118:2014, quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos a seguir:

- Na viga:

$$\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

- No tramo superior do pilar:

$$\frac{r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

- No tramo inferior do pilar:

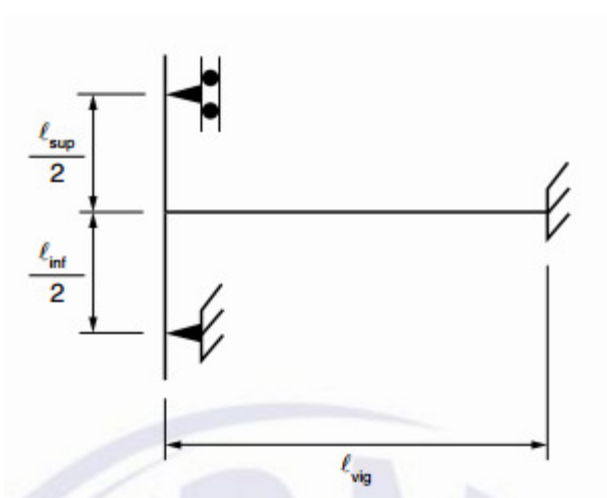
$$\frac{r_{inf}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

Sendo:

$$r_i = \frac{I_i}{l_i} \quad \text{Equação 2.6}$$

$r_i$ : rigidez do elemento  $i$  no nó considerado, avaliado conforme indicado na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Aproximação permitida em apoios extremos



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Percebe-se que as normas técnicas reconhecem a influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural, especialmente em relação às estruturas metálicas e pré-moldadas. Porém, não são fornecidas instruções específicas em relação a consideração desta influência no projeto estrutural.

## 2.5 Estabilidade global

A estabilidade global de uma estrutura está diretamente relacionada a capacidade da mesma em absorver os efeitos provocados pela deslocabilidade dos seus nós, ou seja, em absorver os efeitos de segunda ordem. Por isto, a verificação da estabilidade global nas estruturas é uma obrigatoriedade colocada pela ABNT NBR 6118:2014. É possível identificar se um edifício é estável ou não mensurando os efeitos globais de segunda ordem aos quais a estrutura estará sujeita.

### 2.5.1 Classificações e definições iniciais

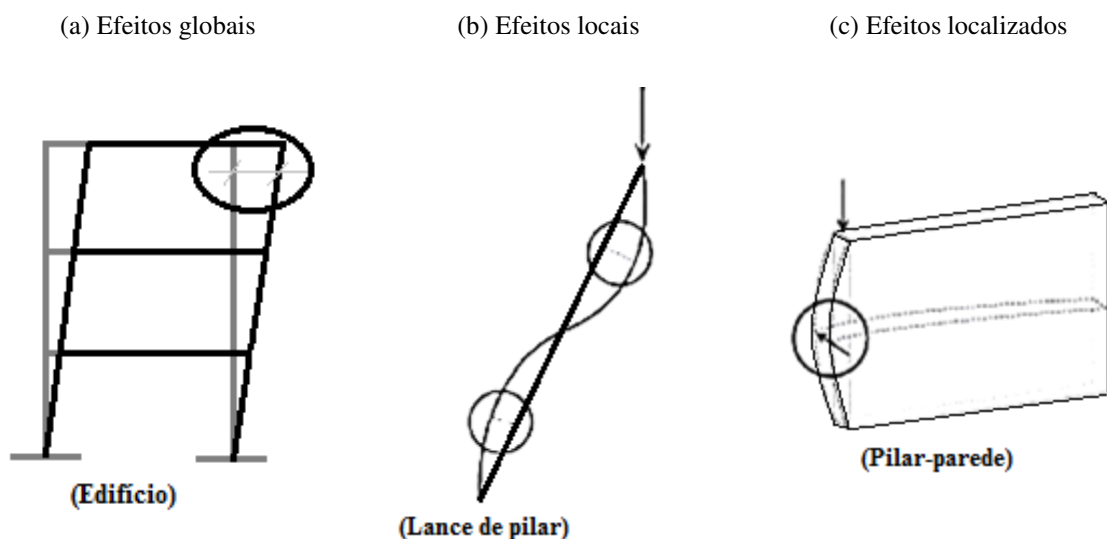
Primeiramente, pode-se fazer algumas definições para melhor compreensão da verificação da estabilidade global nas estruturas de concreto. Os efeitos de primeira ordem são aqueles existentes na estrutura considerando sua posição indeformada. Porém, as ações horizontais e verticais provocam deslocamentos nos nós das estruturas, os quais fazem surgir efeitos adicionais oriundos da posição deformada da estrutura, chamados de efeitos de 2ª ordem.

Os efeitos de 2ª ordem podem ser classificados em efeitos globais, efeitos locais, e efeitos localizados de 2ª ordem, como ilustrado na Figura 2.15 e detalhado a seguir. Analisando a estrutura como um todo, os efeitos oriundos da deslocabilidade da estrutura são chamados de **efeitos globais de 2ª ordem**.

Analisando uma parte isolada da estrutura, como um lance de pilar, os efeitos que surgem devido a deformação do elemento são chamados de **efeitos locais de 2ª ordem**, e afetam, principalmente, os esforços solicitantes ao longo do pilar.

Em um pilar-parede, por exemplo, pode-se ter uma região que a não linearidade é diferente do que a do eixo do elemento como um todo. Nestas regiões surgem efeitos de segunda ordem maiores, chamados de **efeitos de 2ª ordem localizados**.

Figura 2.15 – Efeitos de segunda ordem



Fonte: adaptado de Kimura (2007).

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, as subestruturas de **contraventamento** são partes da estrutura que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações, conforme ilustrado na Figura 2.16 (b). A estrutura de contraventamento deve ter rigidez suficiente para que os demais elementos que não participam dela possam ser considerados com nós indesejáveis, chamados de **elementos contraventados**, conforme Figura 2.16 (a).

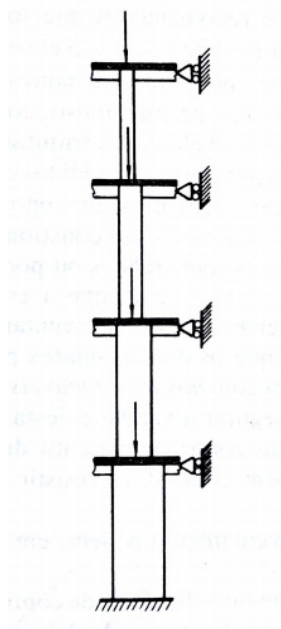
As subestruturas de contraventamento podem ser de nós fixos ou de nós móveis, conforme ABNT NBR 6118:2014, definidas a seguir.

- **Estrutura de nós fixos:** quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos, e por consequência, os efeitos de 2ª ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem.
- **Estrutura de nós móveis:** quando os deslocamentos horizontais são superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem, ou seja, os efeitos de 2ª ordem são importantes. Neste caso, devem ser considerados, além dos esforços locais e localizados de 2ª ordem, os globais.

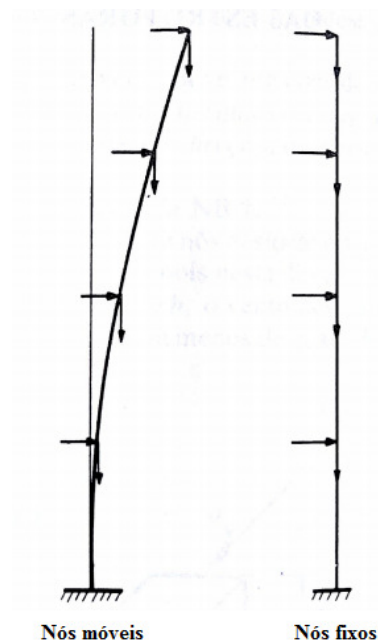


Figura 2.16 – Contraventamento de estruturas

(a) Elementos contraventados



(b) Elementos de contraventamento



Fonte: adaptado de Fusco (1981).

### 2.5.2 Não-linearidade física e geométrica

A não-linearidade física está relacionada com o comportamento do material concreto armado. Isto pode ser verificado visualizando o diagrama tensão-deformação do concreto, ou seja, um aumento de tensão não provoca um aumento de deformação diretamente proporcional.

A não-linearidade geométrica está relacionada às mudanças na geometria da estrutura frente às ações atuantes. Como já mencionado, ao considerar-se a posição deformada da estrutura, surgem esforços adicionais (efeitos de segunda ordem) que devem ser avaliados no cálculo. Deve-se dispor de uma rigidez adequada da estrutura para que estes esforços adicionais não gerem uma situação instável. Caso contrário, é atingido o estado limite último de instabilidade, e ocorre a ruptura da estrutura.

A consideração da não-linearidade física e geométrica é de extrema importância na análise da estabilidade global das estruturas, visto que, ambas, irão provocar um comportamento mais crítico da edificação, ou seja, provocarão maiores deformações e deslocamentos, agravando a situação de estabilidade global da estrutura.

Os efeitos da não-linearidade geométrica das estruturas são levados em conta por meio da consideração dos efeitos de 2ª ordem. Estes efeitos podem ser avaliados por métodos que serão descritos em seguida.

Os efeitos da não-linearidade física, podem ser considerados de maneira aproximada conforme indicação da ABNT NBR 6118:2014. Para análise dos esforços globais de 2ª ordem em estruturas reticuladas com no mínimo quatro andares, esta norma permite a consideração da não-linearidade física de maneira aproximada, tomando-se uma rigidez dos elementos estruturais com valores reduzidos, conforme expressos a seguir.

Lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3E_cI_c$  Equação 2.7

Vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4E_cI_c$  para  $A_s' \neq A_s$  e Equação 2.8

$(EI)_{sec} = 0,5E_cI_c$  para  $A_s' = A_s$  Equação 2.9

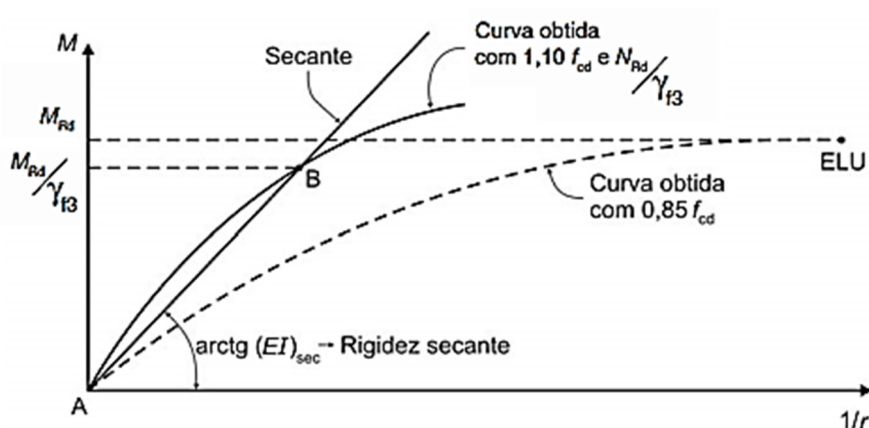
Pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8E_cI_c$  Equação 2.10

$I_c$ : momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes.

$E_c$ : módulo de deformação secante do concreto

É possível, no entanto, obter valores mais precisos na consideração da não-linearidade física, por meio de diagramas chamados momento-curvatura. A ABNT NBR 6118:2014 apresenta a relação momento-curvatura na Figura 2.17.

Figura 2.17 - Relação momento-curvatura



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Sendo:

$M_{Rd}$ : momento fletor resistente de cálculo

$N_{Rd}$ : esforço normal resistente de cálculo

$\gamma_{f3}$ : coeficiente de ponderação que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações

$f_{cd}$ : resistência à compressão de cálculo do concreto

### 2.5.3 Parâmetros de verificação da estabilidade global

A ABNT NBR 6118:2014 apresenta dois processos para verificar a dispensa da consideração dos efeitos globais de 2ª ordem: o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$ , os quais são descritos a seguir.

#### 2.5.3.1 Parâmetro de instabilidade $\alpha$

O parâmetro  $\alpha$  é um processo simplificado de verificação de estabilidade global de uma edificação, utilizado para classificar se uma estrutura é ou não de nós fixos, ou seja, para verificar se os esforços globais de segunda ordem são relevantes. Este procedimento correlaciona o deslocamento no topo da estrutura com um pilar de seção equivalente. O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é dado pela Equação 2.11.

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} I_c}} \quad \text{Equação 2.11}$$

Sendo:

**$H_{tot}$** : altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

**$N_k$** : somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico;

**$E_{cs} I_c$** : representa a somatória dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada. No caso de estruturas de pórticos, pode ser considerado o valor da expressão  $E_{cs} I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

Para a estrutura ser considerada de nós fixos, a seguinte condição deve ser atendida:

$$\alpha < \alpha_1$$

Sendo:  $\alpha_1 = 0,2 + 0,1n$  se  $n \leq 3$  e  $\alpha_1 = 0,6$  se  $n \geq 4$

**n:** número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo.

A rigidez do pilar equivalente deve ser determinada da seguinte forma:

- Calcular o deslocamento do topo da estrutura de contraventamento, sob a ação do carregamento horizontal;
- Calcular a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$  tal que, sob a ação do mesmo carregamento, sofra o mesmo deslocamento no topo.

### 2.5.3.2 Coeficiente $\gamma_z$

Trata-se de um parâmetro que avalia a estabilidade global de um edifício. Além de mensurar o grau de instabilidade, possibilita estimar os efeitos globais de segunda ordem atuantes em um edifício e assim dimensioná-lo com a presença destes esforços adicionais. Este coeficiente foi criado por Franco e Vasconcelos (1991).

O coeficiente  $\gamma_z$  pode ser utilizado para avaliar a importância dos esforços de segunda ordem global de estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Ele pode ser determinado a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, conforme Equação 2.12.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1,d}}} \quad \text{Equação 2.12}$$

Sendo:

**$M_{1d}$ :** momento de cálculo na base da estrutura devido às forças horizontais, ou seja, que causam tombamento, dado pela Equação 2.13.

$$M_{1d} = \sum (F_{Hd,i} \cdot H_i) \quad \text{Equação 2.13}$$

Sendo  $F_{Hd,i}$  a força horizontal de cálculo aplicada no pavimento “i” e  $H_i$  é a altura do pavimento “i” em relação a base.

**$\Delta M_{1,d}$ :** soma dos produtos das forças verticais de cálculo atuantes na estrutura pelos seus respectivos deslocamentos horizontais obtidos da análise de 1ª ordem, definido pela Equação 2.14.

$$\Delta M_d = \sum (F_{vd,i} \cdot a_i) \quad \text{Equação 2.14}$$

Sendo  $F_{vd,i}$  a força vertical de cálculo atuante no pavimento “i”, e  $a_i$  o deslocamento horizontal do pavimento “i”.

De acordo com o valor obtido do coeficiente  $\gamma_z$ , deve-se proceder a uma das situações descritas a seguir.

$\gamma_z \leq 1,1$	Não é necessário considerar os efeitos globais de 2ª ordem
$1,1 < \gamma_z \leq 1,3$	O momento de 2ª ordem é calculado multiplicando o momento de 1ª ordem pelo $\gamma_z$
$\gamma_z > 1,3$	Os efeitos globais de 2ª ordem podem ser calculados pelo processo P-Δ

A condição para que a estrutura seja considerada de nós fixos, é que  $\gamma_z$  seja menor ou igual a 1,1 ( $\gamma_z \leq 1,1$ ), caso isso ocorra a análise de segunda ordem pode ser dispensada. Assim, conforme a ABNT NBR 6118:2014, permite-se que se faça uma análise aproximada para considerações dos esforços finais de segunda ordem para casos de edifícios com  $\gamma_z \leq 1,3$ , majorando-se os esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por um fator de  $0,95\gamma_z$ .

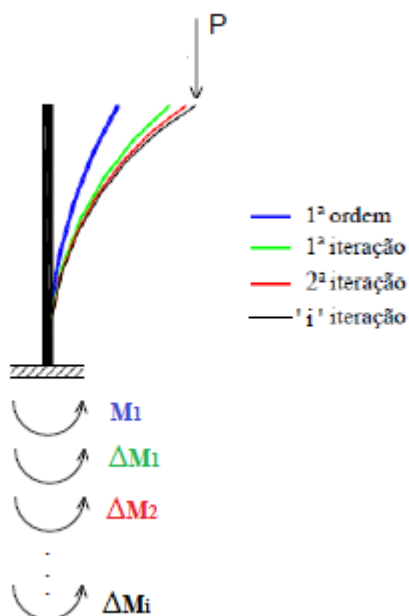
De acordo com o item 15.7.2 da ABNT NBR 6118:2014, para determinação dos esforços globais de 2ª ordem de maneira aproximada, pode-se avaliar os esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem) a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $0,95\gamma_z$ . Essa aproximação somente é válida para  $\gamma_z \leq 1,3$ .

Porém, como verificado nas pesquisas de Lima (2001) e Moncayo (2011), a majoração por  $0,95\gamma_z$  não conduz bons resultados, principalmente para pavimentos inferiores, pois a variação dos efeitos de segunda ordem é bastante significativa ao longo da altura da edificação. Estes autores sugerem uma revisão no referido item da norma.

A seguir será realizada uma dedução do coeficiente  $\gamma_z$ . Partindo de uma análise linear para as ações horizontais, pode ser calculado o momento de primeira ordem ( $M_1$ ), em relação a base da estrutura, e os deslocamentos horizontais de seus nós. Estes deslocamentos fazem com que as ações verticais provoquem acréscimos de momentos ( $\Delta M_1$ ), acarretando novos deslocamentos, devido a não-linearidade geométrica das estruturas.

Esse processo ocorre sucessivamente ao longo de várias iterações, gerando acréscimos de momentos cada vez menores, até se tornarem praticamente nulos, se a estrutura for estável, conforme ilustrado na Figura 2.18.

Figura 2.18 – Processo iterativo para determinação do momento fletor atuante na base da edificação



Fonte: Adaptado de Moncayo (2011).

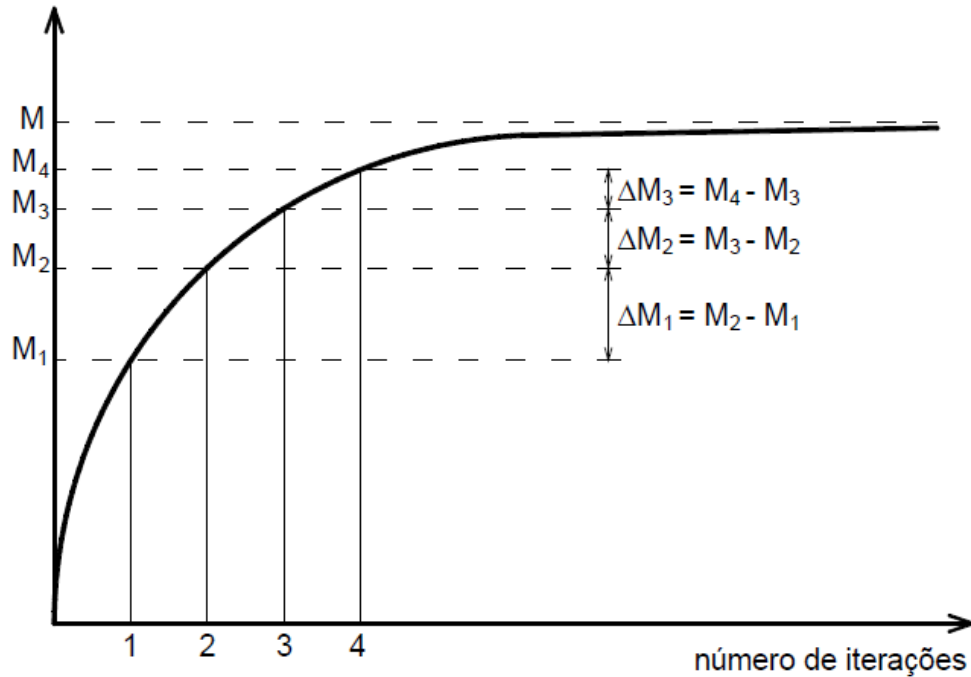
Determina-se o momento final atuante na base da edificação ( $M$ ) como um somatório do momento de primeira ordem ( $M_1$ ) com os momentos de segunda ordem ( $\Delta M_i$ ), como mostrado na Equação 2.15.

$$M = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_i \quad \text{Equação 2.15}$$

Sendo  $i$  o número de iterações.

Na Figura 2.19 pode-se observar um gráfico que relaciona o momento gerado na estrutura a cada iteração. Verifica-se que o fim da curva tende a ser uma reta, ou seja, tende a convergir a um único valor, igual ao momento final.

Figura 2.19 - Determinação do momento final (M)



Fonte: Moncayo (2011).

Admitindo-se que os momentos da Equação 2.15 constituam uma progressão geométrica decrescente, a razão ( $r$ ) é dada pela Equação 2.16.

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_i}{M_{i-1}} \quad \text{Equação 2.16}$$

Dessa forma, pode-se reescrever os acréscimos de momentos em função da razão  $r$ , conforme Equação 2.17 a Equação 2.20

$$\Delta M_1 = M_1 \cdot r \quad \text{Equação 2.17}$$

$$\Delta M_2 = \Delta M_1 \cdot r = (M_1 \cdot r) \cdot r = M_1 \cdot r^2 \quad \text{Equação 2.18}$$

$$\Delta M_3 = \Delta M_2 \cdot r = (\Delta M_1 \cdot r) \cdot r = [(M_1 \cdot r) \cdot r] \cdot r = M_1 \cdot r^3 \quad \text{Equação 2.19}$$

$$\Delta M_i = \Delta M_{i-1} \cdot r = M_1 \cdot r^i \quad \text{Equação 2.20}$$

Substituindo-se as Equação 2.17 a Equação 2.20, na Equação 2.15, obtém-se a Equação 2.21.

$$M = M_1 + M_1 \cdot r + M_1 \cdot r^2 + \dots + M_1 \cdot r^i \quad \text{Equação 2.21}$$

Reescrevendo a Equação 2.21 obtém-se a Equação 2.22.

$$M = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^i) \cdot M_1 \quad \text{Equação 2.22}$$

Verifica-se que o somatório dos valores de “r” da Equação 2.22 é a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão “r”. Como a soma dos termos de uma PG infinita de razão igual a q, com o valor de q entre 1 e -1, é dada pela Equação 2.23.

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{Equação 2.23}$$

Sendo  $a_1$  é o primeiro termo da PG, então a Equação 2.23 pode ser escrita conforme a Equação 2.24.

$$M = \left( \frac{1}{1 - r} \right) \cdot M_1 = \left( \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_1}} \right) \cdot M_1 \quad \text{Equação 2.24}$$

Utilizando valores de cálculo, obtém-se a Equação 2.25.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1,d}}} \quad \text{Equação 2.25}$$

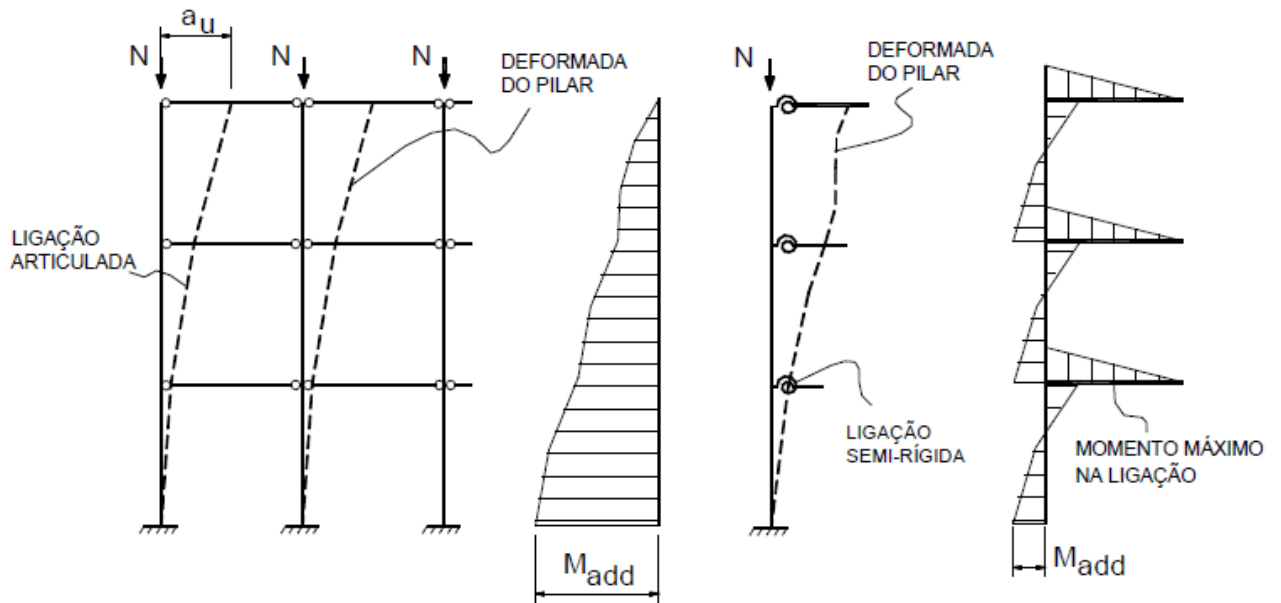
#### 2.5.4 Importância da rigidez das ligações na estabilidade global

A estabilidade global das edificações, isto é, o comportamento da estrutura frente às ações horizontais, é dependente da rigidez das ligações e não somente dos elementos concorrentes à ligação. A rigidez das ligações irá afetar o deslocamento horizontal, os efeitos globais de segunda ordem e o dimensionamento dos elementos estruturais, como ilustrado na Figura 2.20.

Desta forma, na análise da estabilidade global, a definição da rigidez das ligações viga-pilar é imprescindível e não pode ser negligenciada. Atualmente, nos dos programas comerciais de cálculo estrutural a consideração da rigidez das ligações fica em função dos parâmetros padrões definidos pelos desenvolvedores, muitas vezes desconhecidos pelos usuários do programa.



Figura 2.20 - Influência das ligações semirrígidas no comportamento global



Fonte: Elliot, Davies e Mahd (1992) apud Ferreira (1999).

## CAPÍTULO 3

# LIGAÇÕES VIGA-PILAR NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS

### 3.1 Introdução

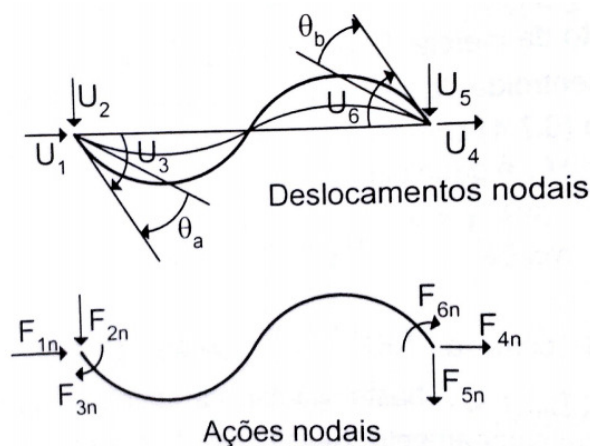
A rigidez das ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado deve ser considerada na etapa de análise estrutural, avaliando sua influência no comportamento estrutural. Esta influência deve ser observada tanto no comportamento local dos elementos (esforços e deformações dos elementos) como no comportamento global da estrutura (deslocabilidade horizontal e efeitos globais de segunda ordem). Em seguida, apresentam-se trabalhos publicados acerca do tema, tanto em estruturas de concreto pré-moldado, como em estruturas de concreto armado moldado no local.

### 3.2 Influência da rigidez da ligação nos esforços locais

A análise de estruturas levando em conta as ligações semirrígidas traz implicações diretas no desempenho estrutural das edificações, como, na redistribuição dos esforços nos elementos, na deslocabilidade e na estabilidade global.

Em um pórtico espacial, em cada nó de uma estrutura, existem três deslocamentos possíveis: um axial, um transversal e uma rotação, caracterizando os três graus de liberdade do respectivo nó. Na Figura 3.1 apresenta-se um elemento de barra submetido às ações nodais  $F_{1n}$  a  $F_{6n}$ , e aos deslocamentos nodais  $U_1$  a  $U_6$ . As rotações adicionais nos extremos da barra são apresentadas por  $\theta_a$  e  $\theta_b$ . Dessa forma, as rotações nas extremidades da viga são dadas por  $(U_3 - \theta_a)$  e  $(U_6 - \theta_b)$ .

Figura 3.1 - Elemento de viga com ligações semirrígidas



Fonte: Araújo (2009).

Considerando-se que as rotações adicionais são proporcionais às rotações totais, tem-se a Equação 3.1 e Equação 3.2. Percebe-se que  $\beta$  varia de 0 a 1. Quando for igual a zero, a ligação é rígida, e quando for igual a um, a ligação é rotulada.

$$\theta_a = \beta U_3 \quad \text{Equação 3.1}$$

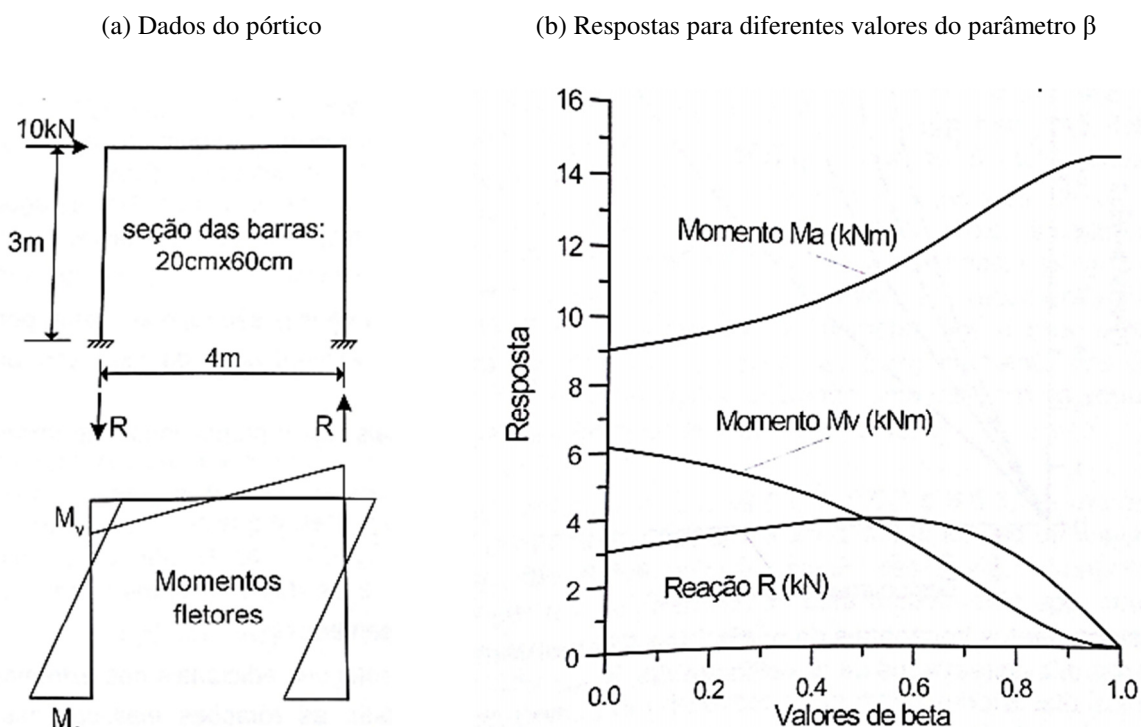
$$\theta_b = \beta U_6 \quad \text{Equação 3.2}$$

Vale ressaltar que a lógica por trás deste parâmetro  $\beta$  apresentado por Araújo (2009), que define o grau de flexibilidade do nó, é inversa ao fator  $\alpha_R$ , que define o grau de restrição. De qualquer maneira, a utilização deste parâmetro  $\beta$  será importante para mostrar a influência da rigidez das ligações na redistribuição dos esforços, conforme feito em seguida.

No pórtico exemplificado na Figura 3.2 (a), à medida que se alteram os valores de beta, ocorrem variações de momento fletor na base do pilar ( $M_a$ ), momento fletor na extremidade da viga ( $M_v$ ) e da reação de apoio ( $R$ ), ilustradas na Figura 3.2 (b). Os resultados foram obtidos modificando-se a matriz de rigidez do elemento viga pelas rotações adicionais nas extremidades.

Verifica-se que os esforços sofrem variações significativas a depender do valor de  $\beta$ . Para  $\beta=1$  (ligação articulada), somente os pilares suportam o carregamento horizontal. Já para  $\beta=0$  (ligação rígida), o momento na base do pilar sofre expressiva redução, enquanto o momento e as reações na viga aumentam de valor.

Figura 3.2 – Exemplo do efeito das ligações semirrígidas nos esforços de um pórtico com um pavimento



Fonte: Araújo (2009).

Segundo Ferreira (1999), para uma viga bi-engastada, os momentos no engaste e no vão podem ser corrigidos em função do fator de restrição das ligações, conforme indicado na Equação 3.3 e Equação 3.4, respectivamente. Na Figura 3.3 ilustra-se como o comportamento semirrígido das ligações provoca alterações nos valores de momento fletor de uma viga bi-apoiada.

$$M_{E,cor} = \left( \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right) M_{eng}$$

Equação 3.3

$$M_{V,cor} = \left( \frac{6 - 3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right) M_{vão} \quad \text{Equação 3.4}$$

Sendo:

$M_{E,cor}$ : momento no engaste corrigido devido ao fator de restrição da ligação

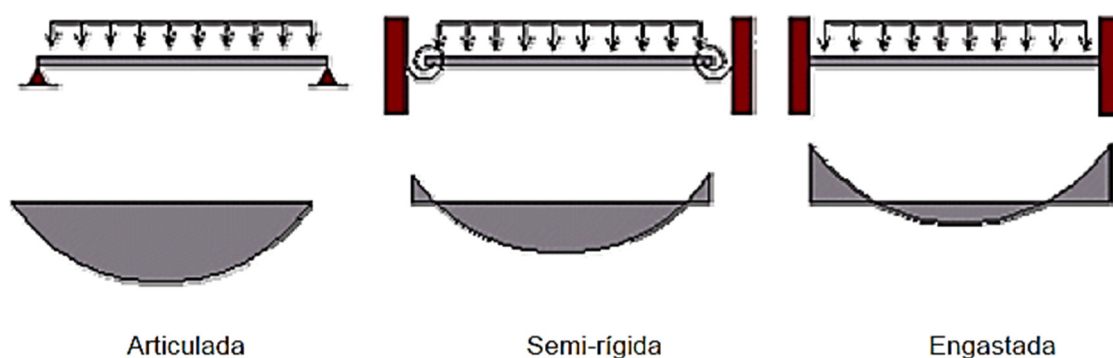
$M_{V,cor}$ : momento no vão corrigido devido ao fator de restrição da ligação

$M_{eng}$ : momento no engaste

$M_{vão}$ : momento no vão

$\alpha_R$ : fator de restrição à rotação, conforme Equação 2.1

Figura 3.3 - Variação dos momentos na viga em função da ligação



Fonte: Kataoka *et al.* (2006)

A rigidez das ligações, além de provocar variações nos momentos fletores, também modifica os valores de flecha nas vigas, conforme Equação 3.5, que considera este efeito para uma viga bi apoiada.

$$\delta_{SR} = \delta \left( \frac{2 - 1,4\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right) \quad \text{Equação 3.5}$$

Sendo:

$\delta_{SR}$ : flecha no vão considerando o comportamento semirrígido

$\delta$ : flecha da viga considerada bi-apoiada

Alguns autores já estudaram a influência da rigidez das ligações viga-pilar na redistribuição de esforços nos elementos, sobretudo em estruturas de concreto pré-moldado, nas quais a falta de monolitismo evidencia estes efeitos. A seguir são apresentados alguns destes trabalhos.

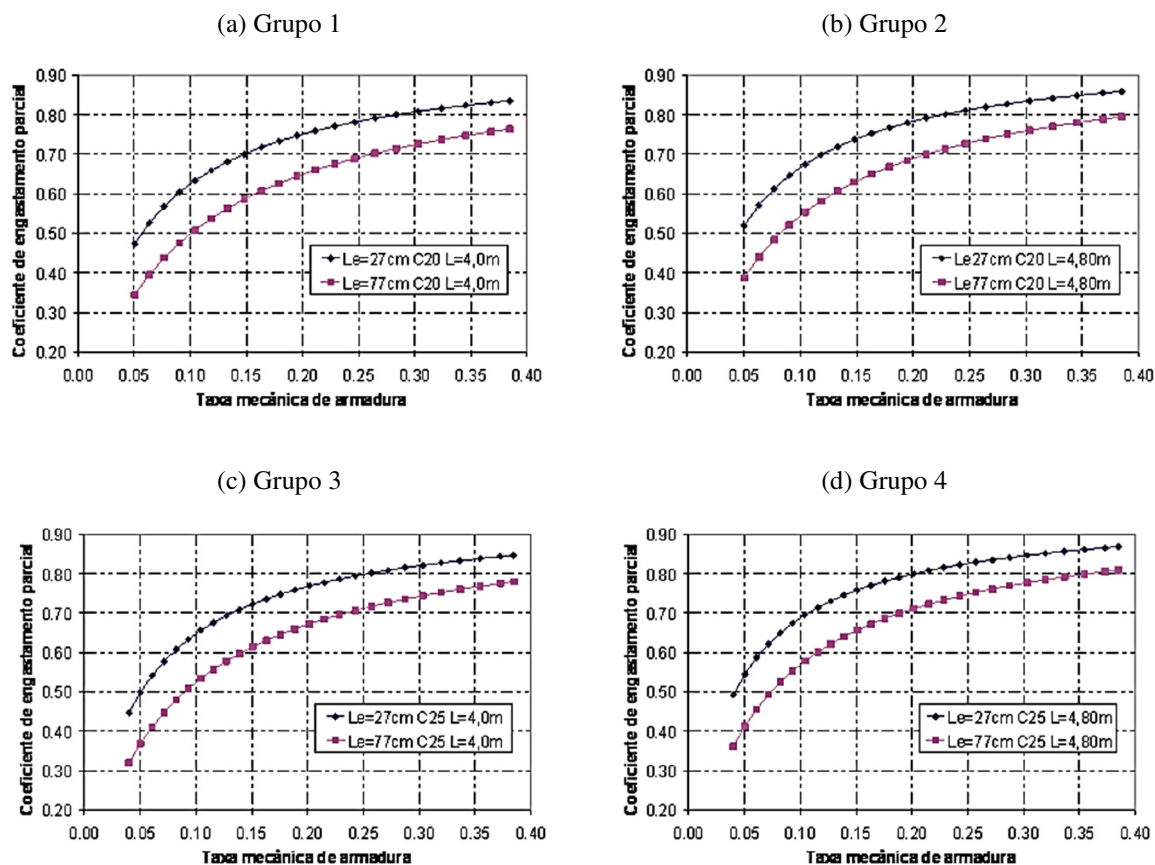
Kataoka *et al.* (2006) calcularam o valor do fator de restrição  $\alpha_R$  para uma viga pré-moldada com armadura de continuidade em situação de Estado Limite Último-ELU e Estado Limite de Serviço-ELS. No ELS as ligações apresentaram um fator de restrição maior relação ao ELU. Quando se considera o efeito da deformabilidade da ligação sobre o comportamento da viga é possível a obtenção de diferentes taxas de armadura, momentos fletores e flechas comparando com a viga sem a consideração deste efeito.

Cotta *et al.* (2009) calcularam os deslocamentos de vigas pré-moldadas considerando a rigidez das ligações por meio de um programa que modifica a matriz de rigidez do elemento, e consequentemente da estrutura, utilizando o fator  $\alpha_R$ . Os resultados foram obtidos utilizando o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) e comparados com ensaios experimentais, mostrando uma boa concordância de valores.

Alva, Ferreira e El Debs (2009) realizaram simulações numéricas de ligações viga-pilar com extremidade monolíticas para avaliar quantitativamente as porcentagens de engastamento alcançadas nas ligações utilizando o modelo teórico de Ferreira, El Debs e Elliot (2003). As simulações numéricas foram realizadas utilizando concretos das classes C20, referentes aos grupos 1 e 3, e classe C25, referente aos grupos 2 e 4. Os pilares tiveram sua dimensão na direção do eixo da viga variada de 30 cm a 80 cm, definindo comprimentos de embutimento entre 27 cm e 77 cm. A variação da taxa de armadura longitudinais ocorreu entre o valor mínimo prescrito pela ABNT NBR 6118:2014 e o valor correspondente entre os domínios 2 e 3 do Estado Limite Último.

Observa-se na Figura 3.4 a variação dos valores de coeficiente de engastamento parcial em função do aumento da taxa de armadura tracionada da viga, que está relacionada com a taxa mecânica de armadura mostrada nos gráficos. Percebe-se que, com o aumento da taxa de armadura longitudinal, ocorre um aumento do coeficiente de engastamento. O coeficiente de engastamento parcial também cresceu com o aumento da resistência à compressão do concreto. Conclui-se que existe uma tendência do coeficiente de engastamento em alcançar um valor máximo, valor este que correspondeu, em todos os casos, à situação dimensionamento na fronteira entre o domínio 3 e 4. Os valores máximos do coeficiente de engastamento situaram-se entre 0,83 e 0,87.

Figura 3.4 - Coeficiente de engastamento parcial em função da taxa de armadura



Fonte: Alva, Ferreira e El Debs (2009).

Matzenbacher (2011) realizou simulações numéricas utilizando o método dos elementos finitos em nós de pórtico em concreto armado para verificar o desenvolvimento das rotações relativas. Foi realizada uma análise comparativa entre a condição de ligação rígida e a condição de ligação flexível, a qual considera as deformações de tração e compressão no concreto e no aço. De acordo com os resultados, a hipótese de ligação viga-pilar rígida é inadequada, pois a partir da ocorrência das rotações relativas na ligação, os esforços começam a divergir muito da condição de ligação rígida.

### 3.3 Influência da rigidez das ligações na estabilidade global

A análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global é muito estudada no âmbito das estruturas pré-moldadas. Pela deficiência de monolitismo das mesmas, a influência da rigidez dos nós é muito crítica na análise da estabilidade global, principalmente em edificações altas. A seguir são apresentados alguns estudos sobre o tema.

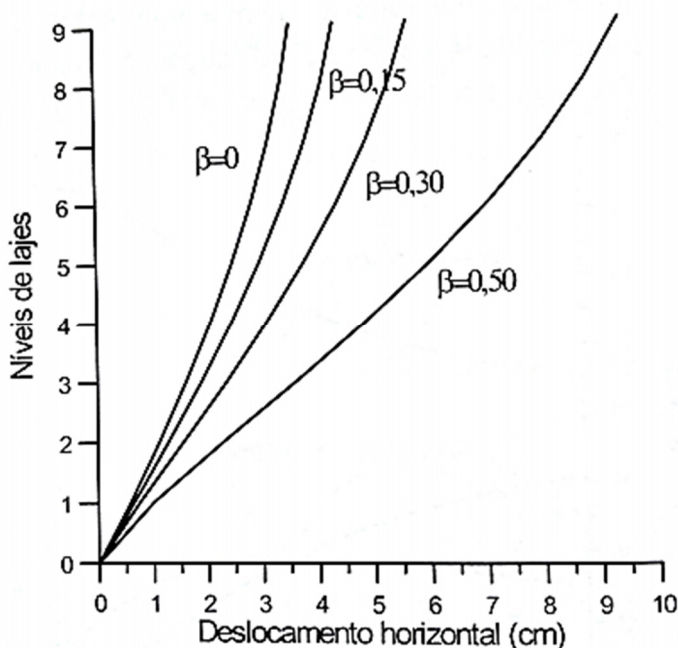
Araújo (2009) calculou um pórtico de contraventamento de 10 pavimentos, variando-se o grau de flexibilidade dos nós para avaliar a influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento global de uma estrutura monolítica em concreto armado. O objetivo desta análise era de evidenciar a importância de avaliar criteriosamente a existência de rotações adicionais em ligações viga-pilar monolíticas de concreto armado. Na Tabela 3.1 apresentam-se os valores obtidos para o coeficiente  $\gamma_z$  em função do parâmetro  $\beta$ . Na Figura 3.5 pode-se observar os deslocamentos horizontais do pórtico para quatro valores de  $\beta$ .

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente  $\gamma_z$  em função do grau de flexibilidade  $\beta$  ( $\beta=1$ :articulado;  $\beta=0$ :rígida)

Valor de $\beta$	Coeficiente $\gamma_z$	Classificação quanto à deslocabilidade
0,15	1,09	Estrutura indeslocável
0,30	1,12	Estrutura deslocável
0,50	1,21	Estrutura deslocável

Fonte: adaptado de Araújo (2009).

Figura 3.5 - Deslocamentos horizontais do pórtico de contraventamento para diferentes graus de flexibilidade dos nós

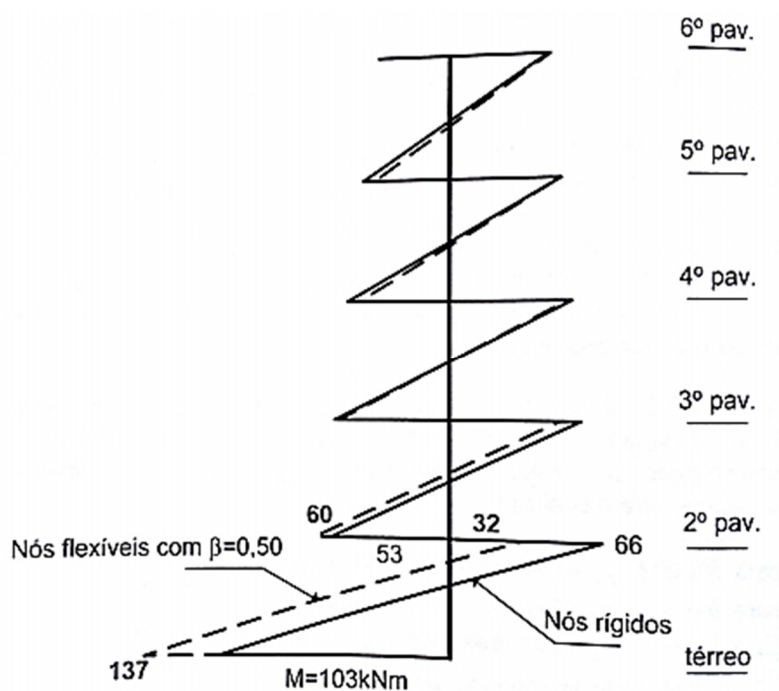


Fonte: Araújo (2009).



Analisando os resultados da Tabela 3.1 e da Figura 3.6, percebe-se que as rotações adicionais nos nós dos pórticos de contraventamento têm uma influência considerável na deslocabilidade horizontal da estrutura. Quando maior o grau de flexibilidade dos nós, maior o deslocamento horizontal do pórtico. Para os níveis mais altos do edifício, esta influência é ainda mais considerável, ou seja, quanto maior o número de pavimentos do pórtico maior o deslocamento horizontal no topo da estrutura.

Figura 3.6 - Momentos fletores em um pilar do pórtico considerando-o com nós rígidos e nós flexíveis



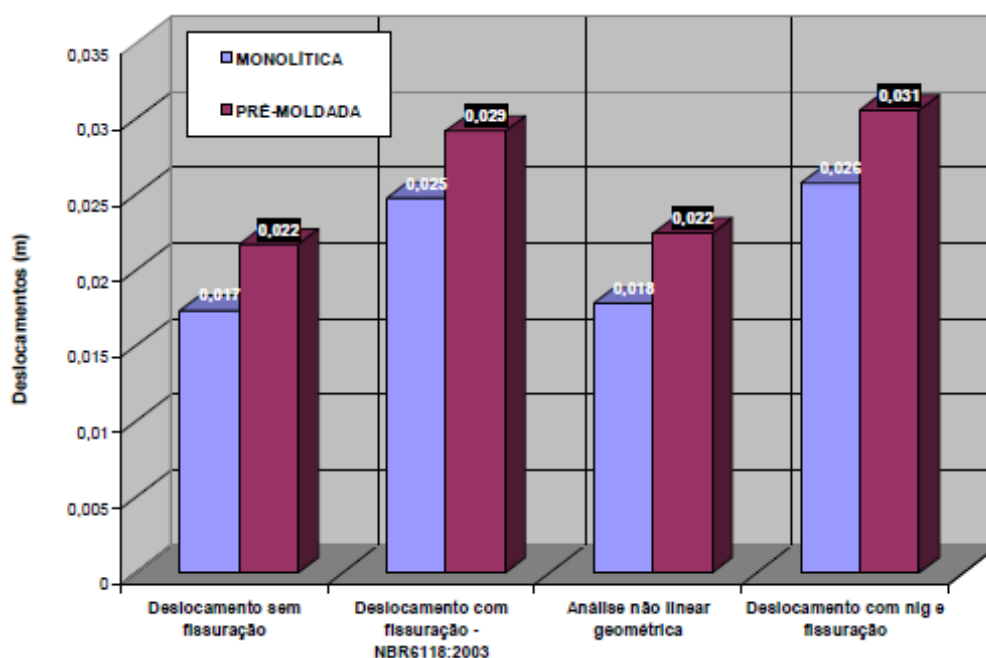
Fonte: Araújo (2009).

Como mostrado na Figura 3.6, os momentos fletores nos pilares aumentam quando se considera o pórtico com nós flexíveis. As maiores variações de momentos ocorreram nos primeiros andares do pórtico, sendo que a maior variação foi igual a 33%. Nos pavimentos superiores a diferença de momentos não foi importante.

Xu (1992) desenvolveu a matriz de rigidez de uma viga considerando a ligação viga-pilar como semirrígida para análise e projeto de pórticos planos levando em conta a não-linearidade geométrica através do efeito P- $\Delta$ . Na otimização do custo de um pórtico com 4 pavimentos considerando a deformabilidade das ligações, os resultados mostraram que a semirrígidez de ligações deve ser considerada mesmo em edificações baixas (menos que cinco pavimentos). A diferença dos efeitos de segunda ordem considerando as ligações completamente rígidas e semirrígidas foi substancialmente importante.

Cotta (2007) calculou um pórtico em concreto armado para duas situações, considerando a estrutura monolítica e também considerando a estrutura pré-moldada. Observa-se na Figura 3.7 que a deficiência de monolitismo nas estruturas pré-moldadas resulta em deslocamentos maiores se comparadas com as estruturas monolíticas. Também pode-se concluir que a consideração da não linearidade geométrica e física gera respostas mais críticas, porém mais realistas, para a deslocabilidade das estruturas.

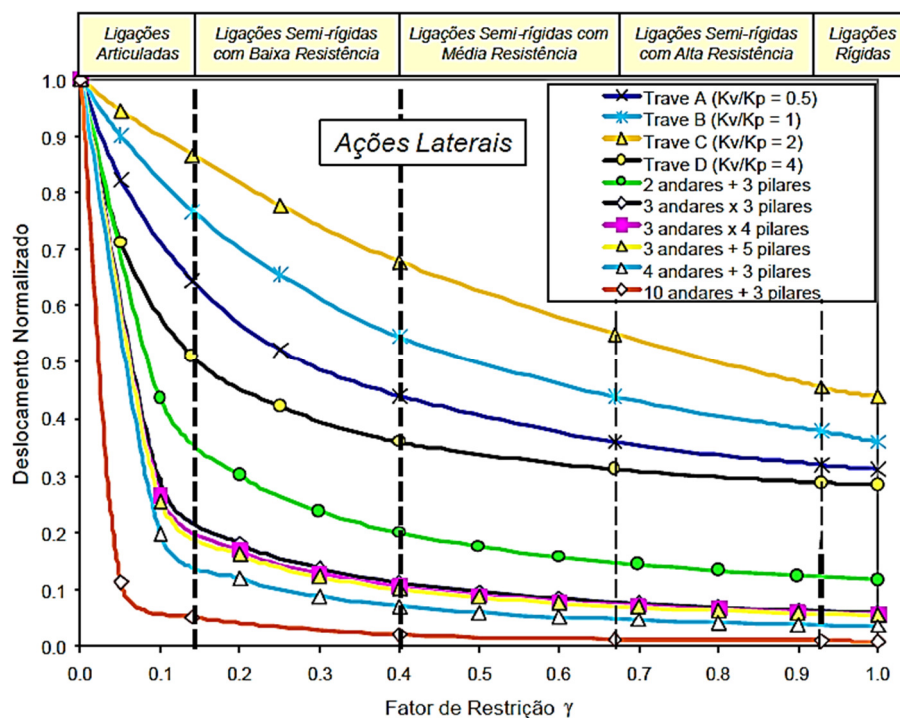
Figura 3.7– Deslocamentos no topo do pilar para a estrutura monolítica e para a estrutura pré-moldada



Fonte: Cotta (2007).

Na Figura 3.8 apresenta-se a variação de deslocamentos horizontais no topo de estruturas solicitadas por ações horizontais, com modelos estruturais variando desde uma trave (um pavimento) até dez pavimentos. Os resultados foram obtidos por Ferreira e El Debs (2003) e os modelos, com exceção da trave, possuíam três linhas de pilares. Os deslocamentos horizontais e os momentos nas bases dos pilares decrescem à medida que se aumenta o fator de restrição, efeito que é mais preponderante à medida que se aumenta o número de pavimentos, principalmente a partir de três pavimentos.

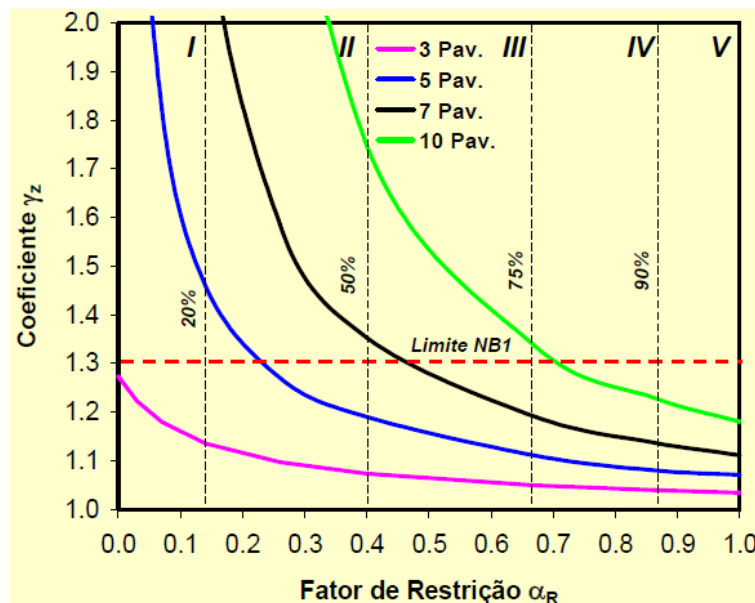
Figura 3.8 - Deslocamentos no topo em função do fator de restrição e do número de pavimentos



Fonte: Ferreira e El Debs (2003).

Ferreira, El Debs e Elliot (2003) propuseram um modelo teórico para determinação da rigidez secantes de ligações e realizou uma comparação teórica-experimental. A ligação viga-pilar monolítica utilizada foi composta por uma viga 20 cm x 40 cm e uma armadura negativa igual a 12,56 cm<sup>2</sup>. Esta ligação atingiu nos ensaios cerca de 70% da condição de engastamento perfeito, e os protótipos com ligações centrais valores entre 59% e 69%, enquanto que os protótipos com viga em balanço apresentaram valores entre 57% e 64%.

Ferreira *et al.* (2005) realizaram simulações numéricas para análise da estabilidade global de estruturas pré-moldadas com ligações semirrígidas. Foram calculados 4 pórticos com 3, 5, 7 e 10 pavimentos, todos com pilares de seção 50 cm x 50 cm e vigas com seção de 30 cm x 60 cm. Na Figura 3.9 observa-se a pequena variação da deslocabilidade da estrutura para ligações dentro da faixa IV (semirrígidas com restrição alta). Já ligações na faixa III (semirrígidas com restrição média) para edifícios altos, há uma diferença considerável na deslocabilidade da estrutura em relação às ligações articuladas (faixa I).

Figura 3.9 - Relação entre o coeficiente  $\gamma_z$  e o fator de restrição  $\alpha_R$  para 3, 5, 7 e 10 pavimentos

Fonte: Ferreira *et al.* (2005).

Migliore (2005) calculou um edifício pré-moldado com ligações viga-pilar, compostas por grapas soldadas e barras negativas rosqueadas por meio de luvas. A edificação possuía 5 pavimentos, sendo a altura total dos pilares de até 24,40 m. A análise estrutural foi realizada como pórtico espacial no programa CAD/TQS®. Os resultados foram satisfatórios de acordo com os limites das normas vigentes. O coeficiente  $\gamma_z$  foi igual a 1,2 e o deslocamento horizontal no topo do edifício igual a 1,3 cm. A título de comparação, o mesmo edifício foi calculado considerando as ligações viga-pilar articuladas, e os valores obtidos para o coeficiente  $\gamma_z$  foi de 3,9 cm, e para o deslocamento horizontal no topo do edifício de 6,3 cm, mostrando a colaboração expressiva da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento global da estrutura.

Araújo *et al.* (2006) realizaram simulações numéricas para análise da influência da plastificação de ligações semirrígidas na estabilidade global de estruturas pré-moldadas. Os cálculos foram realizados para um pórtico plano com cinco pavimentos, cujos pilares possuíam seção 50 cm x 50 cm e as vigas 30 cm x 60 cm. Ao se permitir a plastificação das ligações, nota-se um sensível aumento da deslocabilidade da estrutura, com coeficiente  $\gamma_z$  igual a 1,19, enquanto que, para efeito de comparação, o coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura considerada monolítica foi igual a 1,07.

### 3.4 Modelos analíticos para determinação da rigidez da ligação

Foram analisados dois modelos analíticos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar neste trabalho. Tais modelos são descritos a seguir, assim como suas respectivas validações experimentais.

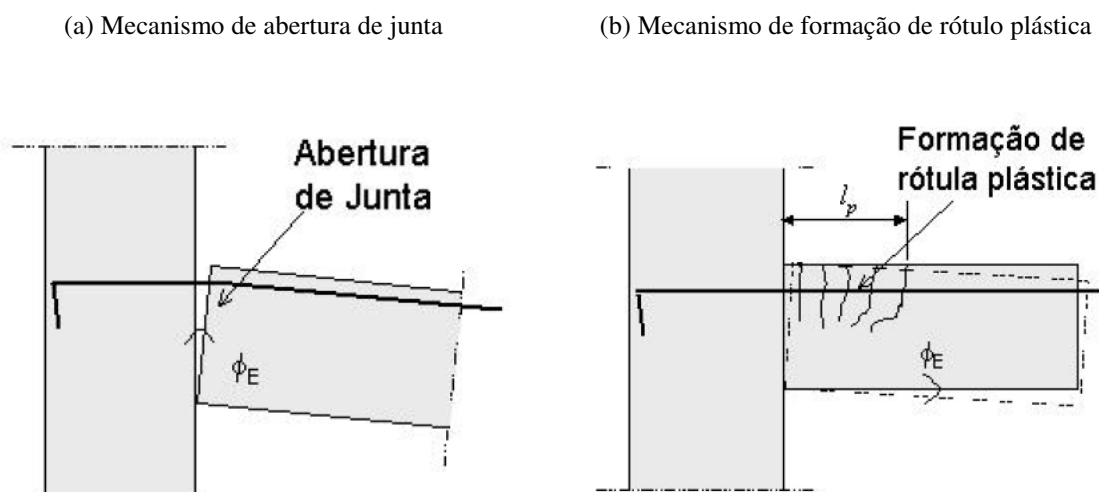
O modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) é largamente difundido no âmbito de estruturas de concreto pré-moldado. Alva, Ferreira e El Debs (2009) utilizaram este modelo para avaliar a porcentagem de engastamento de ligações monolíticas, e, concluíram que o modelo teórico também pode ser utilizado em ligações monolíticas de concreto armado, apresentando boas correlações entre resultados experimentais. Entretanto, a aplicação deste modelo se limita à fase elástica, não contemplando a fase após o escoamento das armaduras.

Alva e El Debs (2013) apresentaram um modelo teórico para determinação de rotações relativas em ligações viga-pilar monolíticas de concreto armado. A utilização deste modelo no presente trabalho se justifica pelo fato do mesmo considerar, na previsão das rotações, a fase após o momento de início de escoamento das armaduras (fase inelástica), faixa esta não contemplada pelo modelo anterior.

### 3.5 Modelo teórico de Ferreira, El Debs e Elliot (2003)

Ferreira, El Debs e Elliot (2003) apresentaram um modelo teórico para a determinação da relação momento-rotação em ligações viga-pilar com armadura de continuidade. Neste modelo, a rotação relativa entre a seção da viga e do pilar é resultante de dois mecanismos de deformações: um mecanismo resultante do alongamento das barras tracionadas da viga no trecho de embutimento no pilar e um mecanismo decorrente da concentração de deformações por flexão no trecho da zona de descontinuidade, conforme ilustrado na Figura 3.10. Neste modelo teórico, a ligação viga-pilar é considerada como uma região de distúrbio na extremidade da viga onde ocorrem concentrações de tensões e de deformações.

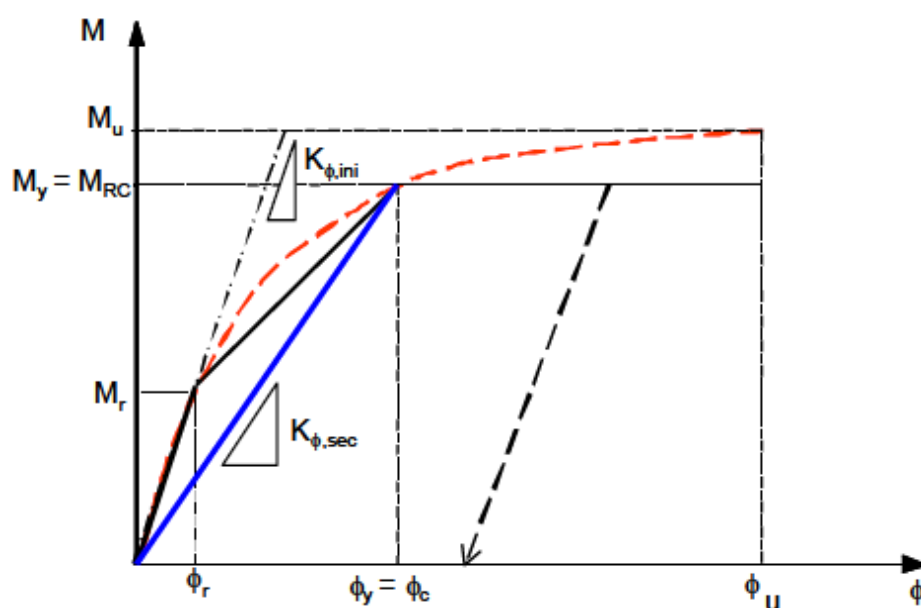
Figura 3.10 – Mecanismos de deformações em ligações viga-pilar de extremidade



Fonte: Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

As ligações viga-pilar resistentes à momento fletor possuem rigidez secante à flexão negativa descrita pela curva momento-rotação. Na Figura 3.11 a rigidez secante é apresentada como uma aproximação para a consideração da não linearidade física da relação momento-rotação. A rotação  $\phi_c$  é definida pela rotação relativa viga-pilar, a qual deve ser medida no centro de rotação da região da ligação.

Figura 3.11 - Rigidez secante para a curva momento-rotação



Fonte: Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

Os autores destacam a utilização da rigidez secante da ligação como uma aproximação segura para representar o comportamento da ligação dentro da avaliação da estabilidade global da estrutura. Se a rigidez tangente inicial for utilizada, a análise de deslocamentos da estrutura pode ser subestimada.

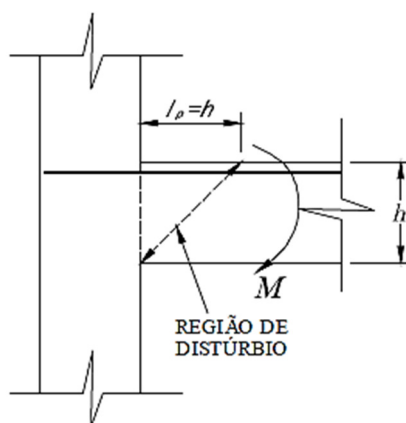
Na Figura 3.11,  $M_{RC}$  é o momento resistente da ligação no limite de escoamento da armadura tracionada, e  $\theta_c$  é a rotação devida ao momento  $M_{RC}$ , a rigidez secante será a mínima rigidez possível no projeto para a ligação (desde que  $M \leq M_{RC}$ ). Ferreira (2001) apud Ferreira, El Debs e Elliot (2003) propôs que a rigidez secante à flexão negativa para ligações pré-moldadas com armadura de continuidade pode ser obtida pela Equação 3.6.

$$R_{sec} = \frac{M_{RC}}{\theta_c} = \left[ \left( \frac{L_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s d^2} \right) + \left( \frac{L_p}{E_{cs} I_{II}} \right) \right]^{-1} \quad \text{Equação 3.6}$$

Sendo:

$L_p$ : comprimento de plastificação. Depende da altura da viga, da posição do centro de rotação na ligação e do caminho das forças internas na extremidade da viga. Para ligações monolíticas, Ferreira, El Debs e Elliot (2003) recomendam o ilustrado na Figura 3.12.

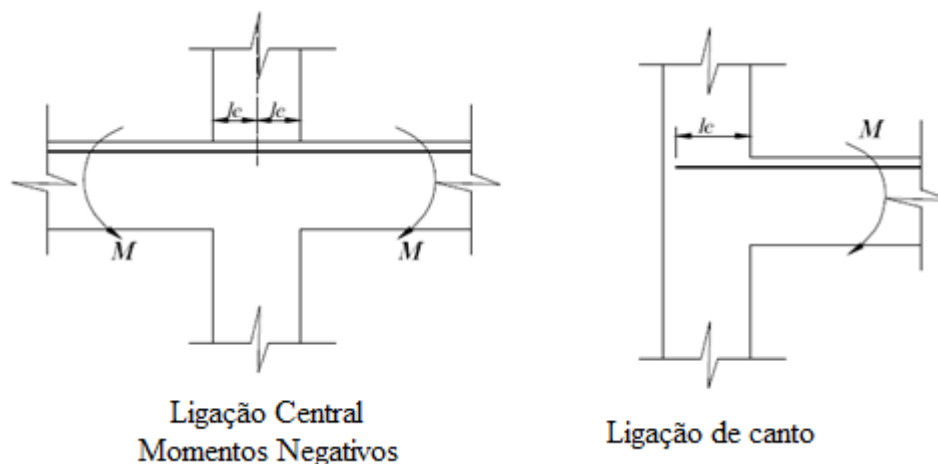
Figura 3.12 - Região de distúrbio na extremidade da ligação viga-pilar monolítica



Fonte: Adaptado de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

$L_e$ : comprimento de embutimento, ou comprimento de ancoragem existente, conforme Figura 3.13.

Figura 3.13 – Comprimento de embutimento para ligações viga-pilar monolíticas



Fonte: Adaptado de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

$d$ : altura útil da viga

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço

$E_{cs}$ : módulo de elasticidade secante do concreto

$I_{II}$ : momento de inércia da seção homogeneizada fissurada no Estádio II

A rotação relativa viga-pilar, medida na região da ligação, devida ao momento  $M_{RC}$  é dada pela Equação 3.7.

$$\theta_c = \left[ \left( \frac{M_{RC}}{E_{cs} \cdot I_{II}} \right) \cdot L_p + \left( \frac{f_{yk}}{E_s d} \right) \cdot L_e \right] \quad \text{Equação 3.7}$$

Sendo:

$f_{yk}$ : tensão de escoamento das barras de continuidade

O momento resistente da ligação no limite do escoamento pode ser obtido de maneira aproximada pela Equação 3.8.

$$M_{RC} = M_y = 0,9 \cdot A_s f_{yk} d \quad \text{Equação 3.8}$$

Para determinar a relação momento-rotação até o início do escoamento das armaduras da viga ( $0 < M < M_y$ ), propõe-se a Equação 3.9, levando-se em conta os dois mecanismos de apresentados na Figura 3.10.



$$\theta = \left[ \left( \frac{M}{E_{cs} \cdot I_{eq}} \right) \cdot L_p + \left( \frac{\sigma_s}{E_s d} \right) \cdot L_e \right] \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0.5} \quad \text{Equação 3.9}$$

Sendo:

$M_y$ : momento de início de escoamento das barras longitudinais tracionadas da viga, determinado pela Equação 3.8.

$I_{eq}$ : momento de inércia equivalente da viga, determinado pela Equação 3.10.

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M} \right)^3 \cdot I_I + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \quad \text{Equação 3.10}$$

Sendo:

$M_r$ : momento de fissuração da viga

$I_I$ : momento de inércia da seção da viga no Estádio I

$I_{II}$ : momento de inércia da seção da viga no Estádio II

$\sigma_s$ : tensão na armadura tracionada da viga, dada pela Equação 3.11.

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s z_{eq}} \quad \text{Equação 3.11}$$

Sendo:

$A_s$ : área da armadura de tração

$z_{eq}$ : braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão, determinado pela Equação 3.12.

$$z_{eq} = d - \frac{1}{3} \left\{ x_I \cdot \left[ 1 - \left( \frac{M}{M_y} \right) \right] + x_{II} \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0.5} \right\} \quad \text{Equação 3.12}$$

Sendo:

$x_I$ : altura da linha neutra no Estádio I

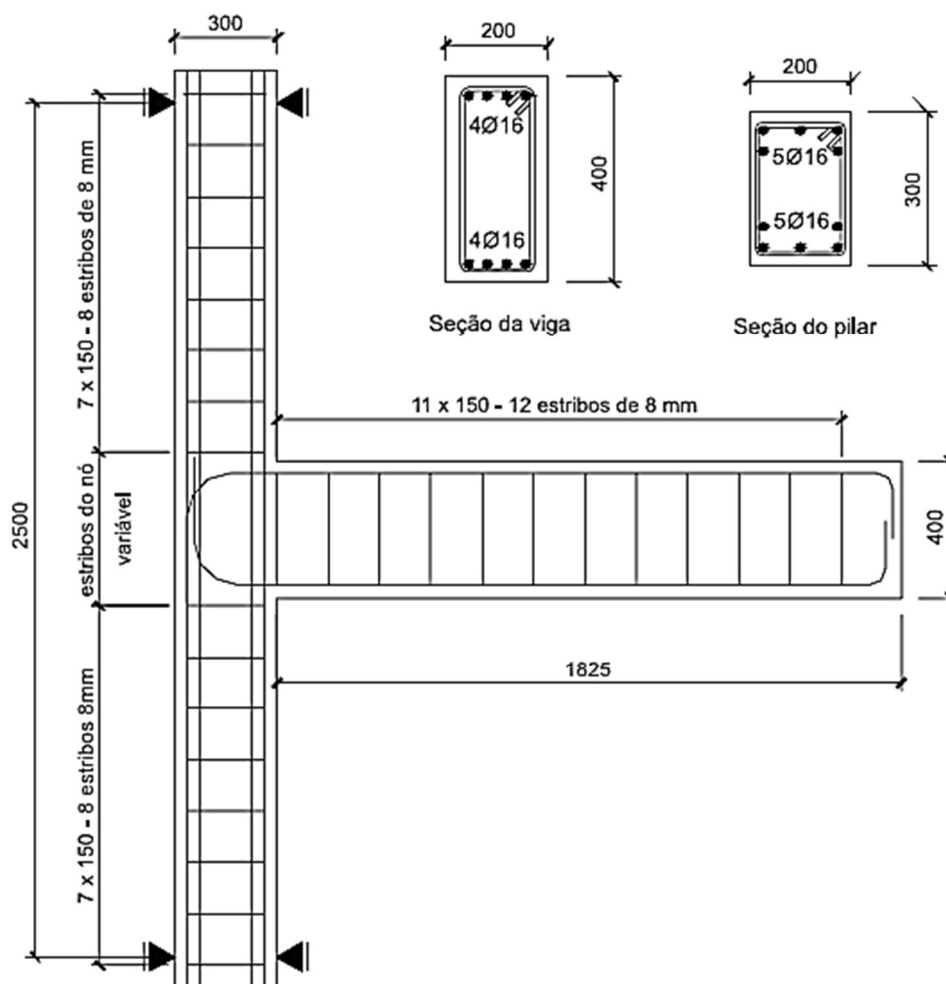
$x_{II}$ : altura da linha neutra no Estádio II

### 3.5.1 Validação experimental do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003)

Alva, Ferreira e El Debs (2009) compararam o modelo teórico proposto por Ferreira, El Debs e Elliot (2003) com os resultados experimentais de cinco ligações viga-pilar monolíticas (representadas pelas siglas LVP1, LVP2, LVP3, LVP4 e LVP5) de Alva (2004), com o objetivo de avaliar o comportamento de ligações viga-pilar monolíticas de concreto armado.

Os modelos físicos foram constituídos por ligações viga-pilar de extremidade, sem a presença da laje, com vigas de seção 20 cm x 40 cm e pilares com seção 20 cm x 30 cm. A armadura longitudinal na região do nó foi igual para todos os modelos (Figura 3.14), porém o valor da resistência à compressão variou, conforme Tabela 3.2. Para mais informações sobre os procedimentos de ensaios, consultar Alva (2004).

Figura 3.14 - Detalhamento da geometria e das armaduras empregadas nas ligações (dimensões em mm)



Fonte: Alva, Ferreira e El Debs (2009).

Tabela 3.2 – Propriedades do concreto

Modelo	$f_c$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)
LVP1	40,43	2,87
LVP2	44,18	3,30
LVP3	23,89	1,95
LVP4	24,62	2,08
LVP5	25,91	2,20
$f_c$ : resistência à compressão do concreto $f_{ct,sp}$ : resistência à tração indireta do concreto (ensaio de compressão diametral)		

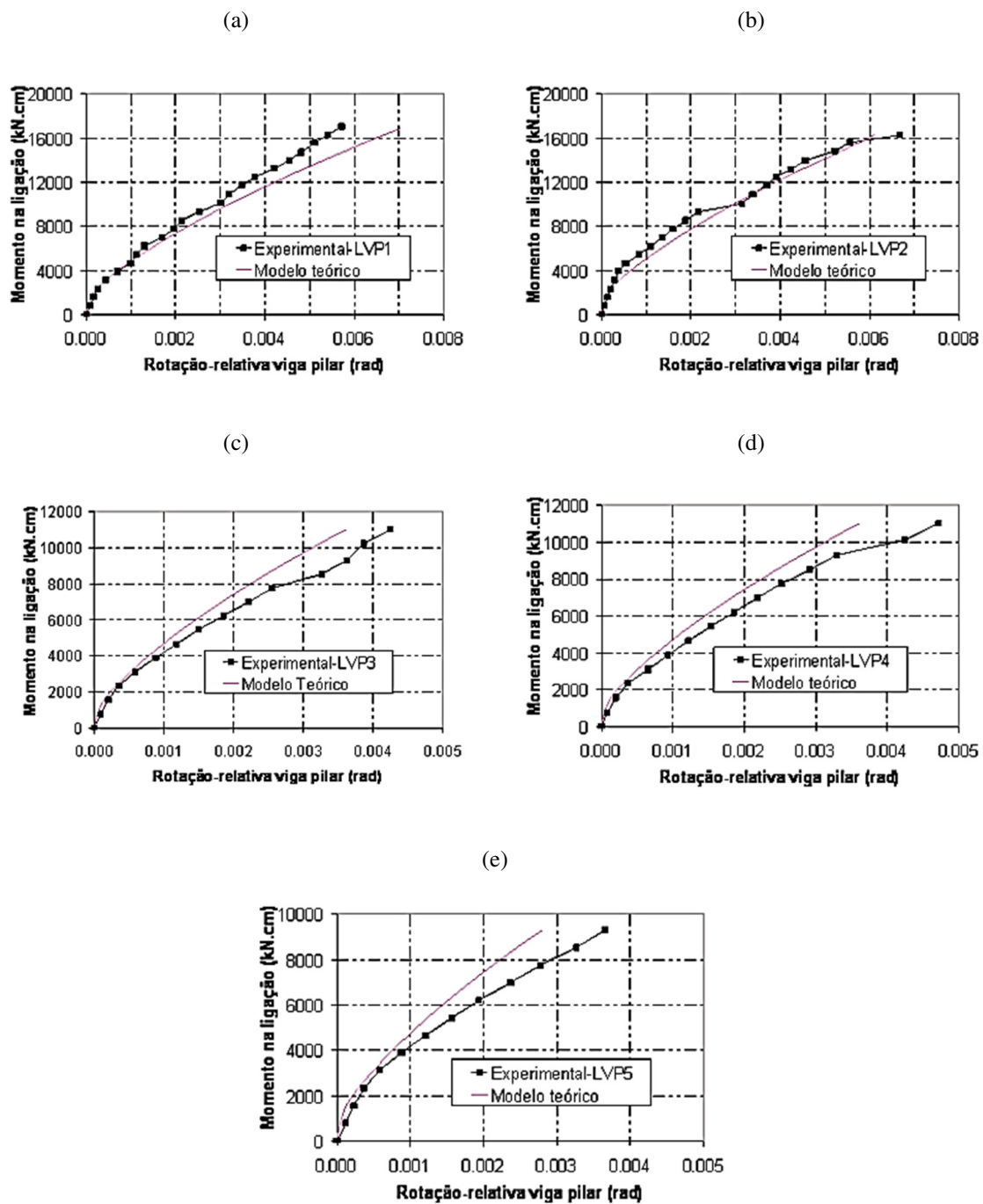
Fonte: adaptado de Alva (2009).

A partir dos resultados observou-se que, de uma maneira geral, o modelo proposto por Ferreira, El Debs e Elliot (2003) fornece resultados bastantes satisfatórios na representação da curva momento-rotação das ligações, como pode ser observado nas curvas da Figura 3.15.

Para as ligações LVP3, LVP4 e LVP5 o modelo teórico forneceu resultados mais rígidos que os resultados experimentais, o que pode estar relacionado à menor resistência à compressão destas ligações em comparação com LVP1 e LVP2. Nas ligações com menor resistência à compressão a deterioração mecânica na região do nó foi maior, o que afetou as condições de ancoragem das barras longitudinais das vigas e, conseqüentemente, a curva momento-rotação.

Vale ressaltar que o mecanismo de deformação resultante dos deslizamentos das barras longitudinais da viga na região do comprimento de ancoragem não é considerado no modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

Figura 3.15 - Curvas momento-rotação: comparação de resultados experimentais com os do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot. (2003)

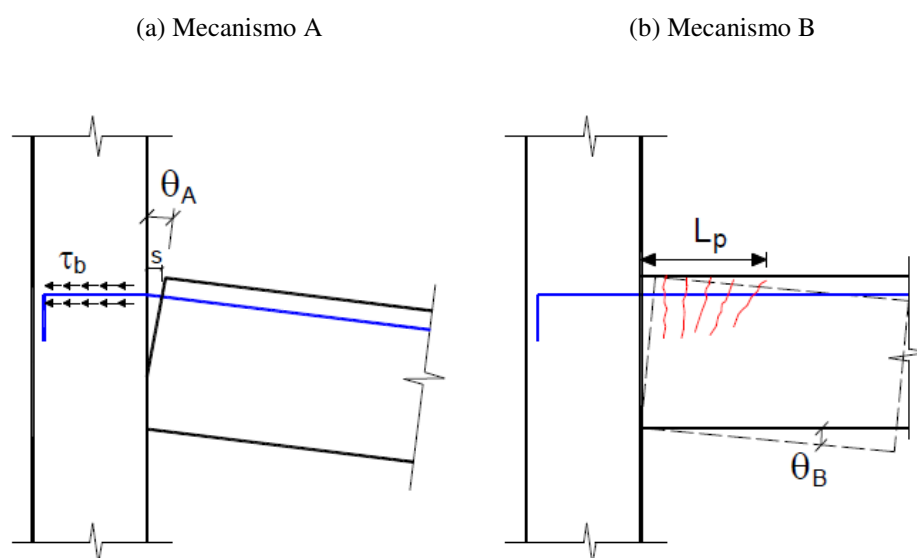


Fonte: Alva, Ferreira e El Debs (2009).

### 3.6 Modelo teórico de Alva e El Debs (2013)

Alva e El Debs (2013) apresentaram um modelo teórico analítico para determinação da curva momento-rotação de ligações viga-pilar monolíticas de extremidade em concreto armado. O mecanismo de deformação da ligação é dado pelas rotações relativas oriundas de dois mecanismos: do deslizamento das armaduras da viga no interior do pilar (Mecanismo A), e dos deslizamentos localizados causados pelas fissuras formadas na região da viga próxima ao pilar (Mecanismo B), conforme ilustrado na Figura 3.16

Figura 3.16 – Mecanismos de deformações



Fonte: Alva e El Debs (2013).

A rotação total entre a viga e o pilar é dada pela soma das rotações relativas respectivas a cada mecanismo, conforme Equação 3.13.

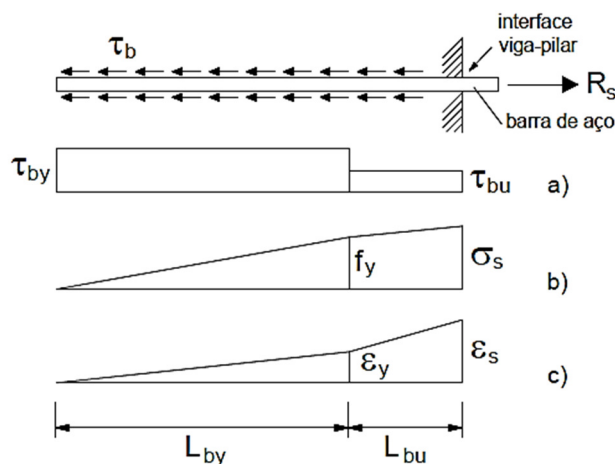
$$\theta_R = \theta_A + \theta_B \quad \text{Equação 3.13}$$

Sendo  $\theta_A$  a rotação decorrente do mecanismo A, e  $\theta_B$  a rotação decorrente do mecanismo B.

O modelo adotado para o cálculo do deslizamento das armaduras da viga no interior do pilar referente ao **Mecanismo A** foi o proposto por Sezen e Moehle (2003) apud Alva e El Debs (2013). Na Figura 3.17 apresenta-se a distribuição de tensões de aderência, as tensões e as deformações normais assumidas no modelo para uma barra de aço.

Figura 3.17 - Modelo proposto por Sezen e Moehle (2003) para cálculo do deslizamento:

a) Tensões de aderência; b) Tensões normais na barra; c) Deformações axiais na barra



Fonte: Alva e El Debs (2013).

De acordo com o modelo proposto por Sezen e Moehle (2003) apud Alva e El Debs (2013), as tensões de aderência são assumidas com distribuição uniforme, sendo  $\tau_{by}$  no trecho elástico ( $\epsilon_s \leq \epsilon_y$ ) e  $\tau_{bu}$  no trecho inelástico ( $\epsilon_s > \epsilon_y$ ), calculadas, respectivamente, conforme Equação 3.14 e Equação 3.15.

$$\tau_{by} = 1,0\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 3.14}$$

$$\tau_{bu} = 0,5\sqrt{f_c} \quad \text{Equação 3.15}$$

Sendo:

$f_c$ : resistência do concreto à compressão (em MPa)

O deslizamento  $s$  de uma barra de aço em um comprimento  $x$  é a diferença total entre o alongamento do aço e do concreto nesse trecho, conforme Equação 3.16.

$$s = \int_0^x \epsilon_s - \epsilon_c \quad \text{Equação 3.16}$$

Sendo:

$\epsilon_s$ : deformação no aço

$\epsilon_c$ : deformação no concreto

Como a deformação no concreto é pequena em relação à deformação do aço, ela pode ser desprezada, e o deslizamento total da barra de aço pode ser obtido integrando-se as deformações da barra desde a interface viga-pilar até o ponto de deformação axial nula. Dessa maneira, determina-se a expressão para o cálculo do deslizamento.

Para a **fase elástica** ( $\varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ ), tem-se a Equação 3.17.

$$s = \frac{\varepsilon_s L_b}{2} \quad \text{Equação 3.17}$$

Sendo  $L_b$  o comprimento onde se desenvolvem as tensões de aderência, que corresponde à distância da interface viga-pilar até o ponto de deformação axial nula, conforme Equação 3.18. Este comprimento pode ser obtido por equilíbrio entre a resultante da barra  $R_s$  e as tensões de aderência mobilizadas.

$$L_b = \frac{\emptyset \sigma_s}{4 \tau_{by}} \quad \text{Equação 3.18}$$

Sendo:

$\emptyset$ : diâmetro da barra

Substituindo a Equação 3.18 na Equação 3.17, tem-se a expressão para cálculo do deslizamento na fase elástica, conforme Equação 3.19.

$$s = \frac{\varepsilon_s \cdot \sigma_s \cdot \emptyset}{8 \cdot \tau_{by}} \quad \text{Equação 3.19}$$

Para a **fase inelástica** ( $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ ), tem-se a Equação 3.24.

$$s = \frac{\varepsilon_y L_{by}}{2} + \frac{(\varepsilon_y + \varepsilon_s) L_{bu}}{2} \quad \text{Equação 3.20}$$

Sendo:

$L_{by}$  e  $L_{bu}$  os comprimentos onde se desenvolvem as tensões de aderência no trecho elástico e inelástico, respectivamente.

Como o trecho inelástico absorve a diferença entre a resultante da armadura e a resultante das tensões de aderência no trecho elástico, pode-se deduzir a Equação 3.21 e em seguida determinar a Equação 3.22 para cálculo do deslizamento.

$$L_b = \frac{\phi (\sigma_s - f_y)}{4 \tau_{by}} \quad \text{Equação 3.21}$$

$$s = \frac{\varepsilon_y f_y \phi}{8 \tau_{by}} + \frac{(\varepsilon_y + \varepsilon_s) \phi (\sigma_s - f_y)}{8 \tau_{bu}} \quad \text{Equação 3.22}$$

O cálculo proposto por Sezen e Moehle (2003) apud Alva e El Debs (2013) para obtenção do deslizamento é aplicável a barras com ancoragem reta. Kwak e Kim (2010) apud Alva e El Debs (2013) citam, entretanto, que o ponto de início do trecho reto (início da dobra do gancho) também pode sofrer um escorregamento ( $s_0$ ), devendo este ser somado ao deslizamento do trecho reto. Estes autores mencionam a Equação 3.23 proposta por Soroushian *et al.* (1988) apud Alva e El Debs (2013), que estudaram o comportamento experimental de barras com ganchos submetidas à tração.

$$s_0 = 2,54 \cdot \left[ \frac{F_s}{271 \cdot (0,05\phi - 0,25)} \right] \quad \text{Equação 3.23}$$

Sendo

$s_0$ : escorregamento do início da dobra do gancho (mm)

$F_s$ : resultante de tração na barra (kN)

$\phi$ : diâmetro da barra (mm)

Determina-se, portanto, a rotação relativa entre viga e pilar decorrente do mecanismo A pela Equação 3.24.

$$\theta_A = \frac{s}{d - x} \quad \text{Equação 3.24}$$

Sendo:

$d$ : altura útil da viga

$x$ : profundidade da linha neutra da seção da viga

Na fase elástica, há pouca variação na profundidade da linha neutra após fissuração. Assim, Alva e El Debs (2013) propuseram que o valor de  $x$  seja dado pela profundidade da linha neutra no Estádio II (seção fissurada).



Após o escoamento das armaduras da viga, ocorre uma rápida estabilização do valor de  $x$ . Como simplificação, os autores propuseram que o valor de  $x$  na fase inelástica seja dado pela profundidade da linha neutra associada ao momento último (resistente).

Substituindo a Equação 3.22 na Equação 3.24, tem-se a rotação devido ao mecanismo A na fase elástica, dada pela Equação 3.25.

$$\theta_A = \frac{\varepsilon_s \cdot \sigma_s \cdot \phi}{8 \cdot \tau_{by} \cdot (d - x)} \quad \text{Equação 3.25}$$

A deformação no aço ( $\varepsilon_s$ ) e a tensão na armadura ( $\sigma_s$ ) podem ser determinadas, respectivamente, pela Equação 3.26 e Equação 3.27.

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad \text{Equação 3.26}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot z} \quad \text{Equação 3.27}$$

Sendo:

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço

$M$ : momento atuante na extremidade da viga

$A_s$ : área de aço

$z$ : braço entre as resultantes de tração e compressão, calculado pela Equação 3.28.

$$z = d - \frac{x}{3} \quad \text{Equação 3.28}$$

Sendo:

$x$ : a linha neutra correspondente ao estágio II

A Equação 3.25 pode ser reescrita, permitindo calcular a rotação referente ao mecanismo A na **fase elástica** pela Equação 3.29.

$$\theta_A = C_1 \cdot M^2 \quad \text{Equação 3.29}$$

Sendo  $C_1$  dado pela Equação 3.30

$$C_1 = \frac{\phi}{8 \cdot E_s \cdot \tau_{by} \cdot (d - x) \cdot A_s^2 \cdot z^2} \quad \text{Equação 3.30}$$

É usual modelar o aço das armaduras como um material elasto-plástico na fase inelástica. Neste caso, a rotação referente ao mecanismo A, na **fase inelástica**, é dada pela Equação 3.31.

$$\theta_A = C_1 \cdot M_y^2 \quad \text{Equação 3.31}$$

Sendo  $C_1$  obtido pela Equação 3.30.

O **Mecanismo B** é decorrente da formação de fissuras por flexão na extremidade da viga. O deslizamento da armadura ao longo do espaçamento entre fissuras provoca a abertura de fissura (Figura 3.18). Pode-se assumir que o valor da abertura de fissura ( $w_i$ ) seja equivalente a duas vezes o deslizamento da armadura na posição da fissura formada ( $s_i$ ).

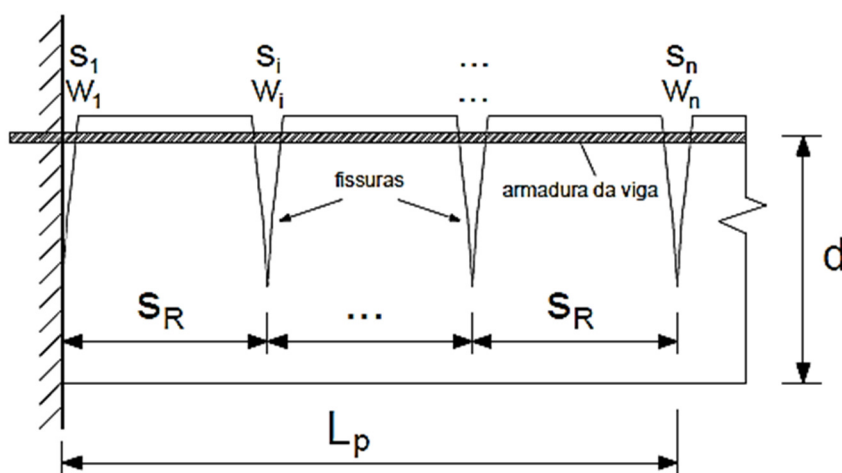
A rotação total é induzida por um número de fissuras formadas ao longo do comprimento  $L_p$ , e pode ser obtida pela Equação 3.32.

$$\theta_B = \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{d - x_i} = \sum_{i=1}^n \frac{0,5 \cdot w_i}{d - x_i} \quad \text{Equação 3.32}$$

Sendo:

$x_i$ : profundidade da linha neutra na fissura. Sugere-se adotar a posição da linha neutra no estágio II, conforme mencionado anteriormente.

Figura 3.18 - Modelo B: deslizamento das armaduras provocado pela fissuração



Fonte: Alva e El Debs (2013).

Alva e El Debs (2013) também consideram pouca a variação nos valores de  $w_i$  ao longo do comprimento  $L_p$ . Portanto, a abertura de fissura pode ser obtida pela Equação 3.33.

$$w = s_R(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad \text{Equação 3.33}$$

Sendo:

$s_R$ : espaçamento entre fissuras. Pode ser determinado de acordo com as indicações de Eurocode 2 (2004), conforme Equação 3.34.

$$s_R = k_3 c + \frac{k_1 k_2 k_4 \phi}{\rho_{eff}} \quad \text{Equação 3.34}$$

Sendo:

$k_1$  é um coeficiente que leva em conta as propriedades de aderência do aço. É igual a 0,8 para barras de aço nervuradas.

$k_2$  é um coeficiente que leva em conta o tipo de distribuição de tensão. É igual a 0,5 para flexão.

$k_3$  e  $k_4$  podem ser adotados, respectivamente, iguais a 4,3 e 0,425

$c$ : cobrimento da armadura longitudinal

$\phi$ : diâmetro da armadura

$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ : diferença entre a deformação média da armadura e a deformação média do concreto tracionado entre fissuras, para esforços obtidos na extremidade da viga.

Desprezando a deformação do concreto tracionado e admitindo que a razão ( $L_p/s_R$ ) forneça uma avaliação do número provável de fissuras no comprimento  $L_p$ , chega-se à Equação 3.35 para determinar a rotação do mecanismo B.

$$\theta_B = k \left( \frac{\varepsilon_s}{d - x} \right) \quad \text{Equação 3.35}$$

Sendo  $k$  dado pela Equação 3.36.

$$k = 0,5(L_p + s_R) \quad \text{Equação 3.36}$$

$x$ : posição da linha neutra. De acordo com Alva e El Debs (2013), na fase elástica, pode ser considerada como a profundidade da linha neutra para a seção fissurada (Estádio II), e na fase inelástica, como a profundidade da linha neutra associada ao momento último (resistente).

$\varepsilon_s = \varepsilon_{sm}$ : deformação média na armadura. Na fase elástica (Estádio II), obtém-se esta deformação considerando a contribuição do concreto tracionado entre fissuras (tension stiffening). Na fase inelástica, pode ser obtida por equações de equilíbrio e compatibilidade da seção com as hipóteses usuais do Estado Limite Último.

A Equação 3.35 pode ser reescrita em função da curvatura da seção da viga, conforme descrito na Equação 3.37.

$$\theta_B = C_2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{Equação 3.37}$$

Sendo  $C_2$  dado pela Equação 3.38.

$$C_2 = 0,5 \cdot (L_p + s_R) \quad \text{Equação 3.38}$$

Sendo:

$(1/r)$ : a curvatura da seção da viga na fase elástica (considerando o efeito tension stiffening)

### 3.6.1 Equações propostas para a curva momento-rotação

Como a rotação relativa na ligação viga-pilar é a soma da rotação devido ao mecanismo A e ao mecanismo B, pode-se escrever a rotação total pela Equação 3.39 e Equação 3.40.

**Fase elástica** ( $M \leq M_y$ ):

$$\theta = C_1 \cdot M^2 + C_2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{Equação 3.39}$$

**Fase inelástica** ( $M_y < M \leq M_u$ ):

$$\theta = C_1 \cdot M_y^2 + C_2 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{Equação 3.40}$$

Sendo:

$M_y$ : momento de plastificação

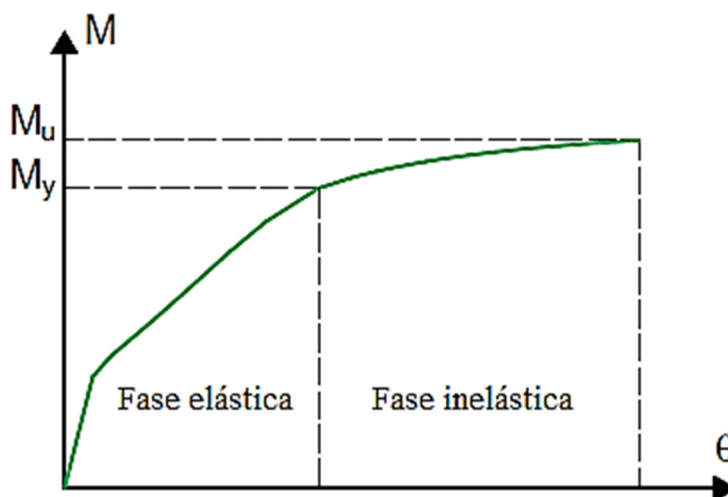
$M_u$ : momento último da viga

$C_1$ : constante relacionada ao mecanismo de deformação A, dada pela Equação 3.30.

$C_2$ : constante relacionada ao mecanismo de deformação B, dada pela Equação 3.38.

Na Figura 3.19 ilustra-se a curva momento-rotação obtida pela formulação proposta para ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado.

Figura 3.19 - Curva momento-rotação proposta no modelo



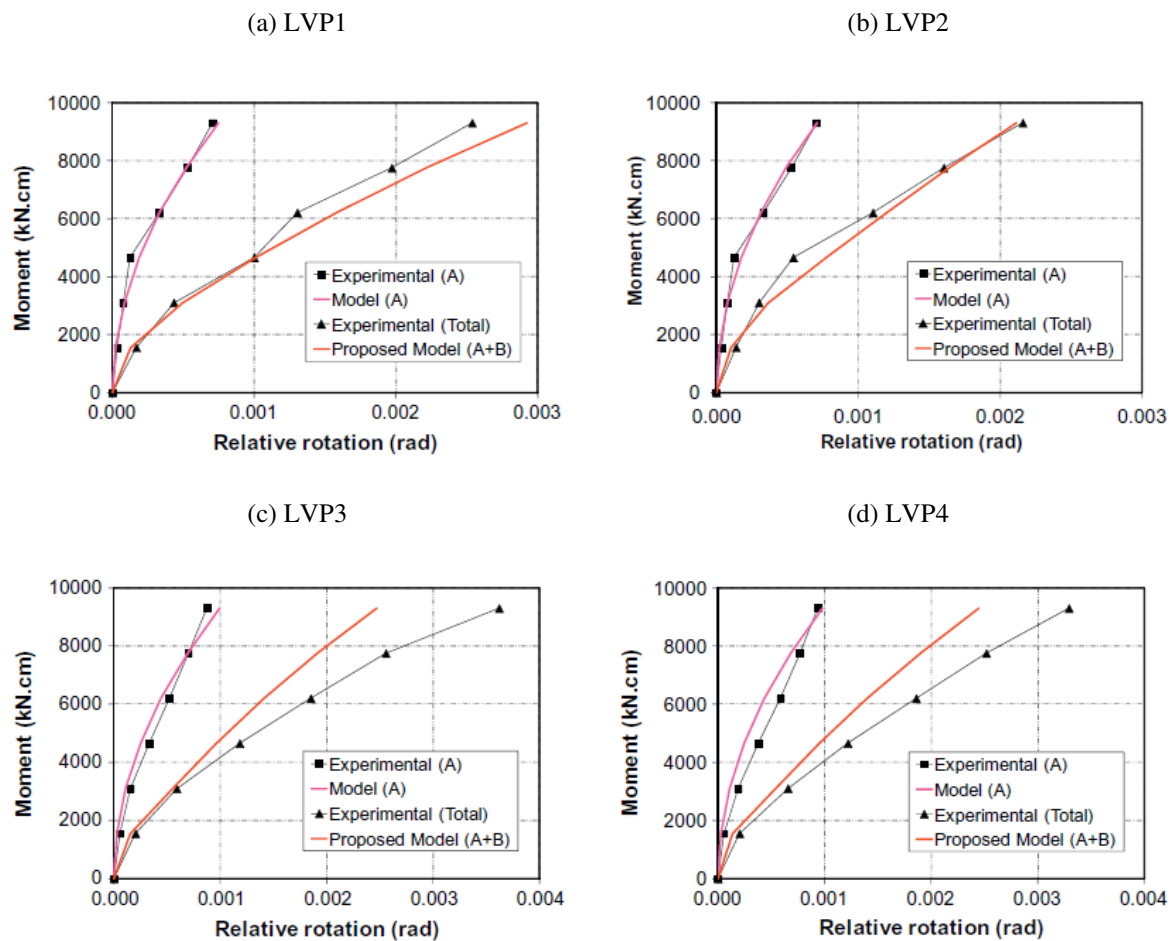
Fonte: Adaptado de Alva e El Debs (2013).

### 3.6.2 Validação experimental do modelo de Alva e El Debs (2013)

Para avaliar o modelo proposto Alva e El Debs (2013) realizaram comparações entre resultados teóricos e experimentais de quatro ligações viga-pilar de extremidade (LVP1, LVP2, LVP3 e LVP4). Os modelos físicos foram constituídos por ligações viga-pilar de extremidade, sem a presença da laje, com vigas de seção 20 cm x 40 cm e pilares com seção 20 cm x 30 cm, conforme detalhado na Figura 3.14 e cujas propriedades foram mostradas na Tabela 3.2.

Na Figura 3.20 apresenta-se as curvas momento-rotação dos resultados experimentais e dos resultados do modelo analítico, ilustrando as rotações devido à parcela de deslizamento das armaduras (mecanismo A), e também as rotações totais. Os resultados confirmam a existência de rotações relativas entre vigas e pilares mesmo em estruturas monolíticas de concreto armado.

Figura 3.20 - Curvas momento-rotação do deslizamento das armaduras (mecanismo A) e total: experimental vs. modelo analítico



Fonte: adaptado de Alva e El Debs (2013).

A comparação dos resultados obtidos pelo modelo teórico com resultados experimentais de quatro ligações viga-pilar mostra uma representação adequada do modelo na mensuração de rotações nestas ligações. Além disso, as curvas-momento rotação demonstram a habilidade do modelo na previsão dos efeitos de escorregamento das armaduras de flexão na região da ligação, sendo os resultados teóricos muito próximos dos experimentais.

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

### 4.1 Metodologia

A metodologia utilizada será analítica e numérica. Inicialmente realiza-se uma revisão bibliográfica relacionadas aos seguintes assuntos: rigidez da ligação viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado e em estruturas monolíticas de concreto armado, análise estrutural com ligações semirrígidas.

Para compreensão dos modelos analíticos utilizados neste trabalho, serão realizadas análises iniciais visando identificar as variáveis de maior influência na rigidez ligações-viga-pilar. A análise consiste em variar determinado parâmetro observando seu impacto no valor da rigidez das ligações viga-pilar. Os dois modelos analíticos utilizados também serão comparados.

Os parâmetros de entrada que sofrerão variação nas simulações numéricas serão a rigidez das ligações viga-pilar e o número de pavimentos da edificação. A seção transversal dos pilares

será mantida constante a medida que se varia o número de pavimentos, visando eliminar variáveis no problema e estudar a influência nos resultados somente da rigidez das ligações. A escolha das dimensões dos pilares foi feita realizando-se um pré-dimensionamento para cargas atuantes dos edifícios com 19 pavimentos. Estudos prévios com pilares de seção retangular resultaram em diferenças significativas para cada direção de análise da estabilidade global. Desse modo, optou-se por utilizar seções transversais quadradas para não haver diferenças de rigidez para cada direção de atuação do vento.

As variáveis de saída das simulações numéricas, ou seja, os resultados que servirão para a análise comparativa são: deslocamentos horizontais, coeficiente  $\gamma_z$ , momento positivo das vigas tipo, momento negativo das vigas pavimento tipo, flecha do pavimento vigas tipo, armadura dos pilares.

As especificações de materiais, dimensões e forma da estrutura foram escolhidas, após estudos prévios, visando gerar resultados que possam permitir a comparação posterior.

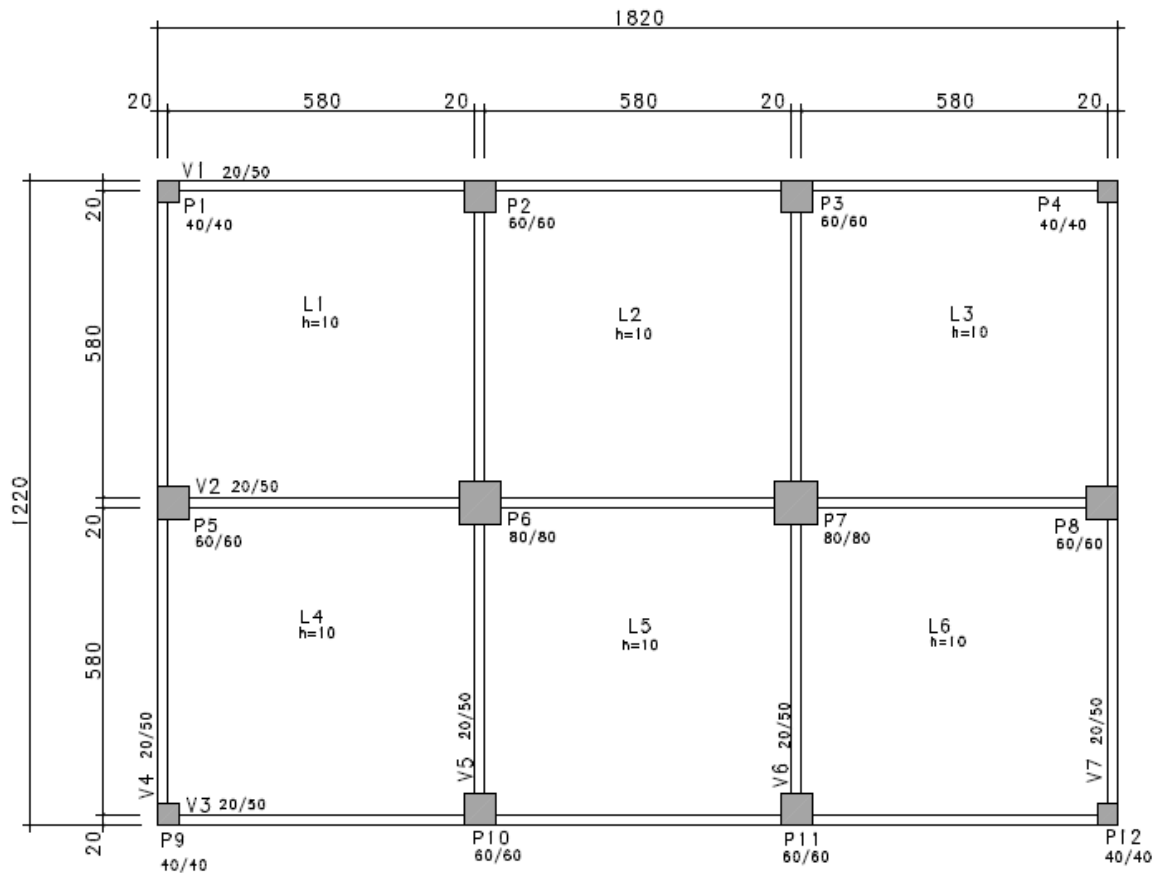
## 4.2 Procedimentos

São realizadas simulações numéricas em edificações de múltiplos pavimentos para permitir a análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global, e também, na redistribuição de esforços da estrutura. Para isso, é utilizado o programa comercial para projeto de estruturas de concreto armado CAD/TQS®, versão 18.14.61, que considera a influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural por meio de um fator de engastamento parcial das ligações.

Sendo assim, é realizada a análise estrutural para edificações de múltiplos pavimentos utilizando o programa CAD/TQS®. Nesta etapa são analisados dois edifícios. A planta de fôrmas esquemática do Edifício 1 está ilustrada na Figura 4.1 e do Edifício 2 na Figura 4.2. O primeiro possui simetria somente em uma direção, e na direção crítica quanto a estabilidade global possui pórticos formados por três pilares. O segundo possui simetria nas duas direções, sendo as mesmas formadas por pórtico com quatro pilares.



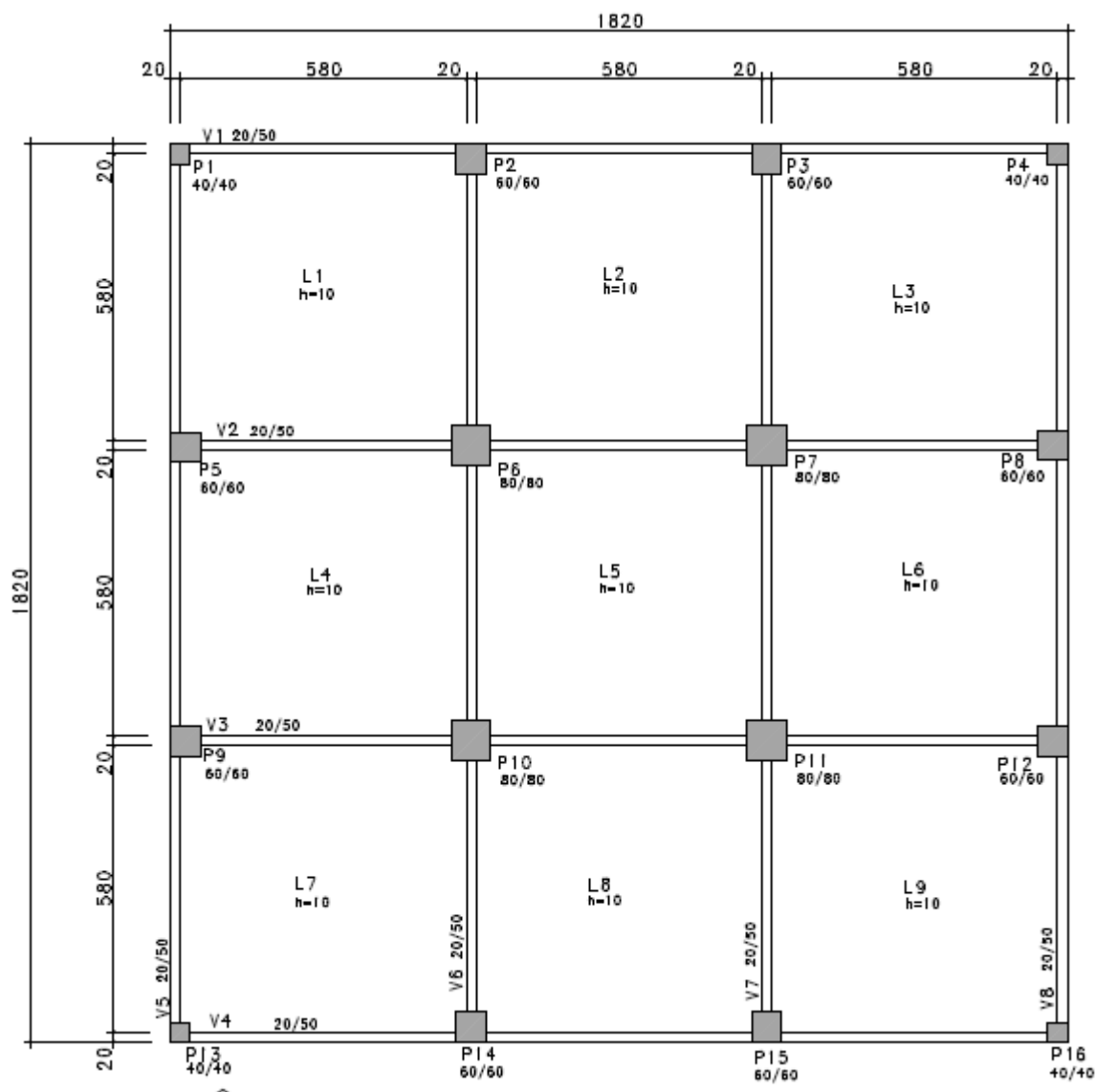
Figura 4.1 – Planta de fôrmas do Edifício 1



Fonte: a autora.

Ambas as edificações serão estudadas para 5, 10, 15 e 19 pavimentos. Na Figura 4.3 são mostradas as perspectivas ilustrativas dos Edifícios com 10 pavimentos. Para cada edifício e para cada pavimento estudado, é realizada uma variação do fator de engastamento parcial das ligações viga-pilar. Os valores de fator  $\alpha_R$  utilizado serão 0,625, 0,75, 0,875 e 1, somando 16 simulações por edifício, em um total de 38. Tais valores foram escolhidos para obter-se um valor abaixo do limite de redução de momentos negativos da ABNT NBR 6118:2014.

Figura 4.2 – Planta de fôrmas do Edifício 2



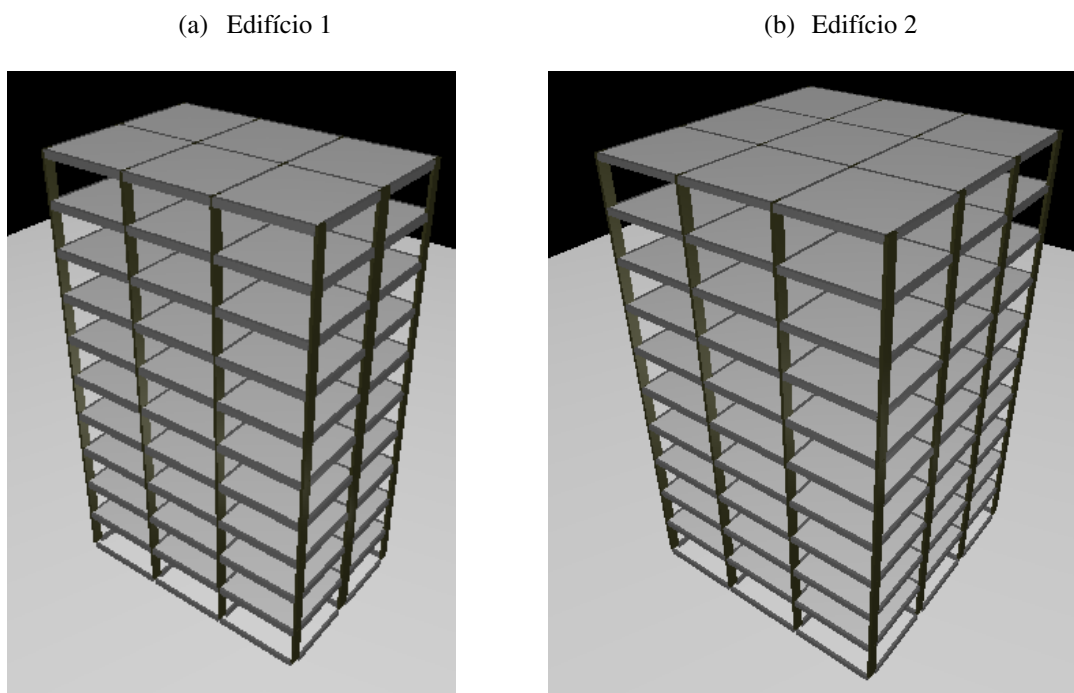
Fonte: a autora.

A influência dos parâmetros mencionados é observada por meio das variáveis de saída: deslocamentos horizontais, coeficiente  $\gamma_z$ , momento positivo das vigas tipo, momento negativo das vigas do pavimento tipo, deformação das vigas do pavimento tipo, armadura dos pilares. A análise dos resultados é realizada por meio de gráficos que correlacionam a influência entre os parâmetros desejados.

Por fim, é realizada a simulação numérica de uma edificação considerando as ligações viga-pilar rígidas e, em seguida, considerando a rigidez que de fato ocorrerá em cada ligação viga-pilar da edificação. Para determinar-se a rigidez neste caso, são utilizados os modelos analíticos escolhidos neste trabalho, observando a configuração de armaduras e geometria de cada nó e

calculando seus respectivos valores de restrição à rotação ( $\alpha_R$ ). Os resultados de estabilidade global e de redistribuição de esforços são comparados para as duas situações de cálculo visando identificar a importância da consideração da deformabilidade das ligações viga-pilar na análise de estruturas monolíticas de concreto armado.

Figura 4.3 – Perspectiva dos edifícios com 10 pavimentos



Fonte: a autora.

O estudo da influência das ligações viga-pilar na estabilidade global de estruturas de múltiplos pavimentos em concreto armado pode ser sistematizado conforme etapas descritas a seguir.

**Etapla 1) Análise local:** são estudados como alguns parâmetros influenciam na rigidez de ligações viga-pilar monolíticas de concreto armado, visando identificar variáveis com influência de destaque. São utilizados os modelos teóricos de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), e o modelo de Alva e El Debs (2013).

**Etapla 2) Análise global em pórticos espaciais:** são realizadas simulações numéricas utilizando o programa CAD/TQS®, que se baseia na análise estrutural de pórticos espaciais, para avaliar a influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global e na redistribuição de esforços de estruturas de múltiplos pavimentos.

**Etapla 3) Verificação da influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural de uma edificação:** são realizadas simulações numéricas em uma estrutura considerando as

ligações viga-pilar em duas condições: primeiramente como rígidas, e, em seguida, com a rigidez de cada nó determinada pelos modelos analíticos, a qual é função da configuração de armaduras e de geometria da ligação. Os resultados serão comparados para verificar as diferenças no comportamento estrutural quando se considera a deformabilidade das ligações viga-pilar.

## CAPÍTULO 5

# ANÁLISE DOS MODELOS ANALÍTICOS

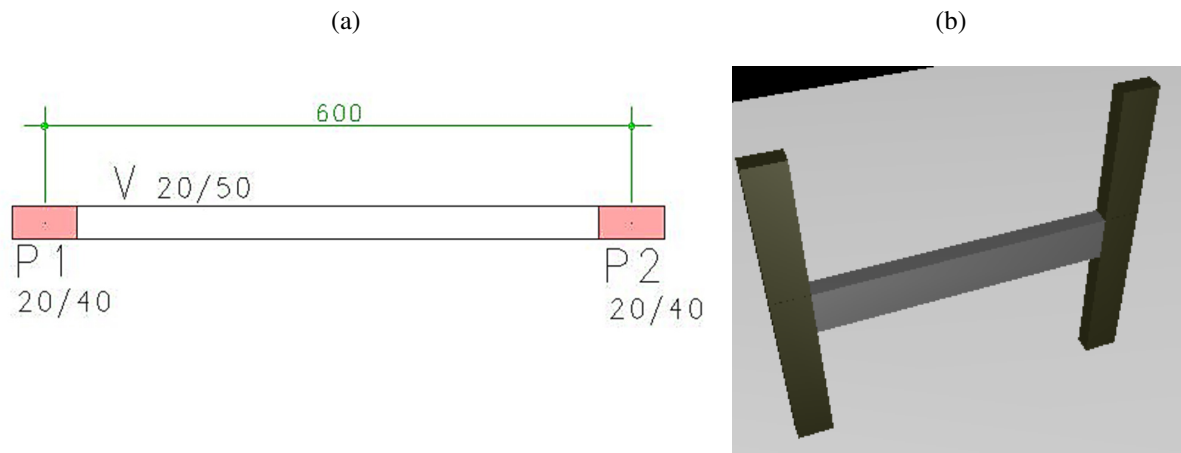
### 5.1 Análise da influência de alguns parâmetros na rigidez da ligação

Neste item apresenta-se uma análise numérica do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) e de Alva e El Debs (2013) e, também, uma comparação entre eles.

As análises consistem em variar determinados parâmetros para observar sua influência na resposta da rigidez da ligação. É possível, também, identificar as variáveis que provocam maior influência na rigidez da ligação viga-pilar. Os parâmetros analisados são a armadura negativa da ligação e a altura da viga.

Em seguida são apresentadas as tabelas com os resultados obtidos para cada modelo, e gráficos comparativos entre ambos. A viga estudada possui seção transversal igual a 20 cm x 50 cm vinculada em dois pilares de seção 20 cm x 40 cm, com vão igual a 6 m, como ilustrado na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Informações da viga. (a) Fôrma (b) Perspectiva



Fonte: A autora.

Na Tabela 5.1 são apresentados os dados dos materiais. O momento atuante negativo foi calculado para uma viga bi engastada, conforme ilustrado na Figura 5.2. O valor do carregamento foi obtido de maneira aproximada considerando a viga de apoio de uma laje maciça 6 m x 6 m, com altura igual a 12 cm, carregamento acidental igual a 2 kN/m<sup>2</sup>, contrapiso e revestimento cerâmico. Sobre a viga, considerou-se alvenaria de tijolos cerâmicos com um pé-direito igual a 3 m, totalizando 20 kN/m.

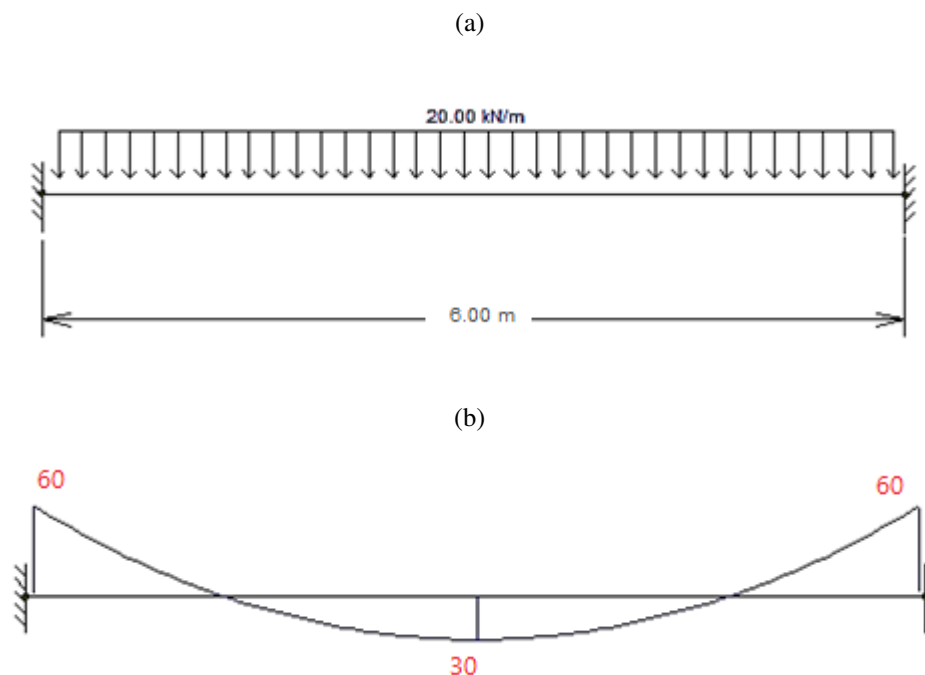
Tabela 5.1 – Dados dos materiais

Materiais			
Concreto		Aço	
$f_{ck}$ (MPa)	25	$E_s$ (kN/cm <sup>2</sup> )	21000
$E_{cs}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	2898	$f_{yk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	50,00

Fonte: a autora.

Vale ressaltar que, em todos os cálculos, para determinação do fator  $\alpha_R$  conforme ABNT NBR 9062:2006, foi utilizada a redução da inércia da viga para consideração aproximada da não linearidade física, como indicado pela ABNT NBR 6118:2014.

Figura 5.2 – Carregamentos e momentos fletores da viga. (a) Carregamento (b) Momentos fletores em kN.m



Fonte: A autora.

A primeira análise consiste em variar a armadura negativa da ligação viga-pilar e observar a resposta no fator  $\alpha_R$  e na flecha da viga ( $\delta$ ). Na Tabela 5.2 e Tabela 5.3 são apresentados os resultados obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) e pelo modelo de Alva e El Debs (2013), respectivamente.

Tabela 5.2 - Variação da armadura negativa: modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003)

nº barras	$\phi$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	d (cm)	$M_y$ (kN.cm)	$I_{II}$ (cm <sup>4</sup> )	$R_{sec}$ (kN.cm/rad)	$\alpha_R$	F.E.P	$\delta$ (cm)
4	6,3	1,25	45,89	2.574,63	13.811	501.260	0,29	38,37%	0,97
4	8	2,01	45,80	4.143,89	21.194	782.318	0,39	49,29%	0,85
4	10	3,14	45,70	6.460,69	31.250	1.175.805	0,49	59,36%	0,73
4	12,5	4,91	45,58	10.067,21	45.436	1.749.074	0,59	68,48%	0,63
4	16	8,04	45,40	16.430,78	67.370	2.672.414	0,69	76,85%	0,54
4	20	12,57	45,20	25.560,00	94.052	3.850.644	0,76	82,71%	0,47
4	25	19,63	44,95	39.716,60	127.950	5.429.191	0,82	87,09%	0,42
4	32	32,17	44,60	64.565,01	173.482	7.689.593	0,86	90,52%	0,39

Fonte: a autora.

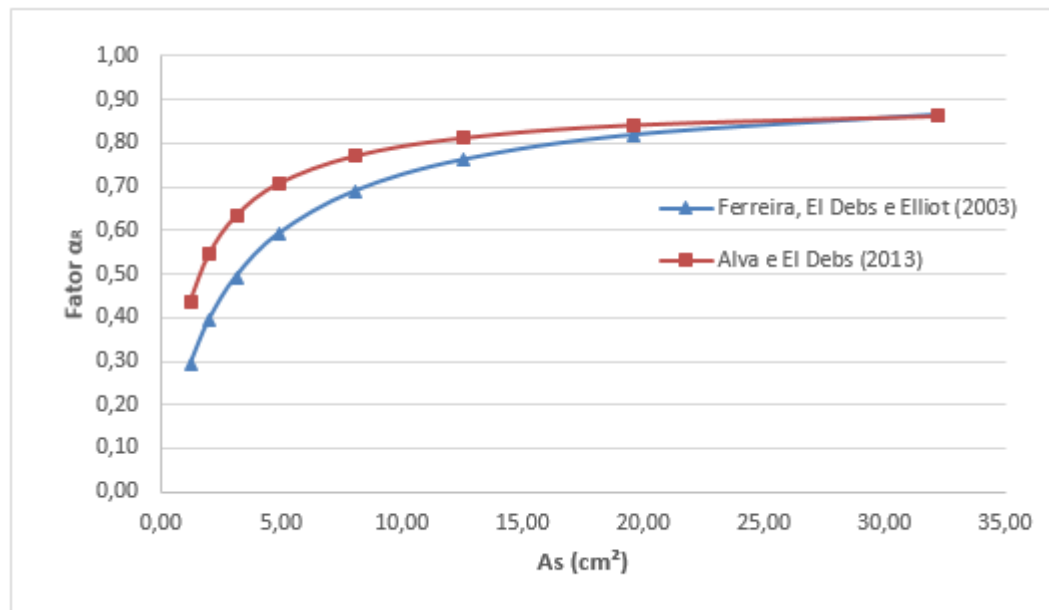
Tabela 5.3 - Variação da armadura negativa: modelo de Alva e El Debs (2013)

<b>nº barras</b>	<b><math>\phi</math> (mm)</b>	<b><math>A_s</math> (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>d (cm)</b>	<b><math>M_y</math> (kN.cm)</b>	<b><math>x_2</math> (cm)</b>	<b><math>C_1</math></b>
4	6,3	1,25	45,89	2.575	6,00	6,28E-11
4	8	2,01	45,80	4.144	7,47	3,28E-11
4	10	3,14	45,70	6.461	9,12	1,81E-11
4	12,5	4,91	45,58	10.067	11,08	1,02E-11
4	16	8,04	45,40	16.431	13,61	5,55E-12
4	20	12,57	45,20	25.560	16,24	3,29E-12
4	25	19,63	44,95	39.717	19,16	2,01E-12
4	32	32,17	44,60	64.565	22,63	1,22E-12
<b><math>s_R</math> (cm)</b>	<b><math>C_2</math></b>	<b><math>z_{eq}</math> (cm)</b>	<b><math>R_{sec}</math> (kN.cm/rad)</b>	<b><math>\alpha_R</math></b>	<b>F.E.P</b>	<b><math>\delta</math> (cm)</b>
27,87	38,94	43,89	939.759	0,44	53,86%	0,80
24,40	37,20	43,31	1.442.533	0,54	64,18%	0,68
21,83	35,92	42,66	2.088.695	0,63	72,18%	0,59
19,78	34,89	41,88	2.925.135	0,71	78,42%	0,52
17,98	33,99	40,86	4.064.673	0,77	83,47%	0,46
16,29	33,14	39,79	5.245.630	0,81	86,70%	0,43
14,65	32,33	38,56	6.449.498	0,84	88,90%	0,40
13,29	31,64	37,06	7.583.254	0,86	100,00%	0,39

Fonte: a autora.

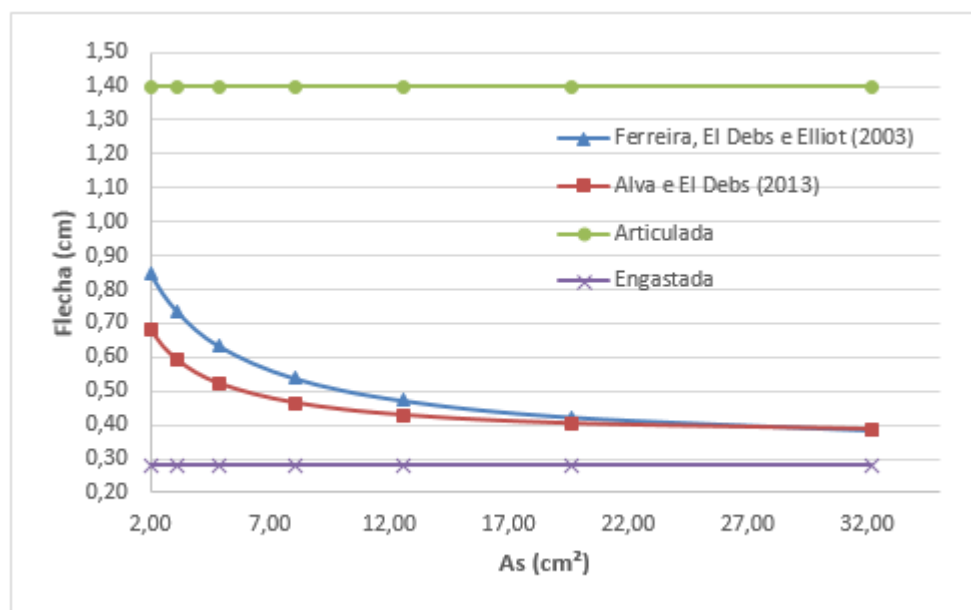
Na Figura 5.3 apresenta-se a influência da armadura negativa da ligação no fator  $\alpha_R$  para os dois modelos analíticos. Na Figura 5.4 apresenta-se a influência da armadura negativa da ligação no valor da flecha da viga. Também são apresentadas duas retas para a situação de ligação engastada ( $\delta = 0,28$  cm) e para a situação articulada ( $\delta = 1,40$  cm).



Figura 5.3 - Influência da armadura negativa no fator  $\alpha_R$ 

Fonte: a autora.

Figura 5.4 – Influência da armadura negativa na flecha



Fonte: a autora.

Analisando a Figura 5.3 e a Figura 5.4, nota-se que à medida que se aumenta a armadura negativa ocorre um aumento no fator  $\alpha_R$  da ligação e uma redução no valor da flecha, conforme era esperado. Conclui-se que, apenas alterando-se o valor da armadura negativa na ligação viga-pilar, consegue-se um aumento significativo na transmissão de momento fletor. A medida que

a armadura negativa se torna maior, existe uma tendência de a ligação atingir a condição de engastamento ( $\alpha_R = 100\%$ , que corresponde a  $\alpha_R = 0,86$ ) e a flecha em atingir o respectivo valor da condição de engaste ( $\delta = 0,28$  cm).

Na segunda análise, variou-se a altura da viga com acréscimos de 5 cm partindo de um limite inferior igual a 40 cm até um limite superior igual a 70 cm. As armaduras positivas e negativas, bem como o carregamento da viga, foram mantidas constantes para existir a influência apenas da altura da viga.

A armadura negativa foi calculada para a altura da viga igual a 40 cm, considerando a posição da linha neutra máxima conforme condições de ductilidade da ABNT NBR 6118:2014, e o momento negativo atuante considerado foi da situação bi-engastada. Já a armadura positiva no apoio foi calculada conforme exigências de armadura de tração no apoio da ABNT NBR 6118:2014.

É claro que aumentar a altura de uma viga mantendo-se as armaduras constantes não condiz com a realidade. Porém, pelo fato de a armadura ter expressiva influência no fator  $\alpha_R$ , optou-se por mantê-la constante, pois deseja-se conhecer, neste caso, a influência apenas da altura da viga. Sendo assim, apenas o momento de plastificação ( $M_y$ ) e a altura útil ( $d$ ) serão parâmetros constantes na análise, apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Variação da altura da viga: parâmetros constantes

<b>Parâmetros para cálculo da rigidez</b>	
<b><math>M_y</math> (kN.cm)</b>	10.067,21
<b><math>d</math> (cm)</b>	45,575

Fonte: a autora.

Na Tabela 5.5 são apresentados os resultados obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), e na Tabela 5.6 os resultados obtidos pelo modelo de Alva e El Debs (2013).

Tabela 5.5 – Variação da altura da viga: modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003)

<b>h (cm)</b>	<b>d (cm)</b>	<b>I<sub>II</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>R<sub>sec</sub> (kN.cm/rad)</b>	<b>(E.I)<sub>sec,red</sub> (kN.cm<sup>2</sup>)</b>	<b>α<sub>R</sub></b>	<b>F.E.P</b>
40	35,40	47.943	3.058.577	123.648.000	0,83	88,12%
45	40,40	58.373	3.416.837	176.053.500	0,80	85,34%
50	45,40	75.704	4.050.196	241.500.000	0,77	83,42%
55	50,40	95.434	4.697.517	321.436.500	0,75	81,43%
60	55,40	117.590	5.356.197	417.312.000	0,72	79,38%
65	60,40	142.193	6.024.328	530.575.500	0,69	77,31%
70	65,40	169.263	6.700.472	662.676.000	0,67	75,21%

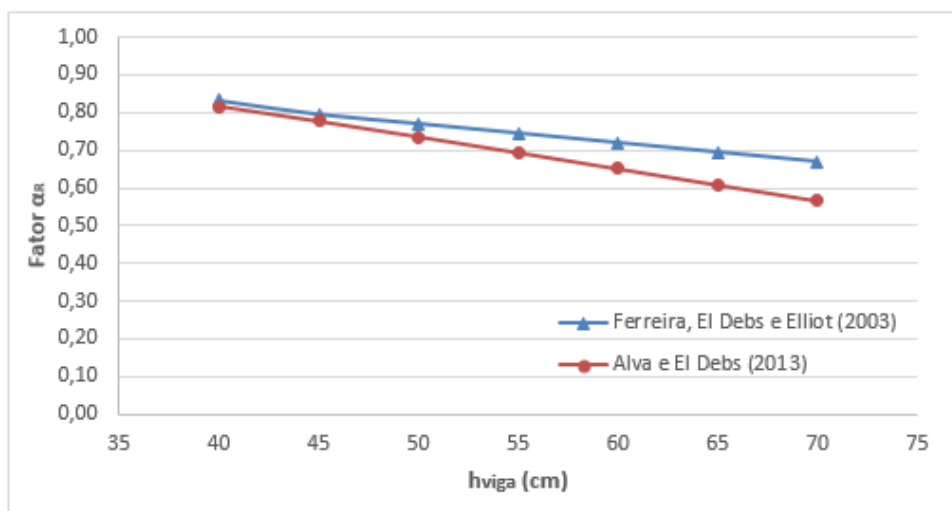
Fonte: a autora.

Tabela 5.6 – Variação da altura da viga: modelo de Alva e El Debs (2013)

<b>h (cm)</b>	<b>d (cm)</b>	<b>x<sub>2</sub> (cm)</b>	<b>z<sub>eq</sub> (cm)</b>	<b>(E.I)<sub>sec,red</sub> (kN.cm<sup>2</sup>)</b>	<b>M<sub>y</sub> (kN.cm)</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>C<sub>2</sub></b>	<b>R<sub>sec</sub> (kN.cm/rad)</b>	<b>α<sub>R</sub></b>	<b>F.E.P</b>
40	35,40	11,74	31,49	123.648.000	12.812	1,26E-11	25,99	2.740.690	0,82	86,93%
45	40,40	12,70	36,17	176.053.500	14.621	1,07E-11	28,94	3.059.421	0,78	83,91%
50	45,40	13,61	40,86	241.500.000	16.431	9,34E-12	31,69	3.356.661	0,74	80,66%
55	50,40	14,47	45,58	321.436.500	18.240	8,27E-12	34,19	3.636.991	0,69	77,24%
60	55,40	15,29	50,30	417.312.000	20.050	7,41E-12	36,69	3.890.138	0,65	73,66%
65	60,40	16,07	55,04	530.575.500	21.859	6,70E-12	39,19	4.119.943	0,61	69,97%
70	65,40	16,83	59,79	662.676.000	23.669	6,12E-12	41,69	4.327.901	0,57	66,21%

Fonte: a autora.

Na Figura 5.5 observa-se que, com o aumento da altura da viga, ocorre uma redução no fator  $\alpha_R$ , ou seja, a ligação reduz sua capacidade de transmitir momento fletor. Comparando os resultados, para uma mesma altura da viga, o modelo de Alva e El Debs (2013) gerou menores valores de rigidez secante da ligação se comparado ao modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003).

Figura 5.5 – Influência da altura da viga no fator  $\alpha_R$ 

Fonte: a autora.

## CAPÍTULO 6

# DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO

### 6.1 Considerações sobre o programa CAD/TQS®

#### 6.1.1 Considerações gerais

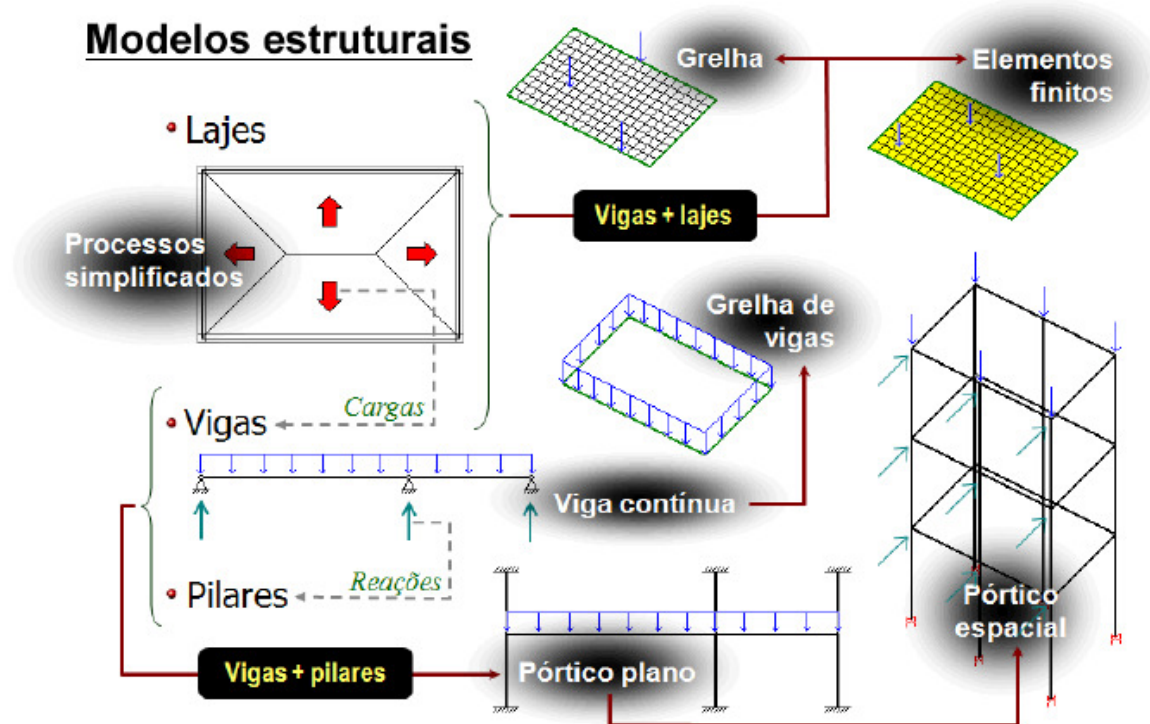
O programa CAD/TQS® é parte importante no desenvolvimento deste trabalho, por isso apresentam-se algumas características relevantes para a sua aplicação.

A análise estrutural realizada pelo CAD/TQS® é baseada num modelo integrado (grelhas + pórticos espaciais) que considera: ligações viga-pilar flexibilizadas, não-linearidade física (fissuração do concreto), não-linearidade geométrica ( $\gamma_z$  ou P- $\Delta$ ), processo construtivo, offsets-rígidos automáticos, modelos especiais para vigas de transição, plastificações automáticas nos apoios, entre outros (CAD/TQS® PLENA, 2015).

O CAD/TQS® considera, no cálculo de flechas a fissuração do concreto, a presença real das armaduras, a fluência, o cálculo de flechas sob alvenarias após a sua construção, o processo incremental, análise de vibrações, entre outros.

Existem inúmeros modelos estruturais que podem ser empregados na análise de edifícios de concreto armado. Eis alguns exemplos de modelos estruturais que podem ser adotados na análise de estruturas de concreto armado: vigas contínuas, lajes por processos simplificados, pórtico plano, grelha, pórtico espacial e elementos finitos (Figura 6.1).

Figura 6.1 – Modelos estruturais disponíveis no TQS



Fonte: TQS Informática (2015).

### 6.1.2 Ligação viga-pilar no programa CAD/TQS®

Os cruzamentos entre os elementos de um edifício de concreto são regiões onde ocorrem a transferência de esforços de uma peça para outra. São trechos importantes da estrutura e que necessitam de um tratamento particular durante a modelagem estrutural.

No caso específico de edifícios de concreto simulados por pórtico espacial, é fundamental que as ligações entre as vigas e os pilares presentes na estrutura sejam adequadamente calibradas com recursos especiais. Caso contrário, os deslocamentos e os esforços solicitantes obtidos

durante a análise estrutural poderão ser incompatíveis com a realidade. E conseqüentemente, a avaliação da estrutura poderá ser realizada de forma imprecisa.

O programa CAD/TQS® considera nos pórticos espaciais a presença de molas nas extremidades das vigas para simular a ligação viga-pilar de maneira mais real. Como atualmente os esforços das vigas são provenientes do pórtico espacial com as características descritas acima, as plastificações nos apoios de vigas são, preferencialmente, definidas no pórtico espacial.

#### *6.1.2.1 Trechos rígidos*

Trechos rígidos são regiões na intersecção de vigas e pilares de uma estrutura de concreto armado que apresentam elevada rigidez.

A consideração desses trechos no modelo de pórtico espacial, principalmente em vigas, é muito importante para obtenção de respostas mais precisas. Os trechos rígidos definem o vão teórico das vigas, e podem influenciar de forma significativa nos resultados de deslocamentos e esforços em vigas.

No Pórtico-TQS®, os trechos rígidos são automaticamente incorporados ao modelo em cada interseção de viga e pilar da estrutura. A simulação dos mesmos pode ser realizada de duas formas distintas: criação de uma barra com rigidez elevada (barra rígida) ou por uma adaptação no cálculo das rigidezes dos elementos que possuem o trecho rígido (offset rígido). Ambas as técnicas são eficazes e equivalentes, porém a segunda não exige a criação de nós adicionais, otimizando sensivelmente o tempo de processamento. Nos critérios gerais do Pórtico-TQS®, essa condição é controlada na aba "Pilares", botão "OFFRIG – Offset rígido nas ligações viga-pilar" (TQS INFORMÁTICA, 2015).

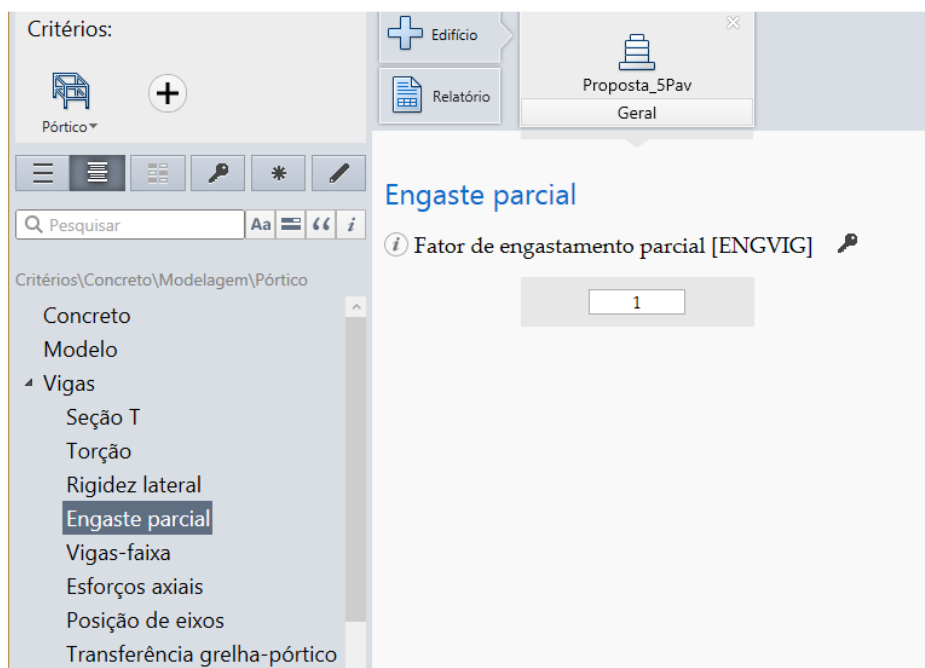
#### *6.1.2.2 Plastificação das ligações: engastamento parcial*

A plastificação da ligação viga-pilar leva em conta a redução dos momentos negativos das vigas e, também, é considerada na redistribuição de esforços. No Pórtico-TQS® podem-se definir plastificações nos extremos de vigas junto às ligações com o pilar, para simular um eventual efeito não-linear nessas regiões. Nos critérios gerais de grelha pode-se definir uma plastificação geral, válida para todas as ligações viga-pilar presente no edifício.

Esta consideração é feita através do recurso “ENGVIG – Fator de Engastamento Parcial de Vigas”. Esse critério determina um fator geral de engastamento parcial que varia de zero

(articulação) a 1 (engastamento). Seu significado, apesar da denominação diferente, é o mesmo do fator  $\alpha_R$  apresentado pela ABNT NBR 9062:2006. O padrão do programa é admitir que todas as vigas têm continuidade nos apoios ( $\alpha_R = 1,0$ ), e o momento nos apoios será resultante do equilíbrio do pórtico. É importante lembrar que a plastificação nos extremos de vigas tem uma limitação, pois a mesma tem influência direta na diminuição da ductilidade da estrutura.

Figura 6.2 – Fator de engastamento parcial (ENG VIG) nos critérios do pórtico



Fonte: A autora.

## 6.2 Introdução às simulações numéricas

### 6.2.1 Dados de entrada

São realizadas simulações em dois edifícios, conforme plantas de fôrmas apresentadas na seção 4.2 deste trabalho. Para cada edifício, os números de pavimentos utilizados serão 05, 10, 15 e 19, e para cada pavimento será analisada a influência do fator  $\alpha_R$  das ligações viga-pilar para os valores 1, 0,875, 0,75 e 0,625.

Para compreender mais detalhadamente o porquê da escolha dos valores para as simulações numéricas consultar o capítulo 4 *Metodologia e Procedimentos*. Visando facilitar o entendimento dos resultados, na Tabela 6.1 apresenta-se a identificação detalhada das simulações realizadas.



Tabela 6.1 – Resumo das simulações realizadas para a Edificação 1 e Edificação 2

Identificação do Edifício	Número de pavimentos	$\alpha_R$	Identificação do Edifício	Número de pavimentos	$\alpha_R$
Edifício 1.1a	05	1	Edifício 2.1a	05	1
Edifício 1.1b		0,875	Edifício 2.1b		0,875
Edifício 1.1c		0,75	Edifício 2.1c		0,75
Edifício 1.1d		0,625	Edifício 2.1d		0,625
Edifício 1.2a	10	1	Edifício 2.2a	10	1
Edifício 1.2b		0,875	Edifício 2.2b		0,875
Edifício 1.2c		0,75	Edifício 2.2c		0,75
Edifício 1.2d		0,625	Edifício 2.2d		0,625
Edifício 1.3a	15	1	Edifício 2.3a	15	1
Edifício 1.3b		0,875	Edifício 2.3b		0,875
Edifício 1.3c		0,75	Edifício 2.3c		0,75
Edifício 1.4d		0,625	Edifício 2.3d		0,625
Edifício 1.4a	19	1	Edifício 2.4a	19	1
Edifício 1.4b		0,875	Edifício 2.4b		0,875
Edifício 1.4c		0,75	Edifício 2.4c		0,75
Edifício 1.4d		0,625	Edifício 2.4d		0,625

Fonte: A autora.

As edificações foram calculadas considerando resistência à compressão do concreto igual a 25 MPa e classe de agressividade ambiental II.

O carregamento permanente utilizado para as lajes do pavimento tipo foi o peso próprio acrescido de 1,0 kN/m<sup>2</sup>, valor este que considera a existência de contra piso e revestimento. Já o carregamento permanente das lajes da cobertura foi adotado igual a 1,0 kN/m<sup>2</sup> para considerar a existência de um telhado com telhas de fibrocimento. Conforme ABNT NBR 6120:1980, o carregamento accidental utilizado para as lajes do pavimento tipo foi igual a 2,0 kN/m<sup>2</sup>, referente à utilização para escritórios, e para as lajes da cobertura igual a 0,5 kN/m<sup>2</sup>.

O carregamento utilizado para as vigas do pavimento tipo e da fundação foi o peso próprio acrescido da carga de parede com altura igual a 2,50 m, composta por tijolos cerâmicos com espessura igual a 15 cm. Para as vigas da cobertura, foi considerada uma platibanda de altura igual a 0,5 m composta por alvenaria de tijolos cerâmicos com espessura igual a 15cm. Esta alvenaria foi considerada em todas as vigas da cobertura por questões de simetria de carregamento, apesar de o mais usual ser a existência de platibandas nas vigas das extremidades. No caso das vigas do pavimento tipo e da cobertura, ainda existirá uma parcela de carregamento advinda das reações das lajes maciças.

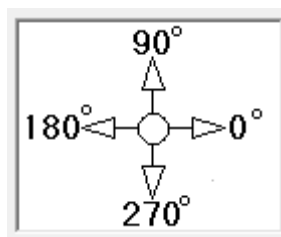
Em relação aos carregamentos de vento, a velocidade básica do vento foi considerada igual a 34 m/s para a região de Uberlândia, conforme ABNT NBR 6123:1988. O fator topográfico  $S_1$  foi igual a 1,00 considerando terrenos planos ou fracamente acidentados. Para cálculo do fator  $S_2$  foi considerado terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos, e pouco espaçados (categoria V), e, em relação as dimensões das edificações, para as edificações com 5 pavimentos obteve-se a Classe A, para as edificações de 10 e 15 pavimentos obteve-se a Classe B, e já para as edificações com 19 pavimentos obteve-se a Classe C. O fator estatístico  $S_3$  foi igual a 1,00 considerando edificações para hotéis e residências, comércio e indústria, com alto fator de ocupação.

#### 6.2.2 Discriminação da coleta dos resultados das simulações

Para cada simulação realizada nos edifícios foram observadas a variação nos valores dos parâmetros: deslocamento horizontal no topo da estrutura, coeficiente  $\gamma_z$ , momento negativo nas vigas, momento positivo nas vigas, deformação nas vigas e armaduras dos pilares. Para melhor entendimento dos resultados, em seguida faz-se uma explanação dos pontos escolhidos para análise dos parâmetros mencionados, primeiramente para a Edificação 1 e, em seguida, para a Edificação 2. Vale ressaltar que os valores analisados foram resultantes da combinação mais crítica ocorrida, ou seja, a combinação que gerou os dimensionamentos dos elementos estruturais analisados.

Para a Edificação 1, a direção crítica da estabilidade global foi para atuação do vento à 90°, como ilustrado na Figura 6.3. O deslocamento horizontal analisado foi no topo da estrutura para esta direção crítica do vento, assim como os valores de coeficiente  $\gamma_z$ .

Figura 6.3 – Direções de atuação do vento



Fonte: A autora.

Foram escolhidas duas vigas para análise dos resultados, uma em cada direção do edifício. As vigas escolhidas foram a V2, que se localiza na direção paralela à maior dimensão da edificação, e a V5, que se localiza na direção paralela à menor dimensão. A viga V2 possui três vãos, e o momento negativo analisado foi no pilar P5, o momento positivo escolhido situa-se no primeiro vão (entre os pilares P5 e P6), e o deslocamento analisado também se encontra no primeiro vão. A viga V5 possui dois vãos, e o momento negativo analisado foi no pilar P10, o momento positivo escolhido situa-se no primeiro vão (entre os pilares P10 e P6), e o deslocamento analisado também se situa no primeiro vão. Para melhor visualização do posicionamento dos elementos estruturais consultar seção 4.2 deste trabalho.

Os pilares escolhidos para analisar os resultados foram o pilar de canto P1, o pilar de extremidade P2, e o pilar intermediário P6. Os valores de armadura longitudinais coletados, foram na base do primeiro lance dos pilares.

Para a Edificação 2, por se tratar de uma planta com simetria nas duas direções, os resultados da estabilidade global serão os mesmos para as duas direções. Devido a simetria a viga escolhida para análise dos resultados foi somente a viga V2. Os demais pontos escolhidos são os mesmos para o Edifício 1.

# CAPÍTULO 7

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 7.1 Resultados das simulações do Edifício 1

#### 7.1.1 Edifício 01: seção transversal dos pilares constante

Nos gráficos a seguir apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$ , que representa a restrição à rotação das ligações viga-pilar, nos diversos parâmetros analisados nas simulações numéricas do Edifício 01. Os deslocamentos das vigas não sofreram alteração com a variação fator  $\alpha_R$  das ligações, portanto, não foram apresentados nos resultados.

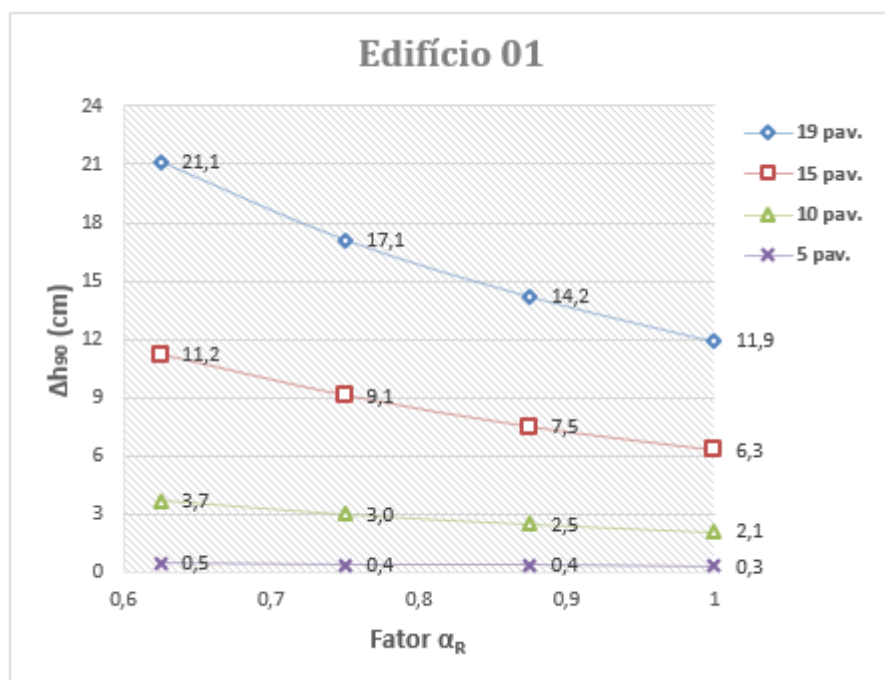
Na Figura 7.1 apresenta-se a influência fator  $\alpha_R$  no deslocamento horizontal no topo da estrutura, e a Figura 7.2 a influência no coeficiente  $\gamma_z$ . Observa-se que, quanto maior o número de pavimentos, mais evidente é esta influência. Isto ocorre pois, com a redução do fator  $\alpha_R$ , as

ligações se tornam menos rígida a flexão, permitindo uma maior rotação nos nós, provocando um aumento na deslocabilidade da estrutura e do coeficiente  $\gamma_z$ .

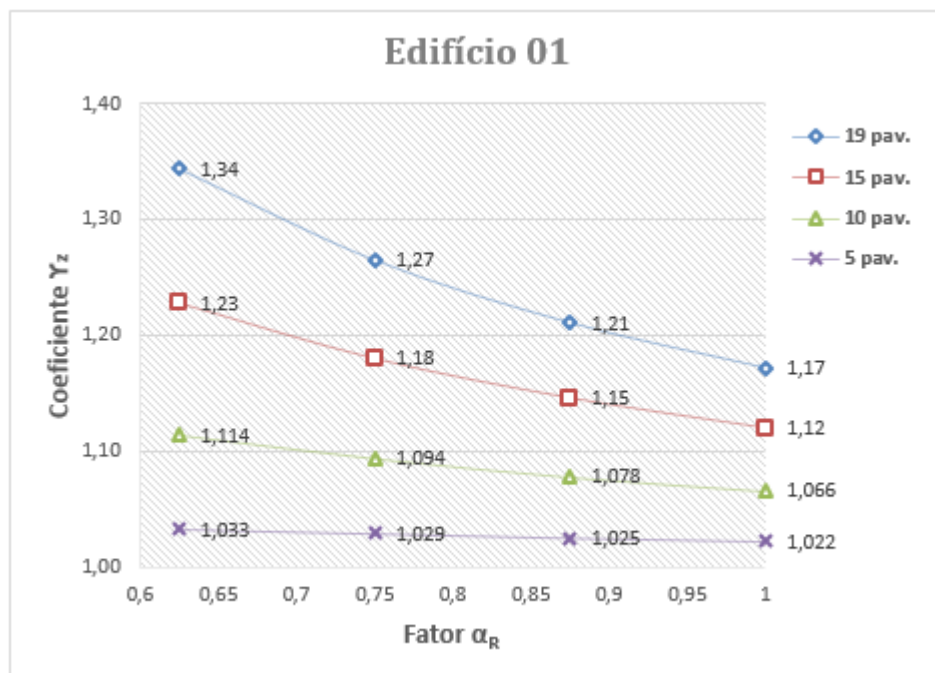
Para os edifícios com 19 e 15 pavimentos, a situação foi sempre de nós móveis, e, com a redução do fator  $\alpha_R$ , houve um aumento no valor dos deslocamentos igual a 77% em ambas as edificações. A redução no fator  $\alpha_R$  provocou uma variação no coeficiente  $\gamma_z$  de 1,17 para 1,34 na edificação com 19 pavimentos, e de 1,12 para 1,34 na edificação com 15 pavimentos. Para o edifício com 10 pavimentos, apesar da menor influência da redução no fator  $\alpha_R$  na estabilidade global da estrutura, a redução na capacidade de restrição das ligações provocou uma alteração da estrutura de nós fixos para estrutura de nós móveis.

Para o edifício de 05 pavimentos, independentemente da variação do fator  $\alpha_R$ , a estrutura foi de nós fixos. A existência de pequenos valores de deslocamentos horizontais provoca, conseqüentemente, pequenos momentos de segunda ordem, independente do fator  $\alpha_R$  das ligações viga-pilar. Entretanto, vale ressaltar que a escolha de uma seção transversal fixa de pilares para todas edificações provocou uma rigidez exagerada para a edificação com apenas 05 pavimentos, sendo necessário verificar, para outras seções de pilares, se a influência da rigidez das ligações realmente não é significativa para edificações baixas.

Figura 7.1 – Edifício 01: deslocamento horizontal no topo da estrutura *versus* fator  $\alpha_R$



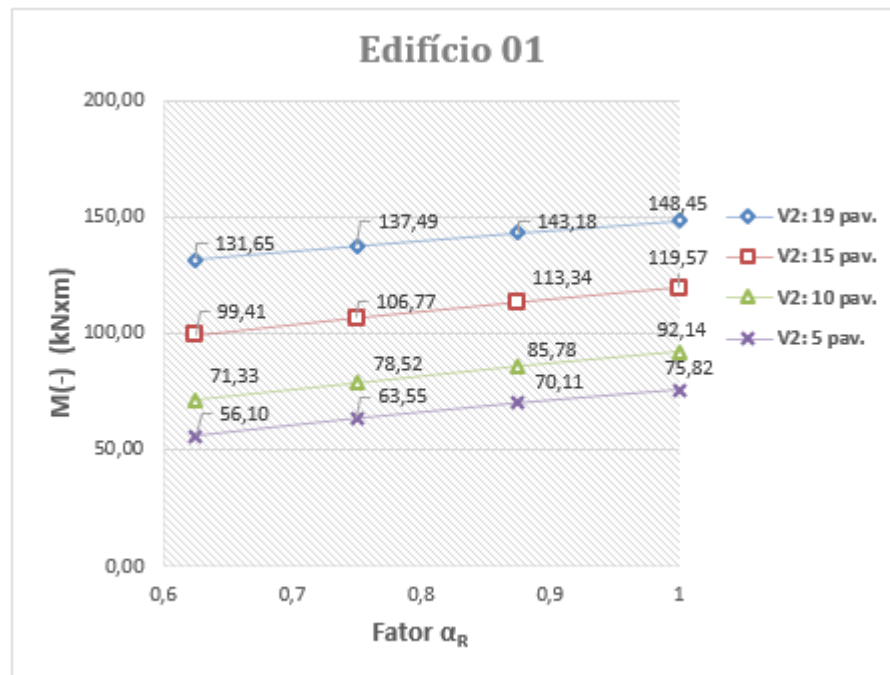
Fonte: A autora.

Figura 7.2 – Edifício 01: coeficiente  $\gamma_z$  versus fator  $\alpha_R$ 

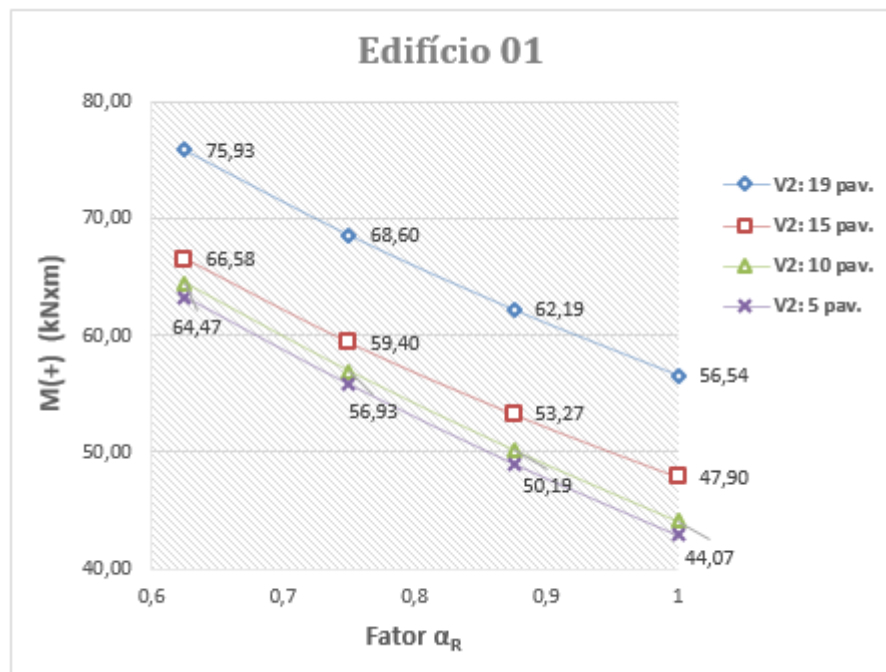
Fonte: A autora.

Na Figura 7.3 ilustra-se a influência nos momentos negativos da viga V2, e a Figura 7.4 a influência nos momentos positivos. Conforme esperado, com a redução do fator  $\alpha_R$  ocorreu uma redução no momento negativo das vigas, e um consequente aumento no momento positivo. Os momentos negativos da viga V2 reduziram 35% na estrutura com 5 pavimentos, 29% na estrutura com 10 pavimentos, 20% na estrutura com 15 pavimentos, e 13% na estrutura com 19 pavimentos.

Os momentos positivos da viga V2 aumentaram 48% na estrutura com 5 pavimentos, 46% na estrutura com 10 pavimentos, 39% na estrutura com 15 pavimentos, e, 34% na estrutura com 19 pavimentos. À medida que se aumentou o número de pavimentos, o aumento percentual no valor dos momentos positivos nas vigas foi menor pois os esforços oriundos dos carregamentos horizontais passam a ser preponderantes nas estruturas mais altas, enquanto que, nas estruturas mais baixas, os esforços devidos aos carregamentos verticais determinam os momentos nas vigas.

Figura 7.3 – Edifício 01: momento negativo da viga V2 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

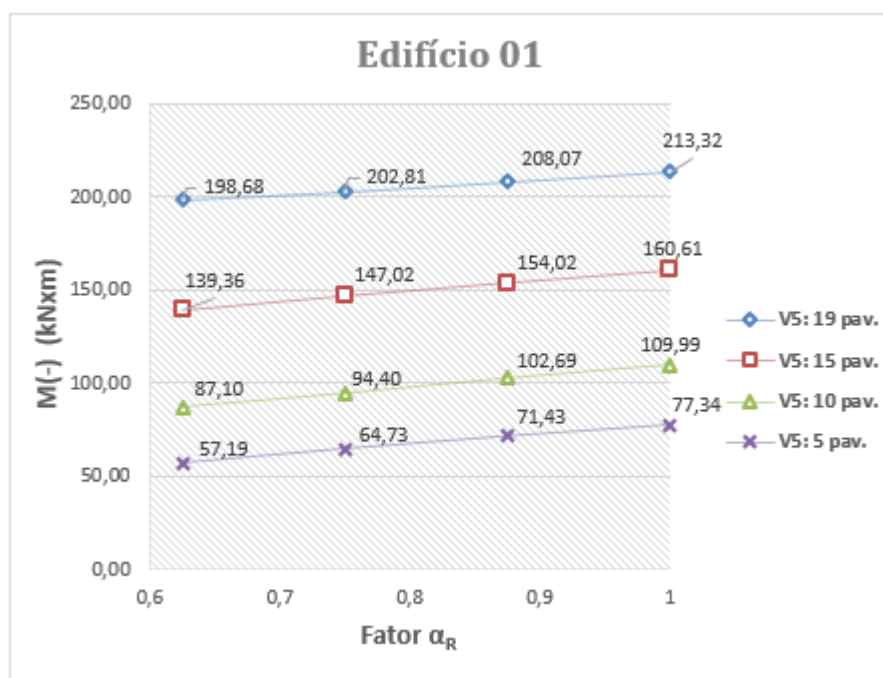
Figura 7.4 – Edifício 01: momento positivo da viga V2 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Na Figura 7.5 ilustra-se a influência nos momentos negativos da viga V5, e a Figura 7.6 a influência nos momentos positivos. Os momentos negativos da viga V5 reduziram 35% na estrutura com 5 pavimentos, 26% na estrutura com 10 pavimentos, 15% na estrutura com 15 pavimentos, e, 7% na estrutura com 19 pavimentos.

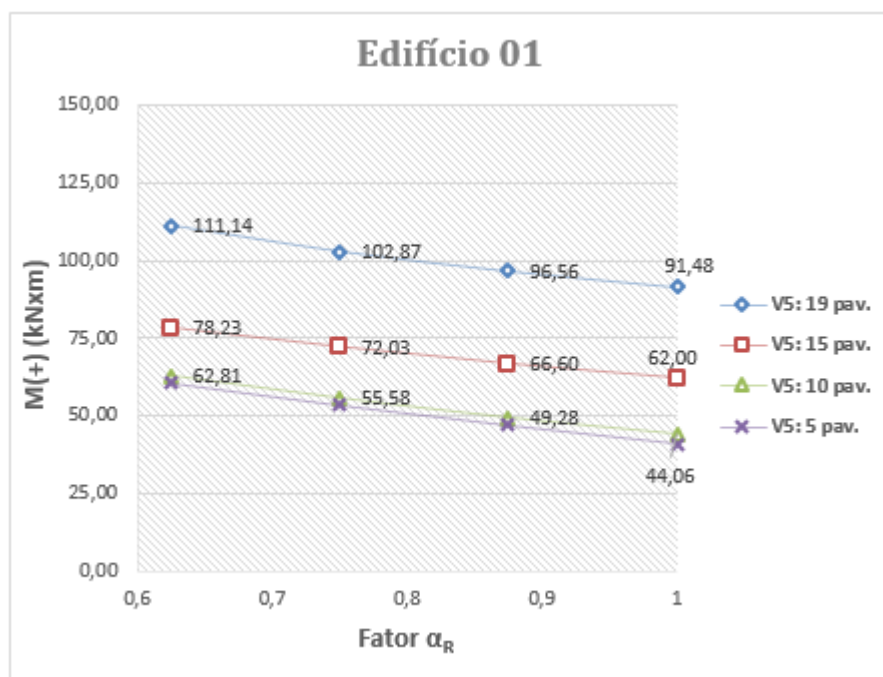
Os momentos positivos da viga V5 aumentaram 48% na estrutura com 5 pavimentos, 46% na estrutura com 10 pavimentos, 26% na estrutura com 15 pavimentos, e, 21% na estrutura com 19 pavimentos. Os momentos negativos da viga V5 foram maiores se comparados aos da viga V2, pelo fato de a primeira estar resistindo aos esforços de vento na sua direção crítica de atuação.

Figura 7.5 – Edifício 01: momento negativo da viga V5 versus fator  $\alpha_R$



Fonte: A autora.

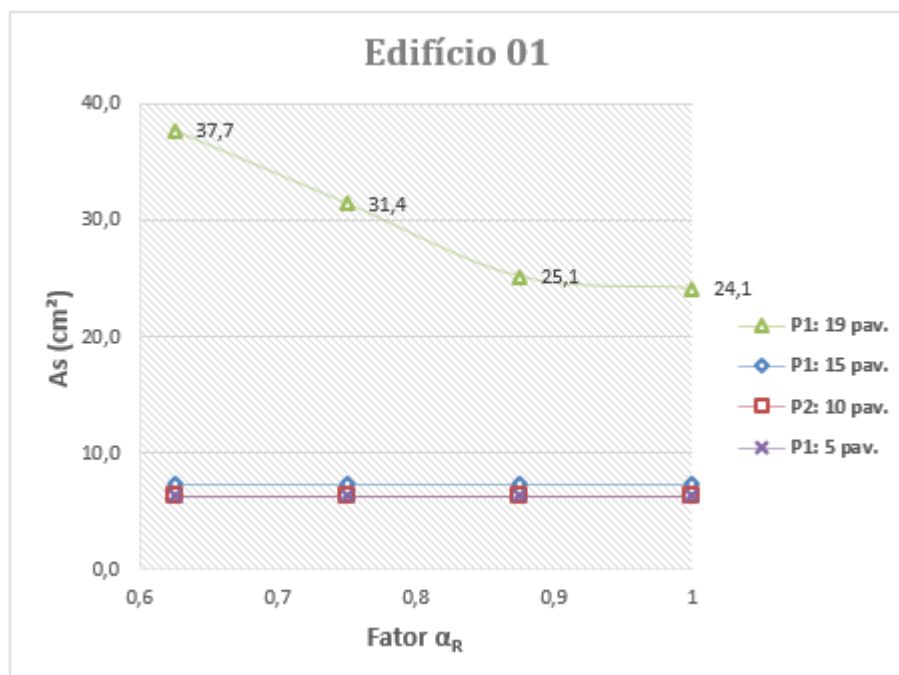


Figura 7.6 – Edifício 01: momento positivo da viga V5 *versus* fator  $\alpha_R$ 

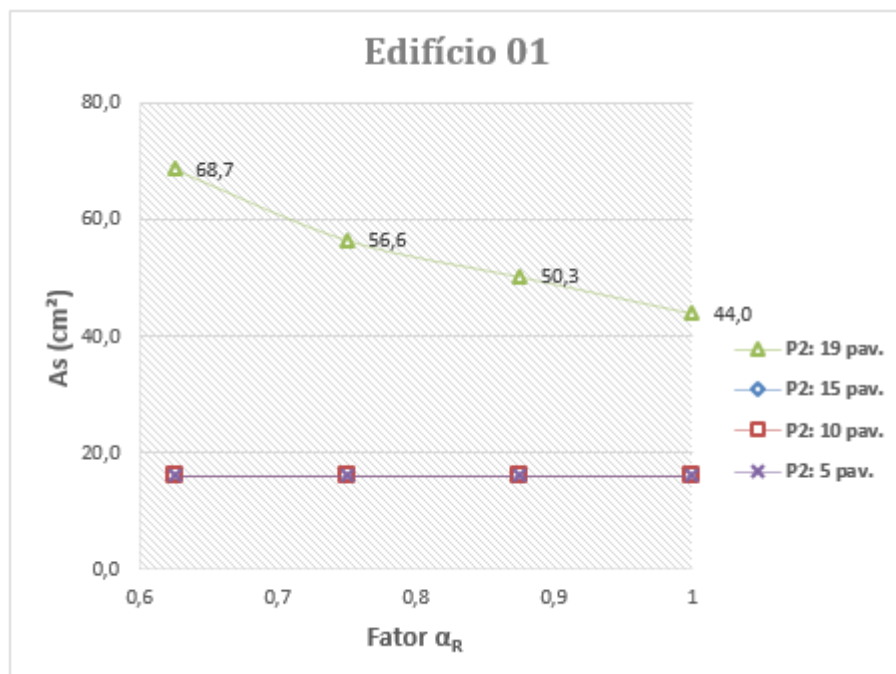
Fonte: A autora.

Na Figura 7.7, Figura 7.8 e Figura 7.9 ilustram-se a influência do fator  $\alpha_R$  nas armaduras longitudinais dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Somente para a edificação com 19 pavimentos houve influência significativa, na qual o aumento de armadura longitudinal com a redução do fator  $\alpha_R$  foi de 56% nos pilares P1 e P2, e de 58% no pilar P6.

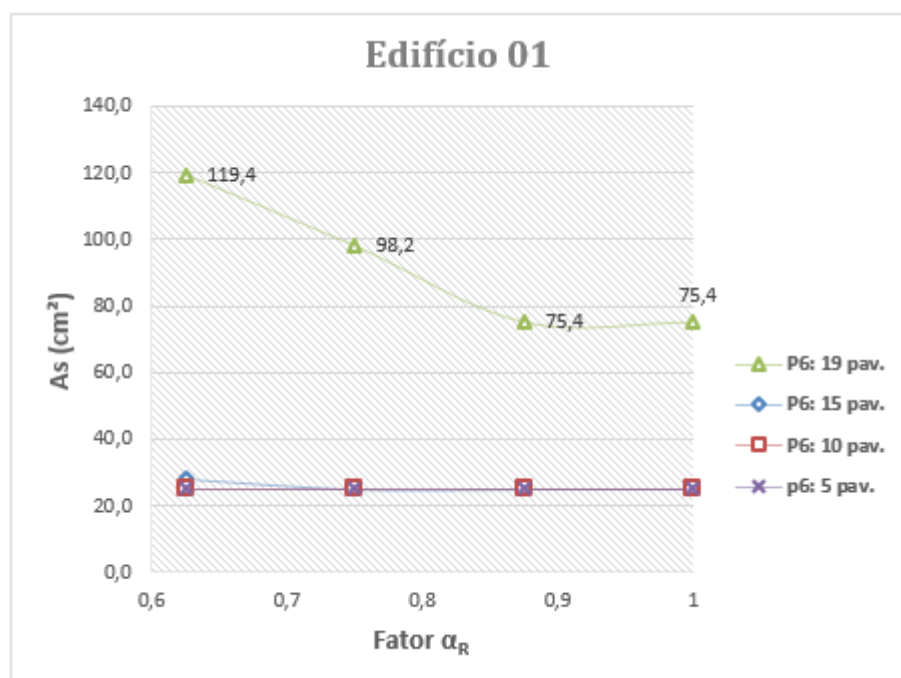
Para as edificações com 05, 10 e 15 pavimentos, a armadura manteve-se constante com a variação do fator  $\alpha_R$ , pois se tratava da armadura mínima. Vale ressaltar que não foi possível diferenciar, para as edificações com menores alturas, se a influência da rigidez das ligações nas armaduras longitudinais dos pilares foi pequena, ou se a seção transversal dos pilares foi excessiva para estes casos. Para tanto, é necessário realizar outras simulações reduzindo as seções dos pilares.

Figura 7.7 – Edifício 01: armadura do pilar P1 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Figura 7.8 – Edifício 01: armadura do pilar P2 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Figura 7.9 – Edifício 01: armadura do pilar P6 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

A partir dos resultados das análises, também se observou que os aumentos percentuais nos parâmetros de estabilidade global e nos esforços são maiores quando se reduz o fator  $\alpha_R$  de 0,75 para 0,625, em comparação aos outros valores de redução. De acordo com a classificação proposta por Ferreira *et al.* (2005), estas ligações estão classificadas, respectivamente, como semirrígidas com restrição alta e semirrígidas com restrição média. Além disso, estes resultados também justificam a exigência da ABNT NBR 6118:2014 em limitar a redução de momentos negativos em até 10% para estruturas de nós móveis, e em até 25% para estruturas de nós fixos.

A partir dos resultados observou-se a necessidade de realizarem novas simulações para verificar se a influência do fator  $\alpha_R$  pode ser significativa nas armaduras dos pilares e nos parâmetros de estabilidade global, mesmo para edificações com menores alturas. Pelo fato de o pré-dimensionamento dos pilares ter sido feito para a situação com maiores cargas (19 pavimentos), e ter sido mantida constante a seção dos pilares para as edificações com menos pavimentos, houve um superdimensionamento da seção de concreto para as edificações mais baixas, o que provocou a existência de armadura mínima nos pilares destas edificações, independentemente do valor do fator  $\alpha_R$  das ligações.

### 7.1.2 Edifício 01\_2: seção transversal dos pilares variável

Tendo em vista os resultados obtidos das simulações do Edifício 01, foram feitas simulações para o mesmo edifício, porém agora as seções transversais dos pilares foram modificadas em função do número de pavimentos, conforme detalhado na Tabela 7.2. A designação para estas simulações será “Edifício 01\_2”. Para determinação da seção transversal foi realizado um pré-dimensionamento em função da carga existente nos pilares. Além disto, para que os edifícios com ligações rígidas ( $\alpha_R=1$ ) não apresentassem elevada instabilidade, procurou que estes possuísem um coeficiente  $\gamma_z$  menor que 1,2 para se ter um parâmetro de referência para as demais análises. As dimensões do pilar P1 serão as mesmas para todos os pilares de canto (P1, P4, P9, P12), as dimensões do pilar P2 serão as mesmas para todos os pilares de extremidade (P2, P3, P5, P8, P10, P11) e do pilar P6 para todos pilares intermediários (P6 e P7).

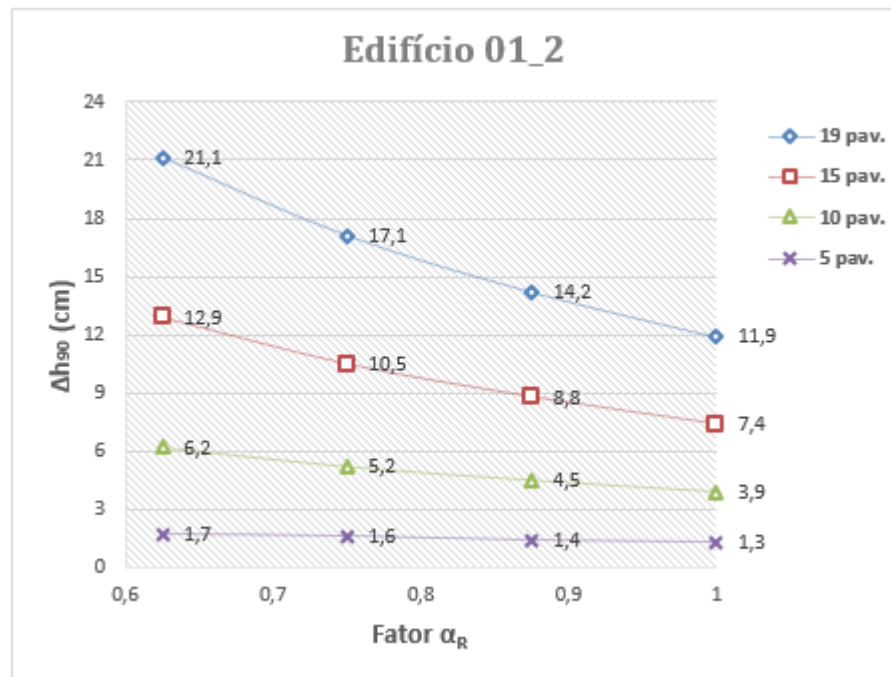
Tabela 7.1 – Seção transversal dos pilares para simulações do Edifício 01\_2

Identificação do Edifício	Número de pavimentos	P1 (cmxcm)	P2 (cmxcm)	P6 (cmxcm)
Edifício 1.1_2	05	20x20	30x30	40x40
Edifício 1.2_2	10	30x30	40x40	50x50
Edifício 1.3_2	15	40x40	50x50	70x70
Edifício 1.4_2	19	40x40	60x60	80x80

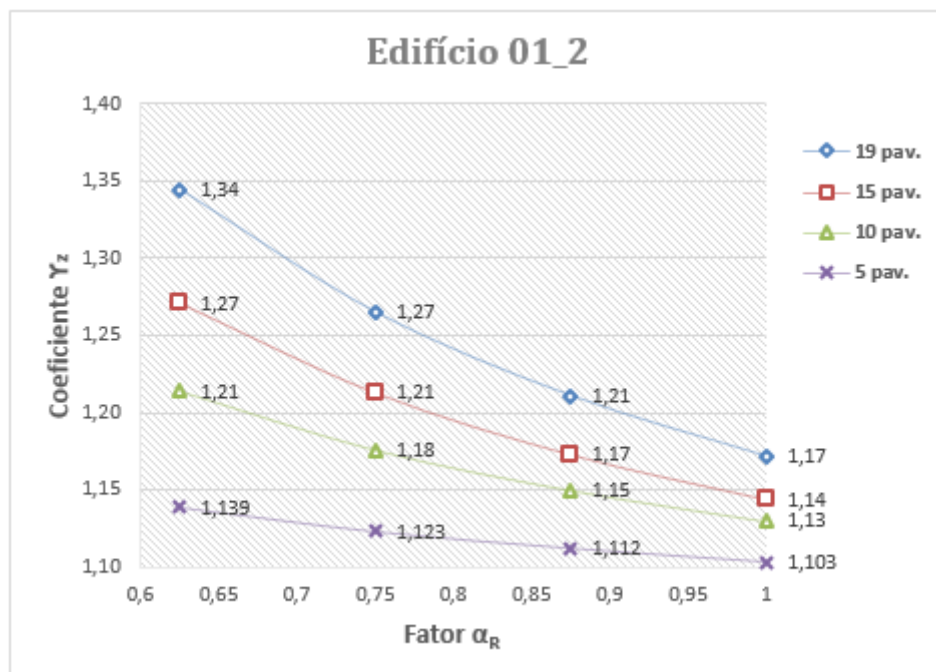
Fonte: A autora.

Na Figura 7.10 apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$  no deslocamento horizontal da estrutura com a redução no fator  $\alpha_R$ . Para a estrutura com 15 pavimentos, o aumento nos deslocamentos horizontais foi de 74%, para a estrutura com 10 pavimentos um aumento de 59%, e, para a estrutura de 05 pavimentos, o aumento foi de 31%.

Em relação ao coeficiente  $\gamma_z$  (Figura 7.11), nas novas simulações todas as estruturas foram de nós móveis ( $\gamma_z > 1,1$ ), inclusive a edificação mais baixa com 05 pavimentos. Para a edificação com 10 pavimentos, houve um aumento do coeficiente  $\gamma_z$  de 1,13, para a situação de fator  $\alpha_R$  igual a 1, para 1,21 na condição de fator  $\alpha_R$  igual a 0,625, e, para a estrutura com 15 pavimentos o aumento foi de 1,14 para 1,27.

Figura 7.10 – Edifício 01\_2: deslocamento horizontal no topo da estrutura *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

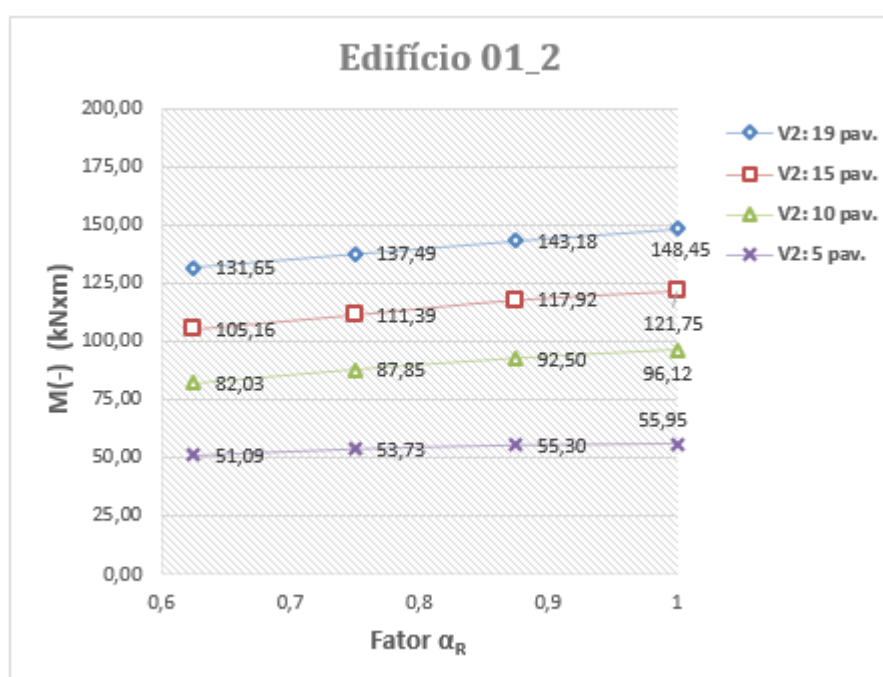
Figura 7.11 – Edifício 01\_2: coeficiente  $\gamma_z$  *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

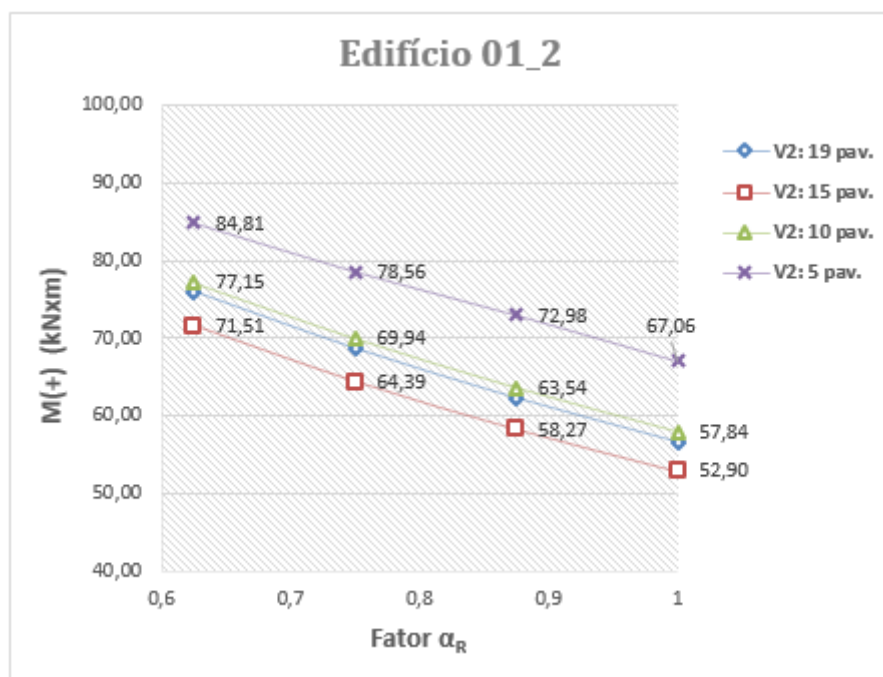
Na Figura 7.12 ilustra-se a influência nos momentos negativos da viga V2, e a Figura 7.13 a influência nos momentos positivos. Os momentos negativos da viga V2 reduziram 9% na estrutura com 5 pavimentos, 15% na estrutura com 10 pavimentos, 14% na estrutura com 15 pavimentos, e, 11% na estrutura com 19 pavimentos.

Os momentos positivos da viga V2 aumentaram 26% na estrutura com 5 pavimentos, 33% na estrutura com 10 pavimentos, 35% na estrutura com 15 pavimentos, e, 34% na estrutura com 19 pavimentos.

Figura 7.12 – Edifício 01\_2: momento negativo da viga V2 versus fator  $\alpha_R$



Fonte: A autora.

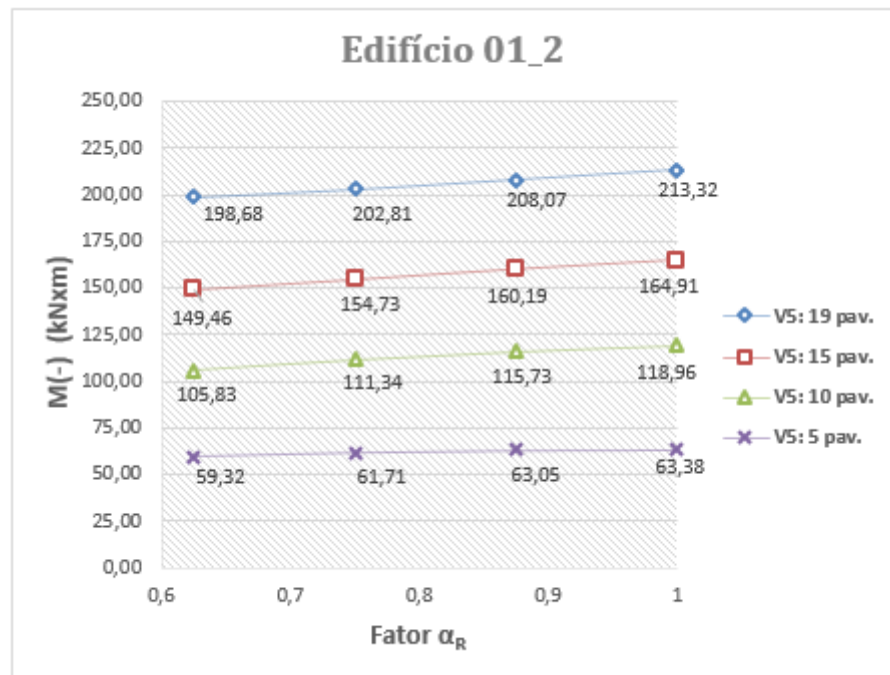
Figura 7.13 – Edifício 01: momento positivo da viga V2 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

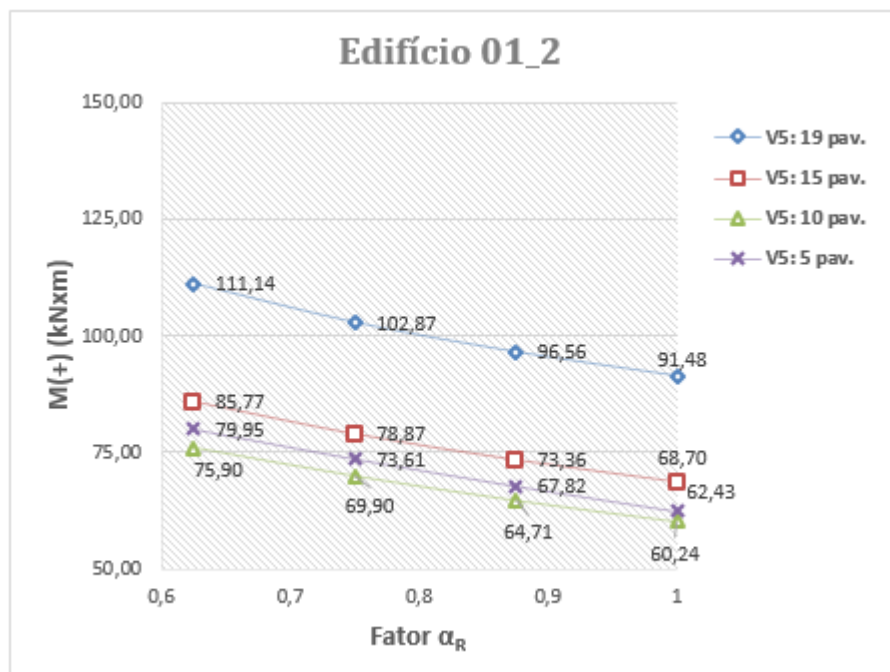
Na Figura 7.14 ilustra-se a influência nos momentos negativos da viga V5, e a Figura 7.15 a influência nos momentos positivos. Os momentos negativos da viga V5 reduziram 6% na estrutura com 5 pavimentos, 11% na estrutura com 10 pavimentos, 9% na estrutura com 15 pavimentos, e, 7% na estrutura com 19 pavimentos.

Os momentos positivos da viga V5 aumentaram 56% na estrutura com 5 pavimentos, 26% na estrutura com 10 pavimentos, 25% na estrutura com 15 pavimentos, e, 21% na estrutura com 19 pavimentos.

Para os momentos positivos tanto da viga V2 como da viga V5 não ocorreu um aumento gradativo nos valores à medida que se aumentava o número de pavimentos. Isto pode estar relacionado ao fato de o programa realizar várias combinações na análise estrutural. Como foi analisado o caso mais crítico adotado para dimensionamento, é possível a ocorrência de uma combinação para determinado número de pavimentos da estrutura, e de outra combinação crítica quando se altera o número de pavimentos.

Figura 7.14 – Edifício 01\_2: momento negativo da viga V5 versus fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Figura 7.15 – Edifício 01\_2: momento positivo da viga V5 versus fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

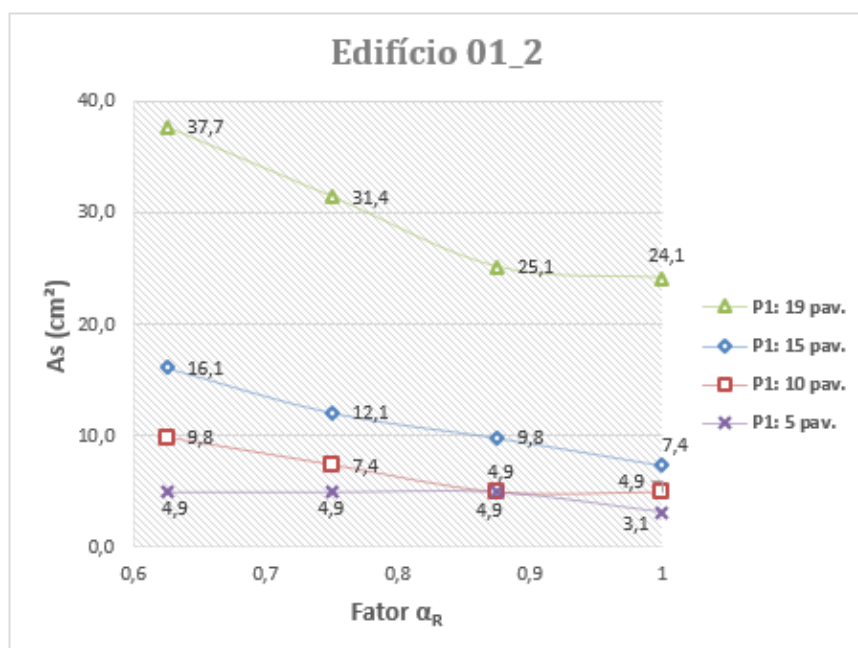


Vale ressaltar que, teoricamente, as reduções percentuais nos momentos negativos, e também, os aumentos percentuais nos momentos positivos, devem seguir valores constantes, pois esta redistribuição de esforços dependem apenas do valor do fator  $\alpha_R$  das ligações, conforme expressões apresentadas na seção 3.2 deste trabalho. Isto não ocorreu neste trabalho pois os valores de momentos analisados dependiam de critérios de projetos utilizados pelo programa CAD/TQS®. Portanto, para analisar os valores de momentos nas vigas que não sofrem influência destes critérios, devem-se observar os resultados do pórtico espacial.

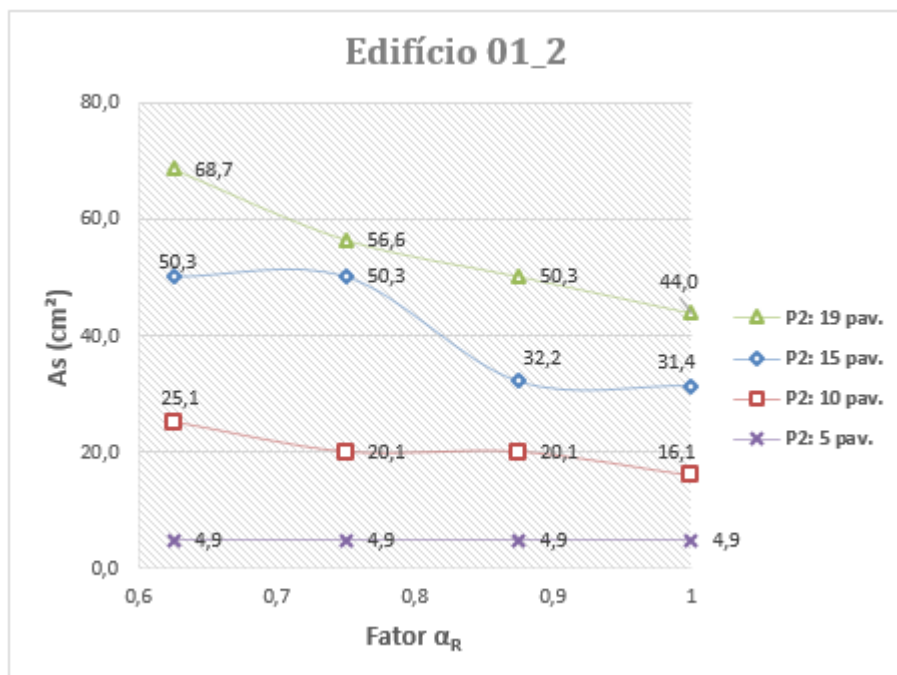
Na Figura 7.16, Figura 7.17 e Figura 7.18 apresentam-se a influência do fator  $\alpha_R$  nas armaduras dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Observando os resultados, percebe-se que a influência aconteceu, agora, também para as edificações com 15 e 10 pavimentos para os pilares P1 e P2. Para o pilar P6, a influência ocorreu para as edificações com 19 e 15 pavimentos.

Analisando a edificação com 19 pavimentos, nos pilares P1 e P2 houve um aumento de 56% nas armaduras longitudinais dos pilares com a redução do fator  $\alpha_R$ . Já para o pilar P6, este aumento foi de 59%. Para a edificação de 15 pavimentos, o aumento de armadura no pilar P1 foi de 218%, no pilar P2 de 59% e no pilar P6 de 56%. Para a edificação com 10 pavimentos, o aumento de armadura no pilar P1 foi de 200%, no pilar P2 de 56% e no pilar P6 manteve-se constante. Para o edifício com 05 pavimentos a armadura longitudinal dos pilares ainda permaneceu constante.

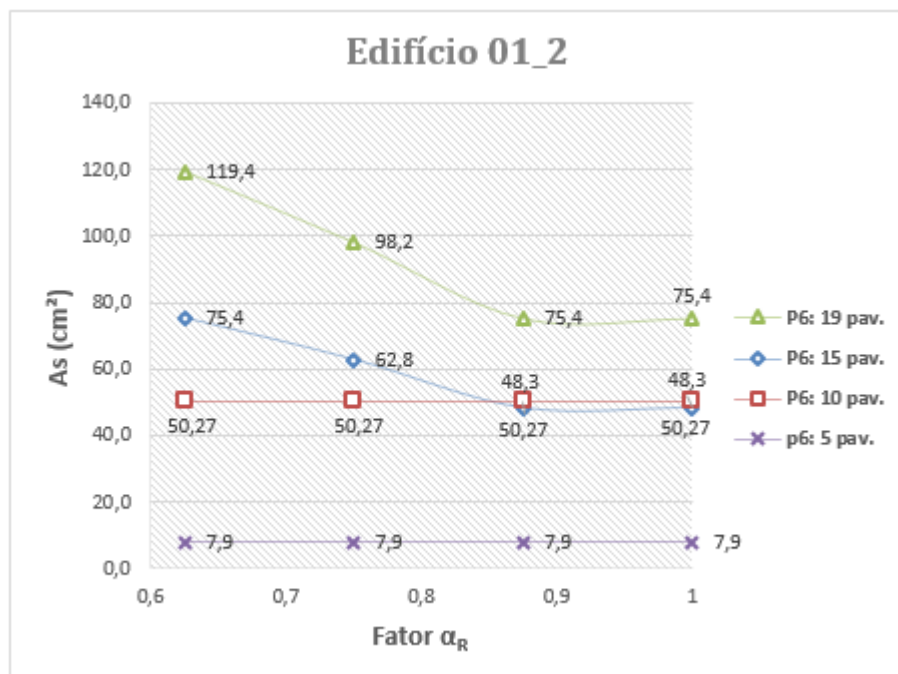
Figura 7.16 – Edifício 01\_2: armadura do pilar P1 *versus* fator  $\alpha_R$



Fonte: A autora.

Figura 7.17 – Edifício 01\_2: armadura do pilar P2 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Figura 7.18 – Edifício 01\_2: armadura do pilar P6 *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

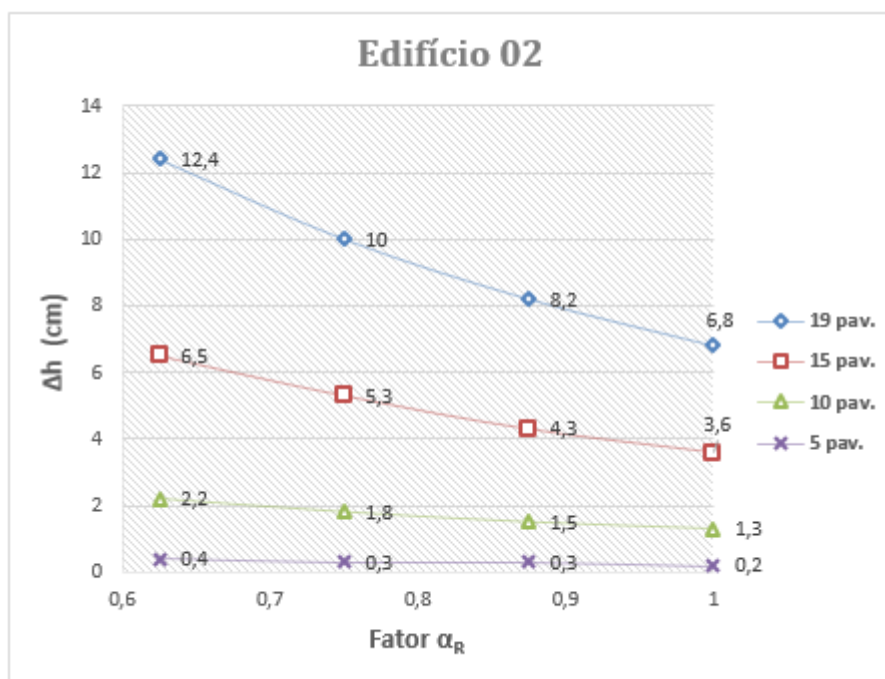
## 7.2 Resultados das simulações do Edifício 02

### 7.2.1 Edifício 02: seção transversal dos pilares constantes

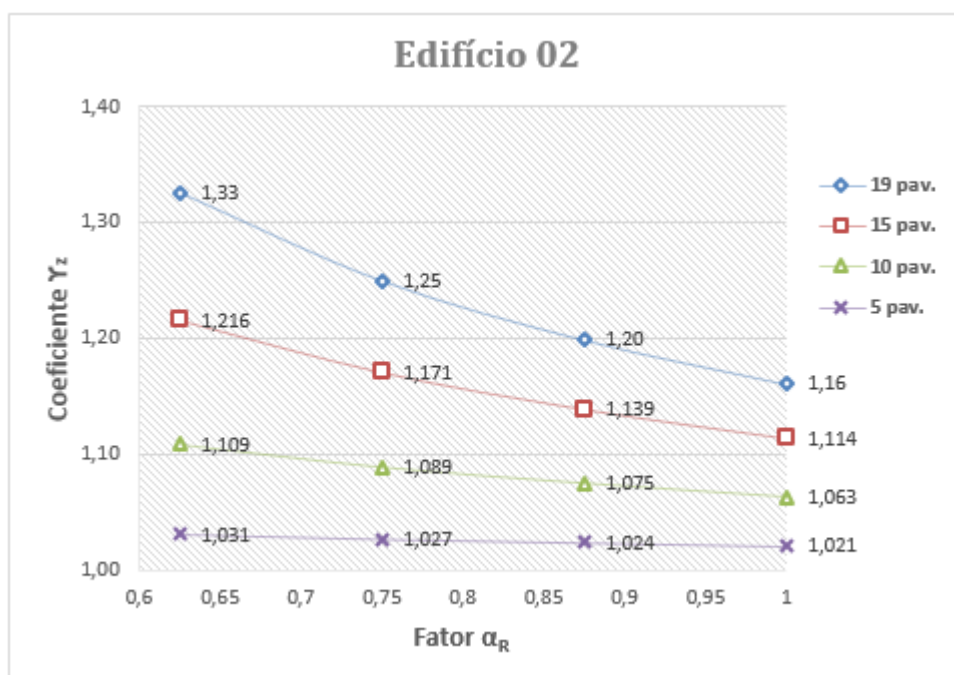
Da mesma maneira feita para o Edifício 01, para o Edifício 02 também foram realizadas duas etapas de simulações: a primeira refere-se à seção dos pilares constante para todos os números de pavimentos das edificações, e a segunda, refere à variação da seção dos pilares. Para este edifício, foram apresentados apenas os resultados de estabilidade global pois a única diferença do Edifício 02 para o Edifício 01 é a existência de mais uma linha de pilares em uma direção.

Na Figura 7.19 apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$  no deslocamento no topo da estrutura. Para a estrutura com 19 pavimentos o aumento no deslocamento com a redução do fator  $\alpha_R$  foi igual a 82%, para a estrutura com 15 pavimento foi igual a 80%, para a estrutura com 10 pavimentos foi igual a 69%, e para a estrutura com 05 pavimentos foi igual a 100%.

Figura 7.19 – Edifício 02: deslocamento horizontal no topo da estrutura *versus* fator  $\alpha_R$



Fonte: A autora.

Figura 7.20 – Edifício 02: coeficiente  $\gamma_z$  versus fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Na Figura 7.20 apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$  no coeficiente  $\gamma_z$ . Para a edificação com 19 pavimentos o coeficiente  $\gamma_z$  variou de 1,16 até 1,33, para a edificação 15 pavimentos a variação foi de 1,11 até 1,22, para a edificação com 10 pavimentos a variação foi de 1,06 a 1,11 e, na edificação com 05 pavimentos a variação foi de 1,021 até 1,031. Observa-se a pequena influência para a edificação com 05 pavimentos, porém, conforme comentado para o Edifício 01, isto pode estar relacionado às seções transversais dos pilares terem sido mantidas constantes à medida que se aumentava o número de pavimentos da estrutura.

### 7.2.2 Edifício 02\_2: seção transversal dos pilares variável

Na próxima etapa de simulações do “Edifício 02\_2” as seções transversais dos pilares foram modificadas em função do número de pavimentos, conforme detalhado na Tabela 7.2. Para determinação da seção transversal foi realizado um pré-dimensionamento em função da carga existente nos pilares, e também, buscou-se obter, para as edificações com ligações rígidas ( $\alpha_R = 1$ ), um valor de coeficiente  $\gamma_z$  no máximo igual a 1,2, buscando-se um valor de referência para realizar-se a redução da rigidez das ligações. As dimensões do pilar P1 serão as mesmas para todos os pilares de canto (P1, P4, P13, P16), as dimensões do pilar P2 serão as mesmas para

todos os pilares de extremidade (P2, P3, P5, P8, P9, P12, P14, P15) e do pilar P6 para todos pilares intermediários (P6, P, P10, P11).

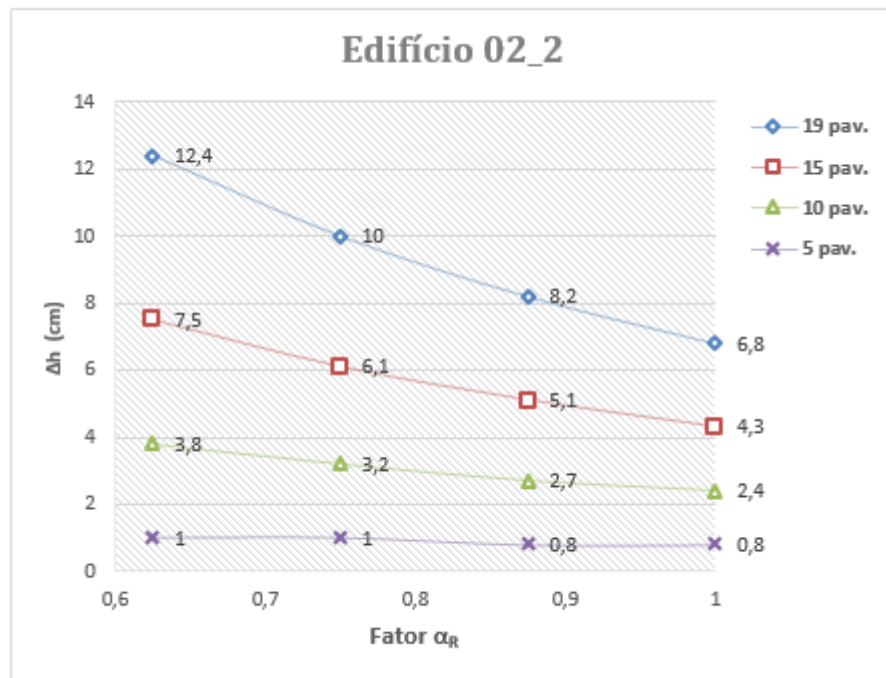
Tabela 7.2 – Seção transversal dos pilares para simulações do Edifício 02\_2

Identificação do Edifício	Número de pavimentos	P1 (cmxcm)	P2 (cmxcm)	P6 (cmxcm)
Edifício 2.1	05	20x20	30x30	40x40
Edifício 2.2	10	30x30	40x40	50x50
Edifício 2.3	15	40x40	50x50	70x70
Edifício 2.4	19	40x40	60x60	80x80

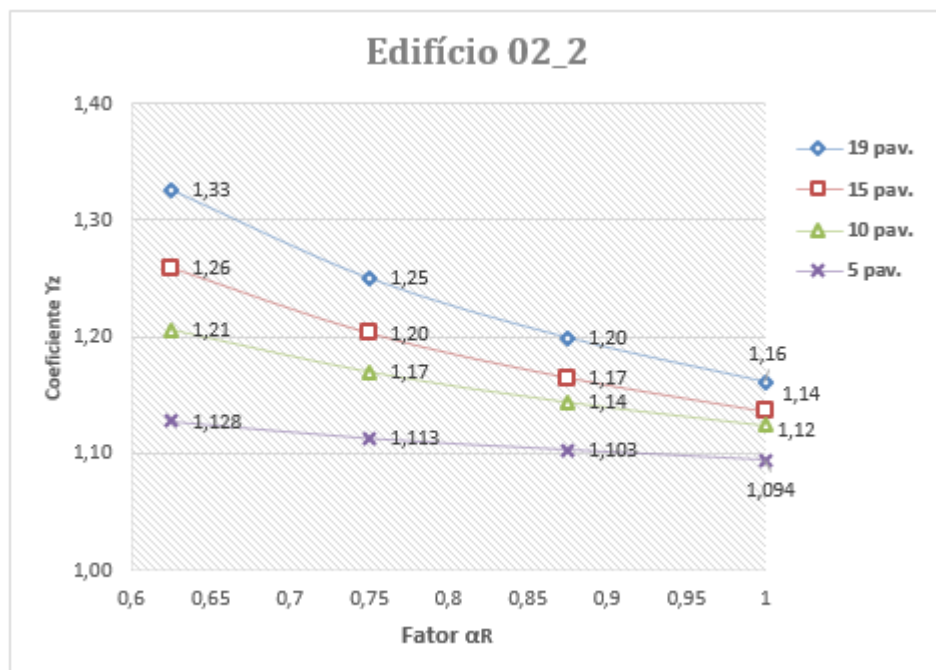
Fonte: A autora.

Nos gráficos a seguir apresenta-se a influência fator  $\alpha_R$  na estabilidade global para o Edifício 02\_2. Na Figura 7.21 apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$  no deslocamento no topo da estrutura. Para a estrutura com 19 pavimento o aumento no deslocamento com a redução do fator  $\alpha_R$  foi igual a 82%, para a estrutura com 15 pavimento foi igual a 74%, para a estrutura com 10 pavimentos foi igual a 58%, e para a estrutura com 05 pavimentos foi igual a 25%.

Na Figura 7.22 apresenta-se a influência do fator  $\alpha_R$  no coeficiente  $\gamma_z$ . Para a edificação com 19 pavimentos a influência foi maior, o coeficiente  $\gamma_z$  variou de 1,16 até 1,33, para a edificação 15 pavimentos a variação foi de 1,14 até 1,26, para a edificação com 10 pavimentos a variação foi de 1,12 a 1,21 e, na edificação com 05 pavimentos a variação foi de 1,094 até 1,128.

Figura 7.21 – Edifício 02\_2: deslocamento horizontal no topo da estrutura *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

Figura 7.22 – Edifício 02\_2: coeficiente  $\gamma_z$  *versus* fator  $\alpha_R$ 

Fonte: A autora.

### 7.3 Comentários sobre as simulações dos edifícios

A variação de seção dos pilares na medida em que se aumentou o número de pavimentos das edificações provocou diferentes resultados em comparação as edificações com seções constantes. Os valores dos parâmetros analisados foram mais críticos para o Edifício 01\_2 e para o Edifício 02\_2, pois a existência de rigidezes menores para os pilares tornou mais evidente a influência da redução do fator  $\alpha_R$  nos parâmetros de estabilidade global e na redistribuição de esforços da estrutura.

Observa-se por meio da análise dos resultados que, dependendo da seção transversal dos pilares, pode existir uma interpretação equivocada da influência do fator  $\alpha_R$  das ligações na estabilidade global da estrutura e nas armaduras longitudinais dos pilares, e que esta influência existe mesmo em edificações baixas, nos casos específicos analisados neste trabalho. Além disso, a análise com variação de seção transversal dos pilares se aproxima da realidade dos projetos de estruturas.

### 7.4 Verificação da influência da deformabilidade das ligações no comportamento estrutural

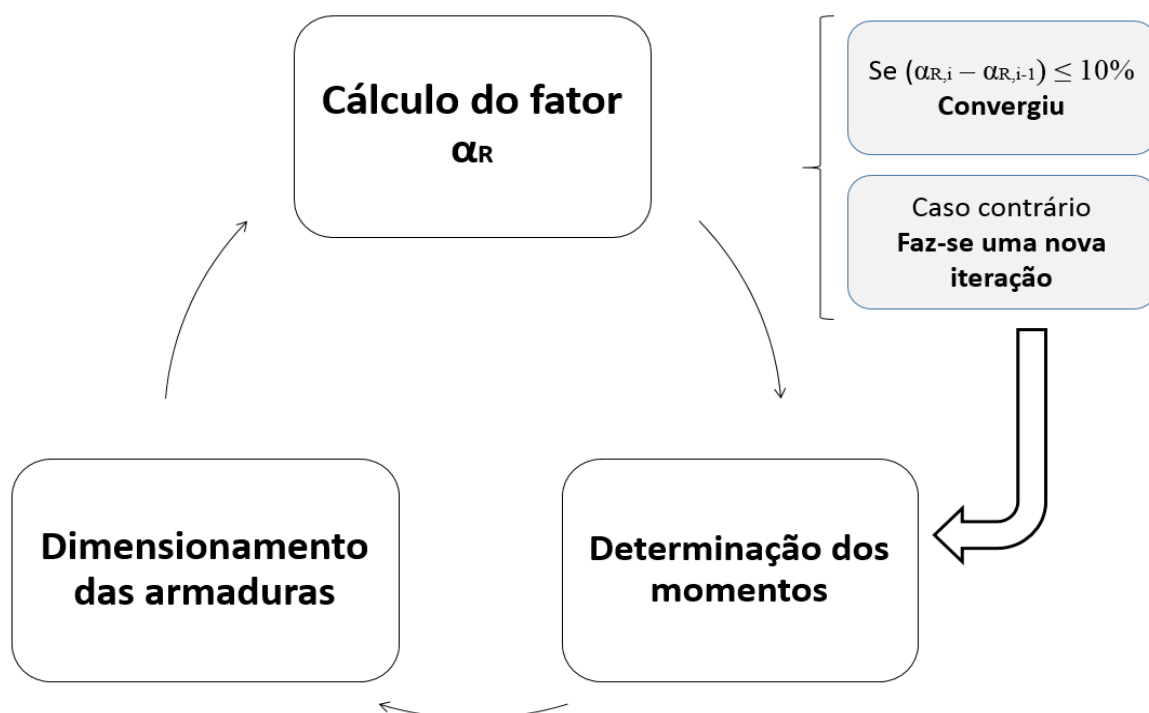
Nesta parte do trabalho verificou-se a importância da consideração da deformabilidade das ligações viga-pilar na análise estrutural. Para isto, calculou-se uma edificação considerando as ligações viga-pilar rígidas ( $\alpha_R = 1,0$ ), e, em seguida, determinaram-se os valores de restrição à rotação que de fato existem em cada ligação e realizaram-se novas simulações. Ao final, compararam-se os resultados da situação de ligações rígidas com a situação considerando-se a real deformabilidade das ligações viga-pilar. Buscando uma comparação entre os modelos analíticos utilizados neste trabalho, realizou-se esta verificação para o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), e também, para o modelo de Alva e El Debs (2013).

Apesar de os modelos analíticos terem sido elaborados para ligações viga-pilar de extremidade nas quais existe continuidade do pilar, ou seja, não se aplica a ligações no pavimento cobertura, neste trabalho eles foram utilizados para todas as ligações viga-pilar.

Foram realizadas simulações numérica para a Edificação 01 com 19 e 05 pavimentos, buscando identificar diferenças da influência da deformabilidade das ligações para edificações altas e baixas com plantas simétricas.

O procedimento utilizado para considerar esta deformabilidade das ligações é descrito a seguir. Primeiramente, realiza-se a simulação numérica da edificação com ligações rígidas ( $\alpha_R = 1,0$ ). Em seguida, com a configuração de armaduras resultantes desta análise estrutural, determinou-se o valor de  $\alpha_R$  para cada ligação, apresentados nos resultados com a designação “Iteração 0”. Realizando uma nova simulação para considerar a restrição à rotação dos nós na análise estrutural, ocorrerá uma redistribuição de esforços na estrutura, podendo haver mudanças nas armaduras das ligações viga-pilar, conduzindo a diferentes valores de  $\alpha_R$  para as ligações. Portanto, este é um processo iterativo, que será repetido até que a diferença percentual entre os valores de  $\alpha_R$  da iteração atual em relação a iteração anterior seja inferior à 10%, conforme esquematizado na Figura 7.23.

Figura 7.23 – Processo iterativo para determinação do fator  $\alpha_R$  das ligações

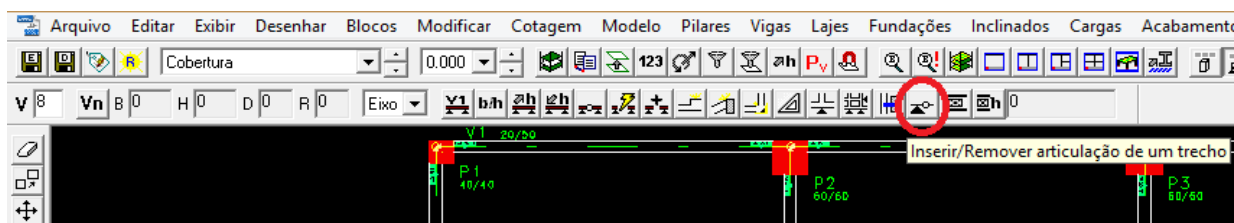


Fonte: A autora.

O valor de  $\alpha_R$  será diferente para cada nó, pois depende da configuração de armadura existente nas ligações viga-pilar. Para considerar a deformabilidade de cada nó individualmente, deve-se utilizar o comando “Inserir/Remover articulação de um trecho”, conforme ilustrado na Figura 7.24, diretamente no modelador estrutural.



Figura 7.24 – Comando de restrição à rotação no modelador estrutural do CAD/TQS®



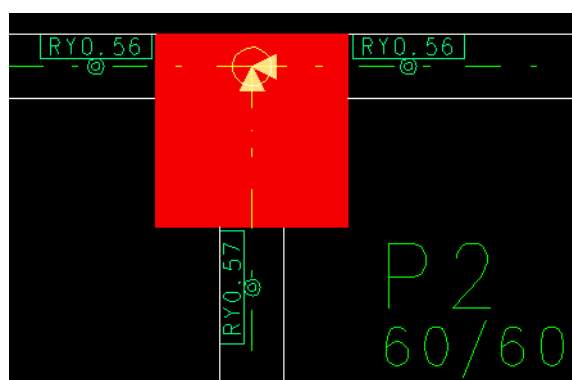
Fonte: A autora.

Figura 7.25 – Inserção da restrição à rotação no modelador estrutural do CAD/TQS®

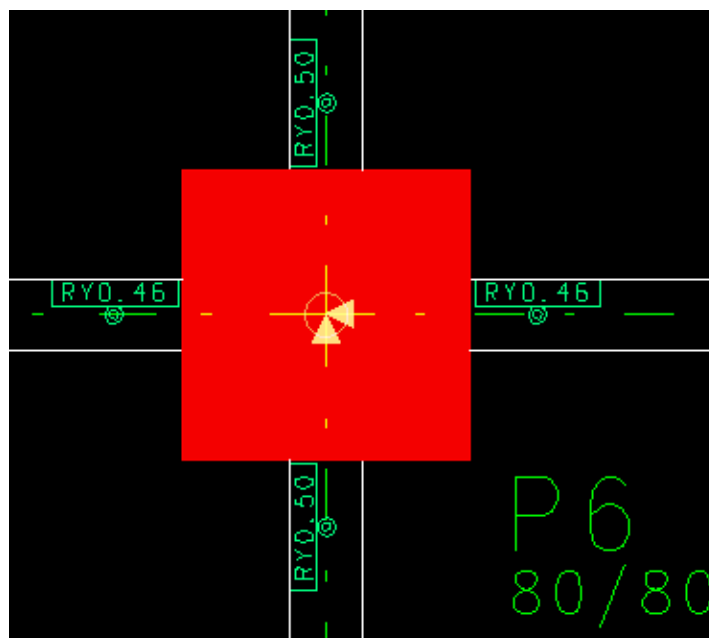
(a) Pilar de canto



(b) Pilar de extremidade



(c) Pilar intermediário



Fonte: A autora.

Sendo:

$R_y$ : restrição à rotação, que possui o mesmo significado do fator  $\alpha_R$

O comando em questão permite inserir uma restrição à rotação diferente para cada nó. Porém, o programa não considera o nó um ponto único. A restrição a rotação da ligação viga-pilar é inserida separadamente na ligação do pilar com cada viga. Na Figura 7.25 ilustra-se a inserção da restrição à rotação para um pilar de canto, que está associado à dois valores de restrição à rotação, para um pilar de extremidade, o qual está associado à três valores de restrição à rotação, e para um pilar intermediário, que está associado à quatro valores de restrição à rotação.

#### 7.4.1 Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003)

Inicialmente apresentam-se os resultados obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003). A primeira análise estrutural foi realizada conforme condições padrão do programa CAD/TQS®, ou seja, com fator  $\alpha_R$  igual a 1 em todas as ligações, como ilustrado na Figura 7.26. Esta figura representa esquematicamente a posição dos elementos estruturais, vigas e pilares, na edificação, apresentando os valores de fator  $\alpha_R$  referentes à cada ligação viga-pilar. Este esquema de apresentação dos valores de  $\alpha_R$  das ligações foi utilizado para apresentar os resultados dos processos iterativos.

Figura 7.26 – Fator  $\alpha_R$  das ligações da análise estrutural inicial

Fator $\alpha_R$												
P1	1,00	V1	1,00	P2	1,00	V1	1,00	P3	1,00	V1	1,00	P4
1,00				1,00				1,00				1,00
V4				V5				V6				V7
1,00				1,00				1,00				1,00
P5	1,00	V2	1,00	P6	1,00	V2	1,00	P7	1,00	V2	1,00	P8
1,00				1,00				1,00				1,00
V4				V5				V6				V7
1,00				1,00				1,00				1,00
P9	1,00	V3	1,00	P10	1,00	V3	1,00	P11	1,00	V3	1,00	P12

Fonte: A autora.

Na Figura 7.27 apresenta-se os valores de armadura negativa das ligações na iteração 0, oriundos da análise estrutural com ligações rígidas ( $\alpha_R = 1,0$ ) do pavimento cobertura, e os valores de fator  $\alpha_R$  determinados para estas armaduras. A iteração 0 significa a configurações de armaduras obtidas da situação de ligações rígidas, as quais foram adotadas para calcular os valores de restrição à rotação iniciais para começar o processo iterativo.

Figura 7.27 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 19 pavimentos: pavimento cobertura

Pavimento Cobertura, Iteração 0 - As,neg (cm²)												
P1	2,36	V1	2,36	P2	2,36	V1	2,36	P3	2,36	V1	2,36	P4
2,36				4,02				4,02				2,36
V4				V5				V6				V7
2,45				6,03				6,03				2,45
P5	3,68	V2	4,91	P6	4,91	V2	4,91	P7	4,91	V2	3,68	P8
2,45				6,03				6,03				2,45
V4				V5				V6				V7
2,36				4,02				4,02				2,36
P9	2,36	V3	2,36	P10	2,36	V3	2,36	P11	2,36	V3	2,36	P12

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos*

Pavimento Cobertura, Iteração 0 - Fator $\alpha_R$												
P1	0,46	V1	0,41	P2	0,41	V1	0,41	P3	0,41	V1	0,46	P4
0,46				0,51				0,51				0,46
V4				V5				V6				V7
0,42				0,63				0,63				0,42
P5	0,50	V2	0,59	P6	0,59	V2	0,59	P7	0,59	V2	0,50	P8
0,42				0,63				0,63				0,42
V4				V5				V6				V7
0,46				0,51				0,51				0,46
P9	0,46	V3	0,41	P10	0,41	V3	0,41	P11	0,41	V3	0,46	P12

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos*

Pavimento Cobertura, Iteração 2 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
P1	2,36	V1	2,36	P2	2,36	V1	2,36	P3	2,36	V1	2,36	P4
2,36				3,14				3,14				2,36
V4				V5				V6				V7
2,36				3,68				3,68				2,36
P5	2,36	V2	3,68	P6	3,68	V2	3,68	P7	0,54	V2	2,36	P8
2,36				3,68				3,68				2,36
V4				V5				V6				V7
2,36				3,14				3,14				2,36
P9	2,36	V3	2,36	P10	2,36	V3	2,36	P11	2,36	V3	2,36	P12

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos*

Pavimento Cobertura, Iteração 2 - Fator $\alpha_R$												
P1	0,46	V1	0,41	P2	0,41	V1	0,41	P3	0,41	V1	0,46	P4
0,46				0,47				0,47				0,46
V4				V5				V6				V7
0,41				0,54				0,54				0,41
P5	0,41	V2	0,54	P6	0,54	V2	0,54	P7	0,54	V2	0,41	P8
0,41				0,54				0,54				0,41
V4				V5				V6				V7
0,46				0,47				0,47				0,46
P9	0,46	V3	0,41	P10	0,41	V3	0,41	P11	0,41	V3	0,46	P12

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos*

Fonte: A autora.

Figura 7.28 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 19 pavimentos: pavimento tipo

Pavimento Tipo, Iteração 0 - $A_{s,neg}$ (cm²)												
<b>P1</b>	6,03	V1	8,04	<b>P2</b>	8,04	V1	8,04	<b>P3</b>	8,04	V1	6,03	<b>P4</b>
9,42				19,63				19,63				9,42
V4				V5				V6				V7
12,57				19,63				19,63				12,57
<b>P5</b>	12,57	V2	14,73	<b>P6</b>	14,73	V2	14,73	<b>P7</b>	14,73	V2	12,57	<b>P8</b>
12,57				19,63				19,63				12,57
V4				V5				V6				V7
9,42				19,63				19,63				9,42
<b>P9</b>	6,03	V3	8,04	<b>P10</b>	8,04	V3	8,04	<b>P11</b>	8,04	V3	6,03	<b>P12</b>

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos

Pavimento Tipo, Iteração 0 - Fator $\alpha_R$												
P1	0,64	V1	0,69	P2	0,69	V1	0,69	P3	0,69	V1	0,64	P4
0,72				0,81				0,81				0,72
V4				V5				V6				V7
0,74				0,81				0,81				0,74
P5	0,74	V2	0,74	P6	0,74	V2	0,74	P7	0,74	V2	0,74	P8
0,74				0,81				0,81				0,74
V4				V5				V6				V7
0,72				0,81				0,81				0,72
P9	0,64	V3	0,69	P10	0,69	V3	0,69	P11	0,69	V3	0,64	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos

Pavimento Tipo, Iteração 2 - $A_{s,neg}$ (cm²)												
P1	6,03	V1	8,04	P2	8,04	V1	8,04	P3	8,04	V1	6,03	P4
19,63				19,63				19,63				9,42
V4				V5				V6				V7
9,42				19,63				19,63				9,42
P5	12,57	V2	12,57	P6	12,57	V2	12,57	P7	12,57	V2	12,57	P8
9,42				19,63				19,63				9,42
V4				V5				V6				V7
9,42				19,63				19,63				9,42
P9	6,03	V3	8,04	P10	8,04	V3	8,04	P11	8,04	V3	6,03	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos

<b>P1</b>	0,64	V1	0,69	<b>P2</b>	0,69	V1	0,69	<b>P3</b>	0,69	V1	0,64	<b>P4</b>
0,75				0,81				0,81				0,72
V4				V5				V6				V7
0,72				0,81				0,81				0,72
<b>P5</b>	0,74	V2	0,71	<b>P6</b>	0,71	V2	0,71	<b>P7</b>	0,71	V2	0,74	<b>P8</b>
0,72				0,81				0,81				0,72
V4				V5				V6				V7
0,72				0,81				0,81				0,72
<b>P9</b>	0,64	V3	0,69	<b>P10</b>	0,69	V3	0,69	<b>P11</b>	0,69	V3	0,64	<b>P12</b>

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 19 pavimentos

Fonte: A autora.

Para o pavimento cobertura, o processo apresentou convergência apenas na segunda iteração. Os resultados também estão apresentados na Figura 7.27. Para este pavimento, observa-se que os valores de restrição à rotação final das ligações se diferenciou muito da condição inicial com  $\alpha_R$  igual a 1,0.

Na Figura 7.28 apresentam-se os resultados para o pavimento tipo. Na segunda iteração o processo já convergiu, obtendo-se os valores também mostrados na Figura 7.28. Observa-se que os valores de restrição à rotação que de fato existiram nas ligações também foram bem diferentes do valor da condição inicial de ligações rígidas.

Em seguida, apresentam-se os valores dos fatores  $\alpha_R$  para a edificação com 05 pavimentos. Na Figura 7.29 apresenta-se os valores do fator  $\alpha_R$  do pavimento cobertura, que convergiu na segunda iteração, cujos resultados constam na mesma figura. Na Figura 7.30 ilustram-se os resultados do pavimento tipo, que também convergiu na segunda iteração.

Na edificação com 19 pavimentos nas ligações do pavimento cobertura, obtiveram-se valores fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,41 a 0,50, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* (2005), representam ligações semirrígidas com restrição média. Nas ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,64 a 0,80, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta.

Na edificação com 05 pavimentos nas ligações do pavimento cobertura, obtiveram-se valores fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,49 a 0,52, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* (2005), representam ligações semirrígidas com restrição média. Para as ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,49 a 0,72, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta.

Em seguida, apresenta-se uma comparação dos resultados obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), entre a estrutura com ligações rígidas e a estrutura com ligações deformáveis, para a edificação com 19 pavimentos, e também, para a edificação com 05 pavimentos.

Figura 7.29 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 05 pavimentos: pavimento cobertura

Pavimento Cobertura, Iteração 0 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
P1	2,36	V1	2,45	P2	2,45	V1	2,45	P3	2,45	V1	2,36	P4
2,36				2,36				2,36				2,36
V4				V5				V6				V7
3,14				6,03				6,03				3,14
P5	2,36	V2	6,03	P6	6,03	V2	6,03	P7	6,03	V2	2,36	P8
3,14				6,03				6,03				3,14
V4				V5				V6				V7
2,36				2,36				2,36				2,36
P9	2,36	V3	2,45	P10	2,45	V3	2,45	P11	2,45	V3	2,36	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos

Pavimento Cobertura, Iteração 0 - Fator $\alpha_R$												
P1	0,52	V1	0,49	P2	0,49	V1	0,49	P3	0,49	V1	0,52	P4
0,52				0,49				0,49				0,52
V4				V5				V6				V7
0,54				0,67				0,67				0,54
P5	0,49	V2	0,67	P6	0,67	V2	0,67	P7	0,67	V2	0,49	P8
0,54				0,67				0,67				0,54
V4				V5				V6				V7
0,52				0,49				0,49				0,52
P9	0,52	V3	0,49	P10	0,49	V3	0,49	P11	0,49	V3	0,52	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos

Pavimento Cobertura, Iteração 2 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
P1	2,36	V1	2,45	P2	2,45	V1	2,45	P3	2,45	V1	2,36	P4
2,36				2,36				2,36				2,36
V4				V5				V6				V7
2,45				3,68				3,68				2,45
P5	2,36	V2	3,68	P6	3,68	V2	3,68	P7	0,59	V2	2,36	P8
2,45				3,68				3,68				2,45
V4				V5				V6				V7
2,36				2,36				2,36				2,36
P9	2,36	V3	2,45	P10	2,45	V3	2,45	P11	2,45	V3	2,36	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos

P1	0,52	V1	0,49	P2	0,49	V1	0,49	P3	0,49	V1	0,52	P4
0,52				0,49				0,49				0,52
V4				V5				V6				V7
0,52				0,59				0,59				0,52
P5	0,49	V2	0,59	P6	0,59	V2	0,59	P7	0,59	V2	0,49	P8
0,52				0,59				0,59				0,52
V4				V5				V6				V7
0,52				0,49				0,49				0,52
P9	0,52	V3	0,49	P10	0,49	V3	0,49	P11	0,49	V3	0,52	P12

Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos

Fonte: A autora.

Figura 7.30 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) para 05 pavimentos: pavimento tipo

Pavimento Tipo, Iteração 0 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
P1	2,36	V1	4,91	P2	4,91	V1	4,91	P3	4,91	V1	2,36	P4
2,36				4,91				4,91				2,36
V4				V5				V6				V7
6,03				12,57				12,57				6,03
P5	4,91	V2	9,42	P6	9,42	V2	9,42	P7	9,42	V2	4,91	P8
6,03				12,57				12,57				6,03
V4				V5				V6				V7
2,36				4,91				4,91				2,36
P9	2,36	V3	4,91	P10	4,91	V3	4,91	P11	4,91	V3	2,36	P12

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos*

<b>P1</b>	0,52	V1	0,62	<b>P2</b>	0,62	V1	0,62	<b>P3</b>	0,62	V1	0,52	<b>P4</b>
0,52				0,62				0,62				0,52
V4				V5				V6				V7
0,66				0,79				0,79				0,66
<b>P5</b>	0,62	V2	0,75	<b>P6</b>	0,75	V2	0,75	<b>P7</b>	0,75	V2	0,62	<b>P8</b>
0,66				0,79				0,79				0,66
V4				V5				V6				V7
0,52				0,62				0,62				0,52
<b>P9</b>	0,52	V3	0,62	<b>P10</b>	0,62	V3	0,62	<b>P11</b>	0,62	V3	0,52	<b>P12</b>

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos*

Pavimento Tipo, Iteração 2 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
<b>P1</b>	2,36	V1	3,14	<b>P2</b>	3,14	V1	3,14	<b>P3</b>	3,14	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				4,91				4,91				2,36
V4				V5				V6				V7
3,14				8,04				8,04				3,14
<b>P5</b>	3,68	V2	8,04	<b>P6</b>	8,04	V2	8,04	<b>P7</b>	8,04	V2	3,68	<b>P8</b>
3,14				8,04				8,04				3,14
V4				V5				V6				V7
2,36				4,91				4,91				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	2,45	<b>P10</b>	2,45	V3	2,45	<b>P11</b>	2,45	V3	2,36	<b>P12</b>

*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos*

P1	0,52	V1	0,54	P2	0,54	V1	0,54	P3	0,54	V1	0,52	P4
0,52				0,62				0,62				0,52
V4				V5				V6				V7
0,54				0,72				0,72				0,54
P5	0,57	V2	0,72	P6	0,72	V2	0,72	P7	0,72	V2	0,57	P8
0,54				0,72				0,72				0,54
V4				V5				V6				V7
0,52				0,62				0,62				0,52
P9	0,52	V3	0,49	P10	0,49	V3	0,49	P11	0,49	V3	0,52	P12

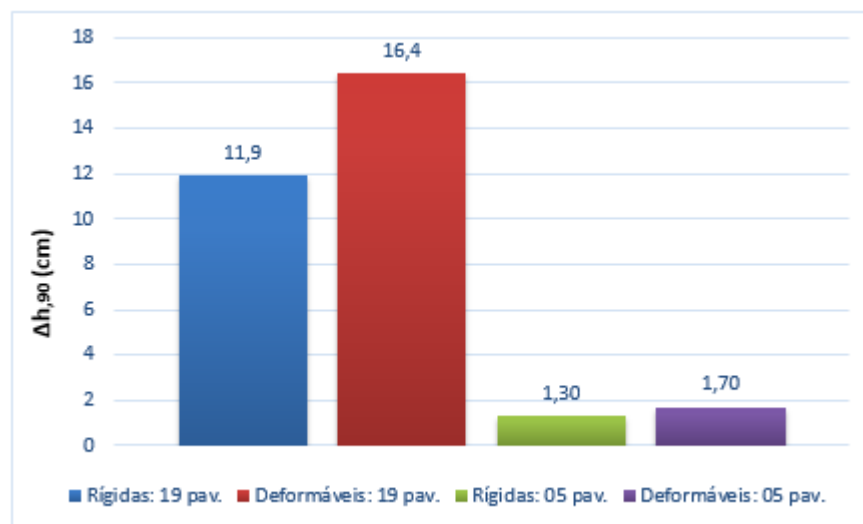
*Modelo Ferreira, El Debs e Elliot (2003) - 05 pavimentos*

Fonte: A autora.

Na Figura 7.31 apresenta-se o deslocamento horizontal da estrutura com 19 pavimentos, que teve um aumento de 38% da situação de ligações rígidas para a situação de ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos, houve um aumento de 31% no valor dos deslocamentos.

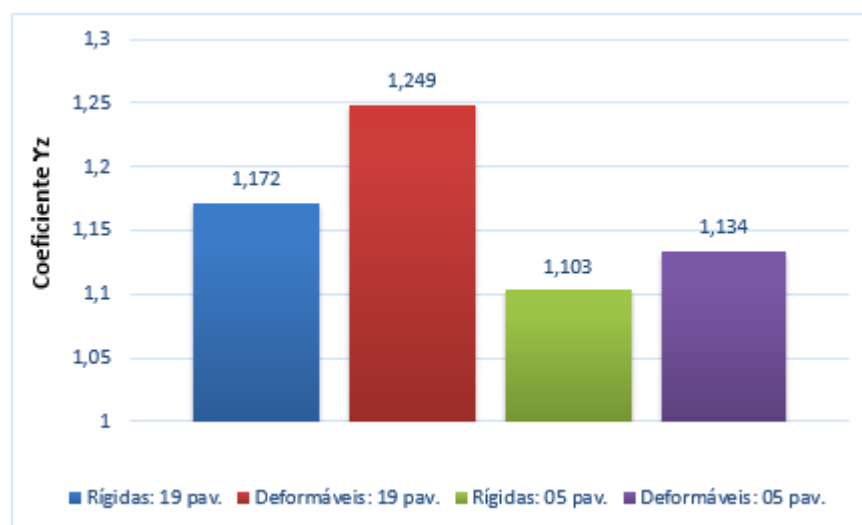
Na Figura 7.32 apresenta-se os valores de coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura com 19 pavimentos, que apresentou uma variação de 1,172 para 1,249 ao considerar-se as ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos o aumento foi de 1,103 para 1,134.

Figura 7.31 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Figura 7.32 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): coeficiente  $\gamma_z$  da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

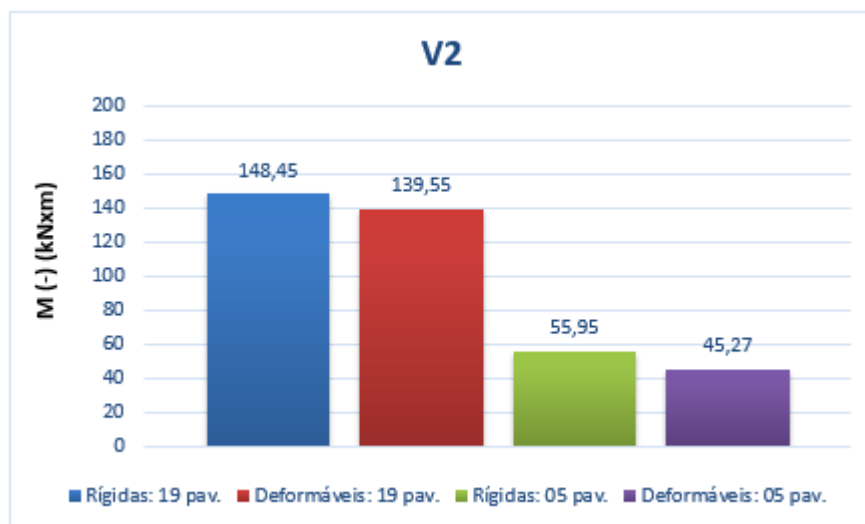


Fonte: A autora.



Na Figura 7.33 apresenta-se a redução de momentos negativos na viga V2 quando se considerou a deformabilidade das ligações. A estrutura com 19 pavimentos apresentou uma redução de momentos igual a 6%, e a estrutura com 05 pavimentos uma redução de 19%.

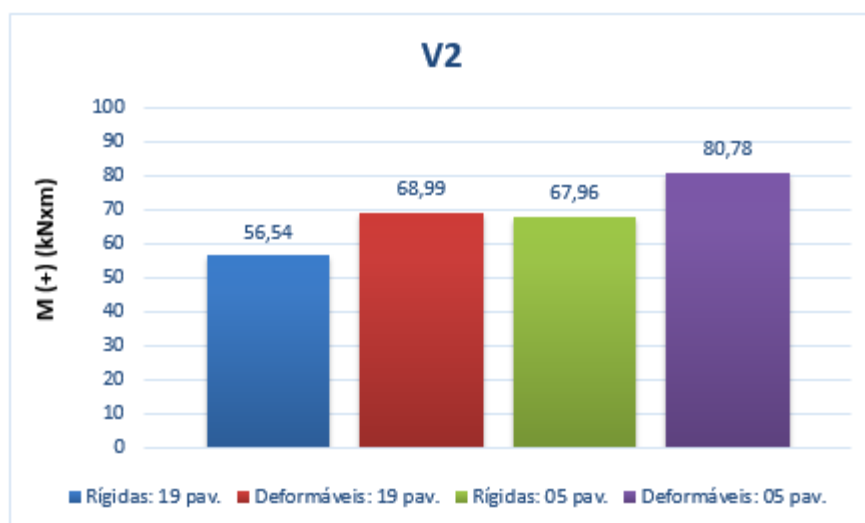
Figura 7.33 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): momento negativo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Na Figura 7.34 apresenta-se o aumento no valor de momento positivo da viga V2. Para a estrutura com 19 pavimentos houve um aumento de 22 % quando se considerou as ligações deformáveis, e, para a estrutura de 05 pavimentos houve um aumento de 19%.

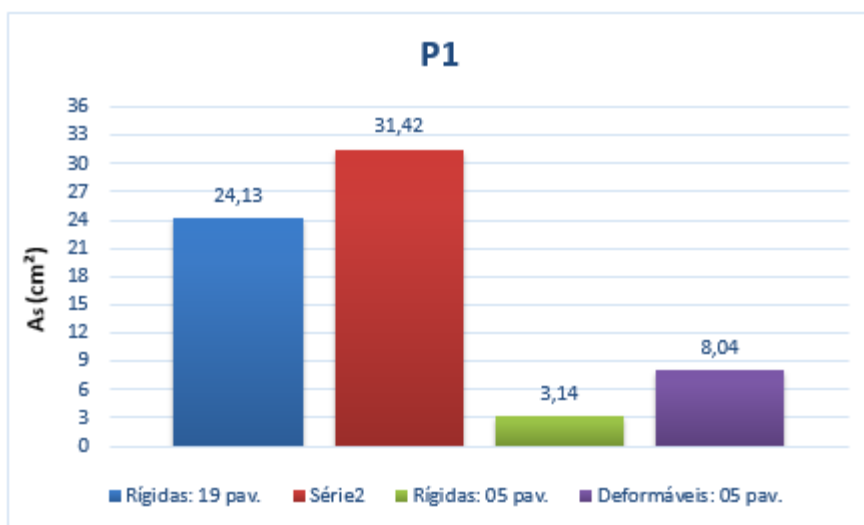
Figura 7.34 – Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): momento positivo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

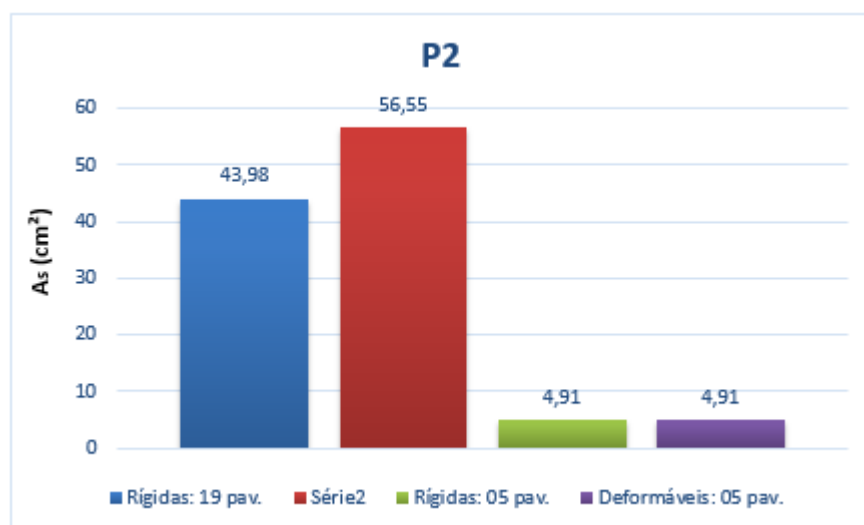
Na Figura 7.35, Figura 7.36 e Figura 7.37 apresentam-se a variação das armaduras longitudinais dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Para a estrutura com 19 pavimentos, em todos os pilares houve um aumento de 30% nas armaduras quando se considerou a deformabilidade das ligações. Para a estrutura com 05 pavimentos, houve um aumento de armaduras de 256% para o pilar P1, de 24% para o pilar P6, e para o pilar P2 não houve alteração.

Figura 7.35 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



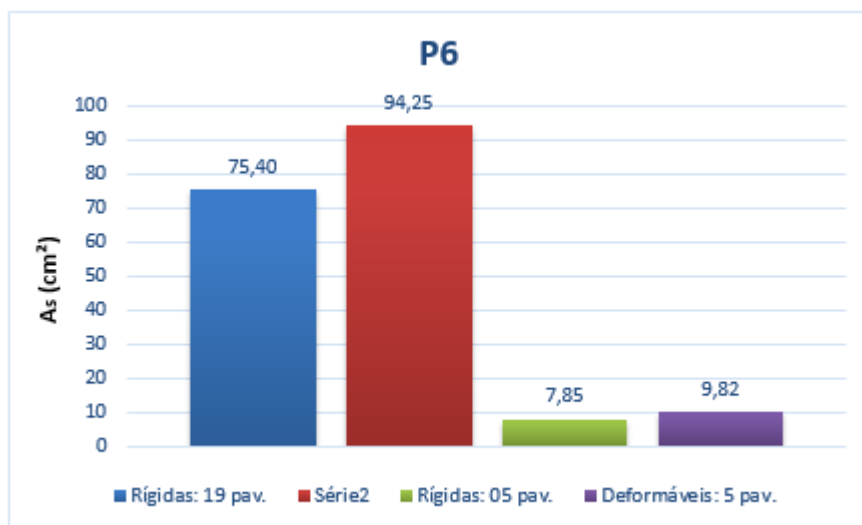
Fonte: A autora.

Figura 7.36 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Figura 7.37 - Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003): armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

#### 7.4.2 Modelo de Alva e El Debs (2013)

Em seguida apresentam-se os resultados obtidos para o modelo analítico de Alva e El Debs (2013) para determinação do fator  $\alpha_R$  das ligações viga-pilar da edificação com 19 pavimentos. O processo convergiu já na primeira iteração, tanto para o pavimento cobertura, como para o pavimento tipo. Na Figura 7.38 apresenta-se os valores de  $\alpha_R$  para o pavimento cobertura, e a Figura 7.39 para o pavimento tipo, ambas para a iteração 0 e iteração 1.

Observa-se que os valores de fator  $\alpha_R$  das ligações são menores que a condição de ligações rígidas, ou seja,  $\alpha_R$  igual a 1, mas esta diferença é maior no pavimento cobertura. Neste pavimento o menor valor ocorrido após convergência foi igual 0,57. Já para o pavimento tipo, o menor valor de  $\alpha_R$  ocorrido após convergência foi igual a 0,73.

Figura 7.38 – Modelo de Alva e El Debs (2013) para 19 pavimentos: pavimento cobertura

**Pavimento Cobertura, Iteração 0 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	2,36	V1	2,36	<b>P2</b>	2,36	V1	2,36	<b>P3</b>	2,36	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				4,02				4,02				2,36
V4				V5				V6				V7
2,45				4,02				4,02				2,45
<b>P5</b>	3,68	V2	3,68	<b>P6</b>	3,68	V2	3,68	<b>P7</b>	3,68	V2	3,68	<b>P8</b>
2,45				4,02				4,02				2,45
V4				V5				V6				V7
2,36				4,02				4,02				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	2,36	<b>P10</b>	2,36	V3	2,36	<b>P11</b>	2,36	V3	2,36	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos

**Pavimento Cobertura, Iteração 0 - Fator  $\alpha_n$** 

<b>P1</b>	0,57	V1	0,57	<b>P2</b>	0,57	V1	0,57	<b>P3</b>	0,57	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,64				0,64				0,57
V4				V5				V6				V7
0,55				0,64				0,64				0,55
<b>P5</b>	0,65	V2	0,65	<b>P6</b>	0,65	V2	0,65	<b>P7</b>	0,65	V2	0,65	<b>P8</b>
0,55				0,64				0,64				0,55
V4				V5				V6				V7
0,57				0,64				0,64				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,57	<b>P10</b>	0,57	V3	0,57	<b>P11</b>	0,57	V3	0,57	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos

**Pavimento Cobertura, Iteração 1 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	2,36	V1	2,36	<b>P2</b>	2,36	V1	2,36	<b>P3</b>	2,36	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				3,68				3,68				2,36
V4				V5				V6				V7
2,36				3,68				3,68				2,36
<b>P5</b>	3,14	V2	3,68	<b>P6</b>	3,68	V2	3,68	<b>P7</b>	3,68	V2	3,14	<b>P8</b>
2,36				3,68				3,68				2,36
V4				V5				V6				V7
2,36				3,68				3,68				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	2,36	<b>P10</b>	2,36	V3	2,36	<b>P11</b>	2,36	V3	2,36	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos

**Pavimento Cobertura, Iteração 1 - Fator  $\alpha_n$** 

<b>P1</b>	0,57	V1	0,57	<b>P2</b>	0,57	V1	0,57	<b>P3</b>	0,57	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,65				0,65				0,57
V4				V5				V6				V7
0,57				0,65				0,65				0,57
<b>P5</b>	0,64	V2	0,65	<b>P6</b>	0,65	V2	0,65	<b>P7</b>	0,65	V2	0,64	<b>P8</b>
0,57				0,65				0,65				0,57
V4				V5				V6				V7
0,57				0,65				0,65				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,57	<b>P10</b>	0,57	V3	0,57	<b>P11</b>	0,57	V3	0,57	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos

Fonte: A autora.

Figura 7.39 - Modelo de Alva e El Debs (2013) para 19 pavimentos: pavimento tipo

**Pavimento Tipo, Iteração 0 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	6,03	V1	8,04	<b>P2</b>	8,04	V1	8,04	<b>P3</b>	8,04	V1	6,03	<b>P4</b>
9,42				19,63				19,63				9,42
V4				V5				V6				V7
12,57				19,63				19,63				12,57
<b>P5</b>	12,57	V2	14,73	<b>P6</b>	14,73	V2	14,73	<b>P7</b>	14,73	V2	12,57	<b>P8</b>
12,57				19,63				19,63				12,57
V4				V5				V6				V7
9,42				19,63				19,63				9,42
<b>P9</b>	6,03	V3	8,04	<b>P10</b>	8,04	V3	8,04	<b>P11</b>	8,04	V3	6,03	<b>P12</b>

*Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos*

**Pavimento Tipo, Iteração 0 - Fator  $\alpha_n$**

<b>P1</b>	0,73	V1	0,78	<b>P2</b>	0,78	V1	0,78	<b>P3</b>	0,78	V1	0,73	<b>P4</b>
0,78				0,85				0,85				0,78
V4				V5				V6				V7
0,82				0,85				0,85				0,82
<b>P5</b>	0,82	V2	0,82	<b>P6</b>	0,82	V2	0,82	<b>P7</b>	0,82	V2	0,82	<b>P8</b>
0,82				0,85				0,85				0,82
V4				V5				V6				V7
0,78				0,85				0,85				0,78
<b>P9</b>	0,73	V3	0,78	<b>P10</b>	0,78	V3	0,78	<b>P11</b>	0,78	V3	0,73	<b>P12</b>

*Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos*

**Pavimento Tipo, Iteração 1 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	6,03	V1	8,04	<b>P2</b>	8,04	V1	8,04	<b>P3</b>	8,04	V1	6,03	<b>P4</b>
9,42				19,63				19,63				9,42
V4				V5				V6				V7
12,57				19,63				19,63				12,57
<b>P5</b>	12,57	V2	12,57	<b>P6</b>	12,57	V2	12,57	<b>P7</b>	12,57	V2	12,57	<b>P8</b>
12,57				19,63				19,63				12,57
V4				V5				V6				V7
9,42				19,63				19,63				9,42
<b>P9</b>	6,03	V3	8,04	<b>P10</b>	8,04	V3	8,04	<b>P11</b>	8,04	V3	6,03	<b>P12</b>

*Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos*

**Pavimento Tipo, Iteração 1 - Fator  $\alpha_n$**

<b>P1</b>	0,73	V1	0,78	<b>P2</b>	0,78	V1	0,78	<b>P3</b>	0,78	V1	0,73	<b>P4</b>
0,78				0,85				0,85				0,78
V4				V5				V6				V7
0,82				0,85				0,85				0,82
<b>P5</b>	0,82	V2	0,82	<b>P6</b>	0,82	V2	0,82	<b>P7</b>	0,82	V2	0,82	<b>P8</b>
0,82				0,85				0,85				0,82
V4				V5				V6				V7
0,78				0,85				0,85				0,78
<b>P9</b>	0,73	V3	0,78	<b>P10</b>	0,78	V3	0,78	<b>P11</b>	0,78	V3	0,73	<b>P12</b>

*Modelo Alva e El Debs (2013) - 19 pavimentos*

Fonte: A autora.

Em seguida apresentam-se os resultados obtidos para o modelo analítico de Alva e El Debs (2013) para determinação do fator  $\alpha_R$  das ligações viga-pilar da edificação com 05 pavimentos.

A Figura 7.40 apresenta os valores de  $\alpha_R$  para o pavimento cobertura para a iteração 0 e iteração 2, e, a Figura 7.41 apresentam os resultados para o pavimento tipo, também para a iteração 0 e iteração 2.

Na edificação com 19 pavimentos nas ligações do pavimento cobertura, obtiveram-se valores fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,57 a 0,65, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* (2005), que representam ligações semirrígidas com restrição média. Para as ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,73 a 0,85, representando ligações semirrígidas com restrição alta.

Na edificação com 05 pavimentos nas do pavimento cobertura, obtiveram-se valores fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,55 a 0,71, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* (2005), representam ligações semirrígidas com restrição média e alta. Para as ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de fator  $\alpha_R$  que variaram de 0,57 a 0,78, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta.



Figura 7.40 - Modelo de Alva e El Debs (2013) para 05 pavimentos: pavimento cobertura

Pavimento Cobertura, Iteração 0 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
<b>P1</b>	0,57	V1	0,55	<b>P2</b>	0,55	V1	0,55	<b>P3</b>	0,55	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,57				0,57				0,57
V4				V5				V6				V7
0,64				0,73				0,73				0,64
<b>P5</b>	0,57	V2	0,73	<b>P6</b>	0,73	V2	0,73	<b>P7</b>	0,73	V2	0,57	<b>P8</b>
0,64				0,73				0,73				0,64
V4				V5				V6				V7
0,57				0,57				0,57				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,55	<b>P10</b>	0,55	V3	0,55	<b>P11</b>	0,55	V3	0,57	<b>P12</b>
Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos												
Pavimento Cobertura, Iteração 0 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
<b>P1</b>	2,36	V1	2,45	<b>P2</b>	2,45	V1	2,45	<b>P3</b>	2,45	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				2,36				2,36				2,36
V4				V5				V6				V7
3,14				6,03				6,03				3,14
<b>P5</b>	2,36	V2	6,03	<b>P6</b>	6,03	V2	6,03	<b>P7</b>	6,03	V2	2,36	<b>P8</b>
3,14				6,03				6,03				3,14
V4				V5				V6				V7
2,36				2,36				2,36				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	2,45	<b>P10</b>	2,45	V3	2,45	<b>P11</b>	2,45	V3	2,36	<b>P12</b>
Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos												
Pavimento Cobertura, Iteração 2 - $A_{s,neg}$ (cm <sup>2</sup> )												
<b>P1</b>	2,36	V1	2,45	<b>P2</b>	2,45	V1	2,45	<b>P3</b>	2,45	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				2,36				2,36				2,36
V4				V5				V6				V7
2,45				4,91				4,91				2,45
<b>P5</b>	2,36	V2	3,68	<b>P6</b>	3,68	V2	3,68	<b>P7</b>	3,68	V2	2,36	<b>P8</b>
2,45				4,91				4,91				2,45
V4				V5				V6				V7
2,36				2,36				2,36				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	2,45	<b>P10</b>	2,45	V3	2,45	<b>P11</b>	2,45	V3	2,36	<b>P12</b>
Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos												
Pavimento Cobertura - Iteração 2												
<b>P1</b>	0,57	V1	0,55	<b>P2</b>	0,55	V1	0,55	<b>P3</b>	0,55	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,57				0,57				0,57
V4				V5				V6				V7
0,55				0,71				0,71				0,55
<b>P5</b>	0,57	V2	0,65	<b>P6</b>	0,65	V2	0,65	<b>P7</b>	0,65	V2	0,57	<b>P8</b>
0,55				0,71				0,71				0,55
V4				V5				V6				V7
0,57				0,57				0,57				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,55	<b>P10</b>	0,55	V3	0,55	<b>P11</b>	0,55	V3	0,57	<b>P12</b>
Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos												

Fonte: A autora.

Figura 7.41 – Modelo de Alva e El Debs (2013) para 05 pavimentos: pavimento tipo

**Pavimento Tipo, Iteração 0 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	2,36	V1	4,91	<b>P2</b>	4,91	V1	4,91	<b>P3</b>	4,91	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				4,91				4,91				2,36
V4				V5				V6				V7
6,03				12,57				12,57				6,03
<b>P5</b>	4,91	V2	9,42	<b>P6</b>	9,42	V2	9,42	<b>P7</b>	9,42	V2	4,91	<b>P8</b>
6,03				12,57				12,57				6,03
V4				V5				V6				V7
2,36				4,91				4,91				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	4,91	<b>P10</b>	4,91	V3	4,91	<b>P11</b>	4,91	V3	2,36	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos

**Pavimento Tipo, Iteração 0 - Fator  $\alpha_n$**

<b>P1</b>	0,57	V1	0,71	<b>P2</b>	0,71	V1	0,71	<b>P3</b>	0,71	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,71				0,71				0,57
V4				V5				V6				V7
0,73				0,82				0,82				0,73
<b>P5</b>	0,71	V2	0,78	<b>P6</b>	0,78	V2	0,78	<b>P7</b>	0,78	V2	0,71	<b>P8</b>
0,73				0,82				0,82				0,73
V4				V5				V6				V7
0,57				0,71				0,71				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,71	<b>P10</b>	0,71	V3	0,71	<b>P11</b>	0,71	V3	0,57	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos

**Pavimento Tipo, Iteração 2 -  $A_{s,neg}$  (cm<sup>2</sup>)**

<b>P1</b>	2,36	V1	3,14	<b>P2</b>	3,14	V1	3,14	<b>P3</b>	3,14	V1	2,36	<b>P4</b>
2,36				4,91				4,91				2,36
V4				V5				V6				V7
3,68				9,42				9,42				4,02
<b>P5</b>	3,68	V2	8,04	<b>P6</b>	8,04	V2	8,04	<b>P7</b>	8,04	V2	4,02	<b>P8</b>
3,68				9,42				9,42				4,02
V4				V5				V6				V7
2,36				4,91				4,91				2,36
<b>P9</b>	2,36	V3	3,68	<b>P10</b>	3,68	V3	3,68	<b>P11</b>	3,68	V3	2,36	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos

**Pavimento Tipo - Iteração 2 - Fator  $\alpha_n$**

<b>P1</b>	0,57	V1	0,64	<b>P2</b>	0,64	V1	0,64	<b>P3</b>	0,64	V1	0,57	<b>P4</b>
0,57				0,71				0,71				0,57
V4				V5				V6				V7
0,65				0,78				0,78				0,63
<b>P5</b>	0,65	V2	0,78	<b>P6</b>	0,78	V2	0,78	<b>P7</b>	0,78	V2	0,64	<b>P8</b>
0,65				0,78				0,78				0,63
V4				V5				V6				V7
0,57				0,71				0,71				0,57
<b>P9</b>	0,57	V3	0,65	<b>P10</b>	0,65	V3	0,65	<b>P11</b>	0,65	V3	0,57	<b>P12</b>

Modelo Alva e El Debs (2013) - 05 pavimentos

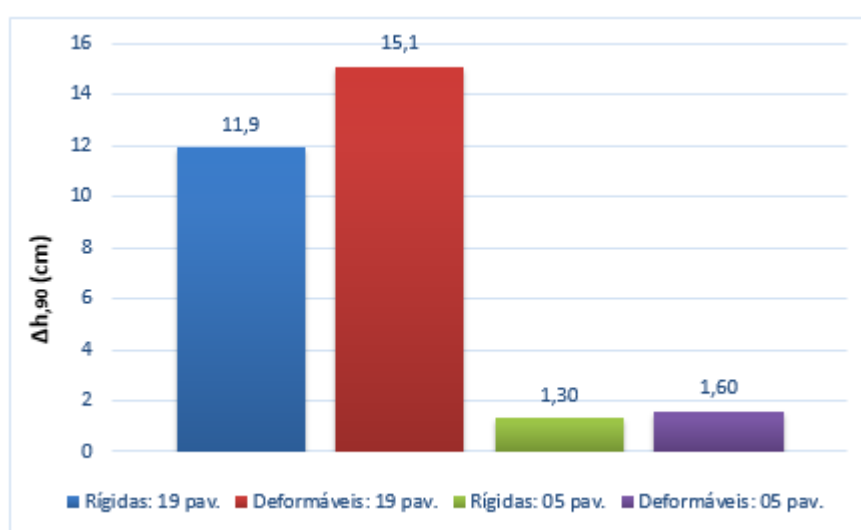
Fonte: A autora.



A seguir, apresenta-se uma comparação de resultados entre a estrutura com ligações rígidas, e a estrutura com ligações deformáveis, para a edificação com 19 pavimentos, e também, para a edificação com 05 pavimentos.

Na Figura 7.42 apresenta-se o deslocamento horizontal da estrutura com 19 pavimentos, que teve um aumento de 27% da situação de ligações rígidas para a situação de ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos, houve um aumento de 23% no valor dos deslocamentos.

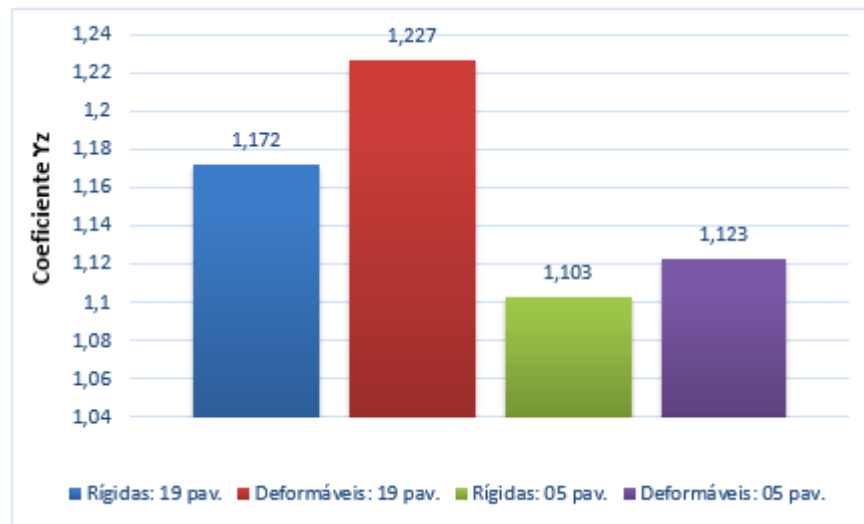
Figura 7.42 – Modelo de Alva e El Debs (2013): deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Na Figura 7.43 apresenta-se os valores de coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura com 19 pavimentos, que apresentou uma variação de 1,172 para 1,227 ao considerar-se as ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos que era de nós fixos para a situação de ligações rígidas, passou a ser uma estrutura de nós móveis quando se considerou a deformabilidade das ligações.

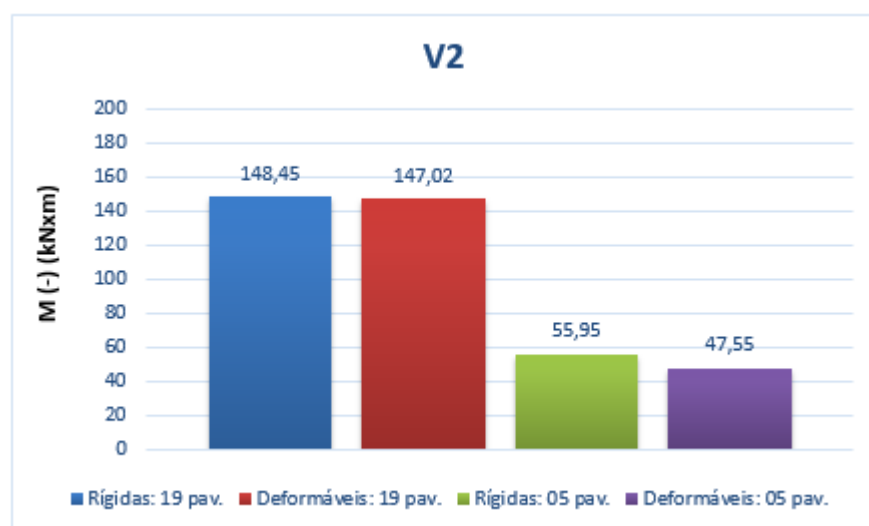
Figura 7.43 – Modelo de Alva e El Debs (2013): coeficiente  $\gamma_z$  da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Na Figura 7.44 apresenta-se a redução de momentos negativos da viga V2 quando se considera a deformabilidade das ligações. A maior redução ocorreu na estrutura com 05 pavimentos, e foi igual a 23%.

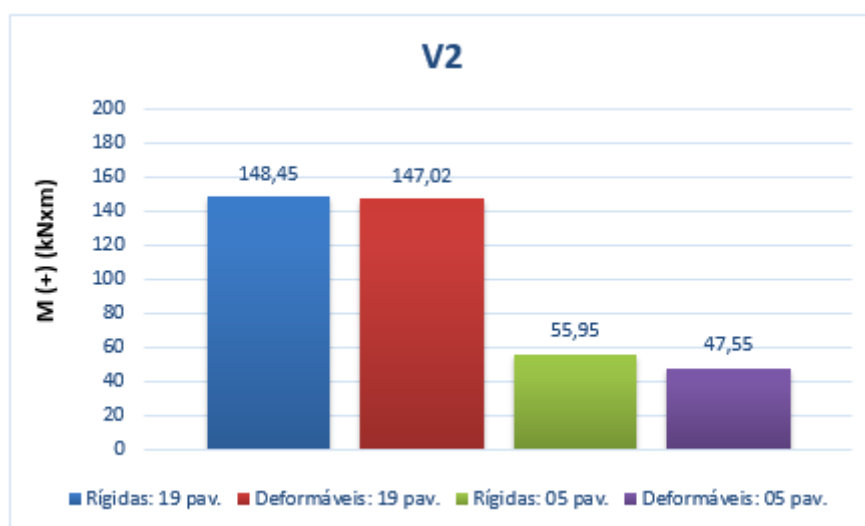
Figura 7.44 – Modelo de Alva e El Debs (2013): momento negativo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Na Figura 7.45 apresenta-se o aumento no valor de momento positivo da viga V2. Para a estrutura com 19 pavimentos, houve um aumento de 23 % quando se considerou as ligações deformáveis, e para a estrutura de 05 pavimentos houve um aumento de 13%.

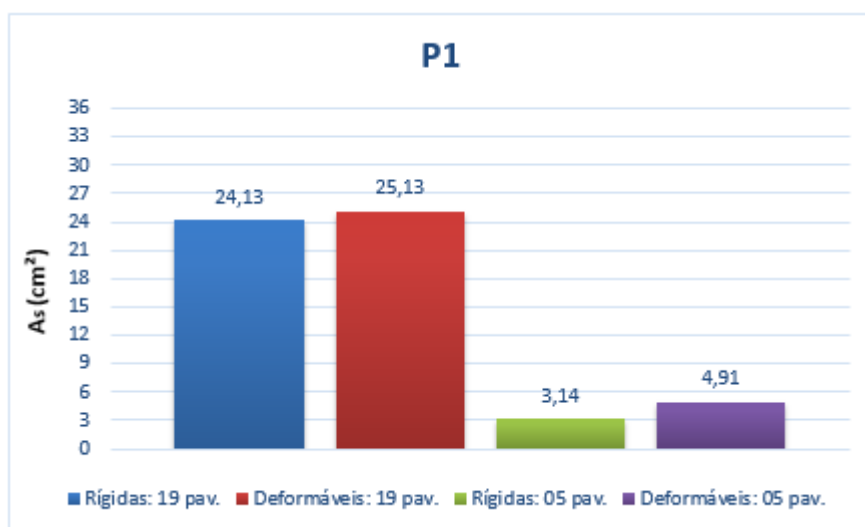
Figura 7.45 – Modelo de Alva e El Debs (2013): momento positivo da viga V2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

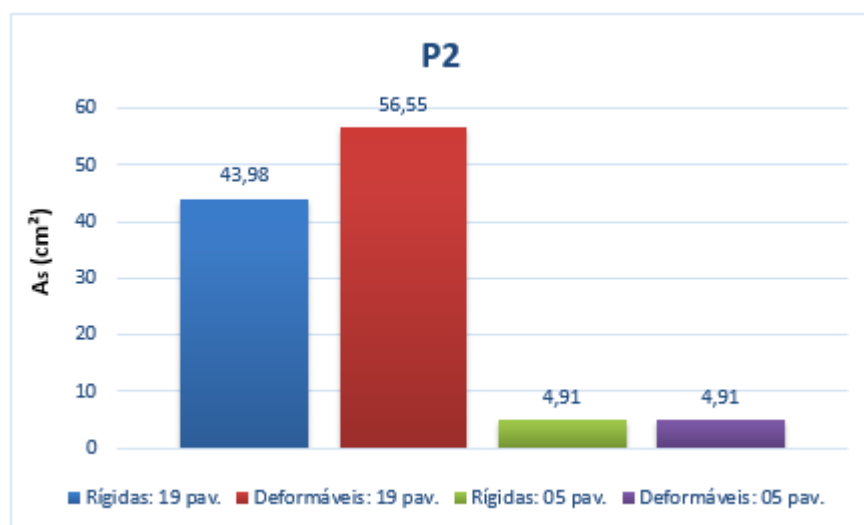
Na Figura 7.46, Figura 7.47 e Figura 7.48 apresentam-se a variação das armaduras longitudinais dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Para a estrutura com 19 pavimentos, nos pilares P1 e P4 houve um aumento de apenas 4% nas armaduras quando se considerou a deformabilidade das ligações. Já para o pilar P2 o aumento foi de 29%. Para a estrutura com 05 pavimentos, quando se considerou a deformabilidade das ligações houve um aumento de armaduras somente para o pilar P1, que foi de 56%.

Figura 7.46 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



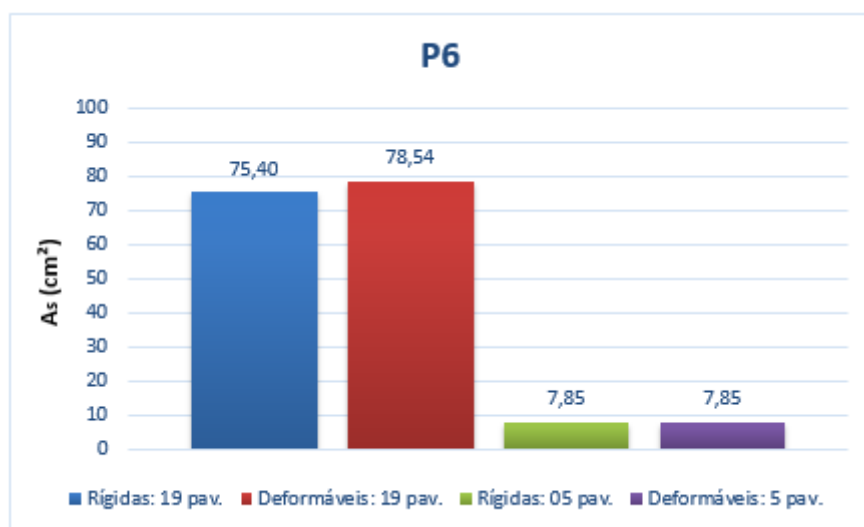
Fonte: A autora.

Figura 7.47 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



Fonte: A autora.

Figura 7.48 - Modelo de Alva e El Debs (2013): armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 05 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

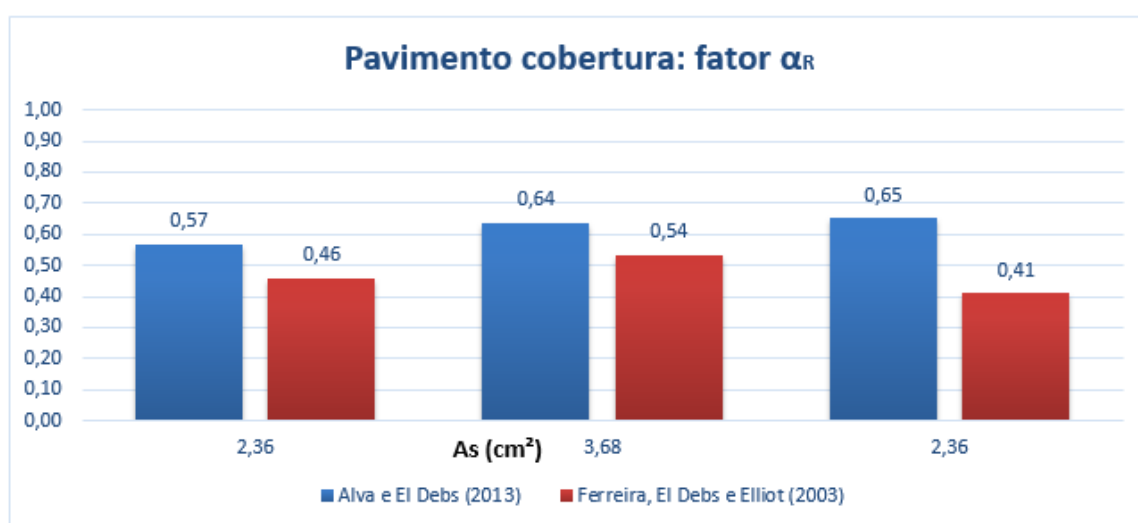


Fonte: A autora.

#### 7.4.3 Comentários sobre os modelos analíticos

Observando os resultados obtidos das simulações numéricas que consideram a deformabilidade das ligações na análise estrutural, pode-se realizar algumas observações em relações aos modelos analíticos. Para facilitar a análise dos modelos, apresentam-se os resultados obtidos nos gráficos comparativos a seguir. Os valores de fator  $\alpha_R$  obtidos para ambos os modelos das ligações do pavimento cobertura são apresentados na Figura 7.49.

Figura 7.49 – Valores de fator  $\alpha_R$  das ligações do pavimento cobertura, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos

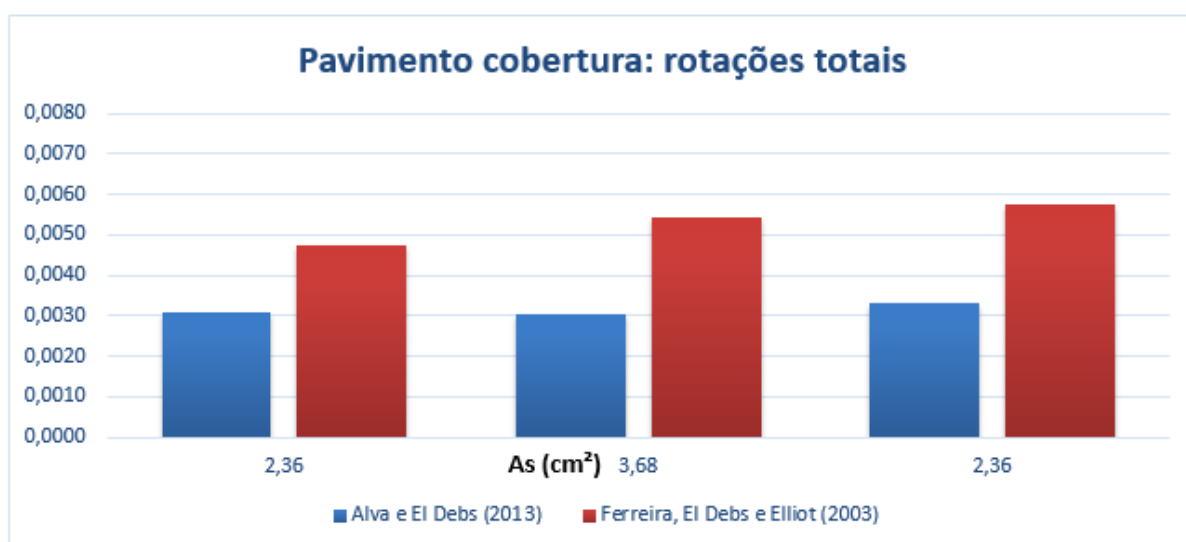


Fonte: A autora.

Os valores de  $\alpha_R$  obtidos pelo modelo de Alva e El Debs (2013) são maiores se comparados aos obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), e a diferença chega a 59%. Visando investigar o motivo disto ocorrer, na Figura 7.50 são apresentadas as rotações totais determinadas em função de cada modelo. Observa-se que as rotações obtidas pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), são maiores se comparadas ao modelo de Alva e El Debs (2013).

Ainda com o intuito de identificar a diferença apresentada pelos modelos, na Figura 7.51 apresentam-se as rotações relacionadas aos mecanismos de deformação do aço, para os dois modelos analíticos, e a Figura 7.52 as rotações relacionadas aos mecanismos de deformação do concreto.

Figura 7.50 – Rotações totais das ligações do pavimento cobertura, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos



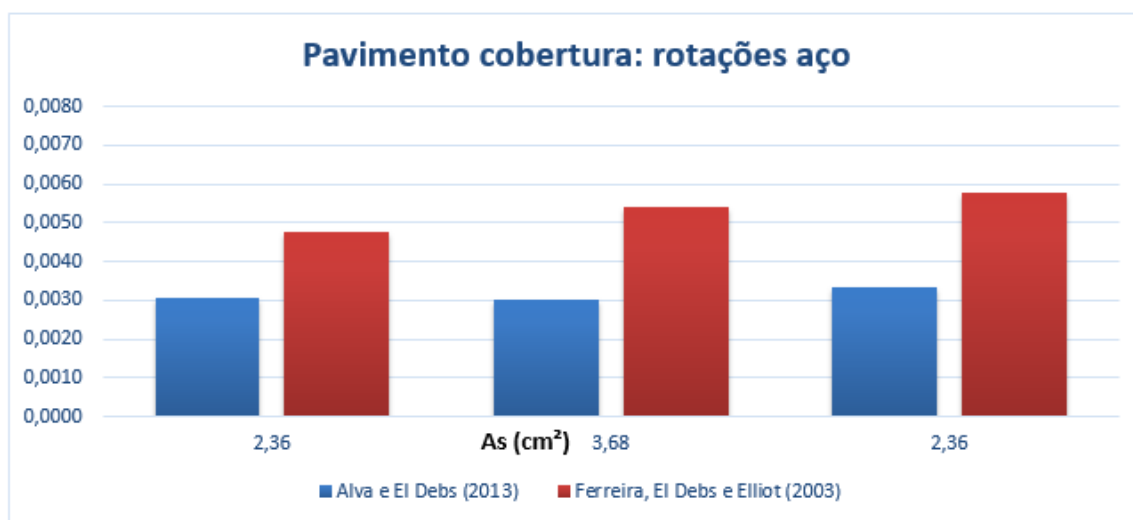
Fonte: A autora.

Observa-se que as rotações relacionadas ao material aço são maiores para o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003). Como este modelo não contempla o deslizamento das armaduras, mas considera o mecanismo de deformação associado ao alongamento da armadura tracionada no interior do pilar, acaba por superestimar as rotações relativas em ligações viga-pilar monolíticas, já que este modelo originalmente foi elaborado para ligações pré-moldadas. O modelo de Alva e El Debs (2013) considera as tensões de aderência da barra para obter-se o deslizamento da armadura no interior do pilar. Como este modelo foi elaborado para ligações

monolíticas de concreto, acaba fazendo previsões de rotações mais próximas à realidade, conforme comprovado em resultados experimentais apresentados na validação do modelo.

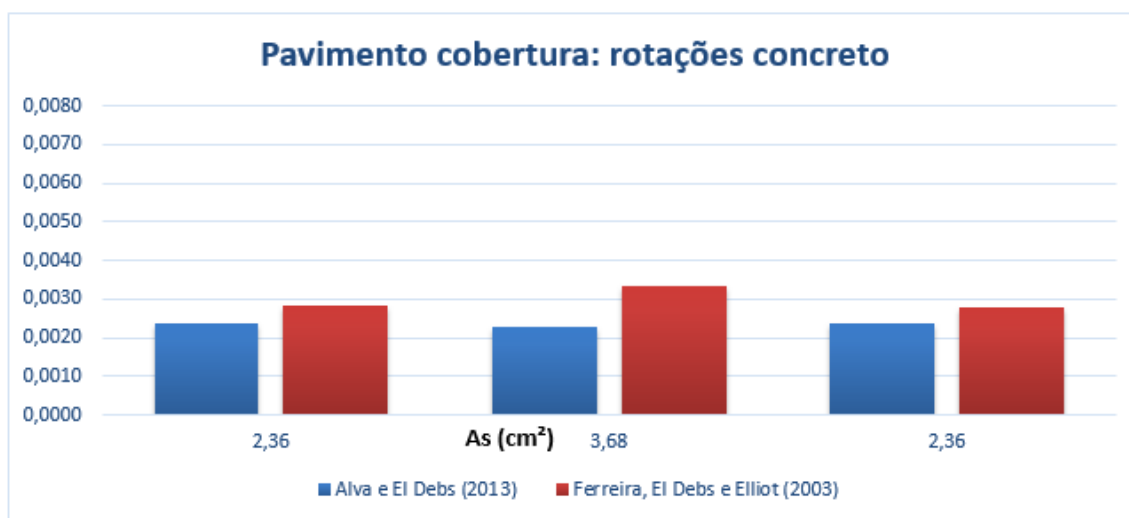
Em relação as deformações relacionadas ao material concreto, o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003) também apresentou rotações maiores. Ao final, a soma das rotações acabou conferindo uma maior liberdade de giro do nó, o que provocou uma menor capacidade de restrição da ligação e um menor valor de  $\alpha_R$ , tendo como consequência a obtenção de ligações menos rígidas para este modelo.

Figura 7.51 – Rotações associadas aos mecanismos de deformação do aço das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos



Fonte: A autora.

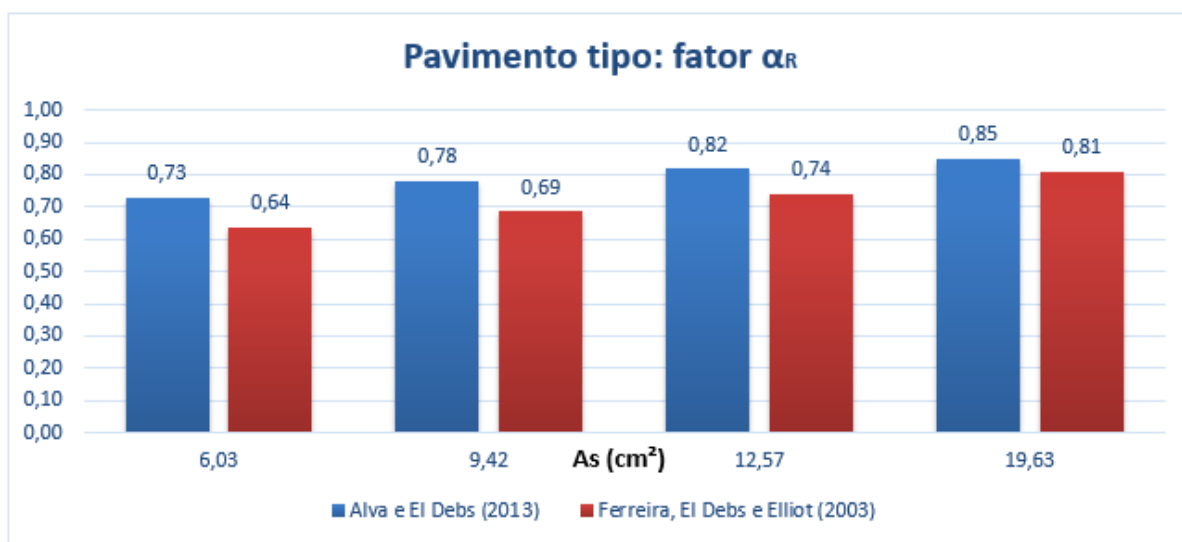
Figura 7.52 – Rotações associadas aos mecanismos de deformação do concreto das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos



Fonte: A autora.

A seguir apresentam-se os mesmos resultados comparativos para o pavimento tipo. Observando a Figura 7.53, verifica-se que a diferença entre os modelos é menor para as ligações do pavimento tipo, chegando até 14%. Conforme foi verificado no Capítulo 5 deste trabalho, com o aumento da taxa de armadura existe uma tendência de se obterem resultados mais próximos entre os dois modelos analíticos. Como as ligações do pavimento tipo possuem uma maior taxa de armadura, esta pode ser a razão da diferença ter sido menor. Além disso, nas ligações do pavimento cobertura, a interrupção do pilar proporciona uma menor restrição ao giro nas ligações.

Figura 7.53 – Valores de fator  $\alpha_R$  das ligações do pavimento tipo, em função da armadura negativa da ligação, para os dois modelos analíticos



Fonte: A autora.



# CAPÍTULO 8

# CONCLUSÕES

## 8.1 Conclusões gerais

Este trabalho analisou a influência da rigidez das ligações viga-pilar monolíticas em estruturas de concreto armado no comportamento estrutural de edificações de múltiplos pavimentos. Inicialmente realizaram-se simulações numéricas no programa CAD/TQS® variando o fator  $\alpha_R$  das ligações viga-pilar e observando os impactos na redistribuição de esforços e na estabilidade global da estrutura.

Nesta etapa verificou-se que a influência da rigidez das ligações é existente tanto em edificações altas como em edificações baixas. Nas edificações com maiores alturas esta influência é mais evidente, ocasionando maiores variações nos deslocamentos e no coeficiente  $\gamma_z$  da estrutura, nos momentos positivos das vigas, e também, nas armaduras longitudinais dos pilares.

Para os valores de fator  $\alpha_R$  que representam ligações semirrígidas com restrição alta e média, conforme classificação de Ferreira *et al.* (2005), os aumentos percentuais que ocorreram nos

parâmetros de estabilidade global foram mais críticos em comparação às ligações perfeitamente rígidas. Isto justifica a limitação de redução de momentos fletores visando condições de ductilidade feita pela ABNT NBR 6118:2014.

Observou-se também a influência da seção transversal dos pilares na interpretação dos resultados, pois a rigidez dos pilares está intimamente ligada aos valores de estabilidade global, e também, de armaduras longitudinais dos pilares. A escolha de seções mais rígidas nas análises pode causar conclusões errôneas em relação a influência da rigidez das ligações no comportamento estrutural.

Na etapa seguinte, realizou-se uma verificação no comportamento estrutural calculando-se uma mesma edificação com 19 pavimentos e, também, com 05 pavimentos. Na análise estrutural, primeiramente foram consideradas ligações rígidas ( $\alpha_R = 1,0$ ), como é o padrão inicial dos programas computacionais, e, em seguida, calculou-se a estrutura com a rigidez que de fato ocorrerá nas ligações viga-pilar. Este processo foi feito para os dois modelos analíticos escolhidos para este trabalho, e também, foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos pelos dois modelos.

De acordo com os resultados obtidos pelos métodos analíticos utilizados, observou-se que a consideração da deformabilidade das ligações pode divergir muito da condição inicial de ligações rígidas, pois obteve-se ligações com fator  $\alpha_R$  até 50% menor para os edifícios analisados neste trabalho. Verificou-se também que as ligações da cobertura possuem rigidez inferior as ligações do pavimento tipo, fator que pode estar relacionado às menores taxas de armadura que as vigas da cobertura apresentam. Além disso, a interrupção do pilar no pavimento cobertura fornece menor restrição à rotações nas ligações.

A existência de ligações menos rígidas, ou seja, com maior capacidade de rotação, tem como consequência situações mais críticas para a estabilidade global da estrutura. A redistribuição de esforços que ocorreu quando se considerou a deformabilidade das ligações evidenciou a necessidade de uma avaliação mais criteriosa em relação ao comportamento das ligações viga-pilar nos projetos de estrutura de concreto armado. No geral, os aumentos ocorridos nos parâmetros de estabilidade global, nas armaduras de pilares e nos momentos positivos de vigas, podem colocar em risco a segurança estrutural se não for considerada a influência da deformabilidade das ligações na análise de estruturas monolíticas de concreto.

Observa-se na literatura técnica, conforme Araújo (2009), a indicação de projetar ligações mais rígidas visando reduzir as rotações adicionais existentes nas ligações viga-pilar. Contudo, os resultados desta pesquisa sugerem que esta análise deve ser feita de maneira criteriosa, e não apenas provocando um aumento de rigidez aleatório nos nós da estrutura.

Para os resultados obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003), as ligações da cobertura classificadas como ligações semirrígidas com restrição média, as ligações do pavimento tipo classificadas como ligações semirrígidas com restrição média e alta. Já para o modelo de Alva e El Debs (2013), as ligações do pavimento cobertura foram classificadas como ligações semirrígidas com restrição média, e as ligações do pavimento tipo como ligações semirrígidas com restrição alta.

Em relação aos modelos analíticos utilizados neste trabalho, observou-se que o modelo de Alva e El Debs (2013) resulta em valores mais rígidos das ligações em comparação ao modelo de Ferreira, El Debs e Elliot (2003). Fazendo-se uma discriminação nos valores das rotações obtidas por cada modelo, identificou-se que o modelo de Ferreira El Debs e Elliot (2003) apresenta valores maiores para as rotações da ligação, tanto para os mecanismos de deformação do aço, quanto para os mecanismos de deformação do concreto. Como este modelo considera o alongamento das barras de aço que pode ocorrer em estruturas de concreto pré-moldado, as previsões de rotações relacionadas ao material aço para ligações monolíticas em concreto armado foram conservadoras. O modelo de Alva e El Debs (2013) determina estas rotações por meio do deslizamento das armaduras, apresentando valores mais próximos aos resultados experimentais.

Os modelos analíticos utilizados para determinar a rigidez das ligações viga-pilar em estruturas monolíticas de concreto armado foram desenvolvidos para nós de pórtico, ou seja, ligações sem a presença de lajes. A existência da laje poderá provocar um comportamento da ligação viga-pilar que difere das considerações feitas em modelos para nós de pórtico. A laje poderá ocasionar um acréscimo de rigidez na ligação, além de reduzir a fissuração na viga, o que não é contemplado nos modelos utilizados nesta pesquisa.

Apesar das ligações viga-pilar em concreto armado serem tratadas comumente como rígidas, resultados experimentais já comprovaram a existência de rotações relativas nestas ligações. Ao se determinar a rigidez destas ligações utilizando-se modelos analíticos para nós de pórtico, observa-se valores de rigidez bem inferiores da condição de ligações rígidas. A existência de uma rigidez menor nas ligações viga-pilar provoca uma redistribuição de esforços em toda a

estrutura, resultando em valores mais críticos para os parâmetros de estabilidade global, momentos positivos das vigas e armaduras longitudinais dos pilares. Além disso, existem ferramentas nos programas computacionais que consideram tal influência, sobretudo no software CAD/TQS®. Cabe ao engenheiro calculista utilizar esta opção para considerar a rigidez das ligações na análise estrutural.

Tendo em vista os resultados obtidos nessa pesquisa, recomenda-se que a rigidez das ligações viga-pilar seja analisada mesmo em projetos de estruturas de concreto armado moldado no local. A consideração da deformabilidade das ligações resulta em análises estruturais mais fiéis à realidade do comportamento da estrutura, além de conferir uma maior segurança estrutural.

## 8.2 Sugestões para pesquisas futuras

Com base nos resultados apresentados ao longo desse trabalho, listam-se algumas sugestões para trabalhos futuros.

- Desenvolvimento de modelos analíticos de nós de pórtico que contemplem a existência da laje;
- Expansão dos modelos analíticos utilizados neste trabalho para ligações viga-pilar da cobertura, ou seja, com interrupção do pilar;
- Verificação da influência das dimensões das seções transversais dos pilares para outros intervalos de variação, buscando identificar a partir de qual área de concreto a influência valores de armaduras longitudinais, e também, nos parâmetros de estabilidade global;
- Realização de novas simulações numéricas limitando-se o número de combinações para estado limite último;
- Análises em plantas arquitetônicas que levam em conta outras variáveis a serem estudadas, como a assimetria na arquitetura, a existência de vigas de transição, e também, a existência de núcleos de rigidez como contraventamento;
- A consideração da interação solo-estrutura por meio de bases elásticas visando complementar à influência da rigidez das ligações viga-pilar no modelo de análise estrutural.

## REFERÊNCIAS

- ALVA, G. M. S. *Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas*. 2004. 218p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.
- ALVA, G. M. S.; EL DEBS, A. L. H. C. Moment-rotation relationship of RC beam-column connections: Experimental tests and analytical model. *Engineering Structures*, v. 56, p. 1427-1438, 2013.
- ALVA, G. M. S.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, A. L. H. C. Engastamento parcial de ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 2, n. 4, p.356-379, 2009.
- ARAÚJO, D. L.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K. *Estabilidade global de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado: influência da plastificação da ligação*. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 3, n. 2, p. 85-102, 2006.
- ARAÚJO, J. M. *Projeto estrutural de edifícios de concreto armado*. Rio Grande: Dunas, 2009.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro: ABNT, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123: *Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro: ABNT, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: *Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.

BOROSNYOI, A.; BALÁZS, G. L. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete*, v.6, p.53-62, 2005.

CAD/TQS® PLENA: *Software CAD para cálculo estrutural de concreto*. Disponível em <<http://www.tqs.com.br/produtos-e-solucoes/sistemas-em-conjunto/cadtqs-plena-software-projeto-concreto-armado>>. Acesso em: 10 dezembro 2015.

CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2003*. São Carlos: UFSCar, 2007.

COTTA, I. F. S. *Desenvolvimento de programa livre para análise de pórticos tridimensionais considerando-se a não linearidade geométrica, fissuração do concreto e ligações semi-rígidas*. 2007. 264 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, 2007.

COTTA, I. F. S.; CARVALHO, R. C.; FERREIRA, M. A.; CATOIA, B.; KATAOKA, M. N. *Considerações teóricas, de projeto, de ensaio e de cálculo de ligações semi-rígidas em estruturas pré-fabricadas de concreto, considerando a fissuração*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 51°. Curitiba: Ibracon, 2009.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATIONS. *EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: general rules and rules of building*. Bruxelas: EUROCODE, 2004.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATIONS. *EUROCODE 3: Design of Steel Structures – Part 1: general rules and rules of building*. Bruxelas: EUROCODE, 2010.

FERREIRA, M. A. *Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em porticos planos de elementos pré-moldados de concreto*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

- FERREIRA, M. A. *Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado*. 1999. 231p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K. *Análise de estrutura pré-moldada com ligações semi-rígidas para múltiplos pavimentos*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCETO, 45°. Vitória: Ibracon, 2003.
- FERREIRA, M. A.; ARAÚJO, D. L.; JEREMIAS Jr, A. C.; CATOIA, B.; KATAOKA, M. N. *Estabilidade global de estruturas pré-moldadas: efeito das ligações semi-rígidas*. In: 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-Moldado. São Carlos, 2005.
- FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOT, K.S. *Determinação teórico-experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto*. V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo: EPUSP, 2003.
- FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: *Colloquium on the CEB-FIP MC 90*. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1991. p. 307-324.
- FUSCO, P. B. *Estruturas de concreto: solicitações normais*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois S. A., 1981.
- FUSCO, P. B. *Fundamentos do projeto estrutural*. São Paulo: McGraw-Hill, 1977.
- KATAOKA, M. N.; CATOIA, B.; FERREIRA, M. A.; CARVALHO, R. C. *Procedimento para projeto de vigas pré-moldadas de concreto armado com ligação viga-pilar semi-rígida*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCETO, 48°. Rio de Janeiro: Ibracon, 2006.
- KIMURA, A. E. *Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais*. São Paulo: Pini, 2007.
- KWAK, H. G.; KIM, S. P. Simplified monotonic moment-curvature relation considering fixed-end rotation and axial force effect. *Engineering Structures*, v. 32, p.69-79, 2010.
- LEONHARDT, F. *Construções de concreto*. Vol. 4. Rio de Janeiro: Interciência Ltda, 1979.
- LIMA, J. S. *Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas*. 2001. 225 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

- MAGNANI, R. *Cálculo e desenho de concreto armado*. Araraquara: RM, 1999.
- MATZENBACHER, C. W. *Aplicação do Método dos Elementos Finitos ao Estudo de Ligações Viga-Pilar em Estruturas de Concreto Armado*. 2011. 122 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.
- MIGLIORE, A. R. J. *Edifício pré-moldado com ligação rígida*. In: 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-Moldado. São Carlos, 2005.
- MIOTTO, A. M. *Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: Análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor*. 2002. 234 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- MONCAYO, W. J. Z. *Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado*. 2011. 221 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.
- MONFORTON, G.R; WU, T.S. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. *Journal of the Structural Division, (ASCE)*, v.89, p.13-42, dezembro de 1963.
- PAULAY, T.; PRIESTLEY, M. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, p. 1-303.
- RAHMAN, A.B.A.; GHAZALI, A. R.; HAMID, Z. A. Comparative study of monolithic and precast concrete beam-to-column connections. *Malaysian Construction Research Journal*, v. 2, n. 1, p 42-57, 2008.
- SANTOS, G. S.; NICÁCIO, W. G.; LIMA, A. W.; MELO, G. S. S. A. Sistema de reforço à punção de lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC). *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 7, n. 4, p.592-625, 2014.
- SEZEN, H.; MOEHLE, J. P. *Bond-slip behaviour of reinforced concrete members*. In: Fib-Symposium (CEB-FIP) – Concrete Structures in Seismic Regions. Athens, 2003.
- SOROUSHIAN, P.; OBASEKI, K.; NAGI, M., ROJAS, M. C. Pullout behavior of hooked bars in exterior beam-column connections. *ACI Structural Journal*, v. 85, n. 3, p.269-276, 1988.
- SÜSSEKIND, J. C. (1980). *Curso de concreto: concreto armado*. v.1. Porto Alegre: Globo, 1980.



---

TQS INFORMÁTICA. *CAD/TQS® – Manual III: Análise Estrutural*. v.3. São Paulo: TQS Informática, 2015.

XU, L. Geometrical stiffness and sensitivity matrices for optimization of semi-rigid steel frameworks. *Structural Optimization*, v. 5, p. 95-99, 1992.