



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

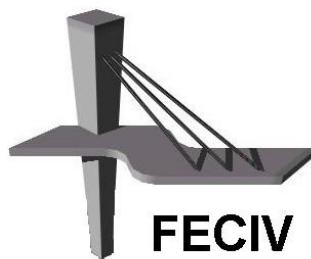


PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Nº 115

**ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DO  
COMPORTAMENTO DE PAINÉIS DUPLOS  
TRELIÇADOS PREENCHIDOS COM CONCRETO  
MOLDADO NO LOCAL**



FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**

**FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**Benício de Moraes Lacerda**

**ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DO  
COMPORTAMENTO DE PAINÉIS DUPLOS TRELIÇADOS  
PREENCHIDOS COM CONCRETO MOLDADO NO LOCAL**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

**Orientador: Profa. Dra. Maria Cristina Vidigal de Lima**

**Co-Orientador: Profa. Dra. Vanessa Cristina de Castilho**

Uberlândia

2013



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



**ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO DO PROGRAMA  
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

ATA Nº: 115/2013

**CANDIDATO:** Benício de Morais Lacerda

**ORIENTADORA:** Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima

**TÍTULO:** "Estudo numérico e experimental do comportamento de painéis duplos treliçados preenchidos com concreto moldado no local"

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:** Estruturas e Construção Civil

**LINHA DE PESQUISA:** Estruturas

**DATA DA DEFESA:** 19 de agosto de 2013

**LOCAL:** Sala de Projeções Prof. Celso Franco de Gouvêa da FECIV

**HORÁRIO DE INÍCIO E TÉRMINO DA DEFESA:** 14h - 17h

Após avaliação do documento escrito, da exposição oral e das respostas às arguições, os membros da Banca Examinadora decidem que o candidato foi:

APROVADO

REPROVADO

OBS:

O texto será objeto de revisão para a versão definitiva.

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que está assinada pelos membros da Banca:

Professora Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Cristina Vidigal de Lima - FECIV/UFU

Membro externo: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs - USP/EESC

Membro: Prof. Dr. Francisco Antonio Romero Gesualdo - FECIV/UFU

Uberlândia, 19 de agosto de 2013.

*A Deus, por ter me dado força,  
paz, sabedoria e inteligência.  
Aos meus pais, pelo amor,  
exemplo de vida e educação.*

# **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pelo dom da vida, por me conceder sabedoria e inteligência necessária à realização desse trabalho.

Aos meus pais, pelo total apoio e incentivo para a concretização da pesquisa estando sempre ao meu lado.

À CAPES, pela bolsa de mestrado concedida para a realização dessa pesquisa.

À Premon Indústria de Pré-Moldados, pelo apoio à pesquisa e fornecimento dos painéis duplos treliçado pré-moldados de concreto.

À minha orientadora, professora Maria Cristina, pelas ideias, incentivo e grande envolvimento na pesquisa.

À minha co-orientadora Vanessa Cristina e ao professor Francisco Gesualdo, por ter me ajudado durante à realização dos ensaios e fornecido informações importantes para a realização da modelagem numérica no ANSYS.

Aos meus amigos Mário Sérgio Samora, Mohammed Adel, Ângela Arruda, Cristiane Pires, Thiago Ribeiro e Monise Ramos, pelo incentivo e apoio necessário para a conclusão da pesquisa.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia Civil, secretaria, técnicos pela colaboração direta ou indireta à realização desse trabalho.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Civil por fornecerem a estrutura necessária à realização dessa pesquisa.

**LACERDA, B. M.** *Estudo numérico e experimental do comportamento de painéis duplos treliçados preenchidos com concreto moldado no local.* Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2013. 180 p.

## Resumo

Diante do amplo cenário de crescimento do setor da construção civil, novos processos construtivos estão sendo empregados para obras de pequeno e médio porte, como é o caso de sistemas formados por painéis duplos treliçados pré-moldados de concreto preenchidos com concreto moldado no local. Este estudo buscou investigar experimentalmente e numericamente os fatores que interferem na resistência ao cisalhamento da interface entre concretos moldados em diferentes idades. Os modelos foram submetidos ao cisalhamento direto e cisalhamento na flexão. O programa experimental consistiu no ensaio de 26 modelos submetidos ao cisalhamento direto com a largura do concreto de preenchimento variando de 7 cm, 9 cm e 13 cm, possuindo interfaces lisas e rugosas além, de diferentes resistências à compressão do concreto de preenchimento. Também foram ensaiadas duas vigas de 3 m de comprimento sob cisalhamento na flexão. Na modelagem numérica foram utilizados elementos finitos sólidos, elementos de barras e elementos de contato com análise não linear física dos materiais envolvidos. Os resultados do estudo do comportamento dos modelos sob cisalhamento direto mostraram que a presença da armadura que cruza a interface, a resistência à compressão dos concretos envolvidos, a rugosidade e a menor relação entre a largura da região de preenchimento de concreto e da região de concreto pré-moldado melhoram o comportamento do elemento estrutural. Em geral, os modelos de interfaces lisas deslizaram na ordem de  $10^{-2}$  mm, enquanto os modelos de superfícies rugosas ficaram na ordem de  $10^{-3}$  mm. Numericamente, houve um ganho na resistência cisalhante de 36,61% ao elevar a resistência à compressão na região de preenchimento do concreto de 20 MPa para 28,4 MPa, para os modelos de interfaces lisas. Quanto à contribuição da armadura, os modelos com treliça e sem estribos resistiram 71 % da força de ruptura dos modelos com todas as armaduras. Esse índice reduziu para 40 % para os modelos com apenas estribos e sem treliça. As vigas sob cisalhamento na flexão se comportaram como modelos monolíticos, sem deslizamento de interface e apresentaram fissuras distribuídas nas regiões de concentrações dos estribos sob grandes deformações.

**Palavras-chave:** modelagem numérica, painéis duplos treliçados, cisalhamento direto, cisalhamento na flexão, análise não linear.

**LACERDA, B. M.** Numerical and experimental study of the behavior of double panels lattice filled with concrete cast in place. Master's Thesis, School of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2013. 180 p.

# Abstract

In front of a large growth scenario in the civil construction industry, new constructive processes are being used for construction of small and medium size structures, as is the case of systems formed by double precast concrete panels lattice filled with concrete cast in place. This study aimed to investigate experimentally and numerically, the factors that affected the shear strength on the interface between concrete cast at different ages. The models were subjected to a direct shear and shear in bending. In experimental program was tested 26 models subject to a direct shear taking into account different widths of concrete filling as 7 cm, 9 cm and 13 cm, with smooth and rough interfaces, as well as different the concrete of compressive strength. Also were tested two beams with 3 m of span under shear in bending. In numerical modeling were used finite solids elements, bar elements and contact elements with physical nonlinear analysis. The models results under direct shear showed that the reinforcement amount which crosses the interface, the concrete compressive strength, the interface surface and a lowest ratio between the widths of the filling region of concrete and precast concrete improves the behavior of the structural element. In general, the models with smooth interface slided in the order of  $10^{-2}$  mm while the rough surfaces models were in the order of  $10^{-3}$  mm. Numerically, there was a gain in the shear strength of 36,61% by increasing the compressive strength of the filling concrete region's of 20 MPa to 28,4 MPa for smooth interface models. The models with truss and without stirrups resisted 71% of the breaking strength of models with all reinforcement. This rate dropped to 40% for the models with stirrups and without truss connection. The beams under shear in bending behaved as the monolithic models without sliding interface and presented cracks distributed in the region of concentrations of the stirrups under large deformations.

**Keywords:** numerical modeling, double panels lattice, direct shear, shear in bending, nonlinear analysis.

# SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

---

## Letras romanas

$A_{sw}$	– área da armadura transversal que atravessa a interface;
$A_s$	– área do aço;
$b_{int}$	– largura da interface;
$N$	– força axial;
$F$	– força externa;
$F_{md}$	– valor médio da força de compressão ou de tração acima da ligação;
$f_{cc}$	– resistência à compressão média do concreto em corpos de prova cilíndrico;
$f_{cd}$	– resistência de cálculo à compressão do concreto;
$f_{ck}$	– resistência característica à compressão do concreto;
$f_{ct}$	– resistência à tração do concreto;
$f_{yd}$	– resistência de cálculo do aço;
$f_y$	– resistência de escoamento do aço;
$I_{com}$	– momento de inércia da seção homogeneizada;
$l_v$	– distância entre pontos de momentos nulos e máximos na peça;
$w$	– distância de separação entre as superfícies ou abertura de fissuras;
$R_c$	– resultante das tensões de compressão;
$R_t$	– resultante das tensões de tração;
$h$	– altura total da peça de concreto;
$z_{c,loc}$	– distância entre a resultante das tensões normais $R_c$ e $R_t$
$S_{c,loc}$	– momento estático em relação ao CG da seção;
$V$	– força cortante;

## Letras gregas

$\beta$	– coeficiente de minoração;
$\delta$	– deslizamento relativo entre superfícies;
$\phi$	– coeficiente de redução de resistência;

$\lambda$	– fator de correção que leva em conta a densidade do concreto;
$\rho_{sw}$	– taxa geométrica da armadura transversal;
$\tau$	– tensão de cisalhamento transmitida pela interface;
$\tau_c$	– tensão de coesão entre as interfaces de concreto
$\tau_{Sd}$	– tensão de cisalhamento solicitante de cálculo;
$\tau_u$	– tensão máxima de cisalhamento;
$\sigma_n$	– tensão normal;
$\mu$	– coeficiente de atrito interno;
$\nu$	– coeficiente relativo à força axial

## Sub-índices gerais

$c$	– concreto; coesão
$d$	– cálculo;
$e$	– efetivo;
$hor$	– horizontal;
$int$	– interface;
$k$	– valor característico;
$loc$	– local;
$n$	– nominal;
$pré$	– pré-moldado;
$s$	– aço; solicitante
$u$	– última;

## Siglas

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas;
ACI – American Concrete Institute;
CEB – Comité Euro-International Du Béton;
FIP – Fédération Internationale De La Précontrainte;
FIB – Fédération Internationale Du Béton;
PCI – Precast Concrete Institute

# SUMÁRIO

---

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....	11
1.1 Considerações preliminares .....	11
1.2 Painéis duplos treliçados .....	12
1.3 Justificativa da pesquisa.....	16
1.4 Objetivos .....	16
 CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	17
2.1 Considerações iniciais.....	17
2.2 Mecanismos de transferência por contato entre superfícies.....	17
2.2.1 Transferência pela armadura transversal à interface .....	19
2.3 Resistência ao cisalhamento na interface entre concretos .....	20
2.3.1 Fatores que influenciam a resistência ao cisalhamento na interface entre concretos .....	22
2.3.2 Classificação da superfície quanto à rugosidade .....	23
2.4 Tensões cisalhantes na interface de elementos fletidos .....	24
2.5 Resistência à tensão cisalhante na interface de elementos fletidos.....	27
2.5.1 Conforme a ABNT NBR 9062:2006.....	27
2.5.2 Conforme o PCI .....	28
2.5.3 Conforme a FIB MC 2010 .....	31
2.6 Modelo de atrito-cisalhamento.....	34
2.7 Estudos sobre transferência e resistência ao cisalhamento .....	36
2.7.1 Ensaios realizados por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969).....	36
2.7.2 Ensaios realizados por Hawkins e Mattock (1972).....	38
2.7.3 Ensaios realizados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989) .....	43
2.7.4 Ensaios realizados por Loov e Patnaik (1994).....	49
2.7.5 Ensaios realizados por Araújo (1997).....	53
2.7.6 Ensaios realizados por Kabir (2005) .....	58
2.7.7 Ensaios realizados por Banayoune <i>et al.</i> (2008) .....	64
2.8 Equações de transferência do esforço de cisalhamento .....	74
 CAPÍTULO 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL.....	77
3.1 Introdução .....	77
3.2 Painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto .....	77
3.3 Painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão .....	80
3.4 Materiais constituintes .....	81
3.4.1 Concreto .....	81
3.4.2 Aço .....	82
3.5 Fôrmas e Concretagem.....	83
3.6 Metodologia de ensaio .....	84
3.6.1 Ensaio dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto.....	84
3.6.2 Comparação entre os resultados experimentais dos modelos sob cisalhamento direto .....	86
3.6.3 Ensaio dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão .....	88
3.6.4 Comparação entre os resultados experimentais dos modelos sob cisalhamento na flexão .....	89

CAPÍTULO 4 – MODELAGEM NUMÉRICA.....	91
4.1 Considerações gerais sobre a modelagem numérica.....	91
4.2 Breve revisão teórica sobre o método dos elementos finitos .....	91
4.3 Conceitos relativos à não linearidade.....	92
4.3.1 Não linearidade física .....	94
4.3.2 Comportamento não linear físico do aço .....	94
4.3.3 Comportamento não linear físico do concreto .....	95
4.4 Elementos finitos utilizados na modelagem numérica.....	97
4.5 Modelos constitutivos para análise não linear física no ANSYS.....	101
4.6 Discretização dos modelos estruturais formados de painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto.....	104
4.7 Considerações sobre a aplicação do carregamento e condições de contorno dos modelos numéricos sob cisalhamento direto .....	106
4.8 Análise dos resultados numéricos dos modelos estruturais formados de painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto .....	108
4.8.1 Influência das condições de contorno na resistência ao cisalhamento direto .....	108
4.8.2 Influência da rugosidade da interface e da resistência do concreto moldado no local na resistência ao cisalhamento direto .....	112
4.8.3 Influência da variação da largura interna da região de preenchimento do CML na resistência ao cisalhamento direto .....	116
4.8.4 Influência do efeito de pino na resistência ao cisalhamento direto.....	119
4.9 Análise de tensões e quadro de fissuração dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto .....	121
4.10 Discretização das vigas formadas por painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão .....	126
4.11 Considerações sobre a aplicação do carregamento e condições de apoio das vigas sob cisalhamento na flexão.....	127
4.12 Análise de tensões e quadro de fissuração das vigas sob cisalhamento na flexão.....	128
CAPÍTULO 5 – ANÁLISES DOS RESULTADOS .....	135
5.1 Introdução .....	135
5.2 Análise dos resultados dos modelos sob cisalhamento direto.....	135
5.3 Resistência ao cisalhamento dos modelos sob cisalhamento direto .....	144
5.4 Força de ruptura e deslizamentos superficiais relativos nas ligações das vigas sob cisalhamento na flexão.....	152
5.5 Resistência ao cisalhamento das vigas sob cisalhamento na flexão .....	153
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....	161
6.1 Considerações finais e Conclusões .....	161
6.2 Sugestões para trabalhos futuros .....	164
Referências .....	165
Apêndice A .....	169

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

### **1.1 Considerações preliminares**

Diante do amplo cenário de crescimento da construção civil no país, observa-se o aumento de pesquisas e inovações tecnológicas de sistemas estruturais para otimização dos processos construtivos.

Um sistema estrutural que está sendo cada vez mais empregado nos projetos de obras de grande e de pequeno porte são as estruturas formadas por componentes pré-moldados de concreto. O uso de elementos pré-moldados tem demonstrado gerar rapidez na execução de obra, diminuição de fôrmas e interação da estrutura com outros tipos de sistemas estruturais.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2007, durante as etapas de construção e de serviço (utilização da edificação) nas estruturas de concreto, devem ser atendidas as exigências que garantem a qualidade estrutural tais como: resistência estrutural, desempenho em serviço e durabilidade das estruturas.

Segundo El Debs (2000), a pré-moldagem em concreto consiste em um processo construtivo em que parte da obra é moldada fora de seu local definitivo de utilização. De acordo com a ABNT NBR 9062:2006, elementos pré-moldados são aqueles previamente moldados fora do local de utilização definitiva da obra. Elementos pré-fabricados são elementos produzidos em escalas industriais com rigoroso controle de qualidade. As principais diferenças entre elementos estruturais de concreto pré-moldado e elementos de concreto moldados no local, segundo El Debs (2000), consistem nas facilidades de manuseio e transporte dos elementos pré-moldados além das facilidades de montagem e execução das ligações destes elementos para formar a estrutura. Essas ligações, de acordo com Migliore Junior (2005), governam os aspectos econômicos da obra por influenciarem na estabilidade da estrutura, além de garantir a sua rigidez.

Segundo Araújo (2002), quando os elementos pré-moldados de concreto são

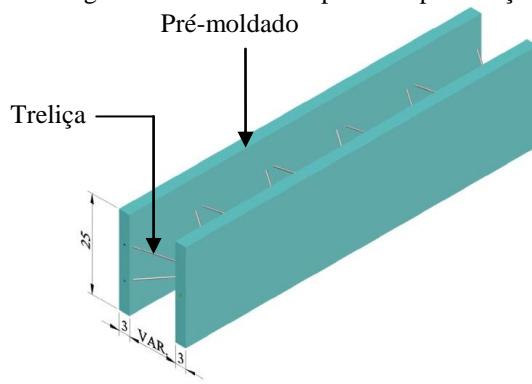
preenchidos com concreto moldado no local, estes elementos recebem o nome de peças compostas (de seção parcial). A ABNT NBR 9062:2006 define elemento estrutural de seção parcial como elementos de concreto interligados por meio de moldagem distinta, e que atua como peça única, submetida a efeitos de ações impostas após a sua solidarização. Um exemplo da utilização de peças compostas pode ser vistas no emprego de pontes, cuja laje da ponte é de concreto moldado no local e suas vigas de sustentação são elementos de concreto pré-moldados.

As peças de seção parcial são utilizadas por reduzirem o consumo de fôrmas e escoramentos e é uma opção para peças com menor peso, viabilizando o transporte na montagem. Recentemente elas estão sendo empregadas no cenário da construção civil como painéis duplos treliçados, foco principal deste trabalho, em obras de pequeno porte. No entanto, embora este trabalho investigue o comportamento desses painéis duplos treliçados, é importante saber que não está restrito somente a esta aplicação e pode ser utilizado em painéis de maiores dimensões. Sabe-se que alguns parâmetros referentes às suas propriedades mecânicas ainda são desconhecidos. Estes parâmetros servem de referencial técnico para a elaboração de um projeto bem sucedido.

## 1.2 Painéis duplos treliçados

O painel duplo treliçado é constituído de duas placas de concreto pré-moldado com espessura da ordem de 3 a 3,5 cm e altura de 25 cm. As placas são interligadas por meio de uma armação treliçada eletrossoldada, cuja distância entre as placas varia conforme a exigência do projeto (Figura 1.1).

Figura 1.1 – Detalhe do painel duplo treliçado  
Pré-moldado



Fonte: Autor

Algumas das vantagens de se utilizar este sistema estrutural em obras, com base na publicação de El Debs (2000) são: maior velocidade de produção da obra; redução no consumo de concreto; diminuição de gasto com armadores e carpinteiros, uma vez que o painel serve como fôrma; redução significativa de madeira e de escoramentos; redução de resíduos gerados durante a etapa construtiva, o que garante maior economia de custos quanto à limpeza da obra. Conforme alguns fabricantes produtores dos painéis treliçados pré-moldados de concreto, a sua montagem pode ser feita pelos próprios trabalhadores da obra.

Porém, os elementos formados por painéis duplos treliçados possuem limitação quanto à forma, por exemplo, o caso de peças curvas e ao tamanho, pelo fato da montagem ser manual, pois, uma peça de maior peso dificultaria o processo.

A ligação dos painéis duplos treliçados é feita com a utilização do concreto moldado no local, por ser uma ligação mais simples de se executar. De acordo com Araújo (2002), deve ser feita uma avaliação quanto ao comportamento dessas ligações, na interface dos concretos, uma vez que, por possuírem características e idades diferentes, podem influenciar no seu comportamento mecânico, como por exemplo, na transferência de esforços de cisalhamentos na interface.

Outro parâmetro que pode influenciar no comportamento mecânico do sistema é a largura entre os painéis, a resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) do concreto moldado no local utilizado para realizar a ligação, além da rugosidade superficial dos painéis pré-moldados.

De acordo com Acker (2002), os fabricantes de elementos pré-moldados adotam uma variação de seções transversais e padronizam as outras dimensões da peça. Esta padronização permite aos projetistas selecionarem qual a peça mais adequada a ser empregada na obra, respeitando limites de comprimento, largura e capacidade de carregamento.

Os painéis pré-moldados apresentam em sua fabricação, espessuras fixas, porém, a altura e a sua largura apresentam dimensões variadas. A concretagem de cada uma das

faces dos painéis duplos ocorre em um intervalo de 24 horas após a concretagem da face anterior.

Para avaliar os benefícios econômicos do emprego desse sistema estrutural, deve ser feito levantamento de custos que envolvem desde o processo de fabricação até o destino final na obra, o que inclui as etapas de transporte e solidarização da peça em seu local definitivo de utilização. De acordo com El Debs (2000), os elementos pré-moldados que são solidarizados por meio do preenchimento de concreto moldado no local, são definidos como elementos pré-moldados de seção parcial.

Os elementos estruturais formados por painéis duplos treliçados de concreto vêm ganhando espaço no setor da construção civil e são comumente empregados em escadas, pontes, cortinas, obras comerciais e residenciais. Esses elementos podem ser designados por: painéis duplos em cortina (Figura 1.2a), pré-pilares (Figura 1.2b), pré-baldrames (Figura 1.2c) e pré-vigas (Figura 1.2d), sendo considerados como elementos de seção parcial. Após a solidarização, o comportamento estrutural é influenciado pela transferência de esforços cisalhantes em sua interface. Com a solidarização do painel duplo treliçado pode ocorrer retração diferencial e fluência no concreto pré-moldado e concreto moldado no local, uma vez que, possuem idades e características diferentes. A aderência entre as superfícies de contato é um parâmetro importante a ser investigado, pois, influencia na transferência de esforços de cisalhamento em sua interface.

Figura 1.2 – Aplicação de painéis duplos em cortinas, pilares baldrames e pilares

a) Painéis duplos em cortina



c) Pré-baldrames



b) Pré-pilares



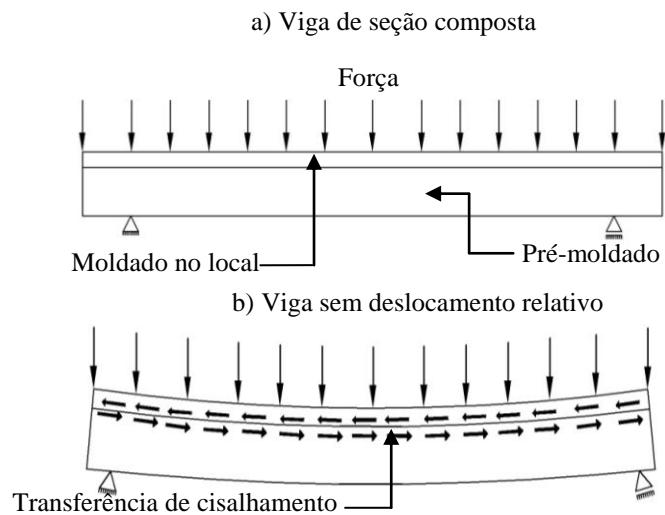
d) Pré-vigas



Fonte: Autor

De acordo com El Debs (2000), uma seção é considerada composta (Figura 1.3), no caso de não ocorrer deslizamentos relativos entre as peças na superfície da interface.

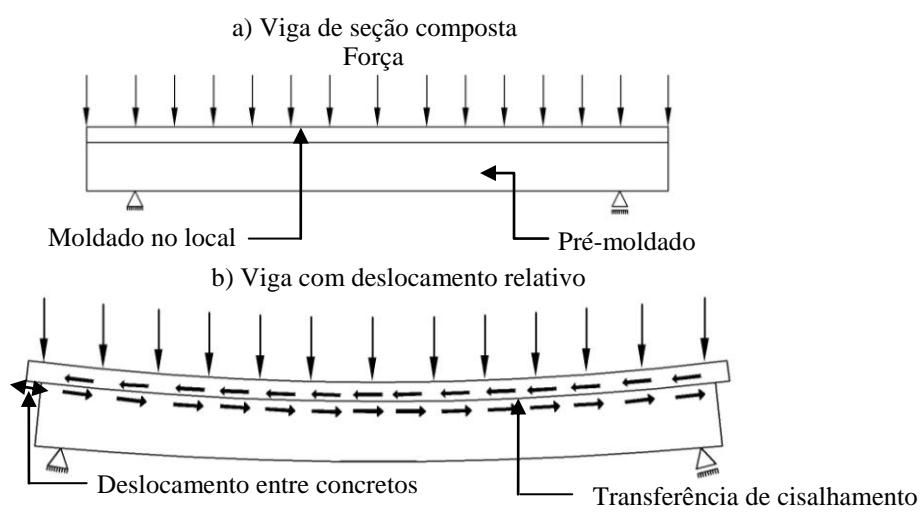
Figura 1.3 – Transferência de cisalhamento horizontal na interface da seção composta sem deslocamento



Fonte: Adaptado de El Debs (2000)

Caso haja deslocamento relativo da viga (Figura 1.4), pelo fato dos concretos possuírem características diferentes, o efeito da maior retração do concreto moldado no local colabora para que ocorra deformação ao cisalhamento na interface da ligação. Em ambos os casos, devem ser levados em consideração na análise da seção composta, os diferentes módulos de elasticidades do material.

Figura 1.4 – Transferência de cisalhamento horizontal na interface da seção composta com deslocamento



Fonte: Adaptado de El Debs (2000)

### **1.3 Justificativa da pesquisa**

Apesar dos elementos formados da associação de concreto pré-moldado e concreto moldado no local serem utilizados com frequência nas obras, existem poucos referenciais técnicos quanto ao seu comportamento estrutural. Observa-se que, neste tipo de associação há uma transferência de esforços cisalhantes pela interface e pouco se conhece sobre sua resistência mecânica.

Existem vários trabalhos científicos relacionados ao tema, porém, nestes trabalhos seus estudos baseiam-se no comportamento do cisalhamento direto na interface dos elementos que são constituídos de sistemas estruturais mistos como, por exemplo, lajes de concreto e vigas de aço e estruturas de vigas de concreto moldado no local e lajes pré-moldadas de concreto. No entanto, não existem trabalhos científicos mais detalhados sobre o comportamento estrutural das edificações que utilizam os painéis duplos treliçados. Entende-se que após a análise de comportamento estrutural do objeto em estudo, este trabalho pode oferecer parâmetros importantes ao meio técnico.

### **1.4 Objetivos**

O objetivo geral é estudar o comportamento estrutural de painéis duplos treliçados pré-moldados de concreto por meio de modelagem numérica e análise experimental, a fim de entender se estes componentes comportam-se de forma monolítica.

Os objetivos específicos consistem em:

- a) Analisar a resposta estrutural na interface do painel duplo treliçado preenchido com concreto moldado no local, levando-se em conta, a variação da largura do concreto de preenchimento, a resistência à compressão dos concretos e a rugosidade na interface da ligação;
- b) Avaliar o comportamento mecânico de duas vigas formadas por painel duplo treliçado pré-moldado de concreto preenchido com concreto moldado no local submetidas à flexão.

# **CAPÍTULO 2**

## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Considerações iniciais**

Este capítulo apresenta, de forma resumida, o fenômeno de transferência de esforço cisalhante em interfaces de concreto armado, suas propriedades mecânicas e classificação das superfícies de contato. Em seguida, é apresentado o mecanismo de resistência de tensões de cisalhamentos em elementos fletidos. Ao final, são mostrados resultados de trabalhos experimentais sobre cisalhamento direto em peças de concreto armado tais como blocos, vigas e painéis sanduíches, além de equações relativas à transferência do esforço cisalhante.

### **2.2 Mecanismos de transferência por contato entre superfícies**

A transferência do esforço cisalhante na superfície de contato entre dois materiais de concreto ocorre pela aderência e pode ser dividida em:

- a) Aderência por adesão

Trata-se do primeiro mecanismo a ser mobilizado na interface entre as peças de concreto quando há esforço cortante. Este mecanismo depende do tipo de superfície: lisa ou rugosa.

Nas estruturas de vigas de concreto armado, Leonhardt e Mönnig (2008) explicam que a aderência por adesão ocorre devido à interação entre o aço e a nata de cimento por uma ação de colagem. Essa interação depende da rugosidade e da limpeza da superfície das armaduras.

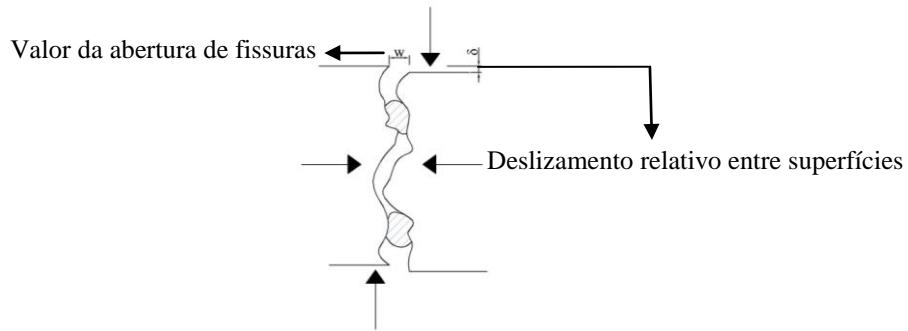
- b) Aderência por atrito

Após o rompimento do mecanismo de adesão, a resistência da interface da peça pode ser garantida pelo atrito existente entre as superfícies de contato. Isto ocorre quando há um deslizamento pequeno na interface da peça devido à existência de tensões

transversais. Essas tensões transversais surgem devido à aplicação de pressões entre os materiais (Figura 2.1).

De acordo com Leonhardt e Mönnig (2008), as pressões nas peças de concreto armado podem ocorrer devido às forças externas, pela retração ou pela expansão do concreto na peça. O coeficiente de atrito  $\mu$  pode variar de 0,3 a 0,6 dependendo da rugosidade superficial do aço. Essa parcela de transferência de esforços na interface por atrito é diretamente influenciada pela rugosidade da superfície. Dessa forma, a rugosidade é um fator importante a ser considerado na resistência por atrito.

Figura 2.1 – Transferência por atrito

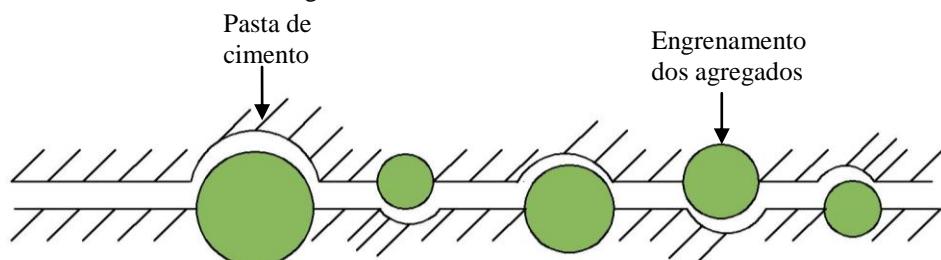


Fonte: Adaptado de Risso (2008)

c) Aderência por ação mecânica

A transferência de esforços por ação mecânica ocorre quando há deslizamentos relativos entre duas superfícies de contato. Esta forma de transferência ocorre por meio do engrenamento mecânico e que forma um “dente”, quando esses deslizamentos são solicitados ao cisalhamento. Nas superfícies rugosas o engrenamento mecânico é garantido pelo agregado graúdo que atravessa essa interface conforme mostra a Figura 2.2.

Figura 2.2 – Transferência mecânica



Fonte: Adaptado de Risso (2008)

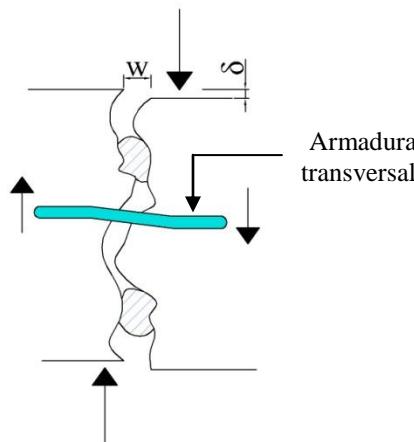
Em resumo, ao efetuar a ligação entre concretos, a aderência por adesão é o primeiro mecanismo de resistência que aparece nas superfícies de contatos. À medida que a solicitação na estrutura se eleva, ocorre um aumento do esforço cortante, que pode gerar fissuras na interface de contato seguido de um deslizamento relativo. A partir desse momento, a transferência de esforços é garantida pela ação do atrito e pela ação mecânica.

### 2.2.1 Transferência pela armadura transversal à interface

Quando ocorre um deslizamento em uma superfície estando em contato, a armadura transversal, existente na interface, colabora na transferência de tensões de cisalhamento por efeito de pino. Segundo Araújo (2002), a resistência por ação do pino devida à armadura transversal, geralmente, apresenta valores muito inferiores às parcelas de atrito e ação mecânica. Essa armadura transversal tem a função de aumentar a resistência por atrito entre as superfícies quando aplicada uma força normal à interface.

Se a superfície for rugosa, poderá ocorrer um afastamento transversal que somado ao deslizamento entre as superfícies pode provocar um alongamento da armadura (Figura 2.3). Ao ocorrer este processo, a resistência por atrito entre as superfícies de contato aumenta devido à reação da armadura, criando-se uma tensão normal de compressão na interface.

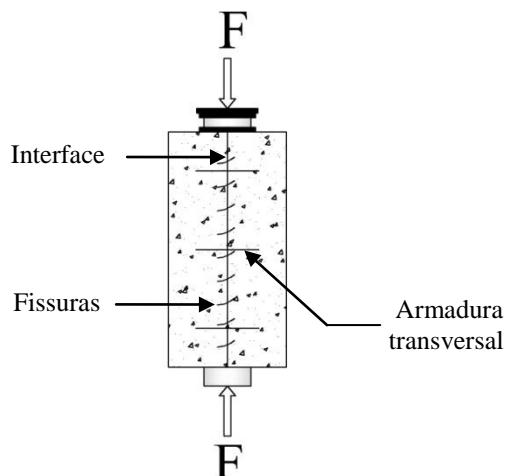
Figura 2.3 – Aumento da resistência por atrito pela colaboração da armadura transversal



Fonte: Adaptado de Risso (2008)

Araújo (2002) explica que deve ser definida claramente uma interface para peças de concreto com alta concentração de armaduras normais ao plano da interface e submetidas a esforços tangenciais. Caso não haja essa preocupação, inúmeras fissuras inclinadas ao plano de cisalhamento serão formadas (Figura 2.4).

Figura 2.4 – Ruptura na interface do concreto pelo esmagamento das bielas de compressão



Fonte: Adaptado de Araújo (2002)

## 2.3 Resistência ao cisalhamento na interface entre concretos

Os primeiros estudos sobre a resistência ao cisalhamento na interface entre concretos foram realizados entre vigas pré-moldadas e lajes moldadas no local. Estes estudos foram baseados nas pesquisas de Hanson (1960), além de ensaios de compressão realizados por Kriz e Raths (1965), Birkeland e Birkeland (1966), Mast (1968) e Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969).

Walraven e Reinhardt (1981) realizaram extensivas análises estatísticas de resultados de ensaios de compressão e estudaram a influência do engrenamento dos agregados na resistência ao cisalhamento em interfaces de concreto. Foram sugeridas equações que fornecessem bons ajustes sobre a transferência do esforço cisalhante, porém, não foram convenientes para serem aplicadas em projetos estruturais.

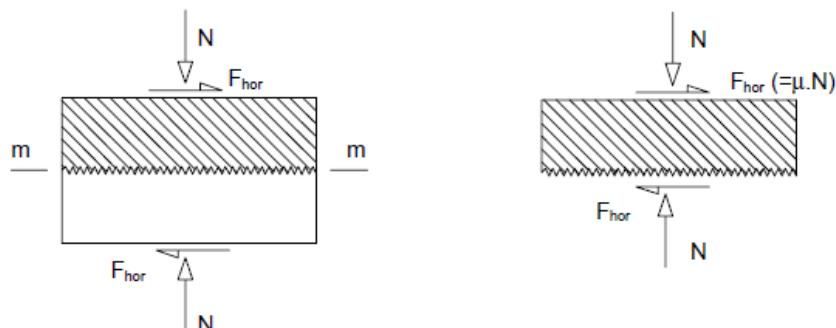
Hsu, Mau e Chen (1987) sugeriram uma equação simplificada que poderia ser empregada em projetos estruturais, após estudarem um modelo para a transferência de cisalhamento em planos sem fissuração prévia. Esse modelo foi baseado na teoria de

biela e tirante de corpos de prova submetidos à tensão de cisalhamento direto. Foi considerado que no plano não inicialmente fissurado existiram campos de tensões uniformes de tração e de compressão. A ruptura por cortante ocorreu após a formação de fissuras inclinadas em relação a esse plano.

A resistência ao cisalhamento varia diretamente com a quantidade de armaduras que atravessam a interface. Equações parabólicas referentes à transferência do esforço cisalhante na interface foram sugeridas por Loov e Patnaik (1994) baseado no relatório de Shaikh (1978).

Para explicar o mecanismo de transferência de esforço de cisalhamento na interface, Araújo (2002) descreveu que ao aplicar uma pressão externa no elemento estrutural, surgem forças horizontais paralelas ( $F_{hor}$ ) às interfaces. Essas interfaces deslizam umas em relação às outras e, dessa forma, provoca tração na armadura transversal. A resistência dessa interface foi avaliada pelo produto dessa força normal por um coeficiente de atrito interno ( $\mu$ ) aparente, conforme mostrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Mecanismos resistentes à interface de concreto



Fonte: Araújo (2002)

Existem fatores que influenciam na resistência ao esforço de cisalhamento, tais como: resistência do concreto, aderência por superfície de contato, rugosidade da superfície de contato, dentes de cisalhamento, armadura que cruza a interface, tensão normal à interface e ação cíclica.

### **2.3.1 Fatores que influenciam a resistência ao cisalhamento na interface entre concretos**

Com base em El Debs (2000), Risso (2008) e Sahb (2008) os principais fatores que influenciam a resistência ao cisalhamento da interface entre dois concretos são:

a) Resistência do concreto

O aumento da resistência dos concretos em contato resulta em maior resistência da interface ao cisalhamento. Sabe-se que em uma peça composta por concretos de diferentes idades, a resistência da interface é governada pelo concreto de menor resistência característica ( $f_{ck}$ ).

b) Aderência da superfície de contato

Peças que apresentam aderência na superfície de contato podem possuir um comportamento idêntico a de um elemento monolítico. A resistência ao cortante sofre uma redução significativa, caso não haja aderência na superfície de contato e, dessa forma, o deslizamento da interface ocorre a partir do início do carregamento.

c) Rugosidade da superfície de contato

Uma superfície rugosa pode apresentar maior resistência ao deslizamento na interface do que uma superfície lisa. Isto ocorre devido à presença de irregularidades na superfície de contato, o que dificulta o deslizamento. Existem também a possibilidade da execução de chaves de cisalhamento na interface dos materiais. Essas chaves apresentam funções semelhantes ao de superfícies rugosas, sendo que a diferença está na transmissão de cortante nas regiões dos dentes.

d) Armadura que cruza a interface

Para estados limites últimos, a resistência da interface é influenciada pela taxa de armadura e pela resistência da armadura transversal, pois, a resistência ao atrito pode ser aumentada devido ao efeito do pino. Para baixas taxas de armaduras, haverá pouca contribuição em ganho de resistência ao cisalhamento.

e) Tensão normal à interface

Quando existe tensão normal de compressão, ocorre um aumento de resistência ao cisalhamento por mobilizar a transferência por atrito.

f) Ações cíclicas

Há a redução da resistência ao cisalhamento na ocorrência de alternância de tensões cisalhantes devido às ações repetitivas.

### **2.3.2 Classificação da superfície quanto à rugosidade**

A rugosidade é um dos principais fatores que influencia na resistência ao cisalhamento entre interfaces de concreto. Segundo El Debs (2000), quanto maior for a rugosidade da interface, menor é o deslocamento superficial, pois a área de contato na região entre os concretos é maior.

A ABNT NBR 9062:2006 define rugosidade como saliências e reentrâncias originadas de processos de moldagem do concreto, a fim de criar irregularidades na superfície do elemento. Pode ser medida pela relação entre as alturas das saliências ou reentrâncias e a sua extensão. Possui profundidade mínima de 0,5 cm para cada 3,0 cm de extensão.

A *Fédération Internationale De La Précontrainte* (FIP, 1982) estabelece os seguintes níveis de rugosidades:

Nível 1 – Superfície bastante lisa, obtida do uso de fôrmas metálicas ou de madeira plastificada durante o processo de moldagem;

Nível 2 – Superfície que passou por alisamento chegando a um nível semelhante ao do Nível 1;

Nível 3 – Superfície que foi alisada, porém, apresenta pequenas ondulações devido à presença de finos do agregado na superfície;

Nível 4 – Superfície executada com réguas vibratórias;

Nível 5 – Superfície elaborada por um processo de extrusão;

Nível 6 – Superfície texturizada, cujo concreto em estado fresco passou por um processo de escovamento;

Nível 7 – Superfície com a mesma característica do nível 6, porém, há uma maior intensificação de sua textura;

Nível 8 – Superfície devidamente vibrada sem apresentar superfície lisa ou agregados graúdos expostos;

Nível 9 – Superfície com agregados graúdos expostos pelo jateamento de água no concreto em estado fresco;

Nível 10 – Superfície intencionalmente rugosa.

Devido à difícil quantificação e aplicação no projeto a cada um desses níveis, El Debs (2000) apresenta a divisão das superfícies nos seguintes casos básicos:

a – Superfície lisa: correspondem aos Níveis 1 e 2;

b – Superfície naturalmente rugosa: correspondem aos Níveis 3 a 6;

c – Superfície intencionalmente rugosa: correspondem aos Níveis 7 a 10.

Como observado, a rugosidade é um fator importante a ser considerado na execução de um projeto bem sucedido, pois influencia diretamente na resistência da interface entre concretos. No entanto, devem ser feitos nos projetos a correta execução de sua interface e definição das tensões de cisalhamento atuantes nessa interface.

## **2.4 Tensões cisalhantes na interface de elementos fletidos**

De acordo com El Debs (2000), para calcular as tensões de cisalhamento na interface em elementos fletidos, pode-se considerar o estado não fissurado (estádio I), ou, o estado fissurado (estádios II e III).

a) Estado não fissurado

Para um material homogêneo no regime elástico-linear (Figura 2.6), a seguinte expressão pode ser utilizada para o cálculo da tensão de cisalhamento:

$$\tau = \frac{V \cdot S_{c,loc}}{I_{com} \cdot b_{int}} \quad (2.1)$$

onde:

$V$ : força cortante na seção;

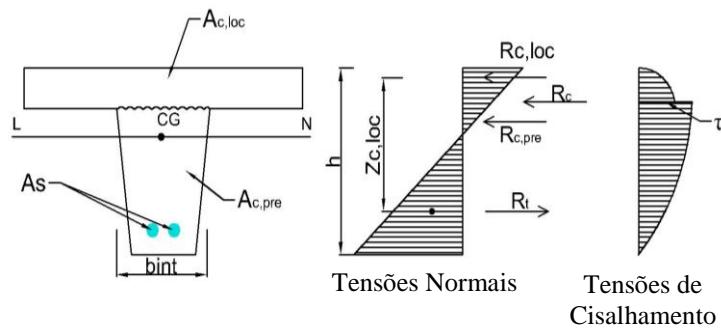
$S_{c,loc}$ : momento estático de  $A_{c,loc}$  em relação ao CG da seção;

$A_{c,loc}$ : área do concreto moldado no local;

$I_{com}$ : momento de inércia da seção homogeneizada, às quais se consideram os diferentes módulos de elasticidades dos concretos;

$b_{int}$ : largura da interface.

Figura 2.6 – Distribuição de tensões na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local no estado não fissurado



Fonte: El Debs (2000)

onde:

$R_{c,loc}$ : resultante das tensões de compressão no concreto moldado no local;

$R_{c,pre}$ : resultante das tensões de compressão no concreto pré-moldado;

$R_c$ : resultante das tensões de compressão;

$R_t$ : resultante das tensões de tração;

$h$ : altura total da peça de concreto;

$Z_{c,loc}$ : distância entre a resultante das tensões normais  $R_c$  e  $R_t$ ;

$A_s$ : área da armadura;

$A_{c,pre}$ : área do concreto pré-moldado;

$A_{c,loc}$ : área do concreto moldado no local.

Fazendo:

$$z_{c,loc} = \frac{I_{com}}{S_{c,loc}} \quad (2.2)$$

Substituindo a Equação (2.2) em (2.1), a tensão de cisalhamento pode ser reescrita por:

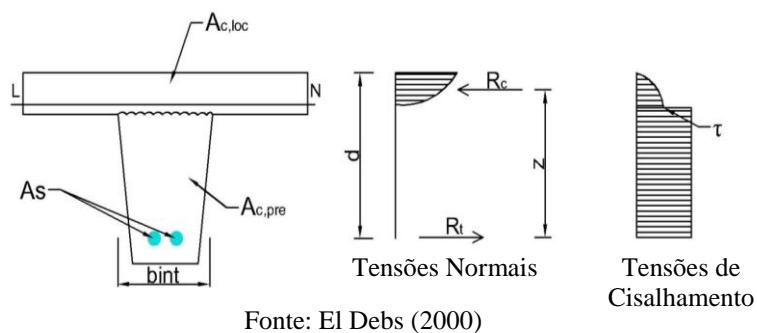
$$\tau = \frac{V}{z_{c,loc} \cdot b_{int}} \quad (2.3)$$

### b) Estado fissurado

Quando a linha neutra situa-se no concreto moldado no local (Figura 2.7), caso em que, as tensões de compressão estão totalmente acima da interface, a tensão de cisalhamento pode ser calculada por:

$$\tau = \frac{V}{z \cdot b_{int}} \quad (2.4)$$

Figura 2.7 – Distribuição de tensões na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local no estado fissurado



Fonte: El Debs (2000)

Segundo El Debs (2000), o parâmetro  $z$  (distância resultante entre as tensões de tração e de compressão do concreto) pode ser estimado em 0,85d a 0,9d, onde d é a distância da borda comprimida do concreto até o centro de gravidade da armadura.

## 2.5 Resistência à tensão cisalhante na interface de elementos fletidos

Os itens a seguir descrevem algumas expressões de normas técnicas aplicadas em elementos estruturais submetidos à flexão.

### 2.5.1 Conforme a ABNT NBR 9062:2006

Para peças compostas ou mistas, a Seção 6.3 da ABNT NBR 9062:2006 descreve que deve ser levado em consideração, o cálculo das tensões existentes na parte pré-moldada antes do endurecimento do concreto no processo de fabricação, as propriedades mecânicas correspondentes à solidarização da peça pelo preenchimento de concreto moldado no local e às propriedades mecânicas do concreto pré-moldado. Outro fator a considerar no cálculo das tensões de cisalhamento é a redistribuição de esforços decorrentes da retração e da fluência, além dos esforços de deslizamento da superfície em contato.

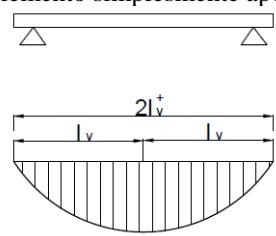
Conforme a ABNT NBR 9062:2006, para calcular a tensão solicitante de cisalhamento na interface, deve ser considerado o valor médio da força  $F_{md}$  de compressão ou de tração acima da ligação, ao longo do comprimento  $l_v$  (Figura 2.8) e a largura de interface  $b_{int}$ :

$$\tau_{sd} = \frac{F_{md}}{l_v \cdot b_{int}} \quad (2.5)$$

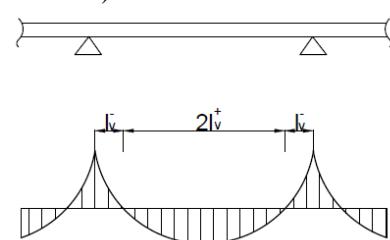
A distância entre os momentos nulos e máximos  $l_v$ , para uma peça com seção de momento negativo, pode ser considerada como um elemento simplesmente apoiado (Figura 2.8a) ou um elemento contínuo (Figura 2.8b).

Figura 2.8 – Distância entre momentos nulos e máximos

a) elemento simplesmente apoiado



b) elemento contínuo



Fonte: PCI (1992) *apud* El Debs (2000)

O valor da tensão de cisalhamento de cálculo da Equação 2.5 deve ser menor ou igual ao valor último da tensão de cisalhamento  $\tau_u$ :

$$\tau_u = \beta_s \cdot \frac{f_{yd} \cdot A_{sw}}{b_{int} \cdot s} + \beta_c \cdot f_{ctd} < 0,25 f_{cd} \quad (2.6)$$

onde:

$f_{yd}$ : resistência de cálculo do aço;

$f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto conforme a ABNT NBR 6118:2007;

$A_{sw}$ : área da armadura que atravessa perpendicularmente à interface;

$b_{int}$ : largura da interface;

$s$ : espaçamento da armadura  $A_s$ ;

$f_{ctd}$ : resistência à tração de cálculo obtido segundo a ABNT NBR 6118:2007, para o menos resistente dos concretos em contato;

$\beta_s$ : coeficiente de minoração aplicado à armadura;

$\beta_c$ : coeficiente de minoração aplicado ao concreto.

A ABNT NBR 9062:2006 considera que o coeficiente de minoração  $\beta$ , aplicado ao concreto e ao aço, é válido para superfície de ligação áspera com rugosidade mínima de 5 mm a cada 30 mm, cujos valores encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1 – Coeficientes de minoração das parcelas resistentes do aço e do concreto

$A_s/b \cdot s$ (%)	$\beta_s$	$\beta_c$
$\leq 0,20$	0	0,3
$\geq 0,50$	0,9	0,6

Fonte: ABNT NBR 9062 (2006)

## 2.5.2 Conforme o PCI

A verificação da resistência ao cisalhamento deve atender a seguinte condição descrita no manual PCI (2004):

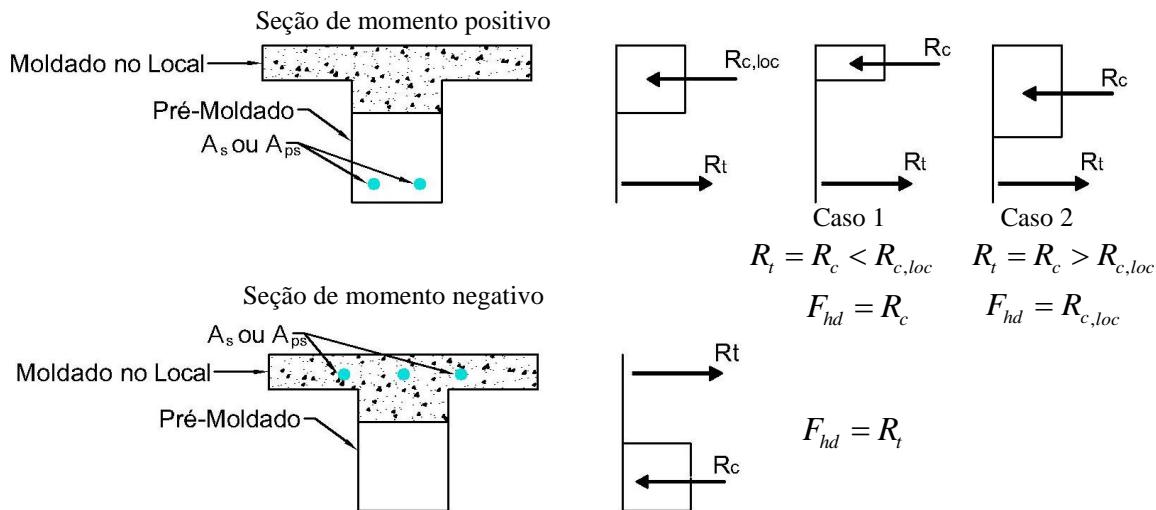
$$F_{hd} \leq F_{hu} \quad (2.7)$$

onde:

$F_{hd}$  : força horizontal solicitante de cálculo, conforme a Figura 2.9;

$F_{hu}$  : força última que atua na interface.

Figura 2.9 – Cisalhamento horizontal em uma seção composta



Fonte: Adaptado do PCI (2004)

$R_t$ : resultante de tração das armaduras;

$R_c$ : resultante de compressão;

$R_{c,loc}$ : resultante de compressão na região do concreto moldado no local, cujo valor é de  $0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_{c,loc}$ ;

$A_{c,loc}$ : área da peça composta pelo concreto moldado no local.

Conforme observado na Figura 2.9, a análise da transferência horizontal de forças cisalhantes na interface deve ser feita nas peças pré-moldadas preenchidas com concreto moldado no local. A superfície de interface deve estar limpa e livre de nata, ou seja, a superfície deve ser lisa. Pode ser necessária, dependendo da magnitude da força de cisalhamento a ser transferida, a construção de uma superfície intencionalmente rugosa. A força horizontal solicitante de cálculo  $F_{hd}$  a ser resistida é a força de compressão, no caso de regiões sujeitas a momentos positivos, ou de tração, no caso de regiões submetidas a momentos negativos.

Existem três casos para a realização do dimensionamento de seções compostas:

Caso 1 – Quando  $F_{hd} \leq 0,56 \cdot b_{int} \cdot l_v$  (tensão de 0,56 MPa)

onde:

$b_{int}$ : largura da superfície de interface;

$l_v$ : comprimento horizontal mostrado na Figura 2.8.

Neste caso, se a superfície for “intencionalmente” rugosa, a armadura de cisalhamento pode ser dispensada. No manual do PCI (2004), é importante notar que não há indicação sobre quais casos em que a interface pode ser considerada como “intencionalmente rugosa”. Na falta desta informação pode-se considerar as indicações propostas conforme os níveis estabelecidas pela FIP (1982) e descritas na Seção 2.3.2 deste trabalho.

Caso 2 – Para  $0,56 \cdot b_{int} \cdot l_v < F_{hd} < 2,45 \cdot b_{int} \cdot l_v$

A condição deste caso é aplicável para as superfícies de interface intencionalmente rugosa, cuja amplitude de rugosidade seja até ¼ de polegadas ou 6,35 mm.

Caso 3 – Para  $F_{hd} > 2,45 \cdot b_{int} \cdot l_v$

Quando a força horizontal solicitante de cálculo for maior que  $2,45 \cdot b_{int} \cdot l_v$ , é necessária a colocação de uma armadura ao longo do comprimento  $l_v$  expressa por:

$$A_{sw} = \frac{F_{hd}}{\phi \cdot \mu_e \cdot f_y} \quad (2.8)$$

onde:

$A_{sw}$  : área da armadura transversal que atravessa a interface e que se encontra ancorada;

$f_y$  : resistência de escoamento do aço;

$\mu_e$  : coeficiente efetivo de atrito-cisalhamento;

$\phi$  : coeficiente de redução de resistência, igual a 0,75.

O coeficiente efetivo de atrito-cisalhamento pode ser calculado por:

$$\mu_e = \frac{6,9\lambda \cdot b_{int} \cdot l_v \cdot \mu}{F_{hd}} \text{ (tensão de 6,9 MPa)} \quad (2.9)$$

$\lambda$  : Fator de correção que leva em conta a densidade do concreto. Vale 1,0 para concreto de densidade normal e 0,75 para concreto de baixa densidade.

O coeficiente de atrito interno  $\mu$  está apresentado na Tabela 2.

Tipos de Interface	$\mu$ Recomendado	$\mu_e$ Máximo
Concreto $\times$ concreto, moldados monoliticamente	$1,4\lambda$	3,4
Concreto $\times$ concreto pré-moldados, com superfície rugosa	$1,0\lambda$	2,9
Concreto $\times$ concreto	$0,6\lambda$	2,2
Concreto $\times$ aço	$0,7\lambda$	2,4

Fonte: PCI (2004)

De acordo com a Tabela 2, para interface concreto  $\times$  concreto pré-moldado, com superfície rugosa, o valor do coeficiente de atrito interno vale  $\mu = 1,0\lambda$ . Substituindo este valor na Equação 2.9 encontra-se a equação para este tipo de interface:

$$\mu_e = \frac{6,9\lambda^2 \cdot b_{int} \cdot l_v}{F_{hd}} \quad (2.10)$$

### 2.5.3 Conforme a FIB MC 2010

A Seção 6.3.4 da *Fédération Internationale du Béton* (FIB, 2010), explica o procedimento de projetos de ligações e adota a seguinte expressão para avaliar a resistência ao cisalhamento da ligação:

$$\tau_u = \underbrace{\tau_c}_{\text{Adesão}} + \underbrace{\mu \cdot (\rho_{sw} \cdot \kappa \cdot f_y + \sigma_N)}_{\text{Atrito}} + \underbrace{\alpha \cdot \rho_{sw} \cdot \sqrt{f_y \cdot f_{cc}}}_{\text{Efeito de pino}} \leq \beta \cdot v \cdot f_{cc} \quad (2.11)$$

Adesão      Atrito      Efeito de pino

Esta expressão é composta por três parcelas. A primeira parcela corresponde à tensão de adesão entre as duas partes de concreto, a segunda parcela corresponde à contribuição

do atrito entre a armadura e o concreto e a última parcela corresponde o efeito de pino da armadura que atravessa a interface.

onde:

$\tau_c$ : tensão de adesão entre as duas partes de concreto expressa por:

$$\tau_c = \beta \cdot f_{ct,m} \quad (2.12)$$

$f_{ct,m}$ : resistência média à tração do concreto dada por:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$\rho_{sw}$ : taxa geométrica da armadura que atravessa a interface expressa por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_{int} \cdot h} \geq 0,001$$

$\tau_u$ : tensão máxima de cisalhamento;

$\sigma_n$ : tensão de compressão normal devido às forças externas aplicadas perpendicularmente ao plano da interface;

$b_{int}$ : largura da interface;

$h$ : altura da seção da interface;

$\nu$ : corresponde a um coeficiente relativo à força axial expressa por:

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}} \text{ onde } N_{sd} \text{ é a força axial de cálculo que age na interface de concreto;}$$

$f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto;

$A_c$ : área da interface de concreto dada por:

$$A_c = b_{int} \cdot h \quad (2.13)$$

$f_{cc}$ : resistência à compressão média do concreto em corpos de prova cilíndrico.

Os fatores  $\kappa$  e  $\alpha$  consideram que a armação ou a ligação estão sujeitas a forças axiais e de flexão. Dependendo da rugosidade da interface, da ancoragem das armaduras os seguintes valores podem ser adotados:

$$\kappa = \frac{\sigma_{sw}}{f_y} \leq 1,0 \quad (2.14)$$

onde:

$\sigma_{sw}$ : tensão na armadura;

$f_y$ : resistência de escoamento do aço.

Para superfícies rugosas  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 0$ , quando a superfície for lisa  $\kappa = 0$  e  $\alpha = 1,5$

Dois tipos de aspereza da superfície de ligação são considerados conforme mostram as Tabela 3 e Tabela 4.

Tabela 3 – Tipos de aspereza para superfície lisa segundo CEB-FIP MC 90

Categoria 1 (lisa)	
I	Superfícies lisas obtidas pelo lançamento do concreto em fôrmas metálicas ou de madeira
II	Superfícies alisadas com alguma ferramenta para torná-la lisa, de forma a ficar idêntica a (I)
III	Superfícies com pequenas ondulações
IV	Superfície feita por fôrmas deslizantes ou réguas vibratórias
V	Superfícies feitas por extrusão
VI	Superfície com textura feita pela escovação do concreto fresco

Fonte: CEB-FIP MC 90 (1993)

Tabela 4 – Tipos de aspereza para superfície rugosa segundo CEB-FIP MC 90

Categoria 2 (rugosa)	
I	Igual a classe VI da categoria 1, porém, com textura aparentando ter sido escarificada ou raspada para obter rugosidade
II	Superfície bem compactada, sem estar texturizada, com agregado graúdo exposto, mas firme na matriz de concreto
III	Superfície de concreto jateada para exposição do agregado graúdo
IV	Superfície com dentes

Fonte: CEB-FIP MC 90 (1993)

Assim,  $\beta$  e  $\mu$  obedecem às categorias das superfícies mostradas na Tabela 3 e na Tabela 4, cujos valores encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores dos coeficientes  $\beta$  e  $\mu$  segundo CEB-FIP MC 90

Coeficientes	Superfície Categoria 1	Superfície Categoria 2
$\beta$	0,2	0,4
$\mu$	0,6	0,9

Fonte: CEB-FIP MC 90 (1993)

## 2.6 Modelo de atrito-cisalhamento

Uma hipótese da aplicação do conceito do atrito-cisalhamento, segundo o *Precast Concrete Institute* (PCI, 2004), é que a superfície de concreto irá fissurar sempre de forma não controlável quando em contato com outra superfície.

A ductilidade pode ser alcançada pelo uso de armadura de reforço que atravessa essa interface, de modo que a tensão desenvolvida pelo reforço gera uma força normal a fissura. Esta força normal, combinada com o atrito da superfície, aumenta a resistência ao cisalhamento.

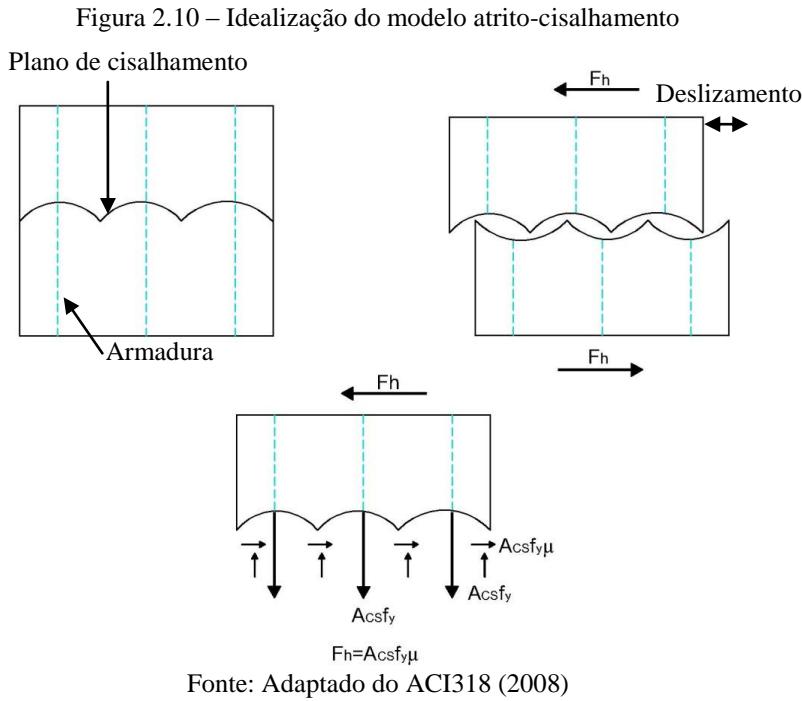
A Seção 11.6 do *American Concrete Institute* (ACI 318, 2008) descreve que o modelo do atrito-cisalhamento “pode ser aplicado onde for apropriado considerar a transferência de cisalhamento através de um plano, tal como uma fissura potencial, na interface composta de diferentes materiais ou na interface entre dois concretos moldados em idades diferentes”.

Quando o cisalhamento age ao longo de uma face fissurada, ela desliza uma em relação à outra. As irregularidades da superfície fissurada forçam a separação da superfície oposta em contato.

Após o surgimento da fissura na interface, essa separação continuará até que haja o escoamento da armadura de reforço ( $A_{CS}$ ) que a atravessa.

Uma força de tração surge ( $A_{CS} \cdot f_y$ ) na armadura de reforço devido às deformações no plano de cisalhamento causado pelo deslizamento superficial (Figura 2.10). Esta armadura proporciona um travamento na interface fissurada.

O cisalhamento é então resistido pelo atrito das superfícies de contatos, pelas saliências e pela armadura de reforço que atravessa a interface. Esta força de tração na armadura de reforço gera uma força de atrito ( $A_{CS} \cdot f_y \cdot \mu$ ) paralela ao plano de cisalhamento.



Fonte: Adaptado do ACI318 (2008)

Conforme a Seção 11.6.2 do ACI318 (2008) descreve que embora o concreto possua uma boa resistência no cisalhamento direto, haverá sempre uma ruptura decorrente de uma região de falha. A formação da fissura no concreto deve ser combatida pelo emprego de uma armadura transversal a qual funcionará como uma resistência ao deslocamento relativo. Quando a armadura transversal é perpendicular ao plano cisalhante, a força cisalhante nominal ( $V_n$ ) pode ser expressa por:

$$V_n = A_{sw} \cdot f_y \cdot \mu \quad (2.15)$$

onde:

$A_{sw}$ : área da armadura transversal necessária para combater a força última cisalhante ( $V_u$ ), dada por:

$$A_{sw} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu} \quad (2.16)$$

$\phi$ : coeficiente de valor 1;

$f_y$ : resistência de escoamento do aço;

$\mu$ : coeficiente de atrito interno.

## 2.7 Estudos sobre transferência e resistência ao cisalhamento

Nas seções seguintes serão apresentados alguns resultados de ensaios experimentais encontrados na literatura técnica relativos à transferência e resistência ao cisalhamento direto, além do cisalhamento por flexão. Os fatores observados nos estudos técnicos analisados foram: resistência à compressão do concreto, tensão de escoamento da armadura transversal, pré-fissuração do plano de cisalhamento, efeito do pino, entre outros.

### 2.7.1 Ensaios realizados por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969)

Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969) analisaram experimentalmente o comportamento da transferência de cisalhamento direto em 38 modelos de concreto armado com ou sem prévia fissuração ao longo do plano de cisalhamento.

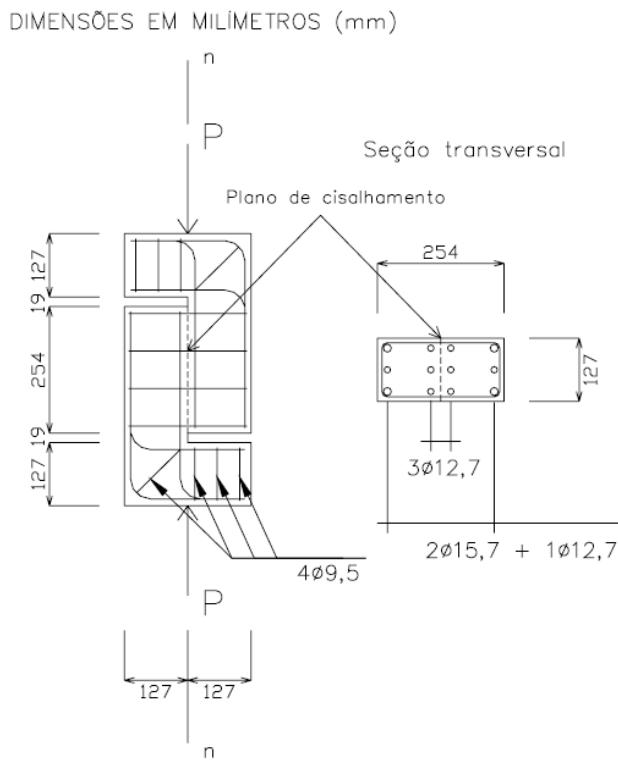
Os principais objetivos deste estudo foi verificar a influência dos seguintes fatores na resistência ao cisalhamento:

- a) Taxa e tensão de escoamento da armadura transversal;
- b) Efeito de pino da armadura transversal de costura;
- c) Resistência do concreto à compressão;
- d) Pré-fissuração ao longo do plano de cisalhamento.

Uma armadura adequada foi necessária para que a ruptura dos modelos ocorresse ao longo do plano de cisalhamento. A superfície de cisalhamento tinha dimensões de 254 mm × 127 mm (Figura 2.11) e os estribos envolviam as armaduras longitudinais.

Todos os modelos apresentaram fissuração prévia no plano de cisalhamento com exceção da Série 1 e os modelos 6.1 e 6.2. A fim de eliminar o efeito da contribuição de pino da armadura na resistência ao cisalhamento, os modelos da Série 6 foram ensaiados com a colocação de luvas de borrachas flexíveis de 50 mm de comprimento envolvendo as armaduras transversais no plano de cisalhamento.

Figura 2.11 – Modelo de cisalhamento direto ensaiado por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969)



Fonte: Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969)

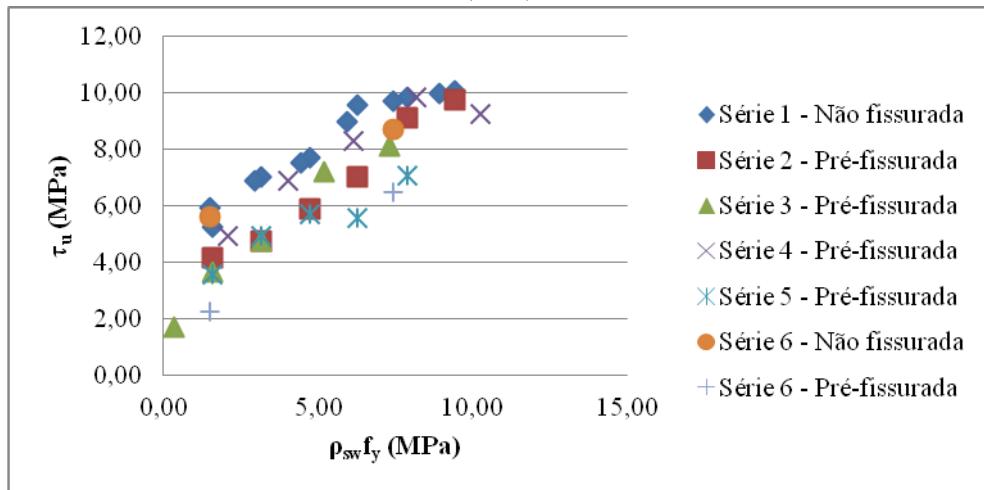
As Séries 2, 4 e 5 foram ensaiadas com pré-fissuração no plano de cisalhamento, onde se manteve fixo o diâmetro dos estribos e variou-se a quantidade de estribos entre os modelos da série. A Série 3 foi ensaiada mantendo fixo a quantidade de estribos e variando a seção da armadura transversal entre modelos.

O aumento do diâmetro dos estribos elevou a tensão máxima de cisalhamento. O mesmo aconteceu quando aumentou-se a quantidade de estribos em uma mesma série.

Foi observado que o deslizamento relativo dos modelos com a existência de um plano pré-fissurado (Séries 2, 3, 4, 5 e modelos 6.3 e 6.4), em todas as etapas de carregamento do ensaio, foi maior do que os modelos que não eram pré-fissurados (Série 1 e modelos 6.1 e 6.2) no plano de cisalhamento.

Em geral, os modelos pré-fissurados apresentaram menores tensões máximas de cisalhamentos dos que os modelos não fissurados (Figura 2.12).

Figura 2.12 – Tensão máxima de cisalhamento dos modelos ensaiados por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969)



Fonte: Adaptado de Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969)

Comparando os modelos não fissurados sem luvas e com luvas, modelos 1.1 A e 1.5 A e modelos 6.1 e 6.2, verificou-se que não houve uma contribuição significativa da ação do pino no mecanismo de transferência do cisalhamento. Porém, nos modelos pré-fissurados, essa contribuição ficou evidente. Houve uma perda da resistência de 54,5% para o modelo 6.3 e de 30% para o modelo 6.4 quando comparados com o modelo 4.1 e 4.5 respectivamente.

## 2.7.2 Ensaios realizados por Hawkins e Mattock (1972)

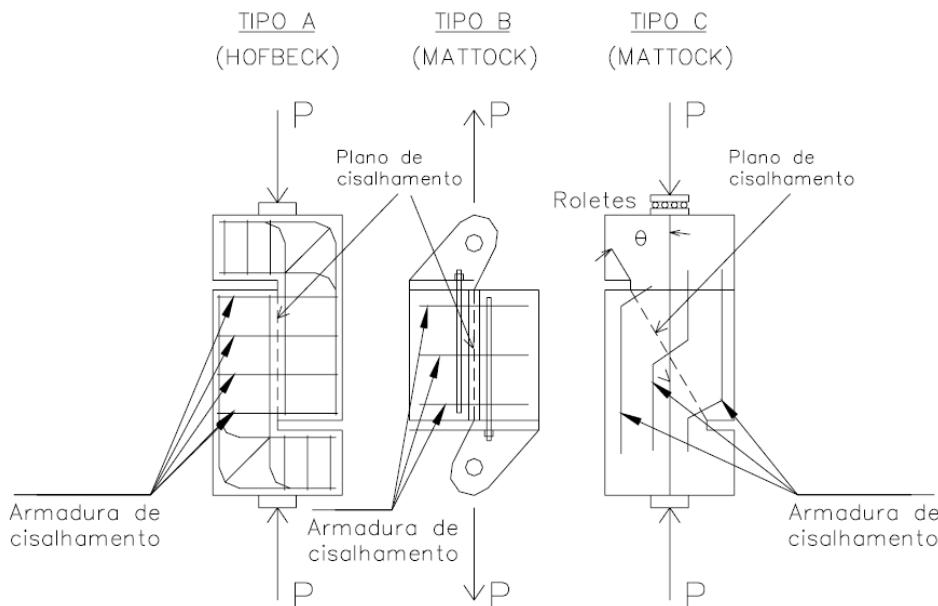
Hawkins e Mattock (1972) deram continuidade aos trabalhos realizados por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969) com a realização de estudos experimentais sobre a transferência de esforços de cisalhamentos em 28 modelos. Os principais objetivos deste estudo foi verificar a influência dos seguintes fatores na resistência ao cisalhamento:

- Pré-fissuração no plano de cisalhamento;
- Taxa de armadura no plano de cisalhamento;
- Resistência do concreto;
- Existências de tensões paralelas e normais no plano de cisalhamento.

A influência dos três primeiros fatores foi estudada por Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969) em modelos tipo A submetidos ao cisalhamento direto solicitado por

compressão. Para o estudo da existência de tensões paralela ou normal ao plano de cisalhamento, foram realizados ensaios sob cisalhamento direto induzido por tração (Séries 7 e 8), correspondentes ao tipo B e modelos modificados submetidos à compressão (Séries 9 e 10), correspondentes ao tipo C (Figura 2.13).

Figura 2.13 – Modelo de cisalhamento direto ensaiado por Hofbeck (1969) tipo A, cisalhamento induzido por tração tipo B e por compressão tipo C ensaiados por Mattock e Hawkins (1972)



Fonte: Hawkins e Mattock (1972)

As dimensões das superfícies de cisalhamento variavam de acordo com o tipo de ensaio realizado. Os modelos solicitados à compressão possuíam 254 mm × 127 mm. Os modelos submetidos à tração tinham superfícies de cisalhamento com dimensões 300 mm × 120 mm e os modelos modificados solicitados à compressão possuíam superfícies de 300 mm × 150 mm.

Nos modelos do tipo A e B, o esforço cortante de intensidade  $P$  existia devido à ação de uma força concentrada  $P$ . Nos modelos do tipo C, a força concentrada  $P$  produzia um esforço cisalhante  $P \cdot \cos\theta$  paralelo ao plano de cisalhamento e um esforço normal de compressão  $P \cdot \sin\theta$  transversal ao plano de cisalhamento, onde  $\theta$  corresponde ao ângulo formado entre a armadura transversal e o plano de cisalhamento, conforme mostrado na Figura 2.13.

Os modelos das Séries 7 e 9 não apresentavam fissura prévia, e os modelos das Séries 8 e 10 apresentavam uma pré-fissuração na superfície de cisalhamento.

Nas Séries 9 e 10, foram utilizados os seguintes valores do ângulo  $\theta$ :  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $75^\circ$ . Dessa forma, buscou-se avaliar o efeito da tensão normal de compressão no plano de cisalhamento para cada ângulo.

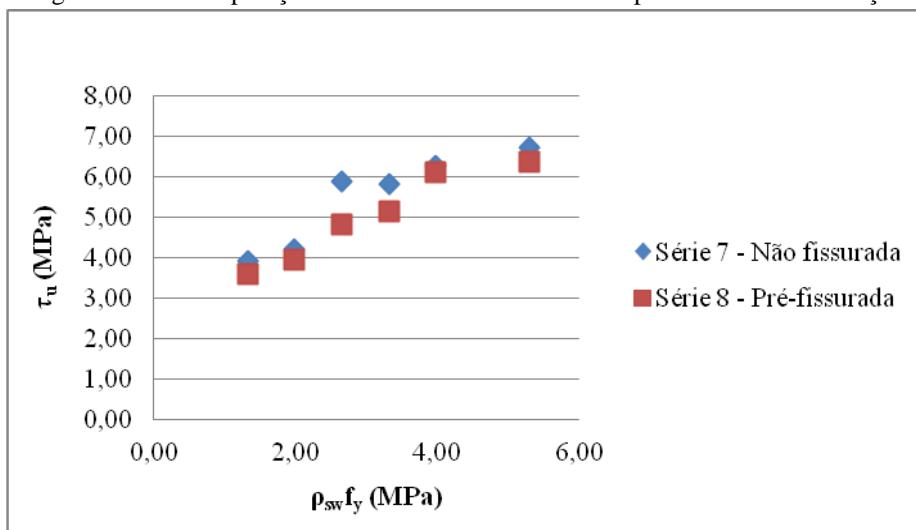
Durante a realização dos ensaios, todos os modelos foram submetidos a um carregamento monotônico e foram medidos os deslizamentos ao longo do plano de cisalhamento.

Verificou-se que houve um maior deslizamento relativo nos modelos previamente fissurados do que os modelos não fissurados no plano de cisalhamento.

Foi observado que os modelos não fissurados na superfície de cisalhamento submetidos à tração (Série 7) apresentaram menores deslizamentos do que os modelos pré-fissurados (Série 8).

Isto ocorreu devido à pré-fissuração no plano de cisalhamento reduzir a resistência última ao cisalhamento (Figura 2.14).

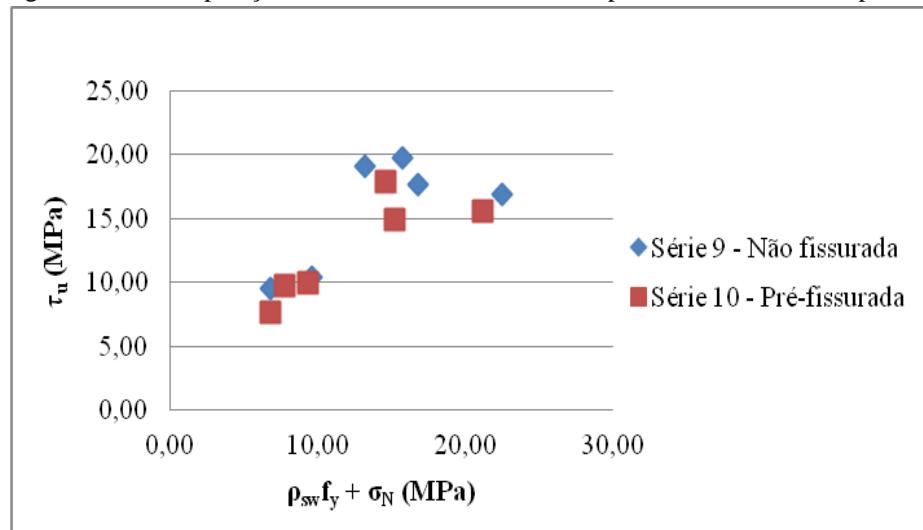
Figura 2.14 – Comparação dos resultados dos modelos tipo B submetidos à tração



Fonte: Adaptado de Hawkins e Mattock (1972)

Observou-se que para a mesma variação do ângulo  $\theta$  entre a Série 9 e Série 10 submetidas à compressão, a Série 9 apresentou maior resistência última ao cisalhamento do que a Série 10, modelos 10.5 a 10.10 (Figura 2.15).

Figura 2.15 – Comparação dos resultados dos modelos tipo C submetidos à compressão



Fonte: Adaptado de Hawkins e Mattock (1972)

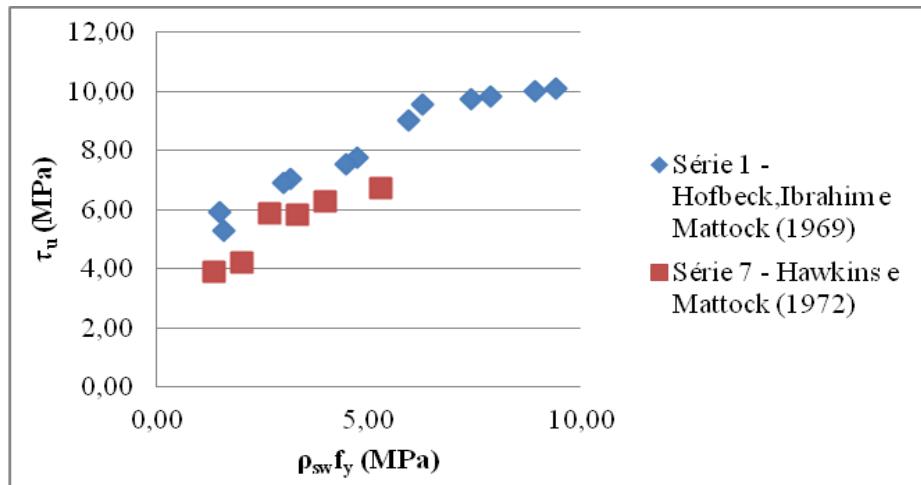
Nos ensaios de Hawkins e Mattock (1972), todos os modelos romperam por cisalhamento para ângulo  $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Para valores de  $45^\circ < \theta \leq 75^\circ$  a ruptura ocorreu por compressão.

As deformações dos modelos não fissurados foram pequenas até que as fissuras de tração, no plano de cisalhamento, atingissem cerca de 60 a 70% de sua resistência última. Isto ocorria, quando essas fissuras formavam um ângulo de  $45^\circ$  no plano cisalhante dos modelos submetidos à compressão.

Nos modelos de ângulo  $\theta \leq 30^\circ$ , a ruptura ocorria através de uma propagação contínua da fissura ao longo do plano de cisalhamento.

Comparando os resultados das resistências ao cisalhamento dos modelos de Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969) e Hawkins e Mattock (1972), observa-se que os modelos da Série 1 de superfície não fissurada, submetidas à compressão, apresentaram resistência máxima ao cisalhamento  $\tau_u$  maiores que os da Série 7, não fissurada de Hawkins e Mattock (1972), solicitados por tração (Figura 2.16).

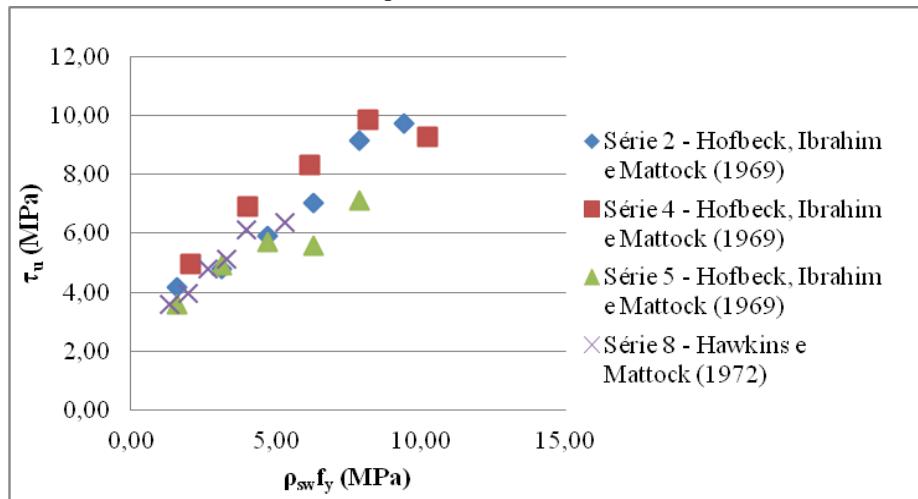
Figura 2.16 – Comparação dos resultados dos modelos submetidos à compressão e tração com superfícies não fissuradas



Fonte: Adaptado de Hawkins e Mattock (1972)

Essa diferença de resistência ao cisalhamento não foi observada na comparação das Séries 2, 3 e 4 de Hofbeck, Ibrahim e Mattock (1969), solicitados à compressão, com os da Série 8 de Hawkins e Mattock (1972), solicitados por tração (Figura 2.17).

Figura 2.17 – Comparação dos resultados dos modelos submetidos à compressão e tração com superfícies pré - fissuradas



Fonte: Adaptado de Hawkins e Mattock (1972)

Diante dos resultados dos ensaios, os autores propuseram uma expressão que avaliasse a resistência ao cisalhamento em um plano fissurado em concreto monolítico. Esta expressão é composta de uma parcela relativa à coesão e a outra devida ao atrito:

$$\tau_u = 1,38 + (0,8 \cdot p_{sw} \cdot f_y + \sigma_N) \quad (2.17)$$

onde:

$$\tau_u \leq 0,3 \cdot f_c \text{ e } p_{sw} \cdot f_y + \sigma_N \geq 1,38 MPa$$

### 2.7.3 Ensaios realizados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989) analisaram experimentalmente a capacidade da transferência de esforços de cisalhamentos na interface de concretos moldados em idades diferentes. O programa experimental consistia em ensaiar 33 modelos submetidos à compressão.

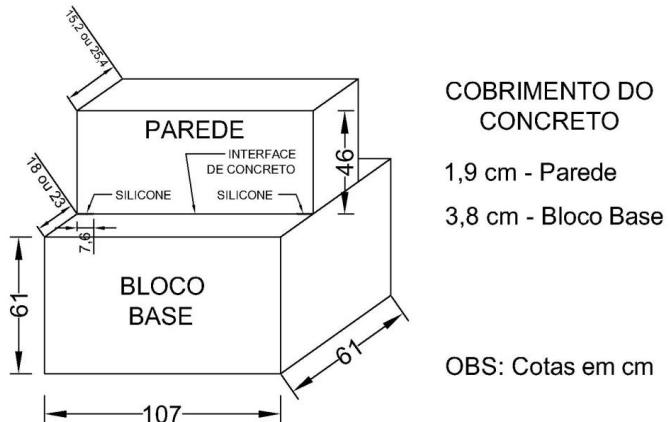
Os principais objetivos do estudo procurava investigar a resistência e as características força-deslocamento da interface entre concretos moldados em idades diferentes. Os principais fatores investigados no estudo foram:

- a) Preparação da superfície de interface;
- b) Quantidade de armadura que atravessa a interface;
- c) Comprimento de ancoragem da armadura transversal que atravessa a interface;
- d) Detalhes da armadura transversal em ambos concretos;
- e) Resistência à compressão dos concretos.

Os modelos foram construídos a fim de simular uma parede moldada contra um pilar de concreto. O pilar foi denominado de “bloco base” e servia de suporte para a moldagem da parede, a qual foi denominada de “nova parede”. O bloco base foi concretado antes da moldagem da parede, ou seja, ambos os elementos possuiriam diferentes idades de concretagem.

O bloco base possuía largura e altura de 61 cm e comprimento de 107 cm (Figura 2.18). A parede possuía dimensões de 15,2 cm de largura (modelo 1B) ou 25,4 cm de largura (demais modelos) por 46 cm de altura e 107 cm de comprimento. Foram aplicadas camadas de silicone com 7,6 cm em cada uma das extremidades da interface, a fim de reduzir o efeito da concentração de tensões nas quinas.

Figura 2.18 – Detalhes do modelo ensaiado por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

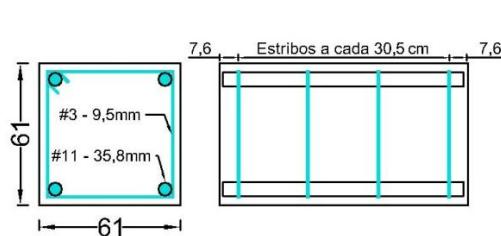


Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

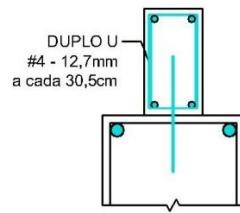
O detalhe da armação do bloco base está mostrado na Figura 2.19a e o detalhe da armação da parede está mostrado na Figura 2.19b. O cobrimento de concreto das armaduras para o bloco base foi de 3,8 cm e para a parede de 1,9 cm.

Figura 2.19 – Detalhamentos das armaduras do bloco base e da parede

### a) Detalhamento do bloco base



### b) Detalhamento da parede



Armação  
#4 - 12,7mm  
a cada 30,5cm

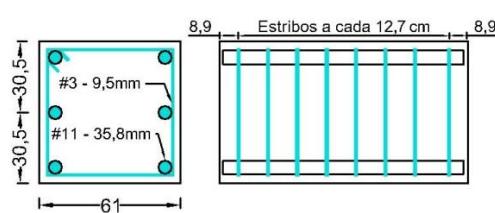


Diagram showing an inverted U-shaped reinforcement bar (estribo invertido) with a diameter of #4 (12.7 mm) placed 30.5 cm apart.

Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

Em relação à construção do bloco base, as armações longitudinais possuíam 35,8 mm de diâmetro e os estribos 9,5 mm de diâmetro.

Os modelos 1A ao 16A, 21A ao 24A, 1B ao 6B e modelo 21B possuíam 4 armaduras longitudinais e estribos espaçados a cada 30,5 cm.

Os modelos 17A ao 20A e 17B foram armados com 4 armaduras longitudinais e estribos espaçados a cada 12,7 cm. O modelo 20B foi armado com 6 armaduras longitudinais e estribos espaçados a cada 12,7 cm.

Em relação à construção da parede, todos os modelos possuíam armações longitudinais e transversais (estribos) com 12,7 mm de diâmetro, com exceção do modelo 1B, e foram armados com 4 armaduras longitudinais. No modelo 1B foram utilizados armações curtas que cruzavam a interface distribuída a cada 30,5 cm ao longo de seu comprimento. No modelo 2B foram utilizados estribos simples em forma de “U” invertido. Todos os demais modelos possuíam estribos duplos em forma de “U” espaçados a cada 30,5 cm, conforme apresentada anteriormente na Figura 2.19.

Foi estudada também a influência de transferência ao cisalhamento para diferentes superfícies de interface:

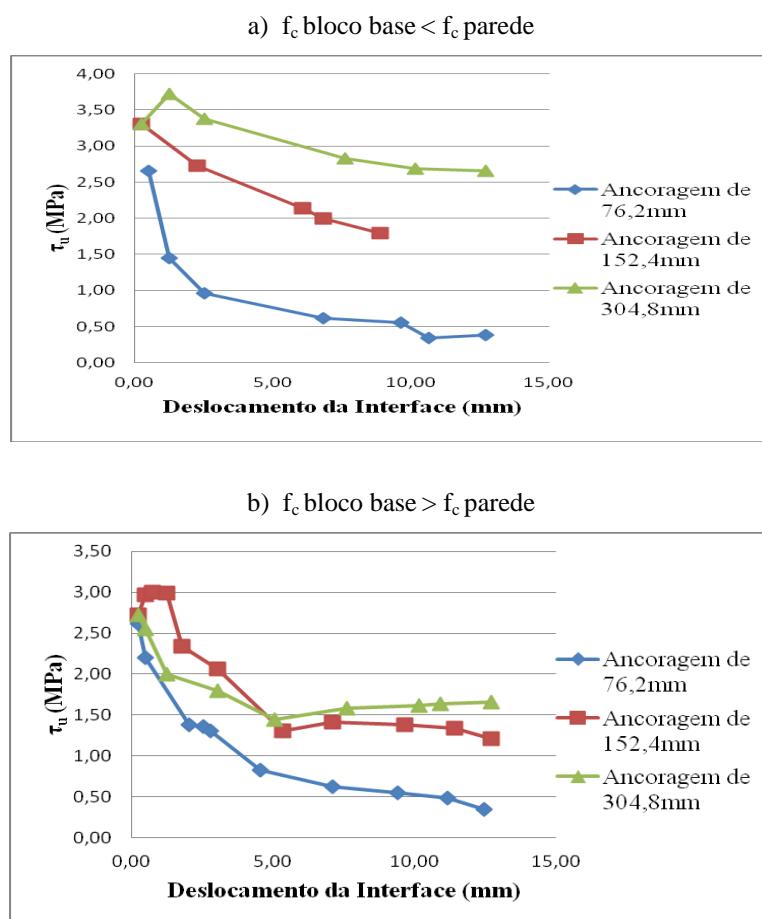
- a) Superfície natural, obtida com a moldagem do concreto sem tratamento de sua superfície;
- b) Superfície rugosa obtida pelo processo de jateamento com exposição dos agregados com amplitude de saliência máxima de 3,2 mm;
- c) Superfície rugosa com amplitude de 6,35 mm executada com picareta;
- d) Superfície com 2 chaves de cisalhamento de seção 20,3 cm × 20,3 cm e profundidade de 2,54 cm cortadas no bloco base.

Cada um dos modelos foi submetido a 10 ciclos repetitivos de carregamentos. O bloco base teve sua movimentação restringida e a força foi aplicada no plano da interface, por meio de dois martelos hidráulicos posicionados em ambas as extremidades dos modelos. Os primeiros 3 ciclos corresponderam a uma força de 226,8 kN. Depois, foram aplicados mais 3 ciclos de carregamentos correspondente a uma força de 453,6 kN

seguidas de mais 3 ciclos, cuja força foi aplicada de tal maneira que a parede deslocou da interface cerca de 2,54 mm. O último ciclo correspondeu a uma força que deslocou a parede 12,7 mm da interface. Os deslocamentos foram monitorados nas extremidades e no meio da interface, a fim de detectar translação e rotação da parede em relação ao bloco base.

Em relação ao comprimento de ancoragem das armaduras que atravessaram a interface, os resultados mostraram que a tensão de cisalhamento máxima alcançada, dos modelos que possuíam comprimento de ancoragem de 76,2 mm, foi 30% menor em relação aos modelos ancorados em 152,4 mm e 304,8 mm. Isto mostrou que a capacidade de transferir esforço cisalhante pela interface, elevou à medida em que foi maior o comprimento de ancoragem (Figura 2.20).

Figura 2.20 – Tensão-deslocamento da interface para diferentes comprimentos de ancoragem da armadura ensaiados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)



Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

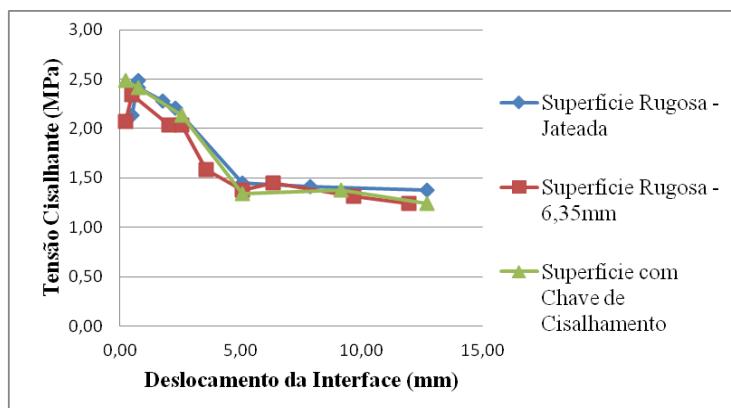
O efeito das diferentes superfícies de interface na influência da tensão-deslocamento, está mostrada na Figura 2.21.

Em geral, a interface rugosa obtida por jateamento, mostrou menores deslocamentos quando comparadas as outras superfícies. Houve uma redução significativa da influência da superfície de interface, na capacidade de transferir esforço cisalhante, quando o deslizamento da interface atingiu o valor de 5,08 mm.

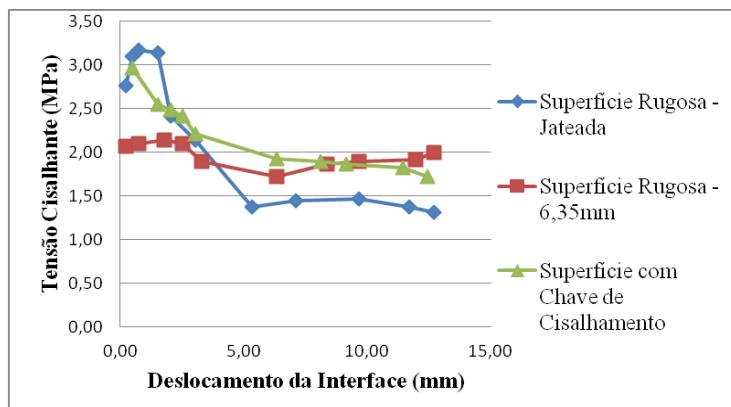
Para valores maiores que 5,08 mm, não há uma clara correlação entre a resistência ao cisalhamento e a superfície de interface.

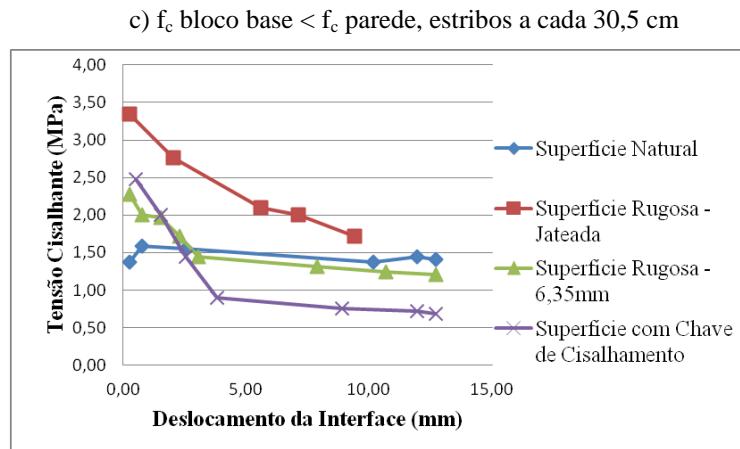
Figura 2.21 – Tensão-deslocamento para diferentes tipos de interfaces ensaiados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

a)  $f_c$  bloco base <  $f_c$  parede, estribos a cada 12,7 cm



b)  $f_c$  bloco base >  $f_c$  parede, estribos a cada 30,5 cm

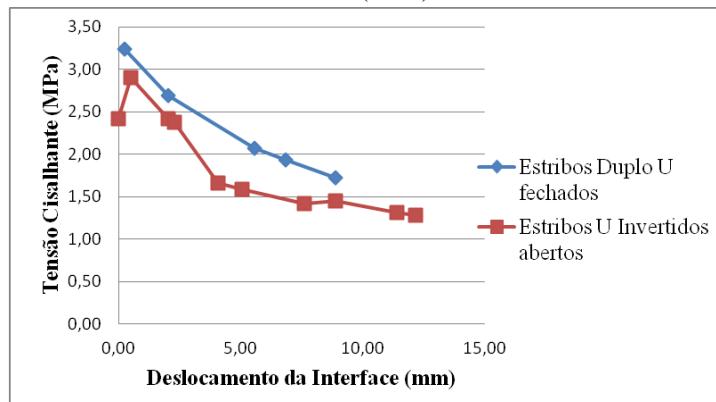




Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

Em relação ao tipo de estribos utilizados, os resultados evidenciaram que os modelos com estribos “U” aberto tiveram menor resistência ao cisalhamento do que os modelos com estribos “U” fechados (Figura 2.22). O aumento na capacidade cisalhante dos modelos com estribos “U” fechados foi atribuído ao melhor confinamento do concreto, e assim, há uma maior relação de aderência com os estribos fechados, do que os modelos com estribos “U” abertos.

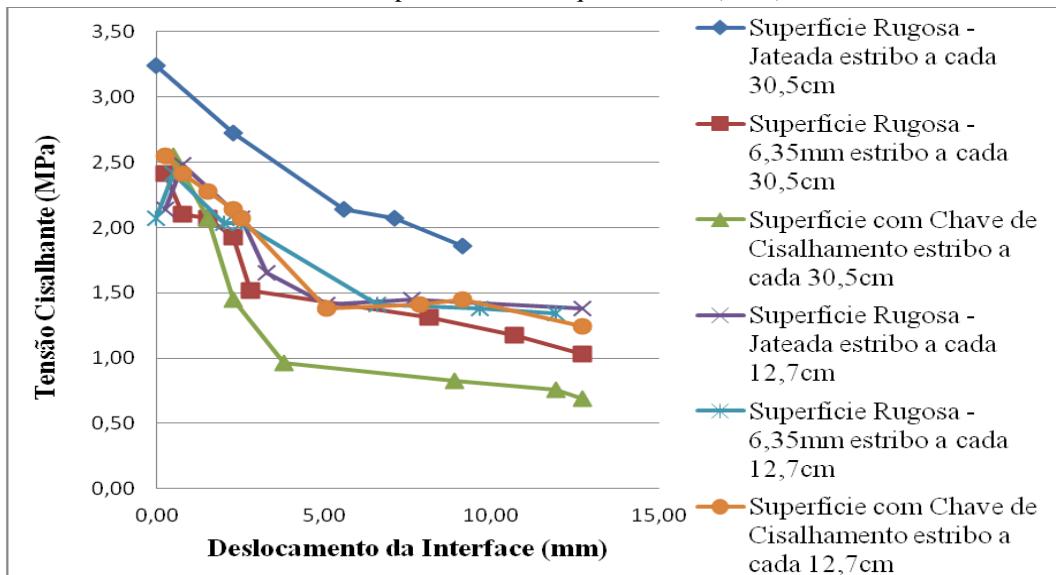
Figura 2.22 – Tensão-deslocamento de estribos U fechados e abertos ensaiados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)



Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

A Figura 2.23 mostra o comportamento do bloco base relacionada à tensão, com o deslocamento da interface de vários modelos e para diferentes superfícies de interface e espaçamento dos estribos.

Figura 2.23 – Tensão-deslocamento para diferentes tipos de interfaces e espaçamento dos estribos ensaiados por Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)



Fonte: Adaptado de Bass, Carrasquillo e Jirsa (1989)

Os modelos de interface rugosa com 6,35 mm de saliência tiveram comportamentos praticamente iguais em ambos os espaçamentos dos estribos. A resistência ao cisalhamento foi maior nos modelos de interface com chaves de cisalhamento com estribos espaçados a cada 12,7 cm, do que os modelos com estribos espaçados a cada 30,5 cm.

#### 2.7.4 Ensaios realizados por Loov e Patnaik (1994)

Loov e Patnaik (1994) estudaram a influência da taxa de armadura na resistência ao esforço de cisalhamento em 16 vigas compostas de concreto de interface rugosa. A finalidade do estudo foi fornecer uma nova visão sobre o comportamento da ligação rugosa e a capacidade de resistência ao cisalhamento da interface para grandes taxas de armaduras.

Os principais fatores investigados foram:

- A influência da contribuição da armadura na resistência ao cisalhamento da interface com variação da tensão normal  $\rho_{sw} \cdot f_y$ , onde ao mesmo tempo, mantém-se uma resistência do concreto em torno de 35 MPa;

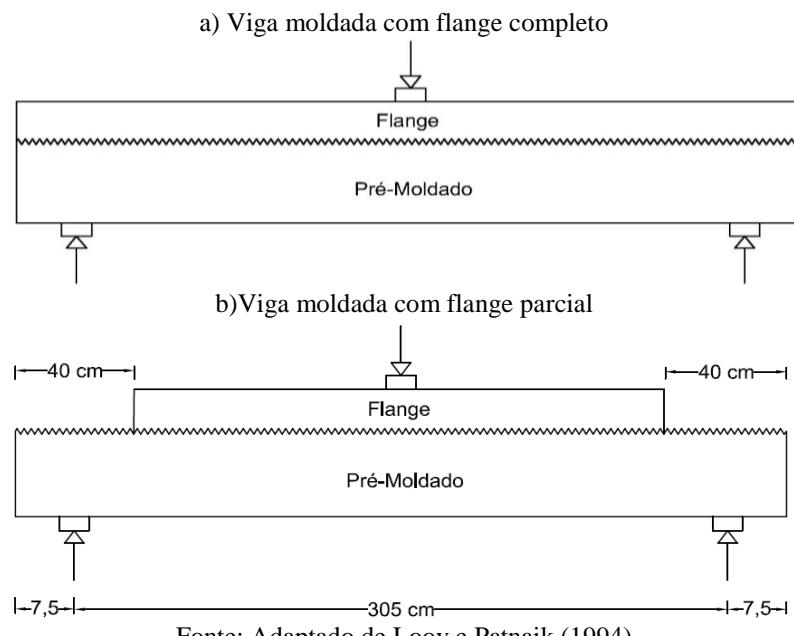
- b) A influência na resistência ao cisalhamento da interface ao variar a resistência do concreto e manter constante o  $\rho_{sw} \cdot f_y$  em torno de 0,8 MPa.

Para a primeira variável, as vigas foram ensaiadas com  $\rho_{sw} \cdot f_y$  de 0,4 MPa; 0,77 MPa; 1,64 MPa; 2,73 MPa; 4,36 MPa; 6,06 MPa e 7,72 MPa. Para o estudo do efeito da variação da resistência do concreto, duas vigas foram ensaiadas com resistência à compressão de 19,4 MPa e 48,3 MPa.

A armação da interface possuía diâmetro de 9,5 mm e módulo de elasticidade em torno de 200 GPa.

Foram ensaiados dois tipos de vigas: vigas com flanges de comprimento total (320 cm) e vigas com flanges curtos (240 cm), conforme a Figura 2.24.

Figura 2.24 – Modelos de vigas ensaiadas por Loov e Patnaik (1994)

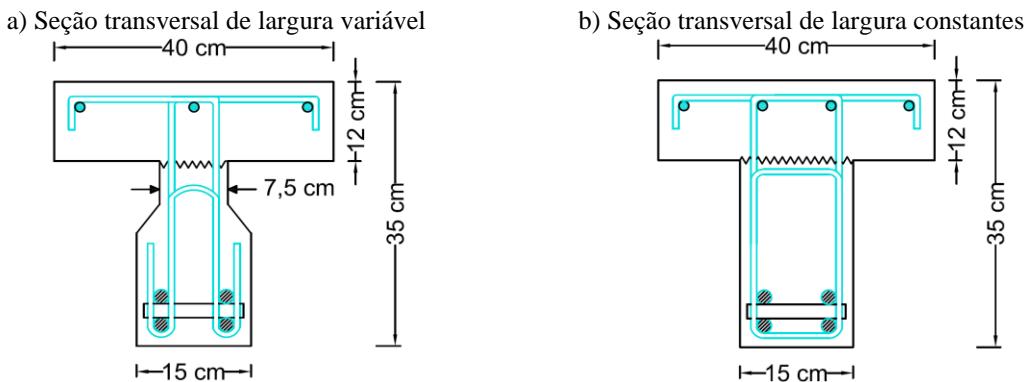


Fonte: Adaptado de Loov e Patnaik (1994)

As vigas numeradas de 1 a 8 foram moldadas com flange ao longo de todo o comprimento e as vigas numeradas de 9 a 16 foram moldadas com flanges curtos (240 cm). No ensaio das vigas, moldaram-se dois tipos de seções transversais em forma de T (Figura 2.25). Os estribos possuíam diâmetro de 9,5 mm e as armaduras longitudinais

possuíam diâmetro de 25,4 mm. Cada uma das seções transversais apresentava quatro armaduras longitudinais.

Figura 2.25 – Seções transversais das vigas ensaiadas por Loov e Patnaik (1994)



Fonte: Adaptado de Loov e Patnaik (1994)

A região inferior da seção transversal (Figura 2.25a) corresponde ao concreto pré-moldado. Esta seção possui dimensão variável com largura de 15 cm na base, onde sofre um estreitamento, e a sua largura termina com valor de 7,5 cm. Os estribos eram em forma de L que atravessava a interface. As armações abaixo da interface eram de formato tipo U.

A seção transversal possuía largura constante de 15 cm (Figura 2.25b). Foram armadas em formato retangular, tanto para a região inferior, correspondente ao concreto pré-moldado, como para a região de ligação que cruzava a interface entre o concreto pré-moldado e o moldado no local (flange).

As vigas foram simplesmente apoiadas e o carregamento foi aplicado no meio do vão. A armação das vigas foi dimensionada de maneira a não romper por cisalhamento diagonal e nem por flexão. A ideia era que elas rompessem devido à força de cisalhamento horizontal.

Para o cálculo da tensão horizontal de cisalhamento foi utilizado a seguinte expressão:

$$\tau_h = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b_{int}} \quad (2.18)$$

onde:

$\tau_h$  : tensão de cisalhamento horizontal;

$V$  : força de cisalhamento horizontal;

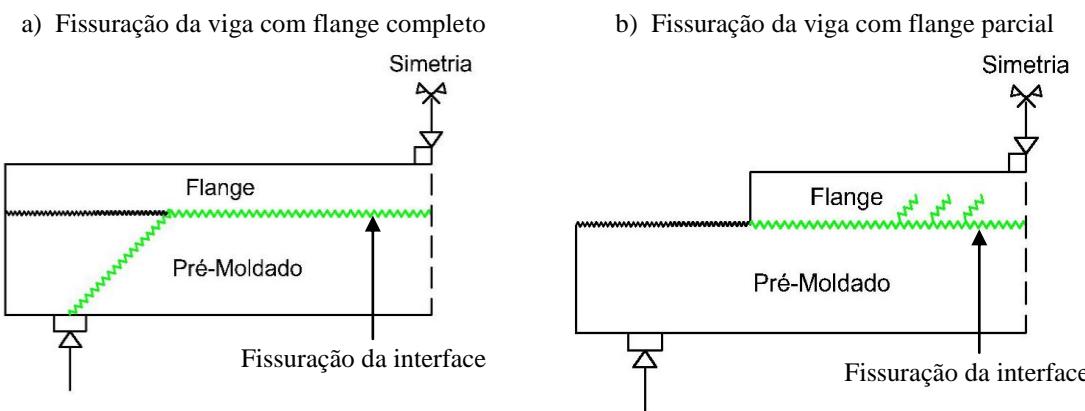
$Q$  : momento estático da região acima da linha neutra da seção transversal;

$I$  : momento de inércia da seção transversal;

$b_{int}$  : largura da interface.

Os resultados mostraram que as vigas 1 a 3 e 5 a 8, moldadas com flange de comprimento total, sofreram fissuras devido à flexão em sua região inferior, após a aplicação de poucos passos de carregamento. À medida que mais forças eram aplicadas, mais fissuras estavam sendo formadas. Algumas dessas fissuras progrediram em direção ao flange alcançando a interface. Com a continuação da aplicação do carregamento, esta fissura se estendeu ao longo de toda a interface e causou sua separação, rompendo-se devido à força de cisalhamento horizontal. O deslizamento máximo relativo das interfaces, observado na maioria dos ensaios, foi de 2 mm. Foram observadas que a extremidade das vigas rotacionaram sobre os apoios, e dessa maneira, geraram fissuras diagonais que se estenderam dos apoios às interfaces (Figura 2.26a).

Figura 2.26 – Fissuração da interface das vigas ensaiadas por Loov e Patnaik (1994)



Fonte: Adaptado de Loov e Patnaik (1994)

Em relação às vigas de flanges curtos 9, 10, 12, 13 e 14 foram observados os mesmos comportamentos descritos para vigas de flanges totais, alcançando a ruptura por força de cisalhamento horizontal. Porém, não houve rotação sobre os apoios e não houve

formação de fissuras diagonais dos apoios à interface (Figura 2.26b). A tensão de cisalhamento foi maior do que as vigas de flanges totais e o deslizamento máximo relativo das interfaces observado foi maior que 2 mm.

Os resultados dos ensaios levaram os pesquisadores a formular a seguinte expressão para estimar a tensão de cisalhamento horizontal última:

$$\tau_u = k \cdot \lambda \sqrt{(0,1 + \rho_{sw} \cdot f_y) \cdot f_c} \leq 0,25 \cdot f_c \quad (2.19)$$

onde:

$k$  : igual a 0,5 para vigas compostas e 0,6 para vigas monolíticas;

$\lambda$  : igual a 1,0 para concreto de massa específica convencional e 0,75 para concreto leve.

### 2.7.5 Ensaios realizados por Araújo (1997)

Araújo (1997) buscou avaliar a capacidade última de transferência de esforços de cisalhamento direto entre vigas pré-moldadas e lajes pré-moldadas na região de sua ligação.

Complementando seus estudos, foram investigadas também três vigas compostas biapoiadas, com objetivo de se obter um maior entendimento das análises experimentais disponíveis na literatura, no que diz respeito à transferência de cisalhamento na interface em elementos submetidos à flexão.

Os fatores investigados no estudo para o cisalhamento direto consistiam em saber a influência da aderência na ligação entre dois concretos moldados em diferentes idades ao variar a superfície de ligação entre lisa e rugosa.

Em relação às variáveis estudadas para elementos submetidos à flexão, procurou estabelecer qual a influência do cisalhamento na interface desses elementos submetidos à flexão, para variações da taxa de armadura transversal, da armadura de costura que atravessa a interface e a largura da interface.

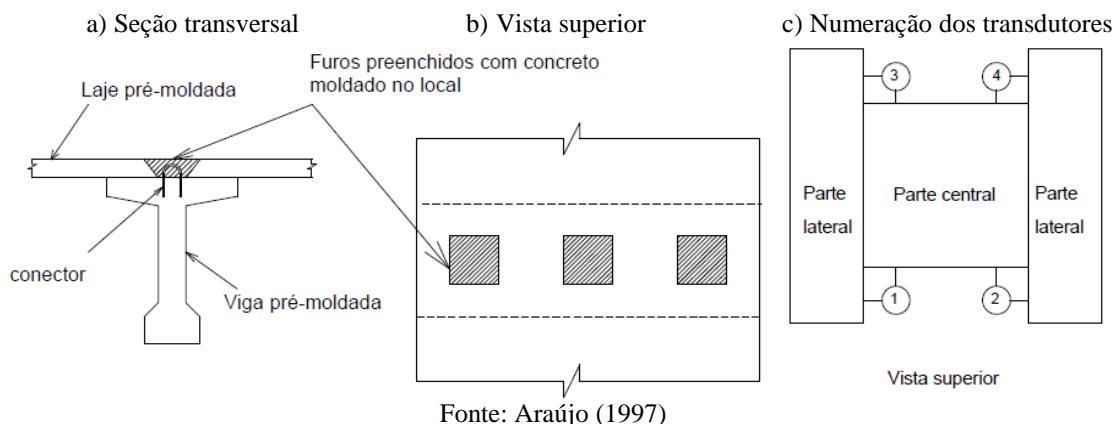
Para os ensaios de cisalhamento direto, foram moldados seis corpos de provas, sendo que três deles apresentavam superfícies de ligações lisas e as outras três apresentavam superfícies apicoadas, a fim de aumentar a resistência por aderência na ligação.

Os corpos de prova, numerados de um a seis (CP1 ao CP6), foram instrumentados por quatro transdutores de deslocamentos posicionados em sua parte central e apresentavam fixação de hastes nas partes laterais, permitindo dessa forma, avaliar o deslizamento relativo entre as partes.

A ligação entre ambas as estruturas pré-moldadas (viga e laje) foi realizada por conectores. Os conectores eram formados por barras de aço de 10 mm de diâmetro e por barras de aço de 8 mm de diâmetro, dobradas em forma de um laço e ancoradas em ambas as estruturas pré-moldadas.

A Figura 2.27 apresenta o detalhe dessa ligação, a instrumentação por transdutores, bem como a seção transversal dos modelos ensaiados.

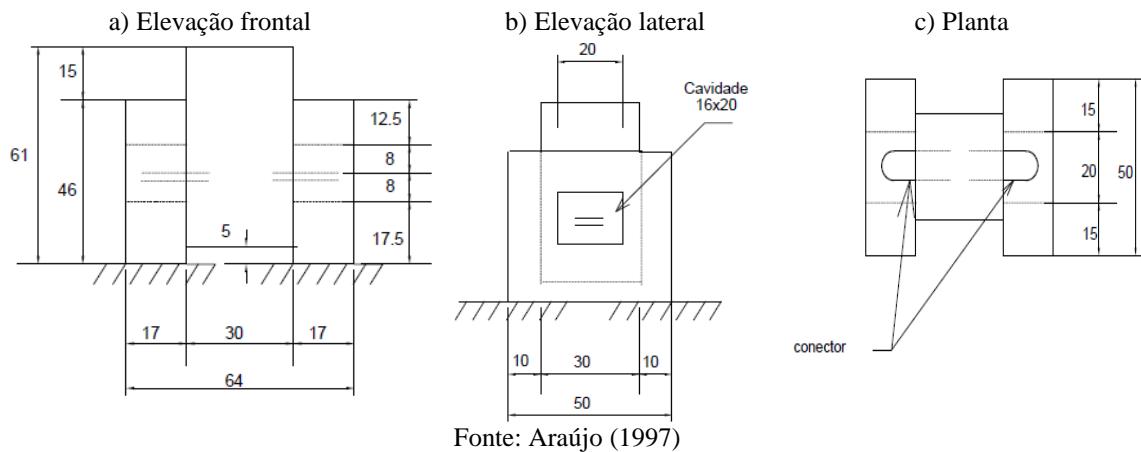
Figura 2.27 – Seção transversal e instrumentação dos corpos de provas ensaiados por Araújo (1997)



Conforme mostrado na Figura 2.27, o modelo utilizado nos ensaios para solicitar os conectores apenas por esforços de cisalhamento consistia de uma parte central, que simulava a viga, e duas partes laterais, que simulava a laje. É possível visualizar os furos na região de ligação do conector metálico, responsável por transferir os esforços entre a viga e a laje quando a peça é submetida à flexão. Esses furos, existentes nas partes laterais, foram preenchidos com concreto moldado no local, garantindo a solidarização das partes.

A Figura 2.28 apresenta a ligação e o esquema de transferência de esforços entre a viga e a laje pré-moldada.

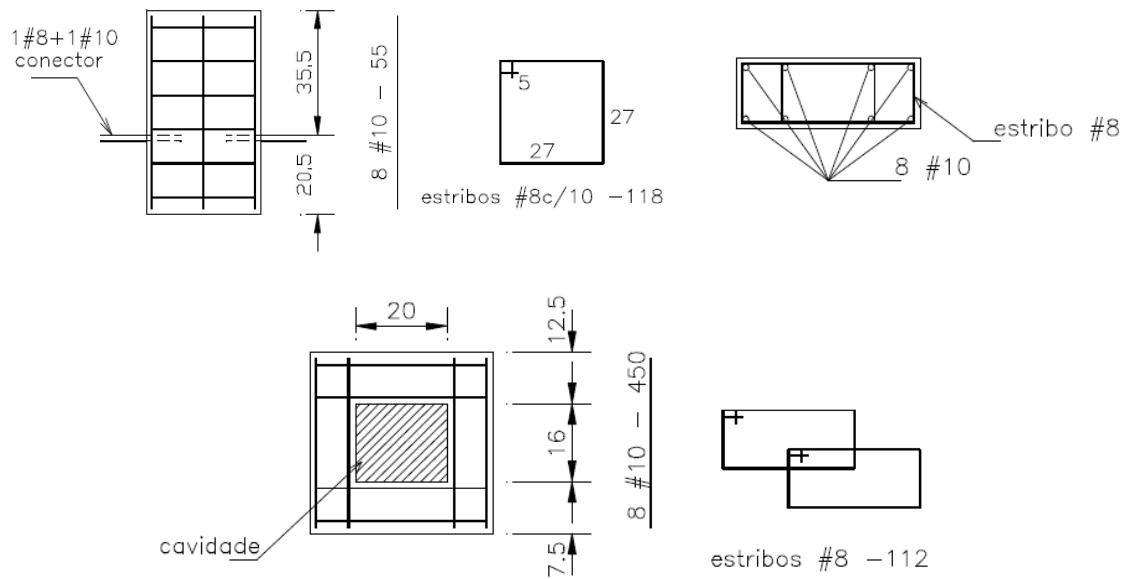
Figura 2.28 – Ligação da laje e viga pré-moldada ensaiados por Araújo (1997)



O detalhe das armaduras empregadas nas ligações dos modelos está apresentado na Figura 2.29.

Figura 2.29 – Detalhes das armaduras utilizadas nos modelos ensaiados por Araújo (1997)

a) Conectores e estribos b) Parte lateral



O carregamento foi aplicado na região central do corpo de prova através de um macaco hidráulico acoplado em um pórtico de reação por passos de carregamento de 10 kN, até que ocorresse a perda de aderência entre as duas superfícies de concreto. A partir desse

momento, os corpos de provas foram levados até a sua ruptura, sendo que em cada etapa de carregamento foram realizadas as leituras de força e deslocamento, no instante em que a força aplicada se estabilizava.

Nos resultados de cisalhamento direto, foram observados que devido à taxa de armadura normal à interface estar localizada na região de grande influência da aderência, ela influenciou diretamente na resistência final ao cisalhamento.

Os resultados dos corpos de prova com superfícies lisas CP2 e CP3 sofreram um decréscimo na força aplicada, enquanto o deslizamento relativo aumentava após o rompimento da resistência por aderência. Isto sugeriu que a quantidade de armadura normal à interface não foi capaz de aumentar a parcela da resistência por atrito entre as superfícies de ligação. Este comportamento ocorreu diferentemente no CP1, uma vez que, foi observada uma perda prematura de aderência, o que exigiu acréscimos da força aplicada e acréscimos de deslizamento relativos.

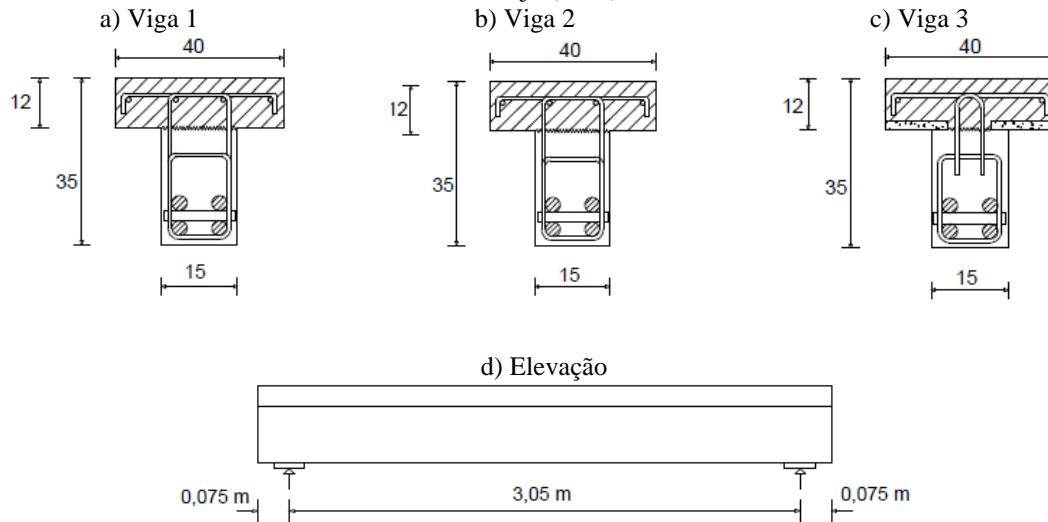
Em relação aos corpos de provas, cuja parte central apresentava superfície de ligação apicoadas, foram observados que eles apresentaram grandes deslocamentos relativos para baixos níveis de carregamento. Assim, este comportamento sugeriu que as lajes deslizaram em relação à parte central, o que indicou que o apicoamento superficial diminui a aderência entre as peças ensaiadas.

As vigas ensaiadas eram de mesmas dimensões e seção transversal. O comprimento entre apoios das vigas correspondia a 3,05 m e a seção transversal, em forma de T, possuía 35 cm de altura.

O carregamento foi aplicado no meio do vão através de um macaco hidráulico acoplado em um pórtico de reação. Todas as vigas apresentavam superfície de interface naturalmente rugosa com agregados graúdos expostos, e a resistência à compressão prevista para o concreto foi de 35 MPa.

As dimensões das seções transversais e a disposição das armaduras nas vigas estão mostradas na Figura 2.30.

Figura 2.30 – Detalhe das dimensões das vigas compostas e disposições das armaduras ensaiadas por Araújo (1997)



Fonte: Araújo (1997)

As armaduras transversais da viga 1 foram constituídas por barras de 8 mm de diâmetro espaçadas a cada 10,5 cm. Nas vigas 2 e 3, por barras de 8 mm de diâmetro espaçadas a cada 8,5 cm. A taxa da armadura transversal à interface para as vigas 1, 2 e 3 foram respectivamente iguais a 0,15%, 0,15% e 0,25%. Todas as armaduras de costura atravessando a interface possuíam diâmetros de 6,3 mm e foram espaçadas a cada 28 cm. A diferença dessas armaduras de costura está no seu detalhe construtivo conforme apresentado na Figura 2.31.

Figura 2.31 – Detalhe das armaduras de costura atravessando a interface nos ensaios de Araújo (1997)

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Largura da interface	15 cm	15 cm	9 cm
Ø 6,3 mm c/ 28	Ø 6,3 mm c/ 28	Ø 6,3 mm c/ 28	Ø 6,3 mm c/ 28

Armadura de costura  
atravessando a  
interface

Fonte: Araújo (1997)

As vigas foram instrumentadas para medir os deslocamentos verticais, o deslizamento relativo entre a mesa e a alma, através de transdutores, além da deformação na armadura por meio de extensômetros.

O carregamento foi aplicado por incremenos de 5 kN até a fissuração da viga por flexão e, a partir desse ponto, procedeu-se com aplicação do carregamento em passos de 10 kN.

Em relação aos resultados, as vigas 1 e 2 apresentaram pouca fissuração da interface, cujo início da fissuração ocorreu no valor de 58% da força de ruptura. As rupturas dessas vigas aconteceram de forma brusca, em apenas um dos lados, com rápido acréscimo nos deslizamentos. Foi observada uma biela de compressão, que ligava a interface ao apoio, próximas à ruptura, porém, não houve separação das extremidades.

O valor do carregamento, correspondente ao início de fissuração na viga 3, foi equivalente a 88% da força de ruptura. Foi observado um grande deslizamento entre a mesa e a alma da ordem de 4,5 mm, caracterizada pela ruptura brusca da aderência com separação entre elas. Na região próxima ao ponto de aplicação do carregamento até a extremidade da viga foram observadas fissuras na interface.

Na viga 3, não foram observadas grandes fissurações na alma e nem a formação de bielas comprimidas conforme acontecido nas vigas 1 e 2. Isto sugere que a viga, pelo fato da largura da região de tensões de transferência de cisalhamento ser menor que a largura da alma, impossibilitou essa transferência ao apoio e, dessa forma, os estribos não foram capazes de absorver todas as forças horizontais.

Em relação às deformações na armadura de costura da interface, foram observados que as vigas 1 e 2 iniciaram suas deformações quando a tensão de cisalhamento correspondia ao valor de 2 MPa, e atingiram o escoamento para deslizamentos relativos próximos a 0,5 mm.

Na viga 3, o início da deformação da armadura de costura ocorreu quando a tensão de cisalhamento atingiu 4 MPa e a deformação de escoamento procedeu para valores inferiores a 0,5 mm dos deslizamentos relativos.

## **2.7.6 Ensaios realizados por Kabir (2005)**

Kabir (2005) investigou as características mecânicas de painéis sanduíches submetidas à flexão e por cisalhamento direto. A finalidade do estudo era entender o comportamento

de suas partes estruturais quando solicitadas. Para a análise dos comportamentos estruturais foram realizados ensaios em laboratórios e modelagens numéricas com a utilização do *software* ANSYS.

O seu programa experimental consistiu no ensaio de painéis aplicados em lajes na posição horizontal e painéis com aplicação em paredes na posição vertical.

O painel era formado por duas malhas de aço localizadas na sua região superior e inferior, duas camadas de concretos e por uma camada intermediária de poliestireno. Foram soldadas armaduras diagonais a partir das malhas, o que conferiu rigidez ao painel (Figura 2.32).

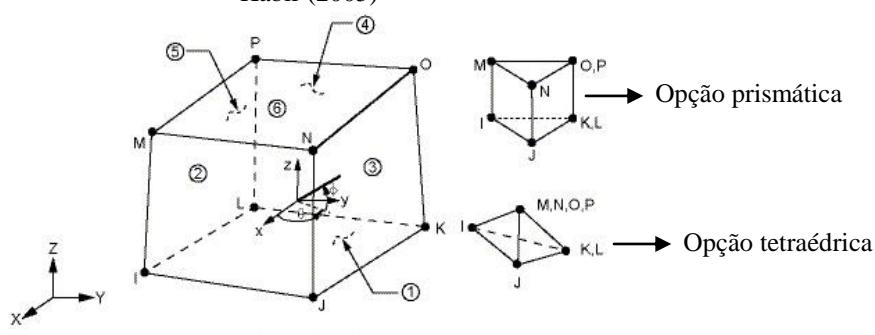
Figura 2.32 – Modelo do painel ensaiado por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

O modelo numérico consistiu na aplicação de dois tipos de elementos: Solid65 e Beam23. O elemento Solid65 é constituído de oito nós com três graus de liberdade por nó (Figura 2.33).

Figura 2.33 – Elemento Solid65 aplicado ao concreto e ao poliestireno para modelagem numérica por Kabir (2005)

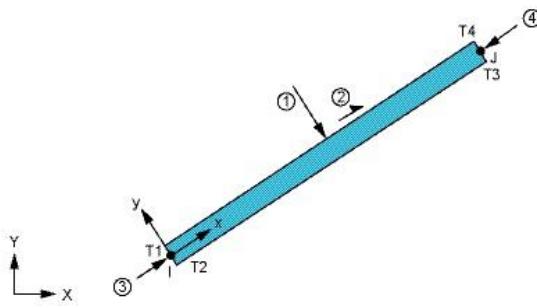


Fonte: Adaptado do ANSYS

Este elemento foi aplicado para simular a camada de concreto e a camada de poliestireno no regime não linear. O Solid65 quando solicitado por um carregamento permite que ocorram fissurações nas direções x, y e z, esmagamento do material e deformações plásticas.

Para simular a armação do painel, foi empregado na modelagem numérica o elemento Beam23. Este elemento possui dois nós com três graus de liberdade por nó e pode sofrer translação nodal nas direções x e y e rotação em torno do eixo z (Figura 2.34).

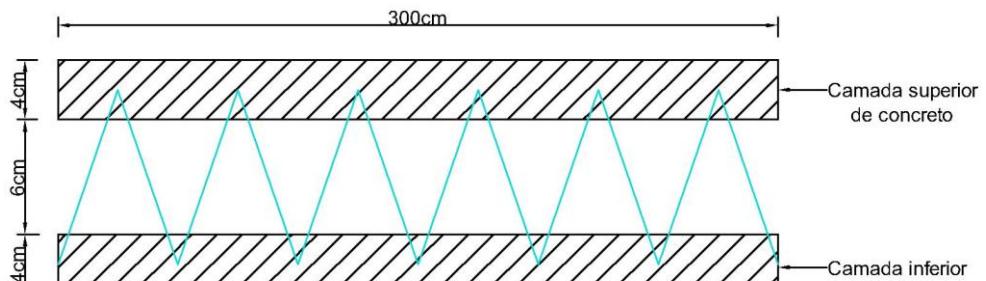
Figura 2.34 – Elemento Beam23 aplicado na armação para modelagem numérica por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado do ANSYS

A Figura 2.35 apresenta os detalhes de um painel sanduíche de 300 cm de comprimento. A armação diagonal possuía 3,5 mm de diâmetro.

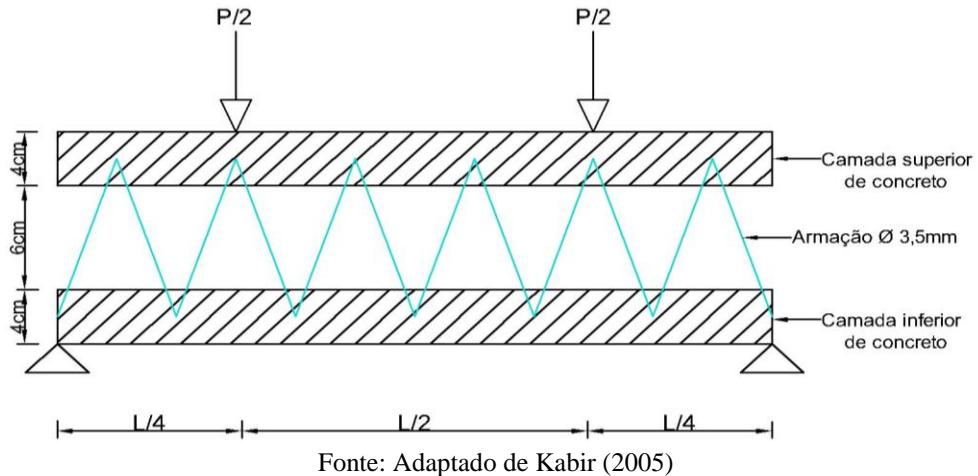
Figura 2.35 – Vista de frente do painel utilizado no ensaio por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

Foi assumido, durante a realização dos ensaios, que o painel estava simplesmente apoiado, conforme mostra a Figura 2.36. A resistência à compressão do concreto dos painéis foi de 12 MPa e a sua resistência à tração foi de 1,2 MPa.

Figura 2.36 – Condição de apoio do painel utilizado no ensaio por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

A fim de comparar os resultados encontrados numericamente, foram ensaiados seis painéis submetidos à flexão, três desses painéis foram ensaiados na posição horizontal, simulando laje, e os outros três foram ensaiados na posição vertical, simulando parede.

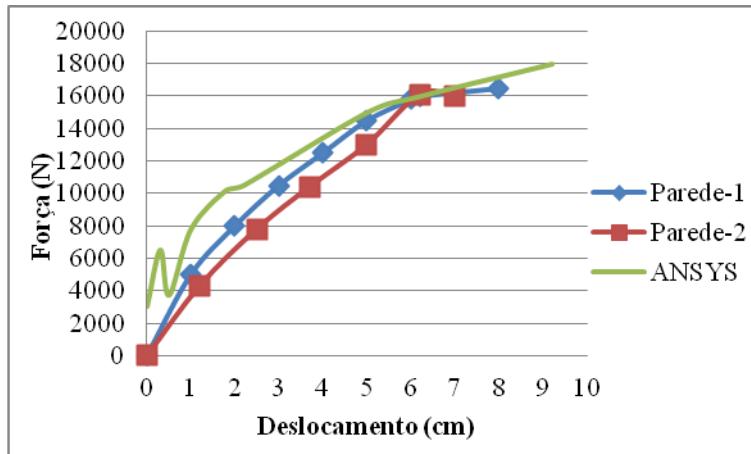
Nos ensaios à flexão, cada painel sanduíche possuía 300 cm de comprimento por 100 cm de largura. Os painéis ensaiados na posição horizontal possuíam 6 cm de espessura de concreto no lado superior e 4 cm de espessura no lado inferior. A camada intermediária de poliestireno era de 6 cm.

A espessura de cada lado do painel ensaiados na posição vertical era de 5 cm e a camada intermediária de poliestireno de 4 cm. O carregamento aplicado na realização do ensaio foi feito por um macaco hidráulico com capacidade de 300 kN.

Foi medido o deslocamento lateral pelo uso de LVDT (*Linear Variant Differential Transformer*) dos painéis sanduíches ensaiados na posição vertical (paredes). O posicionamento do LVDT e da aplicação da força foi realizada na lateral e situada à meia altura do painel.

A Figura 2.37 apresenta o diagrama força  $\times$  deslocamento ocorrido nas paredes um e dois além dos resultados obtidos numericamente pelo ANSYS.

Figura 2.37 – Resultados dos ensaios de paredes realizados por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

Foi observado que devido à porosidade do concreto, houve perda de rigidez inicial, e assim, foram registrados menores deslocamentos e menores resistências ao carregamento quando comparado pela análise de elementos finitos. Essa perda de rigidez pode ser explicada por:

- Fissuração da camada de concreto resultando na redistribuição das forças atuantes no painel. Esta fase de fissuração aconteceu para um carregamento de 7.000 N;
- Redução da aderência na ligação entre as camadas de concreto ocorridas pela fissuração da camada de poliestireno;
- À medida que o carregamento aumentava, ocorria ruptura por cisalhamento da armação as quais, estando sob compressão, podem ter sofrido flambagem, e dessa maneira, ter reduzido a rigidez à flexão do painel. Para um carregamento de 14.000 N, o painel rompeu pelo esmagamento da camada de concreto.

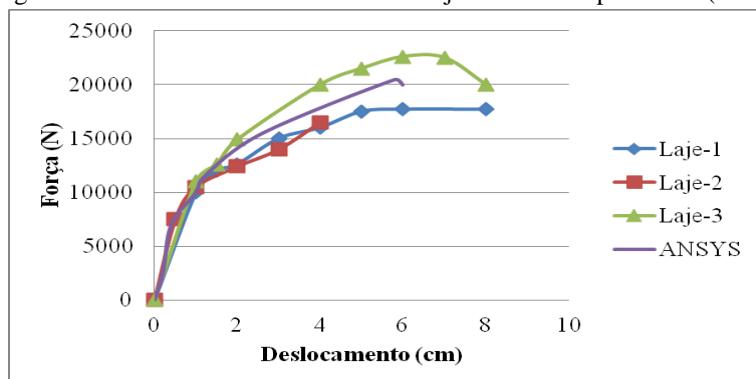
Os painéis sanduíches ensaiados na posição horizontal (lajes) tinham carregamento aplicado na posição vertical e no meio do vão. A espessura total da laje de painel era de

16 cm e o carregamento foi aplicado a uma distância correspondente a  $\frac{L}{4}$  e  $\frac{3L}{4}$  do vão.

Foram utilizados três medidores de deslocamento com precisão de 0,025 mm posicionados no centro,  $\frac{L}{4}$  e  $\frac{3L}{4}$  do vão.

A Figura 2.38 representa o comportamento não linear de força  $\times$  deslocamento, para o carregamento aplicado no meio do vão da laje de painel.

Figura 2.38 – Resultados dos ensaios de lajes realizados por Kabir (2005)

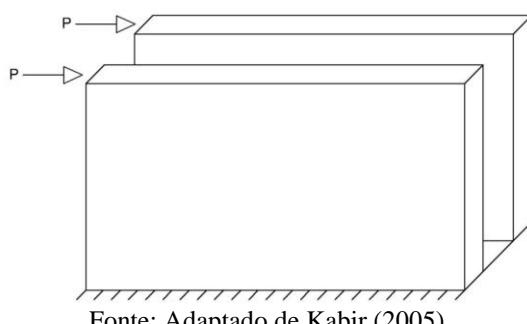


Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

Analizando o comportamento da laje 3, observou-se que até 7.000 N, a força foi proporcional ao deslocamento. A partir desse carregamento apareceram as primeiras fissuras de tração no lado inferior da camada de concreto do painel. Essas fissuras provocaram uma redução considerável da rigidez e a armação inferior ficou sujeita a tensões de tração. Quando o carregamento foi de 12.000 N, as fissuras aumentaram e se propagaram na direção vertical, e nesse estágio, a região inferior do concreto estava completamente solicitada por tensões de trações. Finalmente, para um carregamento de 22.000 N, a armação estava completamente tracionada e a laje entrou em ruína.

Para o estudo do ensaio de cisalhamento direto, foram realizados investigações experimentais e numéricos de três painéis com 55 cm de altura e 100 cm de comprimento. As espessuras de cada camada de concreto e da camada de poliestireno eram iguais. O carregamento foi aplicado nas camadas de concreto (Figura 2.39).

Figura 2.39 – Ensaio de cisalhamento direto realizado por Kabir (2005)

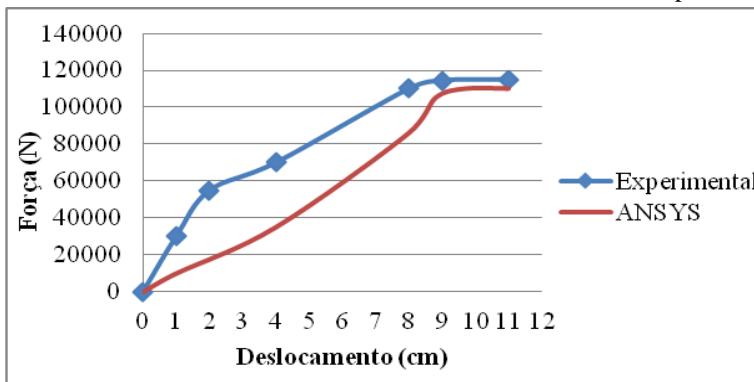


Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

O comportamento elástico do painel ocorreu até um carregamento de 60.000 N e o painel se comportou como uma viga em balanço. Quando o carregamento alcançou 70.000 N, as fissuras estavam claramente visíveis e a inclinação da curva força versus deslocamento reduziu para metade do valor inicial.

Para um carregamento de 120.000 N, as fissuras aumentaram de tamanho rompendo o painel e se tornando instável, devido o deslizamento da camada superior de concreto em relação à camada inferior. A Figura 2.40 apresenta os resultados obtidos experimentalmente e numericamente.

Figura 2.40 – Resultados dos ensaios de cisalhamento direto realizados por Kabir (2005)



Fonte: Adaptado de Kabir (2005)

### 2.7.7 Ensaios realizados por Banayoune *et al.* (2008)

Banayoune *et al.* (2008) estudaram o comportamento de seis painéis sanduíches atuando como lajes submetidas à flexão.

Foram realizadas investigações teóricas através da modelagem por elementos finitos (MEF) dos painéis com a utilização do *software* LUSAS® e os resultados foram comparados com dados experimentais. A relação da maior dimensão pela menor dimensão do painel definiu a forma de sua armação  $\lambda$ , ou seja:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (2.20)$$

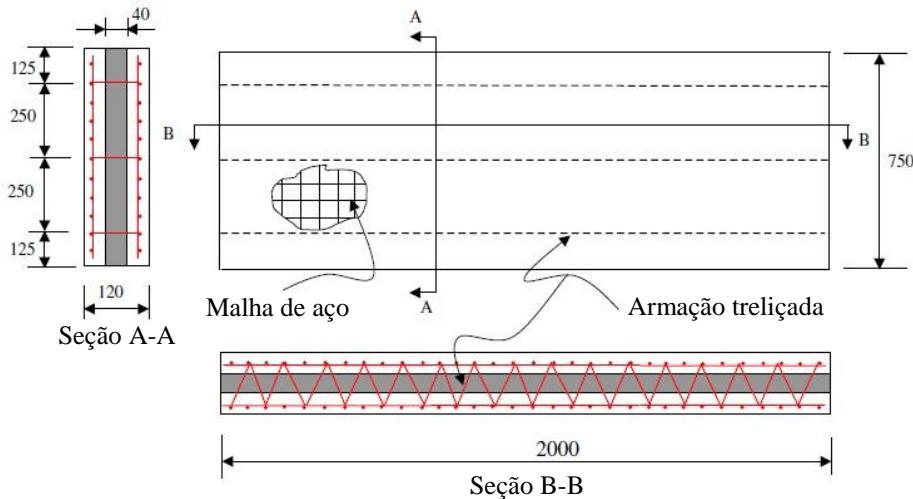
$l_y \rightarrow$  valor da maior dimensão do painel;

$l_x \rightarrow$  valor da menor dimensão do painel;

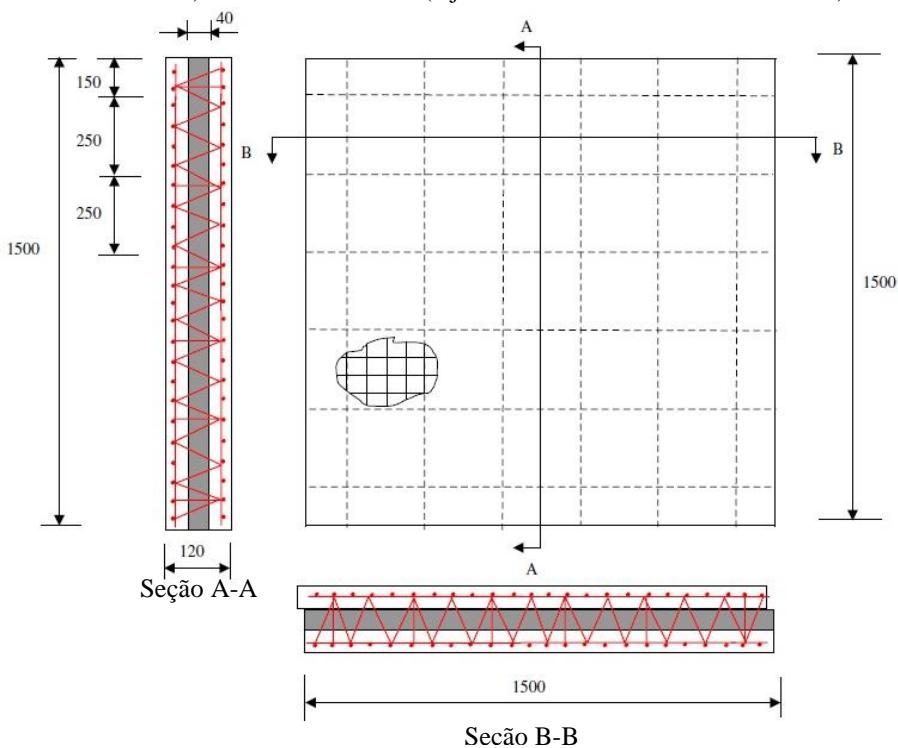
Quando  $\lambda > 2$ , as lajes foram armadas em uma única direção e quando  $\lambda < 2$  as lajes foram armadas em cruz (Figura 2.41).

Figura 2.41 – Modelos das lajes de painéis ensaiados por Benayoune *et al.* (2008)

a) Detalhes P11 e P12 (lajes armadas em uma direção – cotas em mm)



b) Detalhes P21 e P22 (lajes armadas em cruz – cotas em mm)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

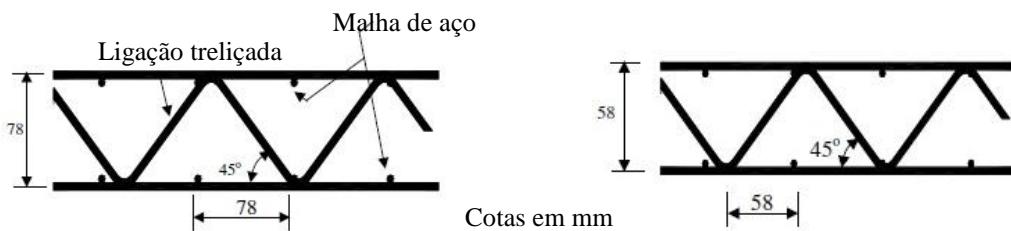
Dos seis painéis ensaiados, dois tinham 2 m de comprimento por 0,75 m de largura ( $\lambda = 2,67$ ) e foram armados em uma única direção.

Outros dois painéis tinham 1,5 m de comprimento por 1,5 m de largura ( $\lambda = 1,0$ ) e foram armados em cruz. Os dois painéis restantes possuíam 1,0 m de comprimento por 0,5 m de largura ( $\lambda = 2$ ), e correspondiam à situação crítica de comportamento entre os painéis armados em cruz e painéis armados em uma única direção. Todos os painéis possuíam duas camadas de concreto armado de 4 cm de espessura e uma camada intermediária de poliestireno com 4 cm. A armação para a camada de concreto era constituída de uma malha quadrangular 10 cm  $\times$  10 cm de aço com 6 mm de diâmetro. O cobrimento do concreto para a malha foi de 1,5 cm. Essas camadas de concreto foram interligadas por treliças com 6 mm de diâmetro e amarradas na malha (Figura 2.42).

Figura 2.42 – Detalhes das treliças utilizadas nas lajes de painéis ensaiados por Benayoune *et al.* (2008)

a) Armação dos painéis P11 e P12

b) Armação dos painéis P21 e P22



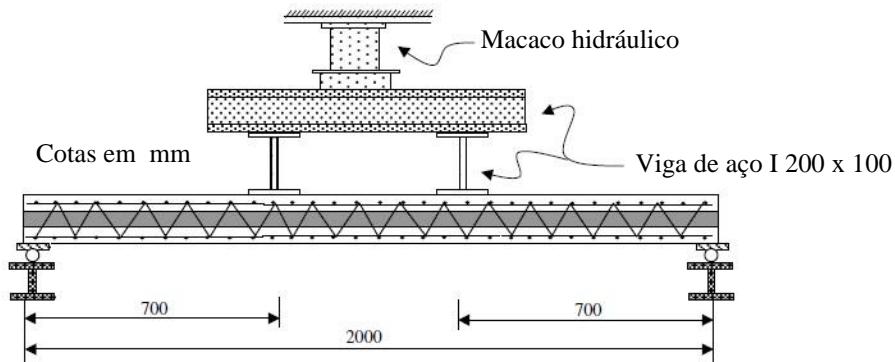
Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Os agregados utilizados no concreto tinham 10 mm de diâmetro e o traço de cimento, areia e agregado foi de 1:2,5:4 com fator água-cimento igual a 0,55. A resistência média do concreto, no dia em que os painéis foram ensaiados, era de 24,15 MPa e o módulo de elasticidade igual a 22,45 GPa. A resistência de escoamento do aço era de 250 MPa e o seu módulo de elasticidade correspondia a 215 GPa.

Embora a camada de poliestireno pudesse transferir cisalhamento entre as camadas de concreto por meio da aderência, os pesquisadores consideraram que esta transferência pouco influía nos resultados finais de transferência do esforço cisalhante. Assim, foi analisado apenas o comportamento nas camadas de concreto e das armações dos painéis. Os painéis foram ensaiados na posição horizontal em uma máquina universal com capacidade de 1.000 kN.

Os painéis armados em uma única direção ( $2\text{ m} \times 0,75\text{ m}$ ) foram simplesmente apoiados e submetidos a duas linhas de carregamento (Figura 2.43).

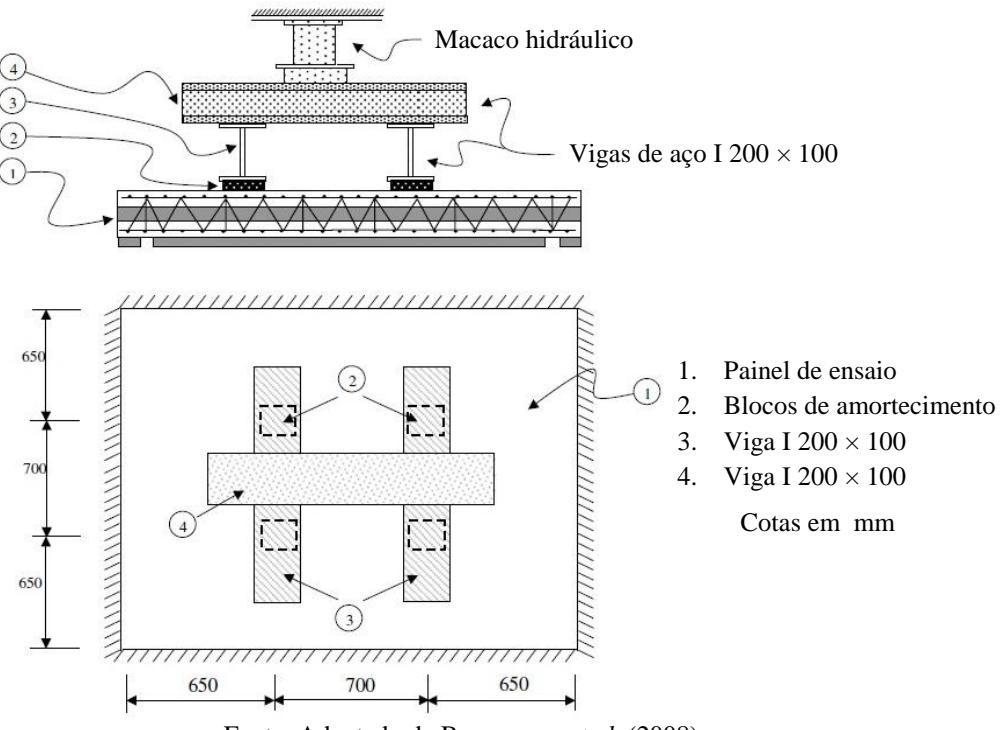
Figura 2.43 – Detalhes do ensaio da laje armada em uma única direção realizados por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Os painéis armados em cruz ( $1,5\text{ m} \times 1,5\text{ m}$ ) e o painel ( $1,0\text{ m} \times 0,5\text{ m}$ ) foram simplesmente apoiados em quatro lados e submetidos a quatro pontos de carregamento (Figura 2.44). A força foi aplicada por um macaco hidráulico e transmitida para o painel por meio de uma viga I.

Figura 2.44 – Detalhes do ensaio da laje armada em cruz realizados por Benayoune *et al.* (2008)



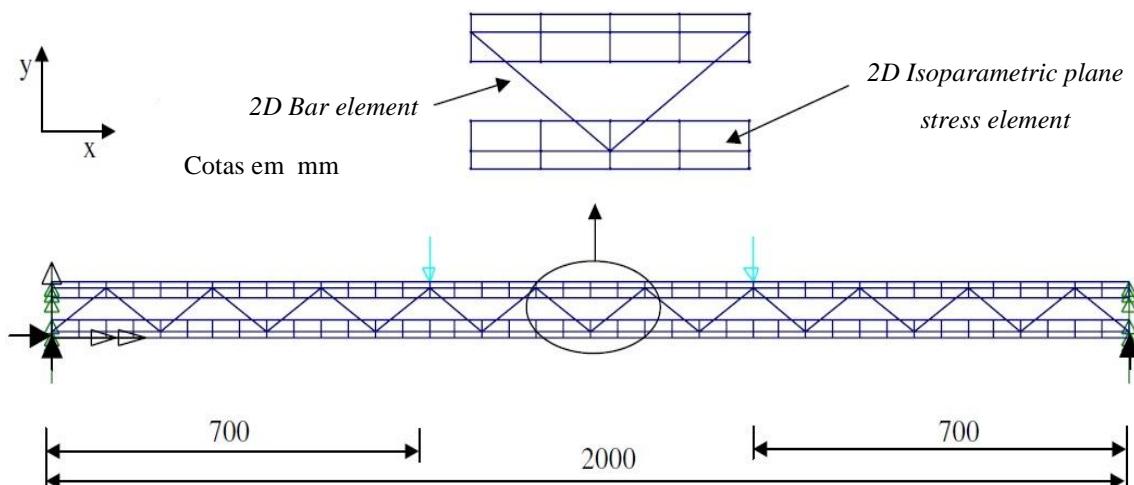
Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Os painéis foram modelados em 2D e 3D, a fim de simular lajes armadas em uma única direção e lajes armadas em cruz.

As lajes armadas em uma única direção foram modeladas em 2D. Nas camadas de concreto, foi aplicado o elemento de quatro nós com dois graus de liberdade por nó, existente no programa computacional LUSAS® chamado de *2D isoparametric plane stress*. Na armação, foi aplicado o elemento com dois graus de liberdade por nó chamado de *2D isoparametric bar element* (Figura 2.45).

As condições de apoio empregada no programa possuía restrição nodal de translação no eixo y em ambas as extremidades, restrição nodal de translação no eixo x em uma das extremidades, enquanto a outra extremidade poderia se movimentar ao longo do eixo x. Dessa maneira simulava as condições de ensaio descritas na Figura 2.43.

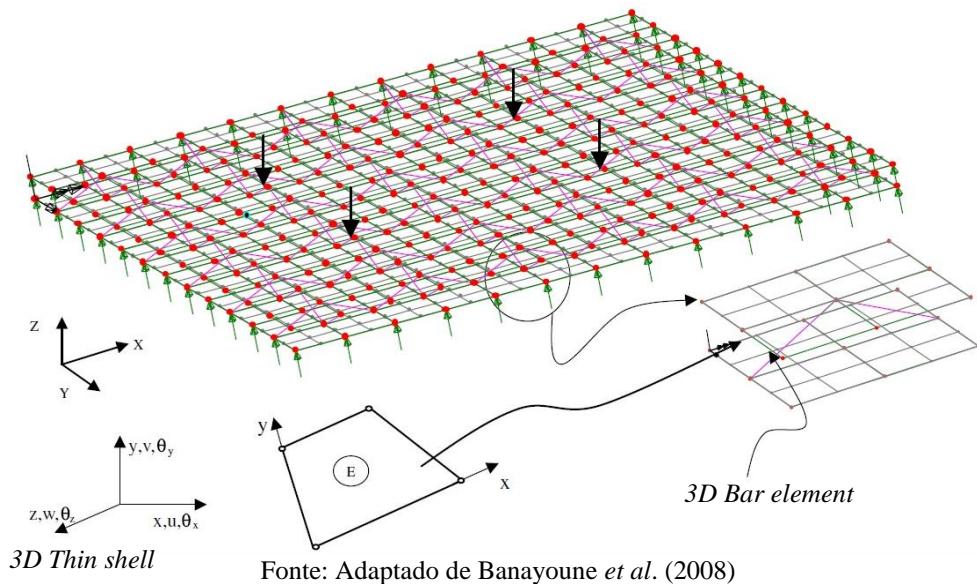
Figura 2.45 – Modelagem no programa LUSAS® da laje armada em uma direção, carregamento e condições de apoios por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

As lajes armadas em cruz foram modeladas em 3D. Nas camadas de concreto, foi aplicado o elemento de quatro nós com seis graus de liberdade, existente no programa computacional LUSAS® chamado de *3D thin shell*. Na armação, tanto a malha de aço como na treliça, foi aplicado o elemento com três graus de liberdade por nó chamado de *3D bar element*. As condições de apoio e a localização das forças estão mostradas na Figura 2.46 e dessa maneira simulava as condições de ensaio descritas na Figura 2.44.

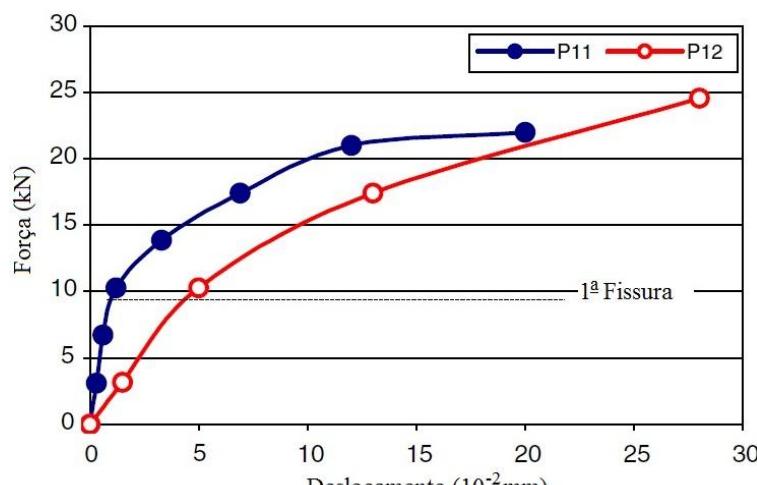
Figura 2.46 – Modelagem no programa LUSAS® da laje armada em cruz, carregamento e condições de apoios por Benayoune *et al.* (2008)



Em ambas as modelagens, foram consideradas o comportamento não linear dos materiais e foi aplicado o critério de Von Mises nas ligações entre as armações.

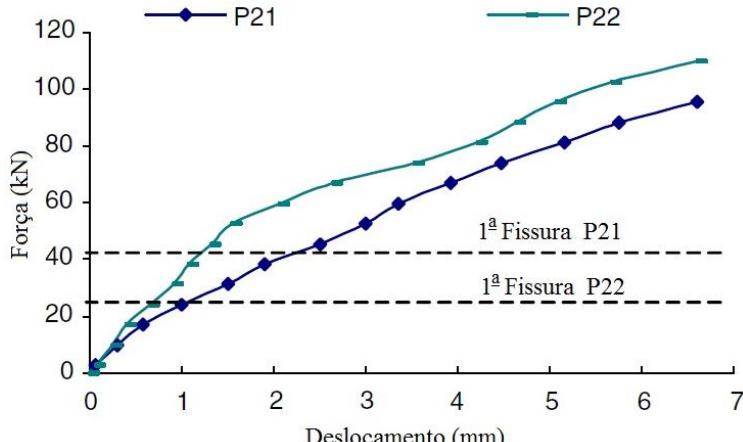
A curva dos resultados experimentais no meio do vão dos painéis P11, P12, P21 e P22 estão mostrados nas Figura 2.47 e Figura 2.48.

Figura 2.47 – Resultados dos ensaios das lajes de painéis (P11 e P12) armadas em uma direção por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Figura 2.48 – Resultados dos ensaios das lajes de painéis (P21 e P22) armadas em cruz por Benayoune *et al.* (2008)

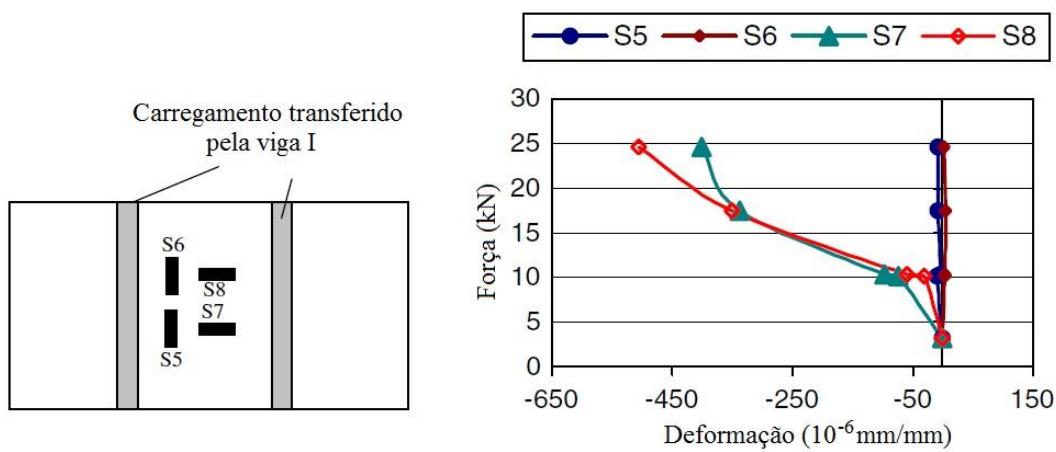


Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

As primeiras fissuras de todos os ensaios ocorreram no valor de 40% a 55% da força máxima suportado pelos painéis. Foi observado que antes do aparecimento da primeira fissura na camada de concreto, os painéis estavam no regime elástico havendo linearidade entre a força aplicada pelo deslocamento. Entretanto, após a fissuração, a curva se tornou não linear e o deslocamento aumentou significativamente até a ruptura dos painéis.

A fim de analisar as deformações na camada de concreto, foram fixados quatro extensômetros S5, S6, S7 e S8 no painel P11 e os resultados estão mostrados na Figura 2.49.

Figura 2.49 – Resultados da deformação da laje de painel P11 no meio do vão por Benayoune *et al.* (2008)

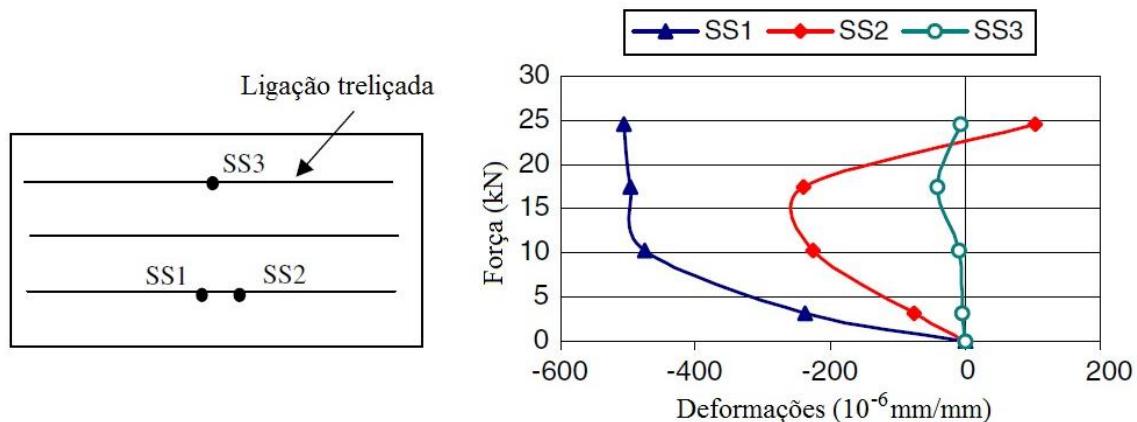


Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Foi observado que não ocorreram deformações significativas da laje na direção do seu comprimento, medidos pelos extensômetros S5 e S6. Isto demonstrou que a laje armada em uma única direção se comportou como se fosse uma laje maciça.

Para estudar o efeito da ligação pela armadura do painel, foram fixados três extensômetros no banzo inferior da treliça, localizados no meio do vão do painel, como mostra a Figura 2.50.

Figura 2.50 – Resultados da deformação na treliça da laje de painel P12 no meio do vão por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

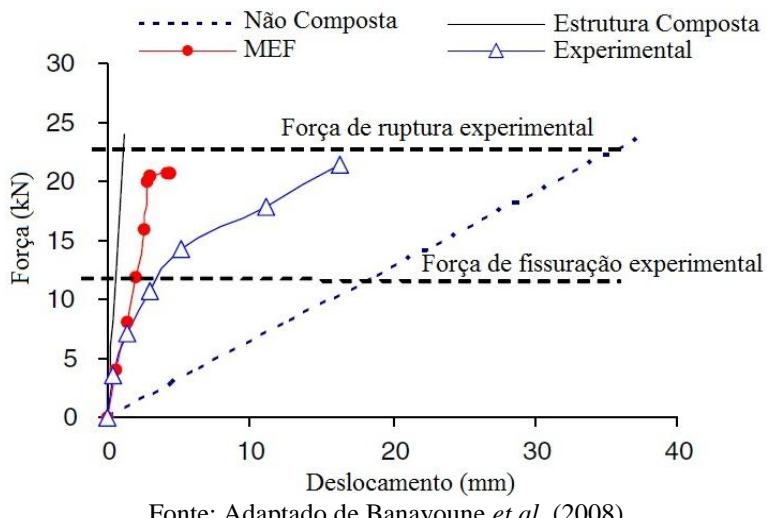
Foi observado que ocorreram baixas deformações no banzo inferior, e assim, não houve transferências significativas de forças para a camada superior de concreto.

O maior valor da flecha ocorreu devido ao momento máximo de flexão no meio do vão. Grande parte das fissuras surgiu logo abaixo da linha de aplicação da força.

Todas as lajes de painéis romperam devido à alta tensão existente na armadura, acompanhada de fissuras excessivas em ambas as camadas de concreto.

A Figura 2.51 apresenta a curva força pelo deslocamento dos resultados do painel P11 armado em uma única direção.

Figura 2.51 – Comparação dos resultados do P11 entre a modelagem por elementos finitos (MEF) e experimental realizados por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

Estes resultados foram comparados aos obtidos pelo MEF. Procurou analisar também, qual seria o comportamento desse painel se fosse idealizado apenas no regime elástico, ou seja, estimou-se a curva força pelo deslocamento até a ruptura do painel devido o esmagamento do concreto ou pelo escoamento do aço. Neste caso, a estrutura atuaria como uma peça composta e as camadas de concretos se comportariam como se fossem únicas.

Foi comparado também, qual seria o comportamento do painel atuando como peça não composta. Neste caso, as armações não teriam a capacidade de transferir esforços de cisalhamento e as camadas de concretos se comportariam independentes uma da outra.

O painel experimental apresentou comportamento elástico-linear nos primeiros estágios de carregamento e antes da ocorrência das primeiras fissuras.

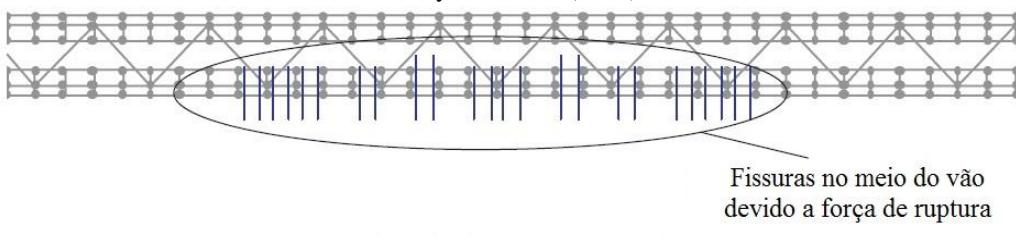
Entretanto, após a fissuração ter ocorrido, a modelagem por MEF apresentou maior rigidez do que o painel experimental, pois no modelo de MEF foi considerada uma perfeita aderência entre as camadas de concreto e a armação, o que não ocorreu experimentalmente.

A força máxima de ruptura do MEF foi de 20,70 kN. Assim, houve uma boa aproximação da força máxima de ruptura do modelo experimental que foi de 21,4 kN. A

diferença entre os deslocamentos dos dois modelos, no regime elástico, foi menor que 1,5%. Dessa forma, o modelo 2D foi capaz de prever com aceitabilidade a modelagem das lajes de painéis armadas em uma única direção.

As fissuras ocorridas na camada inferior do concreto, devido à força de ruptura da modelagem MEF, podem ser vistas na Figura 2.52.

Figura 2.52 – Fissuração no meio do vão do painel da modelagem computacional 2D realizados por Benayoune *et al.* (2008)

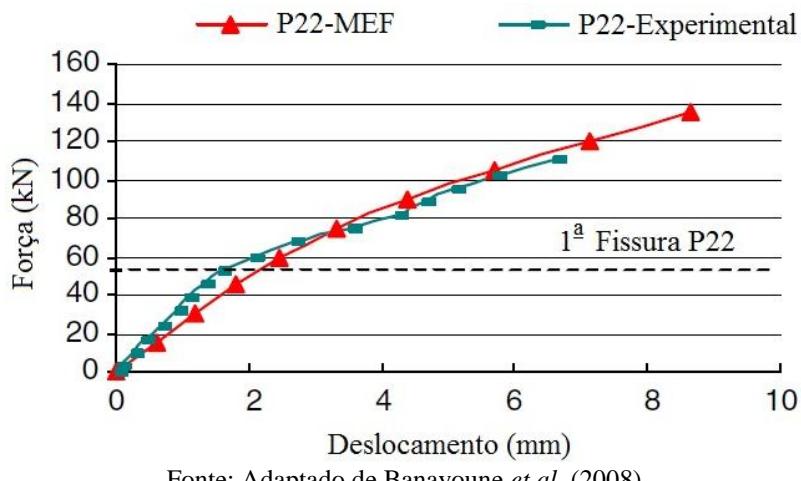


Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

A Figura 2.53 apresenta os resultados da curva força × deslocamento no meio do vão da laje armada em cruz P22. Estes resultados foram comparados aos resultados da modelagem 3D realizados computacionalmente.

Observou-se que o deslocamento para a força de ruptura do MEF foi 1,2% superior ao modelo experimental. A força na ruptura do MEF foi de 135,2 kN, aproximadamente 15% maior do que o modelo experimental que foi de 117,3 kN.

Figura 2.53 – Comparação dos resultados do P22 entre a modelagem por elementos finitos (MEF) e experimental realizados por Benayoune *et al.* (2008)



Fonte: Adaptado de Benayoune *et al.* (2008)

## 2.8 Equações de transferência do esforço de cisalhamento

Algumas equações sobre transferência do esforço cisalhante, relacionado com armaduras que atravessam perpendicularmente a interface estudada por alguns pesquisadores, estão descritas a seguir. O termo  $\rho_{sw} \cdot f_y$  refere-se à contribuição da armadura que resiste apenas à tensão normal,  $\mu$  é o coeficiente de atrito interno e  $\tau_u$  é a tensão máxima de cisalhamento.

### Equação de Birkeland e Birkeland (1966)

Birkeland e Birkeland (1966) foram os primeiros a introduzir uma equação parabólica para a resistência ao cisalhamento ao longo da interface:

$$\tau_u = 2,78 \cdot \sqrt{\rho_{sw} \cdot f_y} \quad (\text{MPa}) \quad (2.21)$$

### Equação de Mast (1968)

A equação proposta por Mast (1968) foi baseada no modelo da teoria atrito-cisalhamento e avaliava a resistência ao cisalhamento em interfaces rugosas. Nesse modelo a interface rugosa foi substituída por "dentes" inclinados de  $\text{tg}\phi$ . Quando a interface está sendo solicitada por uma força de compressão, surgirá uma força horizontal que tenderá a tracionar as armaduras transversais. Deve-se assumir que a armadura transversal à interface pode atingir a sua resistência ao escoamento. A resistência da interface ao cisalhamento pode ser avaliada por:

$$\tau_u = \rho_{sw} \cdot f_y \cdot \text{tg}\phi \leq 0,15 \cdot f_c \cdot \text{tg}\phi \quad (2.22)$$

onde:

$\text{tg}\phi = 0,7$  para ligação de concreto com concreto e interface lisa;

$\text{tg}\phi = 0,7$  para ligação de concreto com aço e conectores metálicos soldados;

$\text{tg}\phi = 1,0$  para ligação de concreto com aço em vigas compostas;

$\text{tg}\phi = 1,4$  para ligação de concreto com concreto e interface rugosa;

$\rho_{sw}$ : taxa geométrica de armadura transversal à interface deve ser menor que 0,015.

Complementando as equações de Mast (1968), as pesquisas realizadas por Hofbeck et al.(1969) sugeriram que o limite absoluto da tensão de resistência da interface ao cisalhamento fosse de 4,14 MPa para a tensão normal de compressão, ou seja,  
 $\rho_{sw} \cdot f_y \cdot \operatorname{tg}\phi \leq 4,14 \cdot \operatorname{tg}\phi$ .

#### Equação de Shaikh (1978)

Com base em estudos desenvolvidos desde 1966, a fim de estimar a resistência ao cortante horizontal em interfaces, Shaikh (1978) concluiu que a resistência ao cisalhamento das ligações deve ser determinada por:

$$\tau_u = \phi \cdot \rho_{sw} \cdot f_y \cdot \mu_e \quad (2.23)$$

onde:

$$\mu_e = \frac{6,9\lambda^2 \cdot \mu}{\tau_u} \text{ (MPa)} \quad (2.24)$$

$\mu_e$  : coeficiente de atrito efetivo;

$\mu$  : coeficiente de atrito interno;

$\mu$  : vale 1 para interface rugosa entre concretos, 0,4 para interfaces lisas entre concretos e 0,6 para interface entre concreto e aço.

$\phi$  : é um coeficiente de redução que vale 0,85;

$\lambda$  : é uma constante que leva em consideração a densidade do concreto;

$\lambda$  : vale 1,0 para concreto de densidade normal;

$\lambda$  : igual a 0,75 para concreto de baixa densidade (concreto leve);

#### Equação de Walraven e Reinhardt (1981)

A análise estatística dos resultados dos ensaios de 88 modelos submetidos à compressão, realizada por Walraven e Reinhardt (1981), resultou em uma equação da

resistência ao esforço cisalhante para modelos com interfaces inicialmente pré-fissuradas:

$$\tau_u = C_1 \cdot (\rho_{sw} \cdot f_y)^{C_2} \quad (\text{MPa}) \quad (2.25)$$

onde:

$$C_1 = 0,878 \cdot f_c^{0,406} \quad \text{e} \quad C_2 = 0,167 \cdot f_c^{0,303} \quad (2.25a)$$

$f_c$ : equivale a 0,85 da resistência à compressão do concreto.

#### Equação de Mattock (1988)

Segundo Mattock (1988), a resistência por aderência entre duas superfícies de concreto submetidas ao cisalhamento direto pode ser expressa em função da resistência à compressão  $f_c$  e pode ser estimada pela primeira parcela da equação ao cisalhamento:

$$\tau_u = 0,467 \cdot f_c^{0,545} + 0,8 \cdot (\rho_{sw} \cdot f_y + \sigma_n) \leq 0,3 \cdot f_c \quad (\text{MPa}) \quad (2.26)$$

#### Equação de Loov e Patnaik (1994)

Loov e Patnaik (1994) procuraram estudar a influência da resistência do concreto  $f_c$  na capacidade de resistência ao cisalhamento pela interface:

$$\tau_u = k \cdot \sqrt{\rho_{sw} \cdot f_y \cdot f_c} \quad (\text{MPa}) \quad (2.27)$$

onde  $k$  é uma constante que vale 0,5 empregada para interface inicialmente não fissurada.

# **CAPÍTULO 3**

## **PROGRAMA EXPERIMENTAL**

### **3.1 Introdução**

O programa experimental desenvolvido neste trabalho visa investigar a resistência ao cisalhamento de ligações de concretos de diferentes idades em painéis duplos treliçados pré-moldados de concreto preenchidos com concreto moldado no local.

Foram realizados ensaios de cisalhamento direto em modelos prismáticos de 50 cm de altura, com carregamento crescente. Nesses modelos as variáveis consideradas nas análises foram a espessura interna do painel, referente ao concreto de preenchimento, a rugosidade da interface entre concretos (lisa ou rugosa) e a resistência à compressão do concreto moldado no local.

Também foram executadas duas vigas com seção transversal de 15 cm × 25 cm e 3 m de vão para análise do cisalhamento na flexão e entendimento do comportamento deste elemento estrutural aplicado em muros de arrimo.

Todos os modelos foram confeccionados na Premon Indústria de Pré-Fabricados Ltda (Uberlândia, MG) e gentilmente cedidos para o desenvolvimento deste trabalho. A concretagem da região de preenchimento do painel duplo com concreto, bem como os ensaios, foram realizados no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia (FECIV – UFU).

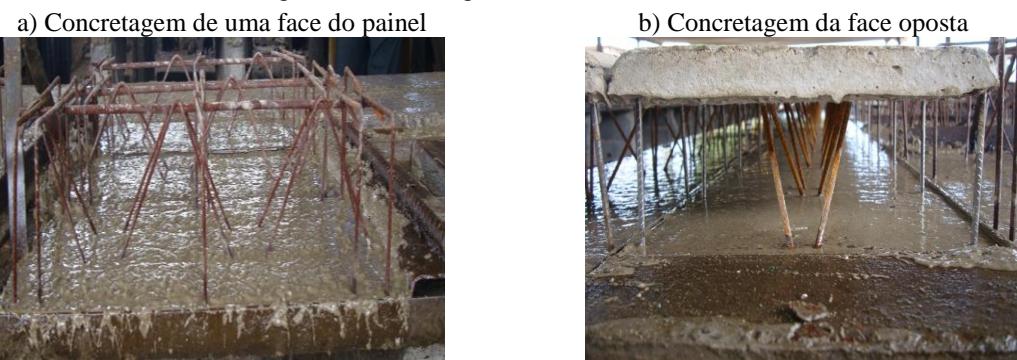
### **3.2 Painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto**

Foram ensaiadas três séries de painéis duplos treliçados de 50 cm de altura, totalizando vinte e seis modelos, tendo sido moldados em duas etapas. As faces externas dos painéis, medindo em média 3 cm de espessura, foram moldados na Premon Indústria de Pré-Fabricados Ltda. Primeiramente, moldou-se um dos lados do painel e, após três dias, foi moldado o segundo lado do painel (Figura 3.1). Os elementos de concreto pré-

moldado são interligados por meio de treliça eletrossoldada e estribos, devendo ser posteriormente preenchidos com concreto moldado no local.

A segunda etapa consistiu em preencher os modelos com concreto moldado *in loco*, (CML) entre as camadas de concreto pré-moldado (CPM) do painel, resultando em um elemento estrutural com concretos de diferentes idades. Essa etapa foi realizada no Laboratório de Estruturas da UFU.

Figura 3.1 – Moldagem dos modelos na Premon



Fonte: Autor

Com relação às interfaces entre CPM e CML, das três séries ensaiadas, apenas uma série tem superfície rugosa na interface entre os concretos, apresentando os agregados expostos como mostra a Figura 3.2. As interfaces das outras séries foram mantidas naturalmente com a concretagem do painel.

Figura 3.2 – Processo de jateamento das superfícies de ligações



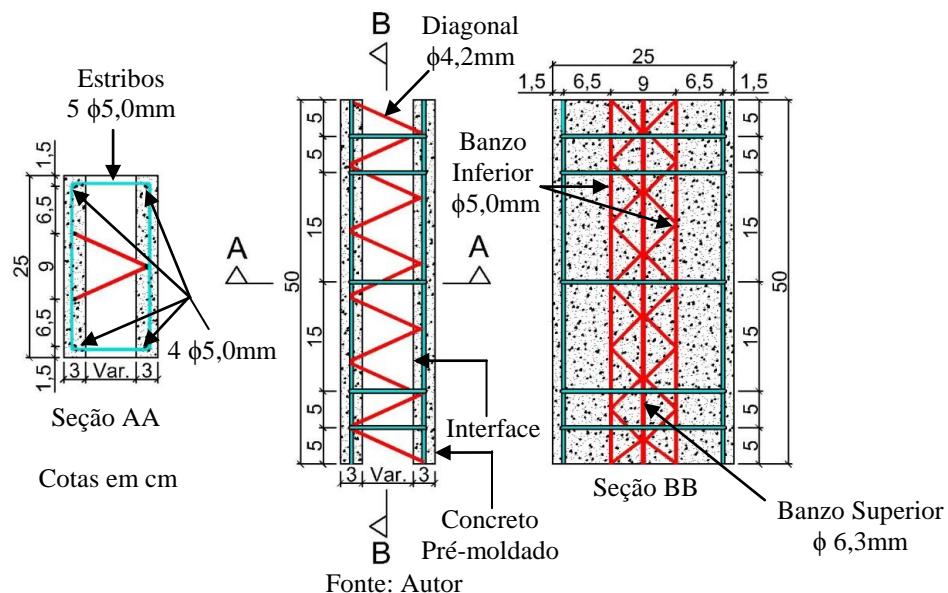
Fonte: Autor

A rugosidade da superfície foi obtida por meio do jateamento com água após a concretagem, e posterior limpeza com escova para retirada do pó na data da concretagem. As interfaces das outras séries foram mantidas conforme a concretagem

realizada na fábrica, sem alteração por meio de jateamento, sendo consideradas lisas neste trabalho.

A largura interna dos modelos representada pela espessura do concreto de preenchimento foi considerada variável sendo de 7 cm, 9 cm e 13 cm, para fins de estudo do efeito da relação entre as espessuras de concreto, uma vez que a espessura do CPM é constante e igual a 3 cm. Os detalhes das armaduras e dimensões dos modelos estão mostrados na Figura 3.3

Figura 3.3 – Detalhes das armaduras dos modelos dos painéis utilizados no ensaio



A denominação da série é acompanhada de uma letra arábica. A identificação do modelo segue o seguinte formato XL/Y - Exp Z, para modelos de interfaces lisas e XR/Y - Exp Z, para modelos de interfaces rugosas. O valor de X corresponde à largura da região de preenchimento do concreto. As letras L ou R correspondem ao tipo de interface que pode ser Lisa ou Rugosa. Em seguida, a barra inclinada que separa o valor da resistência à compressão do concreto na região de preenchimento definida por Y. Finalmente, o modelo experimental é designado por Exp seguido de um numeral correspondente ao número de ensaio para uma mesma série, conforme é apresentada na Tabela 6.

Dos vinte e seis modelos, dezessete tiveram superfícies de ligação naturalmente lisas da concretagem e nove tiveram superfícies de ligação rugosa aderente, obtida pelo

processo de jateamento.

Tabela 6 – Identificação dos modelos de cisalhamento direto ensaiados

Série	Número	Modelo	Largura Interna (cm)	Tipo de Superfície de cisalhamento	$f_c$ (MPa)
A	1	7L/20 - Exp 1	7	Lisa	20
	2	7L/20 - Exp 2	7	Lisa	20
	3	7L/20 - Exp 3	7	Lisa	20
B	4	9L/20 - Exp 1	9	Lisa	20
	5	9L/20 - Exp 2	9	Lisa	20
	6	9L/20 - Exp 3	9	Lisa	20
C	7	13L/20 - Exp 1	13	Lisa	20
	8	13L/20 - Exp 2	13	Lisa	20
D	9	7R/29 - Exp 1	7	Rugosa	29
	10	7R/29 - Exp 2	7	Rugosa	29
	11	7R/29 - Exp 3	7	Rugosa	29
E	12	9R/29 - Exp 1	9	Rugosa	29
	13	9R/29 - Exp 2	9	Rugosa	29
	14	9R/29 - Exp 3	9	Rugosa	29
F	15	13R/29 - Exp 1	13	Rugosa	29
	16	13R/29 - Exp 2	13	Rugosa	29
	17	13R/29 - Exp 3	13	Rugosa	29
G	18	7L/28,4 - Exp 1	7	Lisa	28,4
	19	7L/28,4 - Exp 2	7	Lisa	28,4
	20	7L/28,4 - Exp 3	7	Lisa	28,4
H	21	9L/28,4 - Exp 1	9	Lisa	28,4
	22	9L/28,4 - Exp 2	9	Lisa	28,4
	23	9L/28,4 - Exp 3	9	Lisa	28,4
I	24	13L/28,4 - Exp 1	13	Lisa	28,4
	25	13L/28,4 - Exp 2	13	Lisa	28,4
	26	13L/28,4 - Exp 3	13	Lisa	28,4

L: lisa; R: rugosa

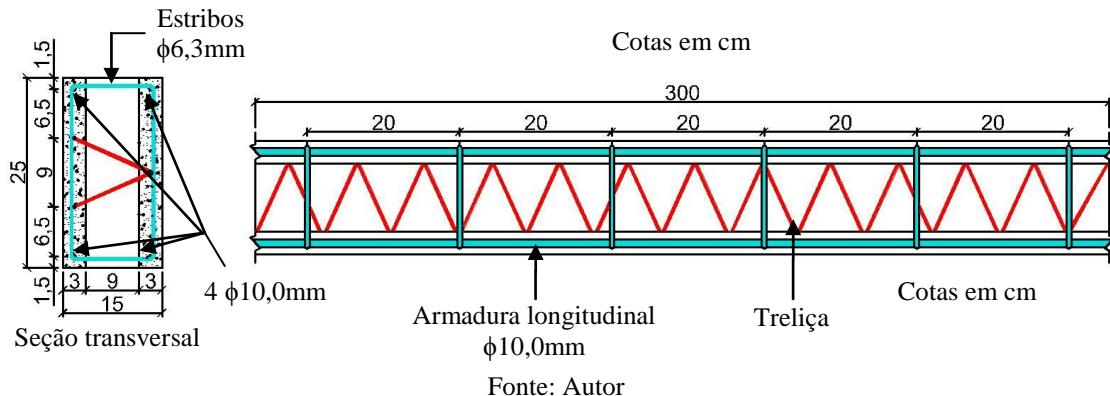
Fonte: Autor

### 3.3 Painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão

Foram executadas duas vigas constituídas de painel duplo para fins de aplicação em muros de arrimo. As vigas têm seção transversal retangular 15 cm × 25 cm e 3 m de comprimento. A interface da viga foi considerada lisa neste trabalho, pois, o concreto pré-moldado foi vibrado e deixado secar naturalmente, portanto, não passou por nenhum outro processo que interferisse na sua rugosidade superficial.

As vigas são constituídas de estribos de 6,3 mm espaçados a cada 20 cm e por 4 barras longitudinais de 10 mm de diâmetro. O detalhe das armaduras e dimensões das vigas está mostrado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Detalhes das armaduras dos modelos das vigas utilizados no ensaio



### 3.4 Materiais constituintes

Os itens seguintes descrevem os materiais utilizados para a moldagem dos elementos estruturais formados de painéis duplos treliçados.

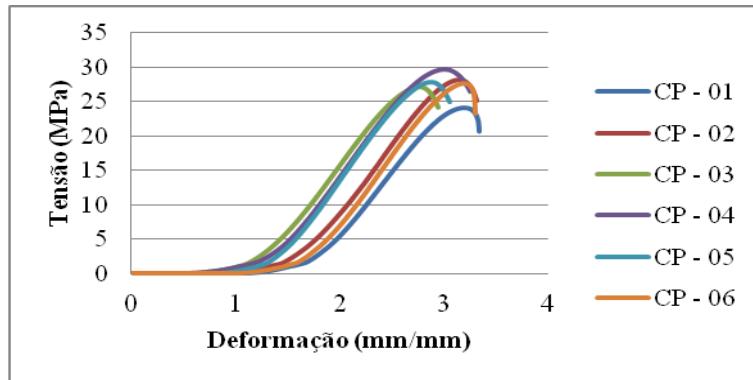
#### 3.4.1 Concreto

O traço do concreto pré-moldado, em volume, utilizado na empresa foi de 2:3:3 (cimento: areia: agregado graúdo) para um saco de cimento de 40 kg. Foram moldados seis corpos de prova para ensaio de ruptura à compressão, tendo sido o valor da resistência média aos 28 dias de idade igual a 27,5 MPa (Figura 3.5).

A concretagem da região de preenchimento com concreto moldado no local foi realizada no Laboratório de Estruturas da UFU. O traço do CML utilizado na confecção dos elementos das Séries A, B e C, em massa, é de 1:1,97:2,97 (cimento: areia: agregado graúdo) e a relação água/cimento de 0,535. Obteve-se, para esta série, a partir do ensaio dos corpos de prova, a resistência média à compressão de 20 MPa. Para as Série D, E e F, o traço em massa foi de 1:1,42:2,42 e relação água/cimento de 0,435 e a resistência média do concreto foi de 29 MPa. Para as Séries G, H e I, o traço em massa foi mantido de 1:1,42:2,42 e relação água/cimento de 0,435, tendo sido obtida a

resistência média à compressão dos ensaios de corpos de prova de 28,4 MPa para os painéis sob cisalhamento direto e de 31,6 MPa para as vigas.

Figura 3.5 – Resistência à compressão do concreto pré-moldado nos elementos laterais dos painéis duplos treliçados



Fonte: Autor

Na Tabela 7 tem-se a quantidade de materiais utilizados por metro cúbico de concreto para os dois traços.

Tabela 7 – Composição dos traços por metro cúbico de concreto

Elementos de Concreto Moldado no Local			
Traço 1:1,97:2,97	Massa/m <sup>3</sup>	Traço 1:1,42:2,42	Massa/m <sup>3</sup>
Cimento CPII-F	365,82 kg	Cimento CPII-F	451,59 kg
Brita 1 (19mm)	1086,49 kg	Brita 1 (19mm)	1092,85 kg
Areia	735,08 kg	Areia	654,08 kg
Água	195,71 l	Água	196,44 l

Fonte: Autor

Foi utilizado o cimento CPV-ARI, areia natural e agregado graúdo gnaisse britado com dimensão máxima de 9,5 mm no concreto pré-moldado (elementos laterais) e cimento CPII-F com agregado graúdo de 19 mm no concreto moldado no local (região de preenchimento).

### 3.4.2 Aço

Para os modelos sob cisalhamento direto, têm-se barras de aço CA-60 com diâmetro de 5,0 mm para as armaduras longitudinais, estribos e banzos inferiores da treliça. O banzo superior da treliça tem diâmetro de 6,3 mm e aço CA-50. De acordo com a ABNT NBR

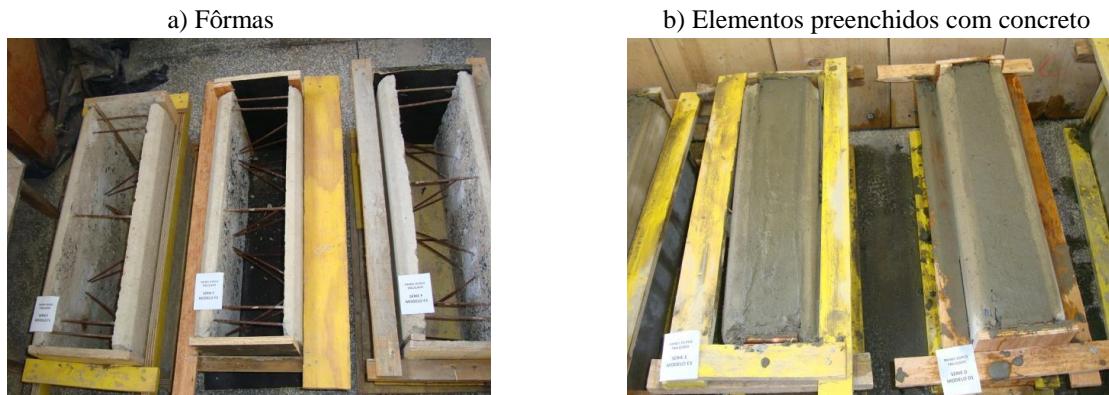
14862:2002 foram utilizadas as treliças TR10645, TR12645 e TR16645, respectivamente para as larguras internas dos painéis de 7 cm, 9 cm e 13 cm.

As vigas foram armadas com barras de aço CA-50 e diâmetro de 10 mm para as armaduras longitudinais e diâmetro de 6,3 mm para os estribos. A treliça eletrossoldada utilizada nos ensaios foi a TR12645. Essas armaduras visaram manter a integridade dos elementos durante o manuseio e ensaio.

### 3.5 Fôrmas e Concretagem

Foram utilizadas fôrmas de compensado com 8 mm de espessura para o fechamento do elemento estrutural visando a concretagem. A Figura 3.6 mostra uma vista geral das fôrmas utilizadas nos modelos físicos submetidos ao cisalhamento direto e a Figura 3.7 apresenta as fôrmas utilizadas nas vigas.

Figura 3.6 – Fôrmas para preenchimento do concreto moldado no local nas análises sob cisalhamento direto



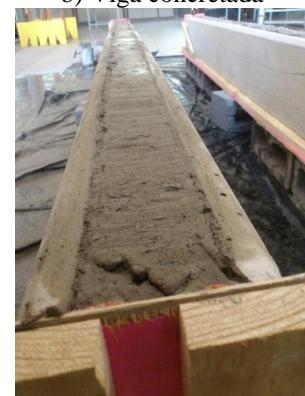
Fonte: Autor

Figura 3.7 – Fôrma das vigas formadas por painéis duplos treliçados

a) Fôrma da viga



b) Viga concretada



Fonte: Autor

O concreto foi misturado mecanicamente em uma betoneira com capacidade de 400 litros no Laboratório de Estruturas da UFU. Foram moldados corpos de prova cilíndricos 100 mm × 200 mm para cada betonada, conforme os procedimentos de moldagem estabelecidos pela norma ABNT NBR 5738:2003.

O lançamento do concreto foi feito de forma manual e o adensamento por meio de vibrador de imersão de 25 mm de diâmetro.

Os corpos de prova cilíndricos foram desmoldados 24 horas após a concretagem e colocados na câmara úmida por 7 dias. A cura dos elementos dos modelos físicos foi realizada também por 7 dias, mantendo-se sua superfície livre umedecida.

Após o tempo de cura, os modelos físicos e os corpos de prova cilíndricos foram deixados sob as condições do ambiente do laboratório até a data do ensaio.

### **3.6 Metodologia de ensaio**

Nas seções seguintes são descritas os procedimentos dos ensaios dos modelos formados por painéis duplos treliçados preenchidos com concreto moldado no local, sob cisalhamento direto e cisalhamento na flexão.

#### **3.6.1 Ensaio dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto**

A Tabela 8 apresenta as datas dos ensaios dos protótipos formados por painéis duplos treliçados preenchidos com CML sob cisalhamento direto. Em todos os modelos foi aplicado carregamento crescente até a ruptura. A aplicação do carregamento foi realizada pela Máquina Universal EMIC.

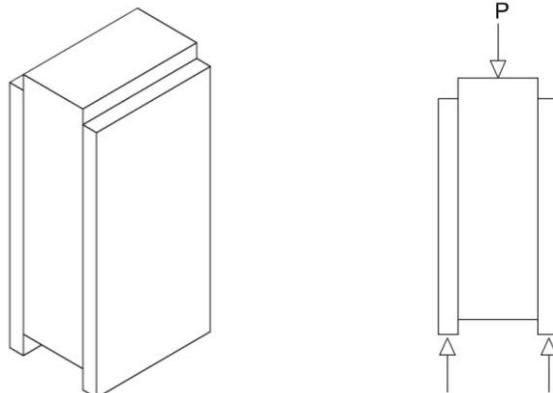
Tabela 8 – Data de ensaios dos painéis duplos treliçados

Data	Nº de ensaios	Séries ensaiadas
30/03/2012	8	A, B e C
16/08/2012	9	D, E e F
12/11/2012	9	G, H e I

Fonte: Autor

Nos ensaios de cisalhamento direto aplicou-se sobre o elemento central, na direção longitudinal, uma força  $P$  (Figura 3.8) sobre a superfície de concreto moldado no local, na região do preenchimento.

Figura 3.8 – Vista isométrica, condições de apoio e aplicação da força nos modelos



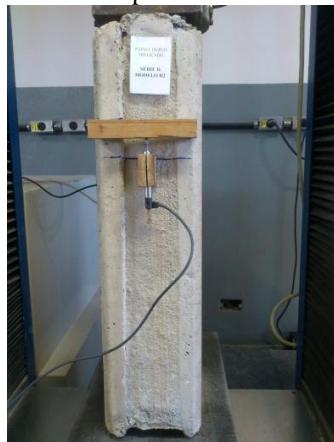
Fonte: Autor

Para obter o deslocamento relativo entre os elementos moldados em diferentes idades, utilizaram-se dois transdutores de deslocamento da marca HBM, modelo 1-WI/10 mm, com cursor de 10 mm e saída nominal de 80 mV/V. Foram colocados dois transdutores, sendo um na face frontal do protótipo e outro na face oposta (Figura 3.9 e Figura 3.10).

Foi desenvolvido um aparato de madeira fixado ao CPM servindo de referência na leitura dos deslocamentos relativos entre a parte pré-moldada e a contretada *in loco*.

Figura 3.9 – Posicionamento dos transdutores de deslocamentos utilizados no ensaio de cisalhamento direto

a) Transdutor posicionado na face A

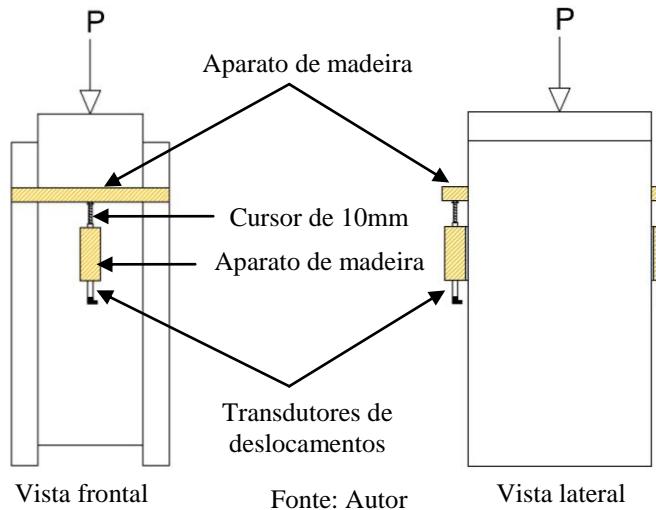


b) Transdutor posicionado na face B



Fonte: Autor

Figura 3.10 – Esquema do posicionamento dos transdutores de deslocamentos



Cada transdutor registrou a medida do deslizamento entre as superfícies dos elementos pré-moldados nas laterais e o elemento central de concreto moldado no local.

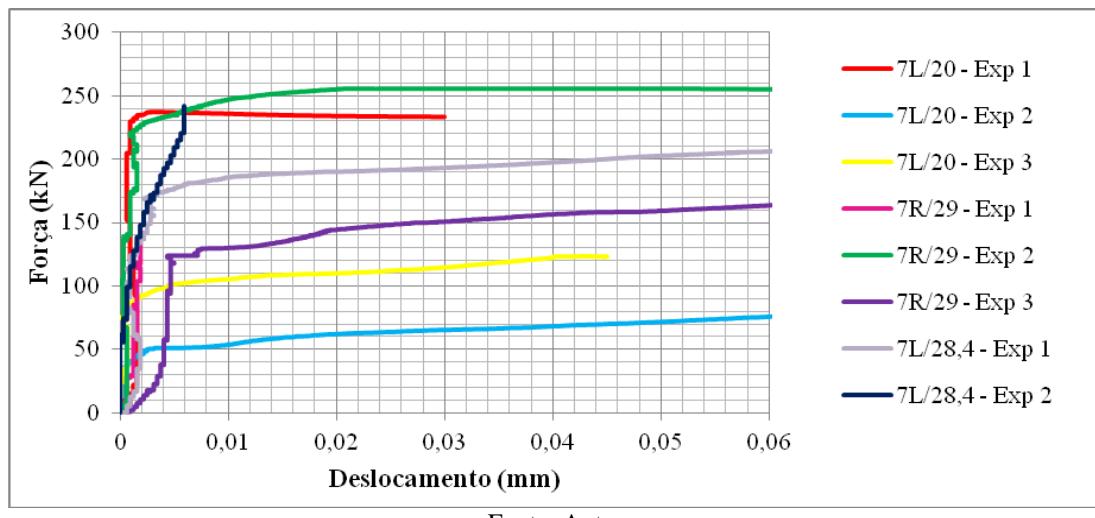
A aplicação do carregamento foi realizada por meio da Máquina Universal EMIC com capacidade de até 600 kN. Para sincronizar a leitura da força aplicada e os deslocamentos nos dois transdutores, empregou-se também uma célula de carga de 300 kN.

A célula e os dois transdutores foram acoplados a um sistema de aquisição de dados (Spider 8) da marca HBM. Para o armazenamento dos valores dos ensaios foi designada uma frequência de 10 Hertz. A duração de cada ensaio foi de aproximadamente vinte e cinco minutos.

### 3.6.2 Comparação entre os resultados experimentais dos modelos sob cisalhamento direto

A Figura 3.11 ilustra a relação entre o carregamento e os deslocamentos relativos médios da interface para modelos de 7 cm de largura na região do CML. As Séries A e G de interface lisa tiveram um deslocamento relativo de interface maior que a Série D de interface rugosa, para um mesmo nível de carregamento.

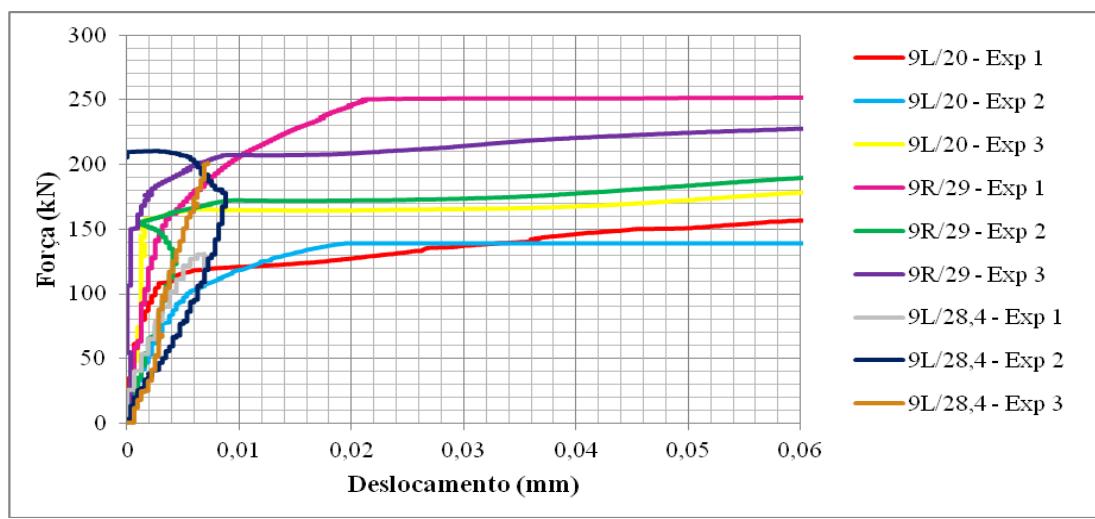
Figura 3.11 – Diagrama força × deslocamento para os painéis duplos sob cisalhamento direto A, D e G com 7 cm de largura na região do CML



Fonte: Autor

A Figura 3.12 ilustra a relação entre o carregamento e os deslocamentos relativos médios de interface para modelos de 9 cm de largura na região do CML. A Série B de interface lisa foi o que teve maior deslocamento relativo de interface do que os outros modelos para um mesmo nível de carregamento. Isto pode ser explicado pelo fato de possuir uma resistência à compressão na região do CML menor do que os outros modelos, permitindo assim um maior deslocamento relativo de interface.

Figura 3.12 – Diagrama força × deslocamento para os painéis duplos sob cisalhamento direto B, E e H com 9 cm de largura na região do CML



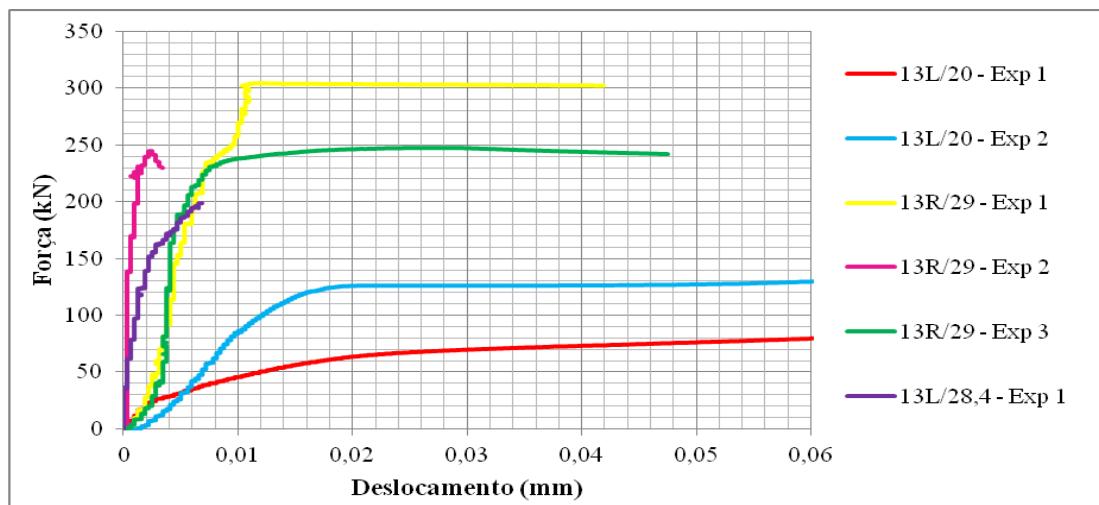
Fonte: Autor

A Figura 3.13 ilustra a relação entre o carregamento e os deslocamentos relativos médios de interface para modelos de 13 cm de largura na região do CML. A Série C de interface lisa foi o que teve maior deslocamento relativo de interface do que os outros modelos para um mesmo nível de carregamento. Isto pode ser explicado pelo fato de ter uma menor resistência à compressão na região do CML do que os outros modelos.

Não foram mostrados os resultados dos modelos 13L/20 - Exp 3, 7L/28,4 - Exp 3, 13L/28,4 - Exp 2 e 13L/28,4 - Exp 3, por não atingirem os resultados esperados e, dessa maneira, apresentaram dispersão de resultados.

Foi verificado que os deslocamentos na ruptura eram de valores pequenos, atingindo a ordem de  $10^{-2}$  mm a  $10^{-3}$  mm.

Figura 3.13 – Diagrama força × deslocamento para os painéis duplos sob cisalhamento direto C, F e I com 13 cm de largura na região do CML



Fonte: Autor

### 3.6.3 Ensaio dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão

Nos ensaios de cisalhamento na flexão aplicou-se sobre a face externa do painel duplo, uma força concentrada  $P$  perpendicular a largura da face (Figura 3.14 e Figura 3.15) sobre a superfície de concreto pré-moldado. Foram ensaiadas duas vigas de interfaces lisas que foram designadas por V1 e V2. As vigas foram simplesmente apoiadas a 10 cm de cada uma de suas extremidades e vão livre de 2,80 m.

Foi posicionado no centro de cada viga, um transdutor de deslocamento com cursor de 50 mm a fim de medir o deslocamento causado pela flexão da viga.

A aplicação do carregamento foi realizada por meio de um macaco hidráulico com capacidade de 100 kN. Para sincronizar a leitura da força aplicada e o deslocamento no transdutor, empregou-se também uma célula de carga de 20 kN. A célula e o transdutor foram acoplados a um sistema de aquisição de dados (Spider 8).

Figura 3.14 – Ponto de aplicação da força e posicionamento do transdutor no ensaio de cisalhamento na flexão – Unidades em cm

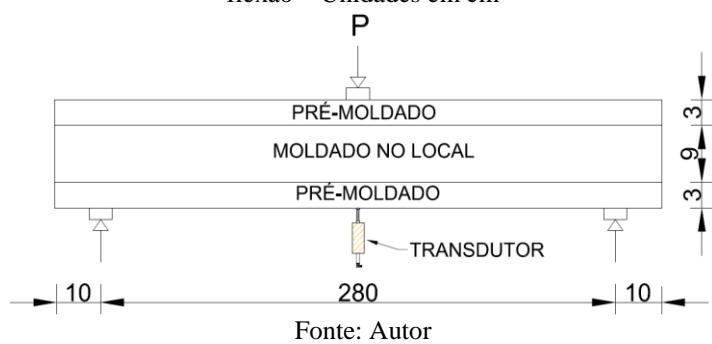
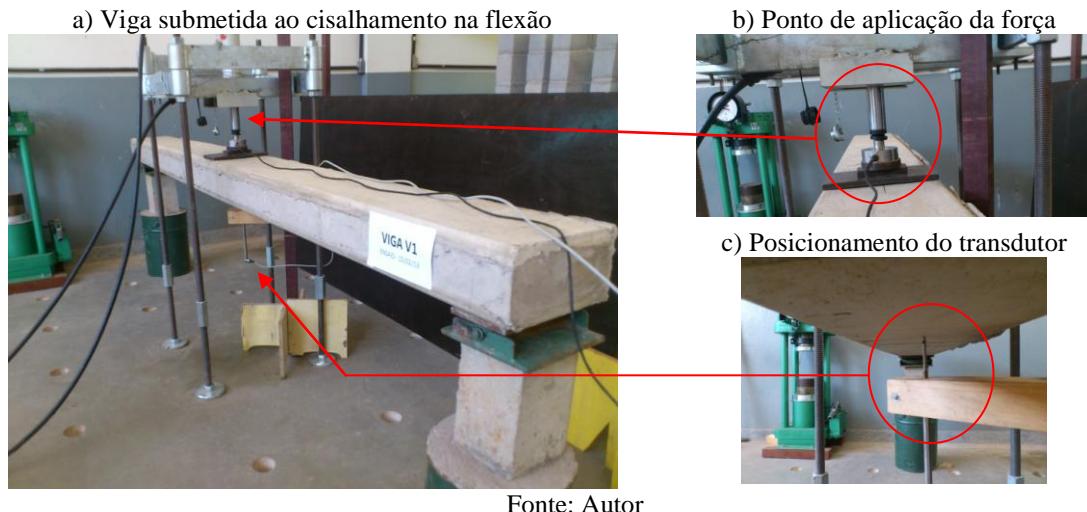


Figura 3.15 – Detalhes do ensaio do painel duplo submetido ao cisalhamento na flexão

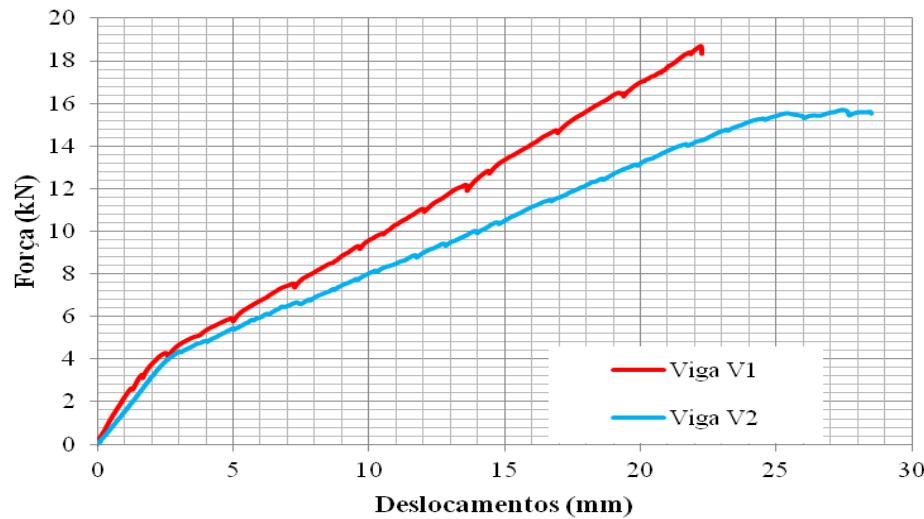


### 3.6.4 Comparação entre os resultados experimentais dos modelos sob cisalhamento na flexão

A Figura 3.16 ilustra a relação entre o carregamento e o deslocamento no meio do vão das vigas V1 e V2 submetidas ao cisalhamento na flexão.

Foi observado que ambas as vigas tiveram praticamente o mesmo comportamento mecânico, estando em um regime linear por volta de 4 kN onde começaram a surgir as primeiras fissuras e assim houve perda de rigidez, fato este explicado pela mudança da inclinação de curvatura.

Figura 3.16 – Diagrama força × deslocamento para os painéis duplos sob cisalhamento na flexão



Fonte: Autor

A partir desse carregamento houve um pequeno distanciamento do comportamento das vigas, sendo verificado que para um mesmo deslocamento, a viga V1 absorveu um nível de carregamento maior quando comparada com a viga V2. O carregamento foi crescente até a ruptura com 18,71 kN para a viga V1 e de 16,07 kN para a viga V2.

# CAPÍTULO 4

## MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1 Considerações gerais sobre a modelagem numérica

A fim de analisar os resultados dos ensaios experimentais realizados, foram construídos modelos numéricos baseado no método dos elementos finitos através do programa computacional ANSYS.

Na modelagem numérica foram usados elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS para simular o comportamento do concreto, do aço e da região de contato entre as superfícies de concretos de diferentes idades e do contato da placa de aço que serviu como apoio para o painel duplo treliçado.

Com o propósito de simular o comportamento mais próximo do real das estruturas, sujeitas a níveis de carregamento próximos da ruptura, foi considerada a não linearidade física (NLF) dos materiais envolvidos. As análises numéricas desenvolvidas levaram em conta o estudo do comportamento da estrutura sob ação do cisalhamento direto e cisalhamento por flexão (viga), utilizando o código computacional *Ansyst Parametric Design Language* (APDL).

### 4.2 Breve revisão teórica sobre o método dos elementos finitos

Segundo Alves Filho (2012), várias estruturas de engenharia são muito complexas para serem resolvidas somente por soluções analíticas, tais como as encontradas em livros de resistência dos materiais que são baseadas em equações diferenciais e que descrevem o equilíbrio da estrutura. Na área de cálculo estrutural, o engenheiro deve garantir que a estrutura analisada não esteja sujeita a falhas para as diversas situações de uso. Moaveni (2008) descreve que alguns problemas de engenharia podem ser resolvidos pela modelagem matemática de equações diferenciais sujeitas a uma condição de contorno. Essas equações diferenciais derivam-se de leis e princípios fundamentais da natureza de um sistema, cuja solução exata, traduz o comportamento detalhado do sistema

submetido a uma determinada condição. Essas leis e princípios fundamentais, segundo Alves Filho (2012), obedecem às três relações fundamentais da mecânica estrutural: equilíbrio de forças, compatibilidade de deslocamentos e lei do comportamento do material.

Porém, muitas vezes, devido à complexidade de resolução do objeto em análise, a solução analítica torna-se impossível, exigindo grandes e excessivas simplificações. Assim recorrem-se frequentemente às aproximações numéricas.

No esforço de se elaborar um procedimento aproximado, que reproduza numericamente o comportamento de uma estrutura, surgiu o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MEF apresenta uma solução aproximada do objeto em estudo discretizado pela montagem de elementos de tamanho finito. De acordo com Alves Filho (2012), esse sistema é subdividido em um número finito de partes ou elementos. Assim, torna-se possível a análise numérica do comportamento de cada um desses elementos finitos. A partir da contribuição de cada elemento, obtém-se o comportamento aproximado de toda a estrutura.

Sabe-se que para facilitar a resolução da maioria dos problemas de engenharia, os projetistas e calculistas adotam a hipótese do comportamento linear da estrutura. O que ocorre na realidade é que as estruturas possuem comportamentos não lineares, cujas soluções são equações muito complexas.

Após a modelagem de uma estrutura pelo MEF, o problema fica representado por inúmeras equações algébricas geradas a partir das condições de equilíbrio. Após o processamento e o armazenamento dessas equações têm-se uma solução aproximada da estrutura em análise.

### **4.3 Conceitos relativos à não linearidade**

No setor da construção civil, devem ser feitas as análises de não linearidades principalmente em estruturas de grande porte, como por exemplo, a construção de edifícios de grandes alturas e pontes de grandes vãos.

A não linearidade pode ser tanto física quanto geométrica. De acordo com Martins (1997), o comportamento não linear físico está relacionado à resposta do material quando solicitado e que permite a análise da distribuição de tensões ao longo da estrutura e seção transversal. A não linearidade geométrica, conhecida também por efeito de segunda ordem, é produzida pela mudança da geometria, gerada pelas deformações, que causam excentricidades em relação à posição inicial.

A análise não linear é uma ferramenta essencial na determinação do comportamento estrutural que mais se aproxima do real, uma vez que permite levar em conta as deformações de 2<sup>a</sup> ordem (não linearidade geométrica) e leis constitutivas não lineares (não linearidade física) dos materiais envolvidos.

Segundo Azevedo (1985), a não linearidade geométrica é considerada quando:

- Para análise de grandes deformações com variações da geometria da estrutura, influenciada pelo incremento de forças que lhe é imposta. Dessa forma a relação tensão × deformação configura um comportamento não linear que é resolvido por meio de iterações;
- No estudo da instabilidade de estruturas, onde se considera as deformações de 2<sup>a</sup> ordem e pretende-se determinar o fator de carga.

Na Seção 15 da ABNT NBR 6118:2007 estão descritos os efeitos de segunda ordem e de instabilidade de estruturas de concreto armado constituídas de barras submetidas à flexão composta. Têm como princípios de cálculo, a consideração da não linearidade física nas estruturas de concreto armado e a deformabilidade de seus elementos, calculadas com base nos diagramas tensão-deformação.

A perda de estabilidade de estruturas, que possuem material de comportamento não linear, pode ocorrer quando ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura se torna menor do que o aumento da solicitação.

A seguir são apresentadas as leis constitutivas não lineares dos materiais aço e concreto aplicadas nas modelagens numéricas desenvolvidas neste trabalho.

### 4.3.1 Não linearidade física

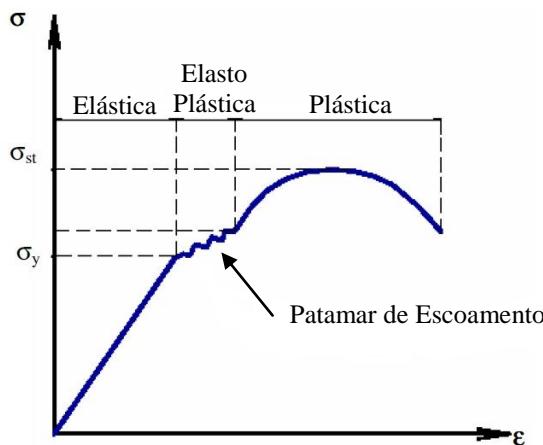
De acordo com Faglioni (2006) vários pesquisadores têm trabalhado com o objetivo de aprimorar modelos que tratam de não linearidade física. Devido à complexidade da sua fundamentação teórica, o estudo do comportamento não linear físico ainda é pouco empregado no meio técnico, sendo mais frequente na modelagem.

### 4.3.2 Comportamento não linear físico do aço

Para introduzir a não linearidade física de um material, deve-se idealizar o comportamento do material, por meio da utilização de modelos matemáticos que permitam a simulação da relação tensão × deformação real.

Nos materiais constituídos de aço tratados a quente têm-se o diagrama tensão × deformação apresentado na Figura 4.1. Este diagrama é composto de três regiões: elástica, elastoplástica e plástica. Esses tipos de aço possuem a característica de apresentarem uma melhor trabalhabilidade, aceitam serem soldados e resistem a incêndios moderados.

Figura 4.1 – Diagrama tensão-deformação do aço tratado a quente



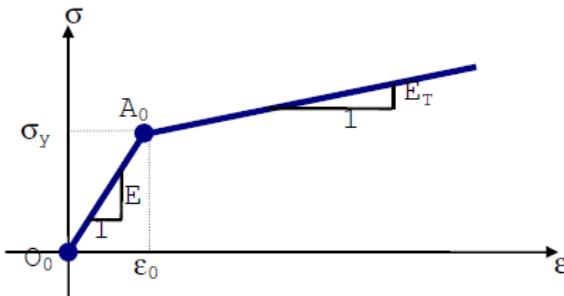
Fonte: Faglioni (2006)

Conforme se pode observar pelo diagrama mostrado na Figura 4.1, a Lei de Hooke ( $\sigma = E \cdot \epsilon$ ) é válida até o nível da tensão de escoamento  $\sigma_y$ , onde a relação tensão × deformação é linear. Quando a tensão de escoamento  $\sigma_y$  é ultrapassada, o valor do módulo de deformação longitudinal do aço  $E$  se difere do valor inicial e com isso a

inclinação da curva tensão × deformação começa a diminuir progressivamente, até ser atingida a tensão limite de resistência  $\sigma_{st}$ . Assim, ao descarregar a barra de aço, esta não apresentará o valor do comprimento inicial  $L$ , indicando a presença de deformações residuais.

Segundo Faglioni (2006), para análise da tensão × deformação real, destaca-se o modelo elastoplástico com endurecimento linear do aço (Figura 4.2). Este modelo caracteriza o comportamento não linear físico por meio de uma simplificação de diagrama bilinear.

Figura 4.2 – Diagrama tensão-deformação do modelo elastoplástico com endurecimento linear do aço



Fonte: Faglioni (2006)

Assim, o módulo de deformação longitudinal  $E$  pode ser substituído pelo módulo tangente  $E_t$ . Esse módulo  $E_t$  é menor que o módulo longitudinal  $E$ , uma vez que a inclinação da curva tensão × deformação diminui após ser atingida a tensão de escoamento. As seguintes equações podem ser aplicadas no modelo elastoplástico:

$$\sigma < \sigma_y \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (4.1)$$

$$\sigma \geq \sigma_y \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma - \sigma_y}{E_t} \quad (4.2)$$

De acordo com Faglioni (2006), esse modelo é perfeitamente compatível com a relação tensão × deformação dos aços tratados a quente.

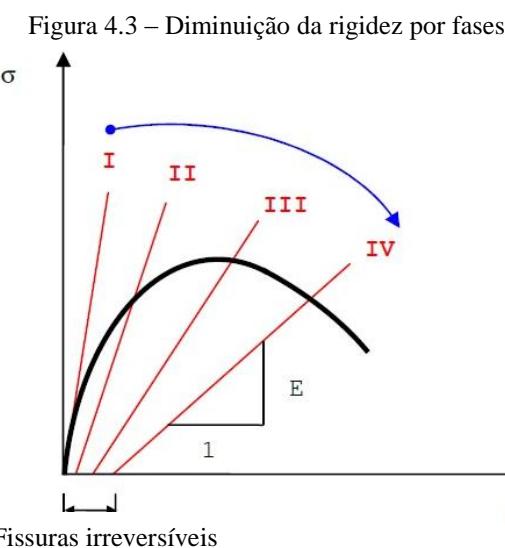
### 4.3.3 Comportamento não linear físico do concreto

A simulação matemática para análise do comportamento do concreto é feito pela relação entre tensões e deformações com a realização de uma série de experimentos simples.

Dessa maneira, procura-se compreender como ocorre a ruptura da superfície de concreto. Alguns dos critérios de ruptura encontrados na literatura podem ser citados: critério de Mohr-Coloumb, critério de Von Mises e critério de Tresca.

De acordo com Faglioni (2006), o processo de microfissuração interna do concreto torna a fissuração irreversível. Este processo ocorre principalmente na zona de transição entre a pasta de cimento e o agregado graúdo e é responsável pela diminuição da rigidez estrutural. Quando o concreto é submetido a compressão axial até a ruptura, a microfissuração se transforma em macrofissuração distinguindo-se quatro fases.

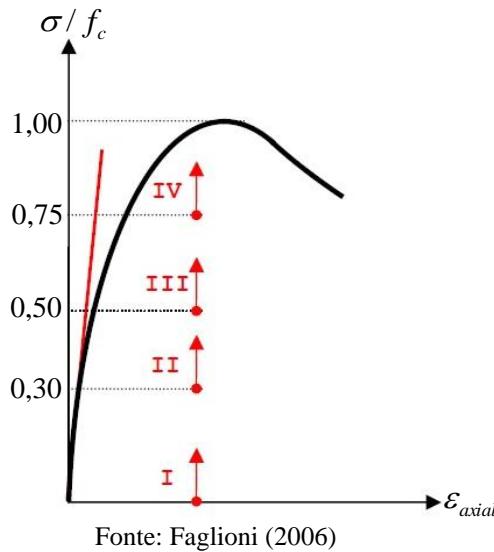
A microfissuração formada reduz o módulo de elasticidade e a partir desse ponto as fissurações se tornam irreversíveis. Com o aumento gradual do carregamento e perda do módulo de elasticidade, Faglioni (2006) apresentou um gráfico da relação tensão normal  $\times$  deformação com diminuição da rigidez por fases (Figura 4.3).



Fonte: Faglioni (2006)

Essas fases são obtidas pela relação entre a tensão e a resistência à compressão do concreto cujas faixas de valores estão representadas pelo diagrama tensão  $\times$  deformação axial (Figura 4.4).

Quando a relação entre a tensão e a resistência à compressão do concreto equivale a 0,3 a redução da rigidez corresponde à fase I. À medida que se intensifica o valor dessa relação ocorrerá à diminuição da rigidez e aumento da deformação axial.

Figura 4.4 – Curva típica tensão  $\times$  deformação axial para ensaio de compressão uniaxial

Fonte: Faglioni (2006)

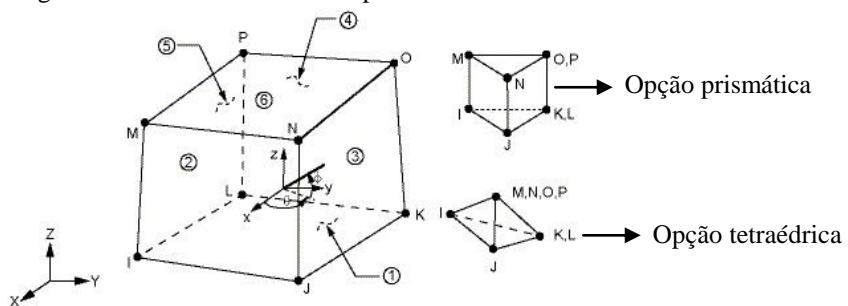
#### 4.4 Elementos finitos utilizados na modelagem numérica

Foram utilizados na modelagem quatro elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS para simular as partes constituintes dos modelos físicos: Solid65, Solid185, Link8, Targe170 e Conta174.

O elemento Solid65 foi utilizado para simular o concreto pré-moldado e o concreto moldado no local.

Esse elemento (Figura 4.5) é utilizado na modelagem tridimensional de sólidos com ou sem armação. Possui a capacidade de fissurar na tração, sofrer esmagamento na compressão e deformar-se plasticamente. O Solid65 é constituído por oito nós com três graus de liberdade por nó: translação nodal nas direções x, y e z.

Figura 4.5 – Elemento Solid65 aplicado ao concreto

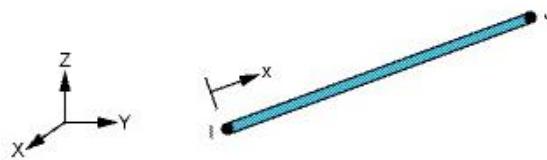


Fonte: Adaptado do ANSYS

O Solid185 foi utilizado para simular a placa de aço que dá suporte ao painel duplo. Este modelo possui a mesma geometria, mesmo número de nós e graus de liberdade que o Solid65, apresentado na Figura 4.5. A diferença é que enquanto o Solid65 é utilizado para modelagem de estruturas com ou sem armação, como o concreto por exemplo, o Solid185, segundo a documentação do ANSYS, é utilizado para modelagem tridimensional de estruturas sólidas em geral. Este elemento pode sofrer plasticidade e possui a capacidade de simular materiais elastoplásticos ou hiperelásticos.

O elemento Link8 (Figura 4.6) foi aplicado para simular as armações longitudinais e os estribos dos modelos físicos. Este elemento possui três graus de liberdade por nó: translação nodal nas direções x, y e z. Neste elemento podem atuar apenas forças de tração ou compressão. Outra característica do elemento Link8 consiste na capacidade de sofrer plasticidade, alongamento e grandes deslocamentos.

Figura 4.6 – Elemento Link8 aplicado nas armaduras



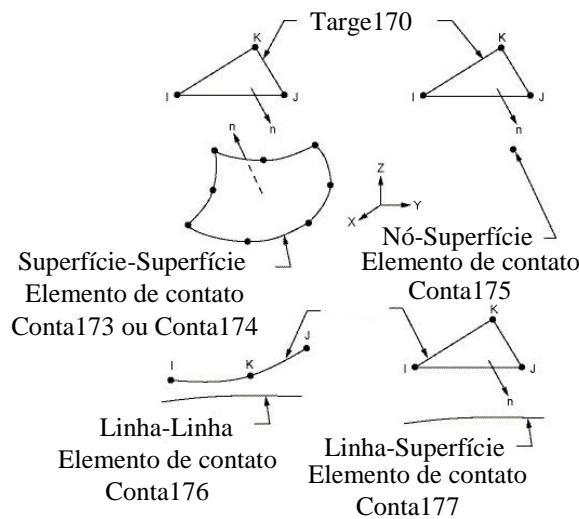
Fonte: Adaptado do ANSYS

O elemento Targe170 foi utilizado para representar as superfícies de ligações “alvos” da interface entre o concreto moldado no local e o concreto pré-moldado. Esse elemento é capaz de sofrer translação e rotação além de ser deformável.

O Targe 170 é usado para representar várias superfícies "alvos" dos elementos de superfícies de contato associados aos elementos Conta173, Conta174, Conta175, Conta176 e Conta177.

A aplicação do elemento Targe170 pode ocorrer entre superfícies, nós para superfície, linhas e linha para superfície (Figura 4.7).

Figura 4.7 – Elemento Targe170 aplicado nas superfícies “alvos” de ligação na modelagem numérica

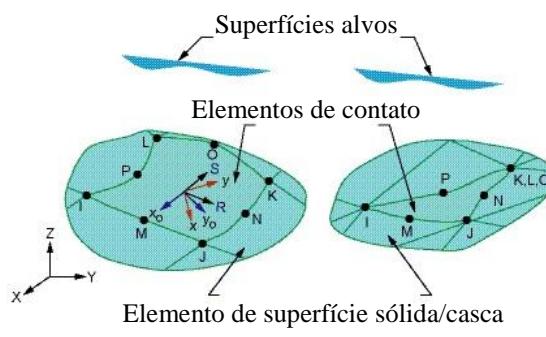


Fonte: Adaptado do ANSYS

As superfícies desses elementos devem estar sempre associadas às superfícies formadas pelos elementos de contatos, ou seja, cada superfície “alvo” do elemento Targe170 deve estar associada por uma única superfície de contato. Os elementos de contatos são aplicados a sólidos, cascas ou linhas que descrevem o limite de um corpo deformável e que está potencialmente em contato com a superfície “alvo”.

Foi utilizado o elemento de contato Conta174 para a análise de contato de elementos estruturais. Este elemento simulou o contato da superfície na interface de ligação entre os concretos dos modelos. Caracterizam-se por possuir oito nós superficiais (Figura 4.8) e apresenta a capacidade de deslizamento entre superfícies “alvos” definidas pelo Targe170 localizadas em superfícies sólidas ou cascas.

Figura 4.8 – Elemento Conta174 aplicado nas superfícies de contato da interface de concreto dos modelos físicos



Fonte: Adaptado do ANSYS

O par de contato representado pelos elementos Targe170 e Conta174 utilizado permite a consideração do atrito e da coesão. Os elementos utilizados no contato entre as superfícies de concreto moldado no local e concreto pré-moldado, além do concreto pré-moldado com a placa de aço, foram do tipo superfície-superfície conforme apresentado na Figura 4.7. Dessa forma permitiu simular a pressão existente quando há contato e deslizamentos relativos.

Com relação a utilização do atrito interno ( $\mu$ ) mais coerente com a resposta obtida dos modelos experimentais, foi realizado um estudo prévio dos modelos numéricos com aplicação de diferentes valores de  $\mu$  variando entre 0 e 1. Dessa forma, foi observado que houve pouca mudança entre os comportamentos dos modelos numéricos e, assim, optou-se por empregar o valor de 1,0 ao coeficiente  $\mu$  simulando interface rugosa, conforme a Tabela 2 descrita na Seção 2.5.2 deste trabalho e o valor de 0,6 para o coeficiente  $\mu$  simulando interface lisa, conforme a Tabela 3 e Tabela 5 descrita na Seção 2.5.3. Vale ressaltar que esses valores estão em acordo com as recomendações do PCI (2004) e FIB MC (2010).

Foi realizado um estudo para a geração da malha aplicada na constituição dos modelos de cisalhamento direto e das vigas. Em primeiro momento a malha foi gerada de forma bastante refinada o que levou, na solução do problema, um maior tempo de processamento além de exigir uma grande memória de processamento para a convergência dos resultados. Para os modelos de cisalhamento direto, a região do concreto pré-moldado (CPM) foi dividida inicialmente em elementos de 0,5 cm e de 0,7 cm 0,9 cm e 1,3 cm na região do concreto moldado no local (CML), correspondendo respectivamente, às larguras internas de 7 cm, 9 cm e 13 cm. Conforme essa divisão foi exigido um elevado tempo de processamento computacional.

Assim, a malha foi redimensionada com divisões de 1,5 cm na região do CPM e de 1,4 cm, 1,8 cm e 2,6 cm na região do CML para as larguras internas de 7 cm, 9 cm e 13 cm respectivamente. Essa nova divisão viabilizou a memória computacional requerida e o tempo de processamento das análises.

Em relação ao modelo da viga, a divisão do CPM foi de 1,5 cm e de 1,8 cm na região do CML.

Foi verificado que tanto nos modelos numéricos sob cisalhamento direto como nos modelos das vigas, o estudo da malha serviu para que a análise computacional apresentasse um menor tempo de convergência, porém, sem que houvesse a perda de precisão dos resultados.

#### **4.5 Modelos constitutivos para análise não linear física no ANSYS**

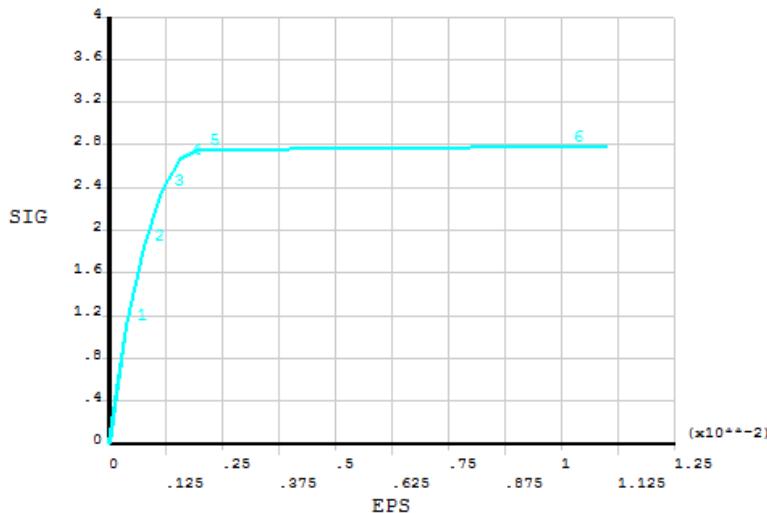
O sistema computacional ANSYS é baseado no método dos elementos finitos, que é um procedimento numérico aplicado para obter soluções de diversos problemas de engenharia.

Podem ser aplicados no ANSYS problemas de análises lineares, não lineares, transferência de calor, fluxo de fluidos e problemas eletromagnéticos. Possui diversos tipos de elementos finitos, modelos constitutivos, além de uma vasta gama de recursos no pré e pós processamento.

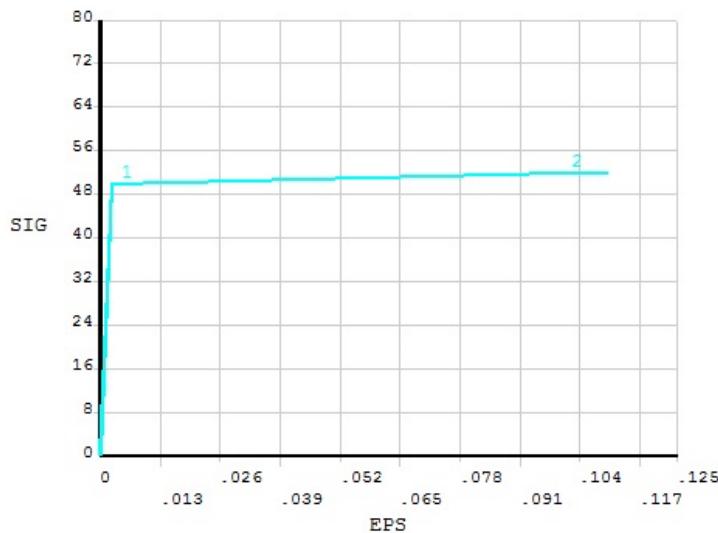
Em relação à não linearidade física, dentre os diversos modelos constitutivos não lineares oferecidos pelo ANSYS, o modelo *concrete* (Figura 4.9) foi utilizado para representar o comportamento do concreto armado. Essa curva foi definida por seis pontos de inclinações e envolve algumas equações paramétricas relacionadas à resistência do concreto e o seu módulo de elasticidade tangente.

Para o aço, optou-se pelo modelo multilinear com encruamento isotrópico (*multilinear isotropic hardening*). Este modelo, aplicado no Link8, segue o critério de plasticidade de Von Mises e relaciona a tensão de escoamento do aço, o seu módulo de elasticidade e a sua densidade.

O diagrama tensão-deformação para o modelo multilinear com encruamento isotrópico foi definida por dois pontos e duas retas caracterizando o modelo multilinear com encruamento isotrópico, conforme a Figura 4.10.

Figura 4.9 – Curva do modelo *concrete* aplicado ao Solid65 para análise não linear física

Fonte: Autor

Figura 4.10 – Curva do modelo *multilinear isotropic hardening* aplicado ao Link8 para análise não linear física

Fonte: Autor

O modelo *concrete*, segundo Barbosa (1997), é capaz de prever a ruptura do material, plastificação, fissuras e esmagamento aplicados em elementos tridimensionais. A fissuração e o esmagamento são determinados pela superfície de ruptura. Uma vez que a superfície de ruptura é superada, as fissuras do concreto ocorrem na tensão de tração, enquanto o esmagamento ocorre na tensão de compressão. A ruptura das superfícies para tensões de compressão é baseado no critério de ruptura de Willam-Warnke.

O modelo multilinear é recomendado para análise de grandes deformações. Segundo a Seção 8.4.1.1.1 da documentação do ANSYS, o modelo multilinear não deve ser aplicado nos casos em que o carregamento for cíclico ou não proporcional em análises de pequenas deformações.

A força aplicada para a análise não linear física foi feita de forma incremental. Este incremento de força foi controlado pelo recurso disponível no ANSYS chamado de *number of substep*. Esse recurso, segundo a documentação do programa, controla os passos de carregamento e divide o valor total do carregamento pelo número de passos definidos.

O método de convergência para a resolução do sistema não linear aplicado foi o de *Newton Raphson* pleno, que segundo Oliveira (2007) permite a atualização da matriz de rigidez tangente a cada iteração.

Foi ativado simultaneamente ao processo de *Newton Raphson* pleno o recurso *adaptive descent*. Esse recurso, segundo a Seção 8.6.3.1.2 da documentação do ANSYS, deve ser utilizado quando houver a aplicação de elementos de contato superficiais e só é válido quando for aplicado o processo de *Newton Raphson* pleno. Este recurso faz com que o programa utilize a matriz de rigidez apenas quando as iterações permanecem estáveis.

Caso sejam detectadas divergências de iterações, o ANSYS descarta a iteração divergente e reinicia a solução alternando a configuração da matriz de rigidez entre tangente e secante. Quando a solução volta para o padrão convergente, há um retorno do uso da matriz de rigidez tangente para cada processo iterativo.

A fim de melhorar também o processo de convergência para a análise não linear física foi habilitado o recurso *line search*. Conforme a Seção 8.6.2.3.6 da documentação do ANSYS, esse recurso multiplica o vetor de deslocamento de incremento por um fator de escala que varia entre 0 e 1.

## 4.6 Discretização dos modelos estruturais formados de painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto

Foram realizadas três modelagens numéricas de painéis duplos treliçados com espessura da região de concreto moldado no local de 7 cm, 9 cm e 13 cm.

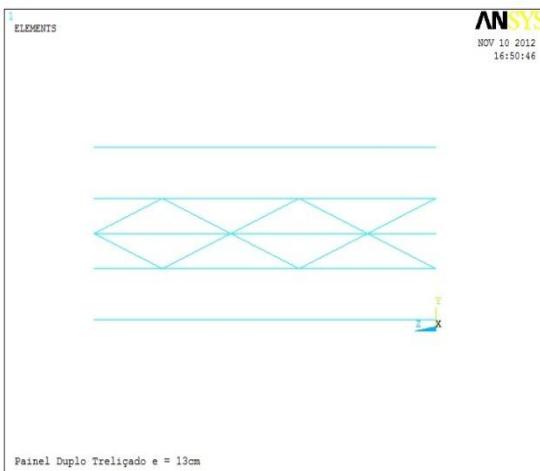
As etapas da modelagem numérica consistiram inicialmente, na geração da treliça e das armaduras longitudinais, conforme a Figura 4.11.

Em seguida, foram modelados os elementos finitos do concreto pré-moldado e do concreto moldado no local, conforme a Figura 4.12.

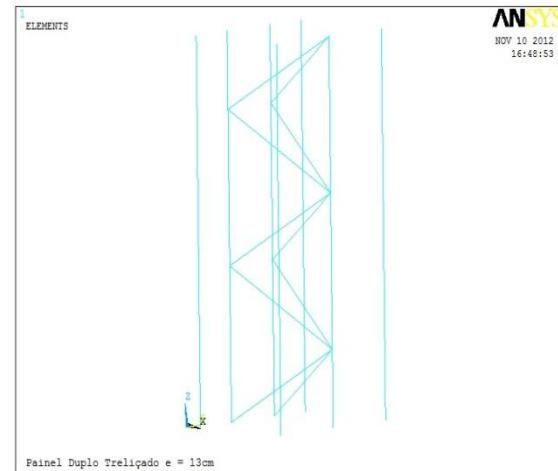
Para cada material utilizado durante a modelagem numérica foi empregada, em sua programação, as suas respectivas propriedades físicas e geométricas idênticas ao utilizado experimentalmente.

Figura 4.11 – Modelagem da treliça e das armações longitudinais dos modelos sob cisalhamento direto - Link8

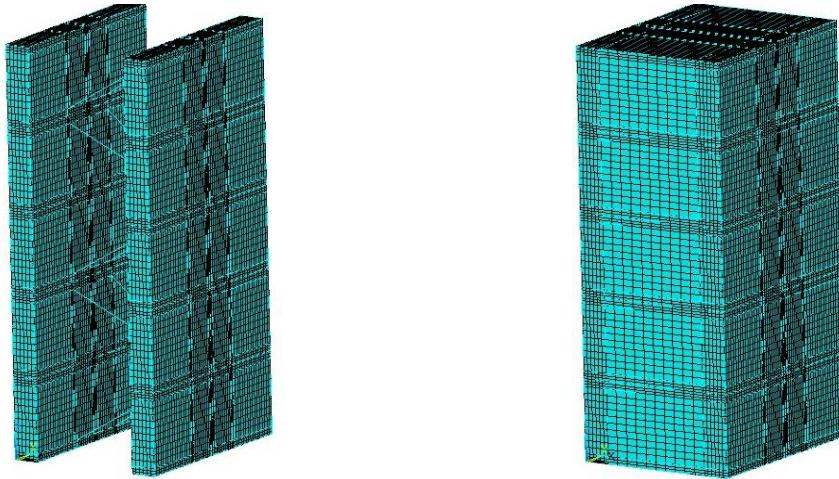
a) Vista superior das armações



b) Vista isométrica das armações



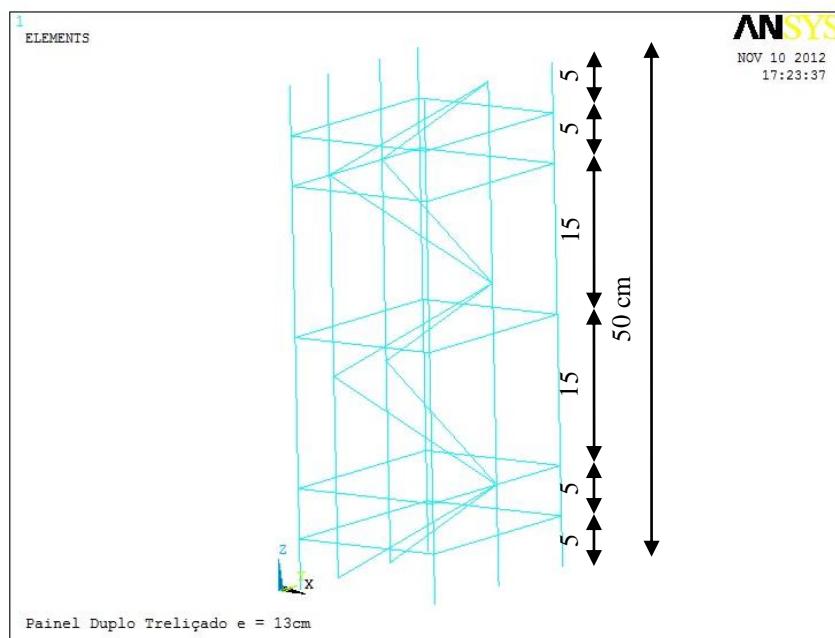
Fonte: Autor



Fonte: Autor

Os estribos foram modelados com o elemento finito Link8, com as coordenadas do eixo z correspondentes a 5 cm, 10 cm, 25 cm, 40 cm e 45 cm, de acordo com a Figura 4.13. Esta configuração foi especialmente adotada para a realização do ensaio de cisalhamento direto, a fim de proporcionar melhor distribuição dos esforços internos.

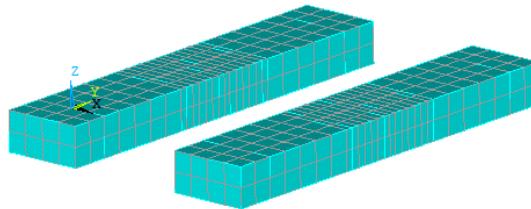
Figura 4.13 – Armaduras longitudinais, treliça e estribos dos modelos sob cisalhamento direto



Fonte: Autor

A fim de simular de forma mais realista as condições de contorno consideradas nos modelos experimentais, os vínculos externos adotados na análise numérica do painel duplo treliçado foram: apoios fixos e móveis nos nós inferiores dos elementos de CPM, e também, para levar em conta o atrito entre a face inferior do CPM e a superfície de apoio, foi modelada uma placa de aço utilizando elementos de contato, permitindo o deslizamento (Figura 4.14). Esta placa foi discretizada utilizando o elemento finito Solid185.

Figura 4.14 – Placa de aço rígida para apoio do painel duplo



Fonte: Autor

#### **4.7 Considerações sobre a aplicação do carregamento e condições de contorno dos modelos numéricos sob cisalhamento direto**

Foi considerada, em uma primeira etapa de carregamento, o peso próprio dos elementos estruturais definido por meio do peso específico de cada material, sendo utilizado 25 kN/m<sup>3</sup> para o concreto armado e 78,5 kN/m<sup>3</sup> para o aço. Também, foi aplicada a aceleração da gravidade no valor de 9,8 m/s<sup>2</sup> na direção desentido do deslizamento da interface e assim, permitiria uma simulação mais próxima do ocorrido experimentalmente.

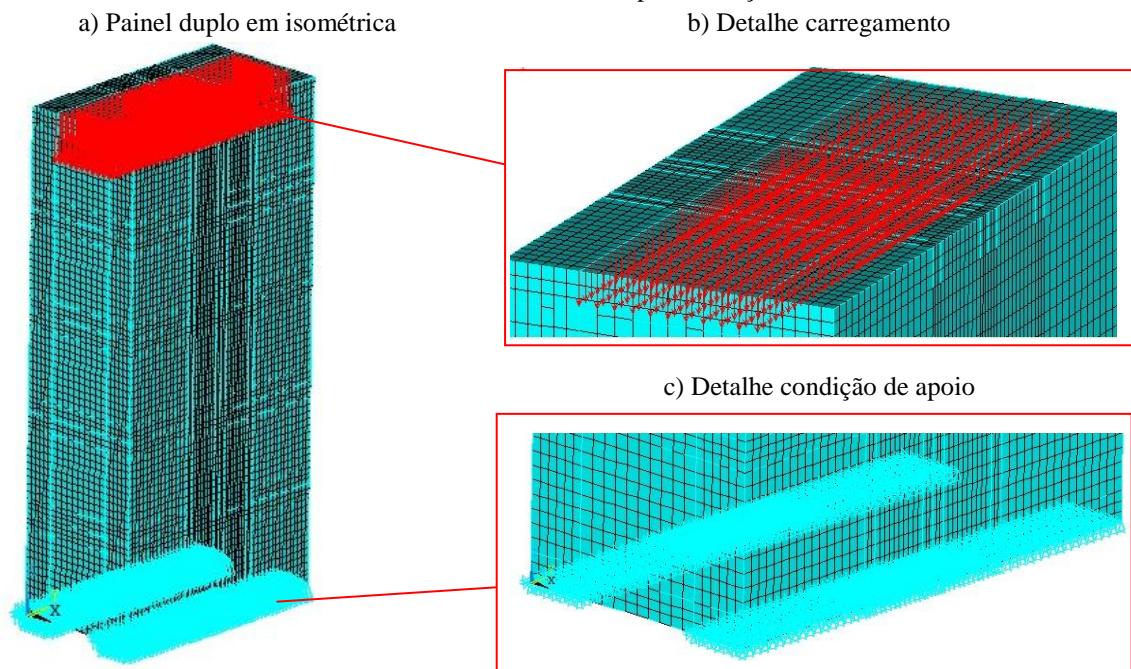
A segunda etapa consistiu na aplicação de forças externas no concreto moldado no local para os painéis duplos sob cisalhamento direto e aplicação de força externa no meio do vão da viga submetida ao cisalhamento na flexão, diretamente sobre o concreto pré-moldado.

Devido a não linearidade dos materiais, os carregamentos aplicados sobre os painéis duplos treliçados procedeu de forma incremental. Desse maneira, permitiria a obtenção do valor de cada deslocamento relativo da interface por passo de carregamento.

Para a verificação da influência das condições de contorno no comportamento estrutural, as análises de cisalhamento direto foram simuladas de três formas:

- Restrição dos nós inferiores do CPM (Figura 4.15), com apoios fixos na região inferior esquerda e apoios móveis na região direita, sem a placa de aço;
- Restrição dos nós inferiores do CPM com apoios fixos na região inferior esquerda e direita, sem a placa de aço;
- Restrição dos nós inferiores e laterais na placa de aço (Figura 4.16).

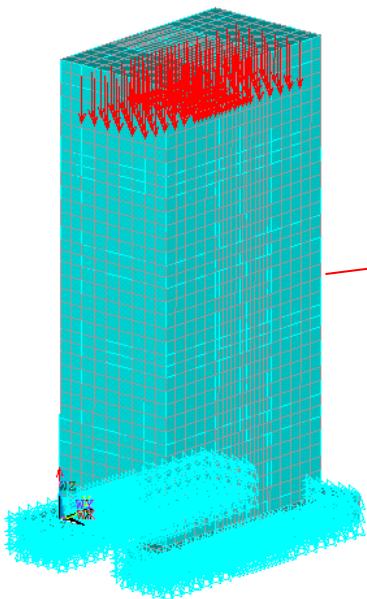
Figura 4.15 – Detalhes do carregamento e condições de contorno aplicada ao painel duplo treliçado sob cisalhamento direto sem a placa de aço



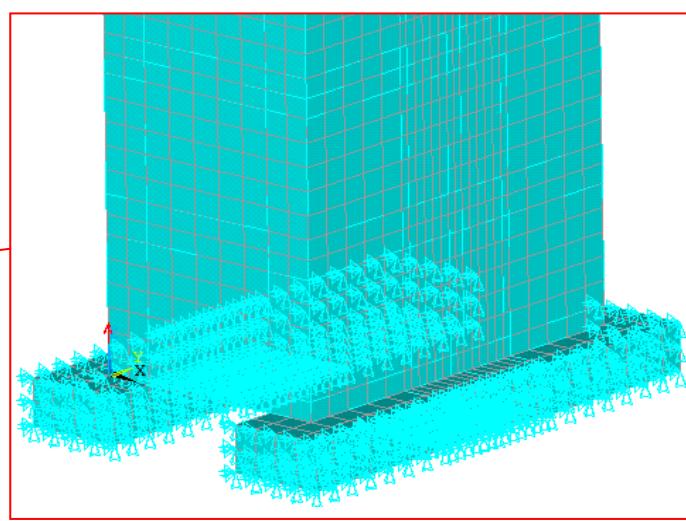
Fonte: Autor

Figura 4.16 – Detalhes do carregamento e condições de contorno aplicada ao painel duplo treliçado sob cisalhamento direto com a placa de aço

a) Painel duplo em isométrica



b) Detalhe condição de apoio



Fonte: Autor

## 4.8 Análise dos resultados numéricos dos modelos estruturais formados de painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto

Nesta Seção são apresentadas as análises numéricas dos modelos sob cisalhamento direto, levando-se em conta a influencia das condições de contorno, a rugosidade superficial de ligação da interface, a variação da resistência à compressão do concreto e a influência da variação da largura interna do CML comparada à espessura admitida fixa dos painéis pré-moldados, além do efeito de pino na resistência ao cisalhamento.

### 4.8.1 Influência das condições de contorno na resistência ao cisalhamento direto

Foi observado que a condição de contorno dos apoios influencia na resistência ao cisalhamento direto. Verificou-se que os menores deslocamentos da interface ocorreram nos modelos que possuíam os nós inferiores do CPM fixos, sem estarem apoiados na placa de aço.

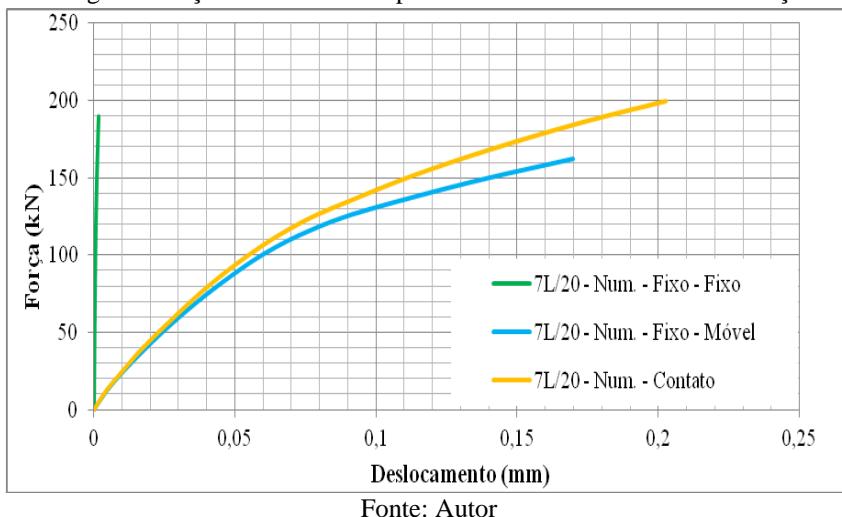
Também pode ser observado que ao variar a condição de contorno de apoios fixos nas duas faces de apoio (lado esquerdo e direito) para apoios fixos (lado esquerdo) e móveis (lado direito) na região inferior do CPM, foram obtidos diferentes comportamentos.

Ao analisar para um mesmo nível de carregamento, o deslocamento relativo da interface de apoios fixo-fixo foi menor quando comparado com os modelos de apoios fixo-móvel, e estes foram maiores que os modelos de apoios com contatos na placa de aço, conforme observados nas Figura 4.17 a Figura 4.25.

Os modelos com menores deslocamentos relativos da interface (fixo-fixo) funcionaram como se os nós do CPM estivessem engastados, não permitindo assim, deslocamentos horizontais significativos nas laterais dos painéis pré-moldados de concreto.

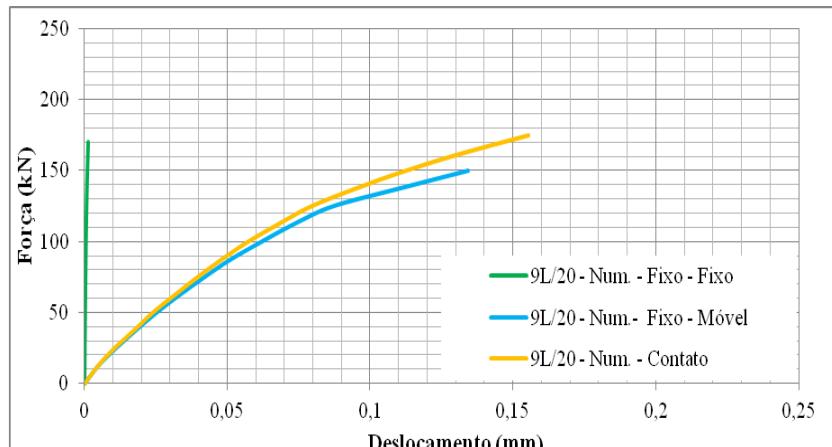
O fato dos modelos de apoios fixo-móvel e modelos de apoios de contatos com a placa de aço terem deslocamentos superiores aos modelos de apoios fixo-fixo, pode ser explicado pelas condições de contornos impostas, permitirem grandes movimentações horizontais dos painéis laterais pré-moldados de concreto.

Figura 4.17 – Diagrama força × deslocamento para a Série A com diferentes condições de contorno



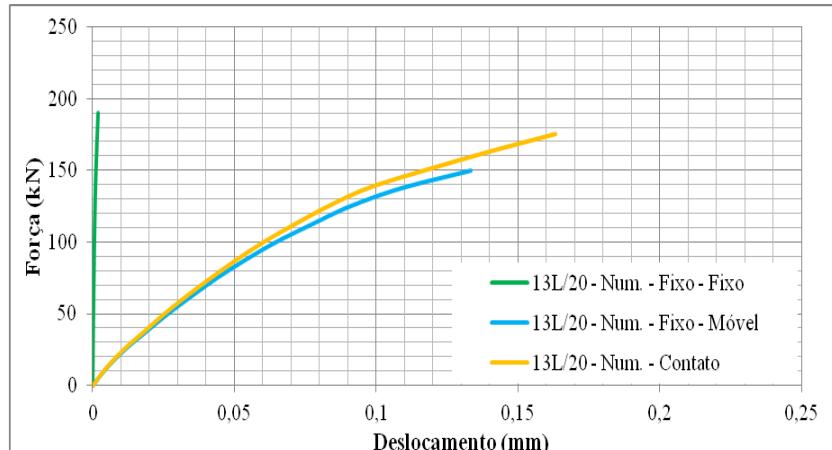
Fonte: Autor

Figura 4.18 – Diagrama força × deslocamento para a Série B com diferentes condições de contorno



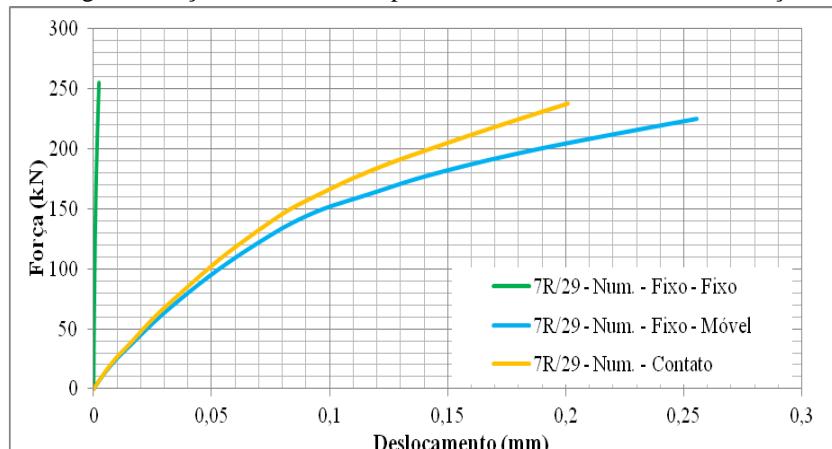
Fonte: Autor

Figura 4.19 – Diagrama força × deslocamento para a Série C com diferentes condições de contorno



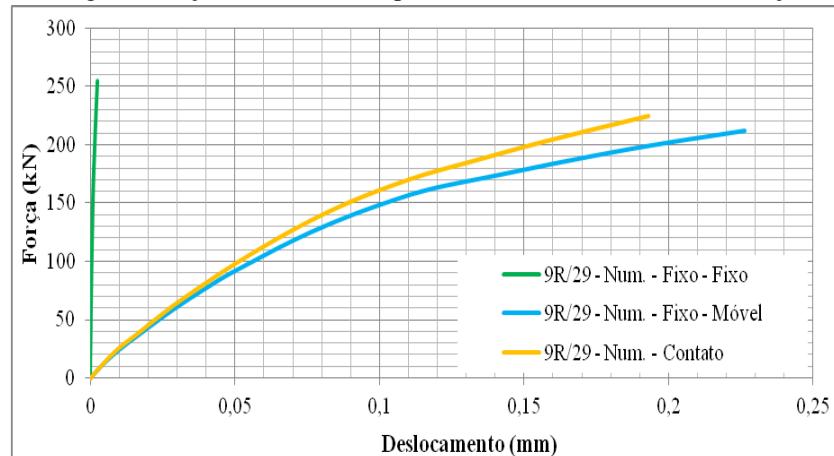
Fonte: Autor

Figura 4.20 – Diagrama força × deslocamento para a Série D com diferentes condições de contorno



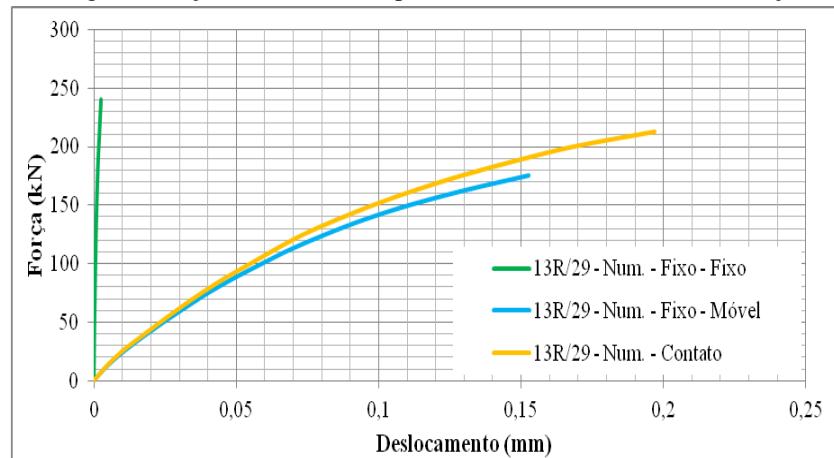
Fonte: Autor

Figura 4.21 – Diagrama força × deslocamento para a Série E com diferentes condições de contorno



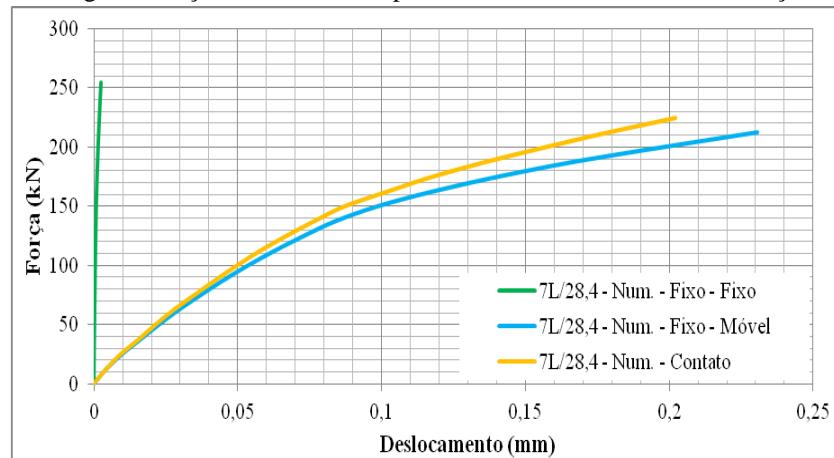
Fonte: Autor

Figura 4.22 – Diagrama força × deslocamento para a Série F com diferentes condições de contorno



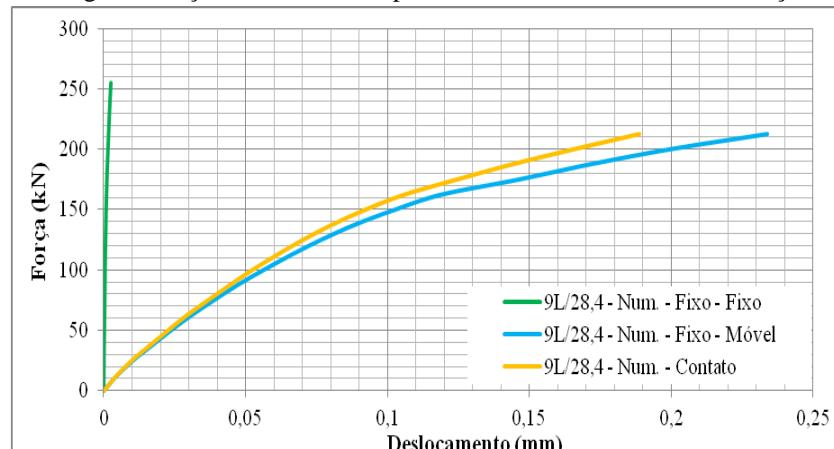
Fonte: Autor

Figura 4.23 – Diagrama força × deslocamento para a Série G com diferentes condições de contorno



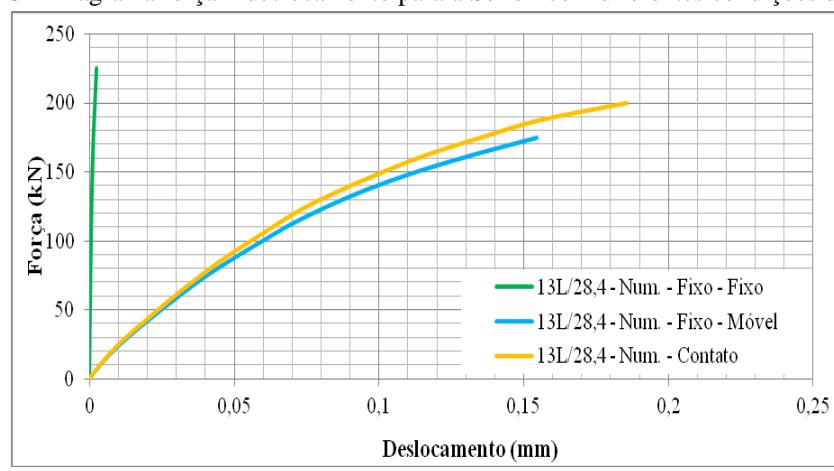
Fonte: Autor

Figura 4.24 – Diagrama força × deslocamento para a Série H com diferentes condições de contorno



Fonte: Autor

Figura 4.25 – Diagrama força × deslocamento para a Série I com diferentes condições de contorno



Fonte: Autor

As análises desenvolvidas neste trabalho consideram apoios fixos em ambas as extremidades inferiores da placa pré-moldada de concreto, uma vez que retratam melhor o comportamento observado experimentalmente.

#### 4.8.2 Influência da rugosidade da interface e da resistência do concreto moldado no local na resistência ao cisalhamento direto

Para as análises descritas a seguir, vale lembrar a designação apresentada para os modelos experimentais ensaiados neste trabalho, conforme indica a Tabela 9.

Tabela 9 – Designação dos modelos experimentais ensaiados

Série	Largura Interna (cm)	Tipo de Superfície de cisalhamento	Modelo	$f_c$ (MPa)
A	7	Lisa	7L/20 - Exp.	20
B	9	Lisa	9L/20 - Exp.	20
C	13	Lisa	13L/20 - Exp.	20
D	7	Rugosa	7R/29 - Exp.	29
E	9	Rugosa	9R/29 - Exp.	29
F	13	Rugosa	13R/29 - Exp.	29
G	7	Lisa	7L/28,4 - Exp.	28,4
H	9	Lisa	9L/28,4 - Exp.	28,4
I	13	Lisa	13L/28,4 - Exp.	28,4

Fonte: Autor

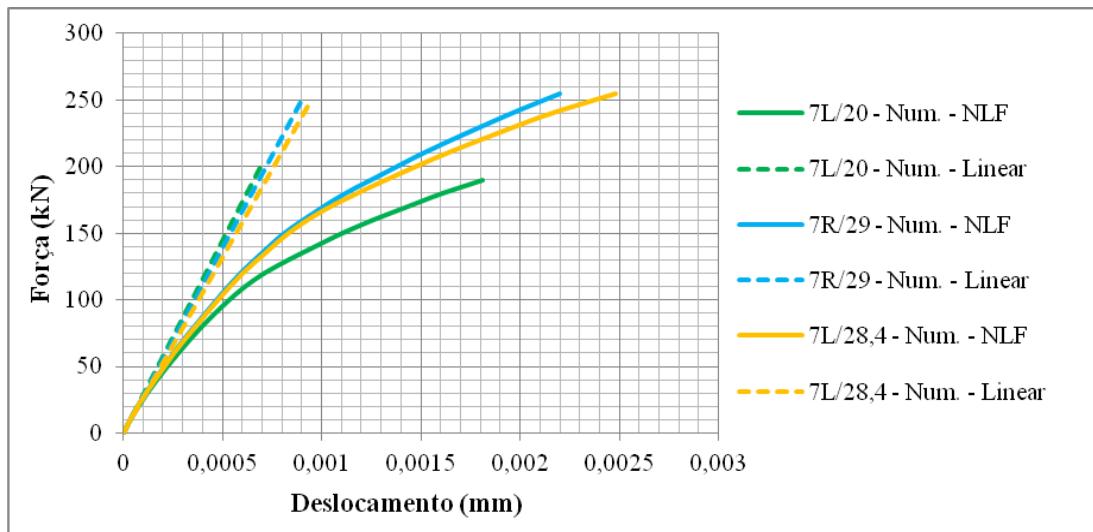
Após a aplicação dos modelos constitutivos de análise não linear física citados na Seção 4.5 desta pesquisa e aplicação do coeficiente  $\mu$ , foi possível identificar que para o mesmo nível de carregamento entre os modelos numéricos lineares e não linear físico, os modelos com interface lisa (Séries A, B, C, G, H e I) tiveram um deslizamento relativo maior que os modelos com interface rugosas (Séries D, E e F).

Dessa forma, comparando os modelos de 7 cm de largura interna de interface lisa, no caso a Série A (20 MPa), a Série G (28,4 MPa) e a Série D (29 MPa), verificou-se que as séries de interfaces lisas (A e G) tiveram um deslizamento relativo maior que o de interface rugosa (D), para um mesmo nível de carregamento, conforme mostra a Figura 4.26.

Por outro lado, o aumento da resistência à compressão do concreto na região de preenchimento (Séries A e G), para o mesmo nível de carregamento, resultaram em menores deslocamentos.

Foi observado que o aumento da resistência do CML melhora o comportamento do modelo no cisalhamento direto, aproximando-se da curva com interface rugosa (Série D).

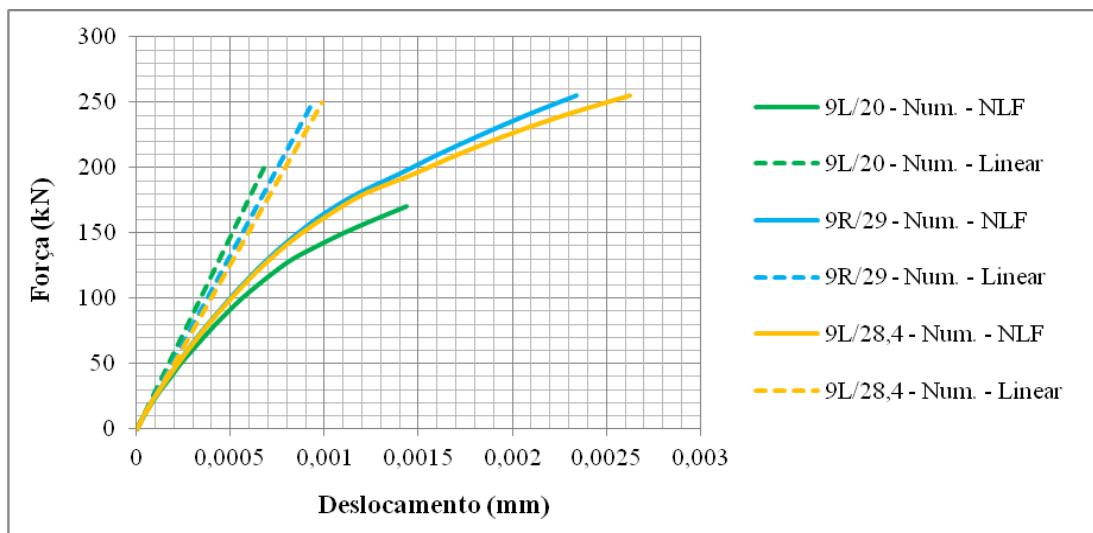
Figura 4.26 – Diagrama força × deslocamento para as Séries A, D e G (7 cm)



Fonte: Autor

A mesma análise pode ser verificada ao aumentar a largura interna da região do CML para 9 cm, referentes às Séries de interface lisa B e H e Série E de interface rugosa, conforme apresentado na Figura 4.27.

Figura 4.27 – Diagrama força × deslocamento para as Séries B, E e H (9 cm)

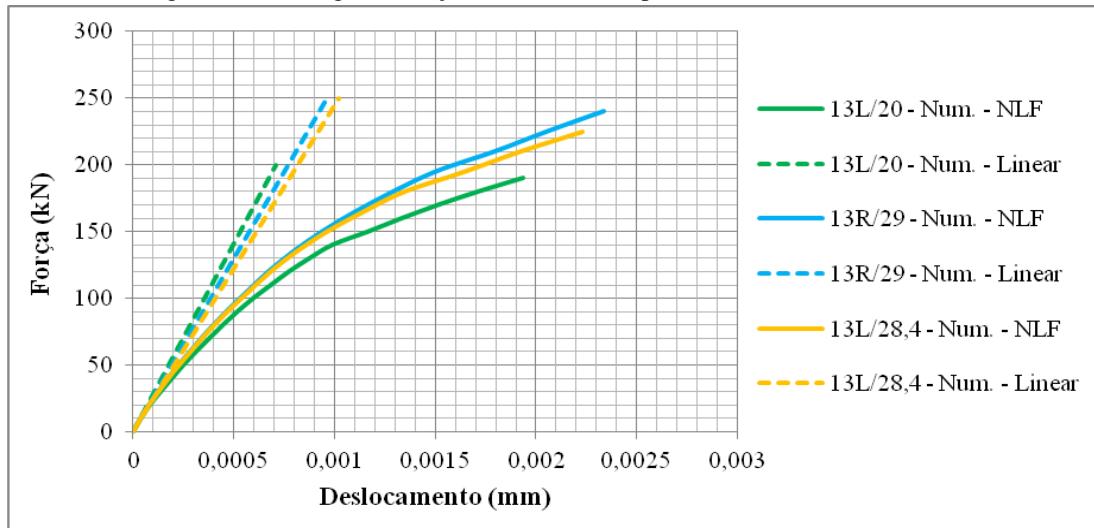


Fonte: Autor

Da mesma forma, as séries com 13 cm de largura da região de preenchimento de CML obtiveram comportamento análogo às anteriores (A-D-G e B-E-H), quanto à influência da interface rugosa e da resistência do concreto moldado no local. Para um mesmo nível

de carregamento, as séries de interface lisa C e I tiveram deslocamento relativo de interface maiores que as de interface rugosa (Figura 4.28).

Figura 4.28 – Diagrama força × deslocamento para as Séries C, F e I (13 cm)



Fonte: Autor

Vale observar que para a mesma superfície de interface, o modelo com menor resistência à compressão da região de preenchimento apresentou maiores deslocamentos relativos.

À fim de verificar a influência da adesão e do atrito na resistência ao cisalhamento, foi realizado o ensaio de um modelo piloto cuja região do concreto de preenchimento não foi saturada antes da sua concretagem e possuía um menor número de estribos. Portanto, formou-se uma superfície pré-fissurada entre as interfaces de concreto, ou seja, duas superfícies distintas. A ruptura foi caracterizada pelo total desplacamento entre o CML e o CPM, conforme pode ser observado na Figura 4.29.

Pode-se perceber que a não umedicação da região do CML antes da sua concretagem, possibilitou que o CPM absorvesse a água do concreto na região de preenchimento, o que não garantiu aderência na interface.

Conforme pode ser visto na Figura 4.30, o modelo rompeu-se sem que existissem fissuras significativas na região de preenchimento pois, tanto o CPM como o CML, se comportaram como materiais independentes, sendo as armaduras responsáveis pela maior parcela de transferência do cisalhamento.

Figura 4.29 – Ensaio piloto

a) Ruptura do modelo piloto



b) Desplacamento do CPM



Fonte: Autor

Figura 4.30 – Desplacamento do concreto



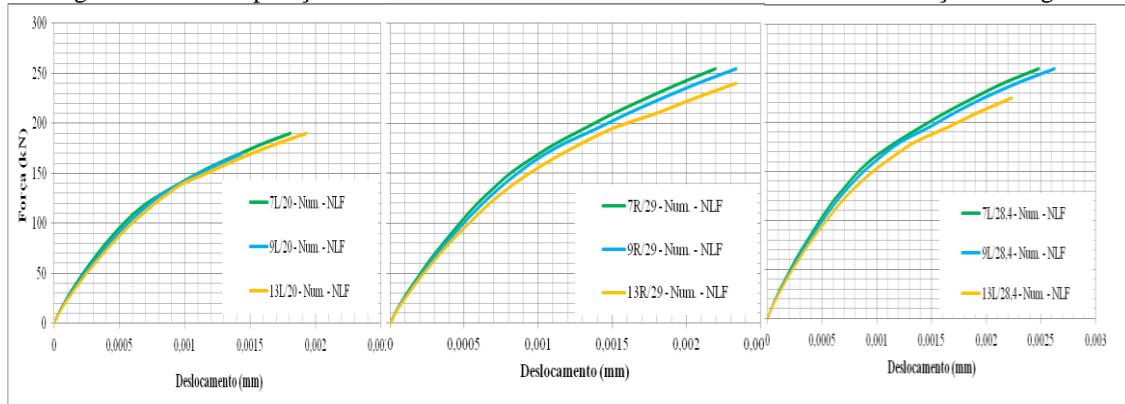
Fonte: Autor

#### 4.8.3 Influência da variação da largura interna da região de preenchimento do CML na resistência ao cisalhamento direto

O efeito da variação da largura de concreto moldado no local, levando-se em conta que a região de CPM permanece fixa, no caso com 3 cm para cada painel, é um fator importante a ser entendido. Assim, pode ser observada a variação da força de ruptura no cisalhamento, em função da largura da região de preenchimento de concreto moldado no local, para espessuras constantes dos painéis de CPM. Para um mesmo valor de

deslocamento relativo, observou-se que o nível de carregamento alcançado foi maior nos modelos de menores larguras do CML, conforme pode ser observado na Figura 4.31.

Figura 4.31 – Comparação entre modelos numéricos de mesma interface com variação da largura



Fonte: Autor

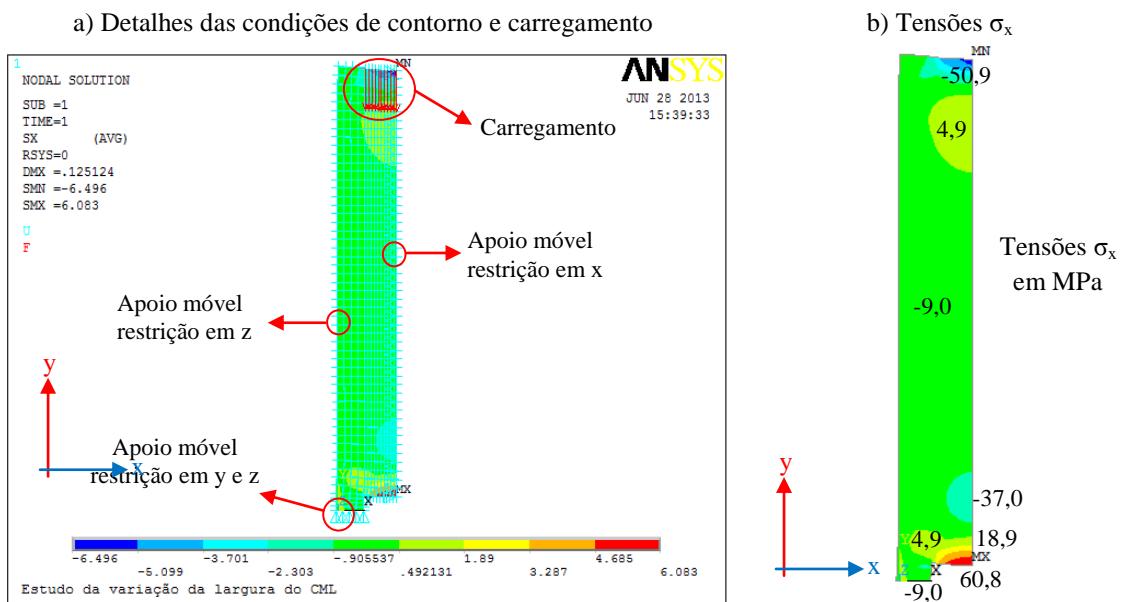
Este comportamento pode ser explicado por meio de um estudo prévio, tendo sido realizadas três modelagens numéricas, levando-se em conta a simetria dos modelos com apoios na extremidade inferior do CPM e na metade da largura interna do CML.

Dessa forma, considerando a simetria para os modelos de largura interna de 7 cm, 9 cm e 13 cm, estes foram gerados com 3,5 cm, 4,5 cm e 6,5 cm respectivamente. O modelo numérico de maior resistência foi aquele que possuiu a menor largura interna. Foi observado que o modelo de menor largura interna possui menor tensão normal à interface distribuída em toda a seção.

Em relação à distribuição de tensões  $\sigma_x$ , as maiores tensões se concentram nas regiões inferiores dos modelos. Pode ser observado que à medida que a largura interna do modelo numérico aumenta, maiores são os valores das tensões normais nos elementos e maiores são as faixas de distribuições das tensões normais ao longo do modelo, conforme a Figura 4.32 e Figura 4.33.

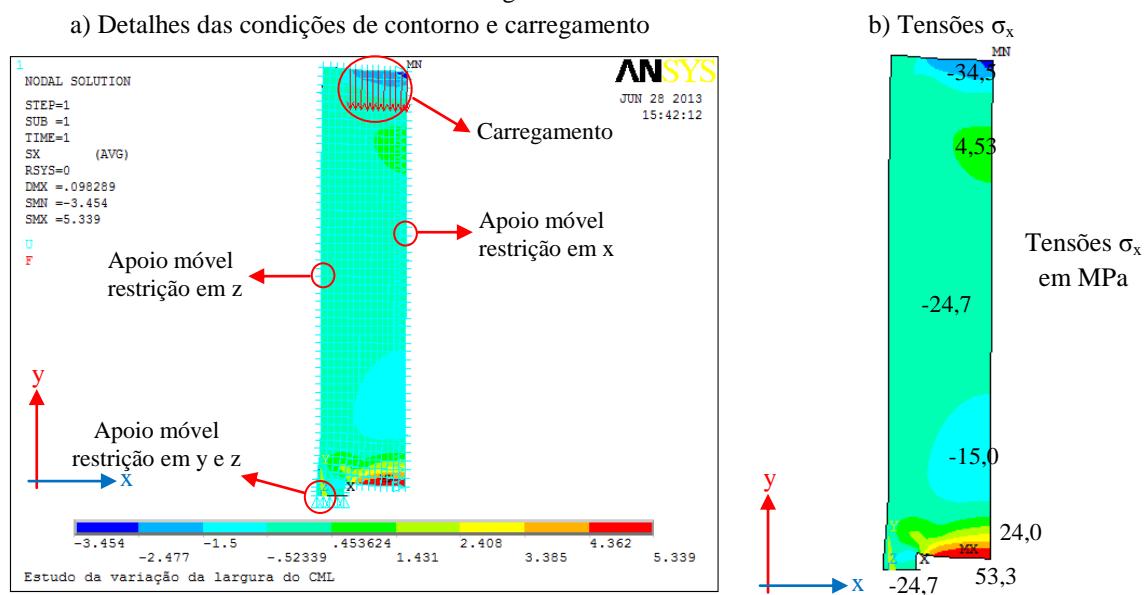
Portanto, observa-se que o aumento da largura da região de preenchimento do ensaio de cisalhamento direto resulta na ruptura sob menor nível de força.

Figura 4.32 – Distribuições de tensões normais em x do modelo simétrico de 7 cm de largura na região do CML



Fonte: Autor

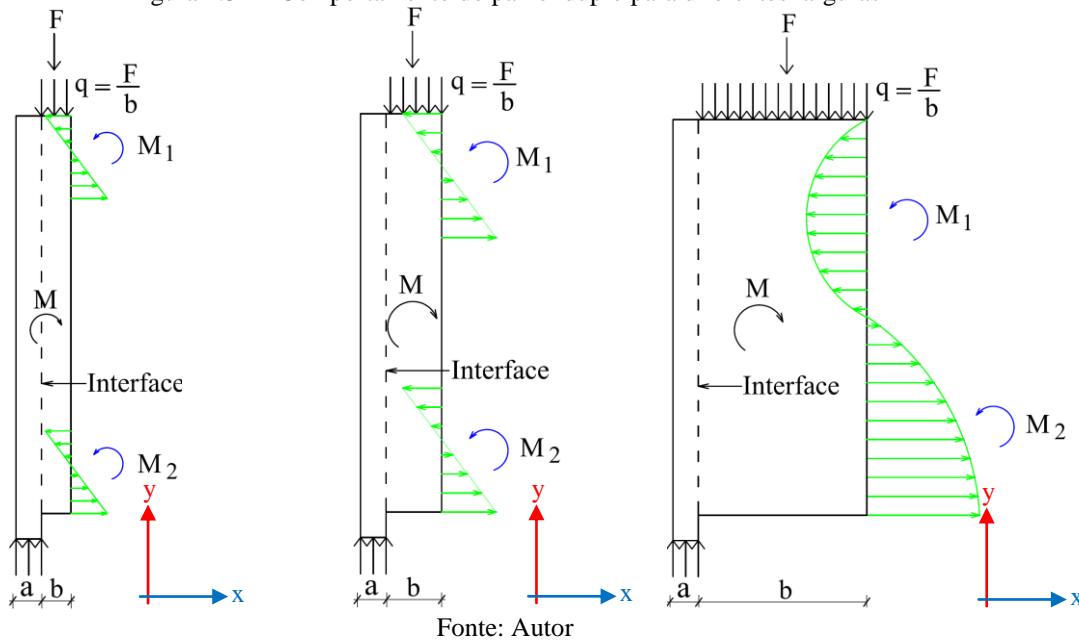
Figura 4.33 – Distribuições de tensões normais no eixo em x do modelo simétrico de 13 cm de largura na região do CML



Fonte: Autor

O fato do aumento da largura resultar na ruptura sob menor nível de força, pode ser explicada conforme a Figura 4.34.

Figura 4.34 – Comportamento do painel duplo para diferentes larguras



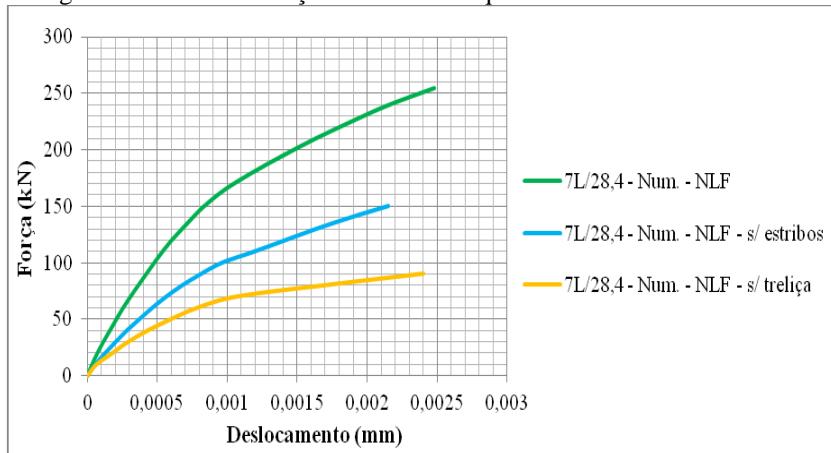
De acordo com a Figura 4.34, quanto maior a largura do concreto de preenchimento, maior é o momento que age na interface e, consequentemente, maior o efeito da tensão normal que faz com que o painel duplo alcance a ruptura para um menor nível de carregamento.

#### 4.8.4 Influência do efeito de pino na resistência ao cisalhamento direto

Para avaliar a influência do efeito de pino na resistência ao cisalhamento, foram analisados numericamente três tipos de situações de armaduras que cruzam a interface dos painéis duplos sob cisalhamento direto e interfaces lisas sendo: sem estribos, sem treliça e com treliça e estribos.

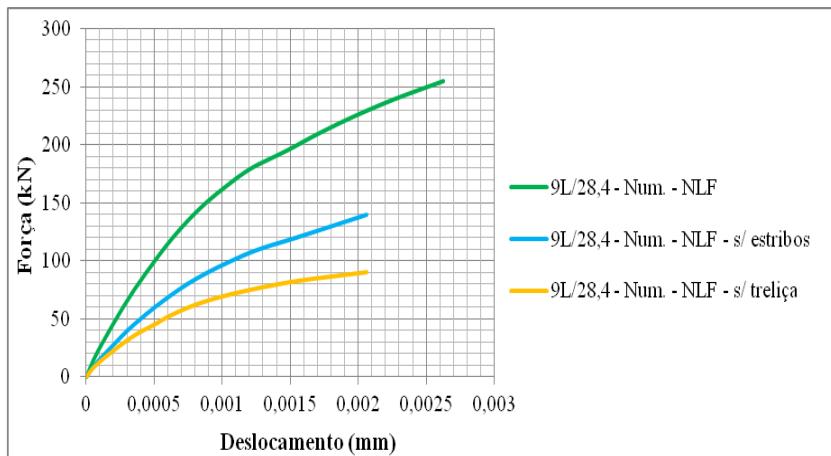
As Figura 4.35 a Figura 4.37 apresentam os valores dos deslocamentos relativos da interface, das três situações apresentada das armaduras, para as Séries G, H e I, com 7 cm, 9 cm e 13 cm na região de preenchimento respectivamente.

Figura 4.35 – Contribuição da armadura que cruza a interface – Série G



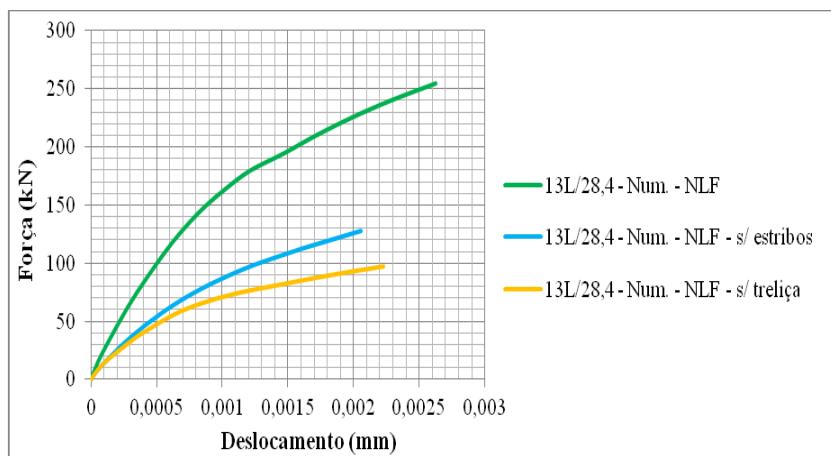
Fonte: Autor

Figura 4.36 – Contribuição da armadura que cruza a interface – Série H



Fonte: Autor

Figura 4.37 – Contribuição da armadura que cruza a interface – Série I



Fonte: Autor

Em geral, na ruptura, as armaduras dos estribos dos modelos numéricos sob cisalhamento direto ficaram tracionadas e não atingiram o escoamento. Este fato se deve à maior quantidade de taxa geométrica de armadura que atravessa a interface, comparados aos modelos simulados apenas com os estribos. Conforme esperado, o modelo com estribos e treliça suportou um maior nível de carregamento quando comparado aos demais casos. Dessa forma, foi possível observar a influência do efeito de pino na resistência ao cisalhamento, ou seja, quanto maior a taxa de armadura que atravessa a interface, maior é a força de ruptura quando submetido ao cisalhamento direto. Os modelos com treliça e sem estribos resistiram 71 % da força de ruptura dos modelos com todas as armaduras. Esse índice reduziu para 40 % para os modelos com apenas estribos e sem treliça. Vale ressaltar ainda, que o aumento da largura da região de preenchimento do concreto quando comparada a largura dos painéis pré-moldados, diminui a influência da contribuição da armadura que cruza a interface.

#### **4.9 Análise de tensões e quadro de fissuração dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto**

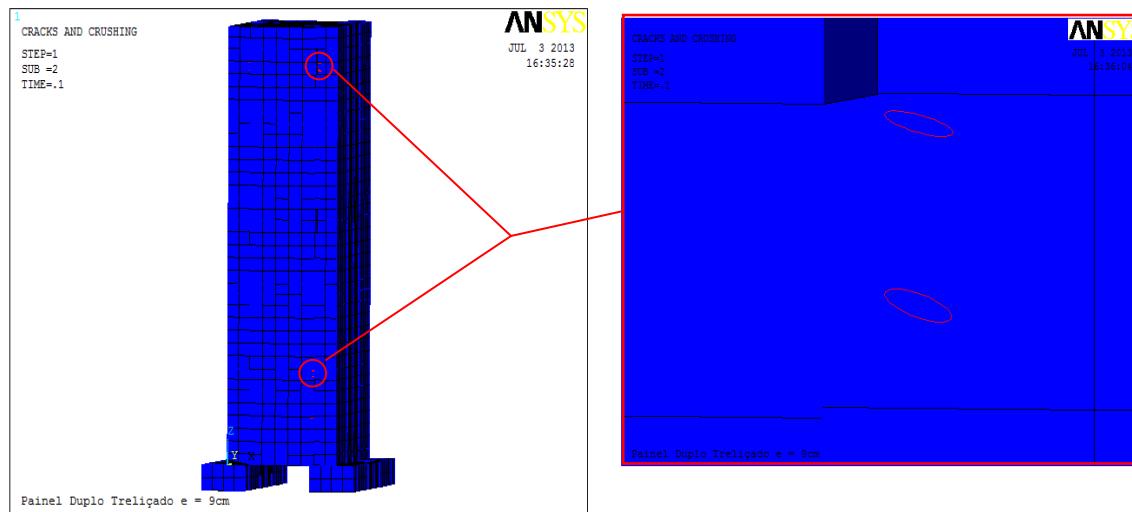
Foi possível identificar nos modelos numéricos sob cisalhamento direto a fissuração dos elementos do CPM e do CML.

Conforme a documentação do programa ANSYS, a fissuração dos elementos são representadas por círculos que aparecem no centróide de cada elemento e podem ocorrer em três diferentes planos.

A primeira fissura do elemento é representada por um círculo vermelho, a segunda fissura do elemento por um círculo verde e a terceira por um círculo azul.

A análise das fissuras ocorridas nos painéis sob cisalhamento direto foi apresentada neste estudo para a Série B, visto que praticamente todos os modelos numéricos apresentaram o mesmo quadro de fissuração.

A primeira fissura, sinalizada com um círculo vermelho na Figura 4.38, ocorreu quando o nível de carregamento foi de aproximadamente 25 kN.

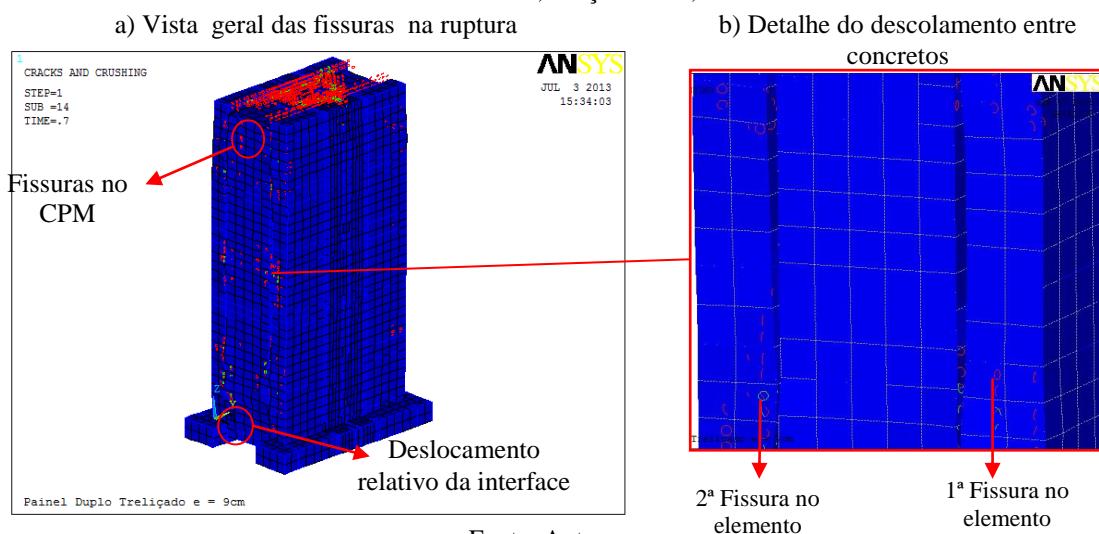


Fonte: Autor

As primeiras fissuras ocorreram na interface do modelo, tendo sido superada a adesão entre os concretos proporcionando a contribuição das ações de atrito e mecânica.

A quantidade de fissuras foi se intensificando em diferentes planos nos elementos até promover o deslizamento entre os concretos e a estrutura entrar em ruptura, conforme mostrado na Figura 4.39.

Figura 4.39 – Fissuras, deslizamento relativo da interface e descolamento entre concretos na ruptura do modelo numérico B, Força de 175,0 kN



Fonte: Autor

De forma geral, o mesmo quadro de fissurações e comportamento mecânico ocorridos na modelagem numérica também pode ser observado nos ensaios experimentais, conforme mostra a Figura 4.40.

Figura 4.40 – Fissuras e deslizamento relativo da interface entre concretos na ruptura do modelo experimental B1- Força de 158,5 kN

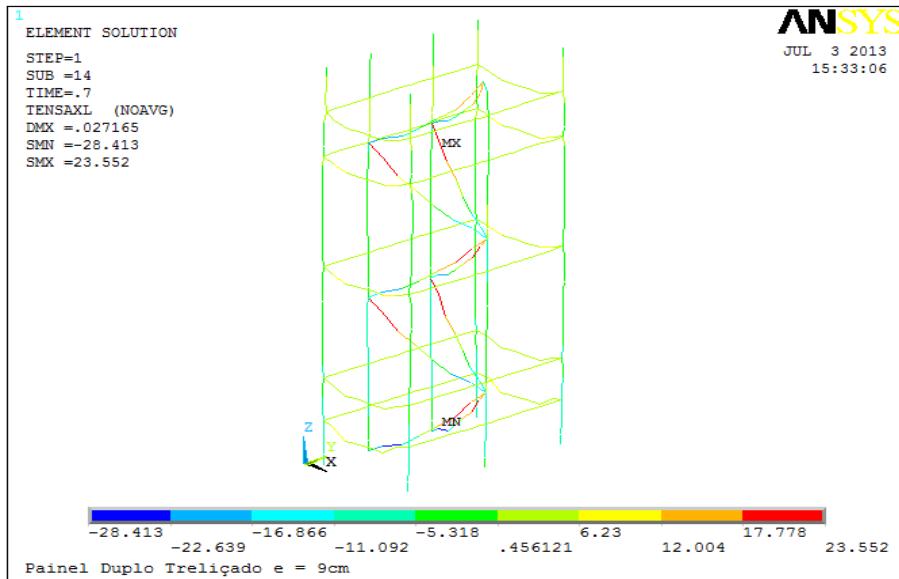


Fonte: Autor

O deslizamento observado entre concretos, similar ao acontecido na modelagem numérica, é resultado da perda da ação de adesão, seguido da ação do atrito, ação mecânica e efeito de pino das armaduras transversais estando solicitadas à tração, conforme mostrado na Figura 4.40.

A Figura 4.41 apresenta a distribuição de tensões axiais nas armaduras do modelo B. Conforme apresentado na Figura 4.40c, os estribos também são solicitados à tração, resultado observado em todos os modelos numéricos, porém, sem atingir o limite de escoamento.

Figura 4.41 – Distribuições de tensões axiais nas armaduras do modelo numérico B



Fonte: Autor

As armaduras longitudinais do modelo numérico B são solicitadas à compressão, enquanto nas diagonais ocorreram tensões de tração e de compressão.

O modelo numérico B, para o carregamento aplicado, atingiu 110,92 MPa de tensão de compressão nas armaduras longitudinais, 120,04 MPa nos estribos estando tracionados, 235,52 MPa de tração nas diagonais e 284,13 MPa (compressão) próximos aos nós de ligações dos banzos com a diagonal.

A Figura 4.42a ilustra as fissurações ocorridas em uma lateral do modelo experimental, na região de aderência do aço do banzo superior da treliça. Conforme pode ser observado, a fissura se estendeu de uma extremidade a outra, por meio de uma linha praticamente reta.

Esta característica de fissuração aconteceu em praticamente todos os modelos experimentais. Numericamente, a mesma resposta foi observada (Figura 4.42b), indicadas por pequenos pontos vermelhos.

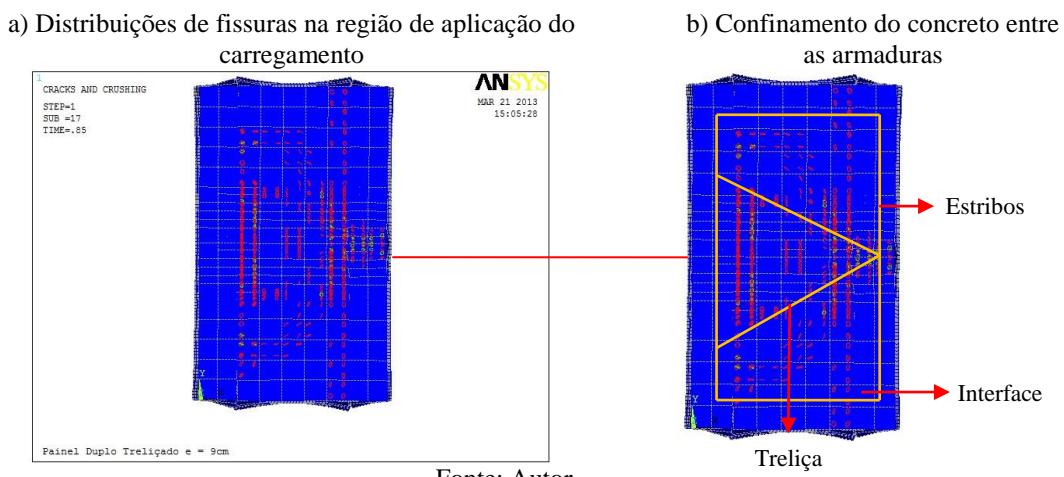
Figura 4.42 – Fissuras em uma lateral do modelo B1 na região do banzo superior da armadura treliçada  
 a) Modelo experimental  
 b) Modelo numérico



Fonte: Autor

A Figura 4.43 apresenta a distribuição de fissuras na região de aplicação do carregamento do modelo numérico. Foi observado que as fissurações ficaram concentradas mais precisamente nas regiões de interface e na direção da armadura treliçada e dos estribos. Este quadro de fissuração se repetiu em todas as modelagens numéricas referentes ao cisalhamento direto, permitindo observar a influência das armaduras que cruzam as interfaces, bem como seu posicionamento na distribuição de tensões dos modelos.

Figura 4.43 – Fissuras na região superior do modelo numérico na região de aplicação do carregamento e detalhes do confinamento do concreto entre as armaduras



Fonte: Autor

#### 4.10 Discretização das vigas formadas por painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão

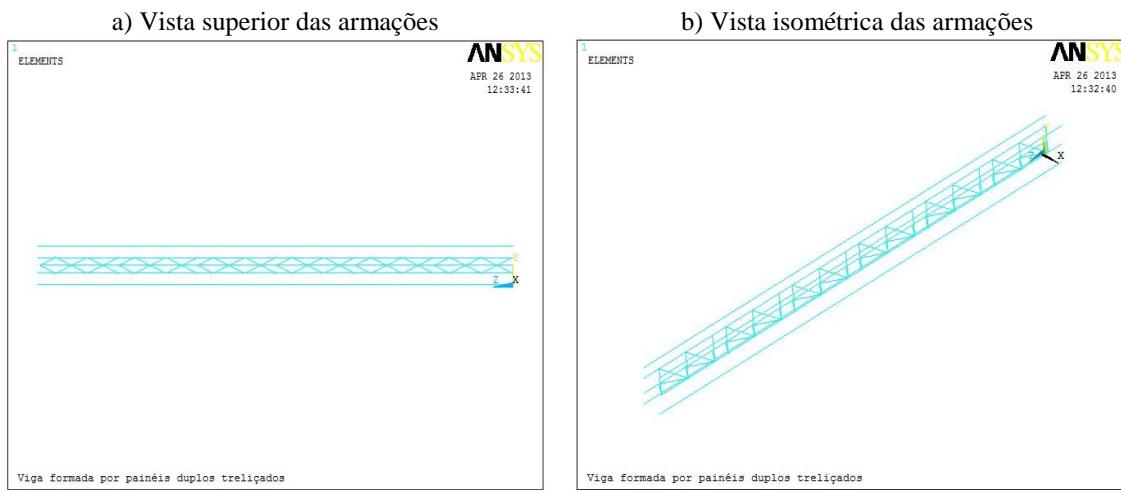
Foi realizada a modelagem numérica das vigas formadas por painéis duplos treliçados sob cisalhamento na flexão. A discretização do modelo leva em conta as mesmas propriedades do concreto, do aço e espessura do concreto moldado no local na região de preenchimento de 9 cm, a fim de atender ao programa experimental.

As etapas da modelagem numérica foram as mesmas utilizadas na discretização dos painéis duplos treliçados sob cisalhamento direto. Inicialmente foi gerada a treliça espacial e, posteriormente, as armações longitudinais ( $\varnothing = 10$  mm), conforme mostra a Figura 4.44.

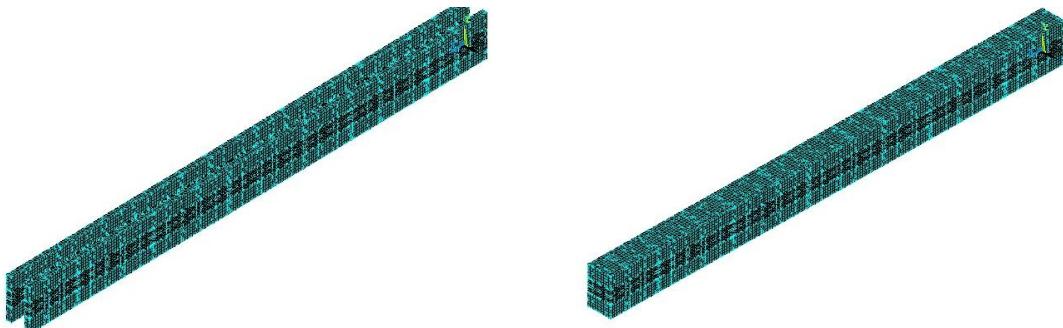
Em seguida, foi gerado o volume referente ao concreto pré-moldado (painéis laterais) e o volume de preenchimento com concreto moldado no local, Figura 4.45.

Finalmente, os estribos foram gerados a partir da ligação dos nós formados pela malha das armações longitudinais, treliças, concreto pré-moldado e concreto moldado no local, conforme ilustra a Figura 4.46.

Figura 4.44 – Modelagem da treliça e das armações longitudinais das vigas sob cisalhamento na flexão - Link8

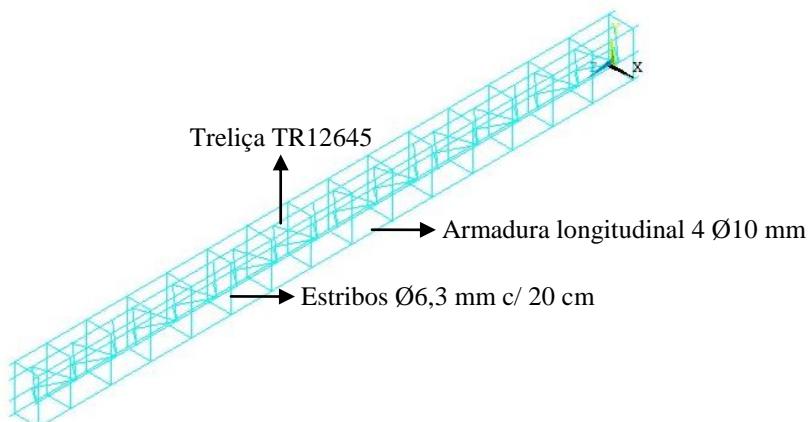


Fonte: Autor



Fonte: Autor

Figura 4.46 – Armaduras longitudinais, treliça e estribos das vigas sob cisalhamento na flexão



Fonte: Autor

#### **4.11 Considerações sobre a aplicação do carregamento e condições de apoio das vigas sob cisalhamento na flexão**

O carregamento foi aplicado por meio de uma força concentrada na face superior do concreto pré-moldado, sendo esta correspondente à posição do banzo superior da treliça eletrossoldada. Esta forma de aplicação do carregamento permite o estudo da flexão por meio da transferência de tensões de cisalhamento. O uso de painéis duplos treliçados em muros de arrimo acarreta este tipo de solicitação.

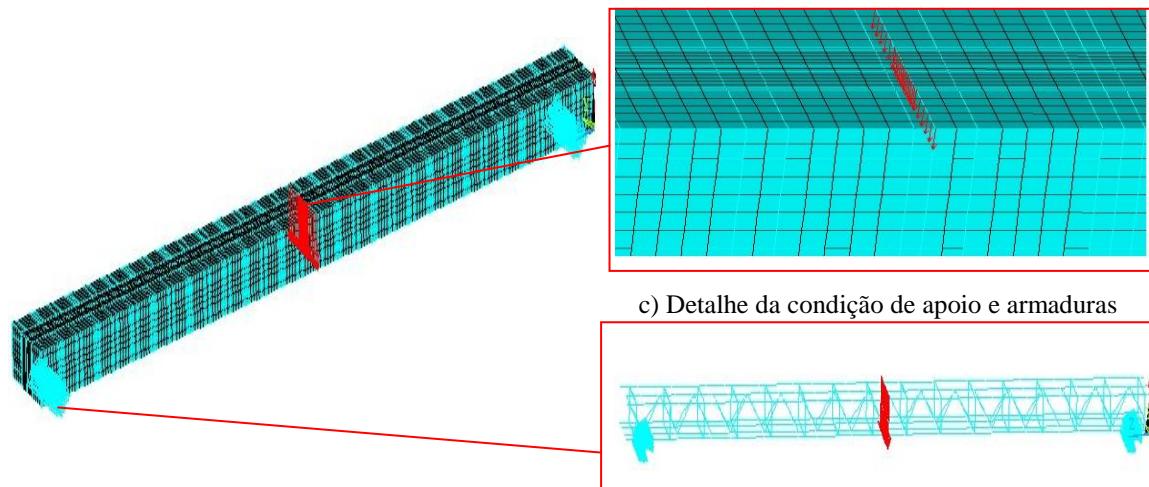
O carregamento foi aplicado por passos e distribuída ao longo dos nós centrais da viga. Dessa maneira foi possível uma análise mais detalhada do comportamento mecânico da viga, bem como a observação do comportamento não linear dos materiais envolvidos.

Foram posicionados apoios fixos e móveis na viga à 10 cm em cada uma das extremidades, na face inferior do CPM, conforme mostra a Figura 4.47.

Figura 4.47 – Carregamento e condições de contorno na viga formada por painel duplo treliçado

a) Vista em isométrica

b) Detalhe do carregamento



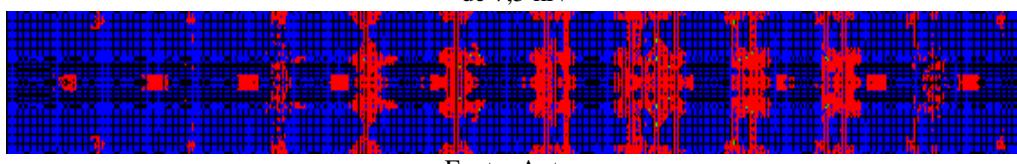
Fonte: Autor

#### 4.12 Análise de tensões e quadro de fissuração das vigas sob cisalhamento na flexão

As primeiras fissuras, próximas à região de aplicação do carregamento, ocorreram quando o nível de carregamento na viga foi de aproximadamente 1,88 kN.

À medida que o carregamento aumentou, a viga passou a se deformar mais, apresentando uma curvatura de maior amplitude no meio do vão. A força de ruptura na análise numérica da viga foi de 7,5 kN e apresentou fissuração em praticamente toda a sua região inferior tracionada, conforme pode ser visto na Figura 4.48.

Figura 4.48 – Distribuição das fissuras na região inferior da viga obtida na modelagem numérica – Força de 7,5 kN



Fonte: Autor

De acordo com a Figura 4.48, pode-se observar que a concentração da fissuração ocorre nas proximidades do ponto de aplicação do carregamento e também se distribuem na região de localização dos estribos.

O mesmo comportamento descrito nas fissurações ocorridas numericamente pode ser observado na viga experimental, neste estudo representado pela viga V1, conforme a Figura 4.49.

Figura 4.49 – Fissuras na região inferior da viga – Força de 18,71 kN

a) Região inferior tracionada

b) Fissuração próxima a região do carregamento



Fonte: Autor

Ambas as vigas V1 e V2 apresentaram fissuras distribuídas ao longo da área de concentração dos estribos. Porém, pode ser verificado que não ocorreu um deslizamento relativo de sua interface.

Essas fissuras se prolongaram verticalmente da região inferior da viga correspondente ao concreto pré-moldado e alcançou a região de preenchimento do concreto até atingir a ruptura do modelo, conforme mostra a Figura 4.50.

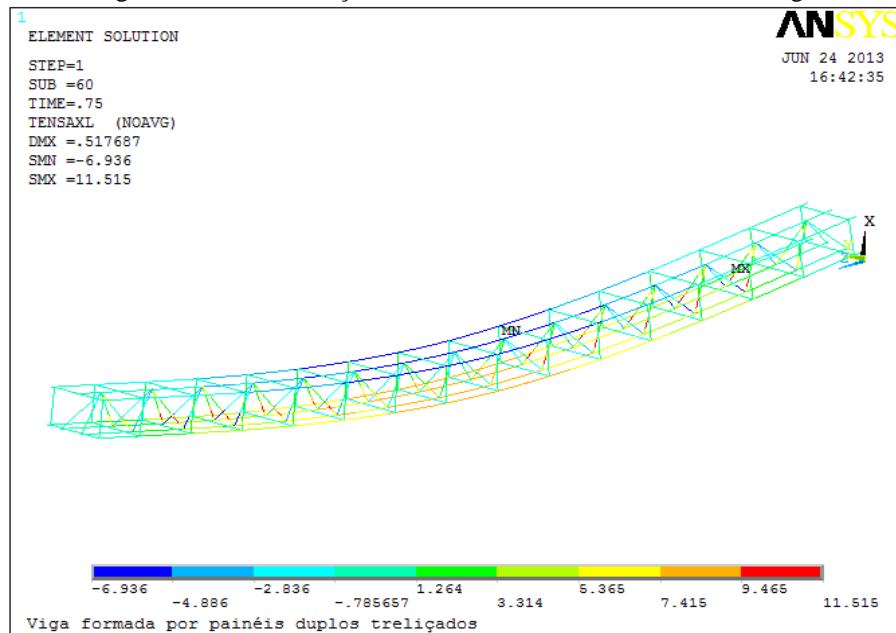
Figura 4.50 – Ruptura da viga sob força de 18,71 kN



Fonte: Autor

A Figura 4.51 apresenta a distribuição de tensões axiais nas armaduras da viga analisada numericamente. Observa-se que as maiores tensões de tração atingiram valores de 74 MPa na região inferior central da viga. As tensões axiais são menores à medida que se afastam do centro da viga para as extremidades.

Figura 4.51 – Distribuições de tensões axiais nas armaduras da viga



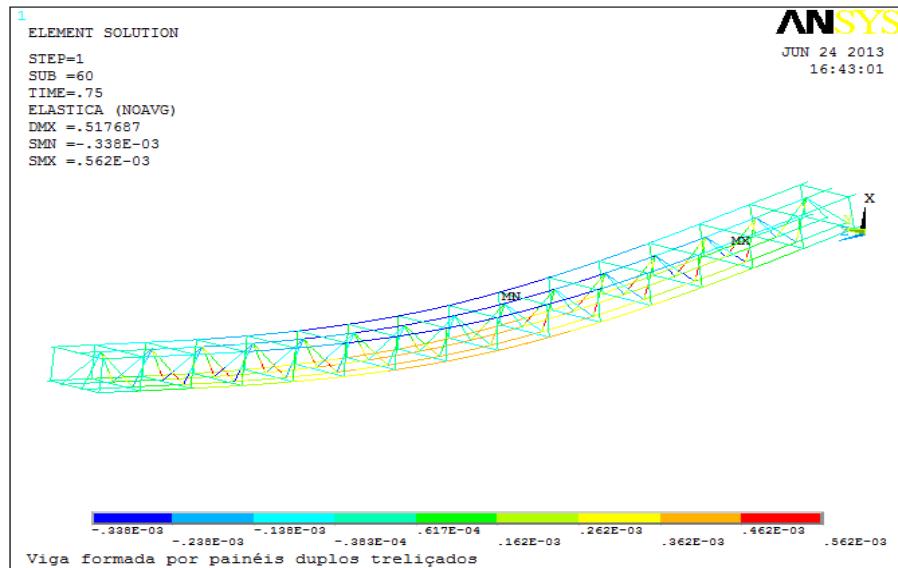
Fonte: Autor

As armaduras longitudinais superiores ficaram sujeitas a tensões de compressão com valores iguais a 48 MPa nas extremidades da viga e de 69 MPa próximo ao ponto de aplicação do carregamento.

Nas diagonais treliçadas, assim como observado nos modelos sob cisalhamento direto, ocorrem tensões de tração e de compressão. A região central da armação diagonal atingiu tensão de tração de 115 MPa.

As armaduras apresentaram apenas deformações elásticas, cujo valor no meio do vão da viga na região tracionada variou entre 0,36 % até 0,56 %, conforme mostra a Figura 4.52.

Figura 4.52 – Distribuições das deformações específicas nas armaduras da viga numérica

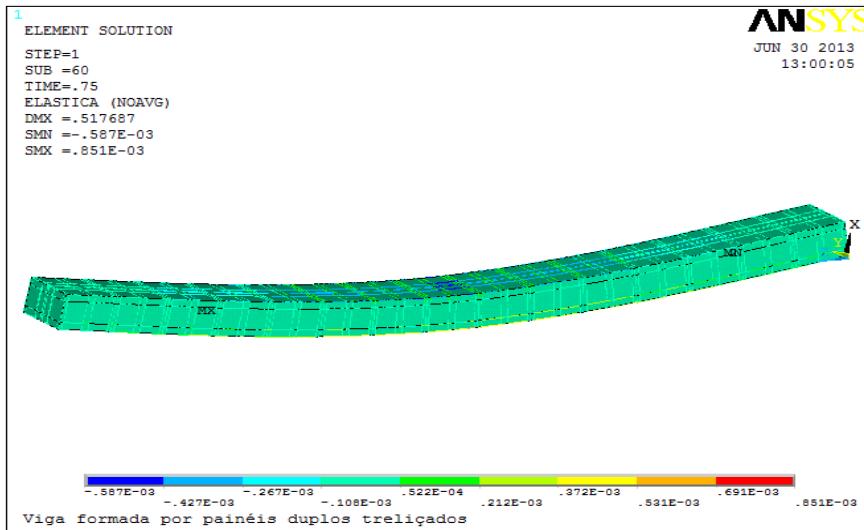


Fonte: Autor

Esses valores de deformações foram inferiores ao especificado na Seção 5.1.2 da ABNT NBR 7480:2007, que estabelece um limite para deformação permanente de até 2 %. Assim, tanto a diagonal treliçada como os estribos e as armaduras longitudinais não atingiram a tensão de escoamento.

A Figura 4.53 apresenta as distribuições das deformações ocorridas no concreto da viga.

Figura 4.53 – Distribuições das deformações no concreto da viga numérica



Fonte: Autor

Os valores das deformações do concreto da viga, apresentada na Figura 4.54, na região sob tração, foram menores à medida que se afastavam do centro para as extremidades, variando de 0,0522 % próximos ao apoio e alcançando o valor máximo no meio do vão de 0,851 %.

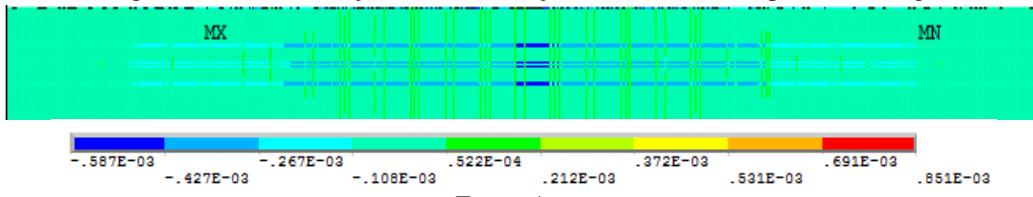
Figura 4.54 – Distribuições das deformações no concreto tracionado da viga



Fonte: Autor

As deformações na viga, na região comprimida, alcançou o valor máximo de 0,587 % no ponto de aplicação do carregamento e valor de 0,108 % próximos aos apoios (Figura 4.55).

Figura 4.55 – Distribuições das deformações no concreto comprimido da viga



Fonte: Autor

Observou-se também que as deformações, tanto de compressão como de tração, ocorreram nos elementos finitos próximos à região de localização das armaduras.

Diante desses valores, pode-se concluir que o maior valor da deformação do concreto sob tensão de compressão na ruptura ficou abaixo do valor de 3,5 % citado na Seção 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2007. Dessa maneira não foi atingido o esmagamento do concreto.

A deformação máxima de tração no concreto apresentou valor acima do recomendado na Seção 8.2.10.2 da ABNT NBR 6118:2007 definida em 0,15 %, o que indicou fissuração na região do concreto tracionado até a ruptura.

Foi realizado também um estudo numérico para fim de verificação do comportamento estrutural da viga ao variar a linearidade e a não linearidade dos diversos materiais na viga. A Tabela 10 relata o deslocamento máximo obtido e a máxima tensão de tração da armadura longitudinal correspondente à força de ruptura.

Tabela 10 – Comportamento estrutural da viga para diferentes combinações de análises linear e não linear física dos materiais

Aço	CPM	CML	$u_x$ (mm)	Tensão tração $A_s$ (MPa)	$F_{rup}$ (kN)
NLF	L	L	7,85	122,2	20
NLF	L	NLF	5,13	115,15	7,5
NLF	NLF	L	0,86	12,97	1,5
NLF	NLF	NLF	0,87	12,97	1,5

Fonte: Autor

onde:

NLF: não linearidade física dos materiais;

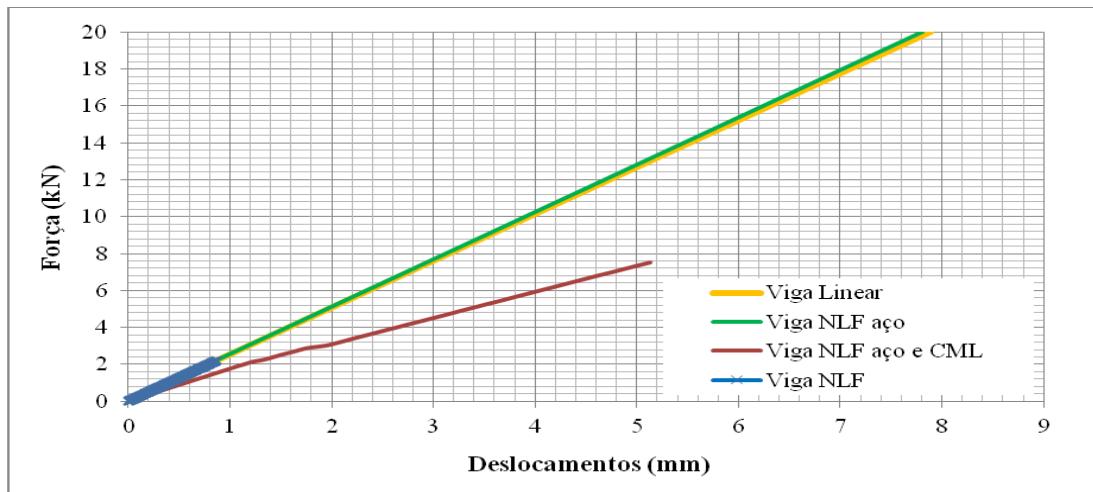
L: linear;

$u_x$ : deslocamento vertical máximo da viga no meio do vão;

$F_{rup}$ : força de ruptura correspondente ao deslocamento máximo da viga.

Vale ressaltar que, decorrente da amplitude das tensões de tração no modelo, a simulação numérica com a aplicação dos recursos utilizados no programa computacional ANSYS ficou prejudicada. A ruptura, considerando o comportamento não-linear físico dos materiais, especialmente o concreto, ocorre para valores muito inferiores aos medidos experimentalmente (Figura 4.56).

Figura 4.56 – Força × deslocamento da viga para diferentes combinações de análises linear e não linear física dos materiais



Fonte: Autor

No entanto, observa-se a coerência do comportamento obtido à medida que se considera a análise linear do comportamento dos materiais e se incorpora nas análises, a fim de alcançar maior força de ruptura.

# **CAPÍTULO 5**

## **ANÁLISES DOS RESULTADOS**

### **5.1 Introdução**

Os resultados obtidos dos modelos experimentais e numéricos são analisados neste capítulo.

As análises realizadas neste capítulo referem-se, inicialmente, aos modelos solicitados por cisalhamento direto e cisalhamento na flexão, bem como ao entendimento da relação entre a força aplicada e o deslizamento superficial relativo na interface de ligação.

Também são analisados analiticamente os modelos sob cisalhamento direto, à fim de conhecer a resistência ao cisalhamento pela aplicação de equações de alguns pesquisadores relatados na revisão teórica deste estudo.

Posteriormente, as análises são desenvolvidas levando-se em conta a contribuição da aderência entre as superfícies na interface, o efeito de pino, largura e resistência do concreto de preenchimento.

Para as vigas submetidas ao cisalhamento na flexão, representando uma situação usual de aplicação destas em muros de arrimo, é apresentada e discutida a relação entre o carregamento aplicado e o deslocamento.

Finalmente, são aplicadas algumas expressões para o cálculo da resistência ao cisalhamento na flexão para o modelo analítico, conforme recomendações da ABNT NBR 9062:2006 e da FIB MC (2010).

### **5.2 Análise dos resultados dos modelos sob cisalhamento direto**

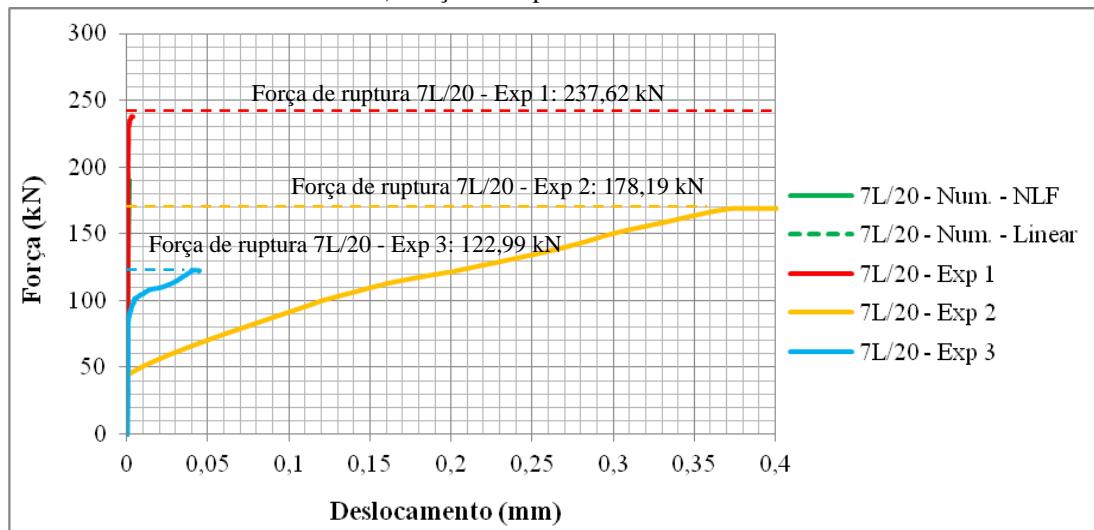
São apresentados nesta seção os resultados numéricos e experimentais dos modelos sob cisalhamento direto designados neste trabalho pelas Séries A, B, C, D, E, F, G, H e I. Vale ressaltar, inicialmente, que os deslocamentos relativos entre as interfaces, medidos

nos ensaios e obtidos das simulações numéricas são muito pequenos, da ordem de  $10^{-3}$  mm. Assim, é importante analisar os resultados obtidos levando-se em conta esta ordem de grandeza.

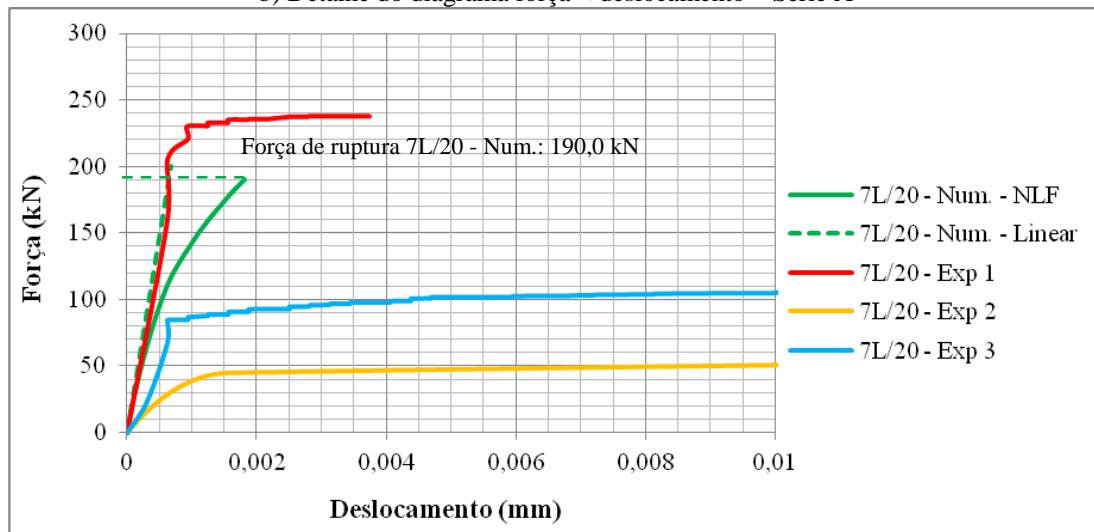
As Figura 5.1 a Figura 5.9 retratam as curvas força  $\times$  deslocamento relativo da interface dos modelos numéricos e experimentais. Em caráter complementar, nas figuras citadas, foi determinado e apresentado o valor da força correspondente a ruptura dos modelos experimentais e numérico.

Figura 5.1 – Diagrama força  $\times$  deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série A – Lisa – 7 cm – 20 MPa

a) Forças de rupturas dos modelos



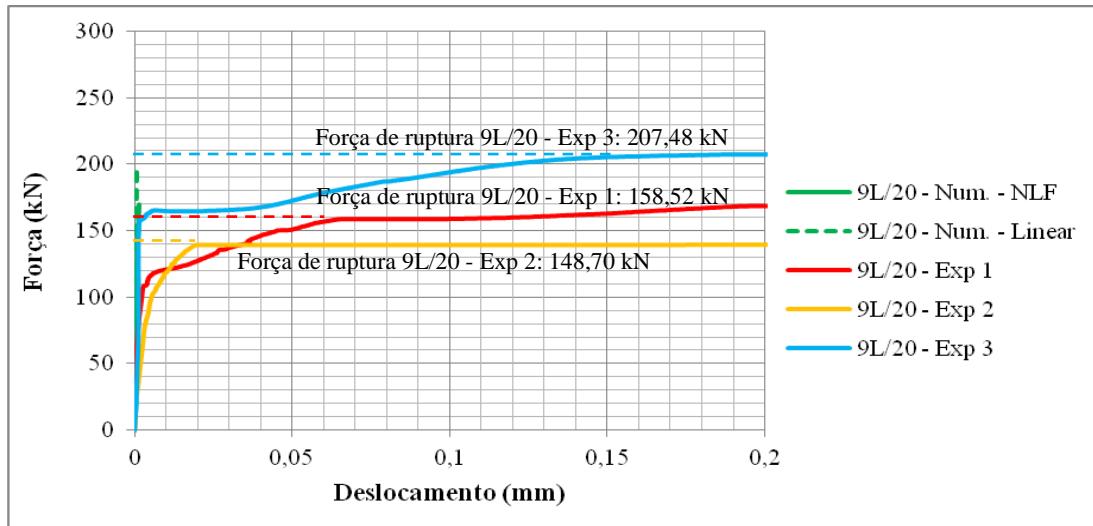
b) Detalhe do diagrama força  $\times$  deslocamento – Série A



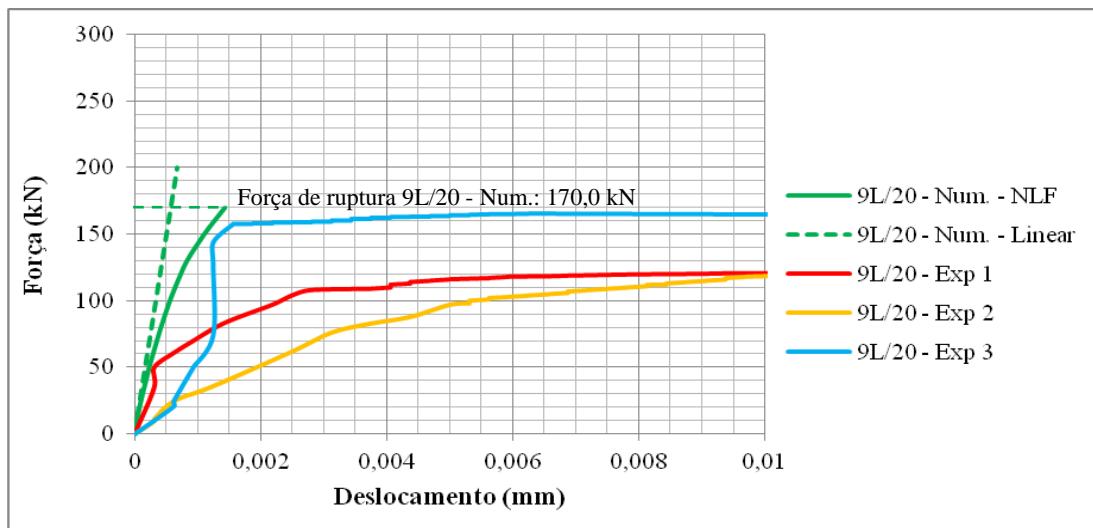
Fonte: Autor

Figura 5.2 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série B – Lisa – 9 cm – 20 MPa

a) Forças de rupturas dos modelos

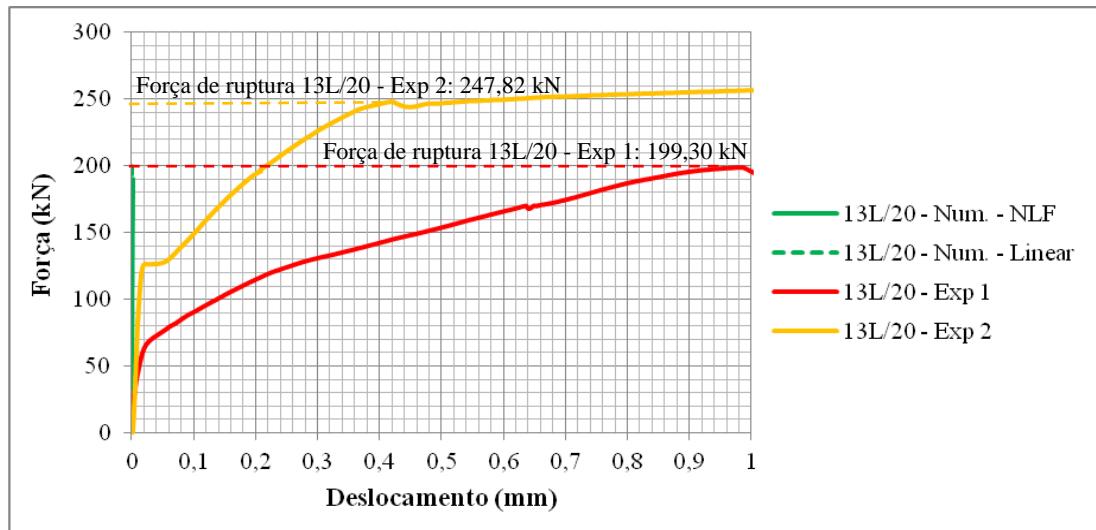


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série B

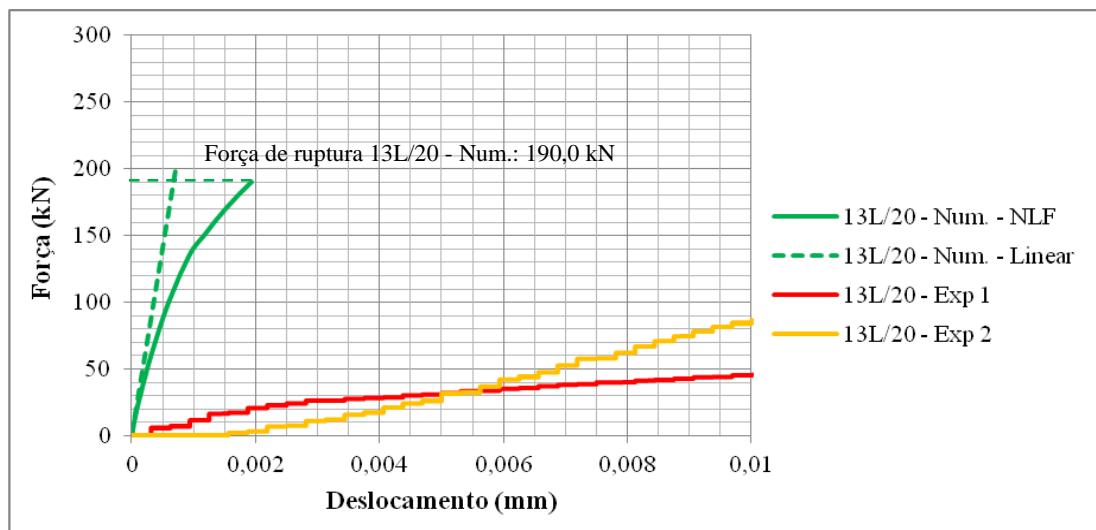


Fonte: Autor

Figura 5.3 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série C – Lisa – 13 cm – 20 MPa  
a) Forças de rupturas dos modelos

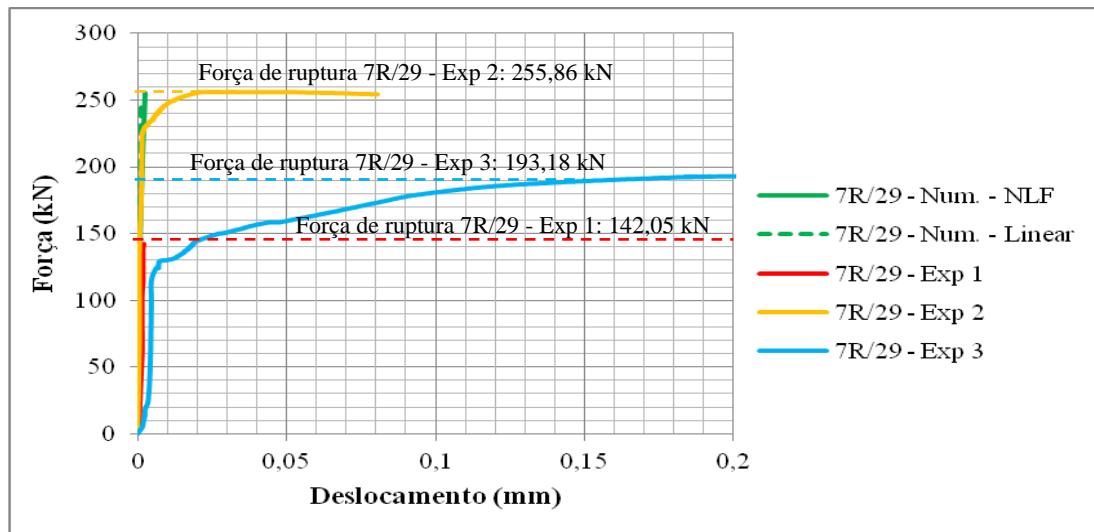


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série C

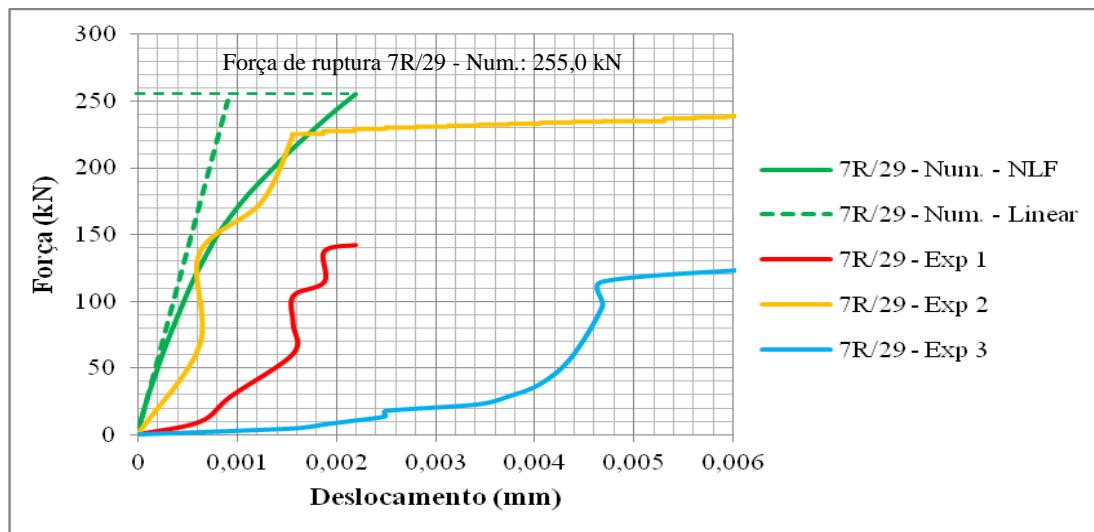


Fonte: Autor

Figura 5.4 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série D –  
Rugosa – 7 cm – 29 MPa  
a) Forças de rupturas dos modelos

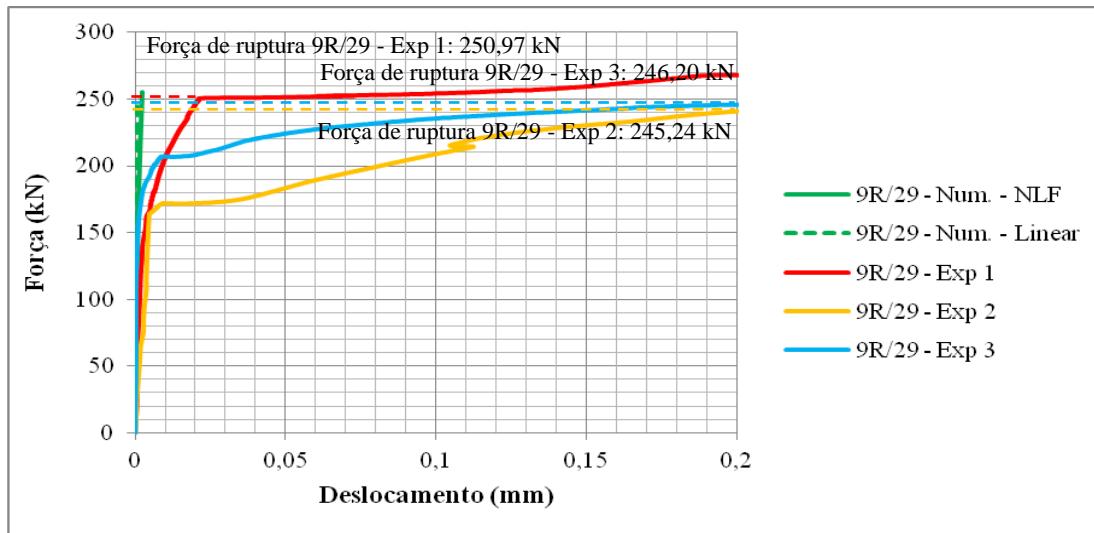


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série D

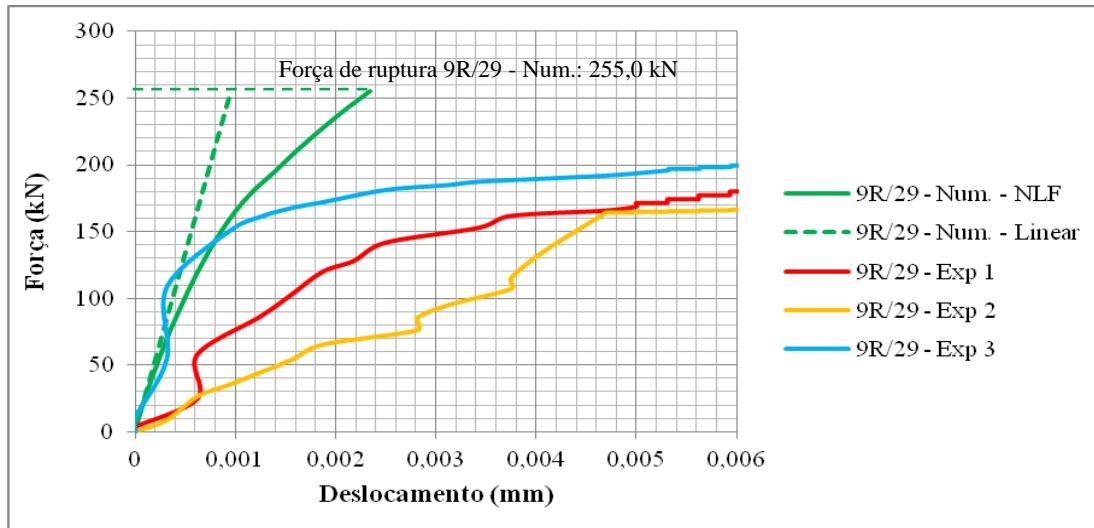


Fonte: Autor

Figura 5.5 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série E –  
Rugosa – 9 cm – 29 MPa  
a) Forças de rupturas dos modelos

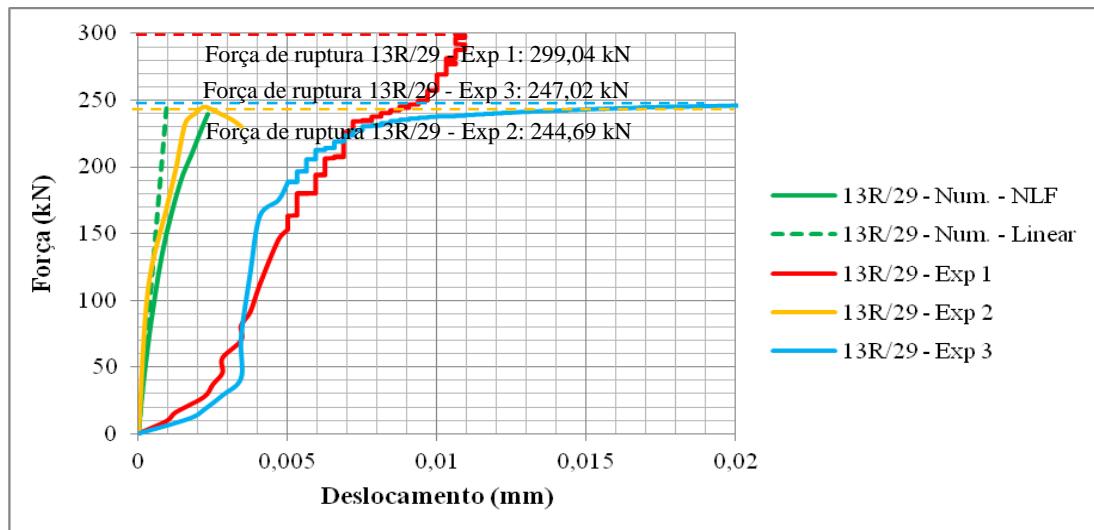


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série E

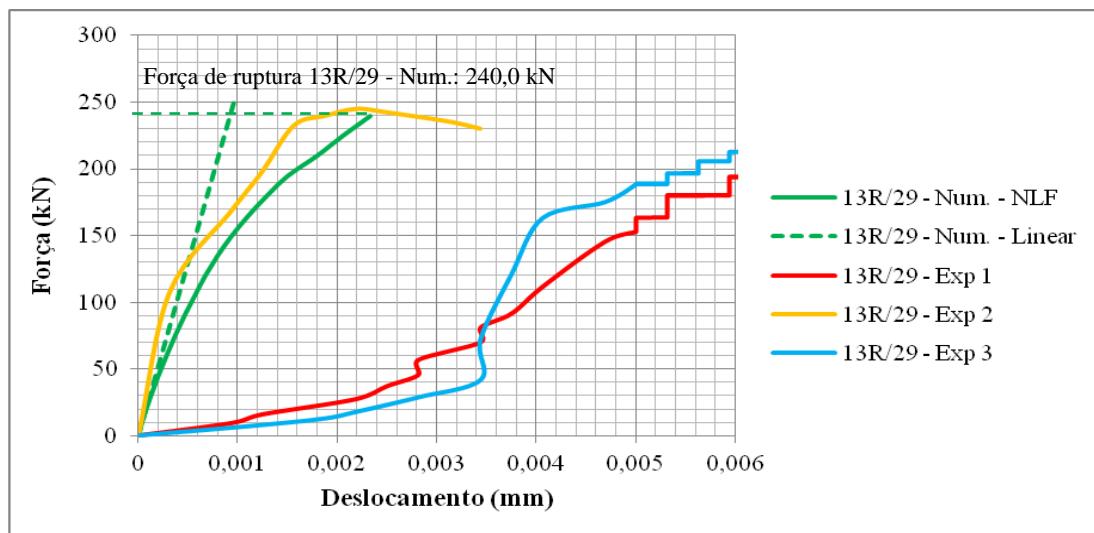


Fonte: Autor

Figura 5.6 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série F –  
Rugosa – 13 cm – 29 MPa  
a) Forças de rupturas dos modelos

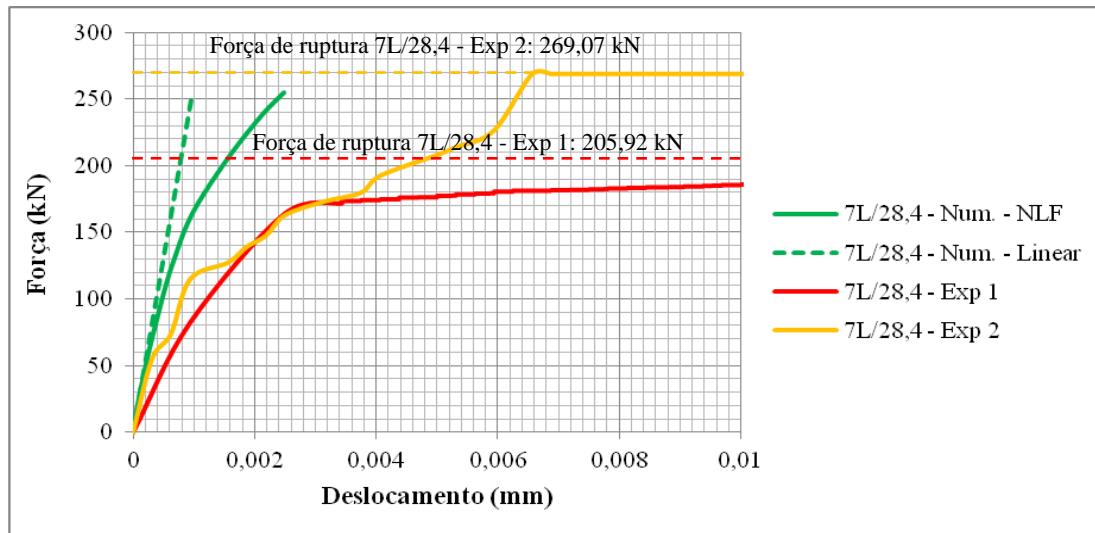


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série F

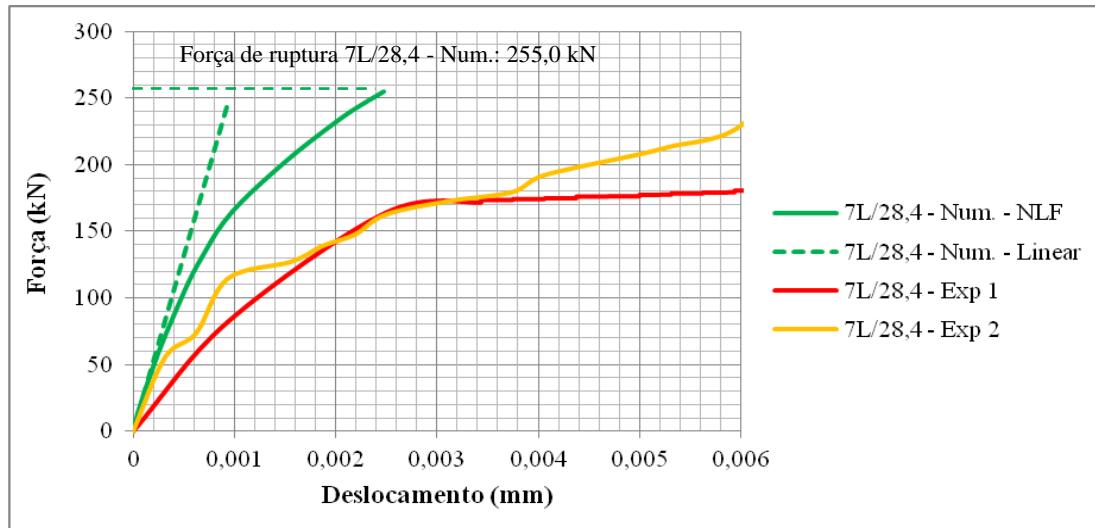


Fonte: Autor

Figura 5.7 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série G – Lisa – 7 cm – 28,4 MPa  
 a) Forças de rupturas dos modelos



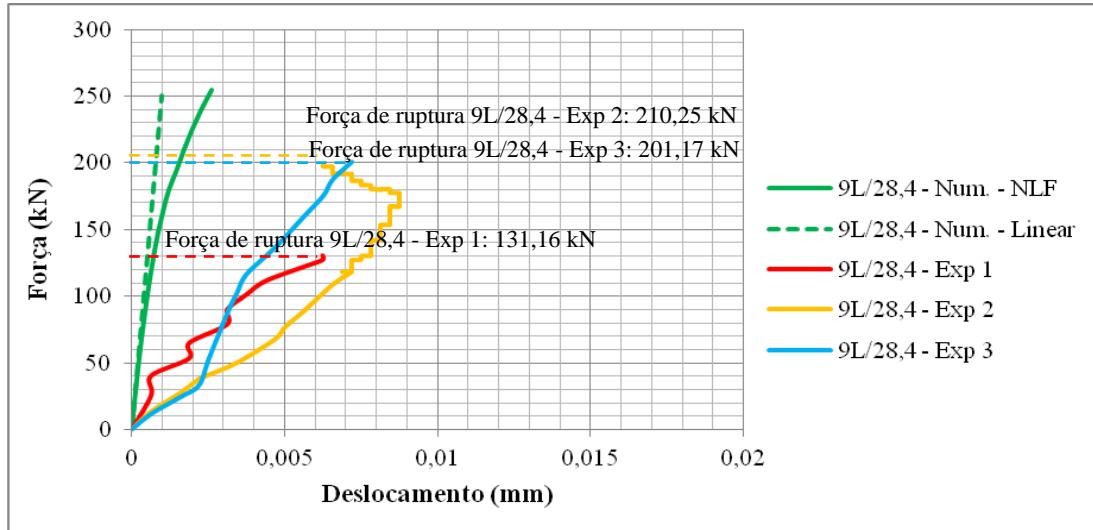
b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série G



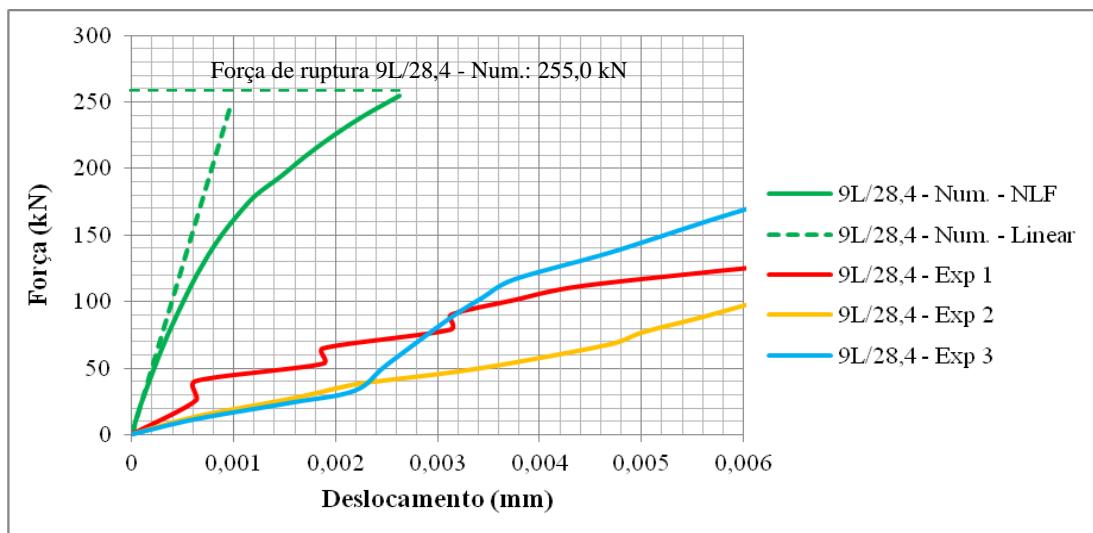
Fonte: Autor

Figura 5.8 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série H – Lisa – 9 cm – 28,4 MPa

a) Forças de rupturas dos modelos

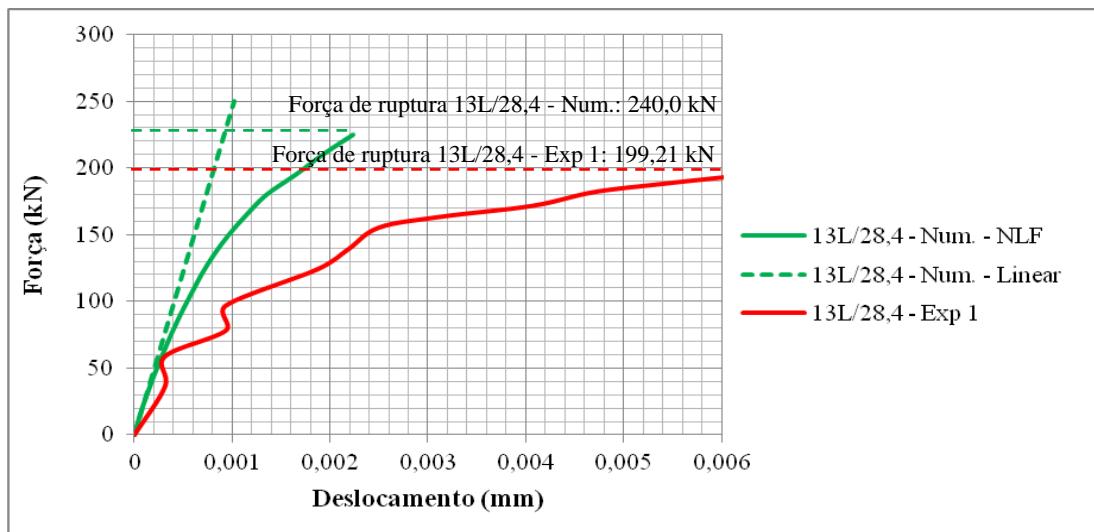


b) Detalhe do diagrama força × deslocamento – Série H



Fonte: Autor

Figura 5.9 – Diagrama força × deslocamento dos modelos numéricos e experimentais da Série I – Lisa – 13 cm – 28,4 MPa



Fonte: Autor

Pode ser verificado que, assim como ocorreram nos modelos numéricos, os modelos de interfaces lisas de 20 MPa tiveram um deslocamento relativo maior que os modelos de interfaces rugosas. Porém, houve pouca diferença entre os deslocamentos relativos da interface ao comparar os modelos de interface lisas de 28,4 MPa com modelos de interfaces rugosas de 29 MPa, estando sob mesmo nível de carregamento. Foi verificado que essa diferença no deslocamento relativo da interface foi da ordem de  $10^{-3}$  mm.

Vale observar também que, comparando as séries de interfaces lisas (A, B, C, G, H e I), obteve-se o mesmo comportamento. Foi verificado que o aumento da resistência à compressão na região de preenchimento elevou a resistência ao cisalhamento direto.

### 5.3 Resistência ao cisalhamento dos modelos sob cisalhamento direto

Nesta seção a análise foi feita pela aplicação de algumas equações de pesquisadores com base nas propriedades dos materiais obtidos experimentalmente, à fim de comparação entre os resultados dos modelos sob cisalhamento direto.

#### Resistência ao cisalhamento apresentada por Birkeland e Birkeland (1966)

A resistência ao cisalhamento ao longo da interface (Equação 2.21) devido o efeito de pino, descrita por Birkeland e Birkeland (1966) e apresentada neste estudo é:

$$\tau_u = 2,78 \cdot \sqrt{\rho_{sw} \cdot f_y}$$

O valor da taxa geométrica de armadura  $\rho_{sw}$ , segundo a Seção 17.4.1.1 da ABNT NBR 6118:2007, pode ser calculada conforme a Equação 5.1:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \operatorname{sen}\alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{yw,k}} \quad (5.1)$$

onde:

$A_{sw}$ : área da seção transeversal dos estribos;

$b_w$ : largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção;

$\alpha$ : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

$f_{ct,m}$ : resistência à tração média dada por:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}};$$

$f_{yw,k}$ : escoamento do aço da armadura transversal.

Nos modelos de cisalhamento direto foram utilizados 5 estribos de dois ramos (CA-60) de 5,0 mm de ( $\phi$ ) diâmetro perpendicular à interface ( $\alpha = 90^\circ$ ) e escoamento do aço ( $f_{yw,k}$ ) de 600 MPa. A largura média da alma da interface foi de 25 cm e o espaçamento entre estribos de 15 cm. Logo a área de aço que atravessa a interface ( $A_{sw}$ ) corresponde ao produto de uma estribo de dois ramos ( $A_{sw,1}$ ) pelo número total de estribos n, conforme a Equação 5.2:

$$A_{sw} = A_{sw,1} \cdot n \quad \text{e} \quad A_{sw,1} = \frac{1}{4} \pi (\phi)^2 \quad (5.2)$$

$$A_{sw} = 2 \cdot \frac{1}{4} \pi (0,5)^2 \cdot 5 = 1,963 \text{ cm}^2$$

O valor da resistência à tração média, para a resistência à compressão do concreto aos 28 dias de 20 MPa, das Séries A, B e C foi de:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot 20^{\frac{2}{3}} = 2,210 \text{ MPa}$$

A taxa geométrica da armadura transversal das Séries A, B e C foi de:

$$\rho_{sw} = \frac{1,963}{25 \cdot 15 \cdot \text{sen}90^\circ} \geq 0,2 \cdot \frac{2,210}{600}$$

$$\rho_{sw} = 0,00523 \geq 0,00074 \text{ atende a condição!}$$

Para a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de 29 MPa das Séries D, E e F, o valor da resistência à tração média vale:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot 29^{\frac{2}{3}} = 2,831 \text{ MPa}$$

A taxa geométrica da armadura transversal das Séries D, E e F é igual a:

$$\rho_{sw} = \frac{1,963}{25 \cdot 15 \cdot \text{sen}90^\circ} \geq 0,2 \cdot \frac{2,831}{600}$$

$$\rho_{sw} = 0,00523 \geq 0,00094 \text{ atende a condição!}$$

As Séries G, H e I apresentaram resistência média à compressão do concreto aos 28 dias de 28,4 MPa e o valor da resistência a tração média foi de:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot 28,4^{\frac{2}{3}} = 2,793 \text{ MPa}$$

A taxa geométrica da armadura transversal das Séries G, H e F é igual a:

$$\rho_{sw} = \frac{1,963}{25 \cdot 15 \cdot \text{sen}90^\circ} \geq 0,2 \cdot \frac{2,793}{600}$$

$$\rho_{sw} = 0,00523 \geq 0,00093 \text{ atende a condição!}$$

Assim, a tensão máxima de cisalhamento foi de:

$$\tau_u = 2,78 \cdot \sqrt{0,00523 \cdot 600} = 4,92 \text{ MPa}$$

### Resistência ao cisalhamento apresentada por Mast (1968)

O valor da resistência ao cisalhamento, segundo Mast (1968), pode ser calculada conforme a Equação 2.22 descrita neste trabalho:

$$\tau_u = \rho_{sw} \cdot f_y \cdot \operatorname{tg}\phi \leq 0,15 \cdot f_c \cdot \operatorname{tg}\phi \quad \text{e} \quad \rho_{sw} \leq 0,015$$

O valor já calculado anteriormente de  $\rho_{sw}$  é igual a  $0,00523 \leq 0,015$  atende a condição!

Sabendo que o valor de escoamento do aço  $f_y$  é igual a 600 MPa o valor da resistência da interface ao cisalhamento para as séries de interfaces lisas (A, B e C com  $\operatorname{tg}\phi=0,7$ ) com resistência média à compressão  $f_c$  de 20 MPa é igual a:

$$\tau_u = 0,00523 \cdot 600 \cdot 0,7 \leq 0,15 \cdot 20 \cdot 0,7 \longrightarrow \tau_u = 2,1 \leq 2,1 \text{ atende a condição!}$$

Para as séries de interfaces rugosas (D, E e F com  $\operatorname{tg}\phi=1,4$ ) com resistência à compressão  $f_c$  de 29 MPa, a resistência da interface ao cisalhamento equivale a:

$$\tau_u = 0,00523 \cdot 600 \cdot 1,4 \leq 0,15 \cdot 29 \cdot 1,4 \longrightarrow \tau_u = 4,4 \leq 6,1 \text{ atende a condição!}$$

Finalmente, para as séries de interfaces lisas (G, H e I com  $\operatorname{tg}\phi=0,7$ ) com resistência média à compressão  $f_c$  de 28,4 MPa, a resistência da interface ao cisalhamento é igual a:

$$\tau_u = 0,00523 \cdot 600 \cdot 0,7 \leq 0,15 \cdot 28,4 \cdot 0,7 \longrightarrow \tau_u = 2,1 \leq 2,9 \text{ atende a condição!}$$

Diante dos resultados, observou-se que todas as séries lisas ensaiadas (A, B, C, G, H e I), com excessão das séries rugosas (D, E e F), também atenderiam a condição proposta na pesquisa realizada por Hofbeck et al.(1969), cujo valor limite absoluto da tensão de resistência da interface ao cisalhamento limita-se a 4,14 MPa.

### Resistência ao cisalhamento apresentada por Shaikh (1978)

O cálculo da resistência da interface ao cisalhamento, considerando o efeito de pino e a rugosidade da interface, apresentada por Shaikh (1978), pode ser calculada conforme a Equação 2.23 descrita neste trabalho:

$$\tau_u = \phi \cdot \rho_{sw} \cdot f_y \cdot \mu_e$$

Os dados das séries ensaiadas de interfaces lisas (A, B, C, G, H e I) foram:

$f_y = 60 \text{ kN/cm}^2$  (escoamento do aço CA-60);  $\mu_e = 0,6$  (interface lisas entre concretos);

$\phi = 0,85$  (coeficiente de redução);  $\rho_{sw} = 0,00523$ .

$$\tau_u = 0,85 \cdot 0,00523 \cdot 60 \cdot 0,6$$

$$\tau_u = 0,160 \text{ kN/cm}^2 \longrightarrow \tau_u = 1,60 \text{ MPa}$$

Para as séries ensaiadas de interfaces rugosas (D, E e F), foram utilizados os mesmos tipos de materiais, a excessão aqui está no valor do fator de atrito igual a 1,0. Portanto, a resistência ao cisalhamento devido o efeito de pino será:

$$\tau_u = 0,85 \cdot 0,00523 \cdot 60 \cdot 1,0$$

$$\tau_u = 0,267 \text{ kN/cm}^2 \longrightarrow \tau_u = 2,67 \text{ MPa.}$$

Diante desses valores pode-se afirmar que os modelos de interfaces rugosas apresentaram resistência 66,87 % maior ao cisalhamento sob influência do efeito de pino do que os modelos de interfaces lisas. Vale lembrar que a equação proposta por Shaikh (1978) não leva em conta a influência da resistência do concreto na resistência ao cisalhamento.

#### Resistência ao cisalhamento apresentada por Mattock (1988)

Segundo Mattock (1988), a resistência ao cisalhamento entre duas superfícies de concreto submetidas ao cisalhamento direto pode ser calculada conforme a Equação 2.26 deste trabalho. Esta equação está em função da resistência à compressão  $f_c$  e cuja a tensão de aderência pode ser estimada pela sua primeira parcela:

$$\tau_u = 0,467 \cdot f_c^{0,545} + 0,8 \cdot (\rho_{sw} \cdot f_y + \sigma_n) \leq 0,3 \cdot f_c \quad (\text{MPa})$$

O valor de  $\rho_{sw}$  e  $f_y$  para todas as séries permaneceram constante e vale:

$\rho_{sw} = 0,00523$  e  $f_y = 60 \text{ kN/cm}^2 = 600 \text{ MPa}$ , o valor de  $\sigma_n$  foi considerada igual a zero,

uma vez que foram desprezíveis quando comparadas com a tensão cisalhante e as tensões normais nas armaduras transversais.

Para as Séries A, B e C de interfaces lisas têm-se  $f_c = 20$  MPa, o valor da tensão última cisalhante vale:

$$\tau_u = 0,467 \cdot 20^{0,545} + 0,8 \cdot (0,00523 \cdot 600 + 0) \leq 0,3 \cdot 20 \longrightarrow \tau_u = 4,89 \leq 6 \text{ (MPa)}$$

Para as Séries D, E e F de interfaces rugosas têm-se  $f_c = 29$  MPa obtém-se:

$$\tau_u = 0,467 \cdot 29^{0,545} + 0,8 \cdot (0,00523 \cdot 600 + 0) \leq 0,3 \cdot 29 \longrightarrow \tau_u = 5,44 \leq 8,7 \text{ (MPa)}$$

Para as Séries G, H e I de interfaces lisas têm-se  $f_c = 28,4$  MPa a tensão última de cisalhamento é igual a:

$$\tau_u = 0,467 \cdot 28,4^{0,545} + 0,8 \cdot (0,00523 \cdot 600 + 0) \leq 0,3 \cdot 28,4 \longrightarrow \tau_u = 5,40 \leq 8,52 \text{ (MPa)}$$

A equação proposta por Mattock (1988) indicou que a tensão última de cisalhamento aumentou à medida que houve o aumento da resistência à compressão na região de preenchimento de concreto. Como a taxa geométrica que atravessava a interface foi constante para todas as séries, os valores encontrados dependeram da primeira parcela da equação correspondente à tensão de aderência.

#### Resistência ao cisalhamento apresentada por Loov e Patnaik (1994)

Conforme apresentada neste trabalho a Equação 2.27 descrita por Loov e Patnaik (1994) analisa a influência da resistência do concreto  $f_c$  na capacidade de resistência ao cisalhamento pela interface:

$$\tau_u = k \cdot \sqrt{p_{sw} \cdot f_y \cdot f_c} \text{ (MPa)}$$

Onde  $k$  é uma constante que vale 0,5 empregada para interface inicialmente não fissurada.

O valor da resistência à compressão dos modelos ensaiados foram apresentados na Tabela 6 do capítulo 3 deste estudo. Para as Séries A, B e C, a resistência média à

compressão foi de aproximadamente 20 MPa. Conforme a equação de Loov e Patnaik (1994), a tensão máxima de cisalhamento foi de:

$$\tau_u = 0,5 \cdot \sqrt{0,00523 \cdot 600 \cdot 20} \longrightarrow \tau_u = 3,96 \text{ MPa}$$

A resistência à compressão das Séries D, E e F foi de aproximadamente 29 MPa, logo a tensão máxima cisalhante correspondeu a:

$$\tau_u = 0,5 \cdot \sqrt{0,00523 \cdot 600 \cdot 29} \longrightarrow \tau_u = 4,77 \text{ MPa}$$

Finalmente, as Séries G, H e I apresentaram resistência média à compressão de 28,4 MPa e assim, a tensão máxima cisalhante foi igual a:

$$\tau_u = 0,5 \cdot \sqrt{0,00523 \cdot 600 \cdot 28,4} \longrightarrow \tau_u = 4,72 \text{ MPa}$$

Observe que a partir desses valores têm-se a resistência à compressão do concreto como um fator importante na resistência ao cisalhamento da interface, pois os modelos de menores resistência à compressão (20 MPa) apresentaram tensões máximas cisalhantes menores do que aqueles modelos de maiores resistências, Séries D, E, F, G, H e I.

Conforme demonstrado analiticamente, os modelos de menores resistências (20 MPa) se romperiam a um menor nível de carregamento do que os modelos de maiores resistências (28,4 MPa e 29 MPa), fato este observado nos modelos experimentais e numéricos.

Porém, esta equação não considera a influência da rugosidade de ligação da interface entre concretos, ficando então limitada apenas a sua aplicação para concretos de mesma rugosidade superficial.

A Tabela 11 apresenta um resumo dos valores da resistência ao cisalhamento devido o efeito de pino, da resistência do concreto e da rugosidade superficial de interface.

Tabela 11 – Resumo dos valores da resistência ao cisalhamento dos modelos sob cisalhamento direto aplicados por equações de diversos pesquisadores

Série	$F_{rup.}$ média (kN)	$\tau_{méd. Exp.}$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$\tau_u$ (MPa) Birkeland e Birkeland (1966)	$\tau_u$ (MPa) Mast (1968)	$\tau_u$ (MPa) Shaikh (1978)	$\tau_u$ (MPa) Mattock (1988)	$\tau_u$ (MPa) Loov e Patnaik (1994)
A	150,59	2,00	20	4,92	2,10	1,60	4,89	3,96
B	153,61	2,04	20	4,92	2,10	1,60	4,89	3,96
C	223,56	2,98	20	4,92	2,10	1,60	4,89	3,96
D	167,62	2,23	29	4,92	4,40	2,67	5,44	4,77
E	247,47	3,29	29	4,92	4,40	2,67	5,44	4,77
F	245,86	3,27	29	4,92	4,40	2,67	5,44	4,77
G	237,49	3,16	28,4	4,92	2,10	1,60	5,40	4,72
H	205,71	2,74	28,4	4,92	2,10	1,60	5,40	4,72
I	199,21	2,65	28,4	4,92	2,10	1,60	5,40	4,72

Fonte: Autor

Observou-se que as resistências ao cisalhamento da interface do modelo analítico proposto por Birkeland e Birkeland (1966) foram constantes em todos os ensaios.

A resistência da interface ficou limitada pela armadura transversal que atravessava a interface (efeito de pino), não havendo diferença ao variar a resistência à compressão do concreto na região de preenchimento do modelo e nem pelo tipo de rugosidade da superfície de ligação.

Em relação aos modelos analíticos proposto por Mast (1968) e Shaikh (1978), a diferença dos resultados de resistência da superfície de ligação se deve pela introdução em suas expressões do efeito de pino e do fator de rugosidade superficial da ligação entre os concretos. Os resultados mostraram que a resistência ao cisalhamento do modelo de Mast (1968), para a interface lisa, foi 31,25 % superior em relação ao modelo de Shaikh (1978) e de 64,80 % superior para interface rugosa.

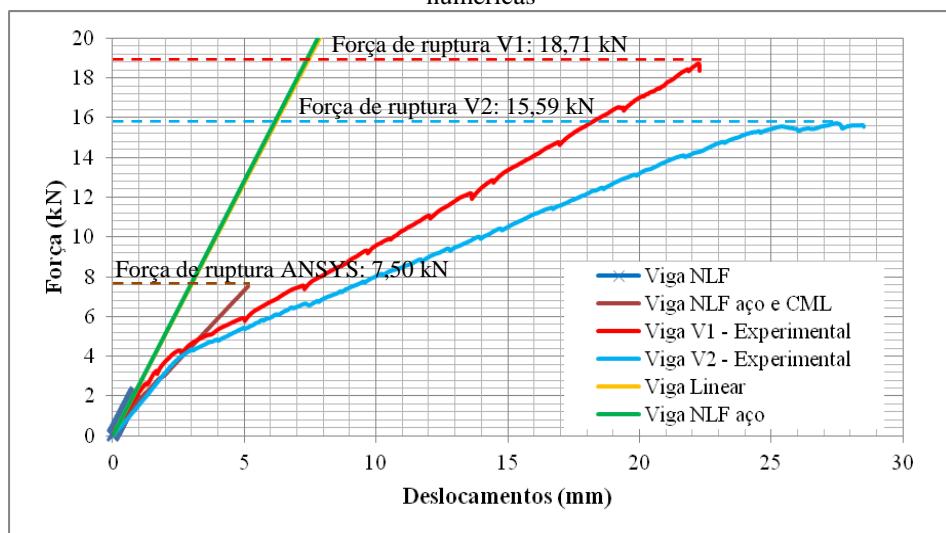
Os resultados de Mattock (1988) e Loov e Patnaik (1994) levam em consideração o efeito de pino e a resistência à compressão do concreto na superfície de ligação. Verificou-se que com o aumento da resistência à compressão do concreto houve um ganho na tensão máxima cisalhante de 11,24 % nos resultados de Mattock (1988) e 20,45 % de Loov e Patnaik (1994) para os modelos de interfaces rugosas de 29 MPa.

Da mesma maneira, ao aumentar a resistência à compressão na região de preenchimento de 20 MPa para 28,4 MPa, os resultados de Mattock (1988) elevou-se para 10,42% e as de Loov e Patnaik (1994) teve a tensão cisalhante máxima aumentada para 19,19 %. Porém, não houve diferença significativa na resistência ao cisalhamento ao variar a rugosidade superficial de ligação, para os modelos com proximidade de resistência à compressão do concreto (Séries D, E, F, G, H, I). Isto pode ser explicada pelas equações de Mattock (1988) e Loov e Patnaik (1994) não levarem em conta a rugosidade da superfície de ligação da interface. Em média o aumento da resistência à compressão no concreto na região de preenchimento para modelos de interfaces lisas tiveram sua força de ruptura aumentada em torno de 36,61%.

#### 5.4 Força de ruptura e deslizamentos superficiais relativos nas ligações das vigas sob cisalhamento na flexão

A Figura 5.10 apresenta a curva força × deslocamento obtido experimentalmente e numericamente das vigas com interface lisa, incluindo o valor da força correspondente a ruptura dos modelos experimentais. A força de ruptura da viga 1 foi de 18,71 kN e da viga 2 de 15,59 kN, os seus respectivos deslocamento no meio do vão da viga foram iguais a 22,23 mm e 28,47 mm. A força de ruptura no modelo numérico foi igual a 7,50 kN e o deslocamento no meio do vão foi de 5,13 mm.

Figura 5.10 – Força × deslocamento vertical no meio do vão das vigas para as análises experimentais e numéricas



Fonte: Autor

A viga foi calculada analiticamente, conforme apresentado no Apêndice A. No Apêndice A, a flecha total atuante na viga foi de 7,69 mm e força máxima para o Estádio II correspondeu a 9,72 kN.

Foi verificado que a diferença entre o modelo analítico e numérico para o carregamento máximo a ser resistido pela viga foi de 29,6 % e de 49,9 % para a flecha total. Além disto, tanto os modelos experimentais como o modelo numérico apresentaram semelhança de comportamento, conforme ilustra o gráfico apresentado na Figura 5.10.

## 5.5 Resistência ao cisalhamento das vigas sob cisalhamento na flexão

Nesta seção foram aplicadas as equações de resistência sob cisalhamento na flexão descritas pela ABNT 9062:2006 e também as equações propostas pela FIB MC (2010).

### Resistência da interface sob cisalhamento na flexão conforme a ABNT 9062:2006

A resistência calculada, segundo a ABNT 9062:2006, devem atender a seguinte condição, conforme descrita neste estudo pela Equação 2.5 e Equação 2.6:

$$\tau_{sd} \leq \tau_u$$

A tensão de cisalhamento de cálculo pode ser calculada por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{md}}{l_v \cdot b_{int}}$$

O valor da força na ruptura da viga 1 foi de 18,71 kN e da viga 2 foi de 15,59 kN, a largura da interface  $b_{int}$  das duas vigas foram de 25 cm. A distância  $l_v$ , entre os pontos de momentos nulos a partir da viga simplesmente apoiada, foi igual a metade do vão livre da viga de 280 cm, portanto  $l_v = 140\text{cm}$ . Dessa maneira, o valor da tensão solicitante de cisalhamento na interface da viga 1 ( $\tau_{sd,1}$ ) foi de:

$$\tau_{sd,1} = \frac{18,71}{140 \cdot 25} = 0,00534 \text{ kN/cm}^2 = 0,0534 \text{ MPa}$$

Para a viga 2, o valor da tensão solicitante de cisalhamento ( $\tau_{sd,2}$ ) correspondeu a:

$$\tau_{sd,2} = \frac{15,59}{140 \cdot 25} = 0,00445 \text{ kN/cm}^2 = 0,0445 \text{ MPa}$$

Os valores da tensão solicitante de cisalhamento na interface da viga  $\tau_{sd}$  devem ser menores que o valor da tensão de cisalhamento última  $\tau_u$ , apresentada neste estudo pela Equação 2.6:

$$\tau_u = \beta_s \cdot \frac{f_{yd} \cdot A_{sw}}{b_{int} \cdot s} + \beta_c \cdot f_{ctd}$$

Nas vigas foram utilizados 16 estribos de dois ramos CA-50 de ( $\phi$ ) 6,3 mm de diâmetro, espaçados (s) a cada 20 cm. O valor da armadura que atravessava a interface ( $A_{sw}$ ) corresponde ao produto da área de um estribo de dois ramos ( $A_{sw,1}$ ) pelo número total de estribos n, conforme apresentado nas Equações 5.1 e 5.2:

$$A_{sw} = A_{sw,1} \cdot n \quad (5.1)$$

$$A_{sw,1} = \frac{1}{4} \pi (\phi)^2 \quad (5.2)$$

$$A_{sw} = 2 \cdot \frac{1}{4} \pi (0,63)^2 \cdot 16 = 9,975 \text{ cm}^2$$

O valor de  $f_{ctd}$  pode ser calculado conforme a Seção 8.2.5 da ABNT NBR 6118:2007, apresentado pela Equação 5.3:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (5.3)$$

O valor da resistência característica à tração inferior do concreto ( $f_{ctk,inf}$ ) é função da resistência média à tração do concreto ( $f_{ct,m}$ ), que em peças compostas deve ser considerado o concreto de menor resistência. Esses valores podem ser obtidos respectivamente pelas equações 5.4 e 5.5:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (5.4)$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (5.5)$$

Assim, a resistência média obtida no ensaio de compressão de corpos de prova do concreto na região de preenchimento foi de 31,6 MPa e de 27,5 MPa para o concreto pré-moldado, conforme apresentado na Seção 3.4.1 deste estudo. Considerando o menor valor de resistência à compressão entre os dois concretos, a resistência média à tração do concreto resulta em:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot 27,5^{2/3} = 2,73 \text{ MPa}$$

Portanto, substituindo a Equação 5.4 em 5.3 e adotando o valor do coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  como combinação normal e igual a 1,4, conforme a Tabela 12.1 da ABNT NBR 6118:2007, o valor da resistência à tração de cálculo do concreto ( $f_{ctd}$ ) foi de:

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot 2,73}{1,4} = 1,37 \text{ MPa}$$

Os valores dos coeficientes de minoração aplicado à armadura ( $\beta_s$ ) e ao concreto ( $\beta_c$ ) depende do valor de percentagem da relação entre a área da armadura que atravessa a interface e a área da interface. Assim, essa relação das duas vigas foram de:

$$(\%) = \frac{A_{sw}}{b_{int} \cdot s} \cdot 100 = \frac{9,975}{25 \cdot 20} \cdot 100 = 1,99\%$$

Como  $A_s/b \cdot s$  é maior que 0,5 %, conforme a Tabela 1 da Seção 2.5.1 deste trabalho, o valor de  $\beta_s$  é igual a 0,9 e o valor de  $\beta_c$  é igual a 0,6.

Logo as tensões de cisalhamento últimas das vigas foram de:

$$\tau_u = 0,9 \cdot \frac{50 \cdot 9,975}{25 \cdot 20} + 0,6 \cdot 0,137$$

$$\tau_u = 0,979 \text{ kN/cm}^2 = 9,79 \text{ MPa}$$

Portanto, foi verificado que as tensões solicitantes de cisalhamento das vigas 1 e 2 foram menores que o valor da tensão de cisalhamento última.

#### Resistência da interface sob cisalhamento na flexão conforme a FIB MC (2010)

A resistência da viga sob cisalhamento na flexão pode ser calculada pela Equação 2.11 apresentada neste trabalho e descrita pela FIB MC (2010):

$$\tau_u = \underbrace{\tau_c}_{\text{Adesão}} + \underbrace{\mu \cdot (\rho_{sw} \cdot \kappa \cdot f_y + \sigma_N)}_{\text{Atrito}} + \underbrace{\alpha \cdot \rho_{sw} \cdot \sqrt{f_y \cdot f_{cc}}}_{\text{Efeito de pino}} \leq \beta \cdot v \cdot f_{ct}$$

A parcela correspondente à tensão de adesão depende de um coeficiente  $\beta$  e da resistência média à tração. A resistência média à tração do concreto ( $f_{ct,m}$ ) foi calculada anteriormente pela Equação 5.5 e vale 2,73 MPa.

As vigas possuíam superfícies lisas obtidas pelo lançamento do concreto em fôrmas metálicas e, portanto, se enquadraram na categoria 1, cujo valor de  $\beta$  é igual a 0,2. Dessa maneira, o valor da tensão de adesão entre as duas partes de concreto pode ser calculada de acordo com a Equação 2.12 desta dissertação:

$$\tau_c = \beta \cdot f_{ct,m} \longrightarrow \tau_c = 0,2 \cdot 2,73 = 0,546 \text{ MPa}$$

Para o cálculo da contribuição do atrito e do concreto, correspondente a segunda parcela da Equação 2.11, foi necessário saber o valor da taxa geométrica da armadura que atravessava a interface ( $\rho_{sw}$ ), o valor do coeficiente de atrito ( $\mu$ ), o fator  $\kappa$  correspondente à força axial de ligação da armadura ao concreto, a tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) e a tensão de compressão normal ( $\sigma_n$ ) devido às forças externas aplicadas perpendicularmente ao plano da interface.

O valor de  $\rho_{sw}$  considera a área de aço que atravessava a interface e o produto da largura da interface  $b_{int}$  pela sua altura  $h$ . A área de armadura que atravessava a interface ( $A_{sw}$ ), calculada anteriormente, foi de 9,975 cm<sup>2</sup>.

A largura da interface correspondia a 25 cm e altura de 300 cm e o valor da taxa geométrica da armadura que atravessa a interface pode ser calculada conforme apresentada na Seção 2.5.3 deste trabalho:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_{int} \cdot h} \geq 0,001 \longrightarrow \rho_{sw} = \frac{9,975}{25 \cdot 300} \geq 0,001$$

$$\rho_{sw} = 0,00133 \geq 0,001 \text{ atende a condição!}$$

Conforme a Tabela 5 apresentada neste estudo, para superfícies de ligações lisas, o valor do coeficiente de atrito  $\mu$  é igual a 0,6.

O fator  $\kappa$  correspondente à força axial de ligação da armadura ao concreto é igual a 0 para superfícies lisas, conforme a Seção 2.5.3 deste trabalho e o valor da tensão de escoamento  $f_y$  da armadura utilizada foi de 500 MPa.

O valor da força suportada pela viga 1 na sua ruptura foi de 18,71 kN e de 16,07 kN na viga 2. A tensão de compressão normal ( $\sigma_n$ ), na ruptura das vigas, foram de 0,0249 MPa para a viga 1 e de 0,0214 MPa para a viga 2.

Dessa maneira, o valor da tensão de cisalhamento correspondente a parcela do atrito e do concreto vale para a viga 1:

$$\tau_{atr} = \mu \cdot (\rho_{sw} \cdot \kappa \cdot f_y + \sigma_n)$$

$$\tau_{atr,1} = 0,6 \cdot (0,00133 \cdot 0 \cdot 500 + 0,0249) \longrightarrow \tau_{atr,1} = 0,0149 \text{ MPa}$$

Para a viga 2:

$$\tau_{atr,2} = 0,6 \cdot (0,00133 \cdot 0 \cdot 500 + 0,0214) \longrightarrow \tau_{atr,2} = 0,0128 \text{ MPa}$$

A última parcela da Equação 2.11 corresponde o efeito de pino da armadura que atravessa a interface.

O fator  $\alpha$  considera que a armação está sujeita à força de flexão, cujo valor é igual a 1,5 para superfície de ligação entre concretos lisa, conforme explicado na Seção 2.5.3 deste

estudo. O valor da taxa geométrica de armação  $\rho_{sw}$  é igual a 0,00133, para estribos de dois ramos de 6,3 mm de diâmetro de um total de 16 estribos na viga e o valor da resistência média à compressão cilíndrica  $f_{cc}$  das vigas é igual a 31,6 MPa.

Dessa maneira, o valor da tensão de cisalhamento correspondente ao efeito de pino da armadura que atravessa a interface nas duas vigas foram de:

$$\tau_{pino} = \alpha \cdot \rho_{sw} \cdot \sqrt{f_y \cdot f_{cc}} \longrightarrow \tau_{pino} = 1,5 \cdot 0,00133 \cdot \sqrt{500 \cdot 31,6}$$

$$\tau_{pino} = 0,251 \text{ MPa.}$$

A tensão máxima de cisalhamento  $\tau_u$  deve ser menor que  $\beta \cdot v \cdot f_{cc}$ , sabendo que  $v$  corresponde a um coeficiente relativo à força axial que age na interface do concreto.

O valor de  $\beta$  é igual a 0,2, conforme apresentada anteriormente e o valor do coeficiente relativo à força axial é calculada conforme a equação apresentada na Seção 2.5.3:

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}} \text{ onde } N_{sd} \text{ é a força axial de cálculo que age na interface de concreto;}$$

$f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto é calculado pela Seção 12.3.3 da ABNT NBR 6118:2007 e apresenta neste trabalho pela Equação 5.4.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (5.4)$$

O valor do coeficiente de ponderação  $\gamma_c$  foi considerado como combinação normal e igual a 1,4, conforme a tabela 12.1 da ABNT NBR 6118:2007. Assim, para a resistência média à compressão do concreto aos 28 dias das vigas de 31,6 MPa, o valor da resistência de cálculo à compressão foi de:

$$f_{cd} = \frac{31,6}{1,4} = 22,571 \text{ MPa} = 2,257 \text{ kN/cm}^2$$

$A_c$ : área da interface de concreto dada por (Equação 2.13 da Seção 2.5.3):

$$A_c = b_{int} \cdot h \longrightarrow A_c = 25 \cdot 300 = 7500 \text{ cm}^2.$$

O valor da força axial, que age na interface, corresponde ao valor da força cisalhante nominal ( $V_n$ ) e pode ser calculada pela Equação 2.15 apresentada na Seção 2.6 deste trabalho e é expressa por:

$$V_n = A_{sw} \cdot f_y \cdot \mu$$

Esta equação é aplicada quando a armadura transversal for perpendicular ao plano cisalhante e quando for apropriado considerar a transferência de cisalhamento através de um plano na interface composta de diferentes materiais, ou na interface entre dois concretos moldados em idades diferentes.

Dessa maneira, para área de armadura transversal ( $A_{sw}$ ) de 9,975 cm<sup>2</sup>, tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) de 50 kN/cm<sup>2</sup> e coeficiente de atrito igual a 0,6 para interfaces lisas:

$$N_{sd} = V_n = A_{sw} \cdot f_y \cdot \mu \longrightarrow N_{sd} = 9,975 \cdot 50 \cdot 0,6 = 299,25 \text{ kN}$$

Dessa forma o coeficiente  $\nu$  foi de:

$$\nu = \frac{299,25}{7500 \cdot 2,257} = 0,0176$$

Portanto, a tensão máxima de cisalhamento resistido pela viga 1 foi de:

$$\tau_{u,1} = \tau_c + \tau_{atr,1} + \tau_{pino} \leq \beta \cdot \nu \cdot f_{cc} \longrightarrow \tau_{u,1} = 0,546 + 0,0149 + 0,251 \leq 0,2 \cdot 0,0176 \cdot 31,6$$

$$\tau_{u,1} = 0,812 \leq 0,111$$

Da mesma forma, a tensão máxima de cisalhamento resistido pela viga 2 foi de:

$$\tau_{u,2} = \tau_c + \tau_{atr,2} + \tau_{pino} \leq \beta \cdot \nu \cdot f \longrightarrow \tau_{u,2} = 0,546 + 0,0128 + 0,251 \leq 0,111$$

$$\tau_{u,2} = 0,809 \leq 0,111$$

Assim, para que a condição de resistência ao cisalhamento na flexão esteja satisfeita, deve-se alterar as propriedades do concreto ou suas características geométricas. No

ensaio de flexão observou-se que não houve cisalhamento na interface. As equações propostas pelas normas técnicas consideram fatores de segurança elevados e, dessa maneira, os resultados analíticos se mostram conservadores comparados aos resultados experimentais.

# **CAPÍTULO 6**

## **CONCLUSÕES**

### **6.1 Considerações finais e Conclusões**

Neste trabalho é estudado o comportamento estrutural de modelos formados por painéis duplos treliçados pré-moldados de concreto preenchidos com concreto moldado no local, em análises sob cisalhamento direto e cisalhamento na flexão.

O entendimento do mecanismo de transferência de cisalhamento na interface entre concretos leva em conta os valores das resistências à compressão dos concretos envolvidos, a rugosidade da interface, a relação entre as larguras dos concretos e a taxa de armadura que cruza a interface.

A resistência ao cisalhamento pela interface é mobilizada por mecanismos de transferências como a adesão, atrito, ação mecânica e efeito de pino.

São apresentados neste trabalho resultados experimentais de 26 modelos ensaiados sob cisalhamento direto (50 cm) e 2 vigas sob cisalhamento na flexão (3 m). A resistência à compressão do concreto dos modelos, obtidos por ensaios de corpos de prova cilíndricos, foi um parâmetro importante nas análises do comportamento estrutural dos modelos por estar associado diretamente aos mecanismos de transferência de cisalhamento pela interface.

Estes modelos são também analisados numericamente por meio do programa computacional ANSYS, levando-se em conta o comportamento não linear dos materiais envolvidos, permitindo descrever mais profundamente a contribuição de cada elemento na resistência do conjunto estrutural.

A aplicação dos painéis duplos como muros de arrimos é muito comum no Triângulo Mineiro. Os resultados mostram que o conjunto estrutural trabalha sem deslizamento nas interfaces.

Enfim, as principais conclusões deste trabalho estão alinhadas a seguir:

- a) Nas análises sob cisalhamento direto, os resultados experimentais indicaram que a transferência de tensões na interface ocorreram com a perda da adesão, resultante do descolamento entre as superfícies, ação do atrito e mecânica, da contribuição do efeito de pino até ocorrer o deslizamento entre os dois concretos e ruptura com esmagamento do concreto pré-moldado na região dos apoios;
- b) Os resultados apresentados neste trabalho mostraram que a rugosidade superficial da região da interface de ligação consistiu em um importante parâmetro no aumento da resistência ao cisalhamento direto, conforme também relatado por El Debs (2000), Rizzo (2008) e Sahb (2008). Os modelos que apresentaram maior deslocamento relativo na interface foram os de interfaces lisas. Este comportamento pode ser percebido tanto nos estudos numéricos como nos experimentais. A rugosidade superficial influenciou também na ordem dos deslocamentos relativos da interface. Em geral, na ruptura, enquanto os modelos lisos deslizaram na ordem de  $10^{-2}$  mm, o deslizamento relativo da interface dos modelos de superfícies rugosas ficaram na ordem de  $10^{-3}$  mm;
- c) Quanto à contribuição da resistência à compressão do concreto da região de preenchimento (CML), foi verificado o aumento da resistência ao cisalhamento direto para concretos com maiores resistências à compressão. Em virtude da grande dispersão de resultados para os modelos experimentais o valor médio dessa contribuição ficou prejudicada. Entretanto, numericamente para modelos de interfaces lisas, houve um ganho na resistência cisalhante de 36,61% ao elevar a resistência à compressão na região de preenchimento do concreto de 20 MPa para 28,4 MPa;
- d) O estudo numérico mostrou que a resistência ao cisalhamento direto na interface foi maior nos modelos de menor largura. Os modelos de menor largura apresentaram menores tensões normais distribuídas na interface e, assim, resistiram a um carregamento maior do que os demais. Experimentalmente, em decorrência do número reduzido de ensaios para cada variável de análise, observou-se uma grande variação na força última de ruptura;

- e) Foi também verificada numericamente a contribuição da armadura que cruza a interface, resultando o efeito de pino na resistência ao cisalhamento direto. As simulações numéricas levando em conta a contribuição de cada parcela de armadura permitiram observar que quanto maior a taxa geométrica de armadura que cruza a interface, maior a resistência ao cisalhamento direto do modelo estrutural. Os modelos com treliça e sem estribos resistiram 71 % da força de ruptura dos modelos com todas as armaduras. Esse índice reduziu para 40 % para os modelos com apenas estribos e sem treliça. Em geral, na ruptura, as armaduras dos estribos dos modelos numéricos sob cisalhamento direto ficaram fletidas e não atingiram o escoamento;
- f) As condições de contorno aplicadas nos modelos numéricos sob cisalhamento direto influenciaram diretamente no comportamento estrutural. Os modelos de apoios fixo-fixo tiveram o menor deslocamento relativo da interface, na ordem de  $10^{-3}$  mm, uma vez que, não permitiram que ocorressem grandes movimentações horizontais dos painéis laterais pré-moldados de concreto. No geral, esses modelos resistiram a um maior nível de carregamento que os modelos de apoios fixo-móvel e apoios com contatos na placa de aço, que deslizaram na ordem de  $10^{-1}$  mm e romperam com menor força;
- g) Em relação ao comportamento das vigas sob cisalhamento na flexão, os resultados experimentais mostraram que as vigas se comportaram praticamente como modelos monolíticos. Tanto os modelos numéricos quanto os experimentais indicaram que as fissuras estavam distribuídas nas regiões de concentrações dos estribos, sendo resultantes da flexão do elemento estrutural sob grandes deformações;
- h) Dentre as expressões propostas na literatura técnica para avaliação da resistência ao cisalhamento, as de Mattock (1988) e de Loov e Patnaik (1994) foram as que mais se aproximaram dos modelos experimentais sob cisalhamento direto, enquanto a expressão da FIB MC (2010) retratou melhor as condições ensaiadas para as vigas por considerarem as variáveis de adesão, atrito e efeito de pino;

- i) Finalmente, embora um maior número de ensaios possa validar melhor o comportamento dos modelos estudados, é necessário ter um estudo numérico que leve em conta um comportamento mais realista do conjunto, como a não-linearidade física dos materiais envolvidos, a transferência de tensões por atrito, a consideração da contribuição da armadura que cruza a interface e as condições de contorno adequadas. Vale observar que os resultados numéricos se mostraram conservadores.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Em prosseguimento ao estudo do comportamento de painéis duplos preenchidos com concreto moldado no local, seria interessante a realização de um maior número de ensaios experimentais, uma vez que este trabalho contou com um número bem reduzido de ensaios e esse tipo de análise de tensões tem usualmente grande dispersão de resultados.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08)**. Michigan, USA, 2008.

ANSYS RELEASE. Versão 11.0 Documentation. SAS IP, Inc<sup>©</sup>, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Modelagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificações**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14862: Armaduras treliçadas eletrossoldadas – Requisitos**. Rio de Janeiro, 2002.

ACKER, A. V. **Manual de Sistemas Pré-Fabricados de Concreto**. Tradução de Marcelo de Araújo Ferreira. Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto - ABCIC, São Paulo, 2003.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos. A Base da Tecnologia CAE**. 5. ed. São Paulo: Érica, 2012.

ARAÚJO, D. L. **Cisalhamento na Interface Entre Concreto Pré-moldado e Concreto Moldado no Local em Elementos Submetidos à Flexão**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997

ARAÚJO, D. L. **Cisalhamento Entre Vigas e Lajes Pré-Moldadas Ligadas Mediante Nichos Preenchidos com Concreto de Alto Desempenho**. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

- AZEVEDO, A. F. M. **Análise Não-Linear de Estruturas Planas de Betão Armado Pelo Método dos Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural) – Universidade do Porto, 1985.
- BARBOSA, A. F. **Estudo de Modelos para Análise Não Linear de Elementos Finitos de Estruturas de Concreto**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, 1997.
- BASS, R. A., CARRASQUILLO, R. L., JIRSA, S. O. Shear Transfer Across New and Existing Concrete Interfaces, **ACI Structural Journal**, v. 86, n. 4, p. 383-393, jul./aug. 1989.
- BENAYOUNE, A., *et al.* Flexural Behaviour of Pre-cast Concrete Sandwich Composite Panel – Experimental and Theoretical Investigations. **Construction and Building Materials**, v. 22, p. 580-592, 2008.
- BIRKELAND, P. W., BIRKELAND, H. W. Connections in Precast Concrete Construction. **Journal of the American Concrete Institute, Proceedings**, v. 63, n. 3, p. 345-367, mar. 1966.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990, Design Code**. Thomas Telford Services Ltda., London, 1993.
- EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações**. EESC. Universidade de São Paulo. São Carlos: EDUSP, 2000.
- FAGLIONI, A. F. **Análise Não-Linear Física de Vigas de Concreto Armado Utilizando o Elemento Finito Prismático Regular Linear Associado ao de Barra**. 122 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Estadual Paulista, 2006.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE. **Shear At The Interface of Precast and In Situ Concrete: FIP Guide Good Practice**. 1982.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON - FIB. **Model Code 2010 – First Complete Draft**, v. 1, Switzerland, 2010.
- HANSON, N. W. Precast-Prestressed Concrete Bridges: 2. Horizontal Shear Connections, **Journal of the PCA Research and Development Laboratories**, v. 2, n. 2, p. 38-58, may 1960.

- HOFBECK, J. A., IBRAHIM, I. O., MATTOCK, A. H. Shear Transfer in Reinforced Concrete, **ACI Journal, Proceedings**, v. 66, n. 2, p. 119-128, feb. 1969.
- HSU, T. T. C., MAU, S. T., CHEN, B. Theory of Shear Transfer Strength in Reinforced Concrete, **ACI Structural Journal**, v. 84, n. 2, p. 149-160, mar./apr. 1987.
- KABIR, M. Z. Structural Performance of 3-D Sandwich Panels Under Shear and Flexural Loading. **Scientia Iranica**, v. 12, n. 4 p. 402-408, oct. 2005.
- KRIZ, L. B., RATHS, C. H. Connections in Precast Concrete Structures – Strength of Corbels. **PCI Journal**, v. 10, n. 1 p. 16-61, feb. 1965.
- LEONHARDT, F., MÖNNIG, E. **Construções de Concreto: Princípio Básico do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Interciência, 2008.
- LOOV, R. E., PATNAIK, A. K. Horizontal Shear Strength of Composite Concrete Beams With a Rough Interface. **PCI Journal**, v. 39, n. 1, p. 48-69, jan./feb. 1994.
- MARTINS, J. J. G. **Análise Não-Linear Geométrica de Estruturas Reticuladas Espaciais**. Dissertação (Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil) – Universidade do Porto, 1997.
- MAST, R. F. Auxiliary Reinforcement in Concrete Connections. **Journal of the Structural Division, ASCE**, v. 94, p. 1485-1504, jun. 1968.
- MATTOCK, A. H., HAWKINS, N. M. Shear Transfers in Reinforced Concrete – Recent Research. **PCI Journal**, v. 17, n. 2, p. 55-75, mar./apr. 1972.
- MATTOCK, A. H. Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members. **PCI Journal**, v. 33, n. 1, p. 166-168, jan./feb. 1988.
- MIGLIORE JUNIOR, A. R. **Edifício Pré-Moldado com Ligação Rígida**. In: 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Execução em Concreto Pré-Moldado, São Carlos, 2005.  
Disponível em: [http://www.set.eesc.usp.br/1enpppcpm/cd/conteudo/trab\\_pdf/109.pdf](http://www.set.eesc.usp.br/1enpppcpm/cd/conteudo/trab_pdf/109.pdf). Acesso em: 16 de setembro de 2011.
- MOAVENI, S. **Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. 3. ed. New Jersey: Pearson, 2008.

OLIVEIRA, D. M. **Estudo dos Processos Aproximados Utilizados para a Consideração das Não-linearidades Física e Geométrica na Análise Global das Estruturas de Concreto Armado.** Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.

PRECAST AND PRESTRESSED CONCRETE. **PCI Design Handbook.** 6.ed. Chicago, USA, 2004.

RISSO, M. A. C. **Resistência ao Cisalhamento de Ligações de Concreto de Diferentes Idades Providas de Chumbadores de Expansão.** Dissertação (Mestrado). Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.

SAHB, K. F. P. **Análise Experimental de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexo-Compressão Reforçados com Concreto Auto-Adensável e Chumbadores.** Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 2008.

SHAIKH, A. F. Proposed Revisions to Shear-Friction Provisions. **PCI Journal**, v. 23, n. 2, p. 12-21, mar./apr. 1978.

WALRAVEN, J. C., REINHARDT, H. W. Theory and Experiments on the Mechanical Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subject to Shear Loading. **Heron**, v. 26, n. 1, p. 68, 1981.

# **APÊNDICE A**

Cálculo da elástica da viga biapoiada sob cisalhamento na flexão no Estádio II

Foi necessário o cálculo da flecha da viga experimental submetida a uma força concentrada no meio do vão, a fim de saber qual o melhor equipamento de leitor de deslocamento a ser utilizado no ensaio. A viga ensaiada possuiu as seguintes características:

2  $\phi_{long}$ 10mm – Armadura inferior tracionada;

2  $\phi_{long}$ 10mm – Armadura superior comprimida;

$\phi_{est}$  6,3mm – Armadura transversal;

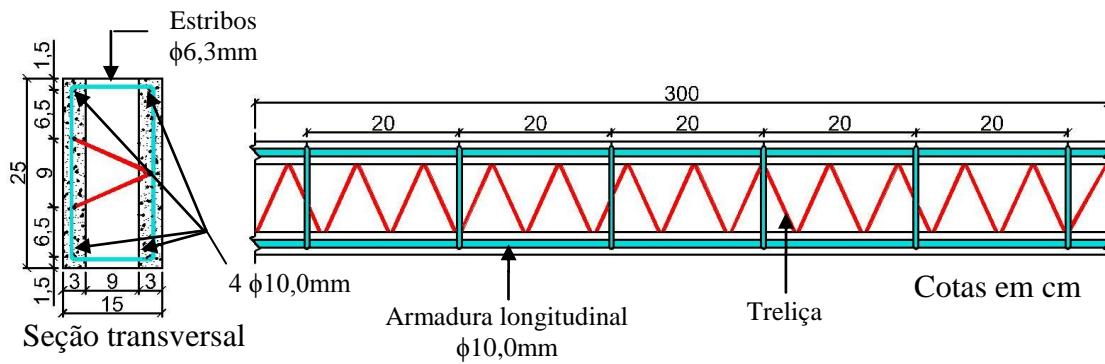
$\phi_{long\ treliça}$  5,0mm – Armadura longitudinal da treliça.

Seção retangular  $0,15 \times 0,25$  m por 3 m de comprimento;

$f_c$ : 31,6 MPa na região do concreto moldado no local (CML).

A viga ensaiada está detalhada na Figura A.1

Figura A.1 – Detalhe da viga ensaiada sob cisalhamento na flexão



Considera-se que a seção poderá trabalhar entre o início do domínio 2 até o final do domínio 3. Em qualquer um desses domínios, o aço tracionado estará escoando, ou seja,  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$  e  $f_s = f_{yd}$ . Nesse caso, conhecendo a área de aço  $A_s$ , a força na armadura  $F_s$  será:

$$F_s = A_s \cdot f_{yd} \quad (\text{A.1})$$

Com a expressão da força no concreto (eq. 2), que depende da posição da linha neutra, pode-se obter o valor de  $x$  a partir do fato de que, por equilíbrio, as forças resultantes no aço e no concreto devem ter a mesma intensidade.

$$F_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8x \quad (\text{A.2})$$

No equilíbrio das forças:

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8x = A_s \cdot f_{yd} \quad (\text{A.3})$$

Assim a linha neutra  $x$  poderá ser determinada por:

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd}} \quad (\text{A.4})$$

Determinado o valor de  $x$  é preciso verificar se este valor é inferior ao limite do  $x_{34}$ . Caso isso ocorra, o máximo momento resistido  $M_d$  pela seção é obtido pelo produto da força na armadura pelo braço de alavanca  $z$ .

$$M_d = F_s \cdot (d - 0,4x) \rightarrow M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x) \quad (\text{A.5})$$

Caso a profundidade  $x$  da linha neutra seja superior ao limite  $x_{34}$ , isto indica que a seção está trabalhando no domínio 4 e, portanto, a tensão na armadura será inferior a  $f_{yd}$  e dependerá do valor de  $x$ . Nesse caso, a força na armadura é determinada por:

$$F_s = A_s \cdot f_s \quad (\text{A.6})$$

Obtido o valor da linha neutra  $x$ , pode-se então determinar  $\varepsilon_s$  e, portanto, a tensão  $f_s$  no aço, sabendo que a deformação específica do concreto, neste caso vale 0,0035 no domínio 4.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \cdot \frac{(d - x)}{x} \quad (\text{A.7})$$

Onde:

$\varepsilon_c$  – deformação específica do concreto, neste caso vale 0,0035 no limite entre os domínios 3 e 4;

$\varepsilon_s$  – deformação específica do aço, depende da classe da armação;

$d$  – altura útil da seção, medida do centro de gravidade das armaduras tracionadas até a borda comprimida da seção transversal do elemento estrutural.

Assim a tensão no aço será:

$$f_s = 0,0035 \cdot \frac{(d - x)}{x} \cdot \frac{E_s}{1,15} \quad (\text{A.8})$$

### Viga do ensaio

Foram utilizados aço CA-50 e  $f_{ck} = 31,6 \text{ MPa} = 31.600 \text{ kN/m}^2$ .

Altura útil d:

$$d = h - c - \phi_{estr} - \phi_{long}/2$$

$$d = 15 - 1,0 - 0,63 - 0,5 = 12,87 \text{ cm}$$

A armadura de tração longitudinal e da armação treliçada será:

A área de uma armadura longitudinal:

$$A_s = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \rightarrow A_s = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = 0,7854 \text{ cm}^2$$

A área total de armaduras longitudinais tracionadas:

$$A_{s,tot} = 2 \times A_s$$

$$A_{s,tot} = 2 \times 0,7854$$

$$A_{s,tot} = 1,57 \text{ cm}^2$$

A área de uma armadura longitudinal da treliça:

$$A_s = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \rightarrow A_s = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 0,5^2 = 0,1963 \text{ cm}^2$$

A área total de armaduras longitudinais da treliça tracionadas:

$$A_{s,tot} = 2 \times A_s$$

$$A_{s,tot} = 2 \times 0,1963$$

$$A_{s,tot} = 0,3926 \text{ cm}^2$$

Área das armaduras tracionadas:

$$A_{s,tração} = 1,57 + 0,3926$$

$$A_{s,tração} = 1,9626 \text{ cm}^2$$

A profundidade da linha neutra, considerando inicialmente que a seção trabalhe nos domínios 2 ou 3, será calculado pela Equação A.4:

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd}} \rightarrow x = \frac{1,96 \cdot (50/1,15)}{0,68 \cdot 0,25 \cdot (31600/1,4)}$$

$$x = 0,0222 \text{ m}$$

Verificação do domínio em que a viga trabalha:

Com os limites entre os domínios 2 e 3 ( $x_{23}$ ) e entre 3 e 4 ( $x_{34}$ ), verifica-se a posição da linha neutra para o valor encontrado de 0,0222 m. Lembrando que, entre os domínios 2 e 3, o aço tem deformação específica de 1% e, entre os domínios 3 e 4, a deformação de escoamento  $\varepsilon_{yd}$  para o aço CA-50 será  $\varepsilon_{yd} = 0,207\%$ .

### Limite dos domínios 2 e 3

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \cdot d \rightarrow x_{23} = \frac{0,035}{0,035 + 0,1} \cdot d \rightarrow x_{23} = 0,259 \cdot d \rightarrow x_{23} = 0,259 \cdot 0,1287$$

$$x_{23} = 0,0333\text{m}$$

### Limite dos domínios 3 e 4

$$x_{34} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{yd}} \cdot d \rightarrow x_{34} = \frac{0,035}{0,035 + 0,0207} \cdot d \rightarrow x_{34} = 0,628 \cdot d \rightarrow x_{34} = 0,628 \cdot 0,1287$$

$$x_{34} = 0,0808\text{m}$$

Como o valor da linha neutra  $x = 0,0222\text{m}$  é inferior ao  $x_{23} = 0,0333\text{m}$ , a viga trabalha no domínio 2.

O momento resistente da viga será calculado conforme a Equação 5 visto que, a linha neutra  $x$  é inferior ao limite dos domínios 2 e 3 e também do domínio 3 e 4:

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x) \rightarrow M_d = 1,96 \cdot \frac{50}{1,15} \cdot (0,1287 - 0,4 \cdot 0,0222)$$

$$M_d = 10,21 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Portanto o momento máximo que pode atuar na viga será:

$$M = \frac{M_d}{1,4} \rightarrow M = \frac{10,21}{1,4} \rightarrow M = 7,29 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Para uma força concentrada no meio do vão da viga, o momento máximo é dado por:

$$M = \frac{p \cdot L}{4} \rightarrow 7,29 = \frac{p \cdot 3}{4} \rightarrow p = 9,72 \text{ kN}, \text{ logo a força máxima atuante será de } 991,83 \text{ kgf, considerando que } 1\text{kgf é aproximadamente igual a } 9,8\text{N.}$$

### **Características geométricas de seções no Estádio II**

À medida que aumentamos o valor do momento fletor atuante na seção, as tensões de tração, para pontos localizados abaixo da linha neutra, terão valores superiores ao da resistência característica do concreto à tração  $f_{tk}$ , conduzindo ao Estádio II.

O Estádio II comprehende a situação em que um momento maior que o momento de fissuração atua na seção até a situação em que começa a ocorrer o escoamento da armadura e/ou plastificação do concreto comprimido.

Para o cálculo do momento de inércia no Estádio II é necessário conhecer a posição  $x_{II}$  da linha neutra, igualando a zero o momento estático da seção homogeneizada:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad (A.9)$$

Cuja solução será:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (A.10)$$

Onde:

$$a_1 = \frac{b_w}{2}, \quad a_2 = \alpha_e \cdot A_s \quad \text{e} \quad a_3 = -d \cdot \alpha_e \cdot A_s$$

Sabendo que o coeficiente de homogeneização da seção é:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (A.11)$$

$E_s \rightarrow$  Módulo de elasticidade longitudinal do aço, vale 210.000 MPa.

$E_{cs} \rightarrow$  Módulo de elasticidade secante do concreto,  $E_{cs} = 4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}$

$$\alpha_e = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{31,6}} = 7,85$$

Portanto:

$$a_1 = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm};$$

$$a_2 = 7,85 \cdot 1,96 \rightarrow a_2 = 15,38 \text{ cm}^2 \text{ e};$$

$$a_3 = -12,87 \cdot 7,85 \cdot 1,96 \rightarrow a_3 = -198,01 \text{ cm}^3$$

Assim o valor da linha neutra no Estádio II será calculado conforme a Equação 10:

$$x_{II} = \frac{-15,38 \pm \sqrt{15,38^2 - 4 \cdot 12,5 \cdot (-198,01)}}{2 \cdot 12,5}$$

$$x_{II} = -4,64 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad x_{II} = 3,41 \text{ cm}$$

Dessa maneira o momento de inércia no Estádio II será calculado por:

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 \quad (\text{A.12})$$

$$I_{II} = \frac{25 \cdot 3,41^3}{3} + 7,38 \cdot 1,96 \cdot (3,41 - 12,87)^2$$

$$I_{II} = 1624,91 \text{ cm}^4 \rightarrow I_{II} = 1,624 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

### Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas

O modelo proposto por Branson admite uma única inércia para todo elemento de concreto, representando os trechos fissurado e não fissurados. Baseia-se em um método semiprobabilístico, no qual são utilizadas expressões empíricas que fornecem valores médios de inércia, quando ocorre a variação da tensão ao longo da seção transversal e ao longo do comprimento.

Branson procurou traduzir o efeito da fissuração do concreto, quando submetido à flexão, para o cálculo das deformações imediatas.

Esse procedimento pode ser utilizado para obter o valor da inércia intermediária ao valor no Estádio I e no final do Estádio II e que pode ser expressa de acordo com a Seção 17.3.2.1 da NBR 6118:2007 por:

$$I_m = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (\text{A.13})$$

$I_c \rightarrow$  Momento de inércia da seção bruta do concreto;

$I_{II} \rightarrow$  Momento de inércia da seção fissurada do concreto no Estádio II;

$M_a \rightarrow$  Momento fletor máximo atuante na seção crítica do concreto;

$M_r \rightarrow$  Momento de fissuração do elemento estrutural;

$E_{cs} \rightarrow$  Módulo de elasticidade secante do concreto.

#### Cálculo do Momento de Fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (\text{A.14})$$

$\alpha = 1,5$  (Seção retangular)

$$f_{ct} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \rightarrow f_{ct} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{31,6^2} \rightarrow 2,998 \text{ MPa} = 2998 \frac{kN}{m^2}$$

$$I_c = \frac{h \cdot b^3}{12} \rightarrow I_c = \frac{0,25 \cdot 0,15^3}{12} \rightarrow I_c = 7,031 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$y_t = \frac{b}{2} \rightarrow y_t = \frac{15}{2} \rightarrow y_t = 7,5 \text{ cm} \rightarrow y_t = 0,075 \text{ m}$$

Assim:

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 2998 \cdot 7,031 \times 10^{-5}}{0,075} \rightarrow M_r = 4,215 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

#### Cálculo do peso próprio da viga e momento atuante

$$PP = \gamma_c \cdot A_c \quad (\text{A.15})$$

$\gamma_c \rightarrow$  Massa específica do concreto, aproximadamente 25 kN/m<sup>3</sup>;

$A_c \rightarrow$  Área da seção bruta do concreto.

Logo

$$PP = 25 \cdot 0,25 \cdot 0,15$$

$$PP = 0,9375 \text{ kN/m}$$

O momento atuante na viga devido o peso próprio será:

$$M_a = \frac{p \cdot L^2}{8} \quad (\text{A.19})$$

$$M_a = \frac{0,9375 \cdot 3^2}{8} = 1,05 \text{ kN/m}$$

#### Cálculo do momento atuante devido à força concentrada

O momento atuante na viga devido à força concentrada p de 9,72 kN será:

$$M_a = \frac{p \cdot L}{4} \quad (\text{A.20})$$

$$M_a = \frac{9,72 \cdot 3}{4} = 7,29 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

#### Cálculo do momento de inércia da seção bruta

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \rightarrow I_c = \frac{0,25 \cdot 0,15^3}{12} \rightarrow I_c = 7,031 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

#### **Cálculo do momento de inércia proposto por Branson e flecha imediata**

##### Devido o peso próprio:

Assim aplicando a Equação A.13:

$$I_m = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_H$$

$$E_{cs} = 4760 \sqrt{31,6} = 26.757,8 \text{ MPa} \rightarrow E_{cs} = 26.757.800 \text{ kN/m}^2$$

$$I_m = \left( \frac{4,215}{1,05} \right)^3 \cdot 7,031 \times 10^{-5} + \left[ 1 - \left( \frac{4,215}{1,05} \right)^3 \right] \cdot 1,624 \times 10^{-5}$$

$$I_m = 3,513 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

### Cálculo da flecha máxima devido o peso próprio

A flecha devido o peso próprio pode ser calculado conforme a expressão A.21:

$$v_{máx} = \frac{5pL^4}{384E_{cs}I_m} \quad (\text{A.21})$$

$$v_{máx} = \frac{5 \cdot 0,9375 \cdot 3^4}{384 \cdot 26757800 \cdot 3,513 \times 10^{-3}}$$

$$v_{máx} = 1,051 \times 10^{-5} \text{ m} \rightarrow v_{máx} = 0,0105 \text{ mm}$$

### Devido a força concentrada:

Assim aplicando a Equação A.13:

$$I_m = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II}$$

$$I_m = \left( \frac{4,215}{7,29} \right)^3 \cdot 7,031 \times 10^{-5} + \left[ 1 - \left( \frac{4,215}{7,29} \right)^3 \right] \cdot 1,624 \times 10^{-5}$$

$$I_m = 2,66 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

### Cálculo da flecha máxima devido a força concentrada

A flecha devido o peso próprio pode ser calculado conforme a expressão A.22:

$$v_{máx} = \frac{pL^3}{48E_{cs}I_m} \quad (\text{A.22})$$

$$v_{máx} = \frac{9,72 \cdot 3^3}{48 \cdot 26757800 \cdot 2,66 \times 10^{-5}}$$

$$v_{máx} = 7,681 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow v_{máx} = 7,681 \text{ mm}$$

Cálculo da flecha máxima total atuante na viga:

A flecha total atuante na viga devido o peso próprio e a força concentrada será igual ao somatório de suas contribuições.

$$v_{total} = v_{pp} + v_{concentrada}$$

$$v_{total} = 0,0105 + 7,681$$

$$v_{total} = 7,69 \text{ mm}$$