

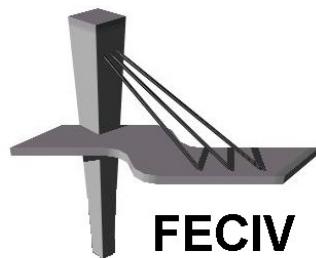


UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS ATRAVÉS DE MODELOS
SIMPLIFICADOS**

JOSÉ CARLOS A. C. CUNHA



FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



José Carlos Aparecido de Carvalho e Cunha

**ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS BIDIRECIONAIS
ATRAVÉS DE MODELOS SIMPLIFICADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

Orientador: Profa. Dra. Maria Cristina Vidigal de Lima

Co-orientação: Profa. Dra. Vanessa Cristina de Castilho

Uberlândia, 16 de março de 2012.

A GRADECIMENTOS

Às professoras orientadoras: Maria Cristina Vidigal de Lima e Vanessa Cristina de Castilho.

Ao professor Turíbio José da Silva e engenheiro Marcelo Buiate.

Ao professor Rodrigo Gustavo Delalibera e José Madson Caldeira de Faria.

Ao colega Íris Silva Aquino.

À Universidade Federal de Goiás, Campus Catalão, pelo espaço cedido para a realização dos ensaios experimentais.

Ao Programa de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, pelo financiamento dos recursos para o desenvolvimento dos ensaios deste trabalho.

Cunha, J. C. Análise de Lajes Nervuradas Bidirecionais através de Modelos Simplificados. 97 p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2012.

RESUMO

O presente trabalho apresenta os resultados de estudo de lajes nervuradas bidirecionais em concreto armado fazendo uso de simplificações na análise do seu comportamento. As simplificações adotadas dizem respeito a análise das lajes nervuradas por laje maciça de rigidez a flexão equivalente, às considerações sobre a flexibilidade das vigas de apoio e, ao tratamento dado a continuidade entre painéis de lajes adjacentes. A pesquisa busca respaldo nas análises experimentais, nos resultados de trabalhos publicados e nas normas técnicas de projeto de estruturas em concreto armado para embasar as simplificações adotadas. Uma laje nervurada em tamanho real e sua laje maciça equivalente foram ensaiadas. Os resultados do ensaio da laje nervurada são comparados com o processamento da laje através de programas de computador para projetos estruturais. Também são comparados os custos das lajes de dois edifícios quando se adota a análise por método simplificado ou por analogia de grelha.

Palavras-chave: Laje nervurada bidirecional, laje maciça equivalente, simplificações de cálculo, ensaio de laje nervurada.

Cunha, J. C. Analysis of Waffle Slabs using Simplified Models. 97 p. MSc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2012.

ABSTRACT

The present work aims to study the waffle slabs taking into account the simplifications in the analysis of their behavior. The simplifications used concern the analysis of waffle slab by the equivalent solid slab, the considerations on the flexibility of the support beams, and the treatment of continuity between adjacent panels of slabs. The research supports in the experimental analysis, in the results of studies published, in the standard codes for design of reinforced concrete to base the simplifications adopted. One waffle slab in actual size and its equivalent solid slab are tested. The test results for the waffle slab are compared with the processing of the slab through computer programs for structural design. The costs of slabs in two buildings are compared when it adopts the simplified analysis method or grillage model.

Keywords: Waffle slab, equivalent solid slab, design simplifications, test.

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

SÍMBOLOS

- b - largura genérica da seção
- b_f - largura da mesa da seção T
- b_i - largura da aba da mesa da seção T
- b_w - largura da nervura da seção T
- d - altura útil da laje
- d' - distância do centro de gravidade de A'_s até a borda comprimida do concreto
- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto
- f_{cm} - resistência média à compressão do concreto
- f_{ct} - resistência à tração axial do concreto
- $f_{ct,m}$ - resistência média à tração axial do concreto
- $f_{ct,inf}$ - limite inferior da resistência à tração do concreto
- $f_{ct,sup}$ - limite superior da resistência à tração do concreto
- f_{yd} - tensão de escoamento da armadura passiva
- f_{yk} - tensão característica do aço
- h - altura total da laje ou viga
- h_e - altura do elemento de enchimento
- h_{ecal} - espessura da laje maciça equivalente
- h_{eq} - altura equivalente
- h_f - altura da capa de concreto
- ℓ - vão de cálculo
- A - área da seção cheia
- A_c - área de concreto
- A_s - área da seção transversal de armadura
- A'_s - área de armadura comprimida
- E_c - módulo de elasticidade do concreto
- E_{cs} - módulo de elasticidade secante do concreto
- E_s - módulo de elasticidade do aço
- EI_f - rigidez no estádio não fissurado

EI_{II}	- rigidez no estádio fissurado
$(EI)_{eq}$	- rigidez equivalente
G	- módulo de elasticidade transversal
I	- momento de inércia genérico
Ii	- momento de inércia à flexão da seção não fissurada
I_{eq}	- momento de inércia à flexão da seção equivalente
I_t	- momento de inércia à torção da seção
I_{II}	- momento de inércia à flexão da seção para o Estádio II
L_b	- comprimento básico de ancoragem
M	- momento fletor genérico
M_a	- momento fletor máximo atuante na seção
M_{at}	- momento atuante na seção mais solicitada
M_r	- momento de fissuração da seção
t	- tempo (em meses)
S	- distância entre eixos
W	- módulo de resistência no estádio I
x_{II}	- posição da linha neutra no estádio II
y_t	- distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada
\varnothing	- diâmetro da barra
α_e	- relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto
ρ'	- é a taxa geométrica de armadura de compressão
α_f	- coeficiente para flecha diferida
ξ	- coeficiente função do tempo
ϕ	- coeficiente de fluência
ν	- coeficiente de Poisson
τ_{wd}	- tensão de cisalhamento de cálculo, por força cortante

SIGLAS

MEF	- Método dos Elementos Finitos
EPS	- Espuma de poliestireno
NINC	- Número de incrementos de carga
ABECE - Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural	

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	8
INTRODUÇÃO	
1.1 Considerações iniciais	8
1.2 Objetivos.....	8
1.3 Sumário estruturado.....	8
 CAPÍTULO 2	10
LAJES NERVURADAS	
2.1 Lajes nervuradas e suas aplicações.....	10
2.2 Tipos mais comuns de lajes nervuradas	12
2.3 Aspectos construtivos e procedimentos de montagem das lajes	13
2.4 Prescrições normativas sobre lajes nervuradas.....	16
 CAPÍTULO 3	19
MODELOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISE	
3.1 Simplificações na engenharia estrutural	19
3.2 Laje maçica equivalente	20
3.3 A rigidez equivalente em lajes nervuradas	21
3.4 Continuidade entre painéis de lajes	23
3.5 Flexibilidade das vigas de apoio.....	25
3.6 Distribuição dos esforços internos.....	28
 CAPÍTULO 4	31
ESTADO DA ARTE DE ANÁLISES EXPERIMENTAIS.....	31
4.1 Descrição das análises	31
 CAPÍTULO 5	45
PROGRAMA EXPERIMENTAL E ANÁLISE NUMÉRICA	
5.1 Descrição das lajes.....	45
5.2 Carregamento nas lajes.....	46
5.3 Leitura dos deslocamentos verticais	47
5.4 Materiais	48
5.4.1 Concreto	48
5.4.2 Aço	49
5.5 Resultados experimentais	49
5.5.1 Resultado do ensaio da laje nervurada	49
5.5.2 Resultado do ensaio da laje maciça equivalente.....	51
5.5.3 Comparação dos resultados	52
5.6 Análise numérica no programa GESTRUT	53
5.6.1 Características geométricas de seções no estádio II	54
5.6.2 Efeito da fissuração – Modelo simplificado de Branson para flecha imediata	56

CAPÍTULO 6	62
COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE ENSAIO E DE PROGRAMAS COMERCIAIS	
6.1 Introdução	62
6.2 Processamento no programa 1	63
6.3 Processamento no programa 2	67
6.4 Resultados obtidos e comparações	71
 CAPÍTULO 7	78
COMPARAÇÃO DE CUSTOS NA ADOÇÃO DE ANÁLISE SIMPLIFICADA	
7.1 Introdução	78
7.2 Resultados de Araújo (2003) e Loureiro (2010).....	78
7.3 Os edifícios analisados	79
7.3.1 Análise das lajes dos edifícios R1 e C1 por analogia de grelha	82
7.3.2 Análise das lajes dos edifícios R1 e C1 como laje maciça de rigidez à flexão equivalente.....	83
7.3.3 Comparação dos resultados obtidos	85
 CAPÍTULO 8	87
CONCLUSÃO	
8.1 Considerações finais e conclusões.....	87
8.2 Sugestões para trabalhos futuros	89
 REFERÊNCIAS	90
ANEXO A	94
ANEXO B	96
ANEXO C	97

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este trabalho trata do estudo das lajes nervuradas, do projeto, dos métodos analíticos de cálculo disponíveis na literatura técnica, levando-se em conta as características inerentes ao seu comportamento estrutural. Para isto são estudados vários trabalhos importantes relativos ao tema, incluindo resultados de avaliações experimentais e simulações numéricas em programas computacionais. Neste contexto, baseado no conhecimento científico atual, busca-se entender as simplificações de cálculo que melhor retratam a resposta estrutural das lajes nervuradas.

1.2 OBJETIVOS

Podem ser destacados três objetivos principais do trabalho:

- Demonstrar a aplicabilidade da análise simplificada para lajes nervuradas bidimensionais;
- Pesquisar o estado da arte das análises experimentais realizadas com lajes nervuradas bidimensionais;
- Comparar os custos envolvidos na adoção da análise de lajes nervuradas por métodos simplificados ou por analogia de grelha.

1.3 SUMÁRIO ESTRUTURADO

O sumário estruturado deste trabalho está organizado em sete capítulos.

No capítulo 2 são apresentadas as lajes nervuradas, seu potencial, campo de aplicação, materiais empregados, vantagens, desvantagens, além de cuidados na montagem e aspectos construtivos.

No capítulo 3 são discutidas as aplicações de processos simplificados na análise estrutural, como a simplificação está presente nas normas de projeto e a confusão acerca da análise de lajes nervuradas. O método da laje maciça de espessura equivalente é apresentado. São tratados aspectos sobre a continuidade em lajes, sobre a deslocabilidade dos apoios, as regiões de esforços numa laje e como melhorar o projeto de lajes visando simplificação nos modelos.

No capítulo 4 são apresentados e discutidos os resultados de oito experimentos realizados por pesquisadores nacionais e internacionais com lajes nervuradas.

No capítulo 5 são apresentados os dois ensaios experimentais realizados neste trabalho, com laje nervurada e laje maciça equivalente. São descritos os procedimentos adotados, a instrumentação, as características dos materiais empregados, os resultados obtidos, a comparação entre os dois ensaios, bem como considerações sobre a modelagem numérica desenvolvida por analogia de grelha.

No capítulo 6 são comparados os resultados obtidos no ensaio das lajes com os resultados de dois programas comerciais para projeto estrutural e com a análise da laje como grelha de vigas independentes.

No capítulo 7 a análise de laje nervurada como laje maciça equivalente é aplicada às lajes de dois edifícios e o custo dessas lajes é comparado com o custo obtido da análise por programa comercial para projeto estrutural.

As conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 8.

CAPÍTULO 2

LAJES NERVURADAS

2.1 LAJES NERVURADAS E SUAS APLICAÇÕES

De acordo com a ABNT NBR 6118:2007 “Lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”, conforme ilustra a Figura 2.1.

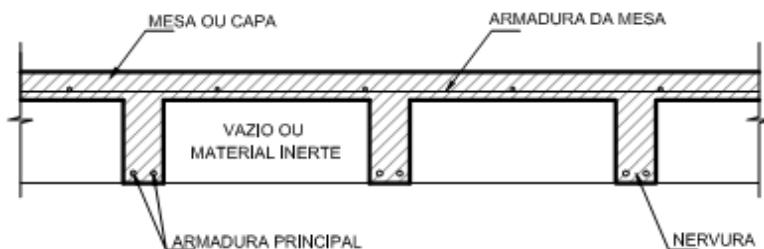


Figura 2.1 – Seção transversal de laje nervurada

De acordo com Silva (2005), as lajes nervuradas possibilitam a redução do peso próprio da estrutura pela eliminação, em sua seção transversal, do concreto que não trabalha estruturalmente, deixando apenas algumas faixas concretadas, onde se agrupam as armaduras tracionadas. Essa região tracionada recebe o nome de nervura, daí o termo laje nervurada.

Por apresentar a distância entre a resultante das tensões de tração na armadura e a resultante das tensões de compressão no concreto maior do que nas lajes maciças, as lajes nervuradas têm maior rigidez à flexão.

Por serem compostas por uma grelha de barras interceptadas ortogonalmente e por estarem ainda ligadas pela capa de concreto unindo o topo dessas barras, a laje nervurada é um elemento que pode apresentar grande rigidez à torção.

Para pavimentos, cujo menor vão a ser vencido é de até 5 m e as ações a serem suportadas não são muito elevadas, empregam-se normalmente lajes maciças ou formadas por vigotas pré-moldadas.

As lajes nervuradas são adequadas para vãos maiores. Para exemplificar, o catálogo da Atex do Brasil (2011), fabricante de formas plásticas para lajes nervuradas, apresenta lajes dimensionadas para vãos de 6 m a 13 m.

Dentre as vantagens que as lajes nervuradas de concreto armado moldadas no local apresentam, algumas merecem ser destacadas:

- a) Permitem vencer grandes vãos com peso próprio menor que as lajes maciças;
- b) Podem ser construídas com a mesma tecnologia empregada nas lajes maciças;
- c) A versatilidade nas aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações comerciais, residenciais, educacionais, hospitalares, garagens, clubes e centros de compras;
- d) Permitem o uso de procedimentos racionalizados, tais como o uso de telas para a armadura de distribuição e a utilização de formas plásticas recuperáveis;
- e) São adequadas aos sistemas de lajes sem vigas, devendo manter-se regiões maciças apenas nas regiões dos pilares, onde há grande concentração de esforços;

Em contrapartida, as lajes nervuradas moldadas no local apresentam uma série de desvantagens, dentre as quais merecem destaque as seguintes:

- a) Normalmente aumentam a altura total da edificação;
- b) Exigem maiores cuidados durante a concretagem para se evitar vazios nas nervuras (que costumam ser de pequena largura);
- c) Dificuldades na fixação dos elementos de enchimento, com a possibilidade de movimentação dos mesmos durante a concretagem;
- d) Possuem seção transversal diferenciada em relação a momentos fletores positivos e negativos.

2.2 TIPOS MAIS COMUNS DE LAJES NERVURADAS

As lajes nervuradas bidirecionais podem ser moldadas no local ou formadas por elementos pré-moldados.

Dentre as lajes formadas por elementos pré-moldados destacam-se as que usam vigotas treliçadas numa direção e plaquetas pré-moldadas na direção ortogonal, conforme mostra a Figura 2.2.

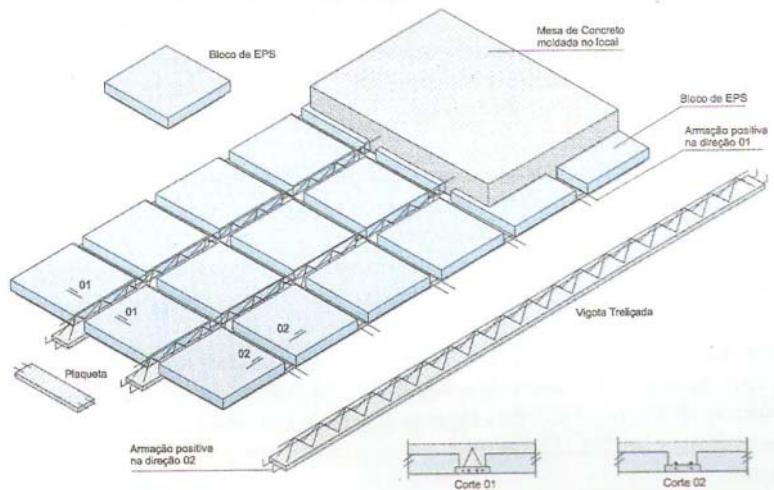


Figura 2.2 – Laje nervurada formada por elementos pré-moldados. Fonte: FRANCA (2000)

As lajes moldadas no local podem ser diferenciadas de acordo com o material inerte utilizado no preenchimento. Dentre os materiais mais usados estão a espuma de poliestireno expandido, conhecida pela sigla EPS e os blocos sílico-calcáreos, (Figuras 2.3 e 2.4), além de blocos cerâmicos.



Figura 2.3 – Laje nervurada com bloco sílico-calcáreo. Fonte: Catálogo SICAL



Figura 2.4 – Laje nervurada com bloco de EPS.

Os espaços entre nervuras podem ainda ser moldados com formas plásticas reutilizáveis e mesmo formas de madeira compensada. A Figura 2.5 apresenta uma laje nervurada com formas plásticas sendo desenformada e o resultado final após a retirada das formas.



Figura 2.5 – Laje nervurada com forma plástica reutilizável. Fonte: Revista Téchne n. 132

2.3 ASPECTOS CONSTRUTIVOS E PROCEDIMENTOS DE MONTAGEM DAS LAJES

São apresentados seis procedimentos, obtidos de escritórios de projetos, que podem melhorar a eficiência, montagem e análise das lajes.

Na montagem, ou posicionamento dos elementos de enchimento, forma ou cubas plásticas, a primeira idéia de distribuição dessas peças seria aproveitando todo o espaço da laje para criar o maior número de nervuras possível (Figura 2.6). Esse arranjo pode ser melhorado montando os elementos de modo a gerar simetria entre as nervuras (Figura 2.7) e pequenos maciçamentos junto às vigas de borda. Também não se utilizam meias formas ou elementos de enchimento cortados.

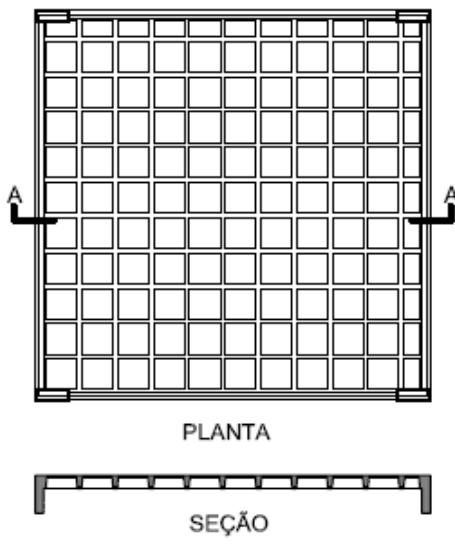


Figura 2.6 – Aspectos construtivos:
preenchimento total da seção

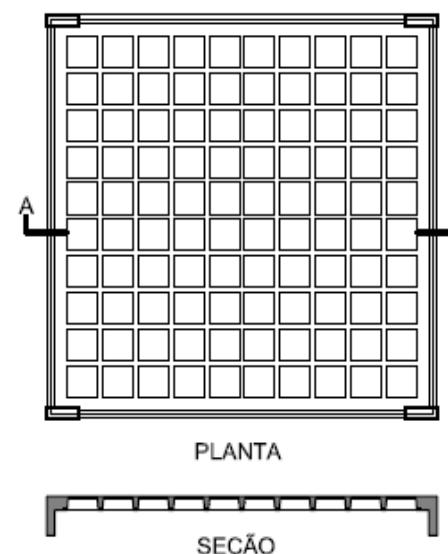


Figura 2.7 – Aspectos construtivos: preenchimento
com formas inteiras na seção

A Figura 2.8 apresenta o maciçamento da laje nas regiões de maior momento de torção.

Na Figura 2.9 a alternativa de maciçamentos na região de saliência dos pilares aumenta a seção resistente da laje na região de concentração de tensões.

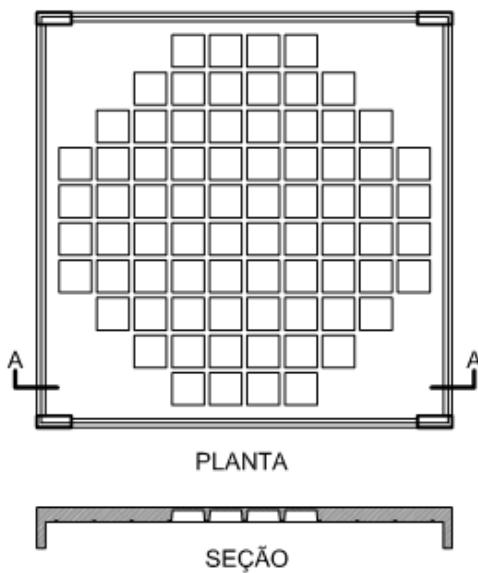


Figura 2.8 – Aspectos construtivos: maciçamento da
região de momento de torção

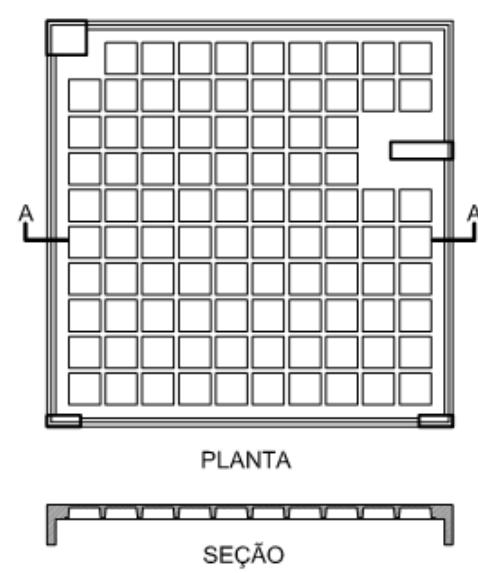


Figura 2.9 – Aspectos construtivos: maciçamento na
região de pilares salientes

Para geometrias irregulares pode se usar as alternativas de maciçamento da região irregular ou uso de viga chata, conforme mostram as Figuras 2.10 e 2.11, tendo em mente que regiões de geometria irregular são pontos de concentração de tensões e execução mais trabalhosa. A viga chata deve ter rigidez à flexão igual ou maior do que as vigas retangulares de bordo. Por exemplo, uma viga chata de seção 70 cm x 36 cm tem momento de inércia a flexão igual ao de uma viga de seção 15 cm x 60 cm.

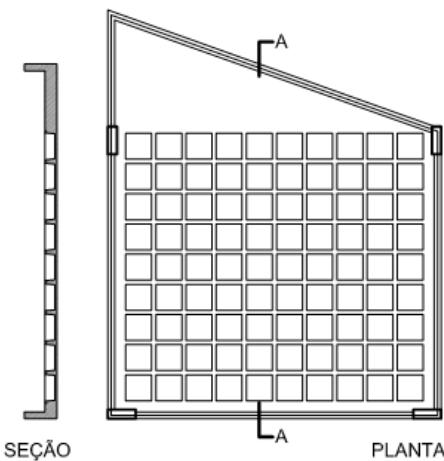


Figura 2.10 – Aspectos construtivos: maciçamento na região de forma irregular.

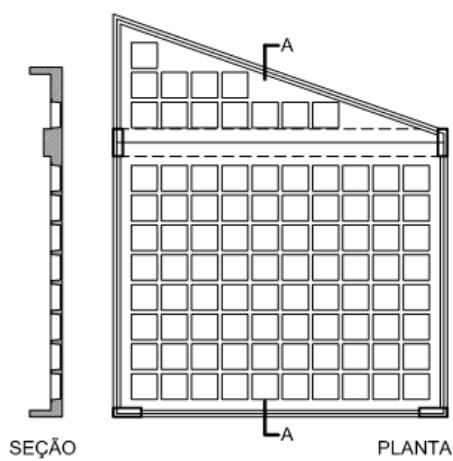


Figura 2.11 – Aspectos construtivos: maciçamento e uso de viga chata.

Em lajes, onde se pretende garantir a continuidade entre painéis adjacentes, pode-se recorrer ao maciçamento entre os painéis, na região do momento fletor negativo (Figura 2.12).

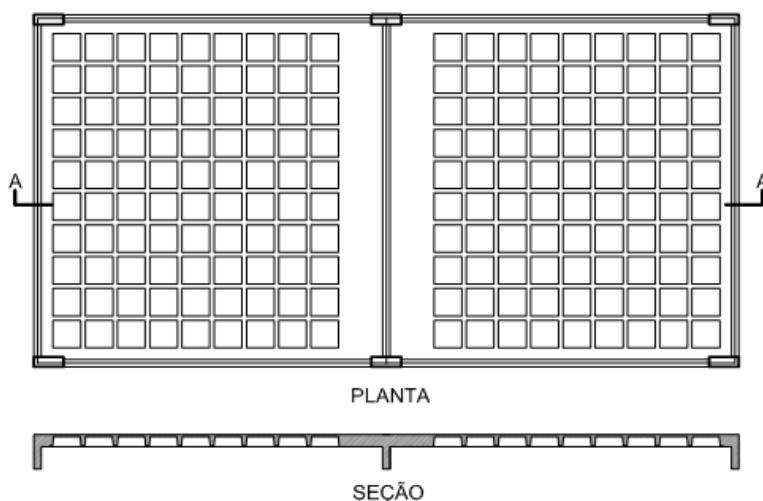


Figura 2.12 – Aspectos construtivos: maciçamento na região de continuidade entre lajes

Quando há necessidade de rebaixamentos, caso típico de banheiros, varandas e sacadas, para não haver excesso de argamassa de regularização em todo o pavimento, pode se proceder ao maciçamento com diminuição da espessura da laje, como indicado na Figura 2.13.

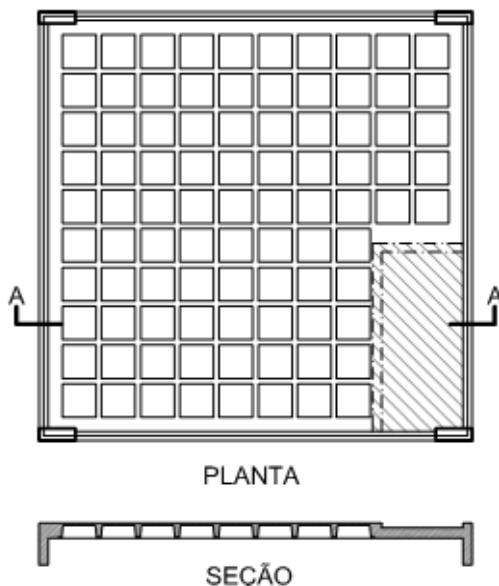


Figura 2.13 – Aspectos construtivos: solução em regiões de rebaixamento

2.4 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS SOBRE LAJES NERVURADAS

A norma técnica ABNT NBR 6118:2007, no item 14.7.7, permite o cálculo das lajes nervuradas bidirecionais, para efeito dos esforços solicitantes, como laje maciça. No item 13.2.4.2, para que a laje nervurada seja calculada como laje maciça, devem ser respeitadas certas prescrições ilustradas pela Figura 2.14.

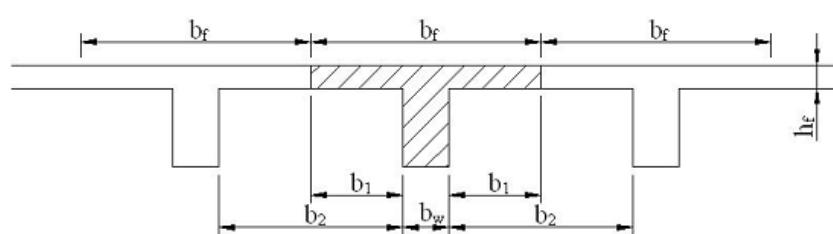


Figura 2.14 – Corte esquemático da laje nervurada. Fonte: Buiate (2004)

- A distância entre os eixos das nervuras não deve ultrapassar 110 cm, isto é: $b_2 + b_w \leq 110$ cm;

-
- b) A largura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm. A espessura da mesa, quando não houver tubulações horizontais embutidas, não deve ser menor que 3 cm, nem menor do que 1/15 da distância entre nervuras. O valor mínimo de 3 cm para a espessura da mesa passa para 4 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5 mm;
 - c) Não é permitido o uso de armadura de compressão em nervuras de largura inferior a 8 cm;
 - d) A resistência da mesa à flexão deverá ser verificada sempre que a distância entre eixos de nervuras for maior que 65 cm. Nestes casos, a armadura da mesa deve ser calculada como para uma laje maciça de espessura h_f simplesmente apoiada nas nervuras. Se a distância entre eixos de nervuras for menor ou igual a 65 cm, pode-se adotar uma armadura mínima para a mesa, sem a necessidade do dimensionamento;
 - e) Se a distância entre dois eixos de nervuras for maior que 65 cm, elas deverão ser verificadas ao cisalhamento como vigas. Nesses casos, as nervuras deverão ter estribos, obrigatoriamente. Se essa distância for menor ou igual a 65 cm, as nervuras podem ser verificadas ao cisalhamento com os critérios de lajes. Neste último caso, os estribos poderão ser dispensados desde que $\tau_{wd} \leq \tau_{wul}$. A verificação como laje também é permitida se $65 \text{ cm} < b_2 + b_w \leq 90 \text{ cm}$, desde que a espessura média das nervuras seja maior que 12 cm;
 - f) Os estribos das nervuras, quando necessários, devem ter um espaçamento máximo de 20 cm.

No documento apresentado pela Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural, ABECE, para revisão da norma citada, não há nenhuma modificação sugerida para o item 14.7.7. No item 13.2.4.2 há sugestões para a espessura mínima da mesa de concreto.

Segundo Schwetz (2011) a norma americana ACI 318-08 não traz nenhuma recomendação específica para o sistema nervurado. O código americano prevê que os princípios fundamentais de projeto, contidos no seu Capítulo 13 - Sistemas de Lajes Bidimensionais, são aplicáveis a todos os sistemas estruturais planos submetidos a cargas transversais, o que inclui as lajes nervuradas. Assim, fica entendido que a norma americana permite o cálculo de lajes nervuradas baseado em uma analogia às lajes maciças de inércia equivalente.

Na discussão pública para revisão do código americano ACI 318-11 a única modificação no Capítulo 13 diz respeito a detalhes de reforço em lajes sem vigas.

Schwetz (2011) menciona ainda, que a norma européia, EUROCODE 2 EN 1992-1-1, ano 2004, recomenda: desde que o conjunto de elementos, capa e nervura, das lajes nervuradas possuam rigidez à torção, estas podem ser dimensionadas com uma analogia a lajes maciças de inércia equivalente. A rigidez à torção pode ser assumida desde que sejam satisfeitas as exigências:

- a) O espaçamento entre as nervuras, b_2 na Figura 2.14, não deve exceder a 150 cm;
- b) A altura da nervura abaixo da capa não deve exceder a 4 vezes a largura b_w ;
- c) A espessura da capa h_f deve ser igual a pelo menos 1/10 da distância entre as nervuras e ou 5 cm, o que for maior. Este valor pode ser reduzido para 4 cm quando os blocos de enchimento não forem retirados da estrutura.

CAPÍTULO 3

MODELOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISE

3.1 SIMPLIFICAÇÕES NA ENGENHARIA ESTRUTURAL

Vasconcelos (2001), em artigo intitulado “Simplificar não complica: ajuda”, afirma serem todos os nossos cálculos baseados “em mentiras”. “Mentiras” tão insignificantes que podem ser aceitas como “pecados veniais”. O referido autor comenta que ninguém pode afirmar que o processo “exato” é realmente o mais preciso. Assim, considera que a exatidão é relativa. Dadas as simplificações admitidas nos cálculos, acrescenta ele, que se tem trabalhado num mundo de “pequenas mentiras” acreditando que se tem feito cálculos exatos.

O engenheiro Mario Franco em palestra proferida no Instituto de Engenharia de São Paulo, sobre um de seus projetos estruturais, ao responder a perguntas sobre coeficiente de instabilidade, rigidez axial de pilares e interação solo-estrutura, afirma: “O excesso de refinamento pode nos levar longe da realidade” (FRANCO, 2009).

Kassoy (2007) comentando os critérios adotados no projeto estrutural de um edifício residencial de 3 subsolos e 42 andares, ilustrado na Figura 3.1, destaca que o modelo de pórtico espacial, para dimensionamento de vigas e pilares, foi comparado com o modelo simplificado gerado andar por andar. Segundo Kassoy (2007), esse procedimento proporcionou a validação dos resultados permitindo ao engenheiro não se afastar da realidade física do problema, facilmente perdida quando se utilizam modelos muito complexos.



Figura 3.1 – Perspectiva estrutural e fachada do edifício projetado. Fonte: KASSOY (2007)

Loureiro (2010) destaca que o objetivo do projeto estrutural é conceber estruturas que atendam aos requisitos de segurança e de bom comportamento em serviço. Para atingir esse objetivo não é necessário e nem é possível o cálculo exato da estrutura.

Comenta ainda o fato dos métodos simplificados desempenharem um papel fundamental em todas as etapas do projeto estrutural de edifícios de concreto armado: no cálculo de esforços, no dimensionamento de elementos estruturais, na estimativa de deformações, no cálculo de efeitos locais de 2^a ordem e na verificação da estabilidade global das estruturas.

O Anexo A deste trabalho lista como as simplificações, aproximações e equivalências aparecem freqüentemente ao longo do texto na norma técnica ABNT NBR 6118:2007.

3.2 LAJE MACICA EQUIVALENTE

A norma ABNT NBR 6118:2007, no item 14.7.7, permite o cálculo das lajes nervuradas bidirecionais, para efeito dos esforços solicitantes, como laje maciça. A versão anterior dessa norma, a ABNT NBR 6118:1980, também permitia essa aproximação no seu item 3.3.2.1.

Segundo Rocha (1979), as lajes nervuradas funcionam de modo muito idêntico às lajes maciças, sendo calculadas como tal, desde que se obedeça a determinados limites de espaçamento entre nervuras e espessuras de nervura e mesa.

Araújo (2003), apresentando um modelo não-linear para análise de lajes nervuradas, conclui que além de poderem ser calculadas como lajes maciças equivalentes, as lajes nervuradas podem ser calculadas com rigidez à torção igual à rigidez à flexão.

Araújo (2005) comenta que há muito tempo o cálculo de lajes nervuradas vem sendo feito como se essas lajes fossem lajes maciças de espessura equivalente. Diz que este procedimento de cálculo é consagrado e conta com respaldo das principais normas internacionais. Acrescenta ainda que, na verdade, há uma grande confusão sobre o assunto. Confunde-se a perda de rigidez à flexão da laje, decorrente da fissuração do concreto, e o consequente aumento da flecha, com uma possível falta de rigidez à torção. Em sua conclusão, Araújo (2005) enfatiza que o cálculo mais adequado é aquele que consiste em substituir a laje nervurada por uma laje maciça equivalente.

3.3 A RIGIDEZ EQUIVALENTE EM LAJES NERVURADAS

Araújo (2006) demonstra que a espessura equivalente de uma laje nervurada pode ser calculada a partir de resultados experimentais ou através de três métodos teóricos, sendo eles:

- Método da equivalência de energia;
- Método da rigidez média;
- Método de cálculo usual.

Trataremos dos dois últimos métodos devido a sua simplicidade de aplicação.

No método da rigidez média, a espessura equivalente é dada pela Equação 1:

$$h_{eq} = \left[(1 - \zeta) \cdot h^3 + \zeta \cdot h_f^3 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{Equação 1})$$

sendo:

$$\zeta = \frac{(S_x - b_x)(S_y - b_y)}{S_x \cdot S_y} \quad (\text{Equação 2})$$

onde:

b_x, b_y = largura das lajes nervuradas nas duas direções;

S_x, S_y = distância entre os eixos das nervuras das duas direções;

h_f = espessura da capa;

h = altura total, conforme indicado na Figura 3.2;

D_1 = rigidez da nervura;

D_2 = rigidez da capa.

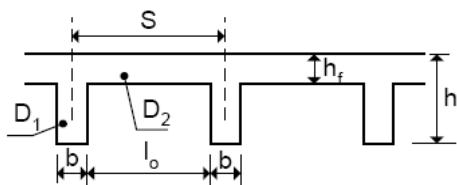


Figura 3.2 – Seção transversal da laje nervurada. Fonte: ARAÚJO (2006)

No cálculo usual, ou da inércia equivalente, a espessura da laje maciça equivalente é dada por:

$$h_{e,cal} = \left(\frac{12I}{S} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{Equação 3})$$

onde:

I é o momento de inércia em relação ao centróide da seção T, Figura 3.3.

S é distância entre eixos, Figura 3.2

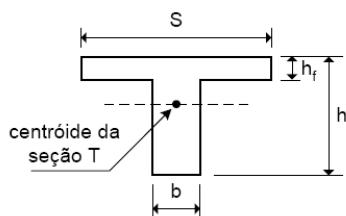


Figura 3.3 – Seção T empregada no cálculo usual. Fonte: ARAÚJO (2006)

Araújo (2006) conclui que o método da rigidez média é o que mais se aproxima da rigidez equivalente de uma laje nervurada.

Na Tabela 3.1 estão comparados os resultados obtidos empregando-se os métodos da rigidez média e o método de cálculo usual para seções usuais de lajes nervuradas. Dentre essas seções está a seção transversal da laje ensaiada para este trabalho e seções comerciais de formas plásticas reutilizáveis para lajes nervuradas. Observa-se que a maior diferença encontrada nas alturas equivalentes é de 3%, diferença esta que pode ser considerada muito pequena em termos de projeto.

Tabela 3.1 - Comparação entre o método da equivalência do momento de inércia e o método da rigidez média

Fabricante	Largura nervura $b_x=b_y$ (cm)	Distância entre eixos das nervuras $Sx=Sy$ (cm)	Espessura da capa hf (cm)	Altura total h (cm)	Altura equivalente Momento Inércia h_{eq1} (cm)	Altura equivalente Rigidez Média h_{eq2} (cm)	Relação h_{eq2}/h_{eq1}
Ensaio	7	40	3	9	6,33	6,31	1,00
Formplast	9	65	4	25	16,51	15,97	0,97
	9	65	5	26	17,25	16,66	0,97
	9,5	65	5	31	20,74	20,13	0,97
	13	60	4	22	16,13	16,07	1,00
RO	13	60	5	23	16,94	16,84	0,99
	13	65	4	25	17,92	17,83	0,99
	13	65	5	26	18,76	18,57	0,99
	10,7	61	4	22	15,40	15,11	0,98
Astra	10,7	61	5	23	16,16	15,85	0,98
	10,4	65	4	25	17,06	16,69	0,98
	10,4	65	5	26	17,84	17,39	0,97
	10,3	60	4	22	15,32	15,02	0,98
Atex	10,3	60	5	23	16,08	15,75	0,98
	15,3	60	4	26,5	19,94	20,26	1,02
	15,3	60	5	27,5	20,87	21,05	1,01
	16,6	60	5	37,5	28,51	29,32	1,03

3.4 CONTINUIDADE ENTRE PAINÉIS DE LAJES

As lajes nervuradas possuem seções com diferentes desempenhos para resistir aos momentos fletores máximos atuantes no meio do vão ou na região de continuidade sobre o apoio. Um dos trabalhos que tratam desse tema foi desenvolvido por Magalhães (2001).

As nervuras das lajes estudadas por Magalhães (2001) possuem seção transversal em formato de viga T, apresentando melhor desempenho para momentos fletores positivos,

solicitando a mesa da viga que é larga, do que para momentos negativos, que comprimem a região inferior da nervura, conforme mostra a Figura 3.4.

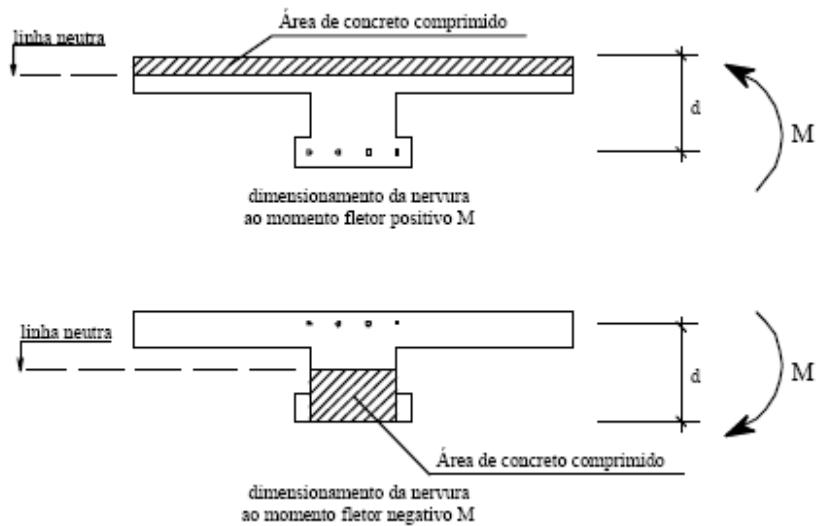


Figura 3.4 – Comportamento da seção em relação ao momento fletor. Fonte MAGALHÃES (2001).

A continuidade entre as lajes fica afetada e os momentos resistidos no meio do vão são maiores dos que os resistidos na região do apoio intermediário.

Magalhães (2001), baseado em análises experimentais, concluiu que há uma redistribuição de momentos negativos da ordem de 15% a 40%. Em seu estudo também é destacado que as lajes ensaiadas, com diferentes taxas de armadura de continuidade, apresentaram deslocamentos muito próximos para as cargas de serviço.

O correto posicionamento da armadura negativa e sua integridade durante a concretagem, naturalmente, são grandes condicionantes no comportamento da laje em serviço.

O dimensionamento das lajes pode ser feito considerando-se o momento fletor máximo positivo e, para garantir a ductilidade e pequena abertura de fissuras na região do apoio, pode-se admitir um momento fletor negativo, com o seguinte recurso: desloca-se o diagrama de momentos fletores positivos da estrutura, como na Figura 3.5, até que o diagrama parabólico intercepte o eixo da laje em 10 % do vão ($0,10 L$). O diagrama representará, para o momento negativo, 36 % do valor do momento fletor positivo ($0,36 M$). O valor de L_b corresponde ao comprimento básico de ancoragem.

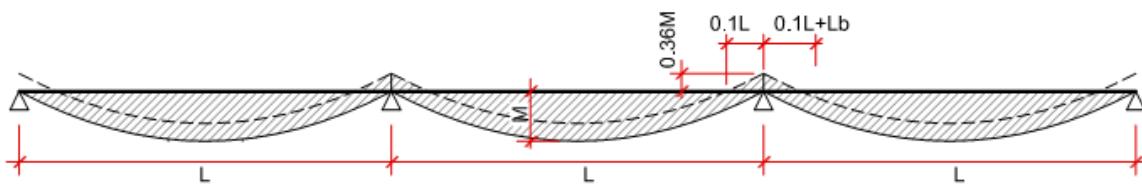


Figura 3.5 – Diagrama de momentos fletores.

Esse recurso, usual em escritórios de projeto estrutural, é muito prático para determinar uma armadura mínima na região de continuidade, consistindo em:

- determinar a área de aço necessária para resistir a 36 %, ou mais objetivamente a 40 %, do momento fletor positivo;
- calcular o comprimento das barras de aço como um décimo do vão, acrescido do comprimento básico de ancoragem L_b , conforme a bitola escolhida para a armadura e condições de aderência.

3.5 FLEXIBILIDADE DAS VIGAS DE APOIO

Stramandinoli (2003) estudando numericamente lajes nervuradas quadradas de vão 5,20 m x 5,20 m, compara os momentos fletores e flechas obtidas considerando apoios fixos ou apoio em vigas de seção 20 cm x 50 cm. Em seu trabalho considerou 4 exemplos de lajes, conforme se observa na Figura 3.6.

Na laje descrita como Exemplo 1, a distância entre nervuras é de 30 cm. Na laje Exemplo 2 a distância é de 50 cm, no Exemplo 3 é de 80 cm e no Exemplo 4 é de 100 cm. A sobrecarga de utilização foi de 2,00 kN/m² e o revestimento adotado foi de 1,00 kN/m². O valor do momento de inércia à torção foi admitido sem redução em todas as lajes. Os resultados obtidos são representados nos gráficos das Figuras 3.7 e 3.8.

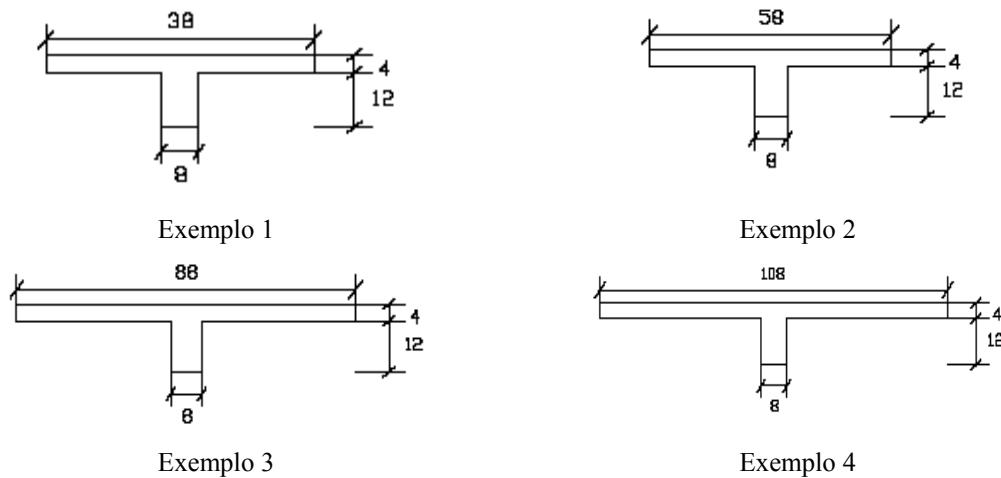


Figura 3.6 – Seções das lajes estudadas (unidades em cm). Fonte: STRAMANDINOLI (2003)

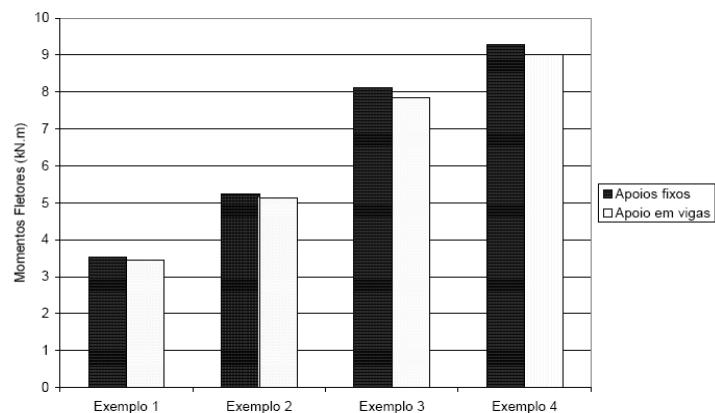


Figura 3.7 – Diferença entre as análises para momentos fletores máximos. Fonte: STRAMANDINOLI (2003)

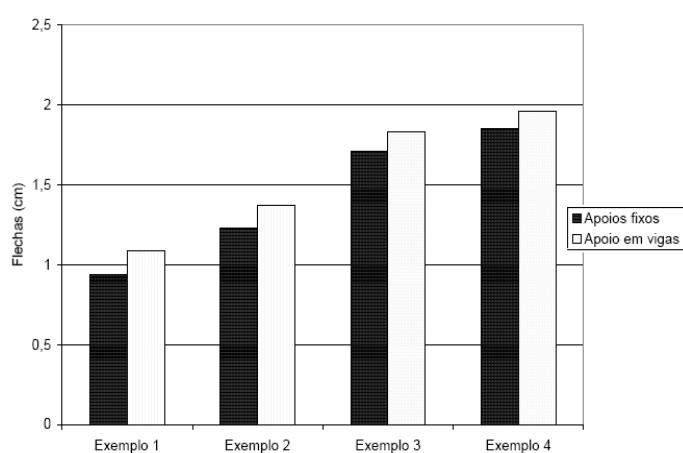


Figura 3.8 – Diferença entre as análises para flechas máximas. Fonte: STRAMANDINOLI (2003)

Desse estudo obtém-se uma relação máxima de 0,96 nos momentos fletores e de 1,13 nas flechas máximas ao se comparar os valores encontrados para apoio em vigas com os

valores de apoios fixos. Essa análise mostra a ordem de grandeza que afeta esforço e deslocamento quando se considera o apoio em vigas como indeslocável.

Deve-se ter em mente que não se projetam vigas muito deslocáveis, para assegurar as hipóteses de dimensionamento, e a fim de se evitar danos a alvenarias e a outros sistemas.

Araújo (2008) propõe um método simplificado para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis. Tal método consiste em calcular todas as lajes como simplesmente apoiadas, para determinação dos momentos fletores positivos, flechas e reações de apoio. O valor do momento negativo entre lajes contínuas é considerado igual ao valor do maior momento positivo das lajes vizinhas, na direção estudada.

Esse método foi compatível com as análises via método dos elementos finitos empregadas no trabalho de Araújo (2008), ficando as conclusões restritas aos pavimentos de edifícios residenciais e de escritórios, com dimensões e carregamentos usuais.

Interessantes afirmações são feitas na introdução do artigo, referido acima, ao mencionar que qualquer método simplificado pode ser utilizado para projetar pavimentos de edifícios de concreto armado, desde que atenda a dois requisitos:

- 1) A solução não deve se afastar muito da solução elástica, para garantir um bom funcionamento da estrutura em serviço;
- 2) O equilíbrio do pavimento como um todo deve ser garantido.

Araújo (2008) complementa que os modelos simplificados têm sido utilizados desde os primórdios do projeto estrutural e têm sido comprovados, na prática, por estruturas que se mantiveram seguras e em bom funcionamento durante toda a sua vida útil.

Araújo (2009) procurando validar um estudo anterior por meio da análise não linear, conclui que o método simplificado para cálculo da flecha final das lajes maciças é adequado. Esse método consiste em determinar a flecha final da laje, multiplicando a flecha elástica inicial, obtida por tabelas e para a combinação quase permanente de carregamento, pelo fator $(1+\varphi)$, onde φ é o coeficiente de fluência.

Afirma ser o erro cometido, por não se considerar eventuais fissuras da laje na avaliação da flecha inicial, compensado pela consideração da fluência no estádio I. No estudo, a flecha inicial máxima obtida com o Método dos Elementos Finitos é 11,4 mm, enquanto no método simplificado o valor obtido é 7,1 mm. Para as flechas finais os valores são de 24 mm via Método dos Elementos Finitos (MEF) e 24,9 mm no método simplificado.

Para a simulação do comportamento não linear dos materiais foram utilizadas equações constitutivas e diagramas tensão-deformação como os apresentados na Figura 3.9.

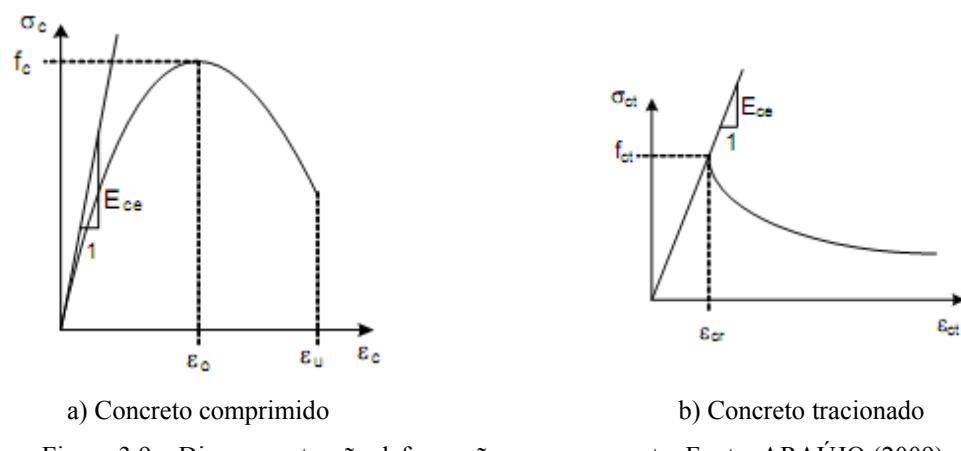


Figura 3.9 – Diagramas tensão deformação para o concreto. Fonte: ARAÚJO (2009).

3.6 DISTRIBUIÇÃO DOS ESFORÇOS INTERNOS

Na análise de uma laje nervurada é importante compreender em quais regiões os esforços máximos ocorrem e se há superposição desses esforços gerando esforços combinados. Para esta análise, foram calculados os esforços de flexão, torção e cisalhamento para uma laje simplesmente apoiada nas vigas de borda, utilizando um programa comercial para projeto estrutural. As dimensões da laje consideradas na análise foram 8,00 m x 8,00 m e o carregamento de 3,00 kN/m², com vigas de seção transversal de 20 cm x 80 cm apoiadas em quatro pilares nas extremidades. O vão entre eixos de pilares é de 7,80 m.

A região de maiores momentos fletores, numa laje simplesmente apoiada nas vigas de borda, naturalmente ocorre no centro da laje (Figura 3.10).

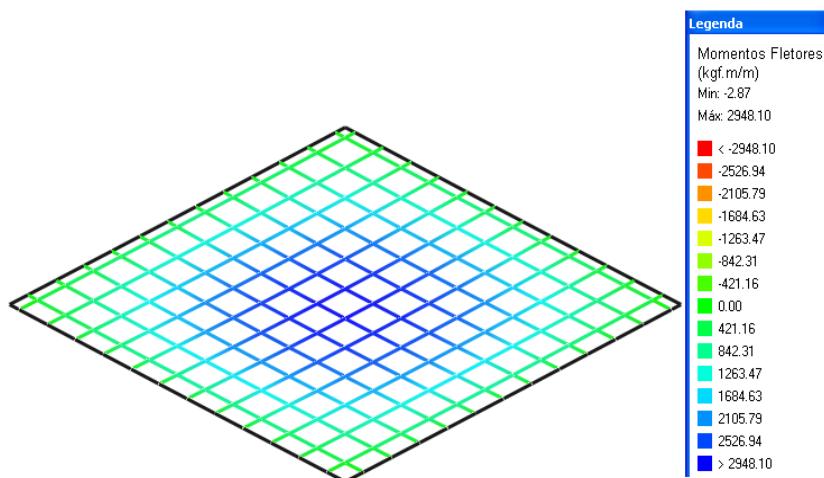


Figura 3.10 – Momentos fletores máximos em uma laje apoiada nas vigas de bordo

Pode-se observar, conforme resultados apresentados na Figura 3.11, que os momentos torsóres se concentram nas quinas do painel de laje e assumem o valor máximo na interseção com a nervura mais próxima da borda da laje.

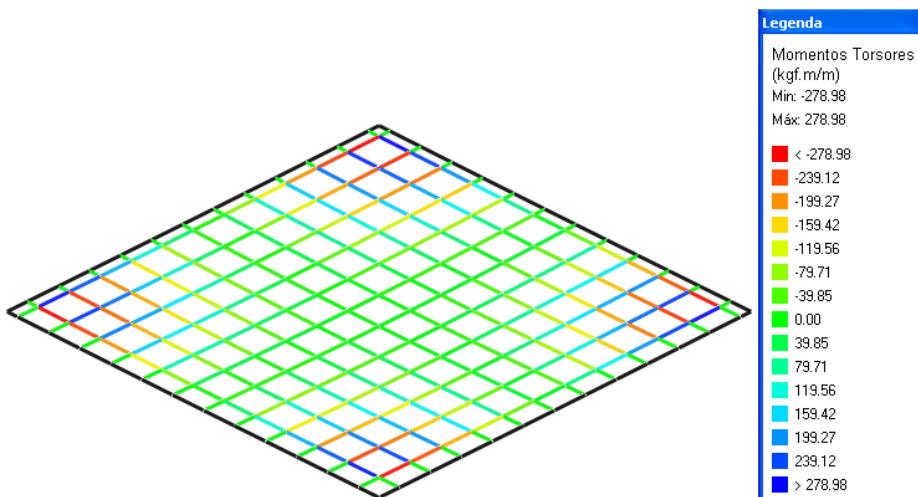


Figura 3.11 – Momentos torsóres máximos em uma laje apoiada nas vigas de bordo

Araújo (2003) ilustra essa situação, onde os efeitos de torção podem ser visualizados como na Figura 3.12. Nesse desenho a faixa na direção y não passa pelo centro da laje. Conforme se observa, as deflexões da faixa na direção x (w_x) provocam um giro de torção (θ) na faixa em y. A rigidez à torção desta faixa faz com que as deflexões sejam reduzidas e, consequentemente, haverá uma redução nos momentos fletores.

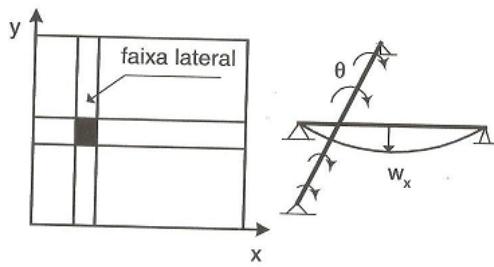


Figura 3.12 – Torção em uma faixa lateral. Fonte: ARAÚJO (2003)

O esforço cortante é maior, naturalmente, na região dos apoios, mas há uma variação neste esforço, sendo maior na região central da viga de apoio, diminuindo seu valor do centro da viga para a extremidade apoiada em pilar (Figura 3.13).

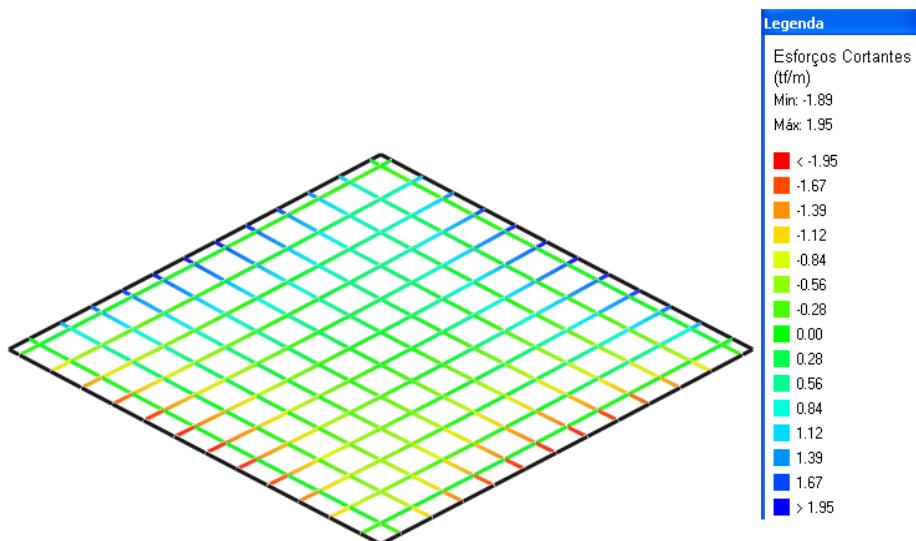


Figura 3.13 – Esforço cortante máximos em uma laje apoiada nas vigas de bordo

Na análise dos momentos fletores, momento de torção e força cortante, observa-se que não existe superposição de regiões de esforço máximo para a laje retangular simplesmente apoiada, ou seja, a região crítica à flexão não coincide com a de torção, nem com a de cisalhamento na laje.

CAPÍTULO 4

ESTADO DA ARTE DE ANÁLISES EXPERIMENTAIS

4.1 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES

Os resultados dos trabalhos experimentais desenvolvidos por Ji et al. (1985), Droppa Jr. (1999), Abdul-wahab (2000), Selistre (2000), Schwetz (2005), Duarte Filho (2007), Duarte Filho (2008), Schwetz (2008) e Schwetz (2011) são discutidos a seguir.

Ji et al. (1985) apud Schwetz (2011) realizaram o estudo dos deslocamentos de um painel de lajes nervuradas de concreto armado, em modelo reduzido, submetido a cargas verticais. Os resultados experimentais foram comparados com os valores obtidos numericamente, pelo processo de analogia da laje maciça com rigidez à flexão equivalente. Concluindo que o método da laje maciça equivalente superestima a rigidez à torção e sugeriram que, no cálculo da laje, a espessura equivalente fosse reduzida em 20% na fase elástica e 40% na fase elástica fissurada.

Droppa Jr. (1999) analisou os dados obtidos do ensaio de uma laje nervurada bidirecional formada por elementos pré-moldados de armação treliçada. Na Figura 4.1 são reproduzidas as dimensões em planta da laje. Na Figura 4.2 observam-se as dimensões das seções transversais das nervuras.

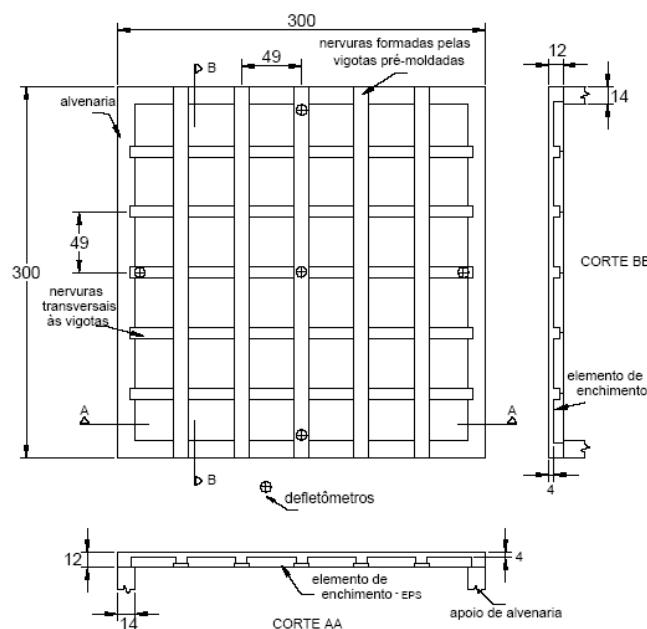


Figura 4.1 – Localização das nervuras. Unidades em cm. Fonte: DROPPA JR. (1999)

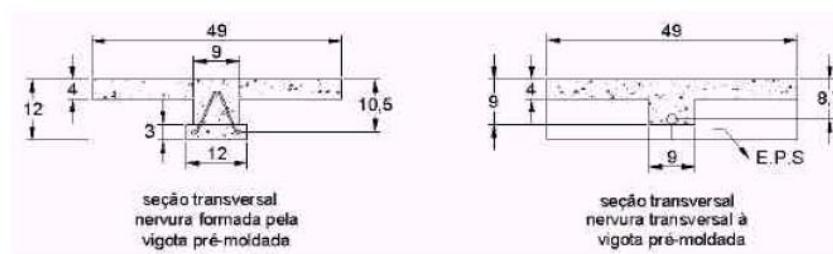


Figura 4.2 – Seções transversais das nervuras. Unidades em cm. Fonte: DROPPA JR. (1999)

A laje foi apoiada sobre alvenaria e o carregamento feito com água até o valor de 6,0 kN/m², conforme ilustração da Figura 4.3.



Figura 4.3 – Laje com carregamento máximo. Fonte: DROPPA JR. (1999).

Os resultados teóricos e experimentais do deslocamento devido à sobrecarga estão apresentados na Figura 4.4. A rigidez à torção no estádio I é calculada como $0,3 \cdot E_c \cdot I_t$ e no estádio II como $0,05 \cdot E_c \cdot I_t$, onde E_c é o módulo de elasticidade secante do concreto e I_t o valor do momento de inércia à torção das barras.

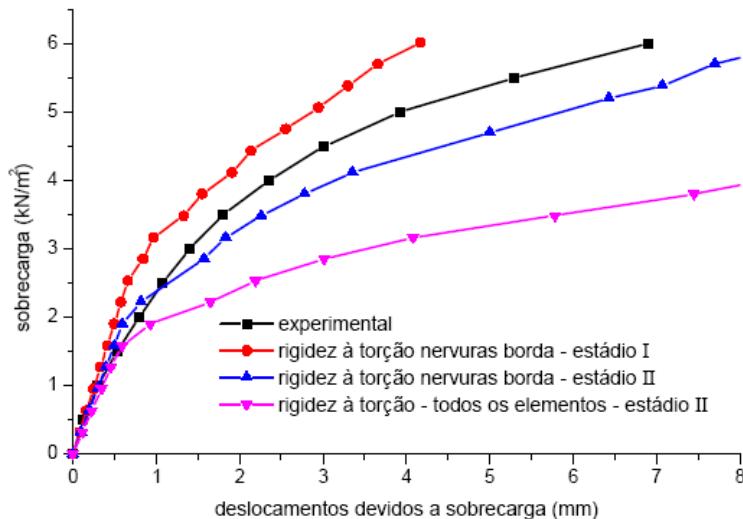


Figura 4.4 – Diagrama sobrecarga x deslocamento. Fonte DROPPA JR. (1999)

O deslocamento obtido para a sobrecarga de 3,0 kN/m² está apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Deslocamentos obtidos por Droppa Jr (1999) para sobrecarga de 3,0 kN/m².

modelo considerado	deslocamento (mm)
experimental	1,4
viga simplesmente apoiada	1,5
análise não-linear	
placa (BARES)	0,8
grelha - análise linear rigidez à torção - estádio I	0,8
grelha - análise linear rigidez à torção - estádio II	1,1
grelha - análise não-linear rigidez à torção das vigas de extremidade no estádio I	0,9
grelha - análise não-linear rigidez à torção das vigas de extremidade no estádio II	1,7
grelha - análise não-linear rigidez à torção de todos os elementos no estádio II	3,6

Droppa Jr (1999) conclui que existe grande influência da rigidez à torção sobre os valores dos deslocamentos, chegando a 170 % de diferença.

O deslocamento foi calculado utilizando-se das tabelas de Bares. Devido à diferença de inércia entre nervuras nos dois sentidos da laje, calcula-se a espessura equivalente para cada direção, determinando-se a média das espessuras, no caso 7,6 cm. O valor encontrado para o deslocamento usando a tabela de Bares foi de 0,8 mm, 43 % menor do que o deslocamento medido experimentalmente. Entretanto, ainda foi melhor do que o valor da grelha não linear, com rigidez à torção dos elementos no estádio II, que é 157 % maior.

Abdul-Wahab (2000) ensaiou 6 modelos de lajes nervuradas em escala de 1:4, representando vãos reais de 6 m, variando o espaçamento e a altura das nervuras. Também foram ensaiadas 2 lajes maciças, sendo a laje S7 de espessura equivalente à laje nervurada S2. As lajes eram simplesmente apoiadas ao longo dos lados, como pode ser visto na Figura 4.5.

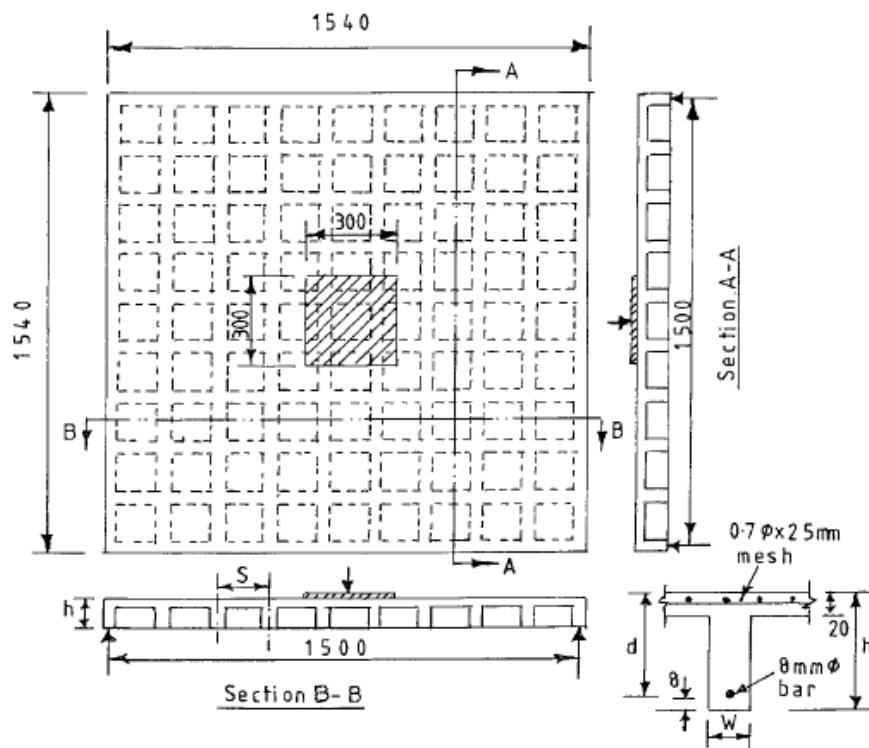


Figura 4.5 - Geometria da laje nervurada (unidades em mm). Fonte: ABDUL-WAHAB (2000)

A Figura 4.6 mostra o deslocamento central obtido para as lajes S2 e S7.

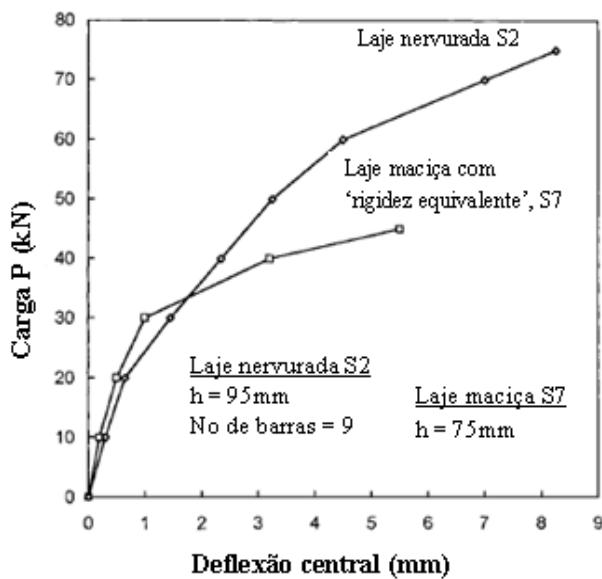


Figura 4.6 – Deslocamento central. Fonte: ABDUL-WAHAB (2000)

O autor conclui que a abordagem por espessura equivalente leva a superestimativa da rigidez à torção na faixa elástica fissurada e não-fissurada. Uma melhor estimativa da rigidez no trecho fissurado é obtido quando se assume uma redução de 25 % na rigidez do trecho não-fissurado. Comparando o comportamento das lajes S2 e S7 o autor comenta que na faixa elástica não-fissurada a diferença de rigidez entre as lajes parece ser relativamente moderada.

Selistre (2000) realizou uma análise teórico-experimental de um pavimento, em modelo reduzido na escala 1:7,5, com laje nervurada bidirecional. O modelo da laje tinha dimensões em planta de 81,25 cm x 161,18 cm, altura de 2,67 cm, nervuras de largura 1,33 cm com 5,33 cm de face a face (Figura 4.7).

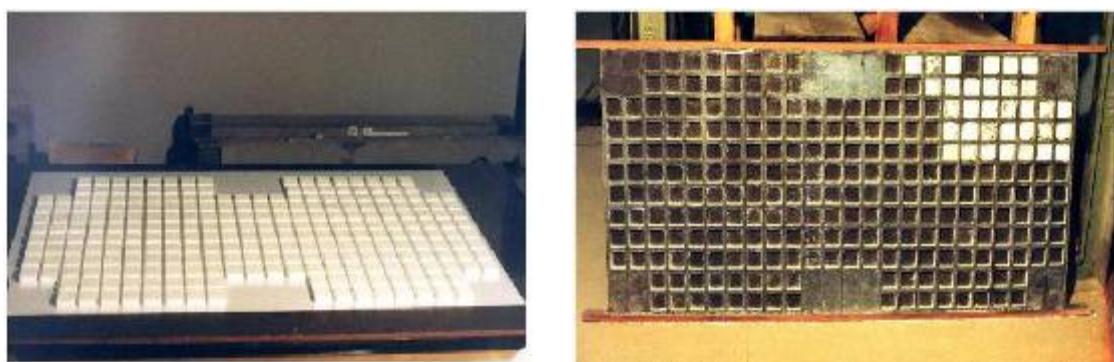


Figura 4.7 – Modelo ensaiado, montagem e vista inferior. Fonte: SELISTRE (2000).

As lajes se apoiavam em 6 pilares metálicos sem continuidade com estes. O sistema de aplicação de cargas feito com água aplicou uma carga final de $7,5 \text{ kN/m}^2$.

Dois modelos de análise foram empregados: elementos finitos de placa com laje maciça equivalente, processado no programa SAP90 e, grelha de vigas com seção T, utilizando programa comercial para projeto estrutural.

Na conclusão foi destacado que o método de cálculo que melhor simulou o comportamento da estrutura, enquanto este era aproximadamente elástico linear, foi o de elementos finitos de placa, que foi o mais rígido, discretizado no SAP90. A Figura 4.8 apresenta a curva carga x deflexão do deflectômetro D11, posicionado no centro da placa.

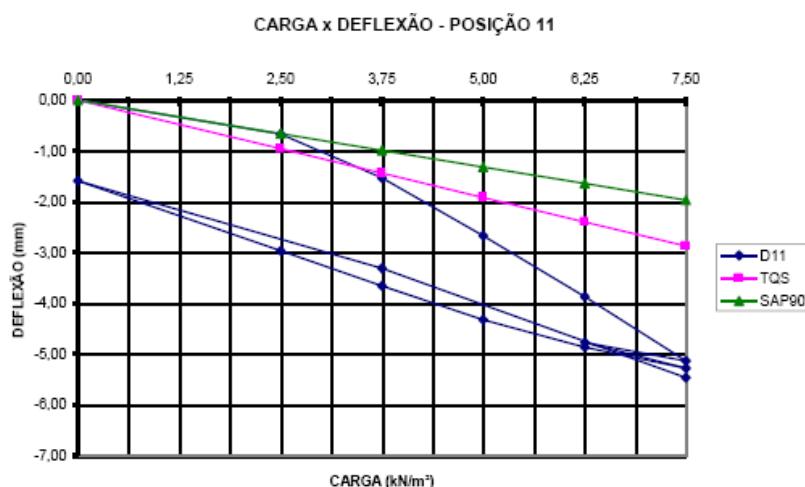


Figura 4.8 – Carga x deslocamento deflectômetro D11. Fonte: SELISTRE (2000)

Nos últimos estágios de carga, a fissuração do micro concreto foi tão intensa e abrangente, a ponto de nenhum dos dois programas, no caso o SAP90 e o TQS, reproduzirem o comportamento da laje.

SCHWETZ (2005) analisou um pavimento com laje nervurada em modelo reduzido, na escala de 1:7,5 com dimensões em planta de 1,48 m x 1,68 m, espessura das lajes de 3,73 cm, conforme mostra a Figura 4.9.

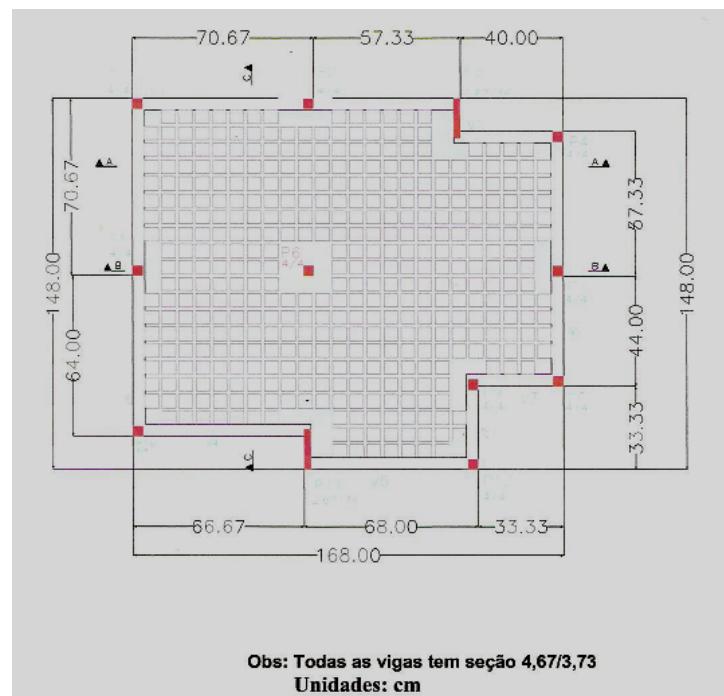


Figura 4.9 – Laje nervurada em modelo reduzido. Fonte: SCHWETZ (2005)

Esse pavimento foi processado em programa comercial tendo as dimensões apresentadas na Figura 4.10.

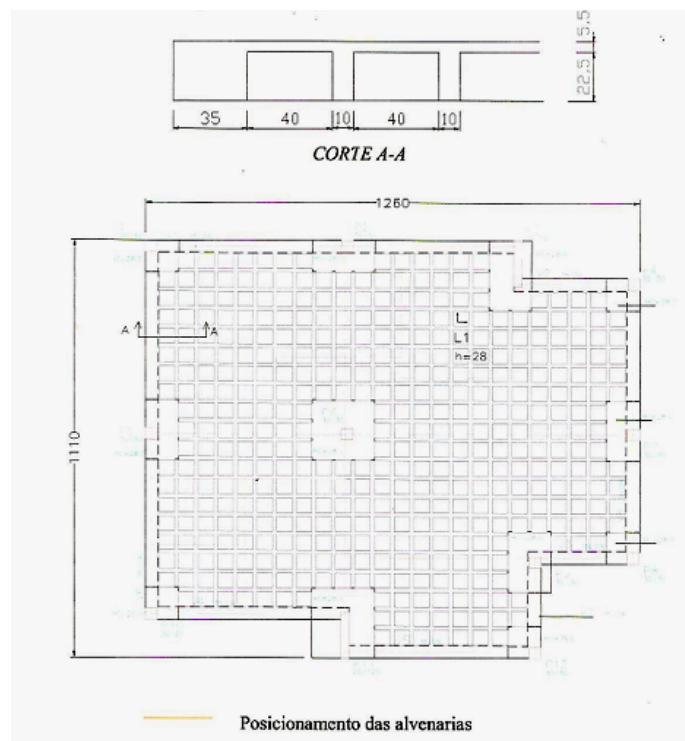


Figura 4.10 – Laje nervurada processada pelo programa (unidades em cm). Fonte: SCHWETZ (2005)

Para o carregamento foi utilizada areia para simular o carregamento distribuído e pó de chumbo para representar o carregamento linear devido ao peso das paredes.

A autora constata que o modelo de grelhas do programa computacional tende a apresentar valores maiores de deslocamentos, no regime elástico, do que os valores medidos no ensaio.

Dentre os fatores que podem contribuir para essa discrepância é a diferença de escala do modelo, embora a literatura indique que o comportamento não se altere significativamente para a escala utilizada, conforme afirma a autora. Outro fator seria a desconsideração da contribuição da capa da laje no modelo teórico.

A hipótese de que ao se considerar a rigidez à torção das nervuras ocorre uma diminuição nos valores de momentos fletores e flechas da laje nervurada, foi testada processando a grelha com valores menores para o divisor de inércia das barras da grelha utilizado como padrão pelo programa. Os valores dos momentos fletores, resultantes dessa nova análise, sofreram uma redução significativa e se aproximaram mais dos valores experimentais (Figura 4.11).

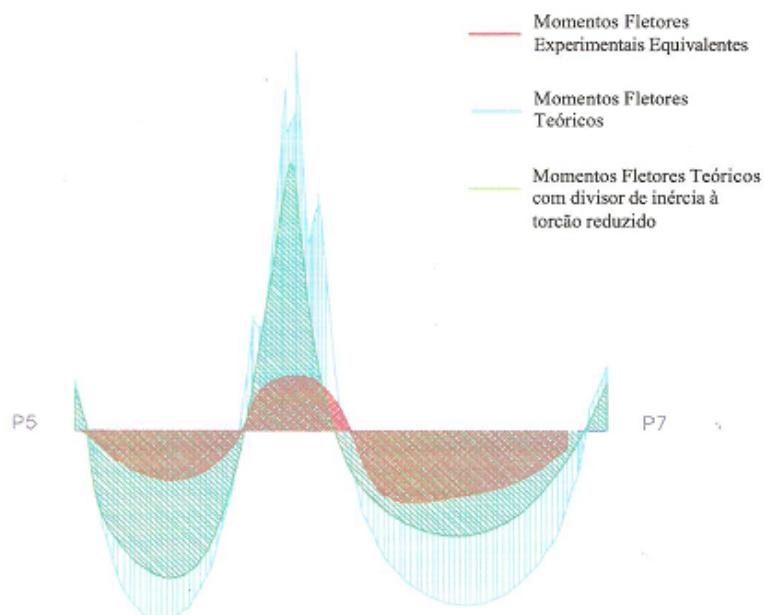


Figura 4.11 – Redução dos momentos fletores. Fonte: SCHWETZ (2005)

Duarte Filho (2007) ensaiou uma laje nervurada de 2,0 m x 2,0 m, altura de 5 cm, nervuras de 3,5 cm de largura e enchimento em EPS de 25 cm x 25 cm x 3,5 cm. O carregamento

realizado com água atingiu o valor de 7,75 kN/m², conforme mostra a Figura 4.12. O deslocamento no centro da laje foi medido com deflectômetro (Figura 4.13).

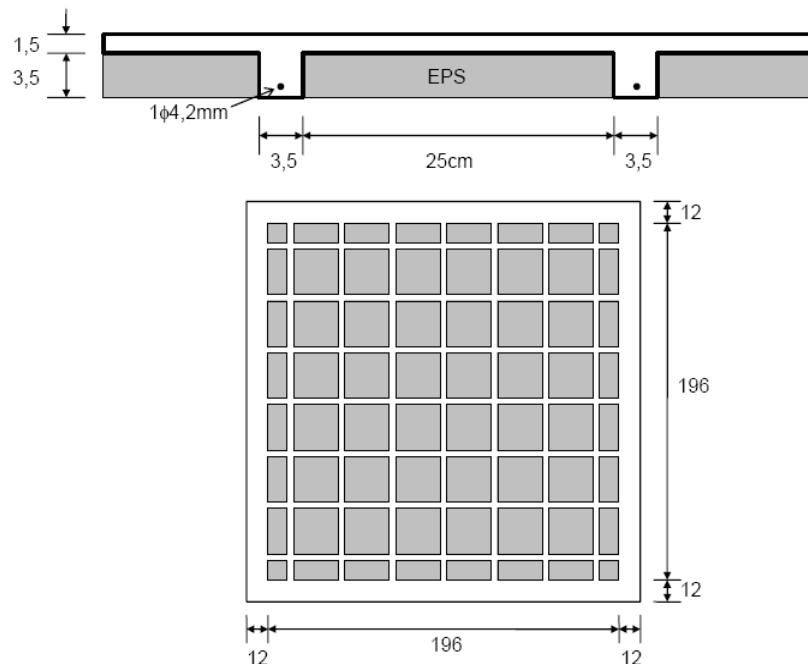


Figura 4.12 – Dimensões da laje nervurada (seção e planta), sem escala. Fonte: DUARTE FILHO (2007)



Figura 4.13 – Posicionamento do deflectômetro no centro da laje. Fonte: DUARTE FILHO (2007)

O autor conclui que a rigidez à torção da laje nervurada não foi desprezível. E também que os processos empregados para lajes maciças parecem ser válidos para a determinação dos esforços em laje nervurada bidirecional, por melhor representar o comportamento da laje do que os modelos de grelha com a inércia à torção reduzida.

Conforme comentado pelo autor, os resultados da analogia de grelha mais próximos aos experimentais foram obtidos considerando a inércia à torção igual a 2 ou 4 vezes a inércia à flexão, como geralmente é feito no caso de lajes maciças, comenta o autor. As Figuras 4.14 e 4.15 apresentam os resultados obtidos nas análises desenvolvidas por Duarte Filho (2007).

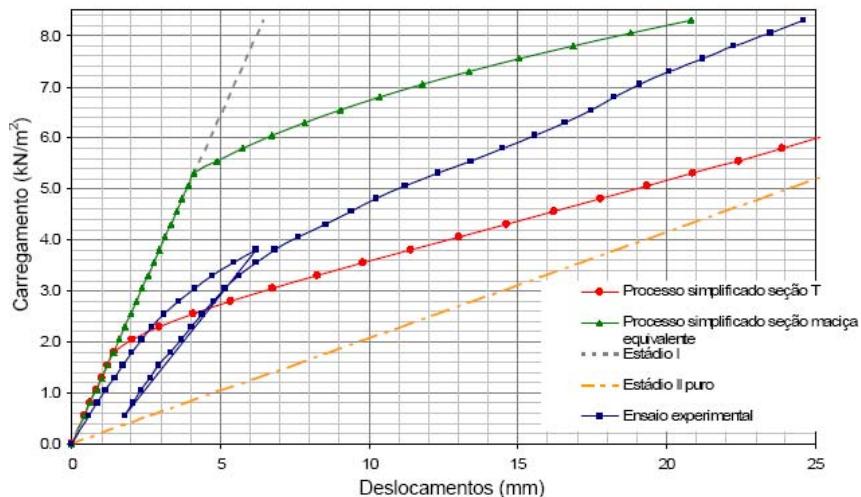


Figura 4.14 – Gráfico carregamento x deslocamento para modelos diferentes. Fonte: DUARTE FILHO (2007)

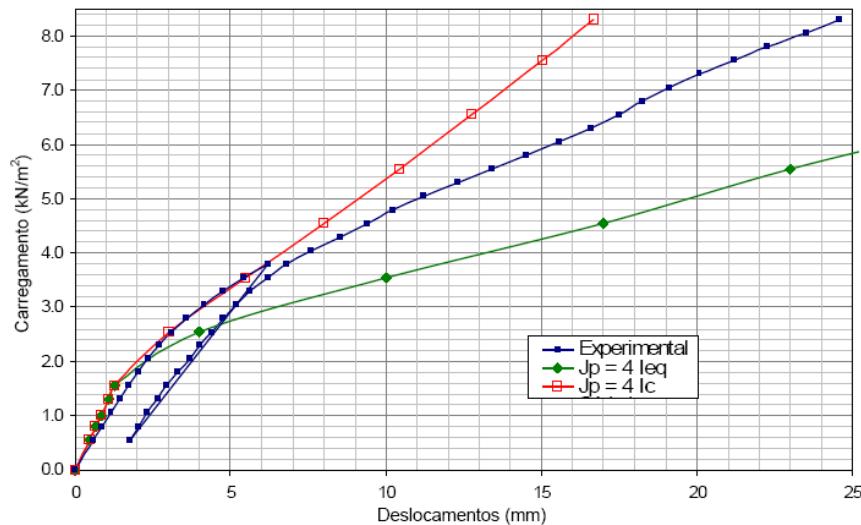


Figura 4.15 – Resultados para a análise por analogia de grelha atualizando-se a inércia à torção. Fonte: DUARTE FILHO (2007)

Duarte Filho (2008) ensaiou uma laje nervurada, em escala 1:2, com dimensão em planta de 2,0 m x 2,0 m, altura de 5 cm, largura das nervuras de 3,5 cm e enchimento em EPS de

15 cm x 15 cm x 3,5 cm, para verificar a validade de se considerar a laje nervurada bidirecional como laje maciça equivalente. A Figura 4.16 apresenta as dimensões da laje.

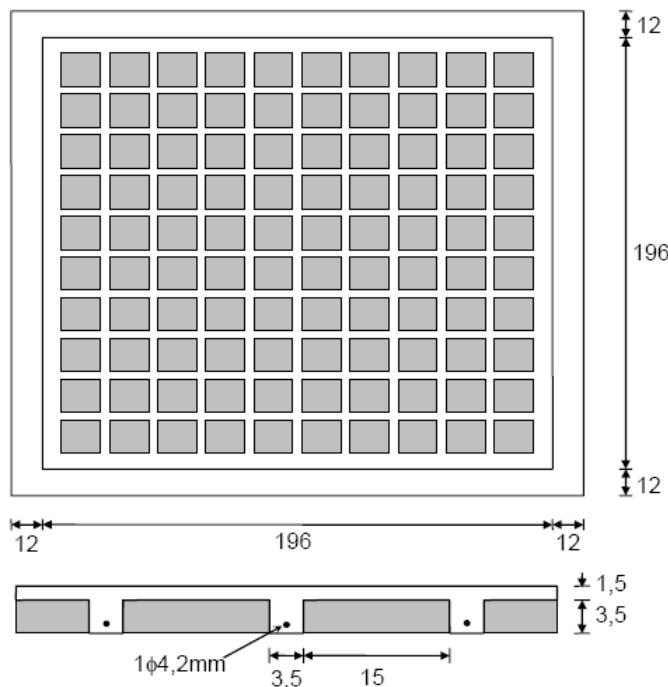


Figura 4.16 – Dimensões (cm) da laje analisada (sem escala). Fonte: DUARTE FILHO (2008)

Como conclusão o autor destaca que a consideração da laje nervurada bidirecional como laje maciça equivalente forneceu resultados bastante próximos ao comportamento da laje ensaiada (Figura 4.17).

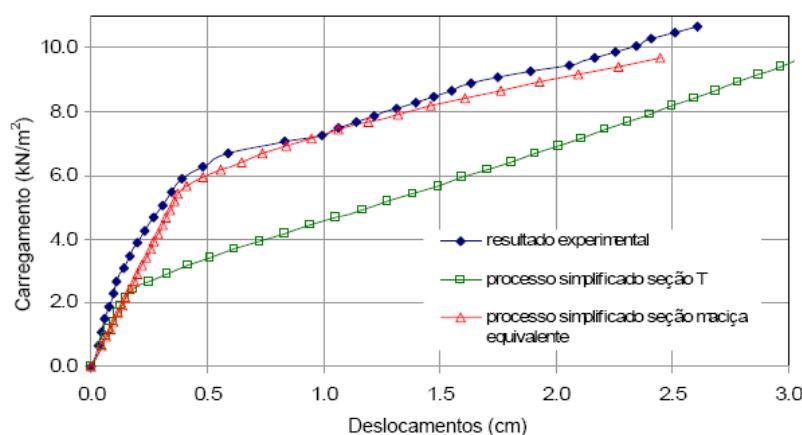


Figura 4.17 – Comparação do resultado experimental com o modelo simplificado. Fonte: DUARTE FILHO (2008)

A laje nervurada ensaiada não apresentou elevada perda de rigidez à torção com a fissuração (devido à flexão), como pode ser observado na Figura 4.18.

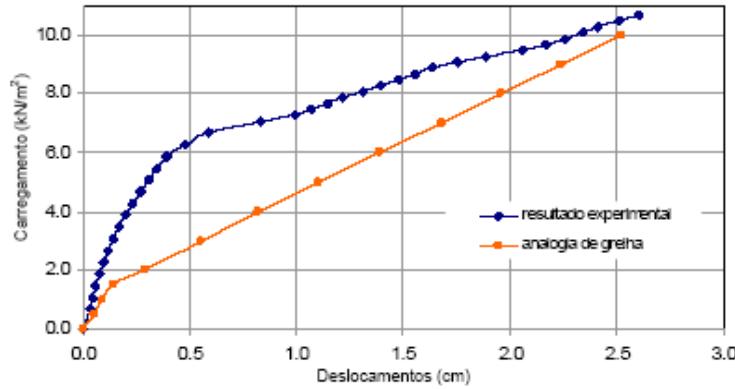


Figura 4.18 – Resultados para a análise por analogia de grelha, com coeficientes de rigidez à torção constantes. Fonte: DUARTE FILHO (2008)

O autor ressalta ainda a necessidade de se obter mais ensaios experimentais.

Schwetz (2008) ensaiou uma laje nervurada de uma estrutura real e fez a análise numérica através de programa comercial. A laje tinha seção transversal de altura total 32,5 cm, capa 7 cm, largura das nervuras de 12 cm e entre - eixo de nervuras de 80 cm. A Figura 4.19 apresenta o esquema estrutural da laje e locação da área carregada experimentalmente.

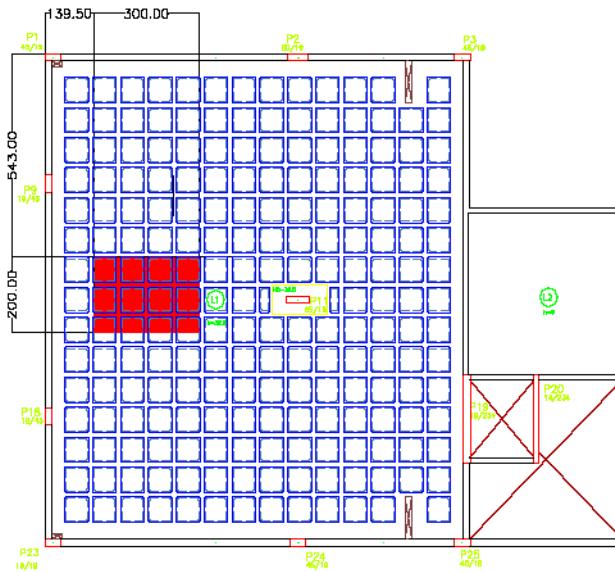


Figura 4.19 – Planta e área de carregamento. Fonte: SCHWETZ (2008).

O carregamento de projeto previa, além do peso próprio da estrutura, uma carga permanente de 1,0 kN/m² e uma carga acidental de 3,0 kN/m². No ensaio a região carregada foi solicitada até 6,6 kN/m² com o emprego de sacos de argamassa (Figura 4.20).



Figura 4.20 – Carregamento colocado em uma seção da laje. Fonte: SCHWTEZ (2008)

A instrumentação usada foi composta por extensômetros e deflectômetros. A Figura 4.21 apresenta o resultado do deflectômetro R2 posicionado sob o centro da região de aplicação do carregamento.

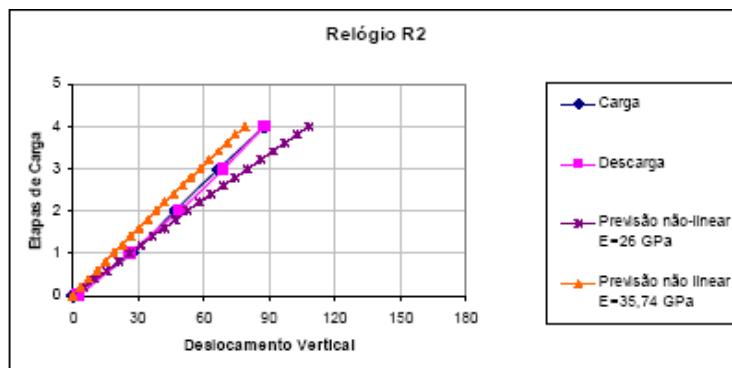


Figura 4.21 – Gráfico carga x deslocamento vertical do deflectômetro R2. Fonte: SCHWTEZ (2008)

A conclusão do estudo demonstra uma tendência ao comportamento linear da laje em todas as etapas de carregamento, com deslocamentos medidos próximos aos previstos numericamente. Nesse artigo não houve nenhuma consideração sobre a rigidez à torção adotada no programa para as barras da laje.

Schwetz (2011) ensaiou três lajes nervuradas em escala natural. A primeira laje, denominada Caso de Estudo 1 é a mesma descrita em Schwetz (2008). A segunda laje, denominada Caso de Estudo 2, destinada à garagem foi carregada em etapas de disposição

dos automóveis (Figura 4.22). A terceira laje, de cobertura destinada a duas quadras de tênis, foi carregada com o preenchimento das camadas sucessivas de argila e saibro.



Figura 4.22 – Carregamento da laje Caso 2. Fonte: SCHWETZ (2011)

A autora destaca que, conforme análise paramétrica efetuada no trabalho, o modelo computacional descreveria melhor o comportamento de lajes nervuradas se considerasse a totalidade da inércia à torção das barras da grelha que formam a laje.

Como sugestão de trabalhos futuros Schwetz (2011) cita o estudo da capacidade de resistência à torção das lajes nervuradas quando armadas somente à flexão, a fim de determinar se a armadura específica de torção deve ou não ser utilizada neste sistema estrutural.

Os trabalhos experimentais, até aqui relatados, demonstram a necessidade de melhor quantificar a rigidez à torção das barras da laje nervurada, indicando também não ser esta propriedade desprezível. Mostram também a boa previsão do comportamento das lajes nervuradas quando estas são modeladas como laje maciça equivalente, notadamente na fase elástica dos materiais.

CAPÍTULO 5

PROGRAMA EXPERIMENTAL E ANÁLISE NUMÉRICA

5.1 DESCRIÇÃO DAS LAJES

O programa experimental realizado neste trabalho foi constituído de uma laje maciça e uma laje nervurada bidirecional, executadas em estrutura de reação, possibilitando o ensaio das lajes com comprimento livre de 3,00 m x 3,00 m. Os ensaios foram realizados na Universidade Federal de Goiás, Campus Catalão.

As lajes maciça e nervurada bidirecional foram moldadas in loco, considerando-se a peça apoiada nos quatro bordos, sobre estrutura metálica construída para este fim, conforme ilustra a Figura 5.1.

A laje nervurada bidirecional foi executada com espessura de 9 cm e elemento inerte em EPS com dimensão de 33 x 33 x 6 cm e nervuras de 7 cm (Figuras 5.2 e 5.3). A laje maciça de espessura equivalente foi executada com 6,3 cm conforme ilustra a Figura 5.4.

O esquema em planta das características geométricas das lajes maciça e nervurada é apresentado na Figura 5.5.



Figura 5.1 - Estrutura metálica para suporte



Figura 5.2 - Laje nervurada bidirecional ensaiada



Figura 5.3 – Concretagem



Figura 5.4 - Laje maciça de espessura equivalente

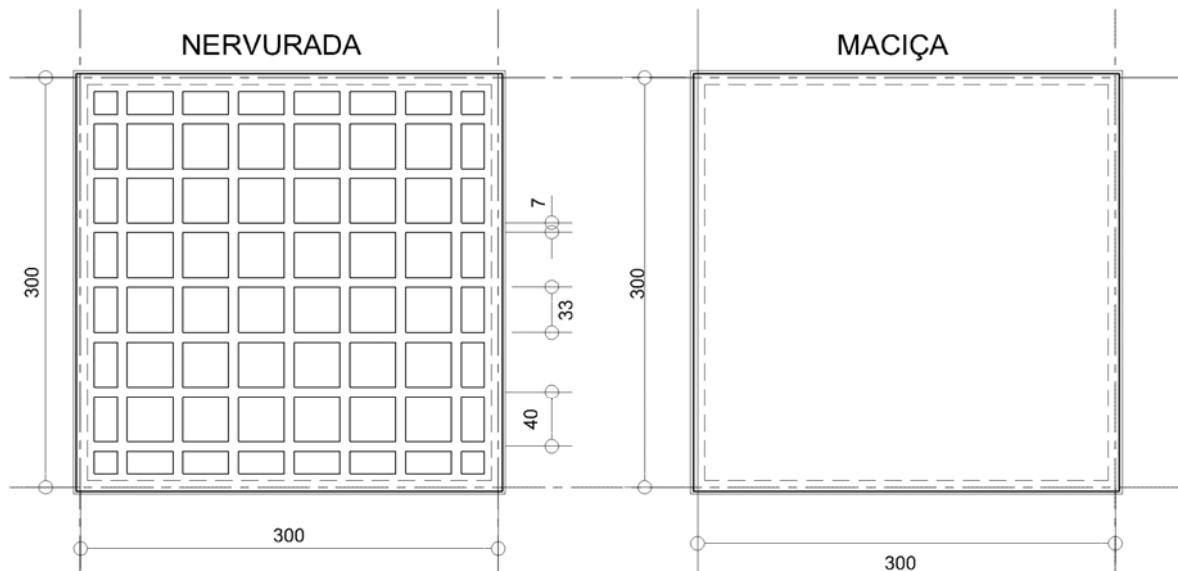


Figura 5.5 – Vista em planta das lajes nervuradas e maciça (unidades em cm)

5.2 CARREGAMENTO NAS LAJES

Cada passo de carregamento correspondeu a adição de um bloco sextavado, de peso médio de 0,08 kN, numa área de influência de 0,16 m², o que significa uma carga de 0,5 kN/m² para cada passo. O peso próprio da laje nervurada correspondeu a 1,25 kN/m² e da laje maciça 1,58 kN/m².

Os deslocamentos verticais foram medidos imediatamente após a aplicação das cargas. O ensaio da laje nervurada durou 5 horas e foi subdividido em 17 incrementos de carga. Já o ensaio da laje maciça durou 3 horas e foi subdividido em 11 incrementos de carga.

Deve-se ressaltar que tanto o lançamento quanto adensamento do concreto foram feitos manualmente nos dois ensaios.

A fim de controlar a espessura do concreto das lajes foram utilizados tubos de PVC, (Figura 5.6) posicionados na região central da laje e marcações na madeira de borda.



Figura 5.6 – Tubo para controle de espessura das lajes

Foram pesados, em balança eletrônica aferida, 100 blocos sextavados recolhidos aleatoriamente sendo realizada a média de peso para 1 bloco (Figura 5.7).



Figura 5.7 - Pesagem dos blocos

5.3 LEITURA DOS DESLOCAMENTOS VERTICIAIS

A instrumentação, para medida dos deslocamentos verticais, foi realizada usando quatro relógios comparadores, de precisão 0,01 mm, posicionados no centro da laje e nas vigas de reação (Figuras 5.8, 5.9 e 5.10).



Figura 5.8 - Esquema de aplicação de carga e posicionamento dos medidores de deslocamentos



Figura 5.9 – Instrumentação para verificação da flecha
da estrutura de reação



Figura 5.10 – Instrumentação para determinação do
valor do deslocamento

5.4 MATERIAIS

5.4.1 CONCRETO

Nas duas lajes ensaiadas foi utilizado concreto de traço 1:2,5:2,5 em volume, relação água/cimento igual a 0,6 e cimento CP II E 32.

Os valores da resistência à compressão e da resistência à tração do concreto foram obtidos da ruptura de corpos-de-prova cilíndricos com 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura.

Na Tabela 5.1 estão apresentadas as características do concreto obtidas no ensaio. O mesmo foi realizado aos 29 dias e as propriedades dos materiais determinadas 28 dias após a concretagem.

Tabela 5.1 – Características do concreto

Características do Concreto	Valores Obtidos
Resistência à compressão do concreto (f_{ck})	17,2 MPa
Resistência a tração por compressão diametral ($f_{ct,sp}$)	2,37 MPa
Resistência à tração direta do concreto (f_{ct})	2,13 MPa
Módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs})	19,7 GPa
Abatimento médio (Slump Test)	83 mm

O módulo de elasticidade do concreto foi obtido pela equação fornecida pela ABNT NBR 6118:2007.

5.4.2 AÇO

A armadura utilizada na laje nervurada foi composta de duas barras de $\varnothing 6,3$ mm (CA-50) em cada nervura, com cobrimento de 1 cm. Para a laje maciça de espessura equivalente foi usada armadura com $\varnothing 6,3$ a cada 20 cm.

5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O deslocamento máximo nas vigas de apoio foi de 0,27 mm no ensaio da laje nervurada e de 0,09 mm no ensaio da laje maciça. O deslocamento, no meio do vão, devido ao peso próprio da estrutura foi obtido por projeção do comportamento linear dos gráficos de carregamento x deslocamento.

5.5.1 RESULTADO DO ENSAIO DA LAJE NERVURADA

O gráfico dos resultados do ensaio é apresentado na Figura 5.11, e relaciona carregamento e deslocamento. Nota-se o comportamento não linear do concreto e o início de fissuração para a carga de 4,25 kN/m². A Figura 5.12 mostra o processo de fissuração da laje. Todos os deslocamentos medidos no ensaio estão apresentados no Anexo B.

As fissuras são perceptíveis a partir do carregamento de 6,25 kN/m². Após este valor aparecem fissuras novas a cada incremento de carga (Figura 5.13).

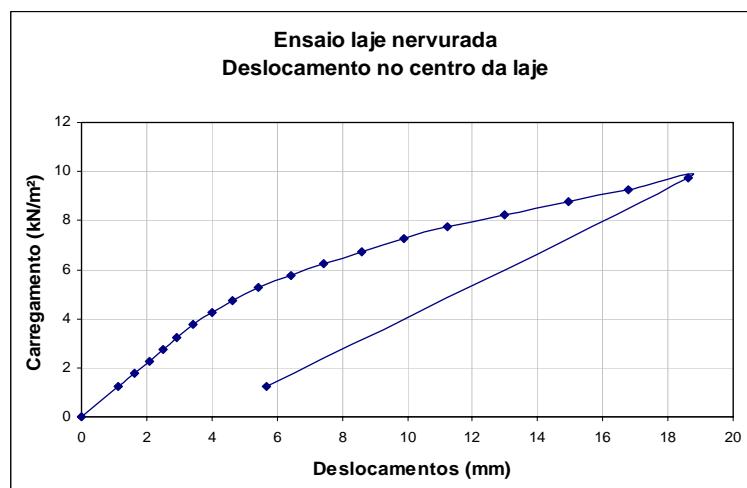
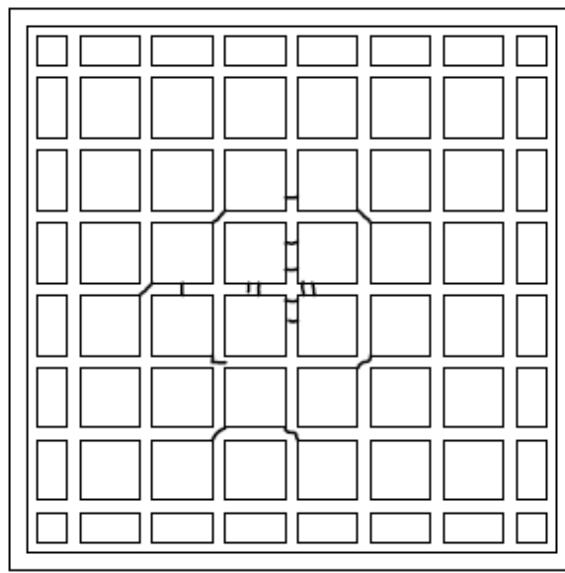


Figura 5.11 – Resultado do ensaio da laje nervurada bidirecional



Figura 5.12 – Fissuração da laje nervurada. Fissuras destacadas



FISSURAS 14º PASSO CARGA

Figura 5.13 – Croqui da fissuração da laje nervurada

O carregamento máximo foi de 9,75 kN/m², correspondendo a uma flecha de 18,63 mm ou 1/161 do vão da laje. A Figura 5.14 apresenta o carregamento final na laje nervurada.



Figura 5.14 – Carregamento final da laje nervurada

5.5.2 RESULTADO DO ENSAIO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE

O resultado do carregamento x deslocamento para a laje maciça equivalente está apresentada na Figura 5.15.

O comportamento do concreto é praticamente bilinear, com início de fissuração para carga de 5,08 kN/m². As fissuras são visíveis a olho nu a partir do carregamento de 6,08 kN/m², seguido de abertura brusca de fissuras e paralisação do ensaio (Figura 5.16). Para carregamento de 6,58 kN/m², a flecha foi de 15,97 mm ou 1/188 do vão.

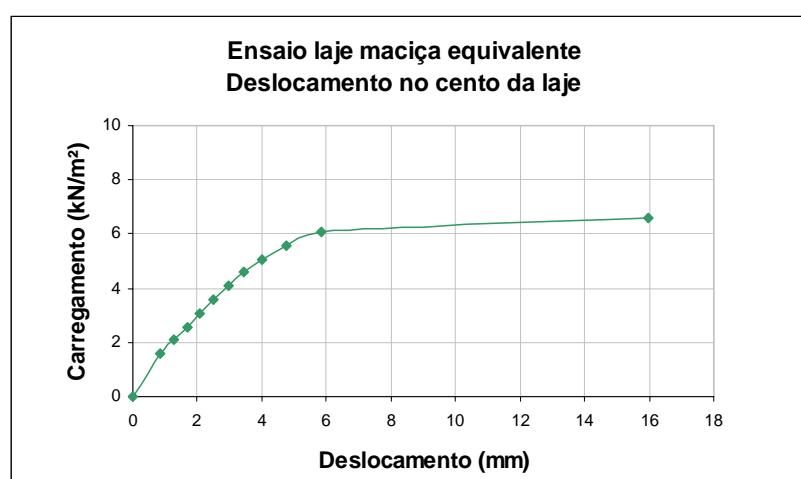


Figura 5.15 – Resultado do ensaio da laje maciça equivalente

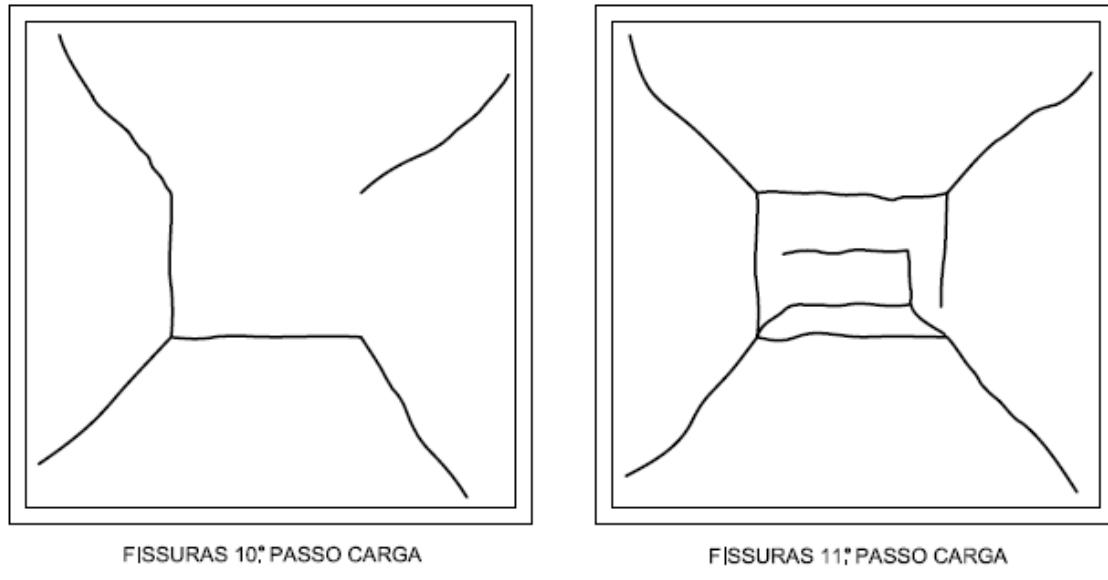


Figura 5.16 – Croqui da fissuração da laje maciça

5.5.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados dos ensaios encontram-se representados na Figura 5.17. Nota-se o desempenho similar entre as duas lajes na fase elástica, sem fissuração. Neste ponto, a laje maciça é mais rígida e a laje nervurada apresenta um comportamento mais dúctil. Os resultados dos deslocamentos e da flecha das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 5.2.

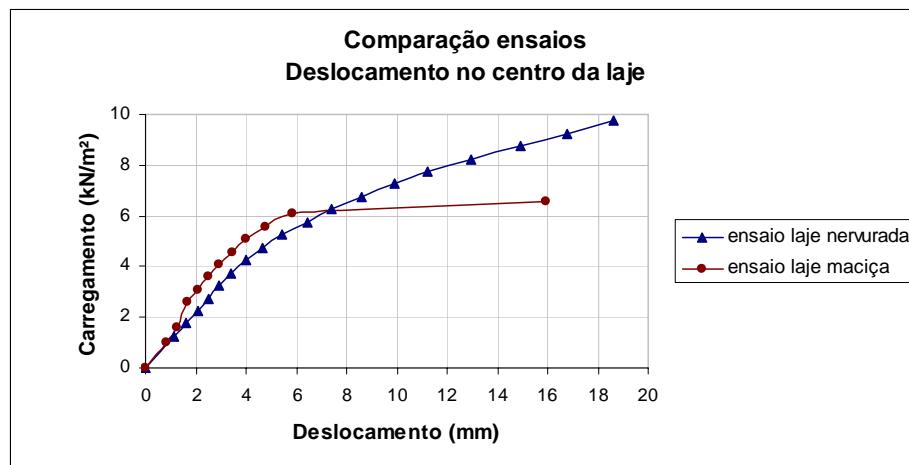


Figura 5.17 – Comparação dos ensaios realizados.

Tabela 5.2 - Resultados dos deslocamentos dos apoios e da flecha para os ensaios

Tipo de laje	Deslocamento máximo no apoio (mm)	Flecha (mm)
Laje nervurada bidirecional	0,27	18,63
Laje maciça	0,09	15,97

5.6 ANÁLISE NUMÉRICA NO PROGRAMA GESTRUT

A laje nervurada foi processada no programa GESTRUT, desenvolvido por Gesualdo (2009). A grelha obtida pelo GESTRUT é apresentada na Figura 5.18.

Na análise numérica dessas lajes usando o programa GESTRUT foram consideradas as seguintes condições de contorno:

- na extremidade das barras, no contorno da laje, foram restrinvidas as translações no eixo y;
- nas extremidades das barras dos cantos foram restrinvidas as translações nos eixos x, y e z;
- as rotações foram liberadas. O plano dos eixos x e z é o plano da laje. O eixo y é perpendicular ao plano da laje. As rotações são referidas em torno dos eixos x, y ou z.

Além disso, cada barra de extremidade da grelha foi rotulada no apoio, recebendo vínculo do tipo 0. O vínculo de tipo 1 estabelece continuidade com a barra ligada. As cargas foram aplicadas nos nós da grelha.

A laje nervurada foi modelada como grelha equivalente composta por vigas de seção T, considerando-se a inércia a torção integral desses elementos. A inércia a torção sem reduções é dada pela Equação 4.

$$I_t = \frac{b_f \cdot h_f^3}{3} + \frac{(h-h_f) \cdot b_w^3}{3} \quad (\text{Equação 4})$$

onde:

b_f – largura da mesa da seção “T”; b_w – largura da nervura;

h_f – altura da mesa da seção; h – altura total da seção.

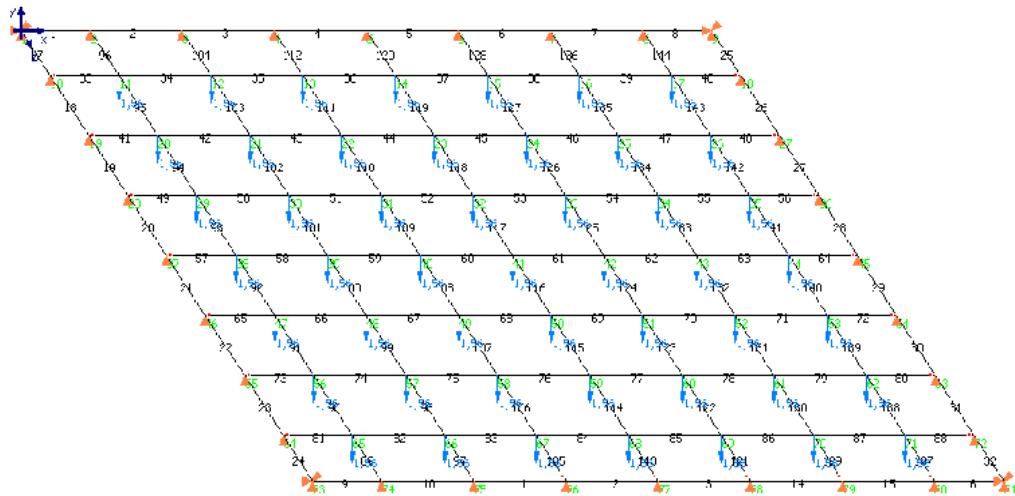


Figura 5.18 – Discretização da grelha de laje processada no programa GESTRUT

5.6.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE SEÇÕES NO ESTÁDIO II

No estado de fissuração denominado Estadio II puro, ilustrado na Figura 5.19, admite-se que:

- os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura localizada abaixo da linha neutra;
 - existe uma relação linear entre tensão e deformação específica no concreto para todos os pontos da seção transversal;
 - toda a resistência do concreto na região fissurada é desprezada;
 - a distribuição das tensões de compressão no concreto é triangular;
 - não ocorre escoamento do aço nem plastificação do concreto.

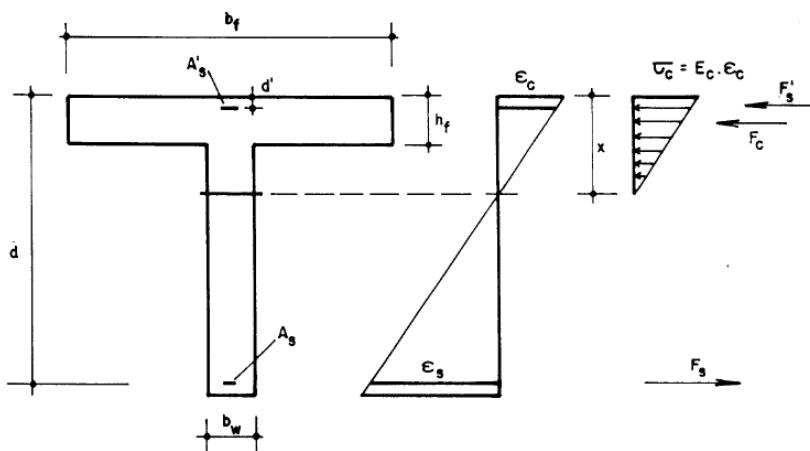


Figura 5.19 – Seção Transversal no Estádio II puro. Fonte: CARVALHO (1994)

De acordo com Carvalho (2005), o momento de inércia da seção no estádio II (I_{x,II_0}) em relação à linha neutra de posição x_{II} , pode ser determinado pela Equação 5 quando a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa h_f . Ou pela Equação 6 quando a profundidade da linha neutra é superior à espessura da mesa.

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d)^2 \quad (\text{Equação 5})$$

$$\begin{aligned} I_{x,II_0} = & \frac{[(b_f - b_w) \cdot h_f^3]}{12} + \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \\ & + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d)^2 \end{aligned} \quad (\text{Equação 6})$$

onde:

b_f : largura da mesa da seção “T”; α_e : relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto; A_s : área de armadura tracionada; d : altura útil da seção; A'_s : área de armadura comprimida; d' : distância do centro de gravidade de A'_s até a borda comprimida do concreto; b_w : largura da nervura.

A posição da linha neutra x_{II} é uma das raízes da Equação 7:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0, \quad (\text{Equação 7})$$

onde os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 são obtidos pelas equações 8, 9 e 10.

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (\text{Equação 8})$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s \quad (\text{Equação 9})$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) \quad (\text{Equação 10})$$

Para vigas de seção transversal retangular ou sem armadura A'_s , as expressões são válidas, com $b_w = 0$, $h_f = 0$ e $A'_s = 0$.

5.6.2 EFEITO DA FISSURAÇÃO – MODELO SIMPLIFICADO DE BRANSON PARA FLECHA IMEDIATA

O modelo de Branson, como apresentado em Carvalho (2005), é um método semi-probabilístico, simplificado, utilizando expressões empíricas que fornecem valores médios da inércia.

Pode ser aplicado para obter o valor da inércia entre o estádio I, não fissurado, e estádio II puro.

A forma geral da expressão de Branson é:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right) I^n \cdot I_I + 1 - \left[\left(\frac{M_r}{M_{at}} \right) I^n \right] \cdot I_{II} \quad (\text{Equação 11})$$

onde:

I_m - momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça, no caso de vigas simplesmente apoiadas; momento de inércia médio entre a seção do apoio e a seção do meio do vão, para o caso de vigas contínuas;

I_I – momento de inércia da peça no estádio I (da seção bruta ou homogeneizada);

I_{II} – momento de inércia da peça no estádio II puro;

M_r – momento de fissuração do concreto;

M_{at} – momento atuante na seção mais solicitada;

n – índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo o seu comprimento, que é a situação em questão.

Na ABNT NBR 6118: 2007, item 17.3.2.1, a flecha imediata em vigas pode ser avaliada, de maneira aproximada, através da rigidez equivalente $(EI)_{eq}$, dada por:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_{II} \right] \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (\text{Equação 12})$$

em que:

I_c – momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} – momento de inércia da seção fissurada de concreto no estádio II, calculado com o

$$\text{coeficiente } \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}};$$

M_a – momento fletor na seção crítica do vão considerado; momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r – momento de fissuração do elemento estrutural, dado pela equação 13, e que deve ser reduzido à metade para barras lisas;

E_{cs} – módulo de elasticidade secante do concreto, dado por $E_{cs} = 4760 \times \sqrt{f_{ck}}$ (em MPa);

O momento de fissuração M_r , pode ser determinado pela expressão aproximada presente no item 17.3.1 da norma ABNT NBR 6118: 2007.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (\text{Equação 13})$$

sendo:

$\alpha = 1,2$ para seções em forma de “T” ou duplo “T” e 1,5 para seções retangulares;

I_c – momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t – distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada.

f_{ct} – é a resistência à tração direta do concreto. Para determinação do momento de fissuração deve ser usado $f_{ct,inf}$ no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva.

No item 8.2.5 da referida norma tem-se:

$$f_{ct,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (\text{Equação 14})$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Equação 15})$$

em que:

$f_{ct,inf}$ – valor inferior da resistência à tração do concreto;

$f_{ct,m}$ – resistência média à tração do concreto;

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto.

Para cada incremento de carga o momento fletor máximo foi comparado com o momento de fissuração, dado na Equação 13. Quando este foi atingido, a rigidez equivalente de todas as barras foi corrigida usando a expressão de Branson (Equação 12). O momento máximo Ma, e a posição da linha neutra no Estádio II são calculados com os dados obtidos do processamento para o carregamento anterior.

5.6.3 RESULTADOS OBTIDOS NO PROGRAMA GESTRUT

Na Tabela 5.3, para cada etapa de carregamento, é apresentado o momento de inércia equivalente, o momento de inércia no Estádio II puro, a relação $(Mr/Ma)^3$, a flecha, momento fletor e momento de torção máximos obtidos.

Tabela 5.3 – Resultados da análise numérica no programa GESTRUT.

Carga Distrib. (kN/m ²)	Carga Nô (kN)	I _{eq} (cm ⁴)	I _{II} (cm ⁴)	(M _r /M _a) ³	Desloc. (cm)	M (kN.cm)	M _t (kN.cm)
1,25	0,20	846	---	---	0,14	24,39	7,00
1,75	0,28	846	---	---	0,20	34,14	16,44
2,25	0,36	846	---	---	0,25	43,9	21,13
2,75	0,44	558	299	0,47	1,41	47,38	34,48
3,25	0,52	505	299	0,38	0,52	54,13	43,94
3,75	0,6	437	299	0,25	0,65	59,27	54,78
4,25	0,68	404	299	0,19	0,77	65,17	65,02
4,75	0,76	378	299	0,14	0,89	70,94	75,50
5,25	0,84	360	299	0,11	1,01	76,87	85,77
5,75	0,92	347	299	0,09	1,12	82,91	95,86
6,25	1,00	337	299	0,07	1,24	89,02	105,87
6,75	1,08	330	299	0,06	1,35	95,29	115,63
7,25	1,16	324	299	0,05	1,46	101,54	125,42
7,75	1,24	320	299	0,04	1,58	107,97	134,96
8,25	1,32	316	299	0,03	1,68	114,78	143,90
8,75	1,40	313	299	0,03	1,80	120,73	154,16
9,25	1,48	311	299	0,02	1,91	127,28	163,52
9,75	1,56	309	299	0,02	2,02	133,78	172,94

A Figura 5.20 compara o resultado numérico da grelha do programa GESTRUT com o resultado experimental obtido na laje nervurada.

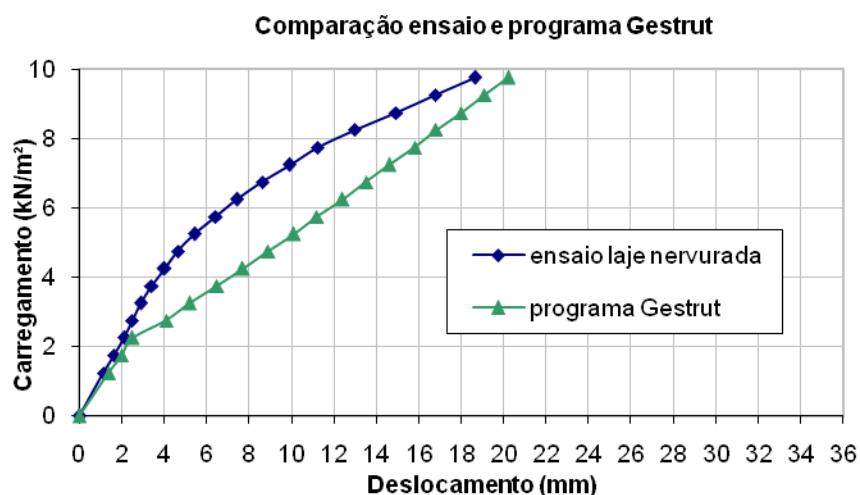


Figura 5.20 – Comparação dos resultados do ensaio de laje nervurada e cálculo como grelha (GESTRUT)

As Figuras 5.21 e 5.22 comparam os resultados dos ensaios, de laje maciça equivalente e nervurada, com a previsão do deslocamento máximo no centro da laje utilizando as tabelas de Bares.

A laje maciça foi analisada com o emprego das tabelas de Bares, presentes em Carvalho (2005). O momento de fissuração e a estimativa da perda de rigidez devido à fissuração na flexão foram avaliados conforme descrição no item 5.6.2 acima.

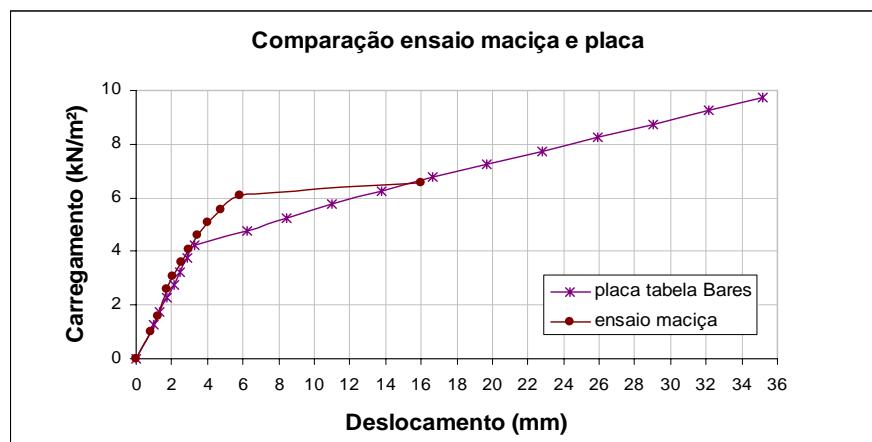


Figura 5.21 – Comparação entre ensaio de laje maciça e tabela de Bares

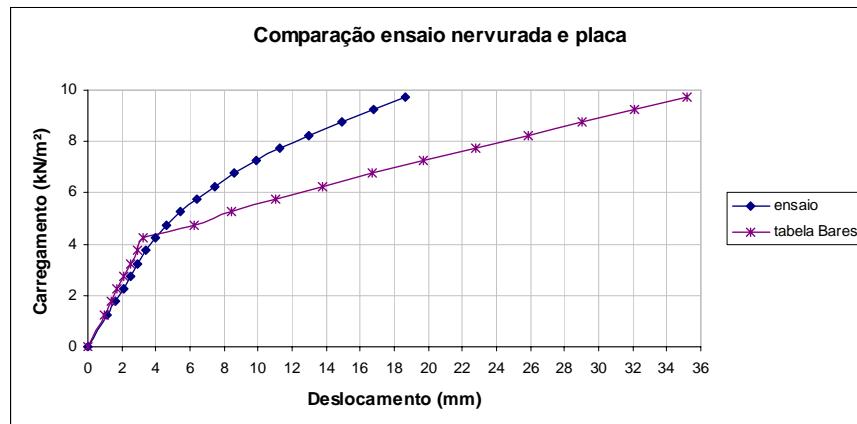


Figura 5.22 – Comparação entre ensaio da laje nervurada e tabela de Bares

A fim de melhor representar a fissuração real da laje nervurada, o modelo de grelha foi processado com o momento de fissuração correspondente ao carregamento que origina o início de fissuração no ensaio, obtendo-se o gráfico da Figura 5.23.

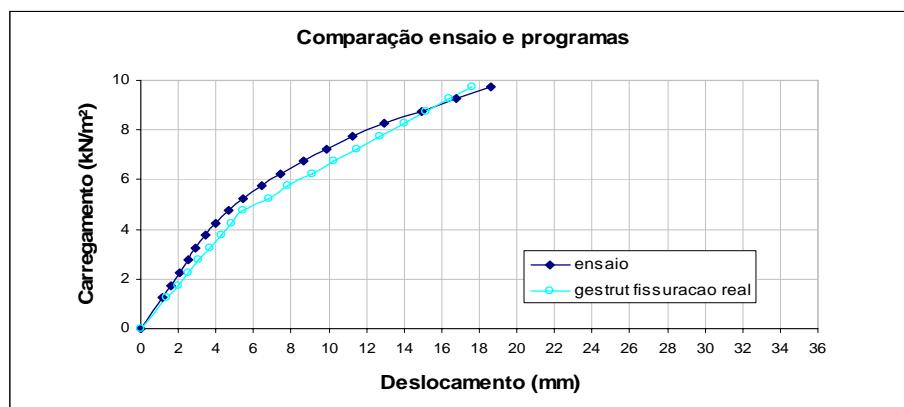


Figura 5.23 – Comparação ensaio da laje nervurada e grelha (GESTRUT) com momento de fissuração real

Observa-se a boa aproximação, do modelo teórico para o experimental, quando se modela a laje por grelha com barras sem redução da rigidez à torção e com estimativa mais realista do início da fissuração da laje.

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE ENSAIO E DE PROGRAMAS COMERCIAIS

6.1 INTRODUÇÃO

A fim de avaliar os resultados nas lajes ensaiadas e os obtidos nos programas comerciais, são comparados os resultados das flechas máximas obtidas no ensaio e por dois programas comerciais para projeto de estruturas de concreto armado, denominados Programa 1 e Programa 2.

Este trabalho não procura comparar diretamente os resultados dos programas comerciais entre si.

Não houve minoração ou majoração das cargas permanentes e adicionais para a determinação dos deslocamentos. O módulo de elasticidade e a resistência característica do concreto utilizados nas análises foram os valores obtidos experimentalmente. O Anexo C traz todos os dados para processamento da laje por qualquer programa comercial.

Uma terceira comparação é realizada com a laje modelada como uma grelha de vigas independentes de seção “T”. Nesse caso hipotético, não existe qualquer interação entre as barras da grelha e os carregamentos são aplicados nos nós com a devida separação dos quinhões de carga de cada barra. Dessa forma, cada nó é solicitado por uma força vertical correspondente à carga distribuída multiplicada pela área de influência do nó, no valor de 0,16 m² (Figura 6.1).

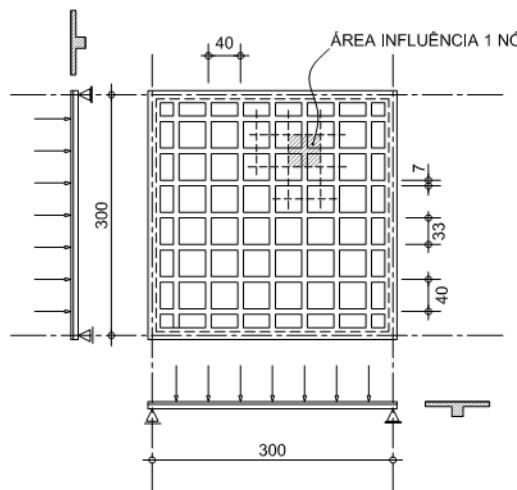


Figura 6.1 - Laje nervurada como vigas T independentes

6.2 PROCESSAMENTO NO PROGRAMA 1

O programa 1 utiliza a analogia de grelha com as barras de seção T, inércia à torção determinada pela Equação 16 e Figura 6.2.

$$I_t = \frac{b_f \cdot h_f^3}{3} + \frac{(h - h_f) \cdot b_w^3}{3} \quad (\text{Equação 16})$$

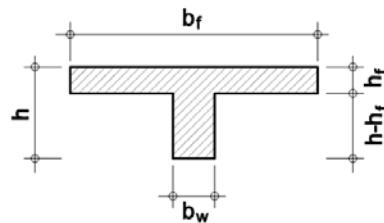


Figura 6.2 – Seção T

São fornecidas as flechas: elástica, imediata, diferida e total, sendo esta a soma da imediata e diferida.

A rigidez à torção das barras da grelha não é modificada no caso de haver fissuração por torção, ficando a cargo do usuário uma redução desta rigidez, aplicável a todas as barras, configurada no item *Análise – Painéis de laje – Redução na torção* (Figura 6.3).

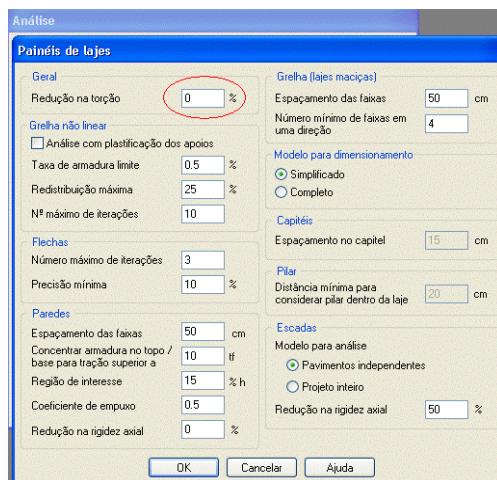


Figura 6.3- Tela de configuração do Programa 1

Para a flecha imediata, o Programa 1 utiliza a formulação de Branson, presente na norma ABNT NBR 6118:2007, para avaliação de forma simplificada dos deslocamentos nas lajes. Nestes termos, o processo é iterativo com os passos assim descritos:

- 1º- Com os esforços elásticos, calculam-se as combinações no Estado Limite Último e dimensiona-se a laje;
- 2º- Com os esforços elásticos e com as armaduras calculadas a partir destes, obtém-se a rigidez equivalente (EI_{eq}) através da expressão de Branson;
- 3º- É montado um modelo de grelha exatamente igual ao modelo elástico, mas onde a rigidez de cada barra é alterada para sua rigidez equivalente calculada;

À flecha diferida, ou surgida ao longo do tempo, sob ação de cargas de longa duração, decorrentes dos efeitos de retração e fluência, soma-se a flecha imediata.

O cálculo dessas flechas depende de muitas variáveis, como temperatura, teor de umidade, condições de cura, idade do concreto, histórico de carregamentos.

A flecha adicional diferida em lajes, conforme item 19.3.1 da ABNT NBR 6118:2007 utilizando os critérios do item 17.3.2.1.2, calculada em função do tempo e da taxa de armadura de compressão, pode ser determinado de maneira aproximada, multiplicando a flecha imediata pelo fator $(1 + \alpha_f)$, onde α_f é dado pela Equação 17.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho^f} \quad (\text{Equação 17})$$

onde ρ' é a taxa geométrica de armadura de compressão dada pela Equação 18

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} \quad (\text{Equação 18})$$

onde A_s' a área da seção da armadura longitudinal de compressão; b é a largura da base e d é a área útil da seção transversal.

Para a laje ensaiada tem-se $A_s' = 0$. O coeficiente ξ é função do tempo e pode ser calculado pelas Equações 19 e 20.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (\text{Equação 19})$$

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad (\text{Equação 20})$$

Para o tempo t maior ou igual a 70 meses o valor de $\xi(t)$ é igual a 2. Assim, para o tempo t_0 de início de aplicação de carga de 28 dias, ou 0,93 meses, tem-se:

$$\Delta\xi = 2 - 0,66 = 1,34$$

$$\alpha_f = 1,34 ;$$

$$(1 + \alpha_f) = 2,34$$

A planta de forma criada pelo programa está ilustrada na Figura 6.4. As vigas de borda foram modeladas com seção transversal de 10 cm x 30 cm, pilares intermediários de seção 15 cm x 15 cm e vãos entre-eixos de 150 cm.

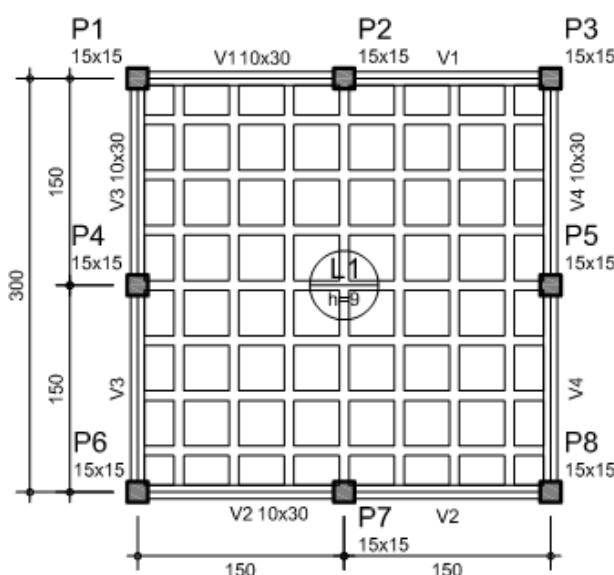


Figura 6.4 - Forma da laje (unidades em cm)

Os momentos fletores e momentos torsores máximos obtidos para cada carregamento estão na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Momento fletores e torsores máximos no Programa 1.

Carga Distribuída (kN/m ²)	Momento Fletor Máximo (kN.m/m)	Momento Torsor Máximo (kN.m/m)
1,25	0,78	0,19
1,75	1,07	0,27
2,25	1,31	0,34
2,75	1,55	0,42
3,25	1,89	0,5
3,75	2,24	0,57
4,25	2,59	0,65
4,75	3,05	0,73
5,25	3,41	0,8
5,75	3,79	0,88
6,25	4,08	0,96
6,75	4,43	1,03
7,25	4,78	1,11
7,75	5,4	1,19
8,25	5,35	1,26
8,75	5,69	1,34
9,25	6,01	1,42
9,75	6,34	1,49

A Figura 6.5 mostra a distribuição dos momentos torsores na grelha para um determinado carregamento. Vale notar que as barras nas extremidades da grelha não apresentam momento torsor, evidenciando a liberdade de giro sobre o próprio eixo para a barra da grelha na região de apoio.

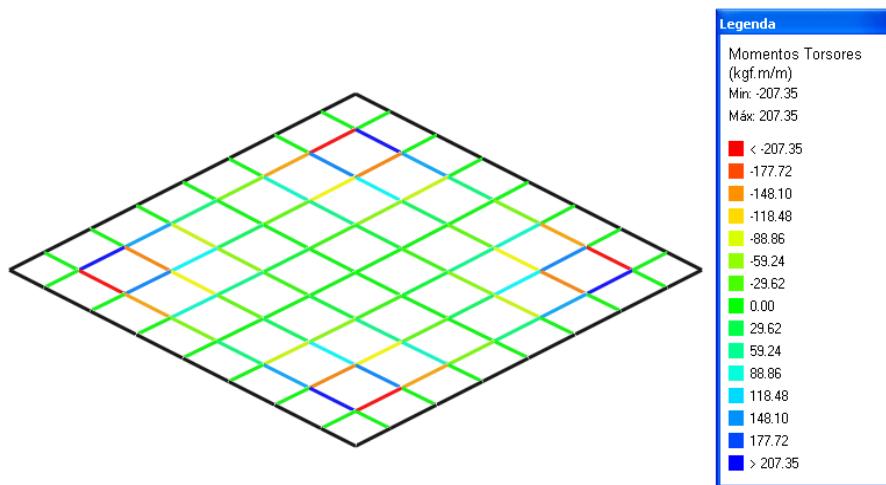


Figura 6.5- Grelha com valores do momento torsor processada no Programa 1

6.3 PROCESSAMENTO NO PROGRAMA 2

O Programa 2 também faz a análise da estrutura através do método da analogia de grelha. Na flexão as barras são consideradas como seção T. Para a inércia à torção é considerada somente a seção retangular composta pela nervura e parte da mesa (Figura 6.6).

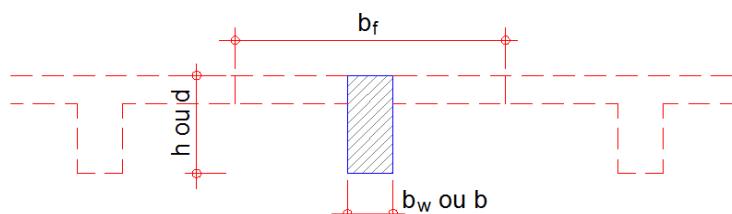


Figura 5.6 - Seção considerada na torção

O Programa 2 fornece os valores das flechas imediata e diferida, conforme ilustrado nas Figuras 6.7 e 6.8.

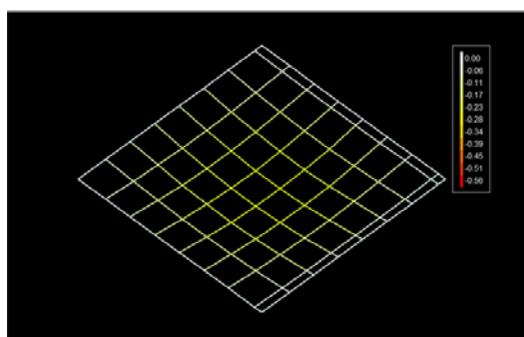


Figura 6.7- Grelha com flecha imediata

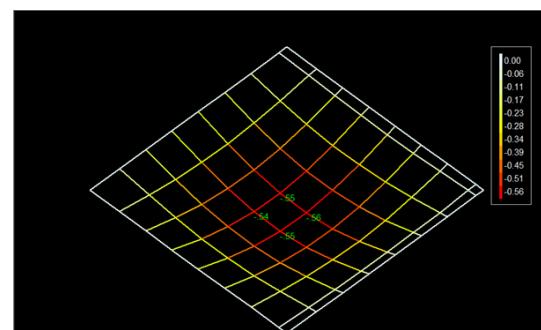


Figura 6.8 - Grelha com flecha diferida

O programa também apresenta as barras da grelha que se encontram fissuradas para um dado carregamento.

O carregamento aplicado é subdividido em incrementos de carga a fim de que a rigidez em cada barra da laje possa ser corrigida gradativamente à medida que a fissuração se propaga. O programa se baseia no trabalho de Carvalho (1994) para implementar o processo de cálculo incremental. Quanto maior o número de incrementos de carga, melhor é o resultado obtido, porém mais demorado é o processamento (Figura 6.9).

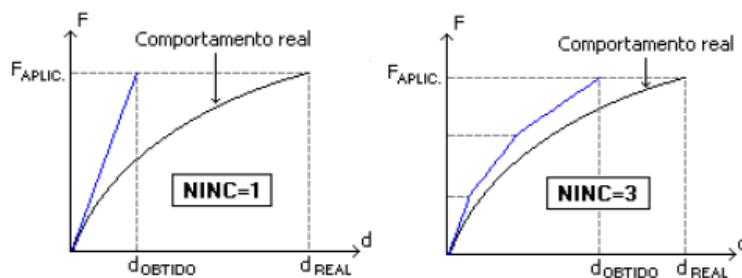


Figura 6.9 – Influência do número de incrementos de carga

Na presente análise foi empregado um número de incrementos, NINC, igual a 12. Todas as barras da grelha foram consideradas com 2 subdivisões em cada barra, assim, os esforços são fornecidos para seções no meio e nas extremidades da barra.

Na análise à flexão adotou-se a formulação presente na ABNT NBR 6118: 2007, ou seja, a expressão de Branson com expoente igual a 4 (Figura 6.10). Carvalho (2005) esclarece que o expoente 4 é usado em situações onde análise é feita em apenas uma seção da peça. Quando se faz a análise da peça ao longo de todo o seu cumprimento o expoente é 3.

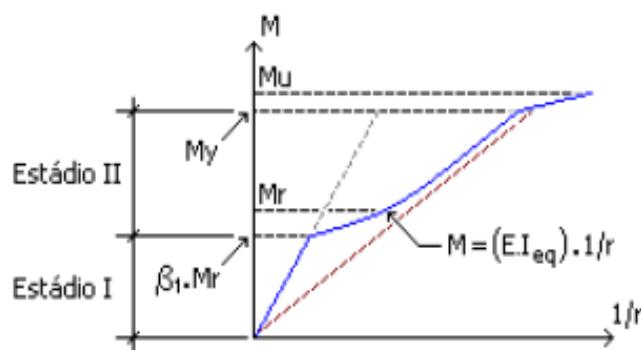


Figura 6.10 – Diagrama momento fletor x curvatura segundo ABNT NBR 6118:2007

O diagrama da rigidez à torção x momento torsor adotado está representado pela Figura 6.11, onde a rigidez da seção não fissurada é dada pela Equação 21 e, após iniciada a fissuração, pela Equação 22.

$$EI_I = 0,3 \cdot E \cdot I_T \quad (\text{Equação 21})$$

$$EI_{II} = 0,05 \cdot E \cdot I_T \quad (\text{Equação 22})$$

onde:

EI_I : rigidez à torção no estádio não fissurado; EI_{II} : rigidez à torção no estádio fissurado; E: módulo de elasticidade secante do concreto; I_T : momento de inércia à torção da sessão.

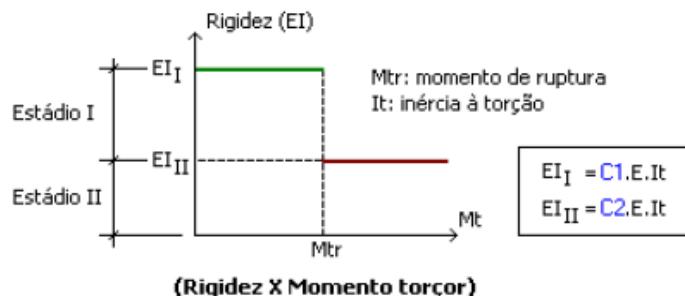


Figura 6.11 – Diagrama rigidez à torção x momento torsor

A rigidez à torção integral da seção corresponde a $0,4 \cdot E \cdot I_T$, conforme item 8.2.9 da norma ABNT NBR 6118:2007. O Programa 2 utiliza 75% da rigidez à torção total até o início da fissuração do concreto e, após a fissuração, 12,5%. Vale ressaltar que o Programa 2 considera nula a rigidez à torção das barras para determinação da área de aço necessária no Estado Limite Último.

A planta de forma gerada pelo Programa 2 está ilustrada na Figura 6.12.

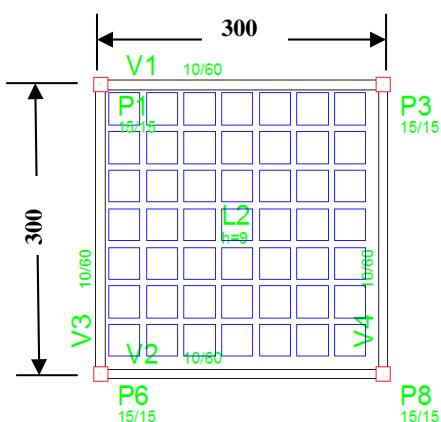


Figura 6.12- Forma gerada pelo Programa 2 (unidades em cm)

Nota-se que o programa não centraliza as nervuras da laje e os pilares intermediários P2, P4, P5 e P7 foram retirados, pois o Programa 2 considera a barra da grelha ligada diretamente a esses, influindo no resultado da flecha e na consideração de apoio da laje sobre viga.

Para compensar a retirada dos pilares a altura das vigas de bordo foi aumentada de 30 cm para 60 cm, garantindo a condição de apoio praticamente indeslocável. A rigidez à torção das vigas de bordo foi dividida por 10 para não influir na flexão da laje.

Os momentos fletores máximos, para cada incremento de carga, estão apresentados da Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Momentos fletores máximos obtidos no Programa 2

Carga Distribuída (kN/m ²)	Momento Fletor Máximo (kN.m/m)
1,25	0,75
1,75	1,25
2,25	1,5
2,75	1,75
3,25	2,25

3,75	2,5
4,25	3
4,75	3,25
5,25	3,5
5,75	4
6,25	4,25
6,75	6,75
7,25	5
7,75	5,25
8,25	5,5
8,75	6
9,25	6,25
9,75	6,75

6.4 RESULTADOS OBTIDOS E COMPARAÇÕES

Ainda para efeito de comparação são apresentadas a Tabela 6.4 e a Tabela 6.5. Na Tabela 6.4 estão os resultados da análise da laje como grelha composta por vigas T independentes, onde cada viga é carregada no nó com a carga concentrada correspondente à sua área de influência dividida igualmente entre as vigas que se cruzam nesse nó.

O momento de fissuração para essas vigas é $M_r = 35,10 \text{ kN} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{nervura}}$, ultrapassado na segunda etapa de carregamento.

Tabela 6.4 - Laje como grelha composta por vigas T independentes

I_{eq} (cm^4)	Carga Distribuída (kN/m^2)	Carga Nô Grelha (kN)	Carga Nô Viga (kN)	Deslocamento Máximo (cm)	Momento Máximo ($\text{kN} \cdot \text{cm}$)
846	1,25	0,20	0,10	0,16	28,5
622	1,75	0,28	0,14	0,22	39,9
416	2,25	0,36	0,18	0,41	51,3
354	2,75	0,44	0,22	0,68	62,7
329	3,25	0,52	0,26	0,94	74,1

317	3,75	0,60	0,30	1,17	85,5
311	4,25	0,68	0,34	1,39	96,9
307	4,75	0,76	0,38	1,60	108,3
305	5,25	0,84	0,42	1,80	119,7
303	5,75	0,92	0,46	2,00	131,1
302	6,25	1,00	0,50	2,18	142,5
301	6,75	1,08	0,54	2,37	153,9
301	7,25	1,16	0,58	2,56	165,3
300	7,75	1,24	0,62	2,74	176,7
300	8,25	1,32	0,66	2,93	188,1
300	8,75	1,40	0,70	3,11	199,5
300	9,25	1,48	0,74	3,30	210,9
300	9,75	1,56	0,78	3,47	222,3

A Figura 6.13 apresenta o resultado da flecha no meio do vão para esse caso, usando o software FTOOL desenvolvido por Martha (2002).

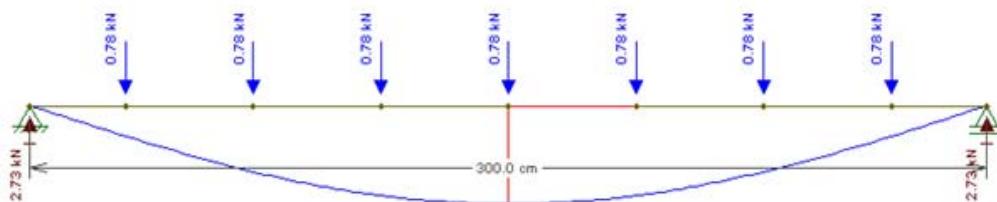


Figura 6.13 - Processamento das barras da grelha como vigas T independentes.

Na Tabela 6.5 estão os momentos fletores máximos, obtidos da laje maciça de espessura equivalente à laje ensaiada, através das Tabelas de Bares, presentes em Carvalho (2005).

Tabela 6.5 - Momentos fletores para laje maciça equivalente.

Carga Distribuída p (kN/m ²)	$\mu_x = \mu_y$	$l_x = l_y$ (m)	Momento Máximo $m_x = m_y$ (kN.m/m)
1,25	4,41	3,00	0,5
1,75	4,41	3,00	0,69
2,25	4,41	3,00	0,89
2,75	4,41	3,00	1,09
3,25	4,41	3,00	1,29

3,75	4,41	3,00	1,49
4,25	4,41	3,00	1,69
4,75	4,41	3,00	1,89
5,25	4,41	3,00	2,08
5,75	4,41	3,00	2,28
6,25	4,41	3,00	2,48
6,75	4,41	3,00	2,68
7,25	4,41	3,00	2,88
7,75	4,41	3,00	3,08
8,25	4,41	3,00	3,27
8,75	4,41	3,00	3,47
9,25	4,41	3,00	3,67
9,75	4,41	3,00	3,87

As flechas imediatas obtidas através dos programas comerciais estão na Tabela 6.6, onde também estão as flechas obtidas no ensaio da laje nervurada, no processamento da grelha pelo programa GESTRUT, e os resultados do processamento como vigas independentes.

Tabela 6.6 – Comparaçāo ensaio, programas e vigas T independentes.

Carga Distribuída (kN/m ²)	Deslocamento Centro da Laje (mm)				
	Ensaio	Programa 1	GESTRUT	Vigas T Independentes	Programa 2
0,00	0,00	0,00	0	0,00	0,00
1,25	1,14	1,80	1,40	1,60	1,50
1,75	1,64	3,20	2,00	2,20	2,30
2,25	2,10	5,30	2,50	4,10	3,00
2,75	2,49	7,60	4,10	6,80	4,00

3,25	2,91	10,20	5,20	9,40	6,70
3,75	3,42	13,20	6,50	11,70	6,60
4,25	4,01	15,90	7,70	13,90	8,70
4,75	4,65	15,50	8,90	16,00	11,00
5,25	5,44	15,20	10,10	18,00	13,20
5,75	6,43	15,80	11,20	20,00	15,20
6,25	7,42	17,30	12,40	21,80	17,20
6,75	8,62	18,80	13,50	23,70	18,80
7,25	9,91	20,30	14,60	25,60	20,60
7,75	11,24	21,80	15,80	27,40	22,20
8,25	12,98	20,40	16,80	29,30	21,40
8,75	14,94	21,60	18,00	31,10	22,90
9,25	16,79	22,90	19,10	33,00	23,80
9,75	18,63	21,20	20,20	34,70	25,00

A Figura 6.14 apresenta o gráfico com as curvas carregamento x deslocamento obtido no ensaio da laje nervurada e no processo pelo Programa 1, pelo programa GESTRUT, e grelhas de vigas T independentes.

As curvas do carregamento x deslocamento para o Programa 2 analisando também o ensaio da laje nervurada, programa GESTRUT, e grelhas de vigas T independentes estão apresentadas na Figura 6.15.

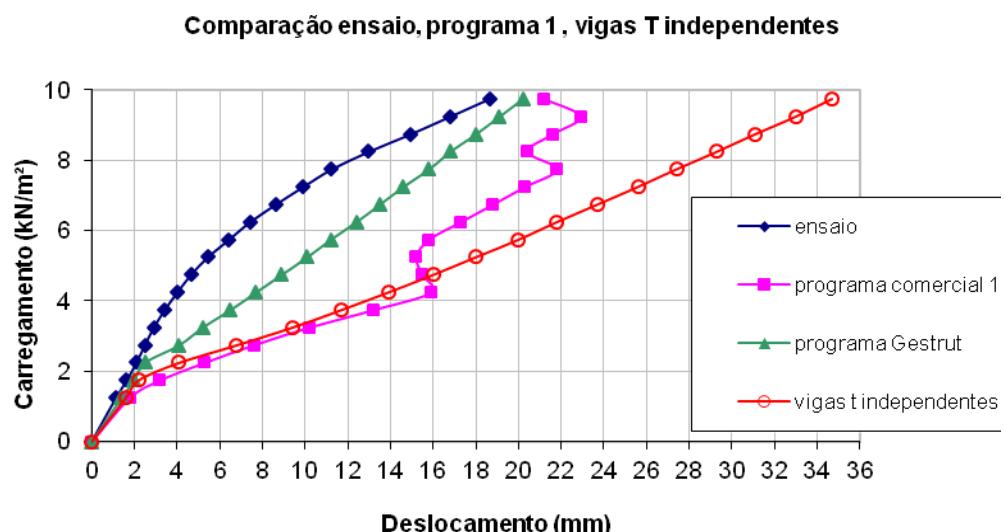


Figura 6.14- Comparação ensaio, Programa 1 e grelha de vigas T

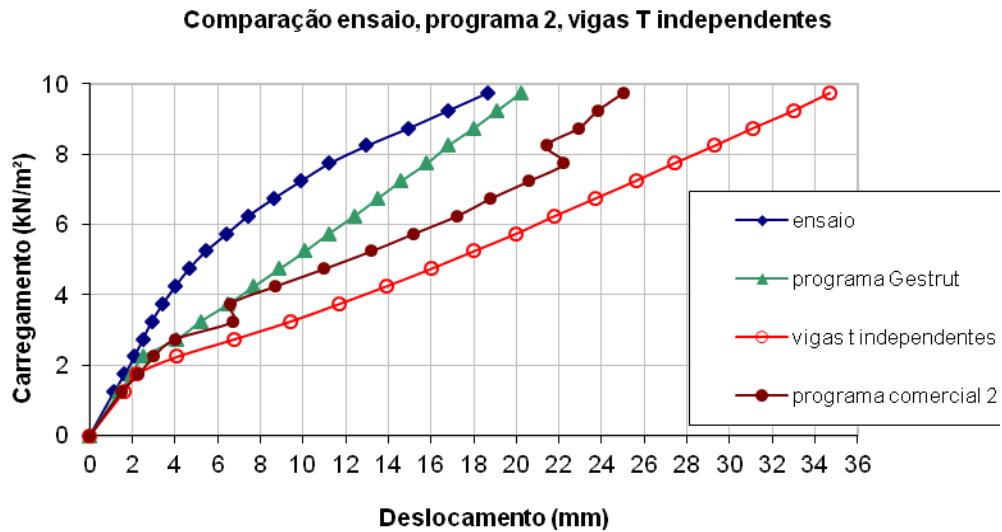


Figura 6.15- Comparação ensaio, Programa 2 e grelha de vigas T

Nas Figura 6.16 e 6.17 estão os valores dos deslocamentos obtidos com o emprego do processo simplificado da laje maciça equivalente, empregando-se as tabelas de Bares, e os resultados dos programas comerciais.

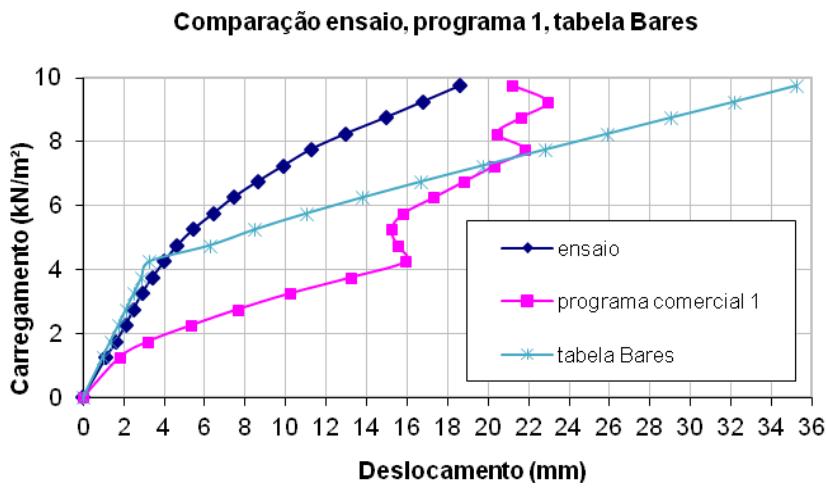


Figura 6.16- Comparação ensaio, Programa 1 e tabela de Bares

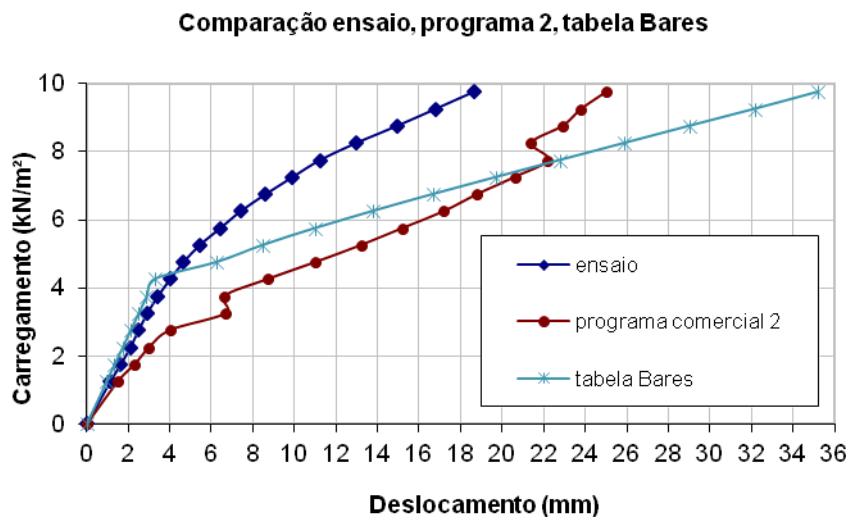


Figura 6.17- Comparação ensaio, Programa 2 e tabela de Bares

Verifica-se pelas Figuras 6.16. e 6.17, uma boa previsão do modelo simplificado para os deslocamentos da laje nervurada ensaiada, notadamente na fase elástica de comportamento dos materiais.

Observa-se que os deslocamentos obtidos usando os programas comerciais, ficaram mais próximos daqueles usando o modelo de vigas T independentes.

Os valores dos momentos fletores máximos em cada carregamento obtidos nos dois programas comerciais, na grelha de vigas T independentes e pela Tabela de bares foram avaliados e seus resultados foram apresentados na Figura 6.18. Deve-se ressaltar que os valores para os momentos fletores usando a Tabelas de Bares foram obtidos multiplicando os momentos fletores presentes na Tabela 6.5 pela largura de cada nervura.

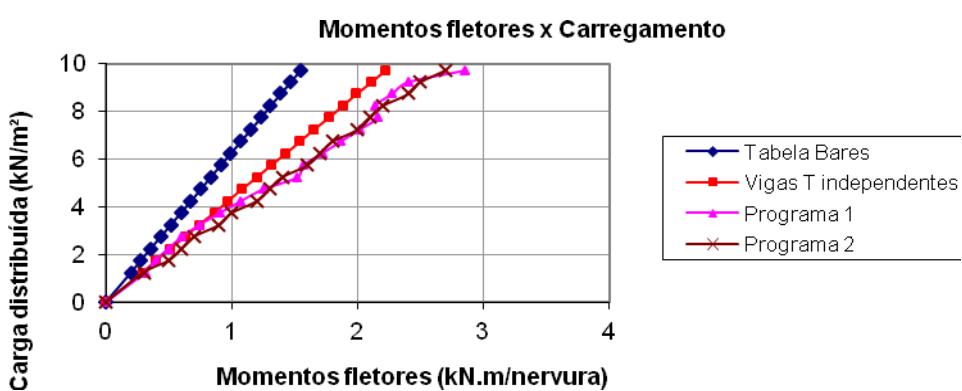


Figura 6.18- Gráfico momentos fletores x carregamento.

Também fica evidente na Figura 6.18 que os momentos fletores fornecidos pelos programas comerciais, ficaram maiores até do que aqueles fornecidos pelo modelo de vigas T independentes. Fato que pode ser associado à desconsideração da rigidez à torção das barras formadoras da grelha.

A partir da comparação dos dados obtidos pelo ensaio na fase elástica, não se pode afirmar que o modelo adotado pelos programas comerciais, para previsão de deslocamentos da laje em estudo, seja mais realista de que o modelo simplificado.

CAPÍTULO 7

COMPARAÇÃO DE CUSTOS NA ADOÇÃO DE ANÁLISE SIMPLIFICADA

7.1 INTRODUÇÃO

A fim de quantificar os custos envolvidos, quando da adoção de análise simplificada em casos reais, foram projetadas as lajes nervuradas de dois edifícios: um comercial e outro residencial. Em ambos foi determinada a variação no consumo de aço quando se adota o dimensionamento por grelha equivalente ou pelo método simplificado. Não houve variação no volume de concreto consumido.

Os resultados de Araújo (2003) e Loureiro (2010) também são apresentados para introduzir o capítulo e demonstrar a ordem de grandeza da variação nas flechas iniciais e área de aço em lajes processadas por analogia de grelha ou pelo método simplificado.

7.2 RESULTADOS DE ARAÚJO (2003) E LOUREIRO (2010)

Araújo (2003) avaliou uma laje nervurada de vão 8 m x 10 m com carga total de 6,86 kN/m², obtendo flecha inicial de 0,85 cm, para combinação quase permanente ($g + 0,3q$), com armadura longitudinal de 2 Ø 12,5 mm numa direção e 2 Ø 10 mm na direção ortogonal.

Neste trabalho a mesma laje foi processada em programa comercial, pelo método da analogia de grelha, conduzindo a flecha inicial de 1,78 cm e armadura longitudinal de 3 Ø 12,5 mm numa direção e 2 Ø 12,5 mm na outra (Tabela 7.1).

Tabela 7.1 – Comparação de Araújo (2003) e programa comercial

Comparações	ARAÚJO (2003) (A)	Programa comercial (B)	Relação B/A
A_{sx} (cm^2/m)	2,5	3,75	1,50
A_{sy} (cm^2/m)	1,6	2,5	1,56
Flecha inicial (cm)	0,85	1,78	2,11

Loureiro (2010) comparou lajes nervuradas calculadas pelo método simplificado e por grelha considerando uma laje de vão 7,54 m x 9,00 m com carga total de 5,60 kN/m². Os resultados, obtidos para a laje L1, estão apresentados pela Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Comparação dos resultados de Loureiro (2010)

Comparações	Método Simplificado (A)	Grelha (B)	Relação B/A
A_{sx} (cm^2/m)	1,55	2,90	1,87
A_{sy} (cm^2/m)	1,03	2,20	2,13
Flecha total (cm)	2,50	6,20	2,48

Nota-se pela tabela 7.2 a diferença apreciável de resultados para os dois tipos de análise, grelha e método simplificado.

Loureiro (2010) destaca que tais lajes foram projetadas utilizando as tabelas de Czerny, fazem parte de edifícios já construídos há algum tempo e apresentam bom desempenho.

Esses resultados vêm de encontro aos obtidos no Capítulo 6, onde se observa a diferença nos valores dos deslocamentos e dos momentos fletores máximos obtidos através da análise simplificada e da análise por programas comerciais, baseados em analogia de grelha, para projeto estrutural.

7.3 OS EDIFÍCIOS ANALISADOS

O primeiro edifício, denominado R1, é um edifício residencial de 20 pavimentos tipo, com quatro apartamentos por pavimento. A planta é do tipo flexível e a mudança na posição das paredes demanda o uso de uma laje nervurada de 7,15 m por 7,45 m em cada apartamento, conforme ilustra a Figura 7.1. No edifício residencial a resistência característica à compressão do concreto adotada foi de 25 MPa.

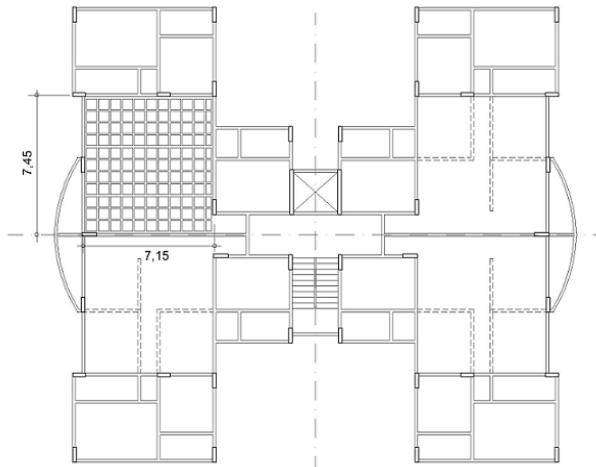


Figura 7.1 – Edifício R1 (unidades em m)

O segundo edifício, denominado C1, tem 40 pavimentos tipo, destinado a escritórios. As nove lajes nervuradas de cada pavimento têm vãos de 7,50 m x 8,20 m (Figura 7.2). As vigas do edifício têm seção transversal de 40 cm x 50 cm e a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) é de 30 MPa.

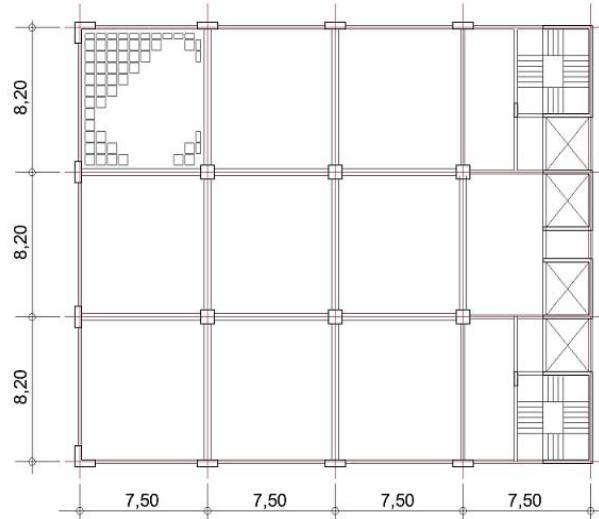


Figura 7.2 – Edifício C1 (unidades em m)

As perspectivas dos edifícios R1 e C1 estudados neste capítulo estão ilustradas nas Figuras 7.3 e 7.4, respectivamente.

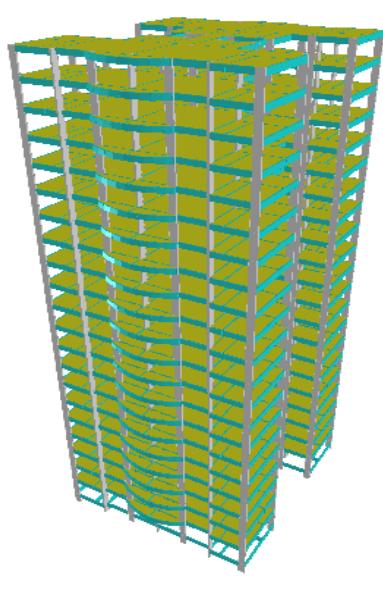


Figura 7.3 – Perspectiva da estrutura do edifício R1

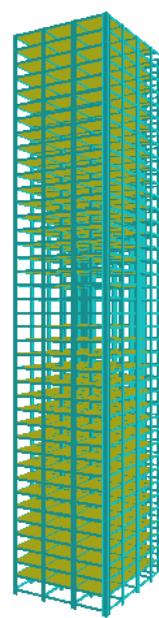


Figura 7.4 – Perspectiva da estrutura do edifício C1

As seções transversais das lajes são mostradas na Figura 7.5, para os edifícios R1 e C1.

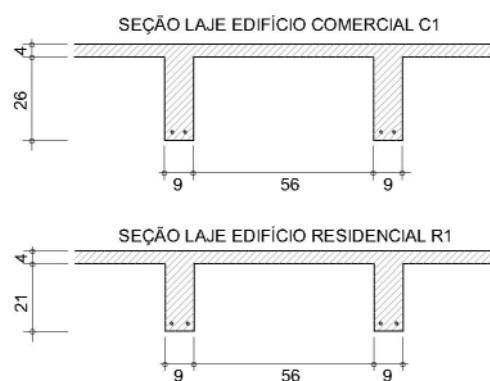


Figura 7.5 – Seções transversais das lajes dos edifícios R1 e C1 (unidades em cm)

Deve-se salientar que as lajes foram consideradas diafragmas rígidos no seu plano para que a análise da estabilidade global dos edifícios não influísse nas comparações efetuadas.

7.3.1 ANÁLISE DAS LAJES DOS EDIFÍCIOS R1 E C1 POR ANALOGIA DE GRELHA

Foi utilizado o programa comercial sem redução na rigidez à torção nos elementos da grelha. Os painéis de laje foram considerados sem continuidade com os painéis adjacentes, avaliando desta forma, a laje como simplesmente apoiada.

No edifício comercial C1 as maiores flechas iniciais das vigas de apoio da laje foram de 0,3 cm no vão de 750 cm ($L/2500$) e 0,45 cm no vão de 820 cm ($L/1822$) para combinação rara de ações.

No caso do edifício residencial R1 a maior flecha inicial na viga de apoio (15 cm x 70 cm), foi de 0,25 cm para vão de 715 cm ($L/2860$), o que também ocorreu para combinação rara de ações.

A verificação da laje à força cortante na região dos apoios foi feita segundo o item 19.4.1 na norma ABNT NBR 6118:2007. Após verificação observou-se que houve a necessidade da armação nos trechos da laje no edifício residencial como mostrado na Figura 7.6, conforme reações de apoio fornecidas pelo modelo de grelha.

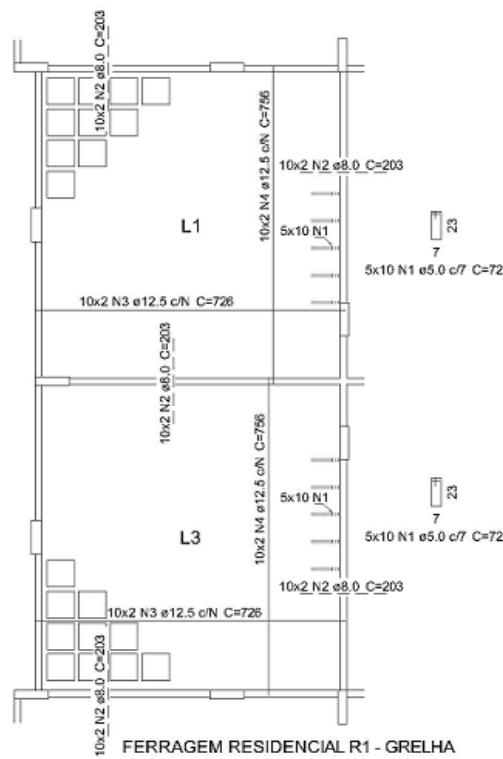


Figura 7.6 – Armadura da laje no edifício R1 obtida por analogia de grelha.

7.3.2 ANÁLISE DAS LAJES DOS EDIFÍCIOS R1 E C1 COMO LAJE MACIÇA DE RIGIDEZ À FLEXÃO EQUIVALENTE

Na análise como laje maciça equivalente utilizou-se o método da rigidez equivalente à laje nervurada. A espessura equivalente corresponde à espessura de uma placa uniforme que tenha o mesmo comportamento à flexão de uma laje nervurada, como ilustrado na Figura 7.7.

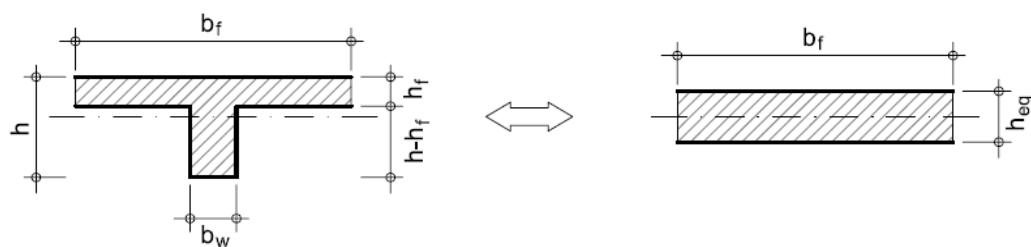


Figura 7.7 – Seção da laje nervurada e da laje maciça equivalente. Fonte: CUNHA (2010)

A altura equivalente fornecida pela equivalência do momento de inércia à flexão é dada pela Equação 23.

$$h_{eq} = \left(\frac{12I_c}{b_f} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{Equação 23})$$

onde:

h_{eq} = espessura da laje maciça equivalente; b_f = distância entre eixos das nervuras; I_c = momento de inércia à flexão da seção transversal “T”, sem a consideração da fissuração, e em relação ao eixo baricêntrico horizontal.

Os esforços e deslocamentos foram determinados com o auxílio das tabelas de Bares e a formulação presente em Carvalho (2005). Cada painel de laje foi tratado isoladamente como laje apoiada nas quatro vigas perimetrais.

Para efeito de comparação, os momentos máximos e as áreas de aço obtidas pelos modelos de placa de Bares, Marcus e Czerny, são mostrados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Momentos máximos por Bares, Marcus e Czerny.

Modelos	Edifício Comercial C1				Edifício Residencial R1			
	M_x (kgfm/m)	M_y (kgfm/m)	As_x (cm ² /N)	As_y (cm ² /N)	M_x (kgfm/m)	M_y (kgfm/m)	As_x (cm ² /N)	As_y (cm ² /N)
Bares	2101	1821	1,79	1,56	1644	1524	1,40	1,30
Marcus	1749	1472	1,49	1,26	1350	1248	1,15	1,07
Czerny	1811	1454	1,55	1,24	1398	1246	1,19	1,06

No caso do cálculo do momento fletor negativo e de sua armadura foi usado o recurso apresentado no item 3.4, no capítulo 3, deste trabalho. Neste caso, foi calculada a área de aço necessária para resistir a 36 % do momento fletor positivo. O comprimento das barras de aço foi calculado como 10% do vão da laje acrescido do comprimento básico de ancoragem L_b .

7.3.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Os valores dos momentos máximos positivos e negativos, áreas de aço e flecha inicial obtidos através da analogia de grelha e laje equivalente estão apresentados nas Tabelas 7.4 e 7.5.

Tabela 7.4 – Resultados edifício comercial C1

	Laje equivalente (A)	Grelha (B)	Relação B/A
M_x (kg m/m)	2101	3678	1,75
M_y (kg m/m)	1821	3510	1,93
As_x^+ (cm^2/m)	1,79 (3Ø 10,0)	2,99 (3Ø 12,5)	1,67
As_y^+ (cm^2/m)	1,56 (2Ø 10,0)	2,12 (2Ø 12,5)	1,36
As_x^- (cm^2/m)	0,65 (2Ø 6,3)	1,13 (2Ø 10,0)	1,74
As_y^- (cm^2/m)	0,56 (2Ø 6,3)	1,08 (2Ø 10,0)	1,93
Flecha inicial (cm)	0,59	1,22	2,07

Tabela 7.5 – Resultados edifício residencial R1

	Laje equivalente (A)	Grelha (B)	Relação B/A
M_x (kg m/m)	1644	2807	1,71
M_y (kg m/m)	1524	2342	1,54
As_x^+ (cm^2/m)	1,40 (2Ø 10,0)	2,43 (3Ø 12,5)	1,73
As_y^+ (cm^2/m)	1,30 (2Ø 10,0)	2,12 (2Ø 12,5)	1,63
As_x^- (cm^2/m)	0,51 (2Ø 6,3)	0,86 (2Ø 8,0)	1,69
As_y^- (cm^2/m)	0,47 (2Ø 6,3)	0,72 (2Ø 8,0)	1,53
Flecha inicial (cm)	0,56	1,01	1,80

Para cada edifício foi gerado um projeto com detalhamento da armadura e resumo dos materiais, com o intuito de avaliar os custos finais.

Como a seção das lajes foi a mesma no caso da análise por grelha e no caso da laje equivalente, não houve variação no volume de concreto e na área de fórmula. O único insumo que sofreu variação foi a quantidade de aço, conforme resumo apresentado na Tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Variação da quantidade de aço

Edifício	Tipo de Aço	Grelha (kg)	Laje Equivalente (kg)	Relação Grelha / Laje Equivalente
Residencial R1	CA 50 e CA 60	1457	906,9	1,61
Comercial C1	CA 50	4175,2	2770,9	1,51

Considerando o preço do Aço CA 50 e CA 60 como R\$ 5,00/kg e a mão de obra do armador como R\$ 1,25/kg, incluindo custos administrativos da construtora, para o edifício residencial a diferença de custo por pavimento, se comparados os dois métodos, foi de R\$ 3.438,00. Considerando os 20 pavimentos tipo o custo final atingiu o valor de R\$ 68.762,00.

No caso do edifício comercial, a diferença de custo por pavimento foi de R\$ 8.777,00 e para os 40 pavimentos tipo, a diferença foi de R\$ 351.075,00.

Considerando o custo do metro quadrado de construção como R\$ 1.000,00/m², a economia na adoção da análise por laje equivalente corresponde a 0,7% do valor gasto na construção do prédio residencial e de 1,1 % do valor gasto no prédio comercial.

Em relação ao custo final da construção esses valores podem não ser representativos, mas se comparados aos custos de elaboração dos projetos técnicos para construção dos edifícios, notadamente o custo de elaboração do projeto estrutural, esses valores passam a ser significativos.

As análises de custo obtidas aplicam-se aos edifícios R1 e C1 e qualquer extração desses resultados deve ser bem avaliada.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÃO

8.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta a análise das lajes nervuradas bidirecionais em concreto armado fazendo uso de simplificações para análise do seu comportamento. As simplificações adotadas dizem respeito à análise das lajes nervuradas por laje maciça de rigidez à flexão equivalente, às considerações sobre a flexibilidade das vigas de apoio e ao tratamento dado a continuidade entre painéis de lajes adjacentes.

Duas lajes em tamanho real, uma nervurada e sua maciça de rigidez à flexão equivalente, são ensaiadas e os resultados dos deslocamentos são comparados.

Os custos envolvidos na análise estrutural por método simplificado, aplicado a dois edifícios, são quantificados.

As análises experimentais descritas por outros autores demonstram a viabilidade de se aplicar o método da laje maciça de rigidez equivalente para simular o comportamento de lajes nervuradas bidirecionais.

As principais conclusões obtidas neste trabalho são:

- Os processos simplificados podem ser aplicados ao estudo das lajes nervuradas bidirecionais, desde que garantidas as condições de equilíbrio e ductilidade da estrutura;
- Há uma aproximação muito boa, na fase elástica, entre os ensaios da laje nervurada e da laje maciça com as previsões de deslocamento pelo modelo de placas utilizando as tabelas de Bares;

- A inércia à torção dos elementos da grelha não deve ser desprezada ou diminuída drasticamente;
- A possível fissuração do concreto devido à falta de rigidez à torção das nervuras deve ser melhor quantificada;
- Os momentos de fissuração, empregados analiticamente, não refletem a realidade do início de fissuração nas lajes ensaiadas. O momento fletor de fissuração real é maior do que o previsto analiticamente. Utilizando-se do momento de fissuração mais próximo ao real e, sem diminuição da rigidez à torção das barras da grelha, obtém-se uma boa previsão do comportamento da laje nervurada ensaiada;
- O projeto das lajes nervuradas, para os dois edifícios estudados, empregando o método da laje maciça equivalente conduz a custos menores do que a análise por analogia de grelha;
- A desconsideração da rigidez à torção nas barras da grelha conduz a momentos fletores maiores dos que os obtidos por placas elásticas;
- O uso de programa de elementos de barras tridimensionais, como o GESTRUT, é muito útil para modelar as grelhas da laje nervurada devido ao fato dos dados de entrada do programa e vínculos serem acessíveis à edição;
- Um número maior de ensaios deve ser realizado com o intuito de melhor calibrar os modelos teóricos e numéricos, bem como para avaliar a resistência dos elementos da laje nervurada aos esforços de torção e criar um sólido embasamento experimental para as análises numéricas;

Por fim, o trabalho busca despertar a atenção sobre as simplificações adotadas na análise estrutural e a validade de sua utilização.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se citar:

- O ensaio de laje nervurada em tamanho real e com dimensões usuais, da ordem de 6,00 m x 6,00 m, ou 7,50 m x 7,50 m;
- O ensaio de seções T, que formam as nervuras das lajes, para determinação do início da fissuração quando a seção é submetida à torção, bem como quantificar a perda de rigidez com o aumento do carregamento. Um possível esquema de ensaio sugerido é o da Figura 8.1;

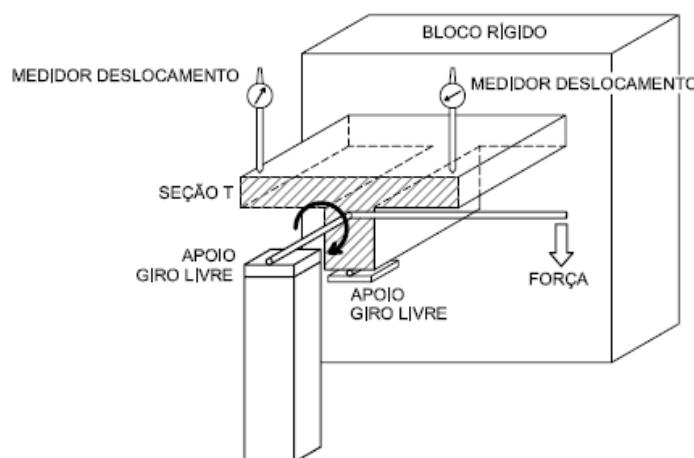


Figura 8.1 – Esquema para ensaio de seção T

- A análise da continuidade entre painéis de lajes nervuradas, bem como os efeitos da flexibilidade do apoio em vigas sobre a distribuição dos esforços e deslocamentos;
- A verificação experimental para determinar se a perda de rigidez nas barras, nas lajes nervuradas, se deve em maior parte à fissuração do concreto por flexão ou à fissuração por torção.

REFERÊNCIAS

ABDUL- WAHAB, H. M. S.; KHALIL, M. H. Rigidity and Strength of Orthotropic Reinforced Concrete Waffle Slabs. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, vol 126, n. 2, p. 219 – 227, 2000.

ACI COMMITTEE 318. **318-8_public_discussion1.pdf**. Documento eletrônico. Disponível em <www.concrete.org/pubs/standaction.asp> Acessado em 10/01/11.

ACI COMMITTEE 318. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary**. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2008.

ARAÚJO, J. M. **Avaliação dos procedimentos de projeto das lajes nervuradas de concreto armado**. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande, n. 3, 2003.

_____. **Curso de concreto armado**, 2.^a edição, vol. 2, Rio Grande: Editora Dunas, 2003.

_____. **Curso de concreto armado**, 2.^a edição, vol. 4, Rio Grande: Editora Dunas, 2003.

_____. **Considerações sobre a rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado**. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande, n. 7, 2005.

_____. **A rigidez equivalente de lajes nervuradas de concreto armado**. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande, n. 8, 2006.

_____. **Avaliação dos métodos simplificados para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis**. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande, n. 12, 2008.

_____. **Método simplificado para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis: validação por meio de análise não linear**. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande, n. 14, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118 – **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118 – **Projeto e execução de obras de concreto armado.** Rio de Janeiro, 1980.

ATEX DO BRASIL. **Comparativo entre Laje Maciça e Laje Atex.** Disponível em <www.atex.com.br/upload/arquivos/comparativos.pdf> Acessado em 01/08/2011.

BUIATE, M. **Estudo do comportamento de lajes nervuradas formadas por vigotas de concreto armado com armação tipo treliçada e vigas de borda.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2004.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha.** Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). EESC-USP, São Carlos. 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003,** 2.^a edição, São Carlos: EDUFSCar, 2005.

CUNHA, J. C.; AQUINO, I. S.; LIMA; M. C. V.; CASTILHO, V. C. Análise Experimental e Numérica de Laje Nervurada Bidirecional e Laje Maciça Equivalente. In: **52º Congresso Brasileiro do Concreto**, IBRACON, Fortaleza, 2010.

DROPPA JÚNIOR, A. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

DUARTE FILHO, L. A.; REBÉLO, R. R. Análise Numérica e Experimental de Laje Nervurada Bidirecional em Concreto Armado. In: **49º Congresso Brasileiro do Concreto**, IBRACON, Bento Gonçalves, 2007.

DUARTE FILHO, L. A.; KINAIPP, R. A.; VALENTINI, E. E. Análise Experimental de Laje Nervurada Bidirecional e Comparação com Lajes Maciças Equivalentes. In: **50º Congresso Brasileiro do Concreto**, IBRACON, Salvador, 2008.

Estruturas. **Revista Téchne**, São Paulo, ano XVI, n. 132, p. 32, mar. 2008.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Design of concrete structures – general requirements: EC2/EN-1992 1-1**. Brussels, 2004.

FRANCA, A. B. M., FUSCO, P. B. **As Lajes Nervuradas na Moderna Construção de Edifícios**, Associação dos Fabricantes de Laje de São Paulo, AFALA/ABRAPEX, 2000.

FRANCO, M. **Projeto Rochaverá**. Palestra proferida no Inst. de Engenharia de São Paulo, em 06/08/2009. Acessado: 20/11/11. Disponível em: <<http://iengenharia.org.br/videos>>

GESUALDO, F. A. R. **Gestrut – Análise de Estruturas Tridimensionais Reticuladas**, Software versão educacional 2009, Faculdade Engenharia Civil, UFU, Uberlândia, 2009.

KASSOY, J. Detalhes do projeto do mais alto edifício residencial. **Revista Concreto & Construções**, Projeto e Consultoria Estrutural, São Paulo, ano XXXIV, n. 48, p. 34-37, out./nov./dez. 2007.

LOUREIRO, G. J. Métodos de Análise e Modelos Estruturais de Edifícios. In: **52º Congresso Brasileiro do Concreto**, IBRACON, Fortaleza, 2010.

MAGALHÃES, F. L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

MARTHA, L. F. **Ftool – Um Programa Gráfico-interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**, Versão Educacional 2.12, Tecgraf, PUC Rio, Rio de Janeiro, 2002.

NBR6118_ABECE.pdf. Documento eletrônico. Acessado: 12/11/2011. Disponível em: <http://www.abece.com.br/web/download/pdf/enece2011/NBR6118_ABECE-1.pdf>

ROCHA, A. M. **Novo Curso Prático de Concreto Armado**. 6.^a edição, vol. 4. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1979.

SELISTRE, S. L. C. **Análise teórico-experimental de uma laje nervurada de microconcreto armado submetida a um carregamento uniformemente distribuído.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). UFRGS, Porto Alegre, 2000.

SCHWTEZ, P. F. **Análise teórico-experimental de uma laje nervurada em modelo reduzido sujeita a um carregamento linear.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). UFRGS, Porto Alegre, 2005.

SCHWTEZ, P. F.; GASTAL, F. P. S. L.; SILVA Fº, L. C. P. Estudo Teórico-Experimental de uma Laje Nervurada em Escala natural. In: **50º Congresso Brasileiro do Concreto**, IBRACON, Salvador, 2008.

SCHWETZ, P. F. **Análise Numérico Experimental de Lajes Nervuradas Sujeitas a Cargas Estáticas de Serviço.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil). UFRGS, Porto Alegre, 2011.

SICAL CONCRETO CELULAR AUTOCLAVADO. **Concreto Celular Autoclavado para Lajes Nervuradas.** Acessado em: 15/08/2011; Disponível em: <http://www.superbloco.com.br/main/bloco_sical.php>

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Construção Civil). UFSCar, São Carlos, 2005.

STRAMANDINOLI, J. S. B., **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). UFSC, Florianópolis, 2003.

VASCONCELOS, A. C. Simplificar não complica: ajuda. **Revista Ibracon**, Caderno de Artigos Técnicos e Científicos, São Paulo, ano IX, n. 27, p. 25-32, nov./dez. 2001.

ANEXO A

SIMPLIFICAÇÕES, APROXIMAÇÕES E EQUIVALÊNCIAS NA ABNT NBR 6118:2007

Simplificações, aproximações e equivalências, aparecem diretamente no texto da norma mais de 30 vezes, como segue:

- 1) Diagrama tensão-deformação do aço, item 8.3.6, figura 8.4;
- 2) Diagrama tensão-deformação do aço de armaduras ativas, item 8.4.5, figura 8.5;
- 3) Processo simplificado para perda de protensão, item 9.6.3.4.2;
- 4) Cálculo simplificado de seções comprimidas, item 24.5.7.2;
- 5) Cálculo simplificado de seções à compressão e à força cortante, item 24.5.7.3;
- 6) Retração do concreto 11.3.3.1, tabela 8.1;
- 7) Fluência do concreto, item 11.3.3.2. expressão simplificada;
- 8) Ação do vento, item 11.4.1.2;
- 9) Aproximação para diagramas de momentos fletores, item 14.7.6.2. permite-se simplificadamente a adoção do maior valor do momento negativo;
- 10) Verificação simplificada do ELU no ato de protensão, item 17.2.4.3.2;
- 11) Avaliação simplificada da agressividade ambiental, item 6.4.2, tabela 6.1;
- 12) Rigidez do pilar equivalente para determinação do parâmetro de instabilidade α , item 15.5.2;
- 13) Compressão centrada equivalente no caso de flexo-compressão normal, item 17.2.5.1;
- 14) Rigidez equivalente para avaliação de flecha imediata em viga, item 17.3.2.1.1;
- 15) Seção vazada equivalente ao elemento estrutural submetido a torção uniforme, item 17.5.1.1;
- 16) Seção vazada equivalente para seções poligonais convexas cheias, item 17.5.1.4.1 e 17.5.1.4.2;
- 17) Processo aproximado para perdas progressivas de protensão, item 9.6.3.4.3;
- 18) Processo elástico aproximado para obtenção de esforços em lajes lisas e lajes cogumelo, item 14.7.8;

- 19) Reta da rigidez secante para processos aproximados em flexão composta, item 15.3.1, figura 15.1;
- 20) Processo aproximado para dispensa da consideração dos esforços globais de 2.^a ordem, item 15.5.1;
- 21) Método do pilar padrão com curvatura aproximada, item 15.8.3.3;
- 22) Processo aproximado para consideração dos efeitos locais de 2.^a ordem em pilares-parede, item 15.9.3, figura 15.4;
- 23) Procedimento aproximado para verificação da instabilidade lateral em vigas, item 15.10;
- 24) Processos aproximados para o dimensionamento à flexão composta, item 17.2.5;
- 25) Método do pilar padrão com rigidez κ aproximada, item ;
- 26) Excentricidade adicional aproximada para consideração da fluênciia, item 15.8.4;
- 27) Expressão aproximada para momento de fissuração, item 17.3.1;
- 28) Avaliação aproximada de flechas em vigas, item 17.3.2.1;
- 29) Cálculo aproximado da flecha adicional diferida, item 17.3.2.1.2;
- 30) Consideração aproximada da não-linearidade física, item 15.7.3;
- 31) Arredondamento de maneira aproximada no diagrama de momentos fletores, item 14.6.3;
- 32) Redução aproximada na rigidez à torção de vigas por fissuração, item 14.6.7.2;
- 33) Distribuição aproximada das reações de apoio das lajes maciças retangulares, item 14.7.6.1;
- 34) Inclinação aproximada das charneiras, item 14.7.6.1;
- 35) Solução aproximada para determinação dos esforços globais de 2.^a ordem, item 15.7.2;
- 36) Simplificação do diagrama tensão-deformação do concreto, item 24.5.4.1;
- 37) Simplificação para tensões resistentes de cálculo, item 24.5.4.3;
- 38) Aproximação no cálculo da rigidez dos elementos estruturais, item 14.6.4.1;
- 39) Aproximações permitidas em estruturas usuais de edifícios, item 14.6.7, figura 14.8;
- 40) Aproximações para diagramas de momentos fletores, item 14.7.6.2.

ANEXO B

DESLOCAMENTOS OBTIDOS NO PROGRAMA EXPERIMENTAL

Laje Nervurada – Ensaio em 20/01/2009

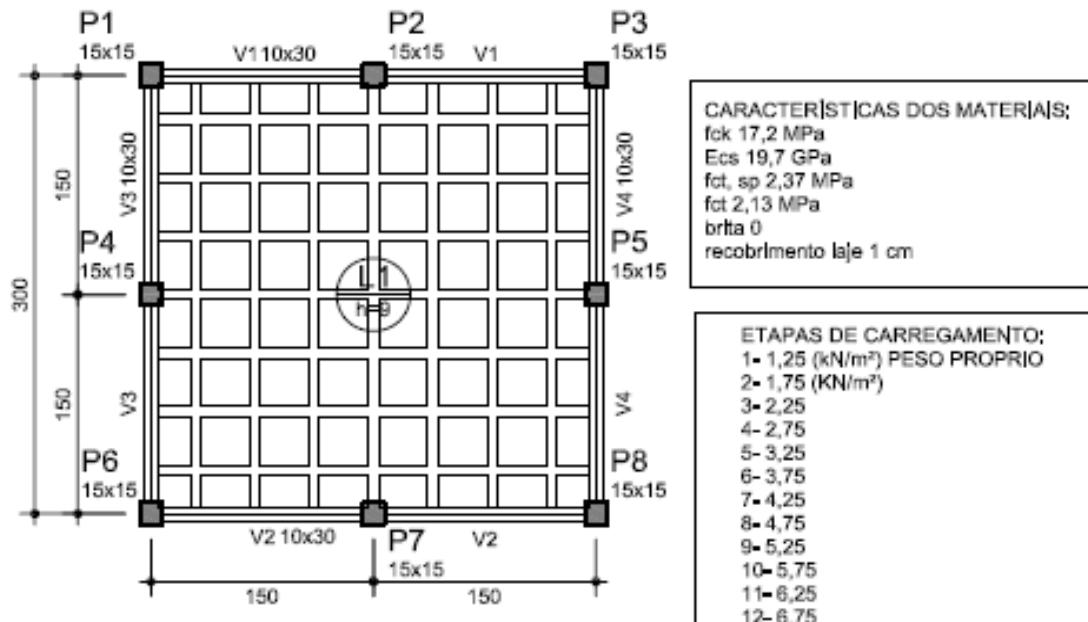
Carga distribuída (kN/m ²)	Leitura - relógios comparadores (mm)				obs.:
	R1	R2	R3	R4	
0	0	0	0	0	
1,25	1,14	-	-	-	Estimativa flecha peso prop. laje
1,75	1,64	0,34	0,02	0,01	
2,25	2,10	0,74	0,03	0,01	
2,75	2,49	1,09	0,03	0,01	
3,25	2,91	1,48	0,04	0,02	
3,75	3,42	1,91	0,05	0,04	
4,25	4,01	2,44	0,07	0,06	Início fissuração
4,75	4,65	3,00	0,07	0,06	
5,25	5,44	3,69	0,07	0,08	
5,75	6,43	4,54	0,07	0,09	
6,25	7,42	5,41	0,07	0,10	
6,75	8,62	6,47	0,07	0,10	Fissuras visíveis nervuras centrais
7,25	9,91	7,64	0,07	0,13	
7,75	11,24	8,84	0,07	0,15	
8,25	12,98	10,42	0,08	0,17	
8,75	14,94	12,15	0,08	0,21	
9,25	16,79	13,77	0,11	0,24	
9,75	18,63	15,43	0,12	0,27	
1,25	5,69				

Laje maciça – Ensaio em 13/03/2009

Carga distribuída (kN/m ²)	leitura - relógios comparadores (mm)				obs.:
	R1	R2	R3	R4	
0	0	0	0	0	
1,58	1,10	-	-	-	Estimativa flecha peso prop. laje
2,08	1,20	0,43	0,01	0,01	
2,58	1,65	0,82	0,02	0,02	
3,08	2,05	1,18	0,02	0,02	
3,58	2,47	1,58	0,03	0,03	
4,08	2,91	2,00	0,04	0,05	
4,58	3,41	2,47	0,05	0,04	
5,08	3,99	3,00	0,06	0,09	Início da fissuração
5,58	4,72	3,72	0,08	0,09	
6,08	5,80	4,8	0,07	0,09	Fissuras visíveis
6,58	15,98	-	0,08	0,09	

ANEXO C

ESQUEMA DA LAJE ENSAIADA PARA PROCESSAMENTO EM PROGRAMA COMERCIAL

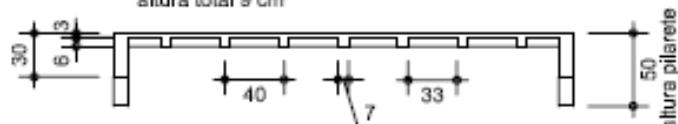


Laje 3x3 ensaio

CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS:
 $f_{ck} = 17,2 \text{ MPa}$
 $E_{cs} = 19,7 \text{ GPa}$
 $f_{ct, sp} = 2,37 \text{ MPa}$
 $f_{ct} = 2,13 \text{ MPa}$
 $b_{rlta} = 0$
 recobrimento laje 1 cm

ETAPAS DE CARREGAMENTO:
 1- 1,25 (kN/m²) PESO PRÓPRIO
 2- 1,75 (kN/m²)
 3- 2,25
 4- 2,75
 5- 3,25
 6- 3,75
 7- 4,25
 8- 4,75
 9- 5,25
 10- 5,75
 11- 6,25
 12- 6,75
 13- 7,25
 14- 7,75
 15- 8,25
 16- 8,75
 17- 9,25
 18- 9,75

capa 3 cm
 Isopor 33x33x6 cm (densidade 30 kgf/m³)
 altura total 9 cm



Seção transversal

COMBINAÇÃO DE CARREGAMENTO:
 1,0*PESO PRÓPRIO + 1,0*CARGA ADICIONAL