

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Nº 076

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DO REFORÇO DE
LAJES DE CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE
CARBONO, USANDO OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA**

LUCIANO PEREIRA CHAVES

Uberlândia, 27 de setembro de 2010.



FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Luciano Pereira Chaves

**ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DO REFORÇO DE LAJES
DE CONCRETO ARMADO COM FIBRAS DE CARBONO,
USANDO OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. Jesiel Cunha

Uberlândia, 27 de setembro de 2010.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU – MG, Brasil

- C512e Chaves, Luciano Pereira, 1973-
Estudo da distribuição do reforço de lajes de concreto armado com fibras de carbono, usando otimização topológica [manuscrito] / Luciano Pereira Chaves. - 2010.
122 f. : il.
- Orientador: Jesiel Cunha.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
Inclui bibliografia.
1. Lajes de concreto - Teses. 2. Método dos elementos finitos - Teses.
3. Otimização matemática - Teses. I. Cunha, Jesiel. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDU: 624.012.45



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ATA Nº: 076/2010

CANDIDATO: Luciano Pereira Chaves

ORIENTADOR: Prof. Dr. Jesiel Cunha

TÍTULO: "Estudo da distribuição do reforço de lajes de concreto armado com fibras de carbono, utilizando otimização topológica"

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Estruturas e Construção Civil

LINHA DE PESQUISA: Estruturas

DATA DA DEFESA: 27 de setembro de 2010

LOCAL: Sala de Projeção Prof. Celso Franco de Gouveia

HORÁRIO DE INÍCIO E TÉRMINO DA DEFESA: 14:05 - 14:55

Após avaliação do documento escrito, da exposição oral e das respostas às arguições, os membros da Banca Examinadora decidem que o candidato foi:

APROVADO

REPROVADO

OBS:

O trabalho tem caráter inovador, com potencial para dar continuidade ao tema, sendo suficiente para uma dissertação de Mestrado.

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata que está assinada pelos membros da Banca:



Professor Orientador: **Prof. Dr. Jesiel Cunha – FECIV/UFU**



Membro externo: **Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera – UFG/Catalão/GO**



Membro: **Prof. Dr. Turibio José da Silva – FECIV/UFU**

Uberlândia, 27 de setembro de 2010.

A todos aqueles que confiaram em minha capacidade.

AGRADECIMENTOS

À Deus, que com sua misericórdia, me concedeu forças, tornando-me capaz de realizar este grande objetivo em minha vida.

Agradeço a todos os meus amigos da Faculdade de Engenharia Civil, pela boa convivência e amizade durante o período de desenvolvimento do trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Jesiel Cunha, pelas idéias, empenho, companheirismo e educação exemplares, que contribuíram de forma positiva no desenvolvimento da dissertação.

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Civil, que forneceram o apoio necessário à realização da pesquisa.

Ao Profs. Antonio Carlos dos Santos e Turíbio José da Silva, pela participação na Banca de Qualificação e pelas idéias sugeridas.

Ao Prof. Alceu Alves Júnior, pelas contribuições técnicas em discussões do comportamento estrutural de lajes.

“A diferença entre o possível e o impossível está na vontade humana.”

Louis Pasteur

Chaves, L. P. Estudo da distribuição do reforço de lajes de concreto armado com fibras de carbono, usando otimização topológica. 122 p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2010.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar a distribuição do reforço externo de lajes de concreto armado, utilizando Polímeros Reforçados por Fibras de Carbono (PRFC), através de simulações numéricas e otimização topológica. A otimização topológica entra como uma ferramenta para a determinação da distribuição ótima do reforço. Devido à alta relação resistência/peso específico dos PRFC, pode-se aumentar a resistência e a rigidez de elementos estruturais sem aumento significativo do peso. As simulações foram feitas através do Método dos Elementos Finitos. Diversas configurações geométricas, de contorno e de carregamento foram analisadas. A fissuração do concreto foi considerada nas análises, pois tem influência no comportamento estrutural da laje. Para alguns casos de lajes, o reforço foi dimensionado no Estado Limite Último, permitindo a comparação da técnica convencional de reforço com aquela gerada pela otimização topológica. Foram verificados os ganhos em termos de rigidez e de resistência das peças reforçadas. A comparação com o método convencional mostrou que o uso da otimização topológica pode levar a uma economia de material de reforço, com o mesmo desempenho estrutural.

Palavras-chave: Reforço estrutural - Lajes de concreto - Materiais compostos - Fibras de carbono - Otimização topológica

Chaves, L.P. Study of the distribution of the reinforcement in reinforced concrete slabs with carbon fibers, using topology optimization. 122 pp. MSc Dissertation, College of Civil Engineering, Federal University of Uberlândia, 2010.

ABSTRACT

The objective of this work is to study the external reinforcement of concrete slabs, using Carbon Fiber Reinforced Polymers (CFRP), through numerical simulations and topology optimization. The topology optimization enters as a tool for determining the optimal distribution of the reinforcement. Due to the high ratio strength / specific weight of CFRP, we can increase the strength and stiffness of structural elements without significant increase in the weight. The simulations were performed by using Finite Element Method. Several geometric configurations, boundary conditions and loading were analyzed. The cracking of the concrete was considered in the analysis, because this effect influences the structural behavior of the slab. For some cases of concrete slabs, the reinforcement was calculated in the Ultimate Limit State, in order to compare the conventional and optimized distributions. Gains in terms of stiffness and strength of the reinforced piece have been verified. Comparison with conventional method shows that the use of topology optimization can lead to an economy of reinforcement material, with the same structural performance.

Keywords: Structural reinforcement - Concrete slabs - Composite materials - Carbon fibers - Topology optimization

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS E SIGLAS

SÍMBOLOS

a	- Comprimento da laje
A_f	- Área de reforço
A_s	- Área de aço
b	- Largura da laje
d	- Espessura útil da laje
e	- Espessura do reforço
E	- Módulo de elasticidade
f_{cd}	- Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	- Resistência característica à compressão do concreto
f_{ct}	- Resistência à tração do concreto
$f_{ct,m}$	- Resistência à tração média característica do concreto
f_{tk}	- Resistência característica à tração
f_{yd}	- Resistência de cálculo à tração do aço
f_{yk}	- Resistência característica à tração do aço
g	- Carregamento permanente
h	- Altura total da laje
I	- Momento de inércia
l	- Vão da laje
L	- Comprimento de ancoragem
M_d	- Momento fletor de cálculo
p	- Peso próprio
q	- Sobrecarga
x	- Posição da linha neutra
β	- Coeficiente de transferência de cisalhamento

- ε - Deformação longitudinal
 σ - Tensão normal
 σ_1 - Primeira tensão principal
 σ_2 - Segunda tensão principal
 σ_3 - Terceira tensão principal

ABREVIATURAS E SIGLAS

- ABNT* - Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI - American Concrete Institute
ELU - Estado Limite Último
MBT - Master Builders Technologies
MEF - Método dos Elementos Finitos
NBR - Norma Brasileira Registrada
OT - Otimização Topológica
PRF - Polímero Reforçado por Fibras
PRFC - Polímero Reforçado por Fibras de Carbono

SUMÁRIO

1 Introdução.....	01
1.1 Considerações preliminares.....	01
1.2 Objetivos.....	03
1.1 Apresentação do trabalho.....	04
2 Materiais compostos.....	05
2.1 Conceitos preliminares.....	05
2.2 Matriz.....	06
2.3 Fibras.....	07
2.4 Utilização de materiais compostos na construção civil.....	09
3 Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono.....	12
3.1 Considerações preliminares.....	12
3.2 Reforço de lajes submetidas a momento fletor.....	18
3.3 Reforço de vigas à flexão e ao cisalhamento.....	19
3.4 Reforço de pilares.....	21
4 Modelagem pelo Método dos Elementos Finitos.....	23
4.1 O Método dos Elementos Finitos.....	23
4.2 Metodologia geral de modelagem.....	25
4.3 Consideração da fissuração do concreto na modelagem.....	29
4.3.1 Determinação da carga que provoca a fissuração.....	32
4.3.2 Cálculo segundo o programa ANSYS.....	34
4.3.3 Distribuição das fissuras	35
5 Otimização topológica.....	41
5.1 Conceituação geral de otimização.....	41
5.2 Otimização estrutural.....	42
5.2.1 Tipos de otimização estrutural.....	45

5.3 Otimização topológica: formulação geral do método das densidades.....	47
5.3.1 Método das densidades.....	49
5.3.2 Problemas associados à otimização topológica.....	54
5.3.3 Critérios (funções objetivo) utilizados em otimização topológica.....	55
6 Simulações de lajes reforçadas com fibras de carbono usando otimização topológica.....	61
6.1 Considerações preliminares.....	61
6.2 Materiais considerados.....	62
6.3 Comportamento estrutural de uma laje com reforço otimizado.....	63
6.4 Relação entre os critérios de máxima rigidez e de máxima resistência.....	67
6.5 Influência das condições de apoio na otimização topológica.....	68
6.6 Influência do carregamento na otimização topológica.....	73
6.7 Influência da malha de elementos finitos.....	74
6.8 Influência da redução do material de reforço.....	76
6.9 Influência da relação comprimento/largura da laje.....	78
6.10 Influência da espessura da laje.....	79
6.11 Influência da fissuração do concreto na otimização topológica.....	81
7 Otimização topológica do reforço de lajes, considerando dimensionamento no Estado Limite último.....	84
7.1 Modelos e metodologia de análise.....	84
7.2 Dimensionamento do reforço em PRFC no Estado Limite Último.....	88
7.2.1 Determinação da área de reforço.....	88
7.2.2 Fatores de redução para o PRFC.....	91
7.2.3 Comprimento de ancoragem.....	94
7.3 Dimensionamento e otimização do reforço da laje apoiada nos quatro bordos.....	95
7.4 Dimensionamento e otimização do reforço da laje apoiada/engastada.....	102
7.5 Dimensionamento e otimização do reforço da marquise.....	107
8 Conclusões.....	113
Referências.....	116

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Diversas técnicas de reforço estrutural foram desenvolvidas nas últimas décadas, procurando aumentar a capacidade de carga de estruturas de concreto armado. Estas técnicas consistem basicamente na adição de elementos estruturais à face externa das peças.

As causas da necessidade de reforço em estruturas de concreto armado são variadas, porém as preponderantes dizem respeito a falhas de concepção, de execução e de mudanças de projeto. Mais especificamente, pode-se citar a alteração no modo de utilização da edificação, o desgaste natural da estrutura, as falhas durante a elaboração dos projetos (falta de controle no limite de flechas, por exemplo), entre outras.

Visando promover aplicações com materiais não corrosivos, de alta resistência e baixo peso, começou a ser desenvolvido e aplicado na engenharia civil nas últimas décadas o reforço com fibras de carbono, sendo esta adequada para reforço estrutural, graças à sua não-susceptibilidade à corrosão, seu baixo peso, sua alta resistência e alta rigidez. Desde então, numerosos trabalhos de reforço foram feitos no Japão, Europa, Canadá e Estados Unidos e atualmente o número de aplicações vem crescendo em todo o mundo.

Além de serem utilizadas na Engenharia Civil, as fibras de carbono têm muitas outras aplicações em indústrias como a espacial, aeronáutica, naval e esportiva. Os custos de fabricação de materiais compostos estruturados com fibras de carbono têm caído nas últimas décadas. Juvandes (1999) e Fortes (2004) comprovam este fato e indicam que a utilização do

material nas duas décadas passadas fez com que a sua produção aumentasse em torno de dez vezes, e, de modo inversamente proporcional, o custo do produto sofreu significativa redução. Uma grande vantagem dos materiais compostos é a possibilidade de variação dos elementos constituintes da estrutura segundo as direções desejadas (KIM, 1995). No caso do reforço de estruturas, esta característica permite uma distribuição de material segundo as direções preferenciais dos esforços, proporcionando uma eficiência estrutural para o material resultante da associação.

Barros e Fortes (2002) demonstraram que é viável analisar o comportamento de peças estruturais reforçadas através do Método dos Elementos Finitos (MEF), chegando a resultados satisfatórios quando comparados com resultados experimentais. Beber (1999) também demonstra que existem modelos matemáticos baseados no MEF que podem simular o comportamento de peças estruturais (lajes, vigas, pilares, reservatórios etc.) reforçadas com mantas de fibras de carbono coladas na superfície do concreto.

Uma dificuldade para o projeto da estrutura reforçada consiste em definir a melhor forma de distribuir as mantas de fibras de carbono na superfície da peça. Neste sentido, deve-se recorrer à experiência, à facilidade construtiva e ao princípio de funcionamento estrutural do elemento reforçado. No entanto, para geometrias complexas das peças e para condições de apoio e de carregamento diferenciadas, a escolha da melhor distribuição do reforço não é evidente.

A determinação de uma configuração eficiente em uma estrutura é habitualmente amarrada a um processo de “tentativa e erro”, cujo resultado não garante com segurança que tenha sido encontrado o projeto ótimo. Assim, uma ferramenta interessante para encontrar soluções eficientes é a otimização matemática. As técnicas de otimização são capazes de adicionar dados ao projeto, além da experiência do projetista. Para um problema de otimização estrutural, o interesse está em se definir uma ou mais funções objetivo, sujeitas ou não a restrições, que sejam capazes de gerar um projeto que atenda às condições de resistência e rigidez, com o menor custo.

Neste contexto, uma técnica bem adaptada ao problema de distribuição do reforço é a otimização topológica, que surgiu da necessidade de se aprimorar a otimização de forma (contorno da estrutura), permitindo uma melhor distribuição de material no interior do

domínio de projeto, ou seja, no interior da estrutura que sofrerá mudança de sua geometria. A otimização topológica está relacionada à maneira com que as partes da estrutura se conectam, ou seja, com a distribuição do material no domínio de projeto, que é definido de acordo com o espaço onde se pretende localizar a estrutura. A otimização topológica determina automaticamente a região de distribuição ótima do material na peça. O objetivo é retirar ou redistribuir o material dentro do domínio de uma maneira iterativa e sistemática.

A distribuição topológica ótima está associada a um objetivo, que pode ser, por exemplo, a minimização do volume final da estrutura, visando economia de material, a maximização da rigidez ou a maximização da resistência da peça. Diferentemente da otimização de forma, na otimização topológica furos podem ser criados no domínio durante o processo de otimização. Assim, a otimização topológica permite obter uma nova configuração da estrutura, partindo-se apenas de definições básicas: domínio do projeto, condições de contorno e de carregamento, objetivo e restrições impostas.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é estudar a melhor distribuição do reforço com Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC) em lajes de concreto armado sujeitas à flexão, através da otimização topológica.

Os objetivos específicos são:

- a) Calcular, para diversas situações geométricas, de apoio e de carregamento das lajes, a melhor configuração do reforço, através de simulações numéricas, via Método dos Elementos Finitos, acoplado à otimização topológica;
- b) A partir do dimensionamento no Estado Limite Último, comparar o desempenho estrutural entre a laje com distribuição convencional do reforço (obtida pela prática do cálculo estrutural) e a distribuição do reforço obtida pela otimização topológica.

Espera-se que a distribuição otimizada do reforço propicie economia de material, resultando em diminuição de custos.

1.3 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

A partir da Introdução (Capítulo 1), esta dissertação contém outros 6 capítulos, ordenados da seguinte forma:

No Capítulo 2 apresentam-se informações referentes a materiais compostos e suas aplicações na Engenharia Civil.

O Capítulo 3 traz informações do reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono, com enfoque a lajes, vigas e pilares.

O Capítulo 4 apresenta a modelagem da laje reforçada pelo Método dos Elementos Finitos, onde é considerada a fissuração do concreto.

O Capítulo 5 aborda os conceitos gerais e tipos de otimização estrutural, dando enfoque à otimização topológica.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados das simulações de 8 tipos de lajes reforçadas com PRFC. As simulações foram feitas via Método dos Elementos Finitos, através do programa computacional ANSYS, e a distribuição do reforço foi obtida a partir da otimização topológica.

O Capítulo 7 apresenta os resultados da distribuição do reforço para 3 tipos de lajes, dimensionadas no Estado Limite Último. Os resultados do comportamento estrutural da laje com reforço otimizado foram comparados com aqueles obtidos pelas técnicas usualmente utilizadas em reforço de lajes de concreto armado.

Finalmente, no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

MATERIAIS COMPOSTOS

2.1 CONCEITOS PRELIMINARES

De acordo com Beber (2003), o termo compósito é derivado do latim *compositus*, que por sua vez tem como raiz a palavra *componere*: com (junto) + ponere (colocar), ou seja, aglutinar, juntar. No que diz respeito à Engenharia, os *compósitos* devem ser definidos de maneira mais apropriada, onde o termo mais adequado é *material composto*, que tem uma interpretação mais geral de seu significado (MENEGETTI, 2007).

Segundo Holanda Ferreira (1999 *apud* MENEGETTI, 2007), o dicionário Aurélio Século XXI adota como definição para a palavra composto – *o complexo de várias coisas combinadas, ou algo constituído por dois ou mais elementos*. Assim, do ponto de vista da engenharia, um *material composto* é constituído por dois ou mais materiais diferentes, com a finalidade de produzir um material resultante mais eficiente, com características específicas desejadas.

Os materiais compostos caracterizam-se por uma fase descontínua, chamada de *reforço*, que se apresenta geralmente em forma de fibras ou formas derivadas, envolvida pela fase contínua, chamada *matriz*, que pode ser de natureza orgânica, metálica ou cerâmica. A matriz tem a função de garantir a coesão, a orientação e a proteção das fibras, além de transmitir a elas as solicitações às quais as peças estão submetidas. Os reforços garantem basicamente a rigidez e a resistência mecânica da peça.

A partir da década de 70, o campo de aplicações dos materiais compostos aumenta significativamente, com o desenvolvimento de novas fibras, como as de carbono, de boro e de aramida. Em particular nos setores aeronáutico e espacial, necessitava-se de materiais com excelentes relações rigidez/peso e resistência/peso. Juntamente com estas duas características, destaca-se nos compostos modernos a resistência a meios agressivos.

De maneira geral, as principais vantagens dos materiais compostos modernos em relação aos materiais tradicionais de engenharia são (KIM, 1995):

- Caráter multifuncional, atendendo a diversas exigências de projeto (físicas e mecânicas);
- Excelentes relações rigidez/peso e resistência/peso;
- Possibilidade de projetar a configuração do reforço (quantidade, geometria e orientação), para obtenção das propriedades físicas e mecânicas de acordo com as solicitações;
- Bom comportamento à fadiga;
- Resistência à corrosão;
- Fácil manutenção e alta durabilidade.

As principais desvantagens dos compostos são:

- Custo elevado (material, mão-de-obra);
- Baixos valores das propriedades mecânicas transversais (cisalhamento);
- Natureza anisotrópica dos compostos: comportamento mecânico mais complexo, gerando dificuldades de modelagem/projeto e de identificação experimental das propriedades do material.

A seguir são descritos brevemente os principais constituintes dos materiais compostos tradicionais, considerando matriz polimérica e reforço em fibras. As fibras de carbono usadas no reforço das lajes estão inseridas neste contexto.

2.2 MATRIZ

Além de unir, orientar, proteger e transmitir as solicitações às fibras, a matriz desempenha também um papel importante na resistência de cisalhamento interlaminar (peça sob flexão), na resistência de cisalhamento no plano (peça sob torção) e na resistência transversal (tração e

compressão). Ela também protege as fibras comprimidas contra flambagem. Os mecanismos de danos e de ruptura também são influenciados pela matriz, em particular pela condição da interface fibra-matriz. Finalmente, a matriz exerce um papel importante nas propriedades elétricas, químicas e térmicas do composto. Do ponto de vista de fabricação, a matriz deve apresentar boa capacidade de molhabilidade das fibras (SCHWARTZ, 1997).

A matriz polimérica termofixa (resina termofixa) é um composto químico que, isoladamente, não efetua processo de reticulação ou cura, necessitando da presença de um segundo componente, o agente de cura. Além deste, usa-se o catalisador, que acelera (denominando-se neste caso acelerador) ou retarda (denominando-se retardador) as reações químicas. Diferentemente do agente de cura, o catalisador não faz parte da estrutura final polimerizada. Ao serem misturados, resina e agente de cura desencadeiam uma reação química em cadeia, que pode ser acelerada pelo catalisador e também pelo aumento da temperatura. Após a cura, a matriz termofixa não pode ser reciclada. Já a matriz polimérica termoplástica (resina termoplástica) pode ser amolecida por aquecimento e endurecida por resfriamento, em processos sucessivos (AGARWAL, 1990).

2.3 FIBRAS

A unidade básica comercial das fibras são os *firos* (*strands, tows*), que são constituídos por um elevado número de filamentos ou *monofilamentos* (de 100 a 10.000, podendo chegar a 160.000), que possuem diâmetro da ordem de poucos microns.

As principais fibras poliméricas usadas comercialmente são:

- **Fibras de vidro E e S:** são as mais utilizadas, em particular para compostos de desempenho médio em termos estruturais. A rigidez é relativamente baixa. O componente básico é a sílica (50-60% de SiO₂). As fibras de vidro S são mais resistentes do que as fibras E, que tem boas propriedades elétricas;
 - **Fibras de carbono:** são as mais utilizadas para estruturas de alto desempenho. Os vários tipos são caracterizados pelo valor do módulo de elasticidade (alto, médio e baixo módulo), que varia de 207 a 1035 GPa. As principais características são as elevadas relações resistência
-

e rigidez/peso, baixo coeficiente de dilatação térmica (aplicações para altas temperaturas) e alta resistência à fadiga;

- **Fibras de aramida:** inicialmente produzidas pela Dupont, são chamadas também de *Kevlar* e *Nomex*. As características principais são a boa deformabilidade e a elevada resistência à tração, além do bom comportamento a danos e a impactos;

- **Fibras de boro:** possuem alta rigidez e alta resistência à compressão, com comportamento caracteristicamente frágil;

- **Outras fibras:** poliméricas (polietileno), metálicas (aço), cerâmicas (carboneto de silício), vegetais (coco, sisal).

A Tabela 1 fornece o valor das propriedades físicas e mecânicas de algumas fibras usadas em materiais compostos. Estes valores foram obtidos da literatura, representando valores médios típicos.

Tabela 1- Propriedades elásticas e de resistência típicas de fibras.

Propriedade	Vidro E	Vidro S	Carbono HS (alta resistência)	Carbono HM (alto módulo)	Aramida	Aço
Módulo de Elasticidade (GPa)	72	86	295	725	131	205
Coeficiente de Poisson	0,20	0,22	0,20	0,20	0,35	0,30
Resistência à tração (MPa)	3450	4500	5500	2400	3600	500
Deform. de ruptura na tração (%)	4	5	1,2	0,5	2,5	15
Densidade (kg/m ³)	2540	2490	1750	1950	1450	7800

A Figura 1 mostra o diagrama tensão-deformação característico de algumas fibras, evidenciando o comportamento frágil.

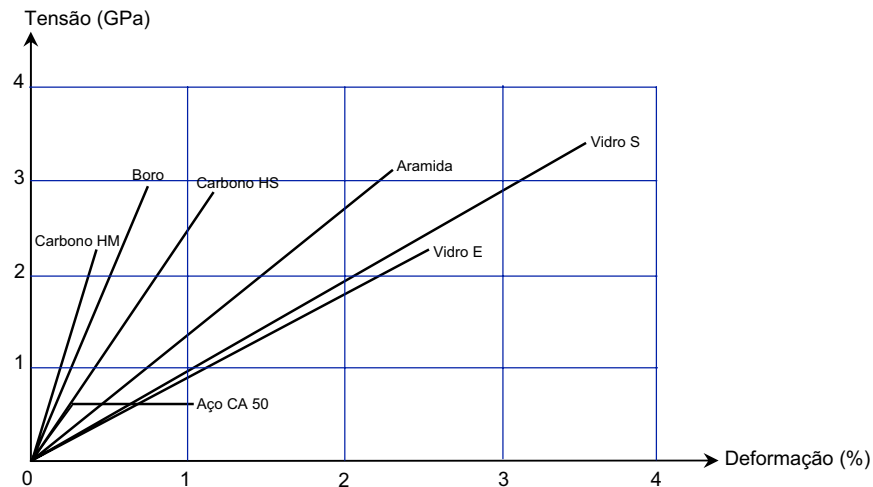


Figura 1 - Diagrama tensão-deformação de algumas fibras. Fonte: adaptado de Beber (2003).

De acordo com Beber (2003), as propriedades dos materiais compostos dependem das propriedades da fibra e da matriz, da proporção de cada uma delas e da orientação das fibras. As fibras podem ser orientadas em qualquer direção para melhorar a resistência e a rigidez onde se deseja. Existe uma grande variedade de configurações para a orientação das fibras, que podem ser divididas em três grandes grupos:

- Unidirecional: todas as fibras orientadas em uma só direção;
- Bidirecional: as fibras estão alinhadas perpendicularmente em duas direções;
- Aleatória: as fibras estão distribuídas aleatoriamente nas várias direções, em um mesmo plano, podendo ser longas (contínuas) ou curtas.

2.4 UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS NA CONSTRUÇÃO CIVIL

Devido às qualidades estruturais e construtivas, os materiais compostos são cada vez mais utilizados na construção civil. Seja para reforço, recuperação ou criação de novas estruturas, os compostos apresentam vantagens em relação aos materiais tradicionais, devido principalmente à alta resistência e leveza, as propriedades anti-corrosão, a estabilidade dimensional, os baixos custos de instalação e de recuperação e a modularidade.

Considerando a particularidade de cada domínio de aplicação, as características dos materiais compostos que podem ser destacadas com vistas à utilização na construção civil são:

- Excelentes relações rigidez/peso e resistência/peso;
- Possibilidade de obtenção das propriedades físicas e mecânicas segundo a orientação dos reforços;
- Leveza, reduzindo os custos de transporte e de montagem, permitindo o alívio de carga para estruturas de grandes dimensões;
- Resistência à corrosão e inércia do ponto de vista químico;
- Envelhecimento reduzido sob ação da umidade e do calor;
- Estabilidade dimensional às variações de temperatura e baixa condutividade térmica;
- Neutralidade magnética e isolamento elétrico, térmico e acústico;
- Bom comportamento ao fogo;
- Modularidade e facilidade de montagem e desmontagem das peças;
- Facilidade de pintura, excelente estética e adaptabilidade a formas complexas;
- Baixos custos de manutenção.

Os maiores inconvenientes dos materiais compostos estão ligados aos custos elevados e ao fato de que a utilização destes materiais requer especialização e mão-de-obra qualificada, com formação específica, o que pode dificultar a disponibilidade de pessoal no mercado. Existem também dificuldades relativas ao cálculo estrutural, pois alguns pontos do comportamento mecânico são pouco conhecidos, como por exemplo, o comportamento das ligações.

Atualmente no mundo a construção civil já é o maior consumidor de materiais compostos, com 35% do volume negociado. Entre as várias aplicações dos materiais compostos na construção civil, pode-se citar (HOLLAWAY; HEAD, 2001, BANK, 2006):

- Construção de edifícios novos e obras de arte leves;
 - Recuperação de edifícios e obras de arte (em aço, concreto e madeira) através do reforço da estrutura, devido a eventuais problemas de projeto, execução e qualidade dos materiais, ações não previstas ou para adequação a novas normas e novos usos. Utiliza-se principalmente nestes casos a fibra de carbono para reforço de pilares, vigas e lajes, submetidas à flexão e ao cisalhamento;
 - Obtenção de formas complexas de grande porte;
-

- Elementos estruturais diversos: vigas, pilares, tubos, elementos de cobertura etc.;
- Utilização de perfis pultrudados para estruturas reticuladas (vigas, pórticos e treliças);
- Aplicações em produtos de concreto: concreto polimérico, armaduras, concreto com fibras, cabos de protensão;
- Estruturas em compostos combinados com materiais clássicos: híbridos de madeira, aço e concreto;
- Transmissão e distribuição de eletricidade: torres e postes;
- Estruturas de reservatórios e piscinas;
- Painéis para paredes e pisos;
- Produtos derivados da madeira: aglomerados, laminados, painéis OSB etc;
- Geossintéticos: operações de drenagem, estabilização e reforço de solos, construção de barragens, reforço de pavimentos, etc.;
- Painéis e telhas de fibrocimento, com reforços diversos.

A concepção de estruturas em materiais compostos exige uma abordagem específica em relação aos materiais tradicionais da construção civil. Alguns dos aspectos particulares do comportamento mecânico dos compostos, que devem ser levados em consideração no dimensionamento são: anisotropia das propriedades físicas e elásticas; possibilidade de orientação dos reforços; critérios e mecanismos de fissuração e ruptura; baixa rigidez de cisalhamento.

De maneira geral, o crescimento dos materiais compostos na construção civil passa pela iniciativa das empresas do setor, com investimento em treinamento e pesquisa, e com a divulgação das qualidades e aplicações destes materiais. Por sua vez, os fornecedores de matérias-primas (fibras e resinas) devem se associar mais estreitamente e sistematicamente aos centros de pesquisa e às empresas de fabricação de peças acabadas. Este intercâmbio facilita a solução dos problemas concretos encontrados, promovendo o lançamento de novos materiais, melhor adaptados.

Em todas as áreas envolvidas, o objetivo deve ser de criar uma “cultura dos materiais compostos”, que garanta o consumo destes materiais na construção civil de maneira consistente, a longo prazo.

CAPÍTULO 3

REFORÇO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO

ARMADO COM FIBRAS DE CARBONO

3.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Existem várias razões para se intervir em uma estrutura em concreto armado (HOLLAWAY; HEAD, 2001):

- Mudança e melhoria no uso da edificação, com aumentos não previstos de carga e de outros efeitos (cargas móveis, maquinaria pesada, vibrações);
- Ocorrência de danos em partes da estrutura (corrosão da armadura, flechas excessivas, limitação da abertura de fissuras etc.);
- Reabilitação após efeitos estruturais, como recalques das fundações, ou após sinistros, como abalos sísmicos, colisões e incêndios;
- Ocorrência de erros de projeto e de execução da estrutura (insuficiência nas dimensões e no detalhamento de projeto, carregamento subestimado, materiais de má qualidade etc.);
- Modificação do sistema estrutural, com a criação, por exemplo, de aberturas em lajes;
- Mudanças nas normas técnicas, com novas exigências;
- Deficiência de manutenção da estrutura.

Na maioria destas ocorrências, o reforço estrutural é uma solução viável. Atualmente, na construção civil, destacam-se como elementos de reforço os compostos com fibras de carbono, denominados Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC). Segundo Beber (2003), os PRFC destacam-se em aplicações estruturais principalmente porque:

- Apresentam as maiores relações entre resistência e rigidez com seu peso próprio;
- Mantém a alta resistência e rigidez sob temperaturas elevadas;
- Não são afetadas pela umidade e ação de vários solventes, ácidos e bases, à temperatura ambiente;
- Apresentam uma diversidade de características físicas e mecânicas, permitindo que os compostos de PRFC apresentem grande versatilidade para diversas aplicações em Engenharia.

O sistema de reforço com fibra de carbono tem suas desvantagens. Algumas delas são: incompatibilidade destes materiais com uma superfície irregular; baixa resistência ao fogo e à exposição aos raios ultra-violetas; ruptura frágil (não apresentam, em seu comportamento tensão-deformação, um patamar de escoamento definido ou alguma indicação de ruptura iminente); reforço à flexão com elementos compostos aderidos externamente limitado pela capacidade de ligação entre o sistema e a superfície de concreto, ocorrendo, em muitos casos, o descolamento em níveis de tensão que são apenas uma pequena fração da capacidade resistente efetiva do composto.

Machado (2004) comenta que alguns dos problemas mencionados são encontrados também em outros sistemas de reforço, como os de chapa de aço coladas com epóxi. Além disso, quando esta técnica é comparada com outros sistemas de reforço, como, por exemplo, utilização de fibra de vidro, na maioria das vezes o custo é mais elevado.

De acordo com Isaia (2005), o recente desenvolvimento de novas famílias de sistemas compostos indica que parte das atuais desvantagens possa seja contornada, ou pelo menos minimizada. Os novos sistemas compostos apresentam componentes estruturais híbridos construídos com diferentes tipos de fibras de carbono e vidro associadas no mesmo produto. Um exemplo de sistema híbrido é aquele formado por fibras de carbono e vidro dispostos unidirecionalmente e dimensionados de forma a simular o comportamento do aço em tração. O uso de sistemas híbridos, ainda que apenas em aplicações experimentais, conduzirá a nova vertente teórica de projeto de reforços, permitindo maior controle, em relação aos sistemas correntes, das deformações e da ductilidade das peças.

Nos últimos anos diversas pesquisas têm sido feitas visando substituir o mais tradicional sistema de reforço de estruturas de concreto armado, que é o uso de chapas de aço, pelo

reforço com PRF (Polímeros Reforçados por Fibras). De acordo com Ripper (1998 *apud* ARAÚJO, 2002), os primeiros trabalhos de reforço estrutural foram executados com a adição de chapas metálicas coladas com resina epóxi, na década de 60. Essa técnica, embora eficiente, apresenta algumas desvantagens, como baixa resistência à corrosão e ao fogo, demora na execução e na liberação das estruturas, restrição ao tamanho das chapas etc. Nos últimos anos, diversos materiais, assim como novas tecnologia, foram desenvolvidos na área de reforço das estruturas, com o objetivo de aumentar cada vez mais sua vida útil (LINO *et al.*, 2008).

O uso de PRF como elemento de reforço de estruturas de concreto iniciou em 1984, no *Swiss Federal Laboratory for Materials Testing and Research*, onde foram realizados testes para o reforço de vigas com fibras de carbono. As principais vantagens do uso de PRF são a alta relação resistência/peso e a alta resistência à corrosão, além da facilidade de execução. O alto custo do material pode ser compensado pelo ganho no tempo de execução, no custo de mão-de-obra e na diminuição do tempo de interrupção de serviço da estrutura no trabalho de recuperação (TENG *et al.*, 2002). Alguns países, como o Japão, estão na vanguarda desta tecnologia, em função principalmente da necessidade de recuperar estruturas danificadas por terremotos.

As fibras mais utilizadas para reforço de estruturas são as fibras de carbono, de vidro e de aramida, enquanto as resinas mais usadas são a epóxi, a poliéster e a éster-vinílica. Os materiais compostos resultantes da união destas resinas e fibras são: Polímeros Reforçados por Fibras de Carbono (PRFC), Polímeros Reforçados por Fibras de Vidro (PRFV) e Polímeros Reforçados por Fibras de Aramida (PRFA).

Neste trabalho serão utilizados os compostos em PRFC como elemento de reforço das lajes. A Tabela 2 exemplifica as propriedades destes compostos em comparação com o aço. Os valores foram obtidos da literatura e correspondem a valores típicos médios.

Tabela 2 - Propriedades típicas de materiais compostos com fibras de vidro, de carbono e de aramida.

Camadas unidirecionais	Conteúdo em fibra (% em peso)	Densidade (kg/m ³)	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	Ruptura à tração (MPa)
PRFV	50-80	1600-2000	20-55	400-1800
PRFC	65-75	1600-1900	120-250	1200-2250
PRFA	60-70	1050-1250	40-125	1000-1800
Aço	-	7800	205	500

A moldagem *in-loco* é uma técnica mais versátil para reforçar estruturas com geometria complexa, onde existam curvas, cantos, entalhes, furos etc., enquanto que a forma pré-moldada permite uma maior agilidade de aplicação e um melhor controle de qualidade.

Na moldagem *in-loco*, os sistemas de reforço são compostos por quatro componentes: *primer* de base epóxi poliamida, massa com alto teor de sólidos para regularização da superfície, resina com alto teor de sólidos e mantas ou tecidos de fibra de carbono, vidro e aramida.

A aplicação do sistema de reforço com fibras requer as seguintes etapas, de acordo com as recomendações dos fabricantes (GAMINO, 2007):

- a) Aplica-se sobre a superfície da estrutura um *primer* de baixa viscosidade e alto teor de sólidos, a fim de garantir aderência do PRF com o substrato. A superfície do concreto deve estar limpa, livre de poeiras e gorduras. A aplicação do *primer* deve ser precedida de um lixamento para a retirada da camada de nata de cimento superficial e para abertura dos poros. A limpeza pode ser feita utilizando-se pano limpo ou estopa embebida em álcool, acetona ou água-raz;
- b) Utiliza-se uma resina epóxi com alto teor de sólidos (*putty*), a fim de nivelar a superfície da estrutura;
- c) Aplica-se uma resina com alto teor de sólidos, com a finalidade de impregnar as fibras e constituir a camada propriamente dita de reforço;
- d) Insere-se a fibra de carbono sobre todas as camadas;
- e) Aplica-se uma segunda camada de resina;
- f) Repete-se o processo conforme número de camadas de PRF desejado;
- g) Aplica-se uma camada de acabamento (opcional), com a finalidade de proteção e dar estética à estrutura reforçada.

A Figura 2 ilustra a disposição das camadas no reforço com fibras de carbono moldado *in- loco*.

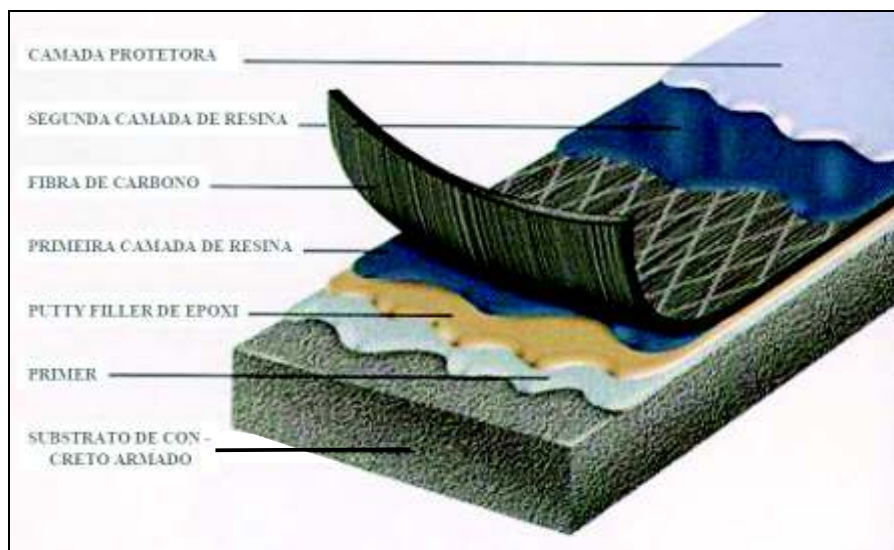


Figura 2 - Camadas do reforço com fibras de carbono para moldagem *in- loco*.

Fonte: MBT (2004).

Na forma pré-moldada, técnica a ser considerada nas simulações numéricas deste trabalho, o sistema de aplicação do reforço é similar ao moldado *in- loco*, com a diferença de que o composto PRFC (resina + fibras) é pré-moldado, portanto já é curado/endurecido, sendo comercializado em faixas.

De acordo com Machado (2002), a recuperação de uma estrutura danificada através do reforço estrutural tem sido uma alternativa em forte crescimento, pois evita demolições e reconstruções, reduzindo o custo do serviço. As vantagens da técnica de reforço com fibras de carbono são a alta resistência e a alta rigidez do material, possibilitando a utilização de reforço com baixa espessura e leveza, gerando um acréscimo pequeno de carga permanente. Além disso, destaca-se a flexibilidade das mantas de fibra de carbono, que se adaptam a qualquer forma, sendo de execução simples, precisa e rápida, com mão-de-obra reduzida. O material exige pouca manutenção e, além disso, é altamente resistente à corrosão, possuindo grande durabilidade.

Já existe na América do Norte, Europa e Japão, uma grande aceitação dos elementos estruturais em materiais convencionais reforçados por fibras de carbono. Batista e Ratto

(2005) estimam que o consumo anual de PRFC na construção civil brasileira seja da ordem de 15 a 20 mil metros quadrados.

No Brasil, um trabalho pioneiro de reforço foi feito no Viaduto de Santa Tereza, em Belo Horizonte, construído nos anos de 1925 e 1927, que apresentava ocorrências patológicas que exigiam a sua completa recuperação, tanto estética quanto estrutural. Em 1998 o viaduto foi reforçado com a utilização de 3.870 m² de lâminas de fibras de carbono. Nesta obra foram reforçadas à flexão as lajes, vigas principais e transversinas, assim como foram reforçadas ao cisalhamento todas as transversinas (MACHADO, 2002). A Figura 3 ilustra o reforço deste viaduto.

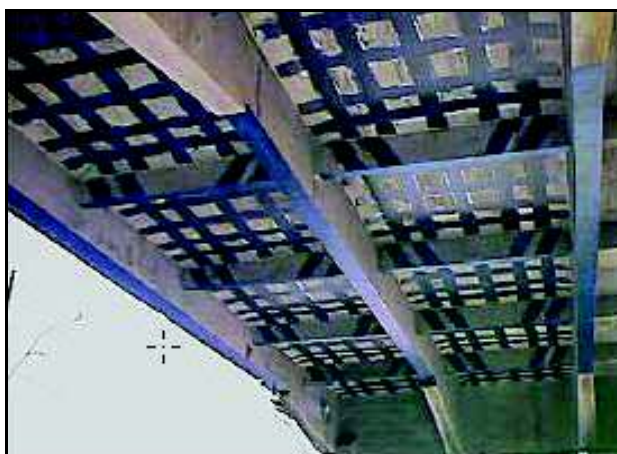


Figura 3 - Reforço do Viaduto de Santa Tereza, em Belo Horizonte. Fonte: Machado (2002).

Segundo Beber (2003), no Brasil, a realidade da aplicação de fibras de carbono no reforço de estruturas é diferente do quadro internacional. Lá existe um conhecimento adquirido através de inúmeros trabalhos desenvolvidos e de várias publicações de caráter normativo. Pode-se citar:

- ACI 440.2R - *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures* - American Concrete Institute;
 - JCI TC952 - *Continuous Fiber Reinforced Concrete* - Japanese Concrete Institute;
 - JSCE 23 - *Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Material* - Japanese Society of Civil Engineers;
 - CEB-FIP: BULLETIN 14 - *Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures* - Fédération Internationale du Béton (CEB-FIP).
-

No Brasil as diretrizes para o dimensionamento, controle de qualidade e execução apresentam-se, em quase toda a sua totalidade, baseadas em fichas técnicas dos produtos, ou ainda, sob a tutela de profissionais associados às empresas que comercializam os sistemas de reforço.

Existe uma grande variedade de estruturas em que os sistemas compostos com fibras de carbono podem ser utilizados. Essencialmente, onde ocorrem tensões de flexão e de cisalhamento é possível a aplicação das fibras de carbono (MACHADO, 2002). Os elementos estruturais onde o reforço pode ser aplicado são: vigas, pilares, alvenarias, muros de arrimo, vigas-parede, reservatórios, silos, chaminés, túneis, tubulações, entre outros.

A seguir são descritos alguns dos reforços em elementos estruturais básicos.

3.2 REFORÇO DE LAJES SUBMETIDAS A MOMENTO FLETOR

O procedimento básico de reforço à flexão de lajes usando compostos PRF é de colar faixas ou tecidos na região tracionada da laje. As faixas cobrem partes da superfície da laje, enquanto que os tecidos podem cobrir até a superfície completa da peça. Neste caso, estudos indicam que a cobertura de toda a superfície pelo reforço cria dificuldades na verificação da qualidade da colagem/aderência, além de impedir o livre movimento de saída da umidade, aumentando o processo de descolamento (TENG *et al*, 2002). Por outro lado, considerando uma mesma área de reforço, as faixas largas são preferíveis às faixas estreitas, pois diminuem os riscos de descolamento.

As lajes podem ser reforçadas à flexão com faixas de fibras de carbono posicionadas segundo uma ou duas direções, como na armação convencional com barras de aço. Analogamente ao reforço por aderência externa, este pode ser executado com montagem subsuperficial (MACHADO, 2005). No projeto de reforços à flexão se consideram, fundamentalmente, os mesmos princípios que se empregam em reforços mediante chapas de aço: equilíbrio da seção, compatibilidade de deformações e hipóteses Navier-Bernoulli (seções planas permanecem planas após deformação).

Com o objetivo de se obter uma resposta seccional dúctil, assim como uma maior resistência à flexão, se deve projetar o reforço de modo que a ruptura do elemento em material composto ocorra durante a plastificação do aço e antes que o concreto alcance a ruptura por compressão (CASTRO; CURCIO, 2002).

A Figura 4 ilustra o esquema de reforço de lajes à flexão.

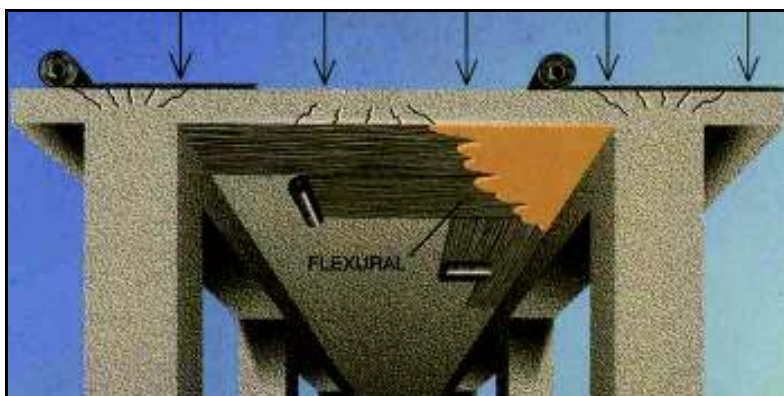


Figura 4 - Reforço de lajes à flexão. Fonte: ABCP (2009).

3.3 REFORÇO DE VIGAS À FLEXÃO E AO CISALHAMENTO

As fibras de carbono podem ser utilizadas para absorver os esforços de tração devidos aos momentos fletores positivos e negativos, bem como as tensões decorrentes dos esforços de cisalhamento. A Figura 5 ilustra o esquema de reforço à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado.

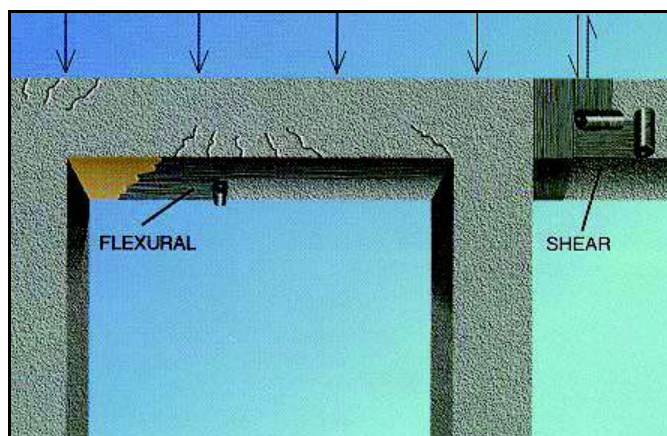


Figura 5 - Reforço de vigas à flexão e ao cisalhamento. Fonte: ABCP (2009).

O reforço ao momento fletor é feito basicamente com a colagem do reforço na face tracionada (faces inferior ou superior da peça). Quanto ao cisalhamento, o uso de fibras dispostas transversalmente na face da viga tem o objetivo de reforçar as diagonais tracionadas da treliça de Morsch, de maneira similar aos estribos de aço. Há três disposições possíveis para atender ao esforço cortante:

- Envolvimento total da seção transversal com as lâminas da fibra;
- Envolvimento denominado de “U”, abrangendo três lados do elemento (as duas laterais e o fundo da peça);
- Quando não se puder envolver totalmente a seção transversal nem o fundo das peças, limita-se à aplicação das lâminas de fibra às duas laterais da viga.

A Figura 6 ilustra as possíveis configurações de um reforço de vigas de concreto armado ao cisalhamento.

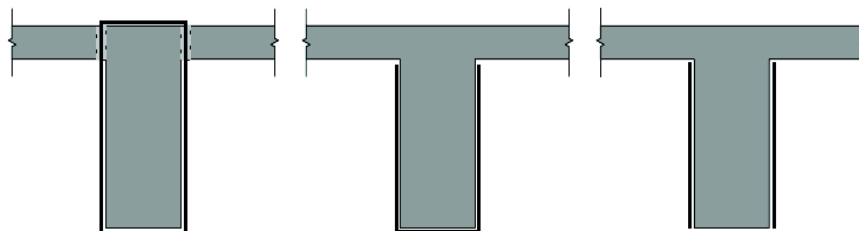


Figura 6 - Configurações do reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado.

Fonte: Beber (2003).

Beber (2003) relata que o método mais eficiente de reforço ao cisalhamento é o envolvimento total, denominado *wrapping*, onde ocorre o completo envolvimento da seção transversal da viga. Do ponto de vista prático, esta pode não ser uma alternativa viável, pois a presença de uma laje ou outro elemento, contíguo à viga, pode impedir o envolvimento do topo da seção. A perfuração da laje, neste caso, poderia ser uma alternativa, envolvendo a seção com tiras ou bandas de reforço, porém trata-se de uma alternativa bastante complicada e onerosa (BEBER, 2003).

Segundo Machado (2002), o método mais comum de reforço ao cisalhamento é a colagem do reforço nas laterais e na base da seção. Este método é denominado na literatura de

envolvimento tipo “U”. Esta alternativa, além de prática, é mais eficiente no aumento de resistência aos esforços cisalhantes. Tal envolvimento é bastante eficiente nas regiões de momento positivo. Já nas regiões de momento negativo, as fissuras de cisalhamento têm início no topo da seção, próximo à laje. Estando o reforço posicionado abaixo da laje, ele não pode ser capaz de evitar a propagação de fissuras que, uma vez iniciadas, podem se propagar por toda a seção. Neste caso, o reforço não tem efeito.

3.4 REFORÇO DE PILARES

O reforço de pilares de concreto armado tem passado por mudanças significativas nos últimos anos. O reforço de pilares utilizando os sistemas compostos PRF pode ser feito com duas finalidades: aumento da resistência à flexão e aumento da resistência à compressão por confinamento da seção. A Figura 7 ilustra o reforço de pilares à flexão e ao confinamento.



Figura 7 - Reforço de pilares. Fonte: ABCP (2009).

Quando o concreto é comprimido axialmente, o efeito de Poisson induz à ocorrência de deformações radiais, que têm como resultante a expansão lateral do material. Machado (2005) relata que o confinamento traz como resultado um incremento da resistência e do limite da deformação de compressão do concreto. Consegue-se o confinamento pela orientação das fibras de carbono transversalmente ao eixo longitudinal do elemento, orientação na qual as fibras confinantes se comportam similarmente a estribos em espiral ou mesmo a estribos convencionais.

Outras possibilidades são os reforços de pilares de concreto armado com deficiência construtiva de armação e a possibilidade de se aumentar a ductilidade para resistir aos efeitos sísmicos. A alternância das tensões produzidas quando da ocorrência dos abalos sísmicos leva à ruptura do concreto por tração nas extremidades superior e/ou inferior dos pilares (MACHADO, 2002).

CAPÍTULO 4

MODELAGEM PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4.1 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Conforme mencionado, a determinação da distribuição otimizada do reforço nas lajes será feita pelo acoplamento do procedimento de otimização com um modelo numérico, construído através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O resultado é um processo automatizado de determinação da distribuição (localização) do reforço, podendo ser aplicado a estruturas complexas quanto à geometria, carregamento e condições de apoio.

Até quatro décadas atrás, a solução de problemas complexos demandava cálculos extensos e aproximações não muito satisfatórias. A eficiência em se resolvê-los hoje é creditada à potencialidade dos métodos numéricos, tais como o Método Elementos Finitos, de Volumes Finitos, de Elementos de Contorno e de Diferenças Finitas, juntamente com o crescente desenvolvimento dos equipamentos e sistemas computacionais.

No presente trabalho, as análises numéricas serão feitas através do Método dos Elementos Finitos. Ele é, atualmente, um dos mais importantes métodos numéricos utilizados para se obter a solução aproximada de problemas físicos modelados através de equações diferenciais parciais. Para reduzir a quantidade de protótipos de testes, a simulação por computador permite a execução de múltiplas análises, que podem ser testadas mais rápida e eficientemente, com bastante economia de custo e tempo.

De acordo com Imbert (1991 *apud* SOUZA JR., 2001), a principal motivação para o uso do MEF reside no fato que, devido à crescente complexidade dos problemas de engenharia, soluções analíticas em forma fechada tornam-se inviáveis ou mesmo impossíveis. Utilizando

princípios elementares da Física é possível obter para um determinado problema as equações de equilíbrio e as condições de contorno. Contudo, nenhuma solução analítica simples poderá ser obtida, quando o problema exibir geometria e/ou condições de contorno complicadas, o que quase sempre é o caso em situações práticas. Para contornar esta dificuldade, uma estratégia possível é a simplificação do problema de modo a produzir um modelo matemático cuja resolução analítica seja possível. De acordo com Zienkiewicz e Morgan (1983 *apud* SOUZA JR., 2001), tal procedimento pode levar a imprecisões nos resultados do modelo. Uma segunda alternativa, cada vez mais viabilizada pela crescente capacidade dos computadores digitais, consiste em preservar a complexidade do modelo e empregar técnicas aproximadas de resolução. Nesta segunda estratégia está inserido o MEF.

O MEF é essencialmente um processo de discretização, que visa a transformação de um problema em um número finito de incógnitas. O método consiste em dividir o domínio sobre o qual o problema é estudado em várias regiões interconectadas denominadas *elementos*. Isso vai depender, além do tipo de análise e da precisão desejada, se o problema é unidimensional (como em treliças ou vigas), bidimensional (elasticidade plana, placas ou cascas) ou tridimensional.

Na discretização via MEF, no interior de cada elemento são admitidas soluções aproximadas para as variáveis de campo, expressas como funções arbitrárias dos valores que as incógnitas assumem nos *nós* (valores nodais). Estas funções são denominadas *funções de interpolação* ou *funções de forma*. São também impostas condições garantindo a continuidade da solução entre os elementos.

No processo de discretização, as incógnitas do problema passam a ser os valores das variáveis de campo nos pontos nodais. Uma vez determinadas estas incógnitas, os valores das variáveis de campo no interior dos elementos podem ser avaliados empregando-se funções de interpolação. Obviamente, a precisão do modelo depende do número de elementos e das funções de forma empregadas.

Os fundamentos teóricos do Método dos Elementos Finitos estão detalhados em Alves Filho (2005), Carroll (1999), Cook (1989) e Knight (1993).

Neste trabalho, as análises numéricas utilizarão o programa ANSYS (ANSYS, 2009). O ANSYS é um programa completo para análise pelo Método dos Elementos Finitos, utilizado por engenheiros em todo o mundo, em praticamente todos os campos da Engenharia.

Resumidamente, para uso do Método dos Elementos Finitos através do ANSYS, as seguintes etapas devem ser definidas:

- Tipo de elemento a ser utilizado (viga, placa, sólido etc.);
- Propriedades mecânicas do material (propriedades elásticas, físicas etc.);
- Propriedades geométricas (área e inércia da seção transversal etc.)
- Geração do modelo (malha de elementos finitos: nós e elementos);
- Aplicação das forças atuantes na estrutura;
- Imposição das condições de contorno (condições de apoio);
- Tipo de cálculo a ser efetuado (estático, dinâmico, flambagem etc.);
- Análise dos resultados (listar, gerar gráficos e exportar).

4.2 METODOLOGIA GERAL DE MODELAGEM

Os elementos do programa ANSYS usados para simular as partes constituintes da laje reforçada são:

- Fibra de carbono (reforço):** para modelar este material, foi utilizado o elemento de casca SHELL63. Ele tem 4 nós, sendo 6 graus de liberdade por nó: translações nodais nos eixos x , y e z e rotações nodais nos mesmos eixos. A Figura 8 ilustra este tipo de elemento.

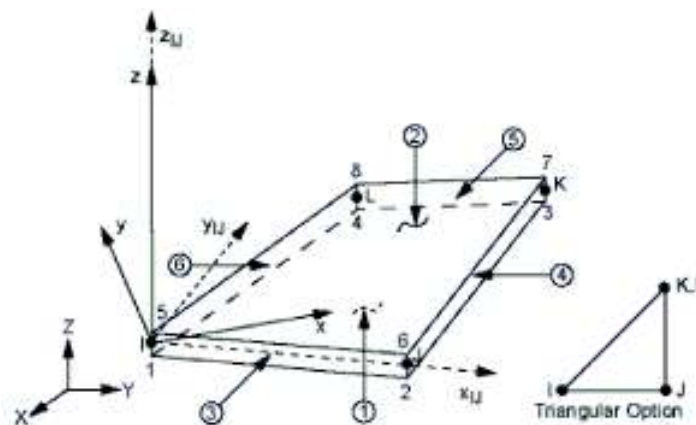


Figura 8 - Elemento SHELL63. Fonte: ANSYS (2009).

Além deste elemento, foi utilizado o elemento SHELL93 para simular a fibra de carbono, quando do processo de otimização topológica. Este elemento é formado por 8 nós, e assim como o SHELL63, são 6 graus de liberdade por nó. O elemento é mostrado na Figura 9.

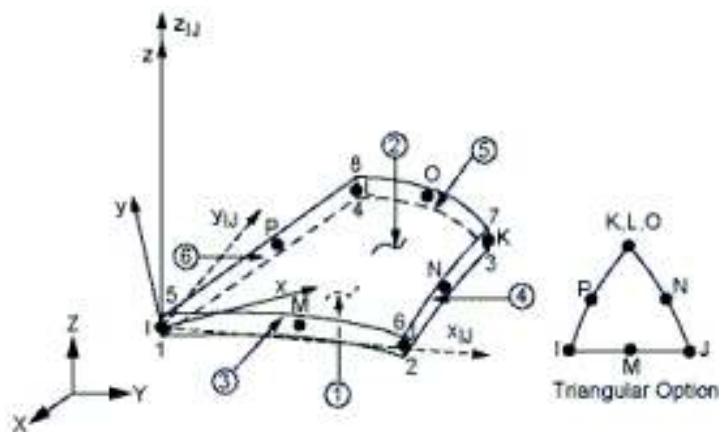


Figura 9 - Elemento SHELL93. Fonte: ANSYS (2009).

- **Concreto:** este material será representado pelos elementos SOLID65 e SOLID45, conforme o tipo de análise. O SOLID65 é utilizado na modelagem tridimensional de concreto, com ou sem armaduras. O elemento é definido por oito nós, com três graus de liberdade em cada nó: translações nos eixos x , y e z . Este elemento será usado para problemas onde a fissuração no concreto deva ser considerada. O SOLID45 é o elemento tridimensional básico do ANSYS.

A Figura 10 ilustra os elementos SOLID65 e SOLID45 (para este último, elimina-se a opção “Rebar”).

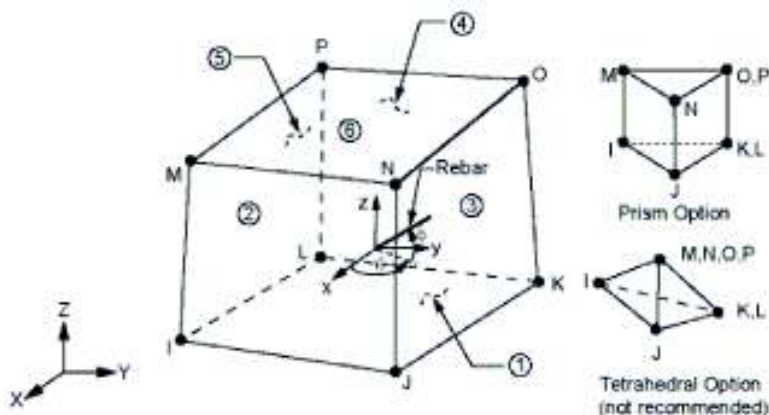


Figura 10 - Elementos SOLID45 e SOLID65. Fonte: ANSYS (2009).

• **Aço:** para representar as armaduras, o elemento utilizado foi o BEAM3. O BEAM3 é um elemento uniaxial que pode ser submetido à tração, compressão e flexão. O elemento tem 2 nós, sendo 3 graus de liberdade por nó: translação nas direções dos eixos x e y e rotação em torno do eixo z . O elemento está representado na Figura 11.

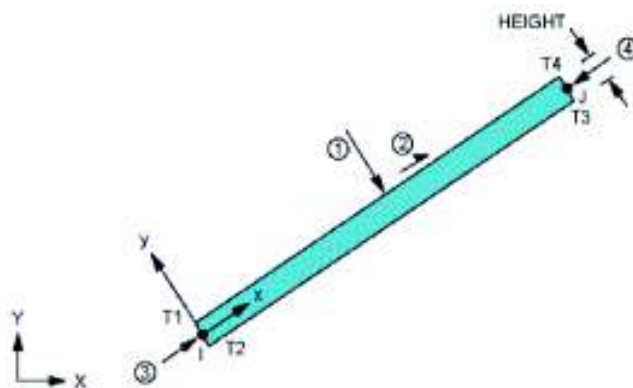


Figura 11 - Elemento BEAM3. Fonte: ANSYS (2009).

A união dos elementos mencionados (concreto: SOLID45 ou SOLID65 + armaduras: BEAM3 + reforço: SHELL63 ou SHELL93) constituirá o modelo da laje reforçada. Neste modelo não foram levados em conta alguns aspectos do dimensionamento e do comportamento à ruptura das lajes e do sistema laje/reforço:

- Consideração dos modos (mecanismos) de falha da laje e do sistema laje/reforço. Por exemplo, a ocorrência das linhas de ruptura na laje, como é feito no cálculo através do Método das Charneiras Plásticas ou Método da Ruptura. Para a aderência fibra/concreto, não foram considerados os mecanismos de falha, como por exemplo, ruptura por descolamento intermediário ou de extremidade da faixa, falha por deficiência de ancoragem, entre outros;
- Influência da variação térmica e higroscópica na aderência reforço-estrutura.

A título de exemplo, as Figuras 12 e 13 mostram partes de um dos modelos de elementos finitos da laje reforçada, com as malhas geradas para a laje de concreto e para as armaduras positivas e negativas.

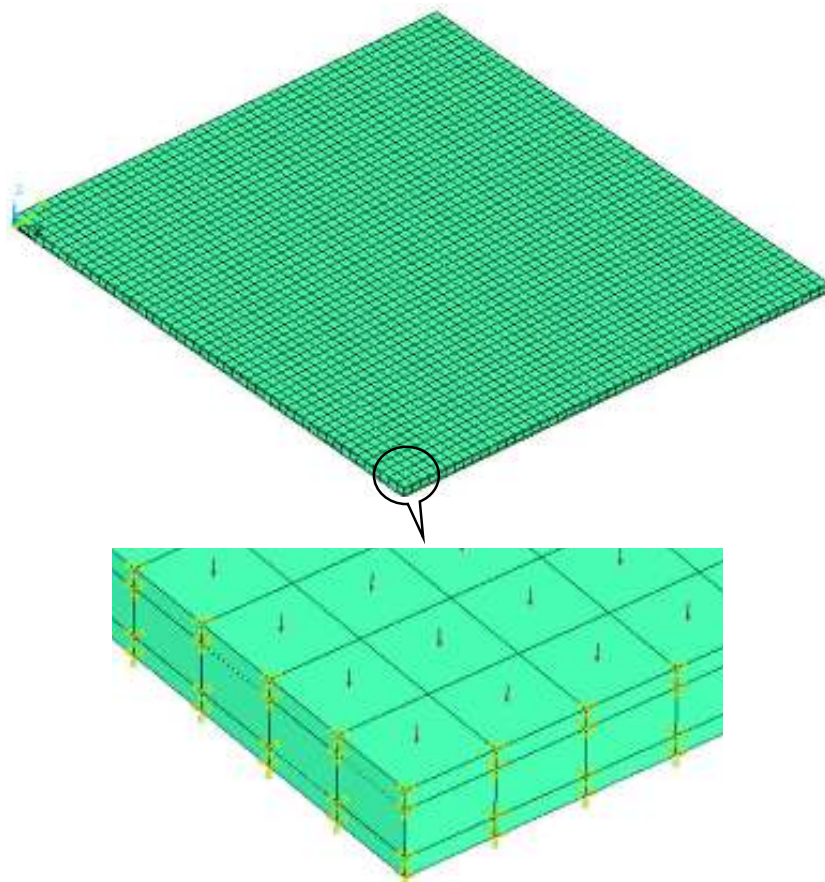


Figura 12 - Malha gerada para a laje, com o carregamento e as condições de apoio (elementos SOLID45 e SOLID65).

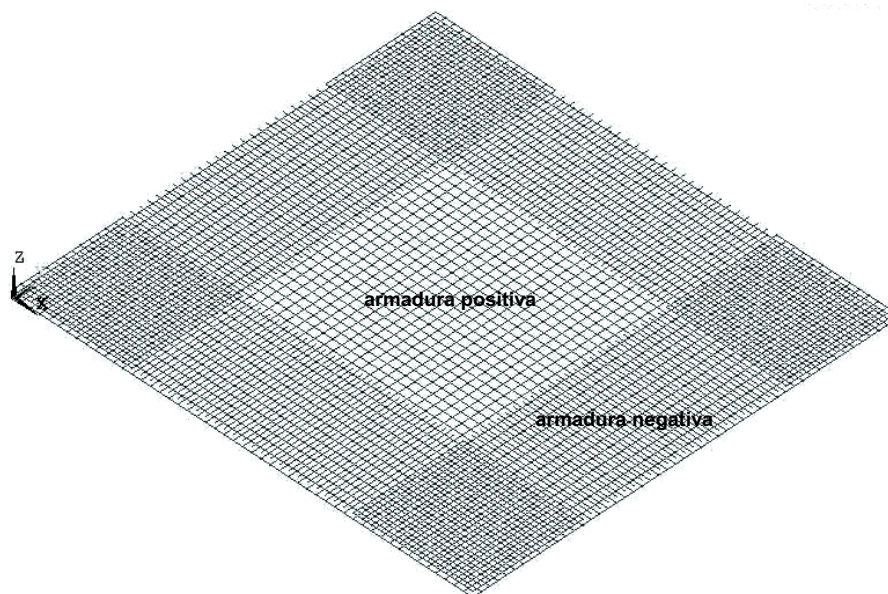


Figura 13 - Malha das armaduras (elemento BEAM3).

4.3 CONSIDERAÇÃO DA FISSURAÇÃO DO CONCRETO NA MODELAGEM

A fissuração do concreto tem influência no comportamento estrutural da laje. Como consequência, o resultado da otimização topológica, ou seja, a indicação das regiões de reforço, também sofrerá esta influência.

A fissuração é um fenômeno inevitável no concreto e um dos fatores que mais influenciam no comportamento das peças estruturais, tendo em vista que pode comprometer a utilização (necessidade funcional da estrutura), a durabilidade e a estética das mesmas. As fissuras ocorrem basicamente nas zonas submetidas a esforços de tração, devido à baixa resistência do concreto a esse tipo de solicitação. Embora o concreto armado tenha surgido em meados do século XIX, foi no século XX, na década de 30, que surgiu o primeiro modelo analítico de simulação do comportamento das zonas tracionadas. A norma brasileira para projetos de estruturas de concreto armado (ABNT NBR 6118:2003) descreve os procedimentos para o controle das fissuras.

Como será mostrado adiante, a fissuração da laje (comportamento no Estádio II) tem influência no resultado da geometria otimizada do reforço, que considera a maximização da rigidez como critério. Isto ocorre porque, além da influência sobre os esforços, a fissuração influencia a rigidez dos elementos de concreto. Assim, é importante conhecer os fundamentos da ocorrência da fissuração em lajes.

A Figura 14 mostra o comportamento em flexão de lajes maciças armadas, para um carregamento que aumenta gradativamente. Para cada fase são indicados os métodos teóricos de cálculo correspondentes.

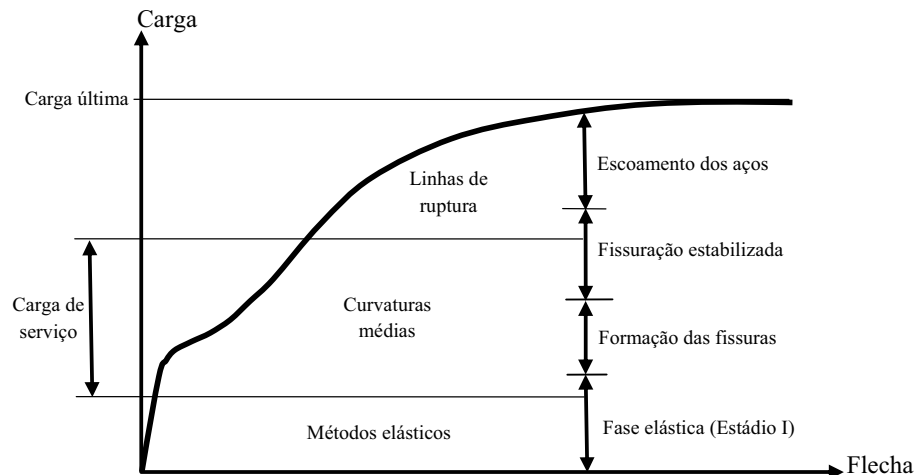


Figura 14 - Fases do comportamento de uma laje sob flexão.

Fonte: adaptado de Rochdi (2004).

Genericamente, o comportamento estrutural de uma laje caracterizada pelo diagrama da Figura 14 ocorre da seguinte forma (ROCHDI, 2004):

- **Fase elástica linear:** nesta primeira fase a laje se comporta basicamente como um material elástico linear, homogêneo e isotrópico. Como não há fissuração, a laje se encontra no Estádio I. O cálculo estrutural nesta fase é feito a partir das teorias de placas convencionais;
- **Fase de fissuração:** a fissuração aparece inicialmente nas regiões mais solicitadas, se estendendo em seguida às regiões onde o momento de fissuração é ultrapassado. A rigidez das seções fissuradas é reduzida, o que provoca uma mudança da distribuição dos momentos fletores. A abertura das fissuras ainda é limitada (Estádio II). Nesta fase o cálculo estrutural é feito a partir das relações não-lineares momento-curvatura, considerando a fissuração e a plastificação do concreto e das armaduras;
- **Fase de escoamento:** a armadura escoava progressivamente onde os momentos são maiores. As barras atingem o limite de escoamento e continuam a se deformar, mas os momentos fletores não aumentam mais, o que causa uma redistribuição mais significativa dos momentos do que na fase precedente. As zonas de escoamento do aço se estendem progressivamente e se concentram em faixas estreitas (linhas de ruptura), onde se produzem as fissuras mais abertas. O desenvolvimento das fissuras depende basicamente da geometria da laje (comprimento,

largura e espessura), das condições de apoio, do posicionamento das armaduras e do carregamento aplicado;

- **Fase de ruptura:** quando as linhas de ruptura atingem um estado de desenvolvimento significativo, a laje é transformada em um mecanismo, constituído de um conjunto de placas rígidas conectadas por linhas de ruptura. Neste estado, um pequeno aumento da carga produz rotações significativas em torno destas linhas, o que leva a laje à ruína. Nesta fase, utiliza-se para o cálculo estrutural os métodos baseados nas linhas de ruptura (Método das Charneiras Plásticas, por exemplo), onde é avaliada a carga última que conduz à formação de um suposto mecanismo.

A título de exemplo, a Figura 15 mostra o estado fissurado de uma laje simplesmente apoiada nos quatro bordos.

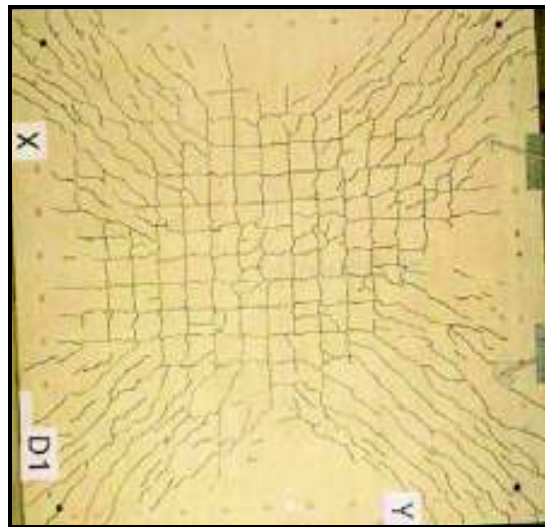


Figura 15 - Fissuração de uma laje simplesmente apoiada. Fonte: Rochdi (2004).

A seguir são descritos os procedimentos para se determinar o carregamento que irá provocar a fissuração no concreto de uma laje. O objetivo é de verificar a precisão do cálculo feito segundo o programa computacional ANSYS, em comparação com o cálculo feito analiticamente. A partir desta verificação, a fissuração poderá ser levada em conta na modelagem através do MEF para determinação da distribuição otimizada do reforço.

4.3.1 DETERMINAÇÃO DA CARGA QUE PROVOCA A FISSURAÇÃO

Para determinar a carga que vai começar a provocar a fissuração no concreto, deve-se fazer combinação rara de ações. Nos casos em que não existem diversas ações variáveis de natureza diferente, o problema é simplificado. Por exemplo, existindo apenas a ação permanente g e a sobrecarga q a combinação rara será $p = g + q$. O aço influi pouco, principalmente em lajes, uma vez que a fissuração se forma com deformações muito pequenas, da ordem de 0,15% e, com tais deformações, a tensão no aço será muito baixa. Ainda assim convém considerá-lo. A recomendação da norma brasileira (ABNT NBR 6118:2003) é de que, em virtude das baixas tensões, admita-se que os módulos de elasticidade do concreto (E_{cs}) e do aço (E_s) sejam constantes e que a relação entre eles seja igual a 10:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = 10$$

O valor do momento que causa a primeira fissura, admitindo tensões baixas e diagrama linear, é:

$$M_r = \alpha \frac{I}{y_t} f_{ct,m} \quad (1)$$

sendo:

α : coeficiente que depende da forma da seção transversal. Em lajes, a seção é retangular e tem-se $\alpha = 1,5$;

I : momento de inércia da seção bruta de concreto (inclusive armadura);

y_t : distância da linha neutra à borda mais tracionada;

$f_{ct,m}$: resistência à tração do concreto.

Considerou-se para as propriedades do concreto os seguintes valores:

- Resistência característica à compressão: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Módulo de elasticidade secante: de acordo com a equação $E_{cs} = 4760 \times f_{ck}^{\frac{1}{2}}$ (ABNT NBR 6118:2003), obtém-se $E_{cs} = 2,38 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$;

- Resistência à tração direta média: de acordo com a equação $f_{ct,m} = 0,3 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}}$ (ABNT NBR 6118:2003), obtém-se $f_{ct,m} = 2,56 \times 10^6 \text{ N/m}^2$.

A Figura 16 esquematiza a geometria da laje cuja carga de fissuração será calculada.

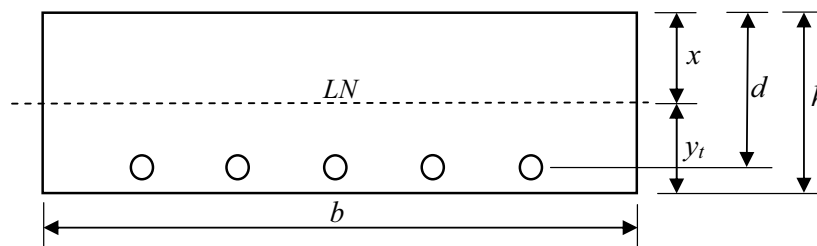


Figura 16 - Parâmetros de cálculo da carga de fissuração.

O momento estático M_1 e a área A valem:

$$M_1 = \frac{bh^2}{2} + (\alpha_e - 1)A_1d \quad (2)$$

$$A = bh + (\alpha_e - 1)A_1$$

A posição da linha neutra x é:

$$x = \frac{M_1}{A} \quad (3)$$

Das equações (2), (3) e (4), tem-se:

$$x = \frac{\frac{bh^2}{2} + (\alpha_e - 1)A_s d}{bh + (\alpha_e - 1)A_1} \quad (4)$$

A inércia da seção fissurada é dada por:

$$I = \frac{bx^3}{3} + \frac{b(h-x)^3}{3} + (\alpha_e - 1)A_s(d-x)^2 \quad (5)$$

O momento M_r que levará ao cálculo da carga de fissuração vale:

$$M_r = C_x p l_x^2 \quad (6)$$

onde o valor de C_x é obtido da Tabela da Teoria da Elasticidade, em função de λ , sendo

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} \quad (l_x \text{ e } l_y \text{ são os vãos da laje}).$$

Como exemplo de cálculo da carga de fissuração de uma laje, supõe-se uma laje apoiada nos quatro bordos, submetida a um carregamento uniformemente distribuído. Tem-se os seguintes dados: $h = 10 \text{ cm}$; $l_x = l_y = 5 \text{ m}$; $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$; $b = 100 \text{ cm}$. Substituindo estes dados nas equações de (1) a (6), resulta: $x = 5,05 \text{ cm}$; $y_i = h - x = 10 - 5,05 = 4,95 \text{ cm}$; $I = 8.493 \text{ cm}^4$.

O momento de fissuração assume o valor:

$$M_r = \frac{1,5 \times 8.493}{4,95} \times 25,6 = 658 \text{ kgf} \times \text{m} = 6580 \text{ N} \times \text{m}$$

De acordo com a Tabela da Teoria da Elasticidade, tem-se para $\lambda = \frac{l_x}{l_y} = 1$, os seguintes

coeficientes: $C_{xm} = C_{ym} = C_{ymáx.} = 0,0368$, de onde:

$$M_r = C_x \times p \times l_x^2 \rightarrow 6580 = 0,0368 \times p \times 5^2 \rightarrow p = 7150 \text{ N/m}^2$$

Este carregamento é o que dará início à fissuração no concreto.

4.3.2 CÁLCULO SEGUNDO O PROGRAMA ANSYS

No programa ANSYS, a fissuração pode ocorrer em três direções ortogonais em cada ponto de integração do elemento. A primeira fissura é representada por um círculo vermelho, estando associada à tensão principal σ_1 , a segunda fissura com um contorno azul (σ_2) e a terceira com um contorno verde (σ_3).

O coeficiente de transferência do cisalhamento β_t representa a redução da resistência ao cisalhamento para as cargas subseqüentes que induzem deslizamento através da face da fissura. Se a fissura se fecha, as tensões de compressão normais ao plano da fissuração são transmitidas através da fissura e apenas o coeficiente de transferência de cisalhamento β_c para uma fissura fechada é introduzido. Os valores destes coeficientes de transferência de cisalhamento variam de 0 a 1, onde 0 indica que não há transferência de cisalhamento e 1 indica que não há perda de transferência de cisalhamento.

A presença de uma fissura é representada pela modificação das relações tensão-deformação, introduzindo-se um plano de falha na direção normal à face da fissura. Quando a tensão principal no concreto excede a resistência à tração, a rigidez do elemento é reduzida para zero na direção principal, perpendicular ao plano fissurado. Para o caso de ocorrência apenas de tração em um estado multiaxial de tensões, tem-se: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$. O critério de falha do concreto, ou seja, de fissuração, neste caso é dado por: $\sigma_i - f_{ct} \geq 0$ ($i=1,2,3$). Se o critério é satisfeito nas direções 1, 2 e 3, a fissuração ocorre nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . Se o critério é satisfeito nas direções 1 e 2, a fissuração ocorre nos planos perpendiculares às tensões principais σ_1 e σ_2 . Finalmente, se o critério é satisfeito somente na direção 1, a fissuração ocorre no plano perpendicular à tensão principal σ_1 .

No programa computacional ANSYS foram feitas várias simulações da laje, para verificar o carregamento que daria início à formação de fissuras. Adotou-se $\beta_t = 0,3$ e $\beta_c = 0,8$ (PADMARAJIAH; RAMASWAMY, 2001). Foi encontrado o valor $p = 7240 \text{ N/m}^2$. O erro relativo é da ordem de 1% ao se comparar com o resultado analítico obtido ($p = 7150 \text{ N/m}^2$), o que mostra que o cálculo feito pelo ANSYS é satisfatório.

4.3.3 DISTRIBUIÇÃO DAS FISSURAS

Para avaliar a distribuição da fissuração no corpo da laje, são apresentados a seguir os resultados gerados pelo ANSYS para uma laje apoiada nos quatro bordos sob carregamento uniforme. A Figura 17 mostra a fissuração nas faces inferior e superior da laje. Os resultados são coerentes com o esperado, em função das regiões onde ocorrem tensões de tração. A

legenda indica as cores correspondentes às tensões. Percebe-se uma semelhança entre a fissuração na face inferior da laje com a fissuração real, apresentada pela Figura 15.

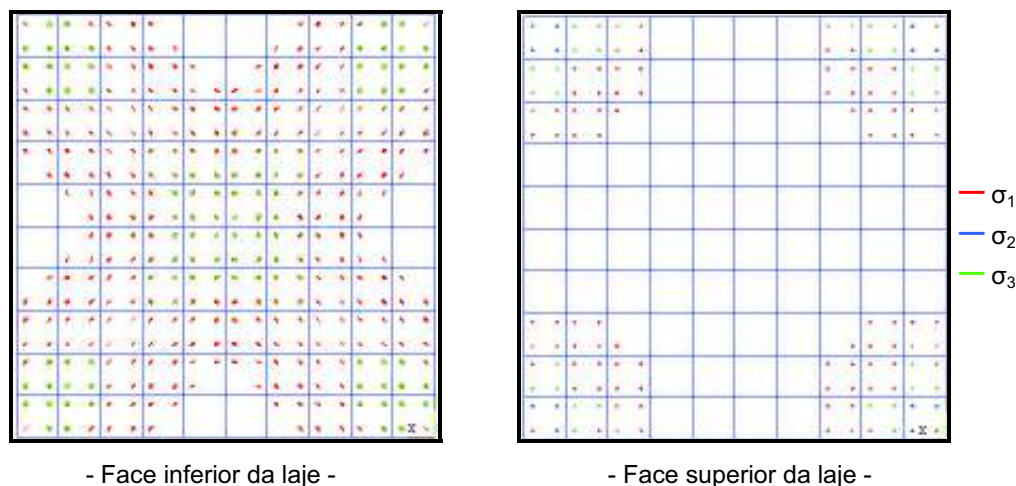


Figura 17 - Distribuição das fissuras para uma laje apoiada nos quatro bordos.

A seguir são apresentados os resultados da fissuração para outros três casos de condições de apoio, conforme Figura 18. O carregamento de cada laje é aquele que vai gerar a formação de fissuras. Estes carregamentos foram obtidos fazendo-se sucessivos acréscimos de carga no modelo ANSYS.

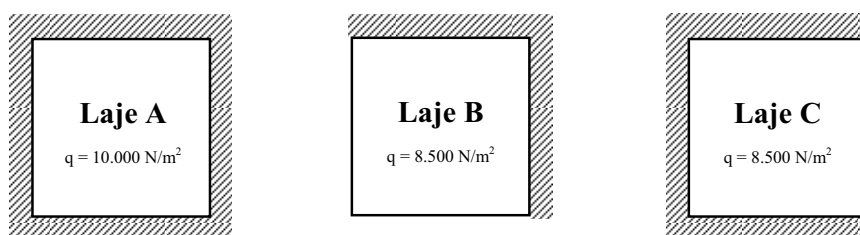
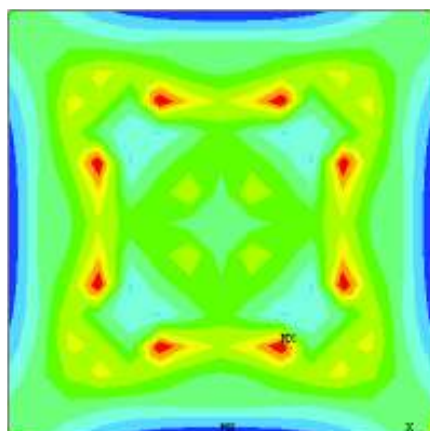
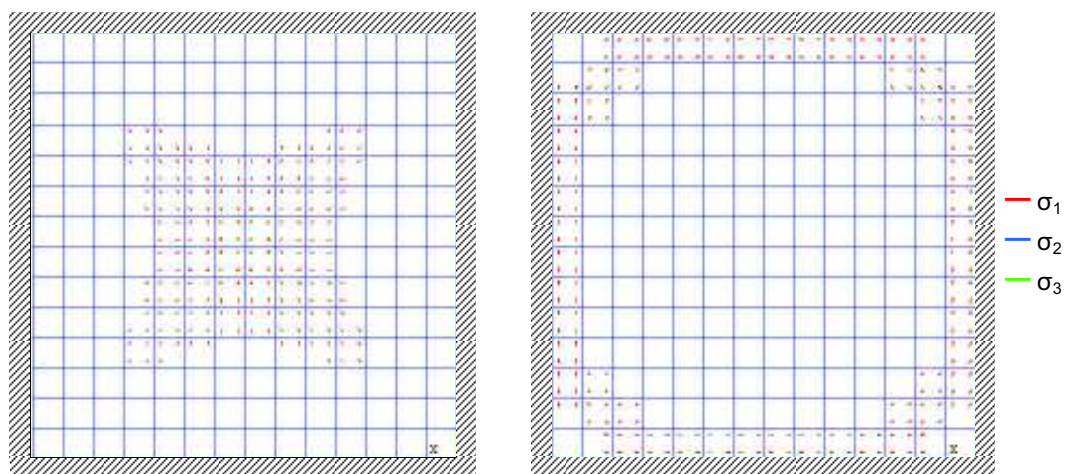
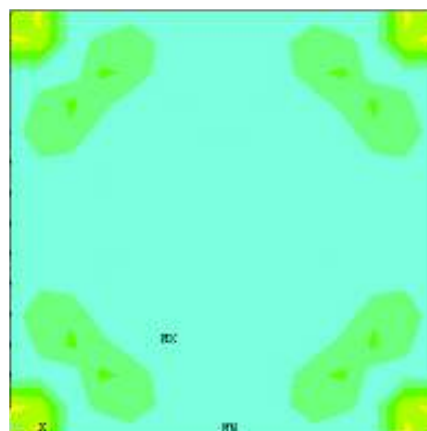


Figura 18 - Lajes analisadas quanto à fissuração.

Os resultados da fissuração destas lajes são mostrados nas Figuras de 19 a 21. A distribuição das tensões σ_1 acompanha as ilustrações das fissurações de cada laje.

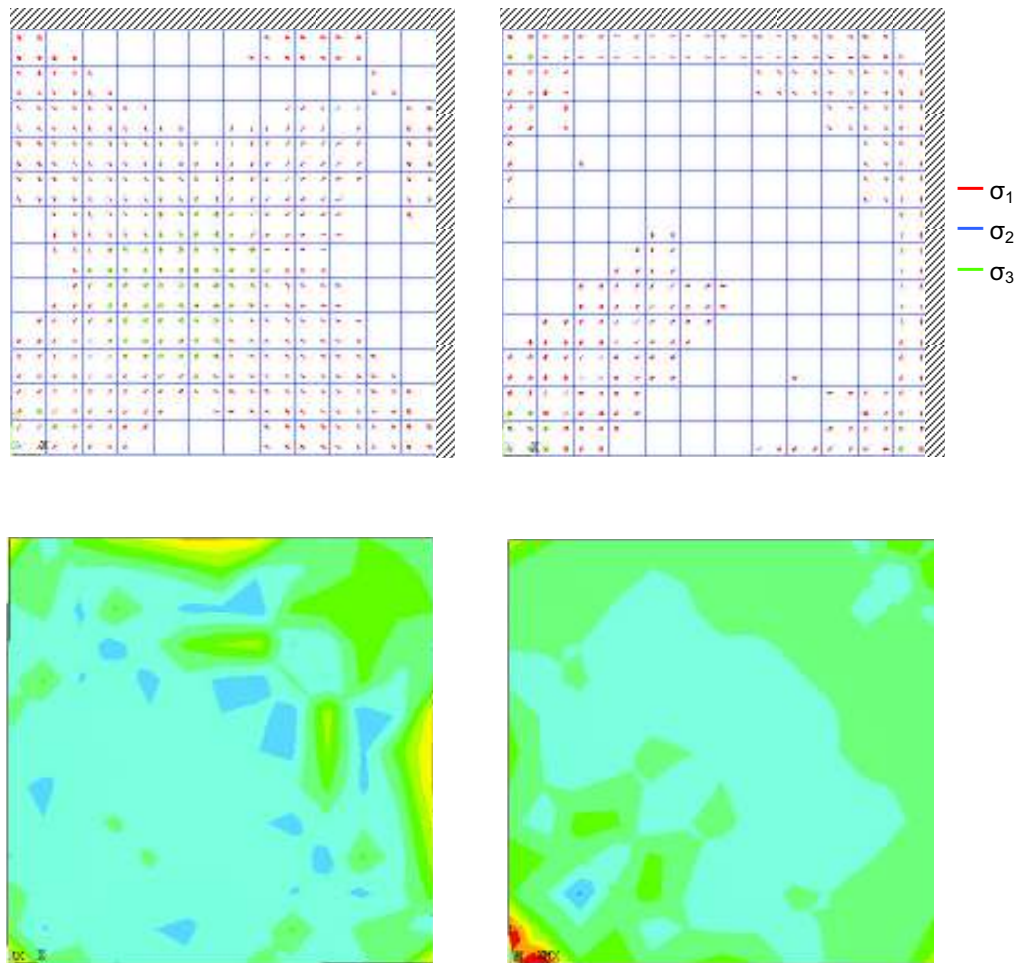


- Face inferior da laje -



- Face superior da laje -

Figura 19 - Distribuição das fissuras e tensões σ_1 para a Laje A.



- Face inferior da laje -

- Face superior da laje -

Figura 20 - Distribuição das fissuras e tensões σ_1 para a Laje B.

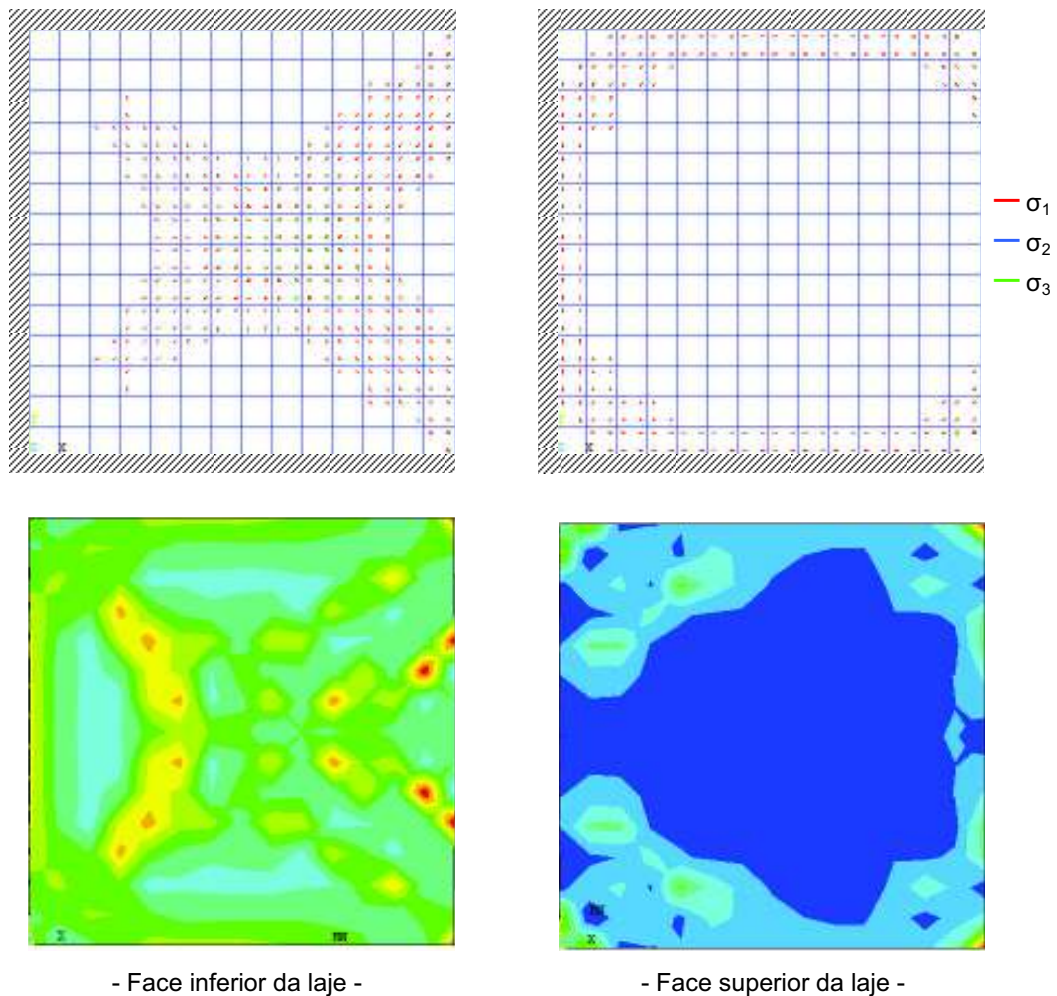
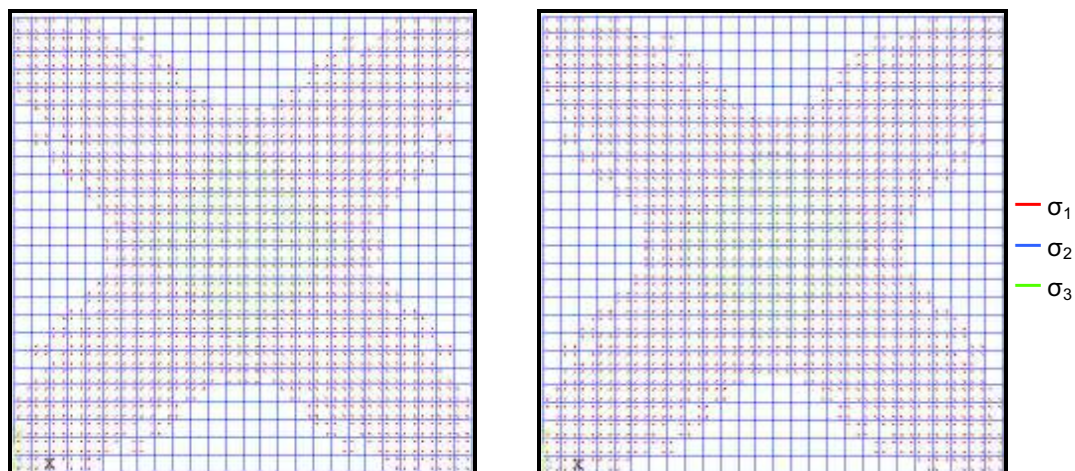


Figura 21 - Distribuição das fissuras e tensões σ_1 para a Laje C.

Também nestes casos, os resultados apresentados são coerentes com o esperado.

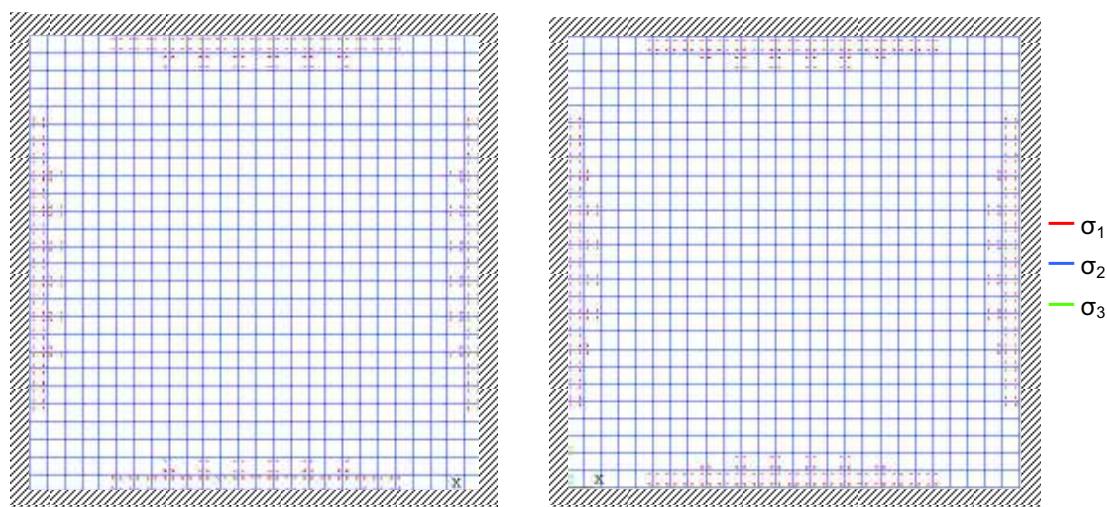
As Figuras 22 e 23 mostram a diferença na fissuração para lajes com armadura e sem armadura. Percebe-se que a armadura tem pouca influência na formação das fissuras.



- Sem armadura -

- Com armadura -

Figura 22 - Fissuração na face inferior de uma laje apoiada.



- Sem armadura -

- Com armadura -

Figura 23 - Fissuração na face superior de uma laje engastada.

Através da análise das Figuras 22 e 23, percebe-se que a armadura tem pouca influência na formação das fissuras, tanto em lajes apoiadas nos quatro bordos quanto em lajes engastadas nos quatro bordos. De modo geral, a literatura enfatiza também a pequena diferença quanto à fissuração, na presença ou ausência de armadura, para diversos tipos de lajes.

CAPÍTULO 5

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

5.1 CONCEITUAÇÃO GERAL DE OTIMIZAÇÃO

A otimização topológica está inserida no contexto de otimização estrutural, que por sua vez está contida na otimização matemática classicamente definida. Desta forma, são descritos a seguir os principais conceitos envolvendo os procedimentos de otimização em geral, otimização estrutural e otimização topológica.

Um problema geral de otimização não linear com restrições pode ser colocado matematicamente da seguinte forma:

Minimizar:

$F(X)$ = função objetivo

Sujeita a:

$g_j(X) \leq 0 \quad j=1,m \quad \rightarrow$ restrições de desigualdade

$h_k(X) = 0 \quad k=1,l \quad \rightarrow$ restrições de igualdade

$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad i=1,n \quad \rightarrow$ restrições laterais

sendo:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} : \text{variáveis de projeto.}$$

Na literatura, os métodos de otimização utilizam geralmente as seguintes definições:

- **Função objetivo ou função custo:** é a função que se quer otimizar (minimizar ou maximizar). Ela pode ser definida por uma (unidimensional) ou mais variáveis (multidimensional);
- **Variáveis de projeto:** são aquelas que determinam o projeto ótimo, se alterando durante o processo de otimização (são as incógnitas). Elas podem ser contínuas (reais), discretas ou mistas;
- **Restrições:** são funções de igualdade ou desigualdade que descrevem situações indesejáveis de projeto. Dividem-se em dois grupos: (I) Restrições laterais - são efetuadas diretamente sobre as variáveis de projeto, limitando seus valores; (II) Restrições de comportamento - são condições desejáveis de limites do comportamento;
- **Espaço de busca ou região viável:** é o conjunto, espaço ou região que compreende as soluções possíveis ou viáveis do problema a ser otimizado. Deve ser caracterizado pelas funções de restrição, que definem as soluções viáveis do problema a ser resolvido;
- **Ponto ou solução ótima:** é o ponto, caracterizado pelo vetor $X^* = [X_1, X_2, \dots, X_n]$, formado pelas variáveis de projeto que extremizam a função objetivo e satisfazem as restrições.

A função objetivo e as restrições podem ser funções lineares ou não-lineares das variáveis de projeto. Estas funções podem ser explícitas ou implícitas em X . Para algumas técnicas de otimização exige-se que tais funções e suas derivadas primeiras sejam contínuas em X .

5.2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Em estática, o objetivo da otimização estrutural é a obtenção de uma estrutura a mais resistente e mais rígida possível, com um menor custo, o que implica em menor preço. Isto deve ser feito pela mudança de configuração da peça dentro de um domínio de projeto especificado, com determinadas condições de carregamento e de apoio, estando em acordo com as condições de segurança.

Em comparação com os métodos de “tentativa e erro”, que apesar do alto grau de incerteza, ainda são muito utilizados, a determinação de uma solução ótima através de procedimentos de otimização é mais eficiente.

Os primeiros estudos em otimização de estruturas foram feitos por Galileu, em 1638, J. Bernoulli, em 1687, Newton, em 1687, D. Bernoulli, em 1733, Lagrange, em 1770 e Lévy, em 1870 (SOUZA, 2003).

A otimização estrutural teve seus primeiros problemas solucionados por Maxwell em 1872 e posteriormente por Michell em 1904. As análises consistiam essencialmente em calcular o campo de tensões principais usando a Teoria da Elasticidade, de uma força aplicada num ponto de um domínio infinito, que está sujeito a restrições de deslocamento em outros pontos. Obtidas as linhas de isotensões principais, a idéia básica então, era propor nesse domínio uma estrutura formada por barras (elementos de treliça), em que cada barra estivesse alinhada com as direções principais de tensão calculadas. Ou seja, a estrutura ótima (em que o material fosse melhor aproveitado) seria aquela em que os elementos estariam sujeitos apenas a tração e compressão e não a momentos fletores.

Após os resultados de Michell, não houve praticamente evolução na otimização estrutural até a década de 60. Durante esse período eram apenas estudados problemas acadêmicos em estruturas simples (vigas, treliças), sem aplicação prática. Na década de 60, com o surgimento dos computadores e do Método dos Elementos Finitos, os problemas práticos de otimização estrutural passam a ser estudados usando otimização paramétrica, ou seja, alterando-se apenas as dimensões ou as razões de dimensão da estrutura. Assim, por exemplo, é desenvolvido o método *Simplex* para a solução de problemas de programação linear.

Em 1960 foi introduzido o projeto de estruturas elásticas aplicando técnicas de programação não-linear. Destaca-se também a técnica *Fully Stressed Design* (FSD) que, embora não seja propriamente uma metodologia de otimização, é uma forma automatizada de projeto de estruturas, que permitiu por muitos anos a obtenção de projetos mais eficientes. O conceito básico do método FSD é de primeiro analisar a estrutura, determinando as tensões em cada elemento. O domínio é então redimensionado, de forma que a tensão atuante seja igual à tensão máxima permitida (VANDERPLAATS, 1984).

A partir da década de 70, plataformas computacionais foram desenvolvidas, principalmente devido ao grande interesse das indústrias aeronáutica, automotiva e mecânica. Nestes programas, ênfase é dada à capacidade de modelagem geométrica, com geração automática de malhas, segurança e rapidez na análise (algoritmos eficientes) e facilidade de visualização.

Dois fatores contribuíram para o crescimento do interesse de otimização estrutural: o desenvolvimento acelerado de recursos computacionais e a criação de algoritmos eficientes, capazes de suportar formulações complexas. Problemas de otimização estrutural foram então implementados em associação a métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos, O Método dos Elementos de Contorno e o Método das Diferenças Finitas.

Para um problema de otimização estrutural, o interesse está em se definir procedimentos matemáticos que sejam capazes de gerar automaticamente um projeto que atenda às condições ótimas, com o menor consumo de material e menor custo. Em geral, a função objetivo não incorpora um único interesse a ser alcançado, e sim uma série de requisitos envolvidos no problema, isto é, trata-se de uma otimização multi-objetivos. Entre os vários objetivos incluem-se a escolha do material (custo), a melhor combinação de peças disponíveis no mercado (perfis, por exemplo), a topologia, a durabilidade, a confiabilidade, a funcionabilidade, a eficiência, a capacidade e o tempo de execução e os recursos para análise (plataformas computacionais e testes de laboratório) (RAO, 1996). Entretanto, devido à complexidade de se conseguir uma parametrização que considere todos esses fatores de forma adequada, quase sempre são adotadas simplificações nos problemas.

Três tipos de funções objetivos são comuns em otimização estrutural:

• **Minimização do peso da estrutura:** a função objetivo que considera a minimização do peso da estrutura pode ser escrita da seguinte forma:

$$W = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i$$

onde ρ_i é a massa específica do material, A_i é a área da seção transversal e L_i é o comprimento da i -ésima barra da estrutura.

Este objetivo é atraente quanto ao aspecto econômico. Em projetos de torres de transmissão, por exemplo, onde um grande número de unidades deve ser fabricado com economia, por menor que seja, em cada unidade, levará a uma economia global significativa;

- **Maximização da resistência da estrutura:** a maximização da resistência de uma estrutura pode ser obtida através da escolha de uma função objetivo que, por exemplo, minimize as tensões equivalentes de Von Mises;

- **Maximização da rigidez da estrutura:** neste caso, o objetivo é de maximizar a matriz de rigidez, ou minimizar a flexibilidade, ou ainda, minimizar a energia de deformação da estrutura.

Quanto às restrições de comportamento nos problemas de otimização estrutural, estas estão geralmente associadas à limitação das tensões máximas, dos deslocamentos e das cargas críticas de flambagem.

5.2.1 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

No projeto de uma estrutura, é necessário obter um sistema que possa suportar os carregamentos impostos com segurança, com bom comportamento em serviço e que seja econômico. Neste contexto, a definição da melhor estrutura pode incluir informação sobre o material, a topologia, a forma e as dimensões das peças. Embora sejam correlacionadas, estas características definem quatro tipos distintos de otimização estrutural (COELHO, 2003):

- **Otimização de dimensões:** também chamada de otimização paramétrica, a otimização de dimensões foi o tipo de otimização de estruturas que surgiu primeiro. Ela visa determinar as características geométricas ótimas da estrutura: área da seção transversal de barras, momento de inércia de vigas, espessura de placas e cascas etc. Neste tipo de otimização o domínio se mantém fixo durante todo o processo. No entanto, se for permitido que a área da seção transversal assuma valor zero, obtém-se uma nova configuração e a topologia da estrutura final não é conservada;

- **Otimização de material:** muitos autores não classificam a otimização de material como sendo um dos tipos de otimização estrutural, pois a geometria e as dimensões das peças não são alteradas. O objetivo é encontrar o material ótimo e suas características para a estrutura.

As variáveis de projeto são, por exemplo, as constantes que definem o material: módulo de elasticidade, orientação das fibras e espessura das camadas em estratificados;

• **Otimização de forma:** tem como objetivo determinar a forma ótima do contorno externo e/ou interno (furo), ou parte dele, de um modelo de estrutura bidimensional ou tridimensional. As variáveis do problema são as coordenadas dos nós ou dos *keypoints* que definem o contorno da estrutura discretizada (por elementos finitos, por exemplo). A utilização direta das coordenadas dos nós pode levar a um número de variáveis de projeto muito elevado, além do efeito de distorção da malha, que pode ocorrer rapidamente. Em geral, as curvas que definem o contorno da estrutura são aproximadas por *splines*, que são segmentos de linhas aproximadas do contorno. Neste caso, os parâmetros que definem estas curvas constituem as variáveis de projeto. Podem ser utilizadas também outros tipos de funções de interpolação, como por exemplo, funções polinomiais. A determinação da forma ótima do contorno visa principalmente diminuir as concentrações de tensões em determinadas regiões da estrutura. Para discretizar a estrutura, o Método dos Elementos Finitos é o mais utilizado neste tipo de otimização;

• **Otimização topológica:** A otimização topológica surgiu da necessidade de se aprimorar a otimização de forma, permitindo uma melhor distribuição de material no interior do domínio de projeto. A otimização topológica está relacionada com a maneira com que as partes da estrutura se conectam, ou seja, com a distribuição do material no domínio de projeto, que é definido de acordo com o espaço onde se pretende localizar a estrutura. A otimização topológica determina a distribuição ótima de material no domínio de projeto. O objetivo é retirar ou redistribuir o material de maneira iterativa e sistemática. A distribuição ótima está relacionada com um objetivo, que pode ser, por exemplo, a minimização do volume final da estrutura ou maximização da rigidez, visando economia de material. A otimização topológica permite encontrar o *layout* estrutural ótimo, isto é, o número, a posição e o tamanho dos membros, além de vazios. Diferentemente da otimização de forma, na otimização topológica furos podem ser criados no domínio durante o processo de otimização. Assim, a otimização topológica permite obter uma nova configuração da estrutura, partindo-se apenas de definições básicas: domínio do projeto, condições de contorno e de carregamento, objetivo e restrições impostas.

A Figura 24 ilustra as diferenças entre os tipos de otimização estrutural.

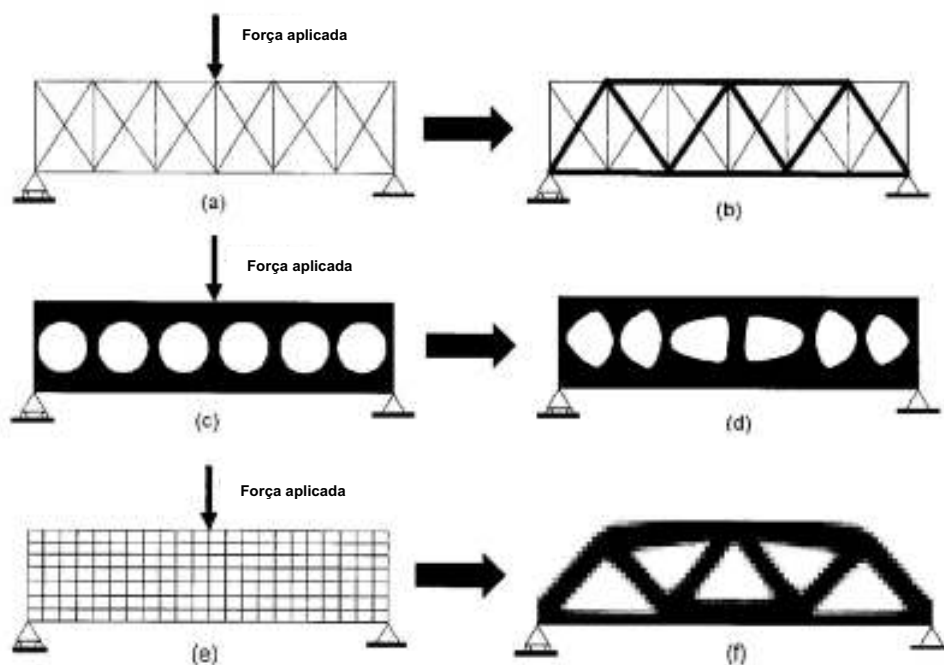


Figura 24 - Diferenças entre otimização de dimensões (a e b), otimização de forma (c e d) e otimização topológica (e e f). Fonte: Carbonari (2003).

5.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA: FORMULAÇÃO GERAL DO MÉTODO DAS DENSIDADES

A otimização topológica pode tratar de estruturas discretas ou estruturas contínuas. Em se tratando de estruturas discretas, a partir de uma estrutura original, composta de todas as possíveis combinações de posicionamento das barras e das condições iniciais de carregamento e de apoio, a otimização irá encontrar o número, a dimensão e a conectividade dos membros, gerando a estrutura ótima.

A otimização topológica de estruturas contínuas é um tema relativamente recente no campo da otimização estrutural. O trabalho de Bendsoe e Kikuchi (1988) é um dos mais importantes neste tipo de otimização. Basicamente, o procedimento é de distribuir o material no interior de um domínio fixo, de maneira a maximizar ou minimizar uma função objetivo. O objetivo

pode ser, por exemplo, a maximização da rigidez, o que é equivalente à minimização da flexibilidade ou à minimização da energia de deformação da estrutura.

A primeira etapa da otimização topológica em estruturas contínuas consiste em definir o domínio de projeto, as condições de contorno e as cargas aplicadas. Em uma segunda etapa, o domínio é discretizado por elementos finitos. Outros métodos de análise numérica podem ser utilizados, desde que sejam genéricos o suficiente para lidar com estruturas de formas complexas, resultantes da otimização.

Em seguida, as informações são inseridas no algoritmo de otimização, que num processo iterativo distribui o material no domínio fixado, de maneira a minimizar ou maximizar a função objetivo. O resultado obtido é uma estrutura com topologia (geometria) ótima.

Na implementação numérica da otimização topológica, o modelo de elementos finitos que discretiza o domínio de projeto não é alterado durante o processo iterativo de otimização. Apenas a distribuição do material nos elementos é alterada. A Figura 25 ilustra um exemplo de otimização topológica de estruturas contínuas.

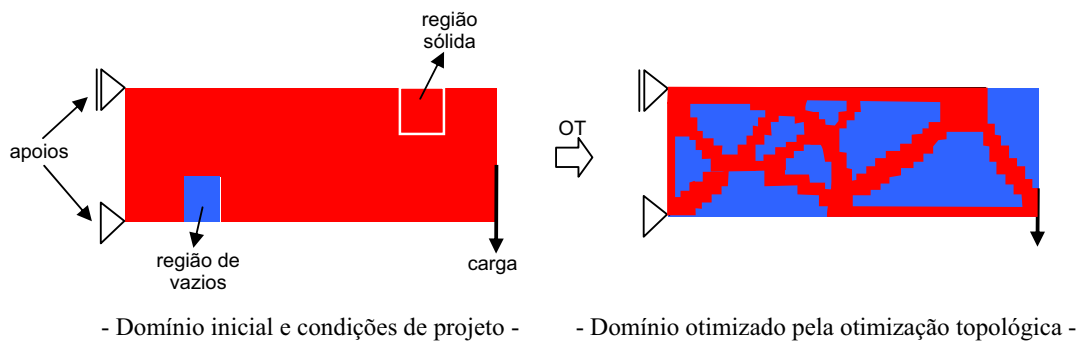


Figura 25 - Otimização topológica de estruturas contínuas.

Fonte: adaptado de Sigmund e Bendsoe (2003).

Na etapa iterativa de distribuição do material é necessário criar um *modelo de material*. Dentre os modelos de material, o *Método da Homogeneização* é baseado em microestruturas formadas pela mistura de materiais homogêneos. Cada ponto do domínio da estrutura é definido como um material composto, gerado pela repetição periódica de uma microestrutura, que é formada por material sólido e vazio, segundo duas formas básicas, conforme é mostrado na Figura 26.

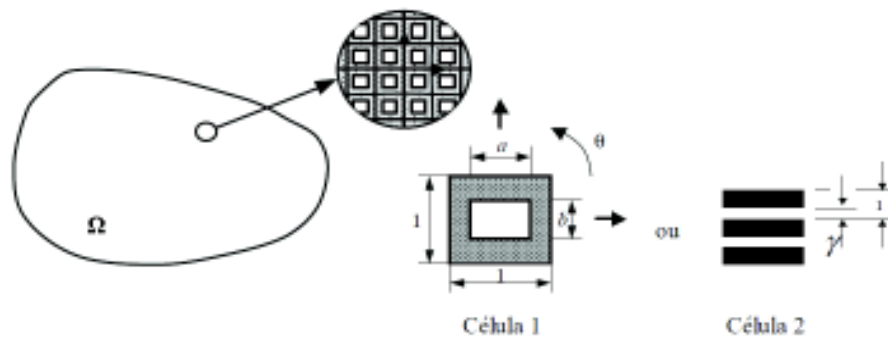


Figura 26 - Microestruturas consideradas pelo Método da Homogeneização.

Fonte: Carbonari (2003).

O Método da Homogeneização é um método robusto, mas tem um custo computacional e uma implementação numérica complexos, devido ao número elevado de variáveis de projeto: dimensões a , b e θ na célula 1 ou γ na célula 2 (CARBONARI, 2003).

Um método de modelagem e implementação computacional relativamente simples para o modelo de material é o *Método das Densidades*. Este método utiliza somente uma variável de projeto, que é a densidade relativa do material em cada elemento do domínio de projeto, conforme será explicado a seguir.

5.3.1 MÉTODO DAS DENSIDADES

No Método das Densidades o domínio de projeto é discretizado por elementos finitos, que são preenchidos homoganeamente pelo material. A idéia é de rearranjar o material, trocando a densidade do material (ρ) em cada elemento. Assim, obtém-se ao final do processo de otimização os elementos sólidos (densidade 1), onde há presença de material, e os elementos vazios (densidade 0), onde não há material. A presença de cores intermediárias (cinzas) entre o preto (região sólida) e o branco (região vazia) não tem sentido prático, devendo ser eliminadas. Gráficamente, os resultados do procedimento iterativo de otimização indicam que:

- Elemento de cor branca = vazio = alta flexibilidade;
- Elemento de cor preta = material sólido = baixa flexibilidade;
- Elemento de cor cinza = estado intermediário do material = flexibilidade intermediária.

As variáveis de projeto são, portanto, as densidades dos elementos. No estágio final, as regiões de material sólido deverão formar os caminhos das cargas, enquanto as demais regiões estarão ocupadas por vazios.

A equação (7) relaciona o valor da densidade em cada elemento do domínio, em função da propriedade efetiva do material base $C(x)$, usado no projeto, é dada por (Carbonari, 2003):

$$C(x) = \rho(x) C_0 \quad (7)$$

onde $\rho(x)$ é uma função de distribuição contínua das densidades (variáveis de projeto), $0 \leq \rho(x) \leq 1$. O tensor C_0 pode ser, por exemplo, representado pelo módulo de Young E_0 do material.

Matematicamente, a ocorrência de valores intermediários para as variáveis de projeto $\rho(x)$ relaxa e garante a solução do problema como um problema de otimização com variáveis contínuas. No entanto, do ponto de vista prático, densidades intermediárias não são interessantes, pois dificultam a interpretação final da topologia, além de inviabilizar a fabricação/construção da estrutura.

De acordo com Carbonari (2003), para evitar a ocorrência de excesso de densidades intermediárias, estas serão penalizadas de acordo com a expressão exponencial:

$$C(x) = \rho(x)^\beta C_0 \quad (8)$$

sendo $\beta \geq 1$ o fator de penalização, que permite reduzir as densidades intermediárias no resultado final. Deve-se ter o cuidado de não tomar valores muito elevados para β , pois na medida em que se aumenta este valor, aproxima-se o problema contínuo para um problema discreto. O procedimento de penalização reduz a eficiência de elementos com densidades intermediárias, forçando a convergência para estados sólidos ou vazios.

No Método das Densidades, o material é definido em um determinado domínio de projeto, conforme mostra a Figura 27, sob condições de apoio e de carregamento fixadas.

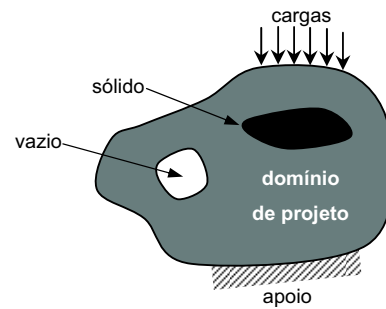


Figura 27 - Domínio de projeto para otimização topológica de estruturas contínuas.

O domínio de projeto é discretizado por elementos finitos, de onde podem ser obtidas as conhecidas expressões de equilíbrio da estrutura (BENDSOE; SIGMUND, 2004):

$$K U = F$$

sendo K a matriz de rigidez global, U o vetor dos deslocamentos e F o vetor das forças aplicadas.

A matriz de rigidez global K resulta da soma das matrizes de rigidez dos elementos k^e :

$$K = \sum_{e=1}^N k^e$$

onde N é o número de elementos da estrutura discretizada.

A variável de projeto x^e representa a densidade relativa do material no elemento e , sendo: $\rho = x^e \rho_0$. A densidade ρ_0 é a densidade de um elemento simples sólido do domínio ($x^e = 1$).

Nesta formulação, a grandeza a ser minimizada é a *flexibilidade média* da estrutura, que é equivalente à energia de deformação. A flexibilidade média pode ser definida pela expressão:

$$S = F^T U = U^T K U = \sum_{e=1}^N (u^e)^T k^e u^e \quad (9)$$

Reescrevendo a expressão (8), que penaliza as densidades intermediárias, tem-se para um elemento:

$$k^e = (x^e)^\beta k^0 \quad (10)$$

sendo $\beta = 3$ um valor indicado pela literatura (BENDSOE; SIGMUND, 2004).

Introduzindo (10) em (9), resulta:

$$S = \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta \left[(u^e)^T k^0 u^e \right]$$

No processo de otimização, o volume $V(X)$ do material é fixado, sendo dado por:

$$V(X) = x^1 v_1 + x^2 v_2 + \dots + x^N v_N = \sum_{e=1}^N x^e v_e = X^T v$$

sendo X o vetor das variáveis de projeto e v o vetor de volumes dos elementos.

Assim, pode-se equacionar o problema de otimização topológica como (SIGMUND, 2001):

Minimize:

$$S(X) = U^T K U = \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta \left[(u^e)^T k^0 u^e \right] : \text{minimização da flexibilidade média da estrutura}$$

Sujeita a:

$$\frac{V(X)}{V_0} = f : \text{restrição do volume do material}$$

$$K U = F \Rightarrow K U = \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta \left[k^0 u^e \right] = F : \text{restrição de comportamento (equilíbrio da}$$

estrutura)

$$x_{min}^e \leq x^e \leq x_{max}^e, e=1, \dots, N : \text{restrições laterais}$$

sendo:

$X = [x^1 \ x^2 \ x^3 \ \dots \ x^N]$: vetor das variáveis de projeto (densidades dos elementos);
 K : matriz de rigidez global;
 U : vetor dos deslocamentos global;
 F : vetor das forças global;
 k^e : matriz de rigidez do elemento;
 u^e : vetor dos deslocamentos do elemento;
 N : número de elementos da estrutura discretizada;
 V_0 : volume do domínio de projeto (volume inicial);
 f : fração de volume (redução desejada do volume de material);
 β : fator de penalização (tipicamente $\beta=3$);
 $x_{min}^e ; x_{max}^e$: limites inferior e superior das variáveis de projeto ($x_{max}^e = 1$; $x_{min}^e = 10^{-3}$: este valor serve para evitar a ocorrência de matriz de rigidez singular).

As diversas etapas de um processo de otimização topológica são mostradas na Figura 28. A estrutura resultante pode ser levada a um segundo procedimento de otimização, que é a otimização de forma, em função da existência de arestas. O resultado final deve ser objeto de interpretação do projetista, que deverá verificar o desempenho da estrutura através de métodos numéricos e/ou experimentais, cabendo também uma análise de viabilidade econômica e construtiva (LIMA, 2002).

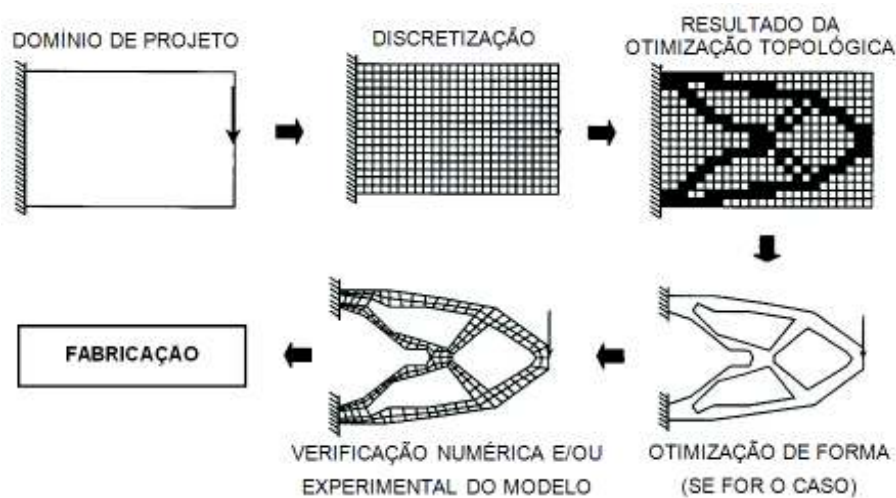


Figura 28 - Etapas de um projeto com utilização de otimização estrutural topológica.

Fonte: adaptado de Lima (2002).

5.3.2 PROBLEMAS ASSOCIADOS À OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

A escolha da discretização (malha de elementos finitos) do domínio de projeto pode ser problemática. Alguns problemas podem ocorrer:

- Dependência da malha (*mesh dependence*): diferentes discretizações produzem diferentes topologias finais;
- Instabilidades de tabuleiro (*checkerboard patterns*): regiões da malha que alternam elementos com material e sem material;
- Mínimos locais (*local minima*): soluções finais diferentes para uma mesma discretização;
- Ótimos singulares (*singular topologies*): para problemas com restrições de tensões, a solução passa por regiões do domínio de projeto com mínimos locais, onde os métodos tradicionais de otimização têm dificuldades de convergência.

Com relação à dependência da malha, a discretização efetivamente exerce um papel fundamental na otimização topológica, pois as variáveis de projeto são diretamente conectadas aos elementos, o que pode levar a diferentes topologias quando, para um mesmo problema, são utilizadas diferentes malhas. Malhas muito refinadas levam a um número maior e mais refinado de membros. A solução ótima para uma malha infinitamente fina consiste de infinitos e refinados membros. Este efeito não é muito pronunciado se o grau de refinamento e a orientação das malhas são similares. Para atenuar o efeito de dependência da malha, existem procedimentos de amortecimento e filtragem, que consideram para a sensibilidade da função objetivo de cada elemento, a informação das sensibilidades na vizinhança deste elemento (BENDSOE, 2003).

O efeito tabuleiro de xadrez corresponde à existência de áreas na solução da otimização topológica, onde elementos sólidos e vazios se alternam. Estes elementos são conectados apenas pelos cantos. Para controlar este efeito podem ser aplicados procedimentos de filtragem ou de controle dos gradientes das variáveis de projeto. Variações bruscas dos gradientes provocam o efeito tabuleiro. Outra forma de evitar o problema é de escolher adequadamente o tipo de elemento. O efeito é evitado quando a aproximação para os

deslocamentos do elemento (funções de interpolação) é da ordem de grandeza da aproximação para a densidade. Isto implica na utilização de elementos do tipo *higher-order*, que possuem 8 ou 9 nós por elemento (BENDSOE, 2003).

Em função do problema a ser otimizado neste trabalho e da formulação do programa ANSYS, estes problemas serão contornados.

5.3.3 CRITÉRIOS (FUNÇÕES OBJETIVO) UTILIZADOS EM OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Conforme formulado na Seção 5.3.1, neste trabalho o critério ou a função objetivo utilizada na otimização topológica do reforço das lajes consiste na maximização da rigidez global da estrutura, o que é equivalente à minimização da flexibilidade média ou ainda à minimização da energia de deformação. No entanto, outros critérios podem ser considerados em otimização topológica para problemas de estática, conforme discutido a seguir.

5.3.3.1 CRITÉRIOS COM RESTRIÇÕES DE TENSÕES

Em alguns casos, onde se procura resultados quantitativos para a otimização topológica, é importante que as tensões na estrutura otimizada não violem um critério de falha (ou critério de resistência), como por exemplo, que as tensões geradas não ultrapassem a resistência do material. O mesmo raciocínio pode ser feito para a limitação dos deslocamentos da estrutura.

A maximização da rigidez não garante explicitamente um critério de resistência, o que em algumas aplicações pode ser um inconveniente. A topologia obtida pela maximização da rigidez pode levar a regiões onde há concentração de tensões, gerando valores muito elevados das tensões, ultrapassando os limites de resistência. No entanto, este não será um problema para o reforço de lajes com fibras de carbono proposto neste trabalho, porque o objetivo da otimização topológica será apenas de indicar as regiões onde se deve posicionar o reforço. Portanto, mesmo que ocorram violações dos limites de resistência do material, isto poderá ser corrigido num segundo momento, onde o resultado teórico otimizado da distribuição do reforço será ajustado para o uso prático na forma de faixas ou tecidos de PRFC.

Nos casos de otimização topológica baseadas na maximização da rigidez, onde é necessário atender explicitamente a um critério de falha, o procedimento é de introduzir as equações representativas do critério nas restrições de comportamento ou nas restrições laterais do problema de otimização. Esta abordagem leva, no entanto, a um conhecido problema, que é a *singularidade das tensões*. Este fenômeno, apontado primeiramente por Sved e Ginos (1968), ocorre quando, na retirada do material, a densidade dos elementos tende a zero ou quando elementos (ou regiões) apresentam pequena área de seção transversal, elevando significativamente o valor das tensões, tendendo ao infinito e gerando descontinuidades, ultrapassando assim os limites de resistência do material. Isto acontecendo, a topologia desta região é perturbada, pois ocorre instabilidade numérica (por exemplo, a matriz de rigidez pode não ser mais semi-definida positiva), devido à presença de mínimos locais na solução, ou seja, a região viável não é convexa. Nestes casos os algoritmos de otimização tem dificuldades de encontrar o mínimo global. Diversos autores têm estudado formas de contornar esta dificuldade (EVGRAFOV; PATRIKSSON, 2005, PARÍS *et al.*, 2008, STUMP *et al.*, 2007). Os principais métodos são baseados no conceito de relaxação da solução. Cheng e Guo (1997) foram pioneiros na proposição de uma técnica de perturbação, chamada *epsilon-relaxação*, aplicada a treliças. Duysinx e Bendsoe (1998) estenderam a metodologia para problemas bidimensionais. O princípio da técnica é de permitir que a resistência máxima seja ultrapassada, dentro de um pequeno limite (perturbação). Gradualmente, este limite é diminuído até zero, retornando no final ao problema original. Outra forma de relaxação do problema é proposta por Stump *et al.* (2007), onde o critério adotado é baseado na média aritmética das tensões de Von Mises que ocorrem na estrutura.

5.3.3.2 CRITÉRIOS DE MÁXIMA RESISTÊNCIA

No reforço de lajes com fibras de carbono é importante, em termos do cálculo estrutural, que se maximize a resistência da estrutura reforçada. O ganho em termos de rigidez, com a diminuição da flecha, é relativamente pequeno quando se usa fibras de carbono, que possuem uma pequena espessura.

Ainda que possuam restrições das tensões, os critérios que maximizam a rigidez não garantem explicitamente a minimização das tensões, o que equivaleria a maximizar a resistência. Daí o interesse em se utilizar um critério que defina diretamente como função objetivo a

maximização da resistência. É comum o uso da minimização da tensão de Von Mises como parâmetro indicador de maximização da resistência. Genericamente, para estruturas do tipo placa, onde o cisalhamento transversal é considerado, a tensão de Von Mises em um ponto pode ser calculada pela fórmula:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2)}$$

Deve-se lembrar que o critério de Von Mises é bem adaptado para materiais dúcteis, mas tem limitações quando é aplicado para materiais com limites de resistência diferentes, como por exemplo, o concreto e os materiais compostos, que possuem resistência à tração diferente da resistência à compressão.

Em contraponto à maximização da rigidez, que é um indicador global de desempenho, a maximização da resistência é uma medida local do desempenho da estrutura. Esta característica confere ao critério de máxima rigidez maior robustez do que o critério de máxima resistência, pois este último pode ter sua topologia influenciada por regiões onde existam concentrações de tensões ou ainda singularidades. Nestes casos, a topologia resultante é dominada por picos locais, conduzindo habitualmente a geometrias formadas por elementos concentrados, do tipo treliças e pórticos (DUYSINX, 1996). Uma forma de contornar este problema é de não incluir estas regiões no domínio a ser otimizado, o que é um fator limitante do processo.

Existem ainda critérios que buscam a melhor topologia uniformizando o estado de tensões no domínio de projeto. Nesta categoria pode-se citar o *Critério da Resistência Uniforme* e o *Fully Stressed Design*, onde apenas os elementos com níveis de tensões próximas ao limite de resistência são mantidos. Segundo Duysinx (1996), estes critérios são próximos do critério da máxima rigidez, exceto talvez em regiões com singularidades. Esta constatação pode ser explicada pela quantidade relativamente importante de energia de deformação nas regiões de forte concentração de tensões. Estas regiões serão eliminadas naturalmente no processo de otimização, que visa minimizar a energia.

5.3.3.3 RELAÇÃO ENTRE OS CRITÉRIOS DE MÁXIMA RIGIDEZ E DE MÁXIMA RESISTÊNCIA

Embora não exista uma correspondência direta e precisa entre os resultados da otimização topológica segundo os critérios de maximização da resistência e da rigidez, alguns estudos indicam que, para muitos casos, há uma proximidade da geometria obtida.

Bendsoe, Dias e Kikuchi (1993) e Rosvany (1995) *apud* Duysinx (1996) afirmam que se pode demonstrar para casos com apenas um carregamento, ou seja, sem a existência de carregamentos alternados em instantes diferentes atuando na estrutura, que a topologia obtida pelos critérios de resistência (tensão) e de rigidez (flexibilidade/energia) é idêntica. Por outro lado, a topologia será diferente se forem consideradas simultaneamente restrições de tensão e de flexibilidade ou se forem considerados vários carregamentos atuando na estrutura. Nesta linha de raciocínio, Pedersen (1998) *apud* Bendsoe (2004), afirma que, para problemas de otimização topológica com restrição de tensões, os critérios de rigidez e de resistência (tensão) são equivalentes se o critério de resistência é consistente com a medida de energia elástica, o que não é o caso, por exemplo, quando se usa o critério de Von Mises, que não é consistente com o critério de energia, exceto para materiais incompressíveis, onde o coeficiente de Poisson vale 0,5. Assim, não é surpresa observar diferenças entre as topologias geradas pelos critérios de resistência e de rigidez para casos onde o estado de tensão é caracterizado pela pressão hidrostática em algumas áreas.

No entanto, deve-se reafirmar que, a diferença dos dois critérios ocorre basicamente para problemas onde há restrições das tensões, o que não é uma condição indispensável em otimização topológica para todas as aplicações.

Outros trabalhos apontam na direção da semelhança da topologia para os dois critérios. Li *et al.*, (1999) e Lam *et al.* (2000) apresentam diversos exemplos onde isto ocorre. Cervellera (2005) também indica a semelhança entre os critérios de resistência e de rigidez, ressaltando porém que, para problemas envolvendo estabilidade, esta afirmação não pode ser feita. Segundo Brandt (1984), o Critério da Resistência Uniforme está estritamente relacionado ao critério de minimização da energia de deformação. Em contraposição a estes autores, Steven (2002) afirma que a topologia dos dois critérios pode divergir, ou seja, a topologia mais rígida

pode não ser a mais resistente e vice-versa. No entanto, conforme mostram os resultados deste mesmo trabalho, há semelhança entre a topologia para os dois critérios, mesmo que, formalmente, elas não sejam iguais. Finalmente, Rozvany e Birker (1995) mostram que, para treliças, a topologia pode ser diferente quando envolve vários carregamentos e também para materiais com limites de resistência em tração e compressão diferentes ou ainda quando existem vários materiais envolvidos.

No presente trabalho não serão consideradas as restrições de tensões, o que indica que os resultados da topologia a serem obtidos pelas simulações numéricas através do ANSYS, que usa a máxima rigidez como critério, serão similares à topologia que seria obtida por um critério de resistência, ou seja, a geometria do reforço da laje obtida nas simulações numéricas levará a uma estrutura mais rígida e também mais resistente.

Na Seção 6.2 será feita uma simulação numérica de otimização do reforço, onde será mostrado como existe efetivamente uma relação entre os critérios de máxima rigidez e de máxima resistência.

Para garantir explicitamente a topologia mais rígida e mais resistente, alguns autores propõem um critério que reúna simultaneamente a maximização da rigidez e da resistência em uma mesma função objetivo. Do ponto de vista da otimização, trata-se de um problema multi-objetivo ou multi-critério, pois estas duas funções objetivo não são necessariamente convergentes.

Formalizando, pode-se ter as seguintes possibilidades de otimização topológica para problemas em estática (STEVEN, 2002):

- Maximização da rigidez: $minimize F_{OBJ}^S = S(X) = U^T K U = \sum_{e=1}^N (x^e)^\beta [(u^e)^T k^0 u^e]$
- Maximização da resistência: $minimize F_{OBJ}^\sigma = \left(\underset{e=1}{máx} \sigma_{VM}^e \right)$
- Maximização da rigidez e da resistência: $minimize F_{OBJ} = W_S F_{OBJ}^S + W_\sigma F_{OBJ}^\sigma$

onde, nos três casos, há restrição do volume de material, sendo N o número de elementos do modelo de elementos finitos e W_s e W_σ os fatores peso para a rigidez e a resistência, respectivamente, sendo escolhidos de acordo com o interesse do projetista.

5.3.3.4 CRITÉRIO UTILIZADO PARA A OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DO REFORÇO DE LAJES

Em função da robustez do método e da disponibilidade do mesmo no programa computacional ANSYS, o critério utilizado neste trabalho para o reforço de lajes com fibras de carbono é o da máxima rigidez, com formulação similar àquela apresentada na Seção 5.3.1. Em função do exposto em 5.3.3.3, os resultados deste critério devem ser próximos daqueles que seriam obtidos pelo critério de resistência. Mesmo nos casos em que exista diferença entre a topologia otimizada pelos critérios da máxima rigidez e da máxima resistência, esta em geral não é significativa a ponto de mudar substancialmente a geometria do reforço, não levando assim a uma interferência significativa no resultado final de projeto.

Conforme foi dito, aqui o objetivo é de localizar as regiões na superfície da laje onde se deve posicionar o reforço. Não se procura um resultado na otimização topológica que seja preciso e definitivo, para uso direto em projeto e dimensionamento. Assim, a partir das regiões a serem reforçadas (definidas pela otimização topológica), o dimensionamento será feito na seqüência, utilizando-se faixas ou tecidos de fibra de carbono, que possuem geometria retangular. Nesta segunda etapa, devem também ser considerados aspectos práticos do dimensionamento, como a necessidade de se acrescentar o comprimento de ancoragem ao reforço.

CAPÍTULO 6

SIMULAÇÕES DE LAJES REFORÇADAS COM FIBRAS DE CARBONO USANDO OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

6.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Neste capítulo serão feitas as simulações de otimização topológica da laje reforçada através do programa computacional ANSYS. Para cada caso simulado foram estudadas as diversas variáveis envolvidas: malha de elementos finitos, geometria da laje, distribuição das armaduras, posicionamento do reforço, consideração da fissuração do concreto, entre outros aspectos.

Para todos os casos, a distribuição do reforço foi obtida para uma retirada de 64% de material, considerado inicialmente distribuído em toda a superfície da laje. Esta porcentagem foi calculada baseando-se numa laje apoiada nos quatro bordos, com vãos iguais a 5 m (semelhante ao modelo apresentado no Capítulo 4), com distribuição de faixas que têm comprimento igual aos vãos.

Os valores dos carregamentos das lajes foram obtidos a partir de simulações feitas com o ANSYS, onde buscava-se um estado fissurado representativo de cada laje.

As análises feitas neste capítulo são de caráter qualitativo, buscando-se a influência de diversos fatores (geométricos, numéricos, das condições de apoio e de carregamento) quanto ao resultado da otimização topológica. As análises quantitativas do reforço obtido a partir do dimensionamento e da otimização topológica serão feitas no Capítulo 7.

Deve-se ressaltar que a solução deste tipo de problema não é evidente. Existem dificuldades de convergência da solução numérica, em função principalmente da forte não-linearidade exercida pela fissuração do concreto, que ocorre simultaneamente ao processo de retirada do material (reforço) pela otimização topológica. Em particular, quando o modelo numérico possui um número elevado de graus de liberdade, a solução não converge. Em função disto, os modelos numéricos das lajes tiveram que ser simplificados. Esta simplificação se deu basicamente com a diminuição do número de graus de liberdade (malha menos refinada) e com a retirada das armaduras dos modelos, o que foi possível pela pequena influência destas na fissuração, conforme exemplificado na Seção 4.3.3. Como o que se busca na distribuição otimizada do reforço é a indicação da região onde este será posicionado, para um posterior projeto com caráter prático, as simplificações introduzidas não são um inconveniente.

Os resultados serão apresentados na seguinte ordem:

- a) Comportamento estrutural de uma laje após distribuição otimizada do reforço;
- b) Relação entre os critérios de máxima rigidez e de máxima resistência;
- c) Otimização Topológica (OT) para diversos tipos de lajes, com diferentes condições de apoio e de carregamento;
- d) Influência da forma de distribuição do carregamento;
- e) Influência da malha de elementos finitos nos resultados da OT;
- f) Influência na OT da quantidade de reforço retirado;
- g) Influência da geometria da laje nos resultados da OT;
- h) Influência da forma de distribuição do carregamento;
- i) Influência da fissuração do concreto nos resultados da OT.

6.2 MATERIAIS CONSIDERADOS

No presente trabalho, foram utilizados três tipos de materiais na confecção dos modelos numéricos: concreto, PRFC (reforço) e aço CA60. As propriedades do concreto foram fornecidas na Seção 4.3.1. O PRFC utilizado é o Sika Carbodur[®], que tem as seguintes características (SIKA CARBODUR, 2005):

- Base: fibra de carbono em matriz epóxi;
 - Conteúdo de fibras em volume maior que 68%;
-

- Densidade: 1,6 g/cm³;
- Resistência à temperatura maior que 150 °C;
- Largura: 10 cm (adotado);
- Espessura: 1,2 mm;
- Módulo de elasticidade: $1,55 \times 10^{11}$ N/m²;
- Resistência à tração na ruptura: $2,4 \times 10^9$ N/m²;
- Deformação não maior que 1,9%;
- Coeficiente de Poisson: 0,27 (adotado).

Estas propriedades mecânicas correspondem à direção longitudinal da fibra.

6.3 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE UMA LAJE COM REFORÇO OTIMIZADO

Nesta seção serão apresentados os resultados gerados pela otimização topológica quanto à distribuição de reforço, das tensões e dos deslocamentos (flecha) para uma laje engastada nos quatro bordos. O objetivo é de apresentar o resultado da otimização topológica e a distribuição dos parâmetros do comportamento estrutural (tensões, energia) que tem relação com o processo de otimização.

A Figura 29 mostra a distribuição de reforço segundo a OT, gerada pelo ANSYS, a partir do critério de maximização da rigidez da estrutura. A cor vermelha é a região sólida, ou seja, onde há presença de reforço, e a cor azul é a região onde não há reforço. Não há distinção neste tipo de resultado gerado pelo ANSYS do posicionamento do reforço em zonas tracionadas ou zonas comprimidas. Assim, uma análise posterior deve ser feita para selecionar apenas as regiões onde o reforço será posicionado (zonas tracionadas).

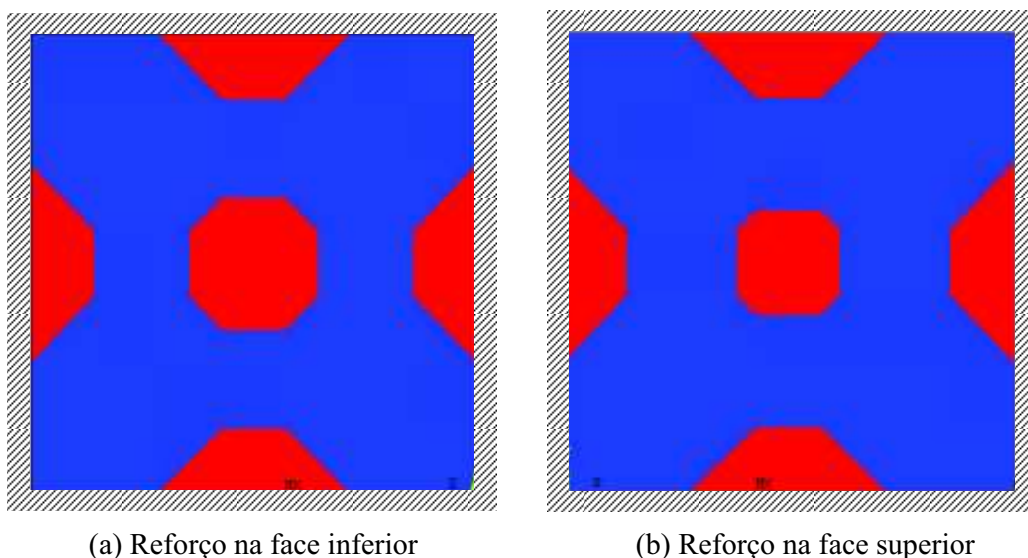


Figura 29 - Distribuição do reforço obtida pela otimização topológica.

Percebe-se que a diferença é pouco significativa quanto à distribuição do reforço, quando se compara as situações (a) e (b) da Figura 29.

A Figura 30 ilustra a distribuição das tensões normais σ_x nas faces da laje, associadas aos momentos fletores na direção x . Nas regiões em vermelho, a tensão atuante é de tração. São nestas regiões que o reforço será colocado.

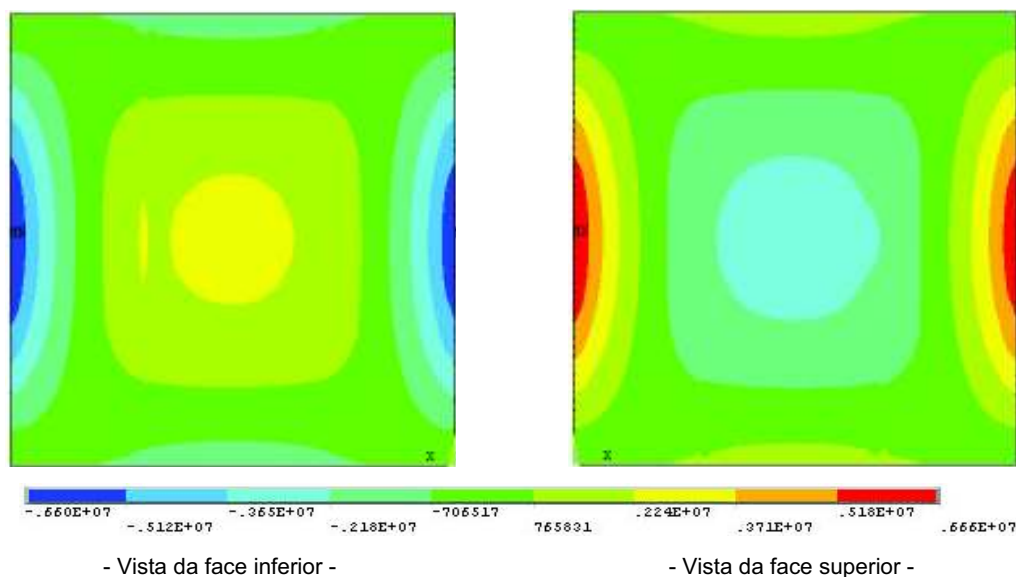


Figura 30 - Distribuição das tensões σ_x (N/m^2) na laje reforçada.

A Figura 31 ilustra a distribuição das tensões principais σ_1 . Estas tensões estão associadas à ocorrência e distribuição da fissuração na laje.

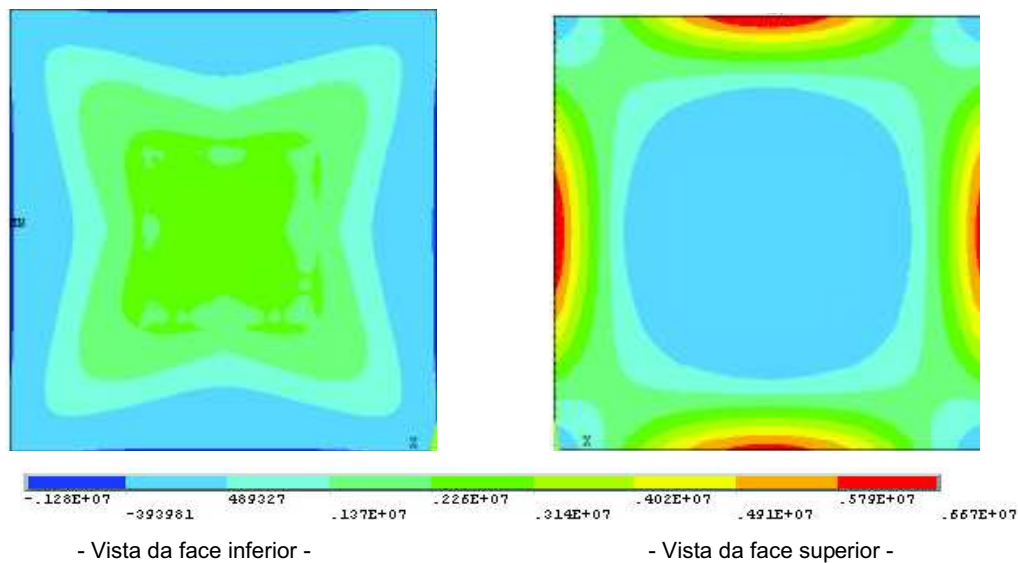


Figura 31 - Distribuição das tensões σ_1 (N/m^2) na laje reforçada.

É perceptível a semelhança das Figuras 19 e 31, ambas tratando da vista da face inferior da laje engastada nos quatro bordos: a distribuição das primeiras fissuras ocorre segundo as tensões σ_1 . A Figura 32 mostra a distribuição das tensões de Von Mises, que estão associadas à resistência da estrutura.

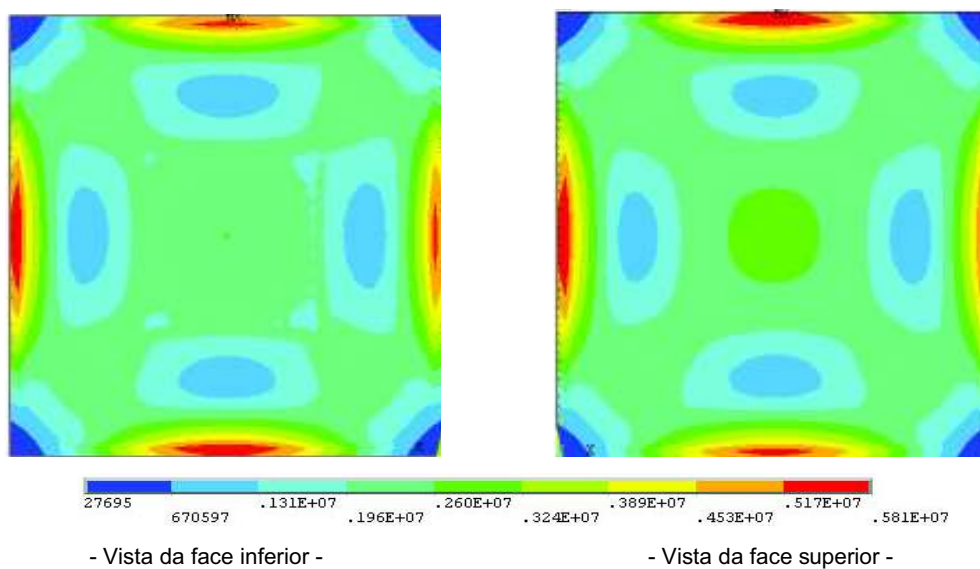


Figura 32 - Distribuição de tensões de Von Mises σ_{VM} (N/m^2) na laje reforçada.

Nota-se que as tensões de Von Mises são máximas nas regiões tracionadas, onde o reforço é requerido. Tal fato já era esperado, pois estas tensões estão relacionadas à ruptura da estrutura.

A Figura 33 mostra a distribuição da energia de deformação na laje. A energia está associada ao critério utilizado na otimização topológica, de maximização da rigidez, que corresponde à minimização da energia de deformação.

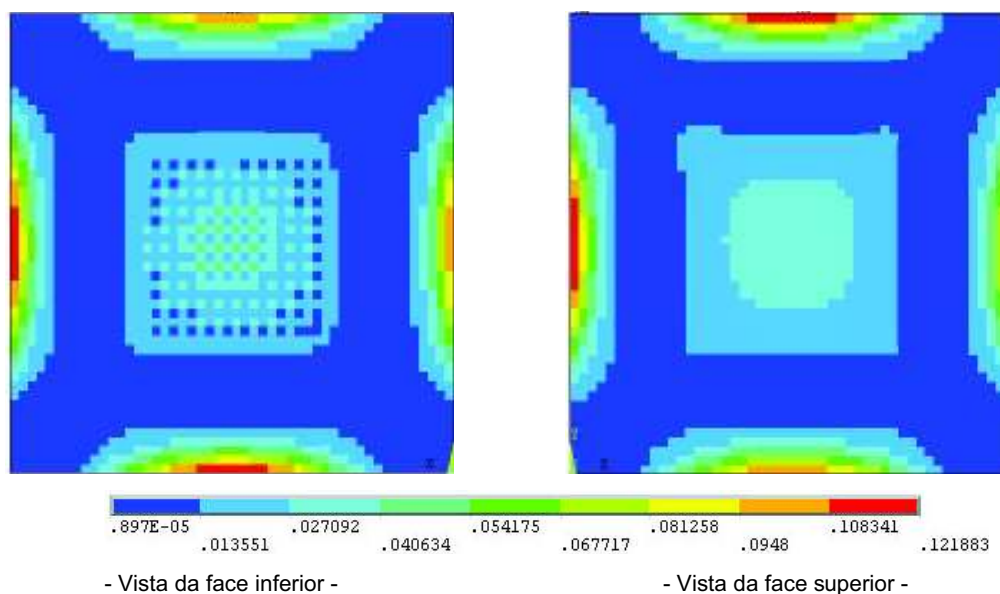


Figura 33 - Distribuição da energia de deformação na laje reforçada.

Os deslocamentos (flechas) da laje reforçada são mostrados na Figura 34, onde se nota a coerência com as condições de carregamento e de apoio da laje.

Na Figura 34 tem-se a distribuição das flechas para a laje analisada.

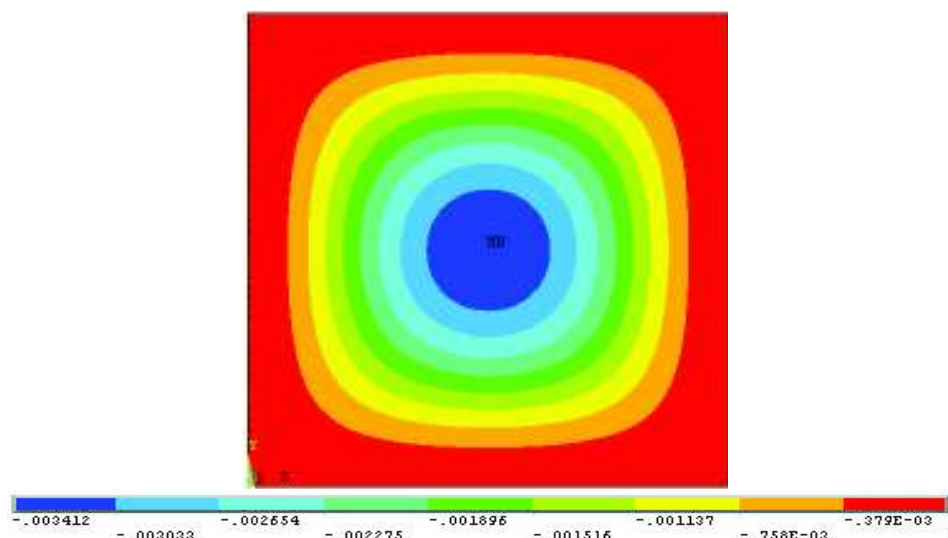


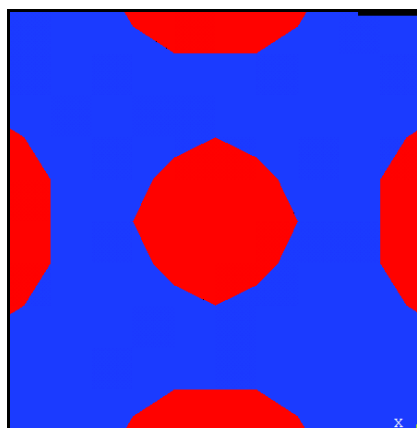
Figura 34 - Distribuição das flechas (m) na laje reforçada.

A flecha máxima para este caso é inferior à flecha admissível prevista pela norma ABNT NBR 6118:2003. O procedimento de verificação da flecha foi aplicado a todas as lajes simuladas neste trabalho.

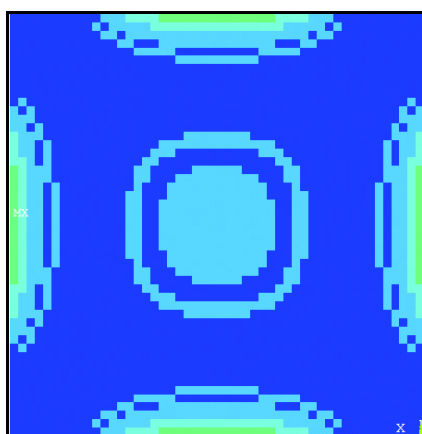
6.4 RELAÇÃO ENTRE OS CRITÉRIOS DE MÁXIMA RIGIDEZ E DE MÁXIMA RESISTÊNCIA

Para ilustrar a relação entre os critérios de máxima rigidez e de máxima resistência no resultado da otimização topológica, foi realizada uma simulação numérica no programa ANSYS. Conforme discutido na Seção 5.3.3, os resultados de otimização topológica obtidos a partir de critérios de máxima rigidez e de máxima resistência tendem a ser similares.

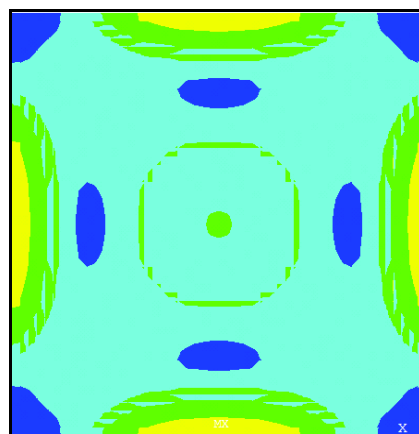
A Figura 35 mostra os resultados para uma laje engastada nos quatro bordos sob carregamento uniforme, após o procedimento de otimização topológica. A laje é reforçada em sua face inferior apenas. As tensões e a energia de deformação são mostradas na face inferior da laje. Nota-se que há uma semelhança entre a distribuição das tensões de Von Mises (parâmetro representativo do critério de máxima resistência) e da energia de deformação (parâmetro representativo do critério de máxima rigidez). Nota-se também que o reforço foi posicionado justamente nas regiões de máxima energia e de máxima tensão, indicando que há uma proximidade entre os dois critérios.



- Reforço otimizado (máxima rigidez) -



- Energia de deformação -



- Tensões de Von Mises -

Figura 35 - Comparação da distribuição do reforço, das tensões e da energia para a laje, após otimização topológica.

6.5 INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE APOIO NA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

São apresentados nesta seção os resultados da distribuição do reforço obtida pela otimização topológica, para diversas condições de apoio. Em todos os casos, as dimensões da laje (comprimento, largura e altura) foram mantidas constantes, com os seguintes valores:

$$l_x = l_y = 5 \text{ m}; h = 10 \text{ cm.}$$

Em todos os casos foi considerado reforço nas faces inferior e superior, devido à presença de bordos engastados, com exceção do caso 1, por se tratar de uma laje apoiada nos quatro bordos, com fibra apenas na face inferior. O carregamento que consta em cada caso é aquele que gera a fissuração da laje, conforme resultados obtidos em simulações com o ANSYS. A Figura 36 ilustra todos os tipos de condições de apoio para as lajes analisadas.

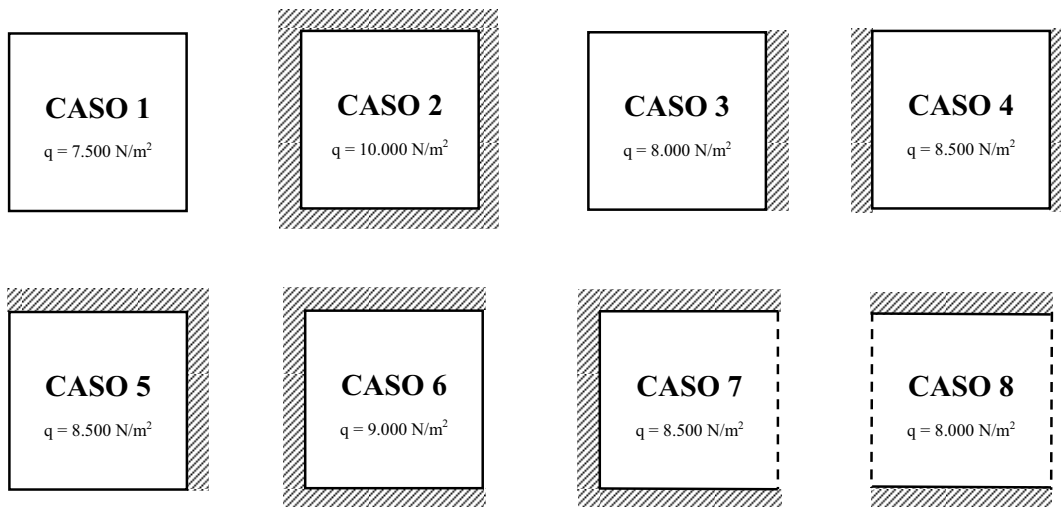


Figura 36 - Condições de apoio e de carregamento das lajes analisadas na otimização topológica.

Os resultados da distribuição de reforço são apresentados nas Figuras de 37 a 43.

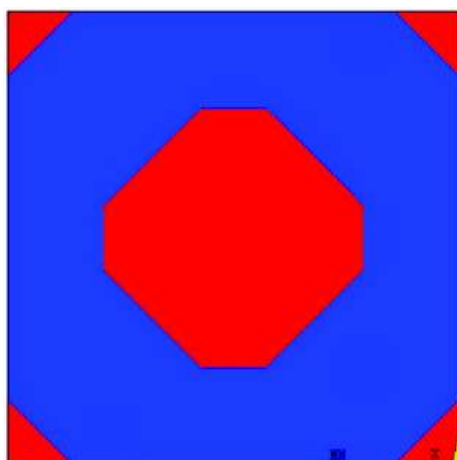


Figura 37 - Distribuição otimizada do reforço (face inferior) - caso 1.

De acordo com a Figura 37, o reforço é solicitado na região central da laje, região esta onde os momentos fletores são máximos e ocasionam as máximas tensões de tração.

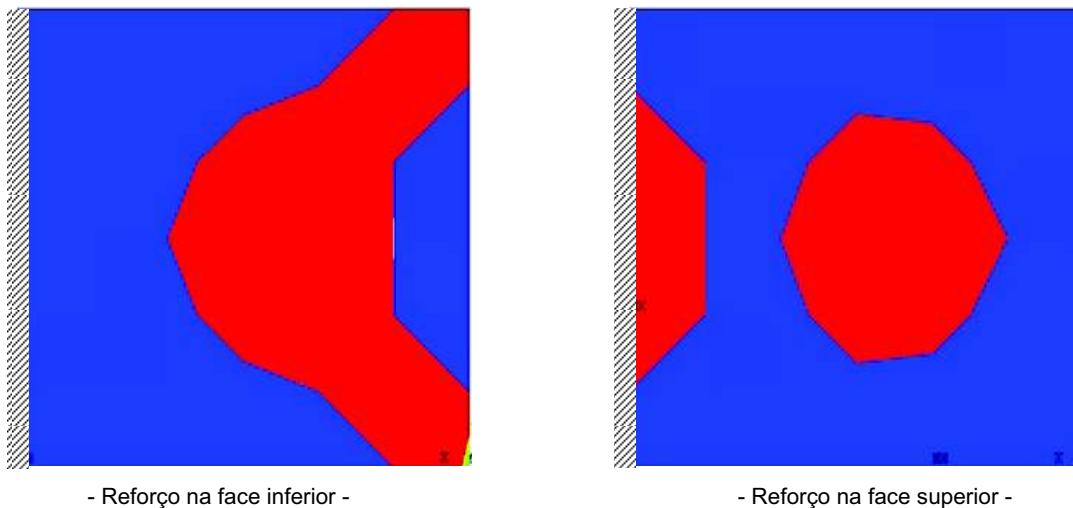


Figura 38 - Distribuição otimizada do reforço - caso 3.

A diferença é bastante significativa ao se analisar as distribuições de reforço na Figura 38, comparando-se as faces inferior e superior. Na face superior, vale ressaltar que o reforço é colocado na região do engastamento, sendo esta solicitada à tração. A região central da face superior dispensa o mesmo, pois esta é uma região sob compressão.

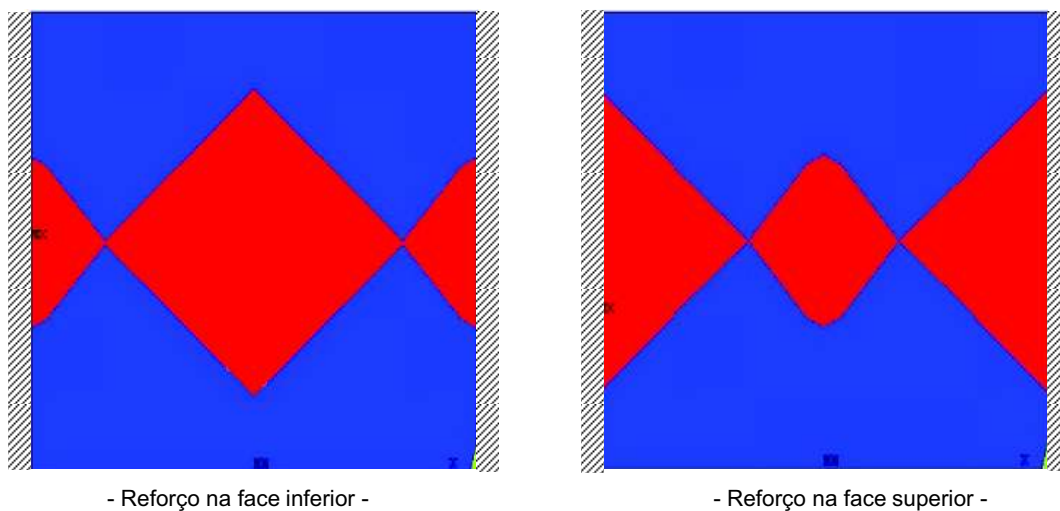


Figura 39 - Distribuição otimizada do reforço - caso 4.

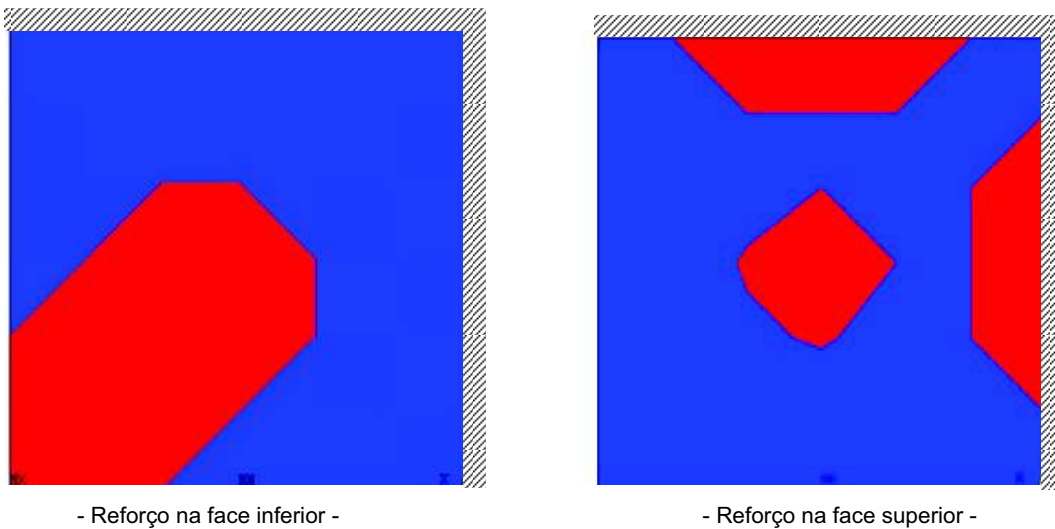


Figura 40 - Distribuição otimizada do reforço - caso 5.

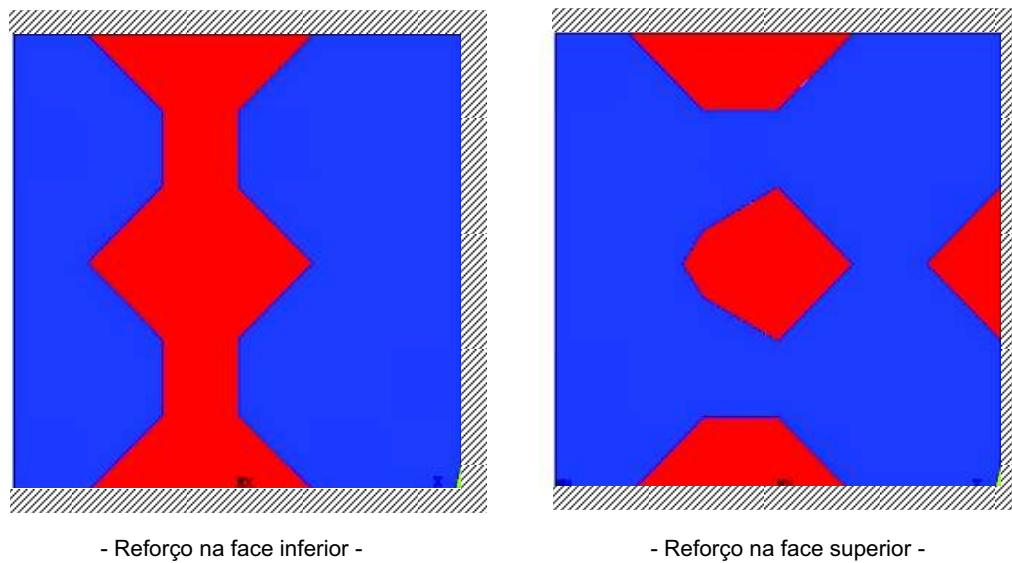


Figura 41 - Distribuição otimizada do reforço - caso 6.

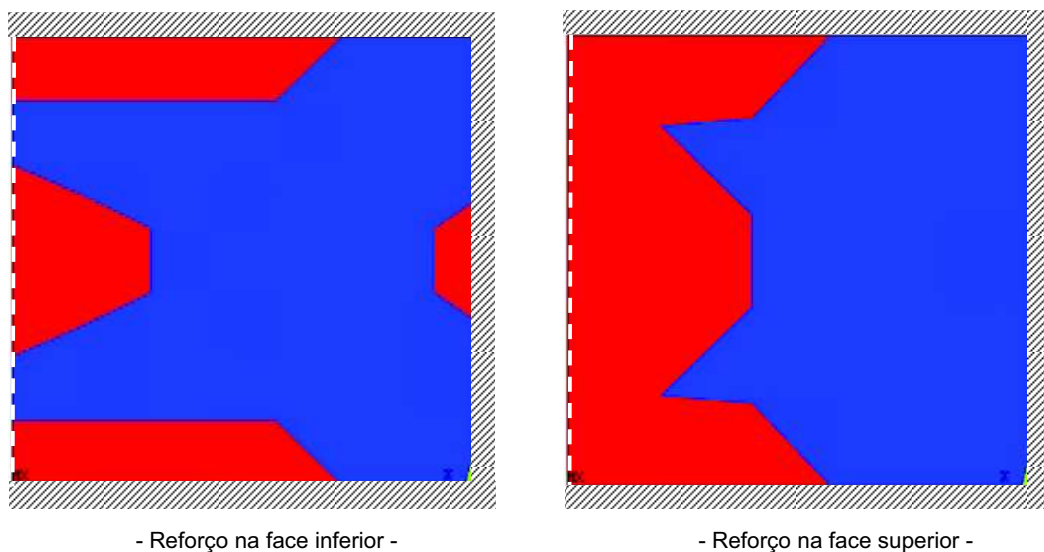


Figura 42 - Distribuição otimizada do reforço - caso 7.

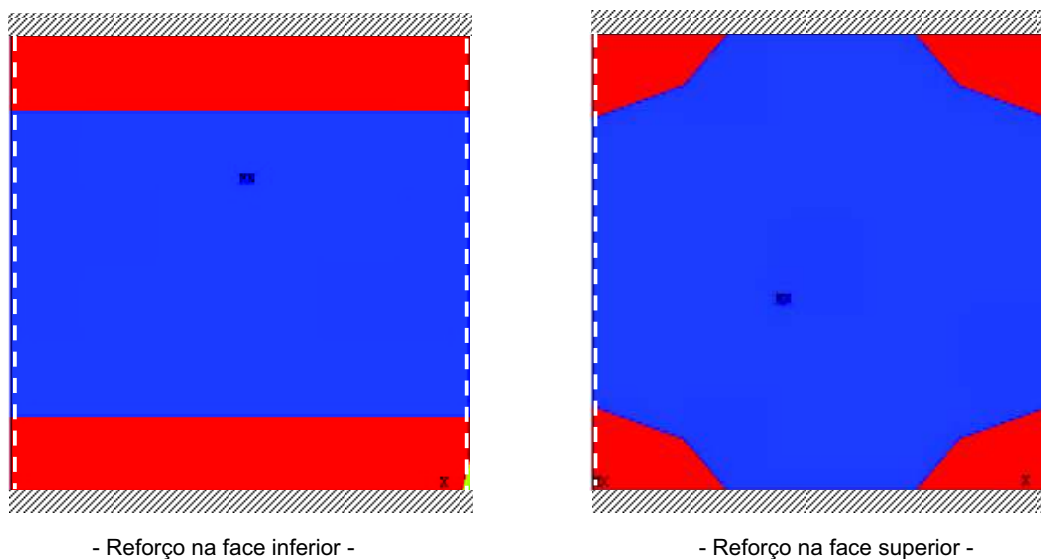


Figura 43 - Distribuição otimizada do reforço - caso 8.

Em todos os casos analisados, é bastante significativa as diferenças quanto à distribuição de reforço otimizado quando se analisa as faces inferior e superior. As condições de apoio e carregamento alteram também, de forma significativa, a distribuição do reforço. Vale lembrar que, na prática, as regiões comprimidas destas lajes não receberão reforço.

Há coerência entre os resultados da otimização topológica e os resultados esperados segundo o comportamento estrutural conhecido destes tipos de lajes.

6.6 INFLUÊNCIA DO CARREGAMENTO NA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Será analisada nesta seção a influência da intensidade e da forma de distribuição do carregamento no resultado otimizado do reforço. Para isso, foram simuladas três situações de carregamento para uma laje apoiada nos quatro bordos, com vãos iguais a 5 m, espessura $h = 10 \text{ cm}$ e $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$. São os seguintes os casos de carregamento:

- Uniformemente distribuído sobre toda a superfície da laje, com intensidade de 7.500 N/m^2 ;
- Uniformemente distribuído sobre toda a superfície da laje, com intensidade de 15.000 N/m^2 ;
- Distribuído parcialmente, numa região quadrada de lado igual a 1,5 m, com a mesma intensidade de 7.500 N/m^2 ;
- Concentrado em uma pequena região quadrada de lado igual a 0,38 m, com a mesma intensidade de 7.500 N/m^2 .

A taxa de retirada de reforço foi de 64% em todos os casos. As regiões onde os carregamentos atuam são mostradas na Figura 44.

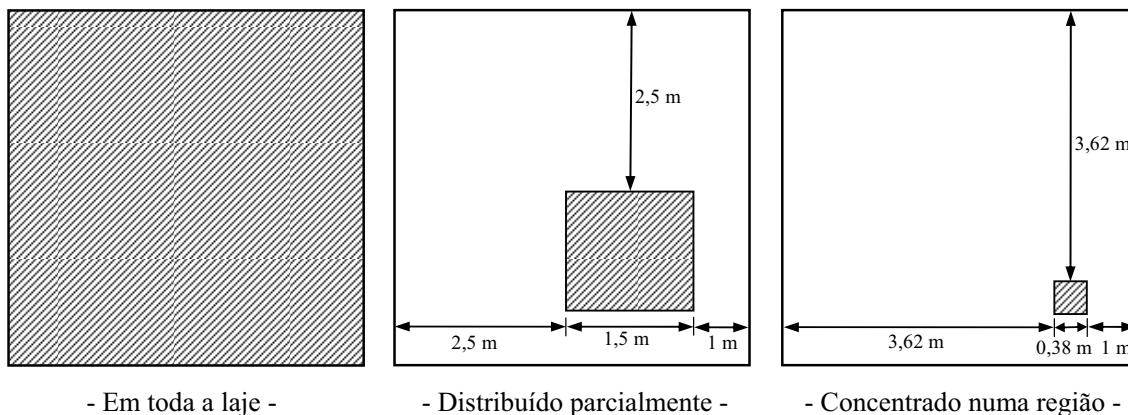


Figura 44 - Formas de distribuição do carregamento para a laje apoiada.

A Figura 45 mostra o resultado da otimização topológica (distribuição do reforço) para a laje apoiada, considerando os diferentes carregamentos aplicados. Foi considerada uma malha de

14×14 elementos para as simulações. Para a análise da influência da intensidade do carregamento utilizou-se uma malha mais refinada, de 100×100 elementos.

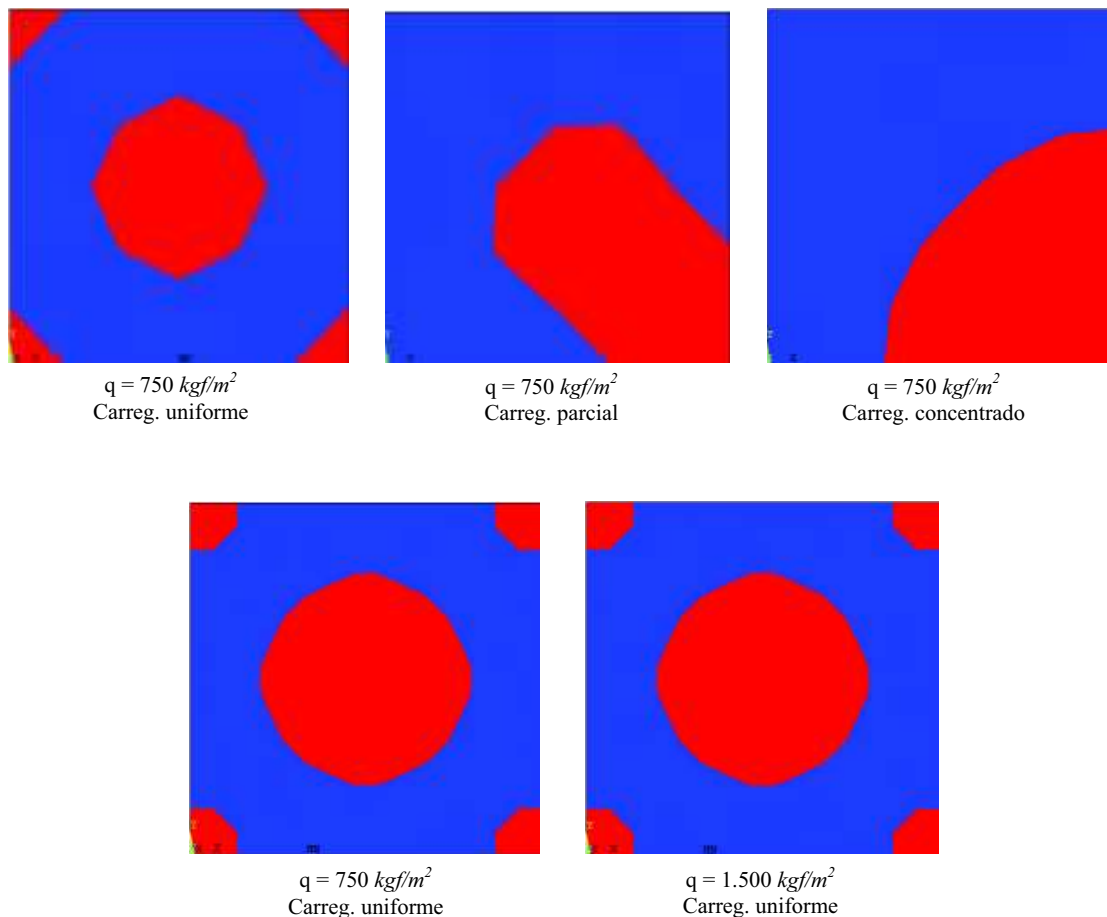


Figura 45 - Regiões do reforço otimizado para a laje apoiada, sob diferentes carregamentos.

Percebe-se a grande influência da forma de distribuição do carregamento no resultado otimizado do reforço e a pouca influência da intensidade do carregamento no resultado.

6.7 INFLUÊNCIA DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

A malha de elementos finitos pode ter influência no resultado da otimização topológica. Para exemplificar este aspecto, foram simuladas as lajes dos casos 1 e 2. Foram avaliadas três situações de malha: 60×60 elementos, 30×30 elementos e 14×14 elementos. Por questões de

dificuldades de convergência da solução numérica para malhas mais refinadas, não foi considerado nesta análise o processo de fissuração do concreto.

Conforme mostram os resultados das Figuras 46 e 47, a malha não teve influência significativa na geometria do reforço otimizado. Resultados similares foram obtidos para outras lajes.

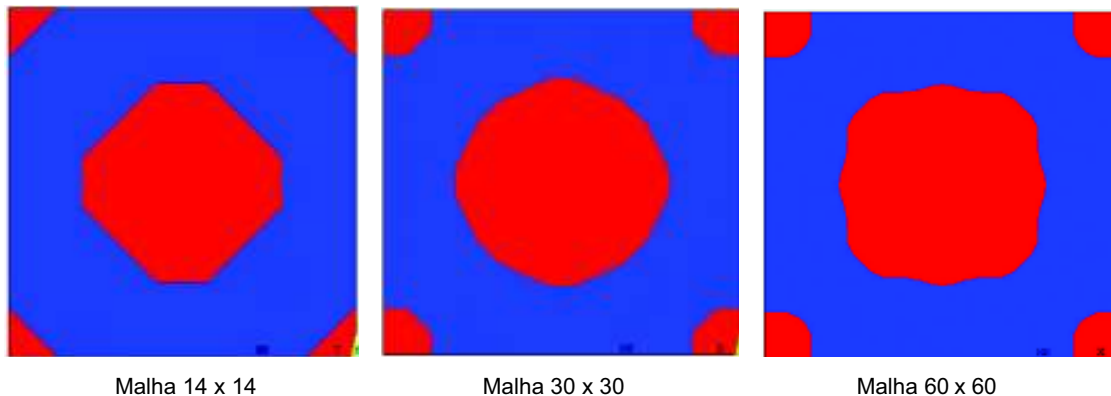


Figura 46 - Influência da malha no resultado da otimização topológica - caso 1.

A partir da Figura 46, verifica-se que o reforço é colocado na região central da laje apoiada nos quatro bordos. A distribuição do reforço sofre alteração não muito significativa na geometria, ao se refinar a malha de elementos finitos. Tem-se, na malha 14 x 14, um octógono irregular; já na malha 30 x 30 tem-se uma figura que se aproxima de um círculo.

Para efeito de comparação, foram calculadas as áreas de reforço para os três tipos de malha da laje apoiada nos quatro bordos, referentes à Figura 46. A Tabela 3 apresenta os resultados da área de reforço gerada pela otimização topológica para os três tipos de malha e a diferença percentual relativa entre o valor exato da área e aquele obtido para cada malha. O valor exato equivale a 36% de 25 m^2 (9 m^2), baseado na retirada de 64% de material de reforço.

Tabela 3 - Diferença entre as áreas de reforço obtidas pela OT, para três tipos de malha.

Malha (elementos)	Área de reforço (m^2)	Diferença com a área exata (%)
14x14	6,80	24,44
30x30	7,95	11,66
60x60	8,99	0,11

Percebe-se a partir dos resultados, que quanto mais refinada a malha, menor é o erro que se tem em relação à área exata de reforço. Ainda assim, para malhas grosseiras, como a de 14x14, tem-se pelo menos uma região indicada pela OT para o reforço. A partir da malha 60x60, melhorar o refinamento torna-se desnecessário, pois o erro percentual relativo é insignificante. Ressalta-se que estas considerações são válidas para este caso.

Para o caso da Figura 47, a distribuição de reforço sofre uma alteração mais significativa, ao se refinar a malha de elementos finitos. Apesar de se ter a mesma área de reforço em ambos os casos, a geometria do reforço muda.

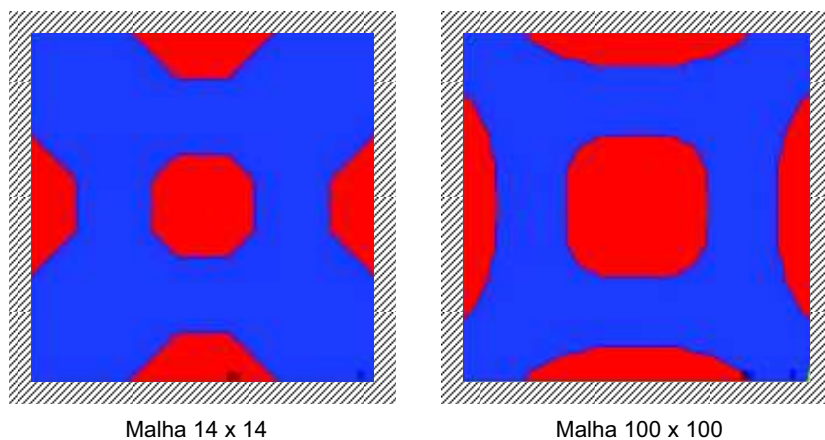


Figura 47 - Influência da malha no resultado da otimização topológica - reforço na face inferior, caso 2.

6.8 INFLUÊNCIA DA REDUÇÃO DO MATERIAL DE REFORÇO

Em função da necessidade do cálculo estrutural (dimensionamento), pode-se escolher a quantidade de reforço que será utilizado na otimização topológica através do controle da quantidade de material a ser retirado. Foram consideradas nas simulações a retirada de 40%, 64% e 80% de material de reforço. Em função da quantidade de material, a geometria da distribuição do reforço será alterada, conforme mostram as Figuras de 48 a 50.

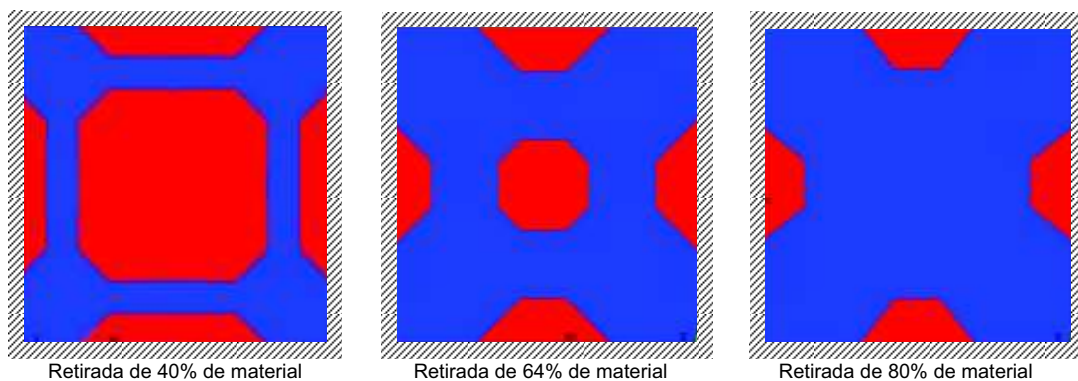


Figura 48 - Influência da quantidade de material retirado na distribuição otimizada do reforço - caso 2.

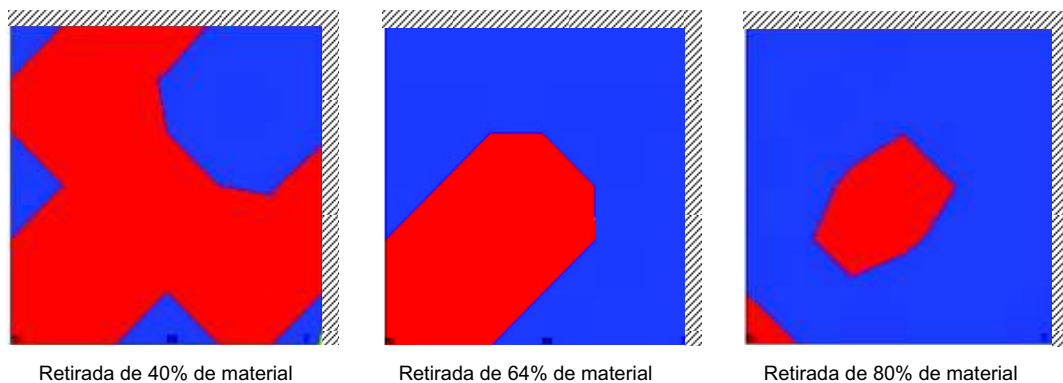


Figura 49 - Influência da quantidade de material retirado na distribuição otimizada do reforço - caso 5.

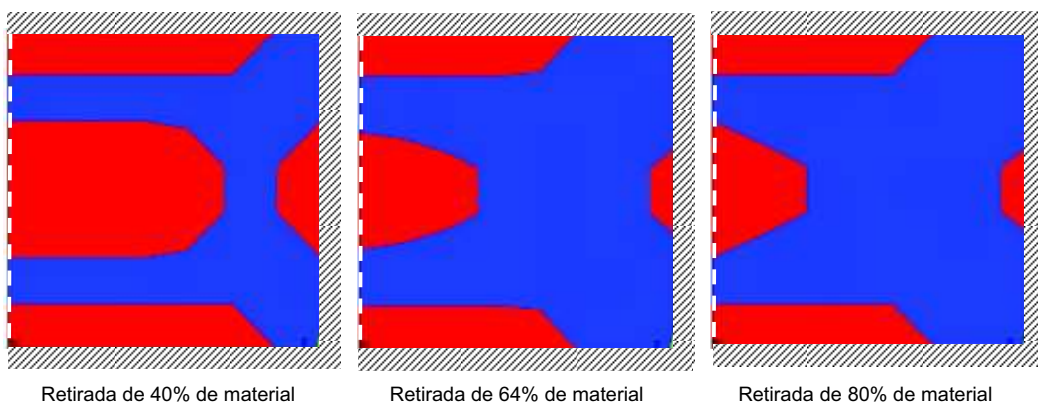


Figura 50 - Influência da quantidade de material retirado na distribuição otimizada do reforço - caso 7.

Diante do exposto nas Figuras de 48 a 50, é verificado que a distribuição de reforço muda bruscamente conforme a porcentagem de material que é retirado. A diferença menos significativa foi observada apenas na Figura 49, ao se analisar as retiradas de 65% e 80% de reforço.

6.9 INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO COMPRIMENTO/LARGURA DA LAJE

A relação entre largura e comprimento (a/b) da laje tem influência no comportamento estrutural e por consequência no resultado da distribuição otimizada do reforço. Para verificar este aspecto foram simuladas as lajes dos casos 2, 5 e 7. Para todos os casos, a fissuração do concreto foi levada em conta. Foram considerados dois valores da geometria: $a/b = 1$ e $a/b = 1,43$. Os resultados são apresentados nas Figuras de 51 a 53.

Nos casos 2 e 5 verifica-se que a distribuição de reforço é alterada de forma significativa ao se modificar as relações comprimento/largura das lajes. Para a laje do caso 7, a alteração é menos significativa.

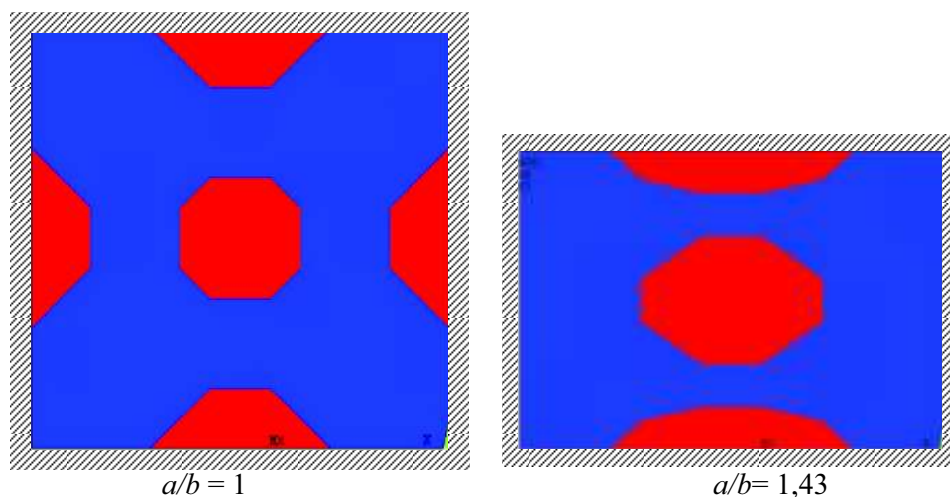


Figura 51 - Influência da relação comprimento/largura da laje na distribuição otimizada do reforço - caso 2.

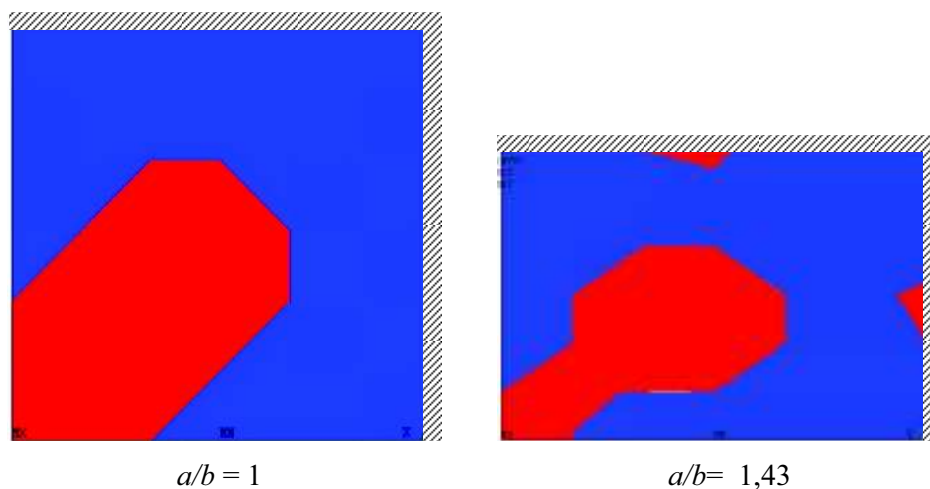


Figura 52 - Influência da relação comprimento/largura da laje na distribuição otimizada do reforço - caso 5.

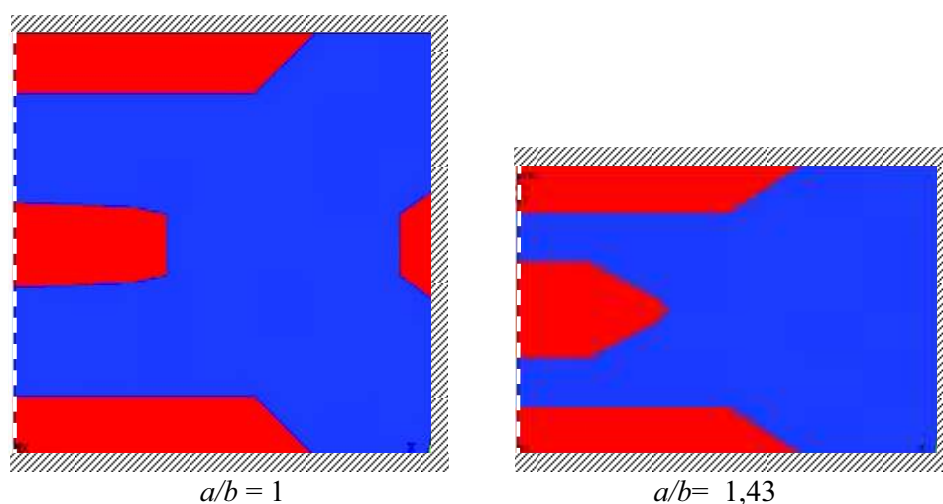


Figura 53 - Influência da relação comprimento/largura da laje na distribuição otimizada do reforço - caso 7.

6.10 INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE

Para verificar se há influência da espessura da laje nos resultados da otimização topológica, foram feitas simulações para os casos 2, 5 e 7. Foram consideradas três espessuras: $h = 12$ cm, $h = 15$ cm e $h = 20$ cm. O carregamento uniformemente distribuído aplicado foi o mesmo em todos os casos. Embora o aumento na espessura implique em aumento no carregamento, foi feito um controle para que o carregamento total (peso próprio+sobrecargas) fosse o mesmo. Em todos os casos, a fissuração do concreto foi considerada.

Os resultados apresentados nas Figuras de 54 a 56 mostram que a influência da espessura na distribuição do reforço é desprezível. Isto pode ser explicado pelo fato de que o comportamento estrutural em flexão da laje muda pouco quando a espessura muda.

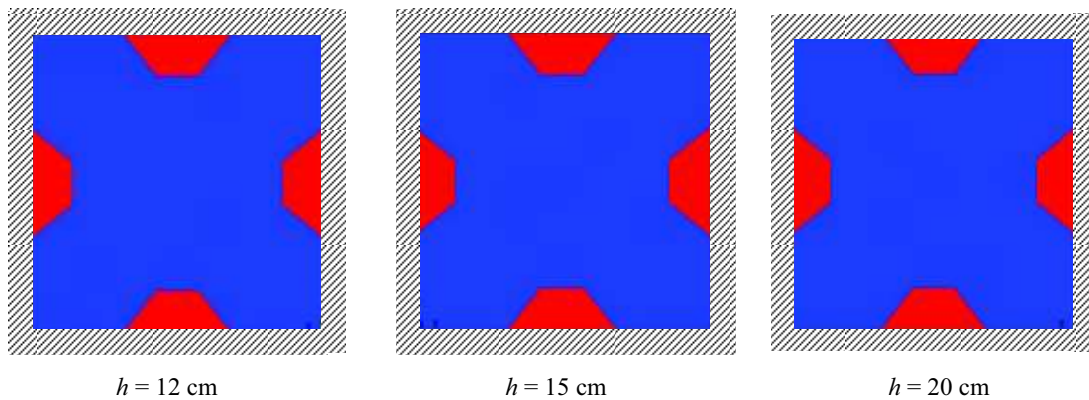


Figura 54 - Influência da espessura da laje na distribuição do reforço otimizado - caso 2.

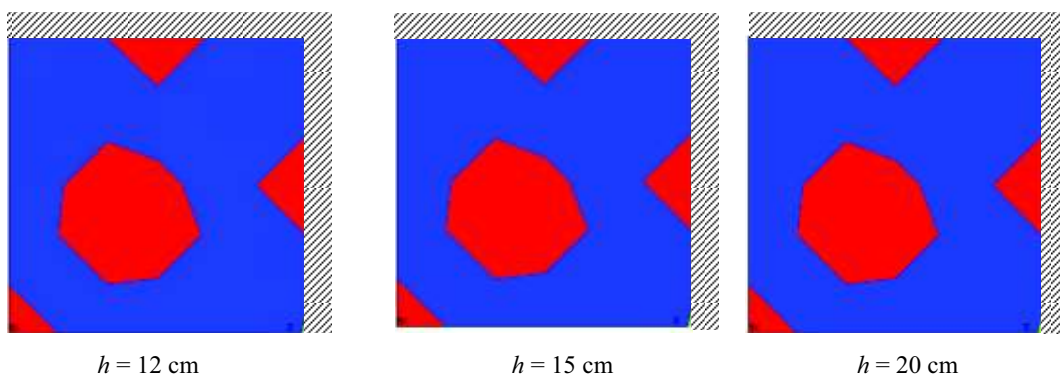


Figura 55 - Influência da espessura da laje na distribuição do reforço otimizado - caso 5.

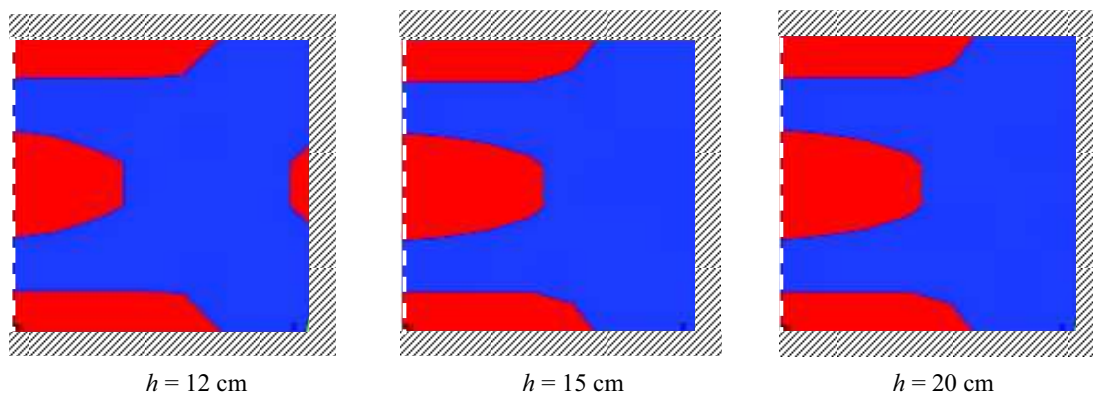


Figura 56 - Influência da espessura da laje na distribuição do reforço - caso 7.

6.11 INFLUÊNCIA DA FISSURAÇÃO DO CONCRETO NA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Conforme já discutido, a fissuração do concreto tem influência significativa no comportamento estrutural da laje. Por consequência, espera-se que a fissuração também tenha influência na distribuição otimizada do reforço. Para verificar este aspecto, foram simuladas as lajes dos casos 2, 4, 5 e 6.

Os resultados estão mostrados nas Figuras de 57 a 60.

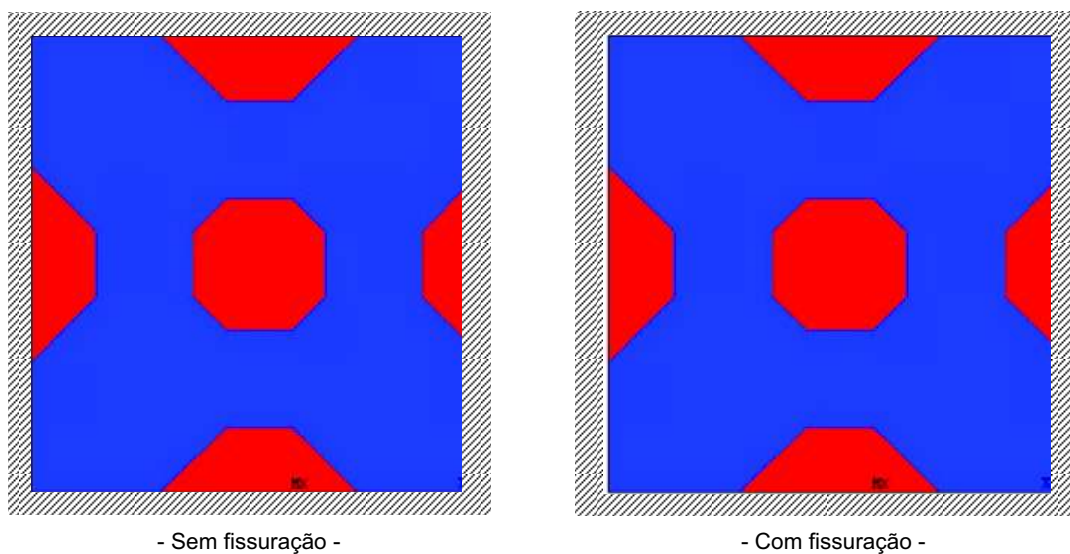


Figura 57 - Influência da fissuração na distribuição otimizada do reforço - caso 2.

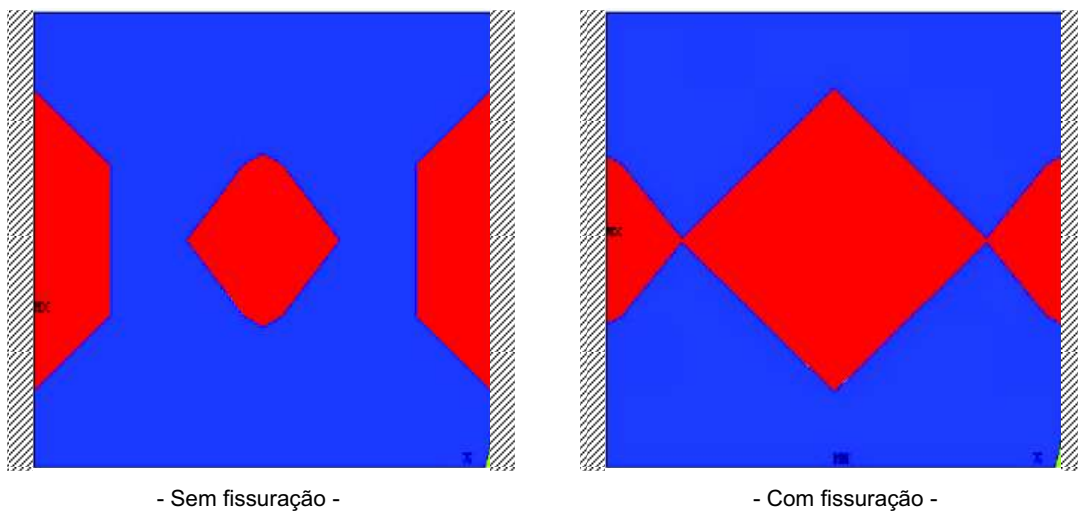


Figura 58 - Influência da fissuração na distribuição otimizada do reforço - caso 4.

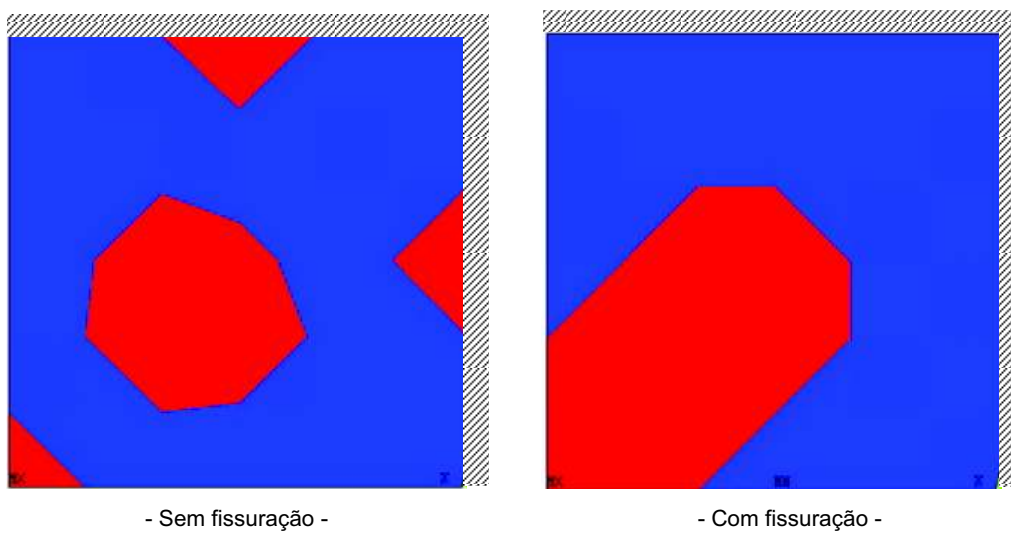


Figura 59 - Influência da fissuração na distribuição otimizada do reforço - caso 5.

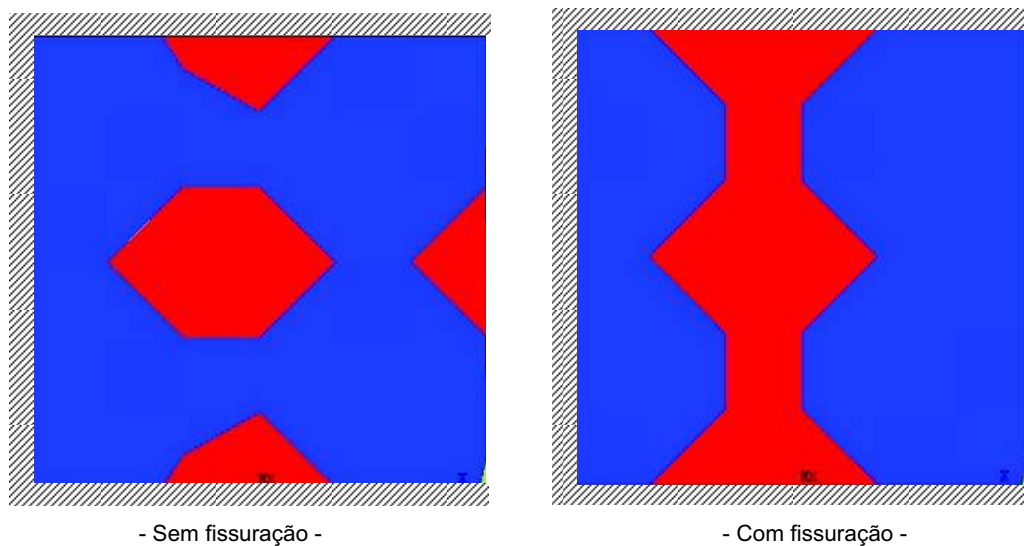


Figura 60 - Influência da fissuração na distribuição otimizada do reforço - caso 6.

Ao se analisar a distribuição de reforço nas Figuras de 58 a 60, é verificada a influência significativa da fissuração. Apenas no caso 2 não houve influência da fissuração (Figura 57). Ao se considerar o processo de fissuração, o reforço fica “mais concentrado” na região tracionada; caso contrário, ele fica “mais distribuído”.

CAPÍTULO 7

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DO REFORÇO DE LAJES CONSIDERANDO DIMENSIONAMENTO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

7.1 MODELOS E METODOLOGIA DE ANÁLISE

Neste capítulo será analisada de forma quantitativa o ganho obtido quando a distribuição do reforço é feita com um procedimento de otimização topológica. Para isto é necessário o dimensionamento do reforço.

A situação a ser considerada é a de utilização do reforço para um aumento do carregamento de uma laje existente. Isto corresponde, por exemplo, a uma nova utilização da laje. O reforço entra então para promover o aumento da capacidade de carga da laje.

O dimensionamento do reforço será feito no Estado Limite Último (ELU). Para o cálculo dos momentos fletores atuantes nas lajes foi utilizado o *software* ARMACON (TEICHMANN, 2009). Todos os carregamentos foram considerados como uniformemente distribuídos sobre as lajes. Convém lembrar que o reforço das lajes com PRFC foi feito apenas para resistir aos momentos fletores, desprezando-se o efeito do cisalhamento.

Para o concreto foi empregado o diagrama tensão-deformação idealizado conforme a norma ABNT NBR 6118:2003, onde, para tensões de compressão menores que metade da resistência à compressão, pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações.

Para o cálculo nos estados limites de serviço e último do aço utilizou-se também o diagrama tensão-deformação simplificado, conforme a ABNT NBR 6118:2003, onde se prevê relação linear entre tensão e deformação.

Conforme mostra a Figura 61, três tipos de lajes serão analisados:

- **Laje 1:** apoiada nos quatro bordos, com vãos $l_x = l_y = 5 \text{ m}$ e espessura $h = 10 \text{ cm}$. O carregamento uniformemente distribuído inicial é de 7.000 N/m^2 . O reforço será dimensionado para que a laje suporte um carregamento final de 15.000 N/m^2 ;
- **Laje 2:** apoiada em dois bordos e engastada nos outros dois bordos, também com $l_x = l_y = 5 \text{ m}$ e espessura $h = 10 \text{ cm}$. Seus carregamentos inicial e final são, respectivamente, iguais a 7.000 N/m^2 e 19.000 N/m^2 ;
- **Marquise (laje em formato de “L”):** laje simétrica, com as dimensões e vinculação indicadas na Figura 60. A espessura é $h = 10 \text{ cm}$. O reforço foi dimensionado para elevar seu carregamento de 4.000 N/m^2 para 8.500 N/m^2 . O reforço nesta laje será colocado na face superior, pois a tração ocorre nesta face, oriunda dos momentos fletores negativos.

Por questões práticas, considerou-se que o reforço será colocado apenas na face inferior das lajes, nas regiões tracionadas. A justificativa é de que, em função do tipo de utilização da laje, a face superior pode ser de difícil acesso e execução do reforço. Evidentemente, o reforço da marquise não considera este procedimento. Para todos os casos, o aço utilizado foi o CA60, e o f_{ck} do concreto foi considerado igual a 25 MPa .

A Figura 61 ilustra estes três tipos de lajes a serem analisadas quanto ao reforço com PRFC.

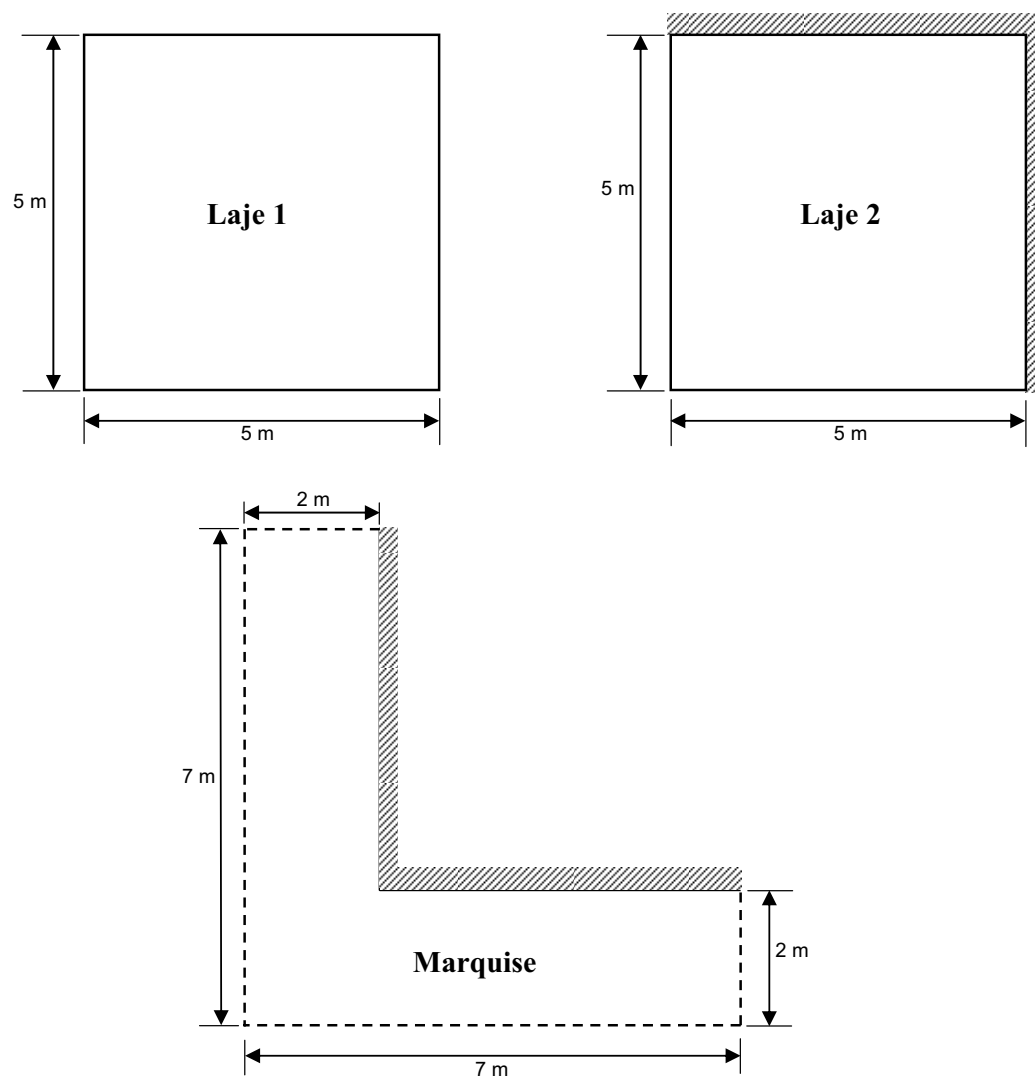


Figura 61 - Casos práticos de lajes a serem reforçadas.

O detalhamento das armaduras de cada laje é ilustrado na Figura 62. A escolha do diâmetro e do espaçamento entre as barras foi feita considerando-se também a adequação à malha de elementos finitos.

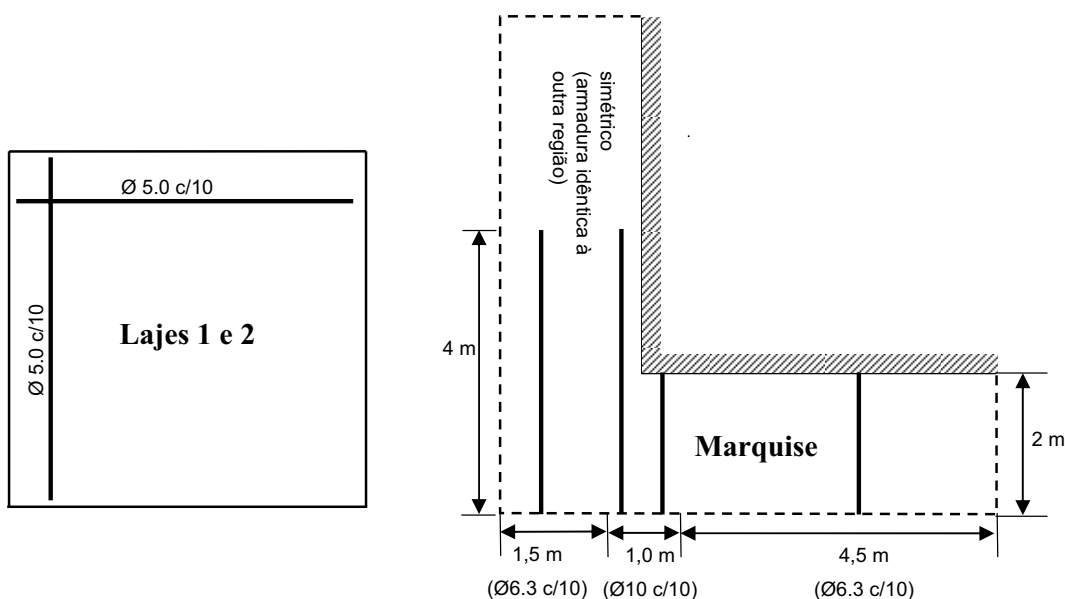


Figura 62 - Detalhamento das armaduras para as lajes 1 e 2 e para a marquise.

Uma vez dimensionado o reforço com PRFC, será feita a distribuição do mesmo nestas lajes, segundo o modo convencional, que é aquele que, pelo menos por hipótese, é feito na prática. A seguir, calcula-se a área deste reforço, verificando qual porcentagem tal área representa da área total da laje. Este valor será em seguida utilizado no procedimento de otimização topológica. Como resultado, a OT mostrará a região onde o reforço será colocado. Nesta região a distribuição do reforço será a mesma obtida no dimensionamento para o modo convencional. Isto quer dizer que a OT será utilizada como uma ferramenta de localização da região ótima para colocação do reforço, visando economia de material.

A verificação do desempenho estrutural será feita pela comparação das tensões (critério de resistência) e das flechas (critério de rigidez) para as três situações consideradas:

- Laje sem reforço;
- Laje reforçada segundo o modo convencional;
- Laje reforçada segundo a distribuição sugerida pela OT.

7.2 DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO EM PRFC NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Serão apresentadas nesta seção as equações para o cálculo do reforço e do comprimento de ancoragem para lajes reforçadas com PRFC.

7.2.1 DETERMINAÇÃO DA ÁREA DE REFORÇO

Serão consideradas as seguintes hipóteses para o dimensionamento no Estado Limite Último:

- a) Os cálculos são baseados nas dimensões, no arranjo interno das armaduras e nas propriedades dos elementos a serem reforçados;
- b) As deformações no aço e no concreto são diretamente proporcionais à distância até a linha neutra. As seções planas antes do carregamento permanecem planas após o carregamento;
- c) A máxima deformação de compressão no concreto é de 3,5‰;
- d) A capacidade resistente à tração do concreto é desprezada;
- e) Existe uma perfeita aderência entre o concreto e o reforço externo de PRFC.

A capacidade resistente à flexão de uma seção depende do controle dos modos de ruína. Os seguintes modos de ruína devem ser levados em consideração:

- a) Esmagamento do concreto comprimido antes do escoamento da armadura longitudinal de tração;
- b) Escoamento da armadura seguido da ruptura do PRFC;
- c) Escoamento da armadura seguido do esmagamento do concreto comprimido;
- d) Delaminação do concreto devido às tensões de cisalhamento;
- e) Descolamento do reforço de PRFC do substrato de concreto.

Para reforço de uma estrutura existente que terá sua capacidade de carga aumentada, os conceitos para o dimensionamento serão os mesmos que os utilizados para o dimensionamento convencional das seções de concreto armado à flexão em ELU, introduzindo-se agora mais um material, que é o PRFC, no combate à tração em conjunto com

a armadura já existente. As tensões nos materiais serão função exclusiva das deformações resultantes do equilíbrio de forças e momentos resistentes.

É importante a consideração sobre a condição inicial de instalação do reforço no que se refere ao carregamento pré-existente. A peça pode estar totalmente descarregada e, portanto, não haverá deformações iniciais. Por outro lado, quando a peça por qualquer motivo não pode ser descarregada totalmente, o carregamento remanescente imporá deformações iniciais, em função dos esforços solicitantes internos. Estas deformações iniciais deverão ser levadas em conta no dimensionamento do reforço, mais especificamente na deformação real do PRFC, uma vez que a deformação a ser considerada será só a correspondente ao carregamento adicional ao remanescente.

A Figura 63 ilustra os diagramas de equilíbrio para o ELU.

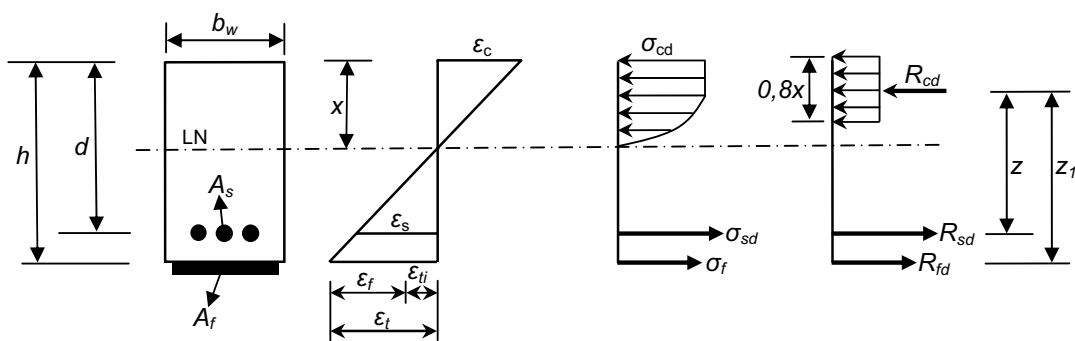


Figura 63 - Diagramas de equilíbrio para dimensionamento no Estado Limite Último com reforço em PRFC.

Considerando-se as condições para o equilíbrio, tem-se:

$$M_d = R_{cd} \times z \rightarrow M_d = b_w \times 0,85 \times f_{cd} \times (0,8x) \times [d - 0,5 \times (0,8x)] \quad (11)$$

$$M_d = R_{sd} \times z + R_{fd} \times z_1 \rightarrow M_d = A_s \times f_{yd} \times [d - 0,5 \times (0,8x)] + A_f \times \sigma_f \times [h - 0,5 \times (0,8x)] \quad (12)$$

onde:

M_d = momento fletor de cálculo;

b_w = largura da laje (= 100 cm);

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto;

x = posição da linha neutra;

d = altura útil da laje;

h = espessura total da laje;

A_f = área de reforço (PRFC);

A_s = área de aço correspondente ao carregamento inicial;

σ_f = tensão no reforço (PRFC);

σ_{cd} = tensão de cálculo à compressão no concreto;

σ_{sd} = tensão de cálculo de tração no aço;

f_{yd} = resistência de cálculo do aço;

R_{cd} = resultante de cálculo à compressão no concreto;

R_{fd} = resultante de cálculo à tração do reforço;

R_{sd} = resultante de cálculo à tração no aço;

ε_c = deformação no concreto;

ε_s = deformação no aço;

ε_f = deformação no reforço (PRFC);

ε_t = deformação total;

ε_{ti} = deformação total inicial.

Determina-se a posição da linha neutra x a partir da equação (11), levando-se em conta o momento de cálculo remanescente (devido apenas às cargas permanentes, ou seja, sem considerar carregamento acidental). Em seguida, determina-se a resultante de cálculo à compressão do concreto:

$$R_{cd} = 0,85 \times bw \times f_{cd} \times (0,8x) \quad (13)$$

Dividindo este valor pela área de aço, tem-se a tensão de cálculo no aço:

$$\sigma_{sd} = \frac{R_{sd}}{A_s} \quad (14)$$

Supõe-se que a deformação inicial do aço é dada pelo quociente entre sua tensão de cálculo e o módulo de elasticidade:

$$\varepsilon_{si} = \frac{\sigma_{sd}}{E_s} \quad (15)$$

Tem-se para a deformação ε_{ii} :

$$\varepsilon_{ii} = \varepsilon_{si} \times \frac{(h-x)}{(d-x)} \quad (16)$$

O carregamento final a que a laje está sujeita dá origem a um novo momento de cálculo que, aplicado novamente na equação (11), fornece a linha neutra x . A Partir deste valor, determina-se a deformação no aço, segundo a equação (17), atribuindo-se ao concreto a deformação 3,5‰, sempre que possível, para efeito de economia. Caso contrário, pelo menos tenta-se atribuir a deformação de 2‰, na qual o concreto está sujeito à tensão máxima.

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{(d-x)}{x} \quad (17)$$

A deformação total vale:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s \times \frac{(h-x)}{(d-x)} \quad (18)$$

A diferença entre as deformações ε_t e ε_{ii} fornece a deformação no reforço (PRFC):

$$\varepsilon_f = \varepsilon_t - \varepsilon_{ii} \quad (19)$$

A tensão no reforço fica:

$$\sigma_f = E_f \times \varepsilon_f \quad (20)$$

A seguir serão descritos os fatores de redução para o PRFC, e a partir deles, tem-se a equação final para determinação da área de reforço.

7.2.2 FATORES DE REDUÇÃO PARA O PRFC

Segundo o ACI 440.2R (2002), os dois modos de ruína, arrancamento da camada de concreto ou ruptura na interface reforço-concreto, podem ocorrer se a força existente no reforço não for mantida pelo substrato de concreto. Então, para evitar a falência da ligação, o código

apresenta o conjunto de equações (21) e (22), através do qual, determina-se um coeficiente de limitação k_m , não maior que 0,90, que deve ser multiplicado pela deformação de ruptura do reforço, a fim de minorar o seu valor, prevenindo o descolamento prematuro. Tem-se:

$$k_m = \frac{1}{60 \times \varepsilon_{fu}} \times \left(1 - \frac{n \times t_f \times E_f}{360000}\right) \leq 0,90 \rightarrow n \times t_f \times E_f \leq 180000 \text{ kN/cm} \quad (21)$$

$$k_m = \frac{1}{60 \times \varepsilon_{fu}} \times \left(\frac{90000}{n \times t_f \times E_f}\right) \leq 0,90 \rightarrow n \times t_f \times E_f > 180000 \text{ kN/cm} \quad (22)$$

onde n é o número de camadas, t_f é a espessura do PRFC (em mm) e E_f o módulo de elasticidade do PRFC (em N/mm^2).

Conforme apresenta a Tabela 4, outro fator de redução considera a exposição do PRFC às condições ambientais.

Tabela 4 - Valores dos fatores de redução C_E . Fonte: adaptado de ACI 440.2R (2002).

Condições de exposição	Tipo de fibra e resina	Fator de redução ambiental (C_E)
Exposição interior	carbono/epóxi	0,95
	vidro/epóxi	0,75
	aramida/epóxi	0,85
Exposição exterior (pontes, cais e estacionamentos abertos)	carbono/epóxi	0,85
	vidro/epóxi	0,65
	aramida/epóxi	0,75
Meio ambiente agressivo (fábricas de produtos químicos e estações de tratamento de água)	carbono/epóxi	0,85
	vidro/epóxi	0,50
	aramida/epóxi	0,70

Os fatores de redução k_m e C_E são aplicados na limitação das tensões e deformações máximas de tração do PRFC, da seguinte forma:

$$\varepsilon_{fu}(\text{reduzido}) = C_E \times k_m \times \varepsilon_{fu} \quad (23)$$

$$\sigma_{fu}(\text{reduzida}) = C_E \times \sigma_{fu} \quad (24)$$

onde σ_{fu} é a tensão de ruptura à tração e ε_{fu} é a deformação de ruptura à tração do PRFC.

Outro fator de redução considera que o uso do reforço com colagem externa de PRFC reduz o efeito da ductilidade original do elemento de concreto armado. Este fato deve ser considerado afetando o momento resistente nominal:

$$\phi \times M_n \geq M_d \quad (25)$$

onde:

M_n = momento nominal resistente, obtido a partir da compatibilidade das deformações, do equilíbrio interno de forças e do controle dos modos de ruína;

M_d = momento de cálculo.

O valor do coeficiente ϕ depende da deformação da armadura quando da ruptura da seção e pode ser obtida através da expressão:

$$\phi = \begin{cases} 0,90, & \text{se } \varepsilon_s \geq 0,005 \\ 0,70 + \frac{0,20(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}}, & \text{se } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0,005 \\ 0,70, & \text{se } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad (26)$$

onde:

ε_s = valor da deformação na armadura quando da ruptura da seção;

ε_{sy} = deformação de escoamento da armadura.

Finalmente, o coeficiente ψ_f é um fator de redução adicional para a capacidade resistente nominal da seção com PRFC. Este coeficiente é usado na expressão do cálculo do momento nominal M_n :

$$M_n = A_s \times f_{yd} \times [d - 0,5 \times (0,8x)] + A_f \times \sigma_f \times \psi_f \times [h - 0,5 \times (0,8x)] \quad (27)$$

Por recomendação da ACI, o valor de ψ_f adotado é de 0,85.

Todos os fatores de redução do PRFC serão considerados no cálculo da área de reforço, descrito na Seção 7.1.1.

Em função do que foi considerado no dimensionamento, deve-se prever para o reforço uma deformação limite $\varepsilon_f \leq 7,6\%$. Caso ocorra deformação superior, os cálculos serão refeitos, de forma a atender a esta condição. Por outro lado, a tensão limite de tração no reforço não deve ultrapassar o valor $2,28 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

A partir das equações (25) e (27), obtém-se a área de reforço A_f que, dividida pela espessura, fornece a largura.

7.2.3 COMPRIMENTO DE ANCORAGEM

As faixas/tecidos de reforço devem ser estendidas além da região solicitada ao reforço. O comprimento de ancoragem, de acordo com Chen e Teng (2001), deve ser superior ao seguinte valor:

$$L_e = 0,5623 \times \sqrt{\frac{E_f \times n \times t_f}{\sqrt{f_{ck}}}} \quad (cm) \quad (28)$$

onde:

E_f = módulo de elasticidade do reforço, em kN/cm^2 ;

n = número de faixas, ao longo da espessura do reforço;

t_f = espessura do reforço, em cm ;

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto, dada em kN/cm^2 .

O modelo proposto por estes autores baseia-se em conceitos da Mecânica da Fratura e em evidências experimentais.

7.3 DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DO REFORÇO DA LAJE APOIADA NOS QUATRO BORDOS (LAJE 1)

Considerou-se os seguintes parâmetros para a laje 1:

- Espessura: $h = 10 \text{ cm}$;
- Altura útil: $d = 8 \text{ cm}$;
- Armadura positiva: $\text{Ø}5 \text{ c}/10$;
- $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Carregamento: passando de 7.000 N/m^2 para 15.000 N/m^2 .

A laje estava sujeita a um momento total de $6.470 \text{ N}\times\text{m}$. Para a execução do reforço o carregamento foi aliviado e o momento passou para $3.700 \text{ N}\times\text{m}$. Tais resultados de momentos fletores foram obtidos através de softwares de cálculo estrutural de lajes de concreto armado.

O momento remanescente é devido às cargas permanentes, ou seja, sem considerar o efeito das cargas acidentais. Desta forma, obtém-se $x = 0,55 \text{ cm}$ para a posição da linha neutra, conforme a equação (11). A partir deste dado, aplica-se as equações de (13) a (27) descritas nas seções 7.1.1 e 7.1.2. Resulta para a área de reforço $A_f = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Obtida a área de reforço e conhecendo-se a espessura ($e = 0,12 \text{ cm}$), tem-se para o comprimento:

$$L = \frac{2,25}{0,12} = 18,71 \text{ cm/m}.$$

Por arredondamento, será considerado $L = 20 \text{ cm/m}$. Para uma laje de dimensões $l_x = l_y = 5 \text{ m}$, tem-se 9 faixas horizontais e 9 faixas verticais, espaçadas de $0,4 \text{ m}$, distribuídas em toda a extensão da laje. Este é o chamado modo convencional de distribuição do reforço. A distribuição das faixas do reforço é ilustrada na Figura 64, gerada pelo ANSYS.

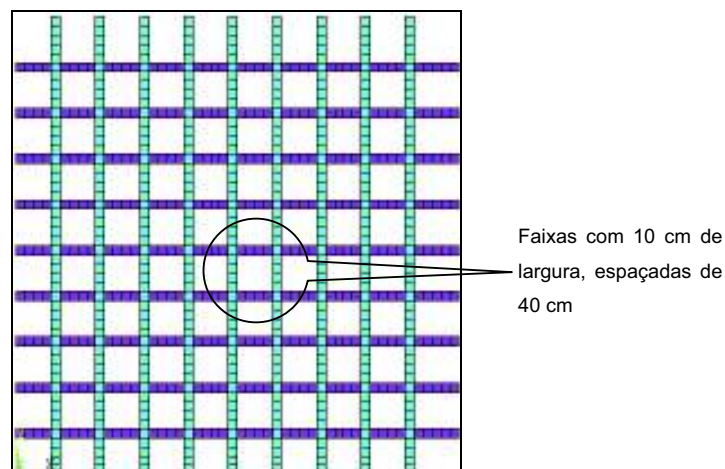


Figura 64 - Distribuição das faixas de reforço para a laje 1, no modo convencional.

A área total de reforço utilizado neste modelo é de 9 m^2 , que corresponde a 36% da área total da laje ocupada por reforço, o que equivale a retirar 64% de material. Esta porcentagem de retirada de material será lançada na OT para verificar qual a melhor região para distribuição do reforço dentro do domínio de projeto.

A Figura 65 mostra o resultado da distribuição otimizada do reforço para a laje. A malha utilizada neste caso foi de 60×60 elementos.

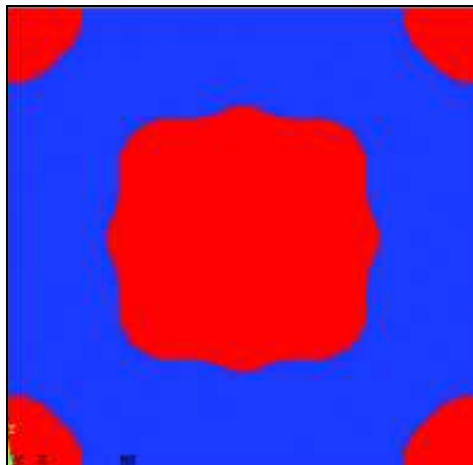


Figura 65 - Região de reforço segundo a OT para a laje 1.

Verifica-se que esta distribuição é feita considerando-se as regiões onde os esforços de tração gerados pelos momentos fletores são máximos. Os reforços localizados nas bordas da laje,

ocasionados pela presença do momento volvente (face superior), não serão considerados, pois, como já mencionado, somente ter-se-á reforço na face inferior da laje.

O comprimento de ancoragem para a laje 1 vale:

$$L_e = 0,5623 \times \sqrt{\frac{15.500 \times 1 \times 0,12}{\sqrt{2,5}}} = 19,29 \text{ cm}$$

Por questões práticas, será considerado um valor inteiro mais próximo, o de 20 cm para o comprimento de ancoragem. Este valor será adotado para as três lajes analisadas neste capítulo. O comprimento de ancoragem será acrescido às faixas de reforço a partir da região delimitada pela OT (Figura 65). Conforme já explicado, o procedimento será de “transportar” a distribuição do reforço do modo convencional (Figura 64) para a região indicada pela OT (Figura 65), resultando na distribuição otimizada da Figura 66.

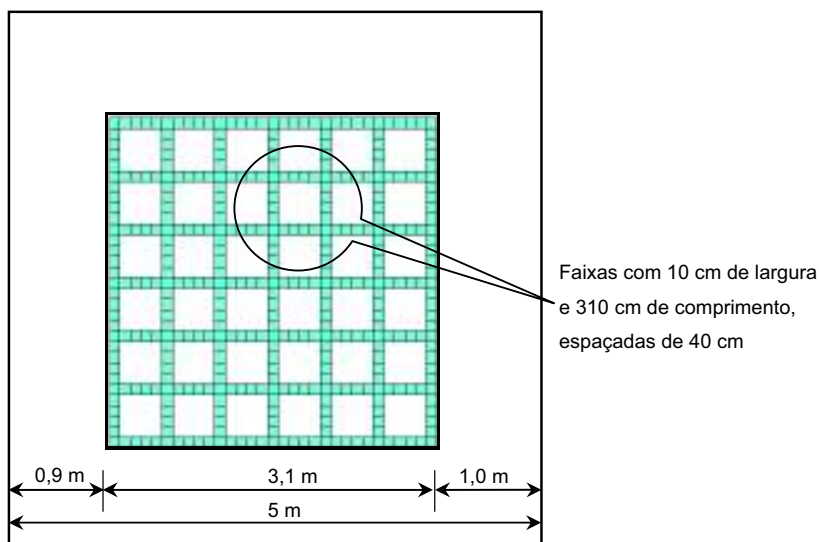


Figura 66 - Distribuição otimizada de reforço para a laje 1.

Percebe-se uma redução significativa de área de reforço otimizada, quando comparada com a distribuição convencional.

A seguir serão apresentados os resultados do desempenho estrutural das lajes, através das tensões (σ_x , σ_y e tensão de Von Mises σ_{VM}) e deslocamentos (flechas) para a laje sem reforço e com reforços convencional e otimizado. Será tomado em cada caso o mesmo nó, na

região onde os esforços são máximos, com o cuidado de que no nó tenha reforço. Assim, escolhe-se um nó com as mesmas coordenadas para comparação dos resultados.

A Figura 67 ilustra a variação dos deslocamentos na laje 1, nas três situações: sem reforço, com reforço no modo convencional e otimizado.

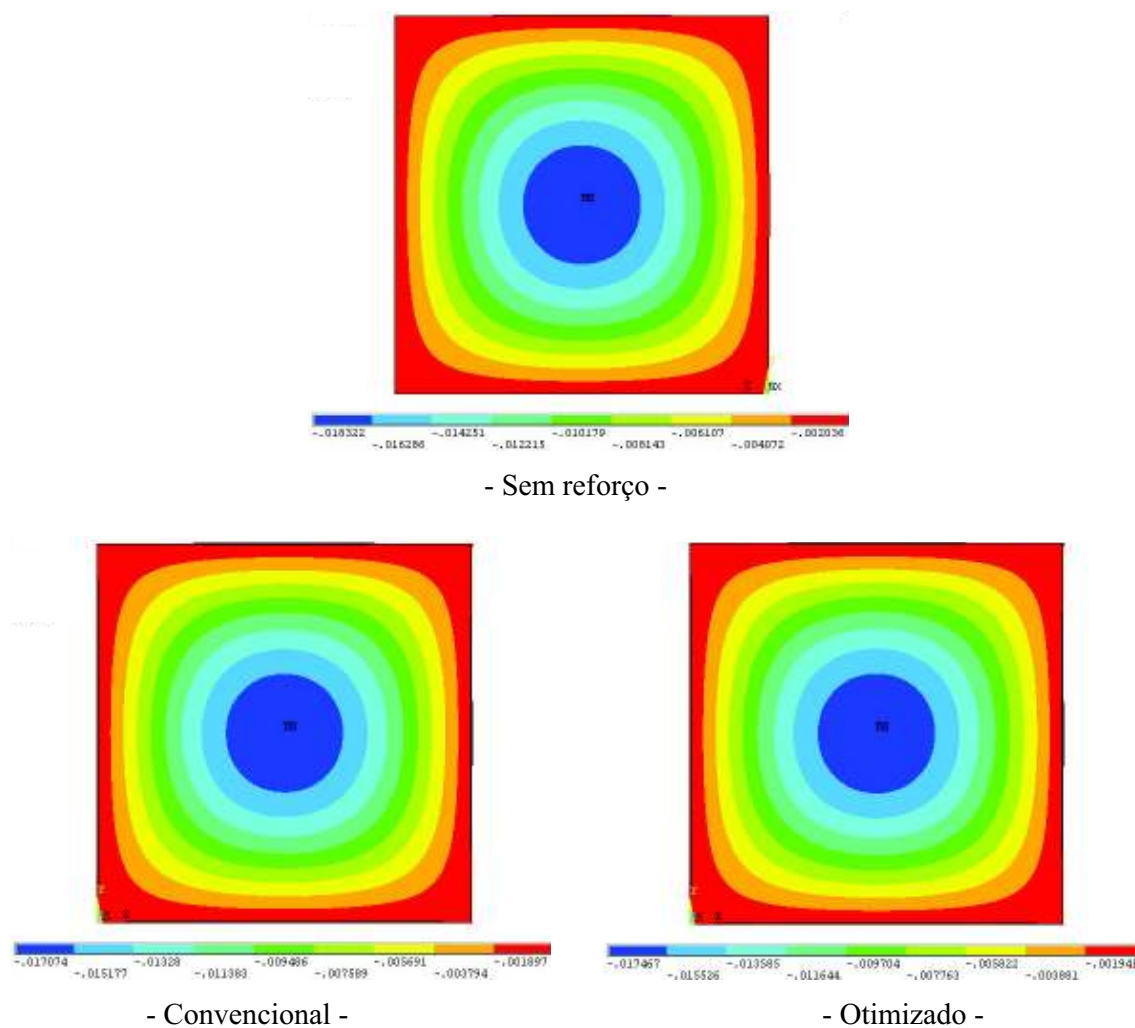


Figura 67 - Deslocamentos (m) para os três tipos de lajes analisadas quanto ao reforço.

Como esperado, a flecha máxima ocorre no centro da laje. Percebe-se uma grande semelhança entre os resultados do modo convencional e do otimizado.

A Figura 68 ilustra as tensões σ_x , em N/m^2 , nas situações sem reforço, convencional e otimizado, com vistas nas faces inferior e superior da laje.

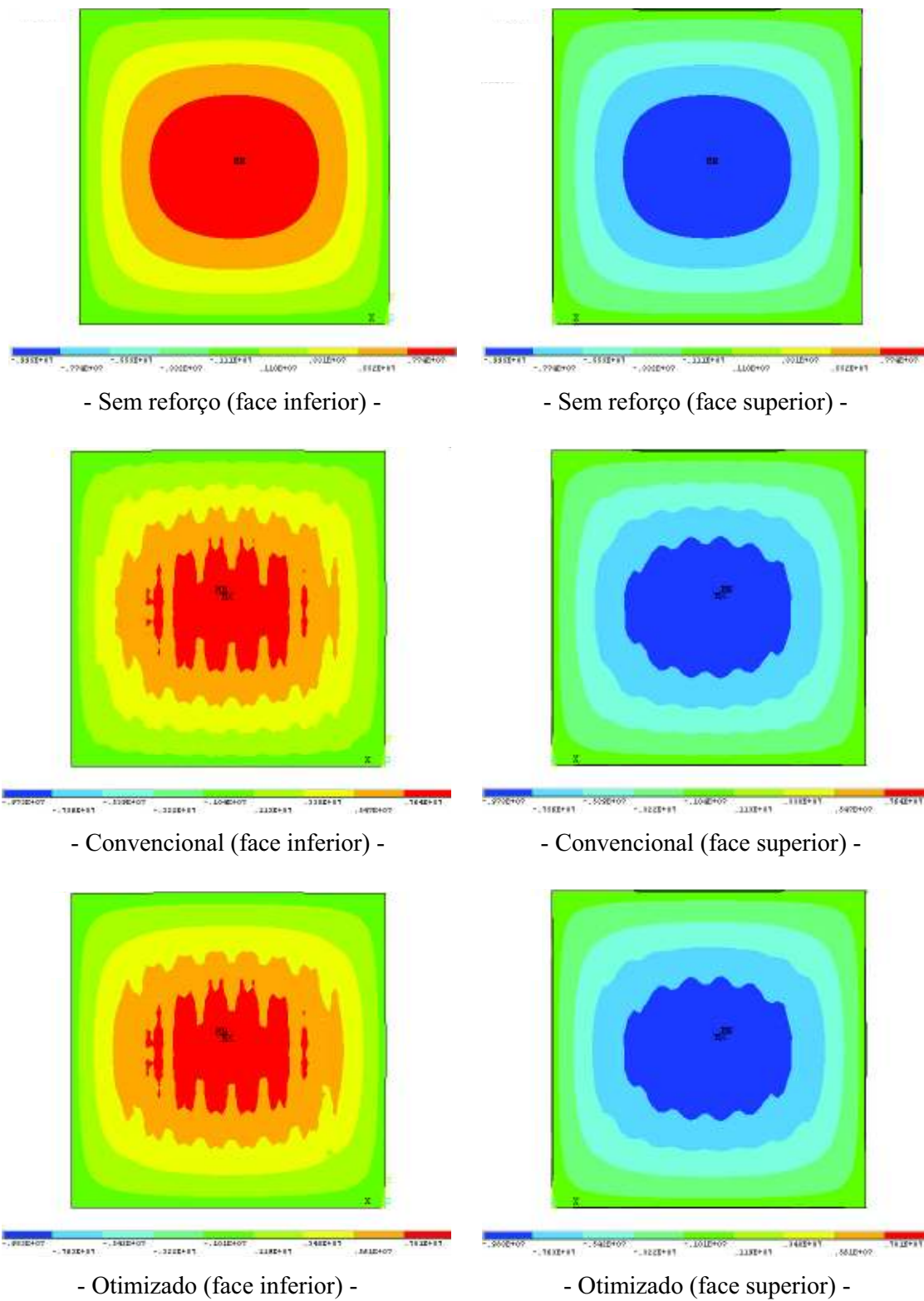


Figura 68 - Distribuição das tensões σ_x (N/m^2) para a laje 1 sem reforço e com reforços convencional e otimizado.

A Figura 6 mostra que existe diferença entre tensões σ_x na laje sem reforço e com reforço, seja ele na forma convencional ou otimizada. Nestes dois últimos, os valores são próximos. A Figura 69 ilustra a distribuição das tensões de Von Mises σ_{VM} , em N/m^2 , para a laje 1 sem reforço e com reforços convencional e otimizado.

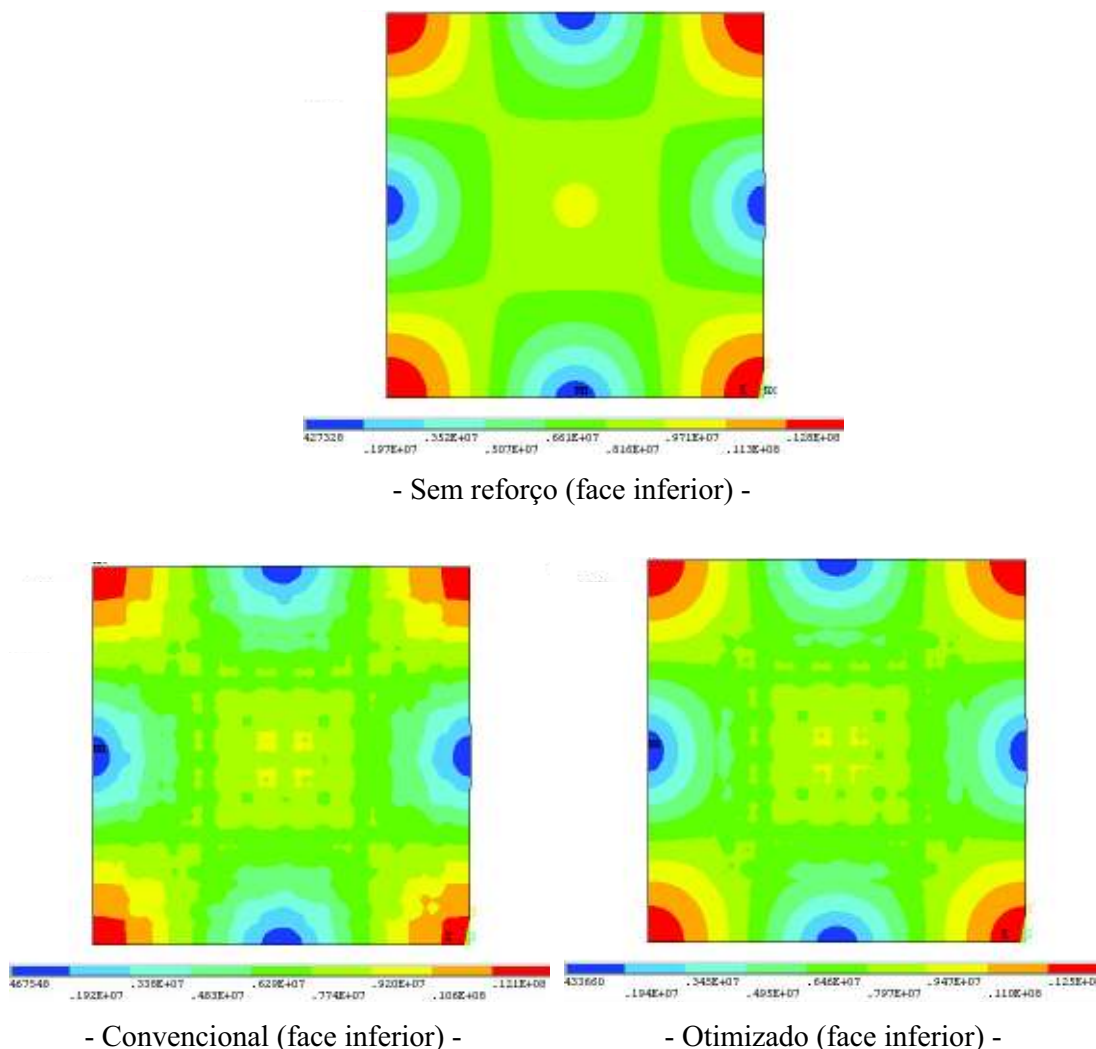


Figura 69 - Distribuição das tensões de Von Mises σ_{VM} (N/m^2), para a laje 1 sem reforço e com reforços convencional e otimizado.

Verifica-se que há diferença entre a distribuição de tensões de Von Mises para a laje sem reforço e nos modos convencional e otimizado. Nestes dois últimos, pequenas diferenças são percebidas. A Figura 70 mostra a energia de deformação nos modos sem reforço, convencional e otimizado.

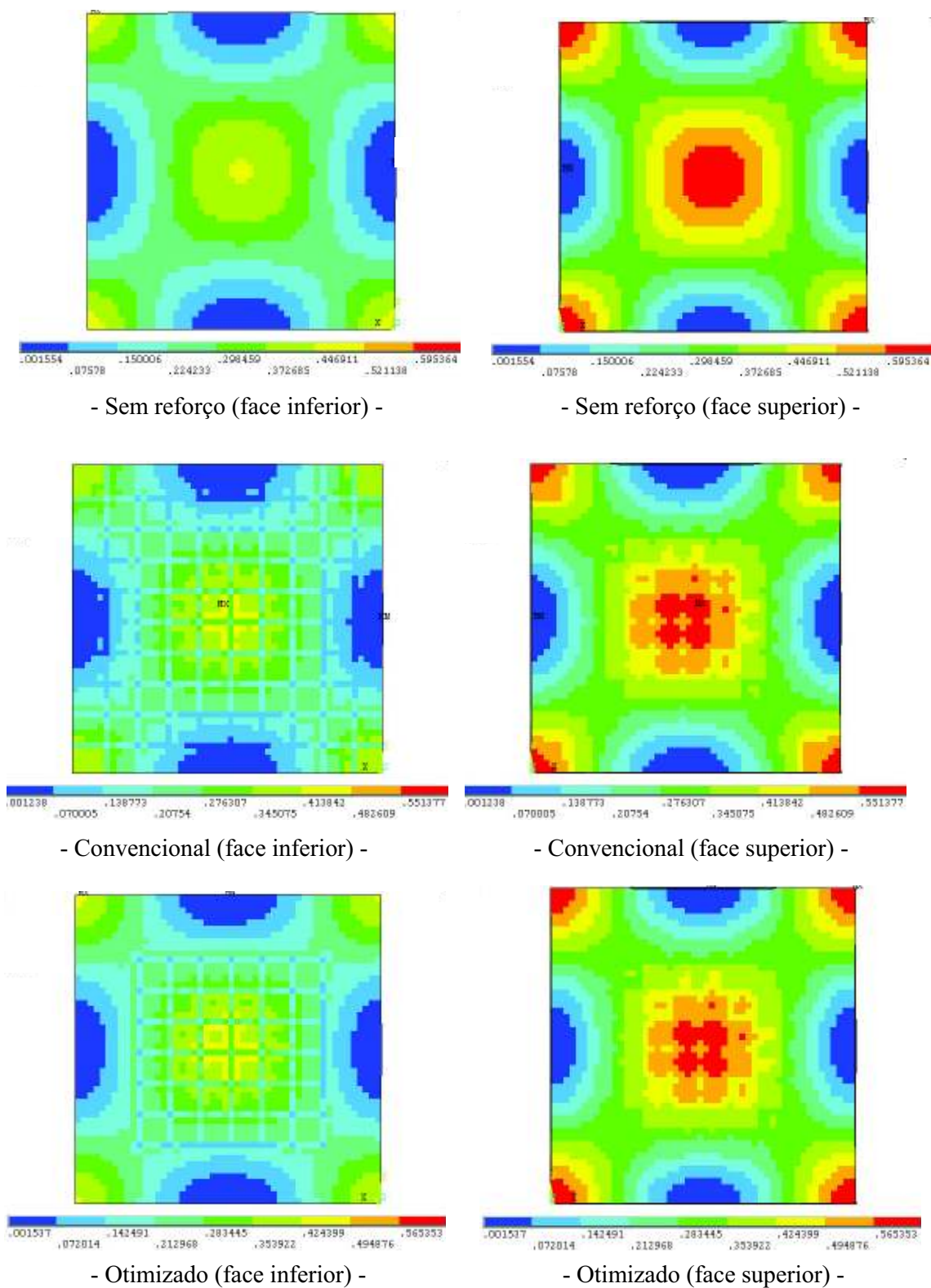


Figura 70 - Distribuição da energia de deformação para a laje 1 sem reforço e com reforço nos modos convencional e otimizado.

Verifica-se semelhança da distribuição da energia nos modos convencional e otimizado. Já para a laje sem reforço, a diferença quando se compara com estes dois é significativa. Na face inferior, em todos os casos, a energia de deformação é maior na região central da laje. Na face superior, percebe-se a região vermelha nos bordos devido às solicitações ocasionadas pelo momento volvente.

A Tabela 5 mostra os resultados de tensões e deslocamentos para a laje 1.

Tabela 5 - Resultados para tensões e deslocamentos da laje 1.

	$\sigma_x = \sigma_y (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		$\sigma_{VM} (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		Flecha máxima (mm)	Área de reforço (m ²)
	Ponto (2,4;2,4;0) face inferior	Ponto (2,4;2,4;0,10) face superior	Ponto (2,4;2,4;0) face inferior	Ponto (2,4;2,4;0,10) face superior		
Sem reforço	9,81	- 9,89	9,81	9,88	18,32	---
Convencional	8,05	- 9,16	8,07	9,01	17,07	9,00
Otimizado	8,22	- 9,25	8,23	9,09	17,47	4,34

Percebe-se que as tensões, tanto de tração quanto de compressão, e a flecha máxima, sofreram queda, ao se comparar os resultados da laje sem reforço com a reforçada no modo convencional, indicando que há um ganho de resistência e de rigidez no processo de reforço.

O aspecto mais interessante dos resultados é que a laje com reforço otimizado apresentou tensões e flecha máxima com pequenas diferenças quando comparadas com o modo convencional, utilizando-se menos de metade da área de reforço (48,22%). Isto mostra que é possível reforçar esta laje segundo o dimensionamento em ELU (mesma configuração de faixas), com uma área de reforço bem menor, gerando economia de material.

7.4 DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DO REFORÇO DA LAJE APOIADA/ENGASTADA (LAJE 2)

Inicialmente, conforme procedimento descrito para a laje 1 foi feito o dimensionamento do reforço no ELU, considerando o carregamento e as condições de apoio já descritos anteriormente, onde o carregamento passa de 7.000 N/m² para 19.000 N/m². O resultado obtido para a distribuição convencional do reforço é apresentado na Figura 71.

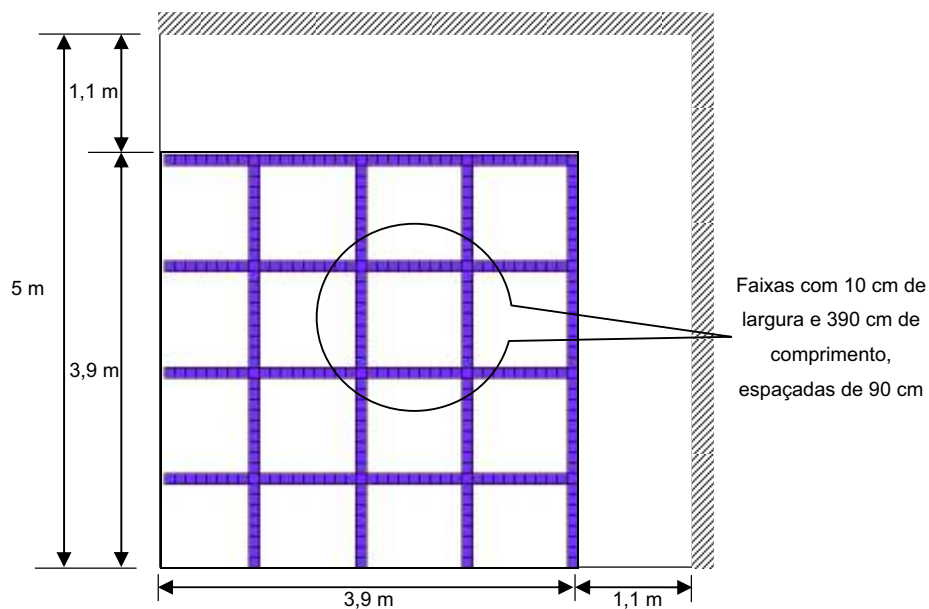


Figura 71 - Distribuição de reforço no modo convencional para a laje 2.

Nesta distribuição há quatro faixas horizontais e quatro verticais, todas com comprimento de 390 cm e largura de 10 cm, espaçadas de 90 cm, resultando numa área de reforço de $3,12 \text{ m}^2$. Esta área representa 12,48% da área total da laje, ou seja, corresponde a uma retirada de material (reforço) de 87,52%.

A Figura 70 mostra o resultado da distribuição otimizada do reforço calculada pelo ANSYS.

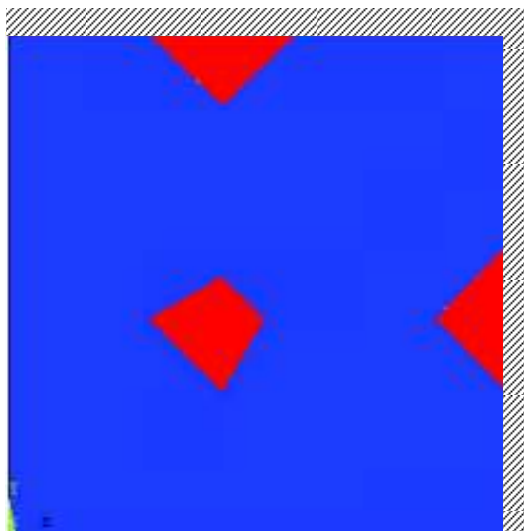


Figura 72 - Região de reforço segundo a OT para a laje 2.

Percebe-se uma direção inclinada para o reforço, na direção diagonal da laje. Vale lembrar que não será considerado reforço para momentos fletores negativos. Portanto, apenas a região solicitada à tração na face inferior da laje será reforçada. Considerando o comprimento de ancoragem de 20 cm, a distribuição para o reforço otimizado é indicada na Figura 73.

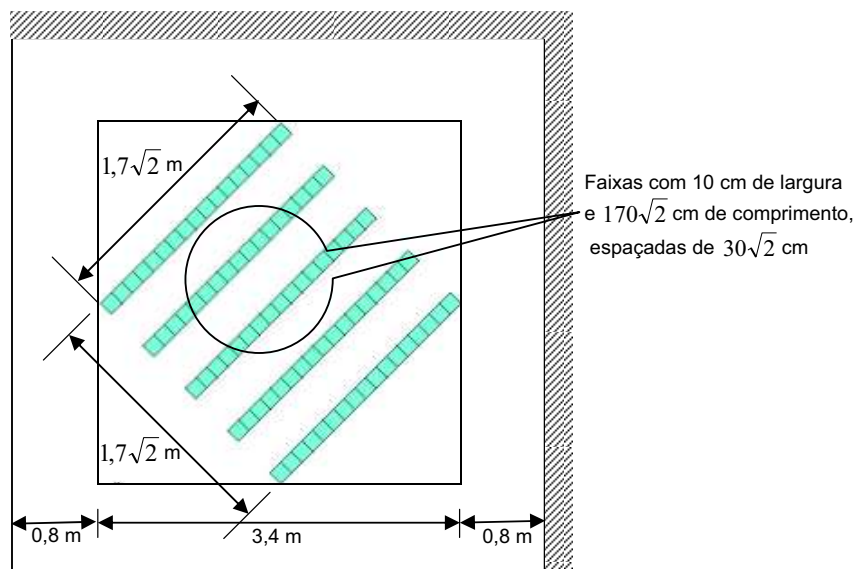


Figura 73 - Distribuição otimizada de reforço para a laje 2.

O reforço otimizado ficou localizado numa seção quadrada de lado igual a $170\sqrt{2}$ cm, contendo 5 faixas de comprimento igual ao lado do quadrado, inclinado de 45° com a horizontal. A área de reforço é de $1,70$ m² e a largura do reforço é de $10\sqrt{2}$ cm, valor não inteiro, próximo de 14 cm. A justificativa de se adotar tal modelo é o encaixe do reforço na malha de elementos finitos. Esta distribuição é semelhante àquela apresentada na Figura 40 do Capítulo 6, para uma laje com as mesmas dimensões e vinculação. Embora o carregamento atribuído àquela laje fosse diferente deste, a distribuição de reforço é similar nos dois casos. Este modelo otimizado difere dos demais aqui apresentados, pela diferença de espessura adotada e o modo de distribuição das faixas (inclinadas), com espaçamento inferior ao modelo tradicional. De qualquer forma, trata-se de um modelo sugerido pela OT.

Num projeto de reforço para lajes com esta natureza, cabe ao projetista analisar qual a melhor situação, ou seja, aquela feita no modo convencional, ocupando maior área de reforço, ou o proposto no modelo otimizado, com área menor, e cuja distribuição talvez possa levar a uma execução mais trabalhosa.

A Figura 74 mostra as flechas para a laje 2 sem reforço e com os reforços convencional e otimizado.

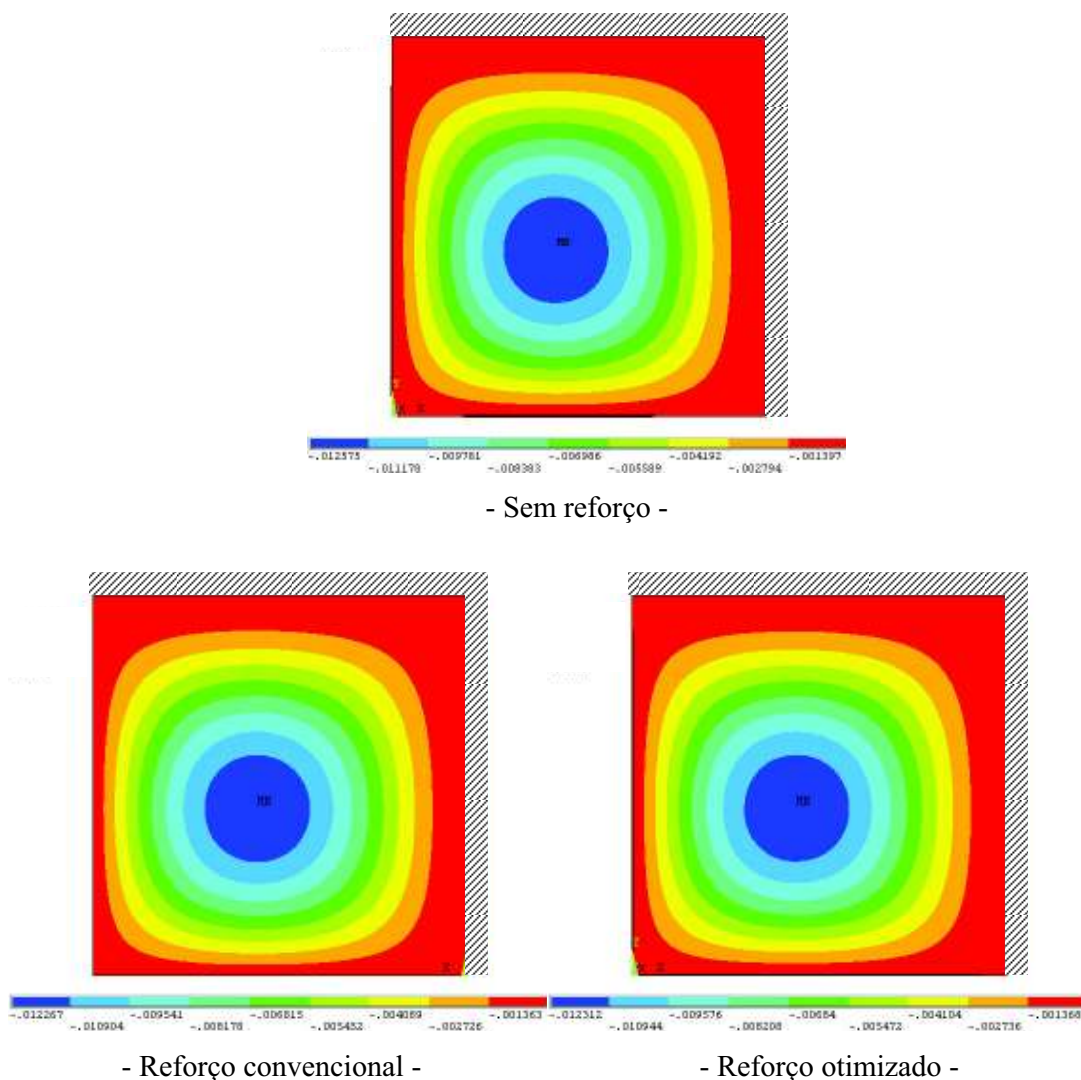


Figura 74 - Flechas (m) para a laje 2 sem reforço, reforço no modo convencional e reforço otimizado.

A flecha máxima diminui pouco, comparando-se as situações sem reforço e com reforço nos modos convencional e otimizado. Isto significa que o aumento da rigidez da estrutura é pequeno.

A Figura 75 apresenta a distribuição de tensões σ_x (em N/m^2) nas três situações da laje 2.

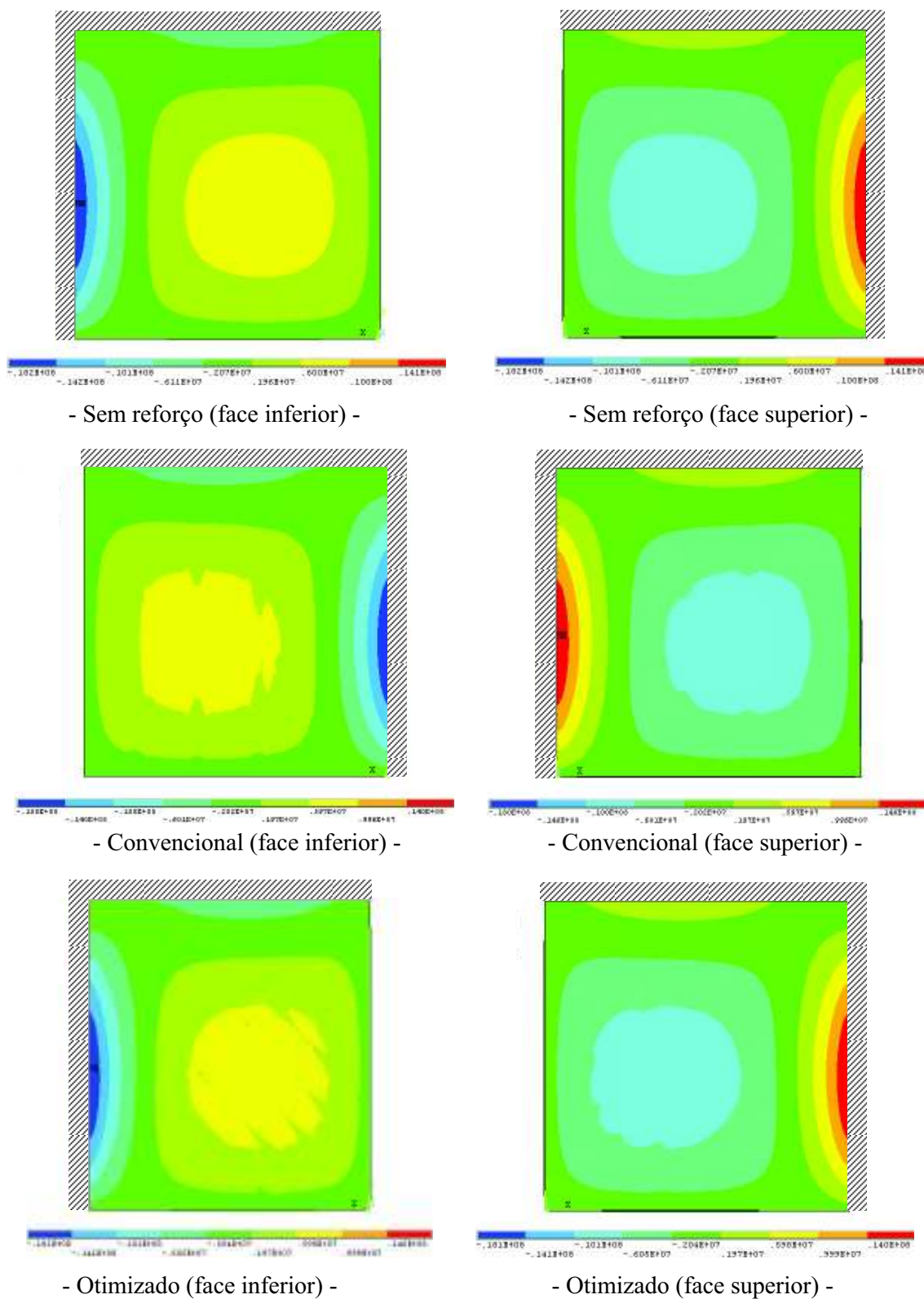


Figura 75 - Tensões σ_x (N/m^2) para a laje 2 sem reforço, reforço no modo convencional e reforço otimizado.

A Tabela 6 fornece os resultados de tensões e flecha máxima para a laje 2.

Tabela 6 - Resultados para tensões e deslocamentos da laje 2.

	$\sigma_x = \sigma_y (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		$\sigma_{VM} (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		Flecha máxima (mm)	Área de reforço (m ²)
	Ponto (1,9;1,9;0) face inferior	Ponto (1,9;1,9;0,10) face superior	Ponto (1,9;1,9;0) face inferior	Ponto (1,9;1,9;0,10) face superior		
Sem reforço	8,45	- 8,53	8,46	8,53	12,58	---
Convencional	7,14	- 8,01	7,15	7,90	12,27	3,12
Otimizado	6,49	- 7,90	6,71	7,72	12,31	1,70

Ao se comparar as tensões σ_x e σ_{VM} nas três situações, verifica-se uma redução considerável na presença de reforço. Os resultados obtidos para o reforço otimizado são muito próximos do convencional, mas com uma área de reforço bem menor, cerca de 45,51% inferior. A flecha sofreu pequena redução

7.5 DIMENSIONAMENTO E OTIMIZAÇÃO DO REFORÇO DA MARQUISE

O dimensionamento do reforço no ELU foi feito considerando as condições apresentadas anteriormente, onde o carregamento passa de 4.000 N/m^2 para 8.500 N/m^2 , resultando numa distribuição de faixas que pode ser observada na Figura 76.

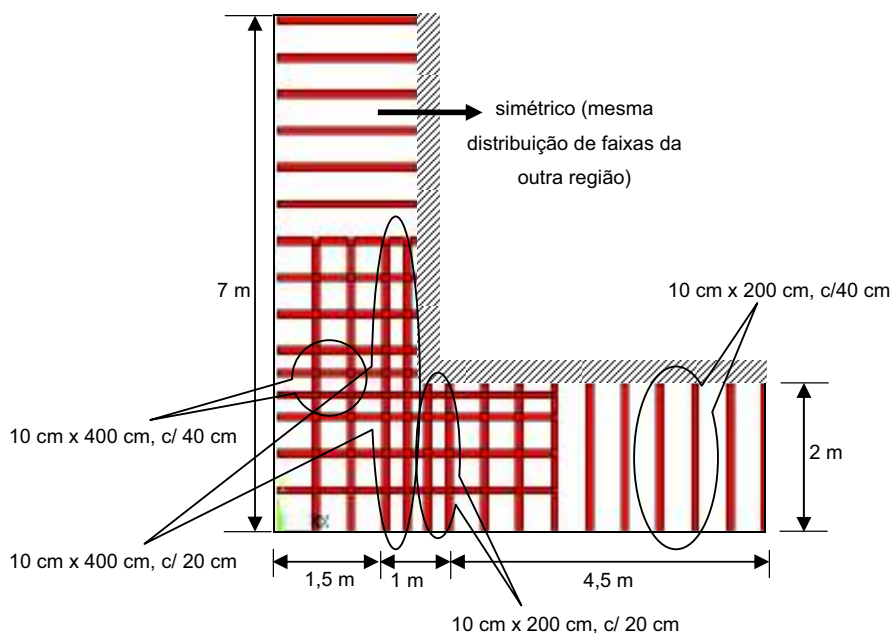


Figura 76 - Distribuição do reforço para a marquise no modo convencional.

Devido à simetria da laje, a distribuição do reforço nas duas regiões é a mesma. A forma de distribuição das faixas é similar ao arranjo das armaduras em marquises com estas características.

A área total de reforço para este caso é de $7,60 \text{ m}^2$. Tal valor corresponde a 30,4% da área total da laje, o que equivale a uma retirada de material de 69,6%. Aplicando-se este valor no programa de Otimização Topológica, tem-se a distribuição de reforço otimizada (Figura 77).

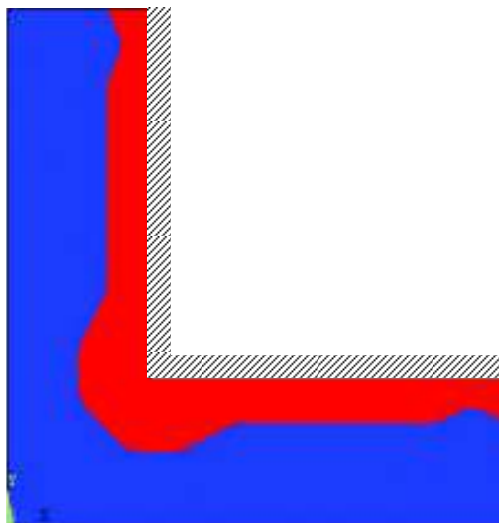


Figura 77 - Região de reforço para a marquise, segundo a otimização topológica.

Baseado nestes resultados (distribuição convencional e resultado da OT) para esta laje, acrescenta-se 20 cm relativo ao comprimento de ancoragem, obtendo-se a distribuição otimizada do reforço para a marquise (Figura 78).

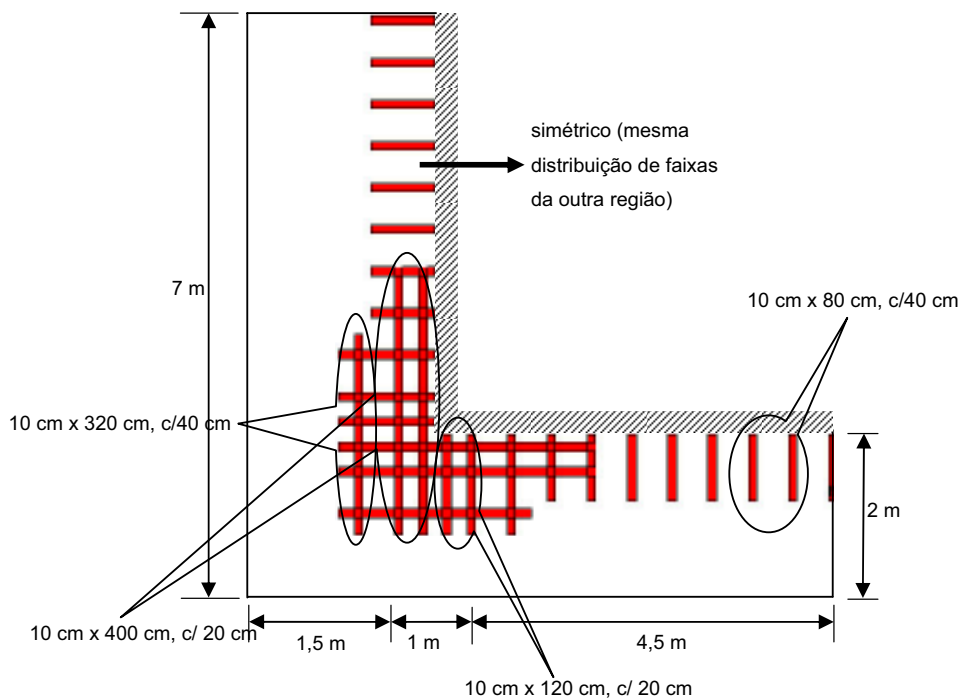


Figura 78 - Distribuição otimizada de reforço para a marquise.

São apresentados na Figura 79 os resultados das flechas (m) para a marquise sem reforço, com reforço no modo convencional e com reforço otimizado.

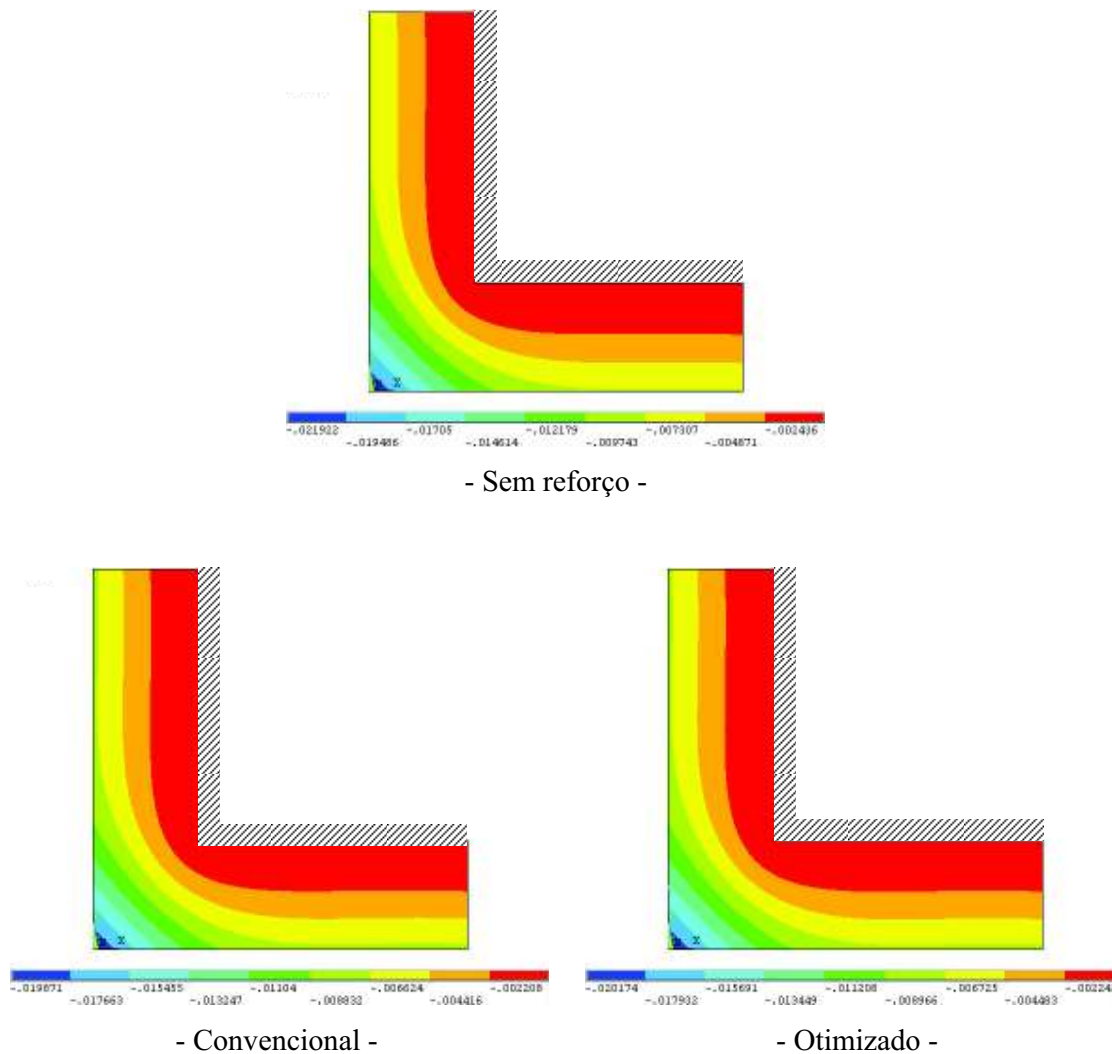


Figura 79 - Flechas (m) para a marquise sem reforço, com reforço convencional e com reforço otimizado.

A flecha máxima localiza-se na região de canto, sendo maior na laje sem reforço. Nas situações convencional e otimizado, percebe-se pequena diferença entre os resultados. A diminuição da flecha na presença de reforço indica aumento na rigidez da estrutura.

A Figura 80 apresenta a distribuição das tensões σ_x (N/m^2) para a marquise, nos casos sem reforço, reforço no modo convencional e reforço otimizado.

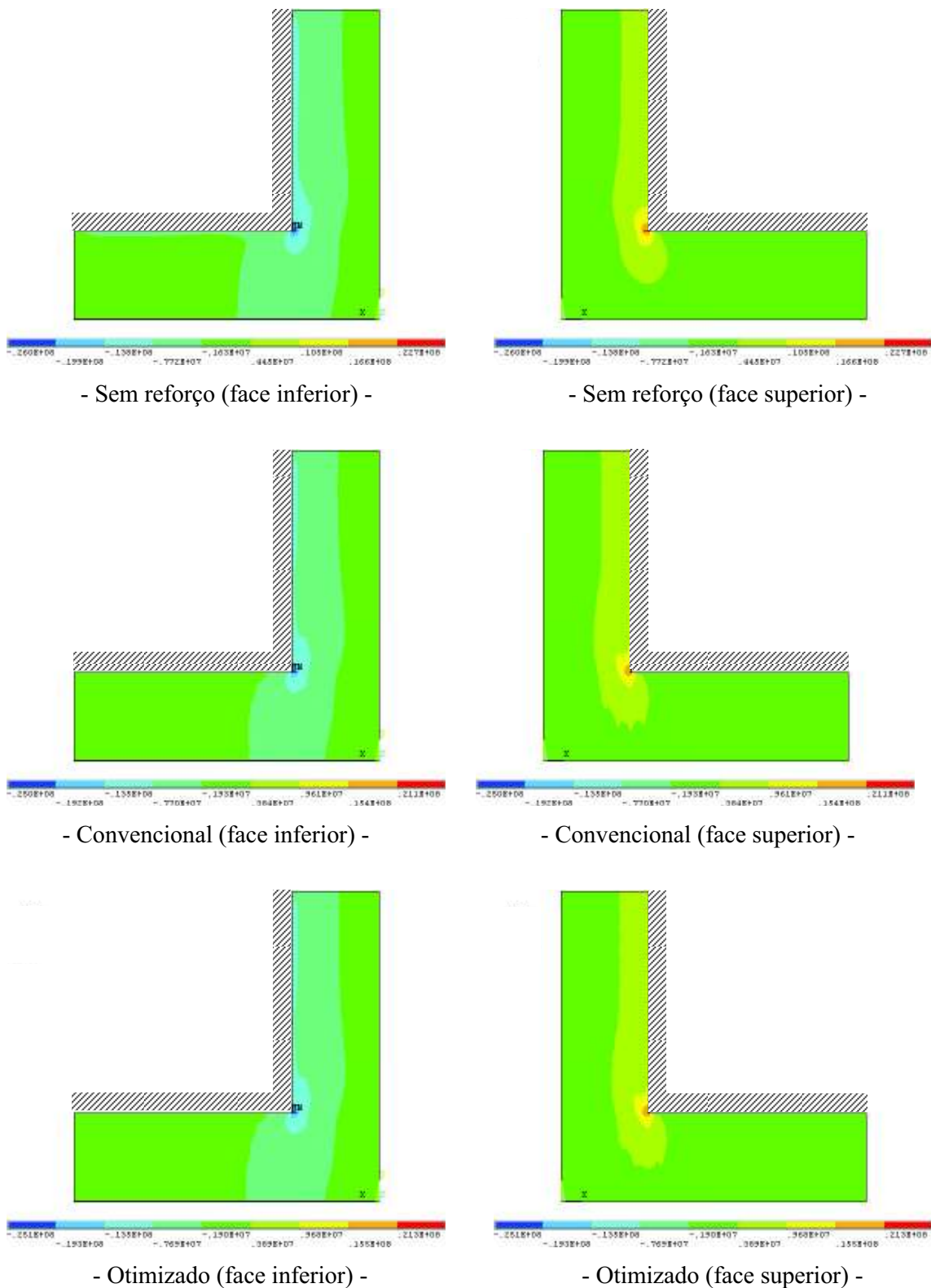


Figura 80 - Distribuições de tensões σ_x (N/m^2) para a marquise sem reforço, reforço no modo convencional e reforço no modo otimizado.

Percebe-se que, na face superior da laje, a região crítica das tensões σ_x é aquela que aparece vermelha, com uma vizinhança em amarelo escuro. Na laje sem reforço, as tensões são maiores que nas reforçadas nos modos convencional e otimizado. Estes dois últimos casos têm diferença quase insignificante das tensões. A Tabela 7 apresenta os resultados de tensões e flechas máximas para a marquise.

Tabela 7 - Distribuição das tensões e flechas máximas para a marquise.

	$\sigma_x = \sigma_y (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		$\sigma_{VM} (\times 10^6 \text{ N/m}^2)$		Flecha máxima (mm)	Área de reforço (m ²)
	Ponto (1,9;1,9;0) face inferior	Ponto (1,9;1,9;0,10) face superior	Ponto (1,9;1,9;0) face inferior	Ponto (1,9;1,9;0,10) face superior		
Sem reforço	15,53	- 14,15	17,39	16,15	21,93	---
Convencional	12,32	- 12,73	13,91	14,68	19,88	7,60
Otimizado	12,40	- 12,77	14,01	14,73	20,18	3,76

Analisando a Tabela 7, percebe-se uma redução de 26% na tensão σ_x de tração, ao se comparar a mesma na laje sem reforço e com reforço no modo convencional. Já a de compressão sofre redução de 11%. Percentuais semelhantes são percebidos nas tensões de Von Mises, quando se avalia a redução de tensões. A redução na flecha máxima é menor, entre a laje sem reforço e a reforçada no modo convencional, ficando em torno de 10%. Entre os modelos convencional e otimizado de distribuição de reforço, a diferença de tensões é muito pequena, e a flecha sofreu um pequeno acréscimo no modo otimizado. No entanto, há uma vantagem significativa entre as distribuições convencional e otimizada: uma redução de área de reforço de 50,3%, aproximadamente, o que confere uma situação mais econômica, sujeita a condições semelhantes em termos de rigidez.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

A relação custo/benefício, em muitos casos, é equivocada quando se trata de polímeros reforçados por fibras, sejam de carbono, vidro ou aramida. O desconhecimento dos benefícios destes materiais pode ser uma barreira para sua utilização: facilidade de aplicação, propriedades mecânicas elevadas, peso reduzido e resistência à corrosão. Por outro lado, em alguns casos, como situações emergenciais de reparo, que exigem rapidez de execução ou em locais com ambientes agressivos, o reforço com PRFC pode ser a única solução.

A partir das simulações numéricas realizadas, pode-se sucintamente concluir que, embora os resultados sejam preliminares, a otimização topológica mostrou-se uma ferramenta muito interessante para determinação da distribuição do reforço, possibilitando a economia de material e, em alguns casos, a solução otimizada pode ser inabitual em relação à forma convencional de reforço, o que indica a otimização como um procedimento que pode ser bastante útil. De fato, para casos que apresentem geometrias diferenciadas (curvas, aberturas, estruturas tridimensionais etc.) e condições de apoio e de carregamento particulares, a determinação da distribuição do reforço na forma convencional pode ser dificultada.

A fissuração da laje é um efeito importante no comportamento estrutural deste elemento que deve ser considerado no processo de otimização, pois a distribuição do reforço pode ser alterada na presença da fissuração. Há casos em que a fissuração não foi considerada nas simulações, devido a problemas de convergência da solução via MEF, principalmente da forte não-linearidade que o fenômeno provoca, simultaneamente à retirada do material de reforço no processo de otimização.

As simulações mostraram que diversos fatores afetam o resultado da distribuição otimizada do reforço. Quanto ao carregamento aplicado, percebe-se grande influência da forma de

distribuição do carregamento. Já a intensidade do carregamento exerce pouca influência nos resultados da otimização.

A malha de elementos finitos mostrou-se um fator de grande influência na distribuição otimizada de reforço. Tem-se resultados mais precisos quando se tem uma malha mais refinada. A geometria do reforço também pode mudar ao se comparar uma malha grosseira com outra refinada. Ainda assim, malhas grosseiras indicam regiões próximas das áreas exatas que requerem reforço, o que pode ser útil.

A distribuição do reforço otimizado muda sensivelmente quando a taxa de retirada de material é alterada. Desta forma, para cada caso deve ser feito o dimensionamento no ELU para determinação da quantidade necessária de reforço.

A relação comprimento/largura afeta o comportamento estrutural da laje e leva à alteração na distribuição otimizada do reforço. Quanto à espessura da laje, esta tem pouco ou quase nenhum efeito.

Finalmente, dependendo do tipo de vinculação da laje, a distribuição do reforço muda sensivelmente, podendo levar a formas não convencionais.

De acordo com a literatura sobre o assunto e com a experiência adquirida ao longo deste trabalho, sugere-se os seguintes temas, dando sequência à pesquisa:

- Estudo de problemas mais complexos para distribuição otimizada de reforço, como lajes com aberturas, lajes do tipo cogumelo e estruturas tridimensionais;
 - Simulação da distribuição de reforço de lajes de concreto armado utilizando-se sistemas híbridos de carbono e vidro, além da possibilidade do reforço com outros materiais, como fibras vegetais;
 - Realização de testes experimentais para verificação dos resultados apontados pela otimização topológica;
-

- Criação de um programa computacional específico de otimização topológica do reforço de estruturas de concreto armado, para fazer parte da rotina de cálculo estrutural de engenheiros. Além de ser uma ferramenta útil, problemas como a convergência numérica poderiam ser melhor tratados;

 - Desenvolvimento das técnicas de execução do reforço, permitindo a aplicação em superfícies maiores, usando-se tecidos. Isto permitiria o preenchimento mais eficiente da região otimizada de aplicação do reforço, com ganhos no desempenho estrutural.
-

REFERÊNCIAS

ABCP - Associação Brasileira de Cimento Portland. Patologias em estruturas de concreto armado. Disponível em: <<http://www.abcp.org.br>>. Acesso em: 10 mar. 2009.

AGARWAL, B. D.; BROUTMAN, L. J. **Analysis and performance of fiber composites**. New York: John Wiley & Sons, 1990.

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. 4. ed. São Paulo: Érica, 2005.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.2R: **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures**. Detroit, 2003.

ANSYS 11.0 Notice. Computational Applications and System Integration Inc., 2009.

ARAÚJO, A.C.N. **Estudo experimental do comportamento à flexão de vigas de concreto armado utilizando tecidos de fibra de carbono**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BANDEIRA, M.S. **Análise não-linear de lajes de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Goiânia, 2006.

BANK, L.C. **Composites for construction: structural design with FRP materials**. New York: John Wiley & Sons, 2006.

BARROS, J.A.O.; FORTES, A.S. Concrete beams reinforced with carbon laminates bonded into slits. **5º Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería**. Madri - Espanha, 2002.

BATISTA, A. M.; RATTO, C. Eficiência de polímero reforçado com fibra de carbono para vigas de concreto armado. In: **XLVII CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO**. Olinda. *Anais...* p. 265-277, 2005.

BEBER, A.J. **Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1999.

BEBER, A.J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósito de fibra de carbono**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.

BENDSOE, M.P.; DIAZ, A.; KIKUCHI, N. **Topology and generalized layout optimization of elastic structures**. In: Bendsoe MP, Mota Soares CA (eds). *Topology Design of Structures*, (Proc NATO ARW, Sesimbra 1992), Kluwer Dordrecht, 1993.

BENDSOE, M.P.; KIKUCHI, N. **Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method**, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71, 197 224, North-Holland, 1988.

BENDSOE, M.P; SIGMUND, O. **Topology optimization: theory, methods and applications**. Berlin: Springer-Verlag, 2003.

BENDSOE, M.P.; SIGMUND, O. **Topology optimization**. New York: Springer, 2004.

BRANDT, A.M. **Criteria and methods of structural optimization**. PWN, Warszawa and Martinus Nijhoff Publisher - The Hague, 1984.

CARBONARI, R.C. **Projeto de atuadores piezelétricos extensionais usando o Método de Otimização Topológica**. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.

CARROLL, W. F. **A primer for finite elements in elastic structures**. New York: John Wiley & Sons, 1999.

CERVELLERA, P.; ZHOU, M.; SCHRAMM, U. Optimization driven design of shell structures under stiffness, strength and stability requirements. **6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization**, Rio de Janeiro - Brazil, 2005.

CHAJES, M.J.; JANUSZKA, T.F.; MERTZ, D.R.; THOMSON, T.A.; FINCH JR., W.W. Shear strengthening of reinforced concrete beams using externally applied composite fabrics. **ACI Structural Journal**, v. 92, n.3, 1995.

CHEN, J. F.; TENG, J. G. Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 7, p. 784-791, 2001.

CHENG, G.; GUO, X. ϵ -relaxed approach in structural topology optimization. **Structural Optimization**, v. 13, p. 258-266, 1997.

COELHO, P. S. G. **Meta-heurísticas em otimização estrutural**. Trabalho de conclusão de curso. Lisboa, 2003.

COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E. **Concepts and applications of finite element analysis**. New York: John Wiley & Sons, 3th ed., 1989.

CURCIO, D.S.; CASTRO, P.F. Ductilidade de vigas de concreto armado reforçadas com placas em fibras de carbono. **V Congresso de Engenharia Civil**. Juiz de Fora, 2002.

DE LUCA, Luis César. **Cisalhamento em vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibras de carbono: avaliação dos critérios de projeto**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

DUYSINX, P. **Optimisation topologique: du milieu continu à la structure élastique**. Thèse de Doctorat, Université de Liège, Rapport, 1996.

DUYSINX P.; BENDSOE, M.P. Topology optimization of continuum structures with local stress constraints. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. 43:1453-1478, 1998.

EVGRAFOV, A.; PATRIKSSON, M. On the convergence of stationary sequences in topology optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 64:17-44, 2005.

FERRARI, V.J. **Reforço à flexão em vigas de concreto armado com manta de fibra de carbono: mecanismos de incremento de ancoragem**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

FERRARI, V.J. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido a substrato de transição constituído por compósito cimentício de alto desempenho**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2007.

FORTES, A.S. **Estruturas de concreto submetidas à flexão reforçadas com laminados de CFRP colados em entalhes**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Carlos, 2004.

GAMINO, A.L. **Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP**. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007.

HANCOX, N.L.; MAYER, R.M. **Design data for reinforced plastics**. London: Chapman & Hall, 1994.

HOLLAWAY, L.C.; HEAD, P.R. **Advanced polymer composites and polymers in the civil infrastructure**. Elsevier Science, Amsterdam & London, 2001.

ISAIA, G.C. **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**. v. 2. São Paulo: IBRACON, 2005.

JUVANDES, L.F.P. **Reforço e reabilitação de estruturas de betão armado usando materiais compósitos de “CFRP”**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil, FEUP, 1999.

KIM, D.H., **Composite structures for civil and architectural engineering**. Cambridge: E&FN SPON, 1995.

KNIGHT, Charles E. **The finite element method in mechanical design**. Boston: PWS-Kent Publishing Company, 1993.

LAM, Y.C.; MANICKARAJAH, D.; BERTOLINI, A. Performance characteristics of resizing algorithms for thickness optimization of plate structures. **Finite Elements in Analysis and Design** 34, 159-174, 2000.

LI, Q.; STEVEN, G.P.; XIE, Y.M. On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization. **Structural Optimization** 18, 67-73, 1999.

LIMA, C. R. **Projeto de mecanismos flexíveis usando o método de Otimização Topológica**. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.

LINO, J.B.S.; DE LUCA, L.C.; PINHEIRO, L.M. Fibra de carbono no reforço ao cisalhamento em vigas de concreto. In: 50º Congresso Brasileiro do Concreto. **Anais do L IBRACOM**. Salvador - BA, 2008.

MACHADO, A.P. **Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. São Paulo: Pini, 2002.

MACHADO, M.G. **Estudo experimental da ductilidade de vigas em concreto armado reforçadas à flexão utilizando compósitos com tecido de fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

MBT - Master Builders Technologies. MBrace™ Composite Strengthening System - Engineering Design Guidelines, 2004.

MENEGHETTI, L.C. **Análise do comportamento à fadiga de vigas de concreto armado reforçadas com PRF de vidro, carbono e aramida**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.

PADMARAJAIAH, S.K.; RAMASWAMY, A. **A finite element assesment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement**. Civil Engineering Department, Indian Institute of Science, India, 2001.

PARÍS, J.; NAVARRINA, F.; COLOMINAS, I.; CASTELEIRO, M. Advances in the statement of stress constraints in structural topology optimization. **Fourth International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering - ACOMEN**, University of Liège, Belgium, 2008.

RAO, S.S. **Engineering optimization: theory and practice**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1996.

ROCHDI, E.H. **Contribution a l'analyse du comportement mécanique de dalles en beton armé renforcées par matériaux composites**. Thèse de Doctorat, L'Université Claude Bernard - Lyon 1, 2004.

ROZVANY, G.I.N.; BIRKER, T. On singular topologies in exact topology optimization. **Struct. Optim.** 8, 228-235, 1995.

SCHWARTZ, M. M. **Composite materials: properties, nondestructive testing and repair**. v. 1. New Jersey: Prentice Hall, 1997.

SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. **Structural Optimization**, v.16, p. 120-127, 2001.

SIGMUND, O.; BENDSOE, M. P. **Optimization of structural topology, shape and materials**. DTU Report, 2003.

SIKA CARBODUR. **Sistema de reforço para grandes solicitações à base de lâmina de fibra de carbono**. Versão 4, 2005.

SOUZA, C.E. **Otimização em dois níveis da orientação e da topologia de cascas laminadas**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Eng. Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.

SOUZA JUNIOR, D.A. **Estudo do comportamento mecânico de peças estruturais de madeira reforçadas por fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - UFU, 2001.

STEVEN, G.P.; LI, Q.; XIE, Y.M. Multicriteria optimization that minimizes maximum stress and maximizes stiffness. **Computers and Structures** 80, 2433-2448, 2002.

STUMP, F.V.; SILVA, E.C.N.; PAULINO, G.H. Optimization of material distribution in functionally graded structures with stress constraints. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 23:535-551, 2007.

SUDANO, A.L.; HANAI, J.B. Desenvolvimento de técnicas híbridas de reforço de pilares de concreto armado por encamisamento com compósitos de alto desempenho. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v.8, n.32, p.5-8, 2006.

SVED, G.; GINOS, Z. Structural optimization under multiple loading. **International Journal of Mechanical Sciences**. v. 10, Issue 10, 803-805, 1968.

TEICHMANN, L.N. **Armacon: sistema de dimensionamento de peças isoladas em concreto armado**. Versão Acadêmica 1.2, 2009.

TENG, J.G.; CHEN J.F.; SMITH, S.T.; LAM, L. **FRP strengthened RC structures**. London: John Wiley & Sons, 2002.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical optimization techniques for engineering design: with applications**. New York: McGraw-Hill, Inc., 1984.
