

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

JOICE SILVA MARQUES MUNDIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

UBERLÂNDIA-MG

2015

JOICE SILVA MARQUES MUNDIM

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia - UFU, como exigência parcial para a obtenção do Título de Mestre em Educação, sob orientação do Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira.

Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática

UBERLÂNDIA-MG

2015

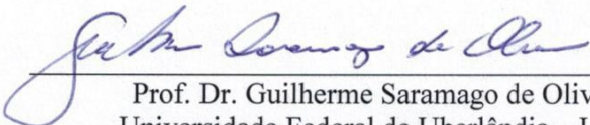
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

M965m Mundim, Joice Silva Marques, 1990-
2015 Modelagem matemática nos primeiros anos do ensino fundamental /
Joice Silva Marques Mundim. - 2015.
123 f. : il.

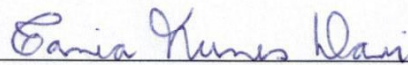
Orientador: Guilherme Saramago de Oliveira.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia,
Programa de Pós-Graduação em Educação.
Inclui bibliografia.

1. Educação - Teses. 2. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino - Teses. 3. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 4. - Teses. I. Oliveira, Guilherme Saramago de, 1962-. II. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

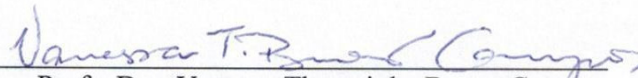
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira
Universidade Federal de Uberlândia – UFU



Profa. Dra. Tania Nunes Davi
Fundação Carmelita Mário Palmério - FUCAMP



Profa. Dra. Vanessa Therezinha Bueno Campos
Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Uberlândia, 29 de janeiro de 2015.

A Deus, meu fortalecedor e meu guia. Aos meus pais Neide e Jucelio pelo apoio e pela confiança. Ao meu namorado Gabriel pelo incentivo e companheirismo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade de vencer essa etapa e por ser meu guia em todos os momentos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira, pelas sábias e primordiais orientações na construção desta dissertação e pelas contribuições para minha formação. Meu agradecimento pela confiança, pelas oportunidades e constante aprendizado durante nossa convivência.

Às professoras, Dra. Silvana Malusá e Dra. Tânia Nunes Davi, pelas ricas contribuições na qualificação desse trabalho. A oportunidade de estar em contato com as ideias e os conhecimentos dessas profissionais qualificadas, foi um aprendizado inigualável.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação, que contribuíram na efetivação dessa etapa e na vivência de novas experiências.

Aos meus pais, Neide Silva Marques Mundim e Jucelio Marques Mundim, pelo apoio, pelo amor incondicional e pelo exemplo de integridade, sabendo, a todo tempo, me entender, me orientar e ao longo da minha vida, me educar com valores de dignidade, respeito e igualdade, sendo a base para meu crescimento pessoal e profissional.

Aos meus irmãos, Guilherme Henrique Silva Mundim e Julia Silva Marques Mundim, pela participação nessa empreitada, pela força e torcida, sempre transmitindo durante essa caminhada luz e energias positivas.

Ao meu namorado, Gabriel do Nascimento Guimarães, pelo companheirismo, pela compreensão, pelas sábias palavras que me acompanharam na conclusão dessa etapa. Meu agradecimento, por estar presente, tornando meus dias mais felizes e os obstáculos, pequenos grãos de areia.

A toda minha família pelo incentivo, por acreditarem e apoiarem cada escolha feita ao longo da minha vida.

À minha querida amiga e companheira de trabalho, Marinete pela imensa compreensão e pelo apoio, que foram fundamentais nessa caminhada.

A todos, o meu muito obrigada!

“Vejo Educação como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada pelos grupos culturais, com a finalidade de se manterem como tal e de avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência. Consequentemente, Matemática e Educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes”. (Ubiratan D’Ambrosio)

RESUMO

Esta pesquisa busca estudar, analisar e trazer a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, para os primeiros anos do Ensino Fundamental, a fim de encontrar novas possibilidades para o ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos. O estudo: apresenta sinteticamente as metodologias alternativas para o ensino dos conteúdos matemáticos, com ênfase a Modelagem Matemática, visando superar os problemas existentes no sistema de ensino; evidencia a trajetória, as características, os conceitos e a importância da Modelagem Matemática no ensino e na sociedade; apresenta e discute sobre as possibilidades de concretizar a Modelagem Matemática no processo de ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse caminho de estudo, enfatizamos a importância e a validade da Modelagem Matemática para mudar a situação do ensino e para trazer um processo de aprendizagem contextualizado e inovador aos olhos de todos os envolvidos. Nesse sentido, ficam evidenciadas as contribuições da Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa metodológica eficiente e significativa, capaz de trazer os diversos contextos e outras áreas do conhecimento.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Metodologia de Ensino. Educação Matemática.

ABSTRACT

This research seeks to study, analyse and bring the Mathematics Modelling, as a methodologic choice for the first years of elementary education, to find new possibilities for the teaching and apprentice of mathematics knowledge. The study: synthetically presents the methodologic choices for the teaching of mathematics contents, with emphasis in Mathematics Modelling, aiming to overcome the present problems in the teaching system; evidence the route, the features the concepts and the importance of Mathematics Modelling in teaching and in society; presents and discuss about the possibilities to accomplish the Mathematics Modelling in the teaching process at the first years of elementary education. In this way of study, we emphasize the importance and the value of Mathematics Modelling to change the situation of teaching to bring a learning process contextualized and innovative for all involved. In this sense, are evidenced the contribution of Mathematics Modelling, as an efficient and significative methodologic choice capable to bring many contexts and other knowledge areas.

Key words: Mathematics Modelling; Teaching Methods; Mathematics Education.

LISTA DE ABREVIATURAS

ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
p.	Página
PAAE	Programa de Avaliação da Aprendizagem Escolar
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROALFA	Programa de Avaliação da Alfabetização
PROEB	Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SIMAVE	Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Contribuições da Modelagem Matemática	52
Figura 2	Pontos Principais da Modelagem Matemática.....	53
Figura 3	Ambiente de Aprendizagem na Modelagem Matemática.....	54
Figura 4	Três Momentos da Modelagem Matemática.....	56
Figura 5	Processo de Modelagem Matemática.....	57
Figura 6	Etapas da Modelagem Matemática.....	58
Figura 7	Esquema de Uma Atividade de Modelagem Matemática.....	59
Figura 8	Esboço de Um Framework Para a Prática dos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática.....	60
Figura 9	Processo de Modelagem.....	61
Figura 10	Implicações do Modelo Matemático.....	64
Figura 11	Aspectos Proporcionais no Desenvolvimento do Modelo Matemático	66
Figura 12	O Contexto, Os Meios e o Processo.....	67
Figura 13	Esquema do Processo de Modelagem Matemática.....	68
Figura 14	Esquema de Uma Modelagem.....	72
Figura 15	Modelagem Matemática – características favoráveis.....	77
Figura 16	Folha reduzida com informações a respeito do tema “Tamanho dos Anéis”	88
Figura 17	Estratégia de Medida Utilizada Pelos Estudantes.....	89
Figura 18	Folha com informações a respeito do tema "Espaço dos estudantes na sala de aula"	91
Figura 19	Representações do espaço na sala de aula destinado aos estudantes.....	92
Figura 20	Modelos matemáticos para calcular o espaço dos estudantes na sala de aula.....	93
Figura 21	Modelo Matemático	97
Figura 22	Modelo Matemático	103

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Resultados SAEB e Prova Brasil de 2005, 2007, 2009 e 2011 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Rede Estadual, Municipal e Pública do Brasil.....	30
Quadro 2	Resultados SIMAVE – PROEB dos anos 2009, 2010, 2011 e 2012 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Redes Estaduais e Municipais do Estado de Minas Gerais.....	31
Quadro 3	Lista de aniversários por mês.....	95
Quadro 4	Lista para festa de aniversário.....	95
Quadro 5	Lista dos itens e seus respectivos valores.....	96
Quadro 6	Lista para reforma do Laboratório de Informática.....	100
Quadro 7	Lista dos valores dos equipamentos para a reforma do Laboratório de Informática.....	102

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA FAZER MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	23
2.1	A Prática Pedagógica de Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental	23
2.1.1	<i>A Situação Atual do Ensino de Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental.....</i>	27
2.2	As Metodologias Alternativas e o Ensino dos Saberes Matemáticos.....	34
3	MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	47
3.1	Trajetórias da Modelagem Matemática.....	47
3.2	Modelagem Matemática: conceitos e discussões.....	49
3.3	Modelos Matemáticos.....	63
3.4	A Importância da Modelagem Matemática: no ensino e na sociedade.....	73
4	MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	79
4.1	O Ensino da Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental Numa Perspectiva da Modelagem Matemática.....	79
4.2	Possibilidades de Desenvolvimento da Modelagem Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental.....	84
4.2.1	<i>O Trabalho Com a Argila.....</i>	84
4.2.2	<i>Circuito Matemático – assim funciona um restaurante natural.....</i>	85
4.2.3	<i>Tamanho de Anéis.....</i>	87
4.2.4	<i>Espaço dos Estudantes na Sala de Aula.....</i>	90
4.2.5	<i>Festa de Aniversário.....</i>	94

4.2.6	<i>Calculando o Custo da Reforma do Laboratório de Informática e Tecnologia.....</i>	97
4.3	Análise Global Sobre a Teoria e a Prática da Modelagem Matemática.....	104
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	108
	REFERÊNCIAS.....	116

1 INTRODUÇÃO

A presença da Matemática, nos currículos, nos contextos escolares e no cotidiano dos indivíduos, interpreta os aspectos significativos do desenvolvimento dessa área do conhecimento. Muitos autores, dentre eles, Alro e Skovsmose (2010), D' Ambrósio (2002) e Miguel e Vilela (2008), identificam a relevância do trabalho com a Matemática, porém há necessidade de respeitar e cumprir a ênfase em buscar a criticidade, a realidade e a contextualização dos saberes matemáticos.

Apesar das características negativas que rondam o ensino da Matemática, dentre elas, dificuldades de aprendizagem, ensino baseado na transmissão, repetição, memorização dos conteúdos matemáticos, baixos índices escolares dos alunos e a descontextualização do ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN sugerem um trabalho com a Matemática que vise à integração da realidade; a flexibilidade no ensino; a participação ativa do aluno e a resolução de situações-problema reais. Para isso, a Modelagem Matemática, como recurso metodológico, atende e abrange esses aspectos, sugeridos pelos PCN, para os primeiros anos do Ensino Fundamental.

A Educação Matemática é uma significativa área do conhecimento que enfatiza o estudo dos saberes matemáticos baseados no desenvolvimento da criticidade, da reflexão, da criação de problematizações e das relações interpessoais que podem ser estabelecidas. De acordo com D' Ambrósio (2004), a Educação Matemática, principalmente no Renascimento e nos primeiros tempos da Idade Moderna, expressa e focaliza as preocupações com o ensino da Matemática. A partir desse momento, são analisados aspectos educacionais que influenciam esse assunto, os quais estendem desde a aprendizagem até a formação do indivíduo.

As atuações da Educação Matemática, enquanto prática social interdisciplinar, segundo Miguel (2004), promove diálogos e uma maior flexibilidade no desenvolvimento da Matemática e em suas ligações com outras áreas do conhecimento. A ênfase por um trabalho baseado na realidade, na contextualização dos conteúdos, na resolução de situações-problema e na formação de grupos de estudos vem sendo defendida pelos pesquisadores e pelos PCN (1997).

A Educação Matemática objetiva trabalhar os conteúdos matemáticos a partir de práticas que estabeleçam contextos e aspectos reais, problematizadores, a fim de promover a aprendizagem e a construção de conhecimentos dos alunos.

As práticas de ensino propostas pela Educação Matemática planejam a teoria dos saberes matemáticos, em que estes podem ser desenvolvidos por metodologias, sendo elas: a

História da Matemática, a Resolução de Problemas, as Tecnologias da Informação, os Jogos, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática. Essas metodologias são propostas que contribuem para a mudança do ensino e para a criação de novos rumos da Educação Matemática.

Nesse sentido, elegemos a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica capaz de trazer novas contribuições para o ensino e, principalmente, construir uma aprendizagem baseada na realidade, na criticidade, na reflexão e no posicionamento ativo dos educandos.

A Modelagem Matemática é capaz de mudar as características negativas que, atualmente, predominam no ensino dos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, a ação conjunta entre o professor e o aluno, em que a prática pedagógica de Modelagem Matemática, centrada no aluno e com a mediação do professor, desenvolve um ensino que promove a construção de conhecimentos e transformações da Educação Matemática.

A partir desse contexto, a Modelagem Matemática valoriza a participação do aluno e conduz o ensino dos saberes matemáticos, enfatizando contextos reais e, conseqüentemente, abrange os diversos perfis dos alunos, existentes em uma sala de aula. A ligação desse recurso metodológico com a realidade e situações-problema consegue alcançar o desenvolvimento da criticidade, do raciocínio lógico, do pensamento matemático e de uma maior familiaridade com os conteúdos matemáticos.

Dessa forma, baseando-se nas indicações dos PCN (1997) do ensino de Matemática e de alguns pesquisadores (ALRO E SKOVSMOSE, 2010; BASSANEZI, 2009; BURAK, 2004; NEGRELLI, 2008; TORTOLA, 2012), a Modelagem Matemática é uma proposta metodológica que, a partir da realidade e de situações-problema, trata dos saberes matemáticos e, conseqüentemente, engloba aspectos históricos, culturais, sociais e econômicos.

Diante disso, essa alternativa metodológica se propõe a trazer novas características para o ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, proporcionando outra realidade que diverge em todos os aspectos do ensino baseado na transmissão, reprodução e superficialidade.

Para tanto, esse trabalho propõe o estudo e a reflexão da utilização da Modelagem Matemática para a aprendizagem significativa dos educandos, com o intuito maior de afastar as características negativas e aproximar transformações coerentes para o ensino dos saberes matemáticos. Assim, o destaque dos principais elementos desse recurso metodológico atua para melhorar a aprendizagem e os índices escolares dos alunos, em relação à Matemática.

Para essa pesquisa propõe-se como objeto de estudo a Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa metodológica para mudar a situação do ensino e trazer outra realidade para o ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Nesse contexto surgiu a necessidade de aprofundar a investigação e estudo dessa temática baseando-se na resolução de algumas questões, dentre as quais: Quais são as contribuições didáticas e metodológicas que a Modelagem Matemática oferece para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental? Como desenvolver o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos por meio da Modelagem visando à superação das práticas pedagógicas predominantes no contexto escolar que têm conduzido os alunos a uma mera reprodução de técnicas e regras descontextualizadas e sem significado?

Essas questões estão voltadas para o ensino e aprendizagem do aluno, no sentido de envolver novos elementos que contribuem para a construção de conhecimentos dos conteúdos matemáticos, sendo capaz de abordar novos contextos e características educacionais, para isso foram pautados os objetivos a seguir.

Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é estudar, analisar, sistematizar e descrever a Modelagem Matemática como uma alternativa didática e metodológica para desenvolver a prática pedagógica com ênfase nas suas contribuições para o ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- estudar a Modelagem Matemática enquanto um recurso metodológico para a Educação Matemática;
- analisar a Modelagem Matemática no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos para a aprendizagem dos educandos;
- sistematizar e descrever a Modelagem Matemática para atender as necessidades dos alunos e mudar as características negativas do ensino dos saberes matemáticos;
- refletir sobre a importância e as contribuições da Modelagem Matemática para o ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental;
- propor algumas possibilidades que liguem teoria e prática para o desenvolvimento da Modelagem Matemática na sala de aula.

O estudo dessa pesquisa justifica-se pelos nossos anseios em superar as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos matemáticos, mudar a ideia de que a Matemática é uma disciplina incompreensível e oferecer subsídios a partir de uma prática pedagógica que transforme as características do processo de ensino.

O interesse pelo tema surgiu a partir de inquietações e constatações das permanentes dificuldades de aprendizagem dos alunos, em relação à Matemática e do julgamento que essa disciplina era impossível de se aprender. Essas constatações foram possíveis a partir da prática de professora dos primeiros anos do Ensino Fundamental, de uma escola especial em parceria com as escolas estaduais do município de Monte Carmelo.

Os baixos índices dos educandos e as frequentes queixas em relação ao estudo da Matemática aparecem cada vez mais na sala de aula, e com isso o desejo de propor transformações para essa questão acentua-se, à medida que a pesquisa entra em contato com o ensino e a aprendizagem da Matemática.

As reflexões realizadas, enquanto professora dos primeiros anos do Ensino Fundamental e pesquisadora de metodologias para o ensino e aprendizagem de Matemática, encaminham para o objetivo de constatar um recurso metodológico, como a Modelagem Matemática, que tornasse possível, acessível e contextualizada a aprendizagem dos saberes matemáticos. A ideia de que somente os superdotados ou aqueles com raciocínio avançado podem aprender Matemática, precisa ser desconstruída e o primeiro passo é a mudança da prática pedagógica e da forma como essa área do conhecimento é trabalhada.

Com a contextualização dos conteúdos e o suporte de uma metodologia eficiente é possível realizar várias transformações, tanto no ensino, como no desenvolvimento da Matemática. Sendo assim, consideramos significativa e eficiente a Modelagem Matemática, por tratar de um recurso metodológico que atende às indicações dos PCN e de autores dessa área, por enfatizar um ensino e uma aprendizagem baseados na realidade e na ação ativa do aluno, além de atender aos nossos anseios e expectativas para um novo ensino dos saberes matemáticos.

Apesar de a Modelagem Matemática ter começado a se desenvolver desde de 1970, ainda é uma prática pedagógica pouco utilizada, principalmente nos primeiros anos do Ensino Fundamental, o que demonstra a necessidade de aprofundar o estudo dessa alternativa metodológica para o ciclo de ensino em questão para, assim, substituir os aspectos atuais, que estão causando as dificuldades de aprendizagem e o baixo aproveitamento dos alunos, em relação à disciplina de Matemática.

Justifica-se, também, a seleção por essa alternativa metodológica, pelo fato de que esta objetiva o ensino dos saberes matemáticos por meio da relação entre a realidade do aluno e os conteúdos, além de estimular a criticidade, o interesse, e o envolvimento ativo do educando nas atividades de Modelagem, visto que, os PCN (1997) de Matemática para o Ensino Fundamental, indicam um ensino baseado na realidade, no cotidiano, que fundamentará a formação social e educacional do aluno.

Além dos PCN (1997), Alro e Skovsmose (2006), D' Ambrosio (2001,2002), Macarini (2007), Nacarato, Mengali e Passos (2011), entre outros, defendem o ensino dos saberes matemáticos baseado no cotidiano, na realidade, nas problematizações, na criticidade, juntamente com as outras áreas do conhecimento e os conteúdos matemáticos. Assim, vistas as definições da Modelagem Matemática, reflete-se que esta prática de ensino atende às ênfases dos documentos curriculares e aos estudos de pesquisadores para o ensino dos saberes matemáticos.

O que se pretende é estudar e trazer a Modelagem Matemática como um recurso metodológico, capaz de propor alguns caminhos diferenciados e contextualizados para o ensino da Matemática e, essencialmente, afastar a ideia de regras e prescrições definitivas no processo de ensino. Para tanto, neste estudo, a metodologia utilizada será a pesquisa teórica com o intuito de envolver ideias e estudos desenvolvidos por diversos autores, a fim de criar outras análises e construções significativas à área estudada; a pesquisa documental para a análise dos PCN (1997), documentos curriculares, avaliações nacionais e regionais (SAEB, Prova Brasil e SIMAVE – PROEB) e a pesquisa experimental com a demonstração e desenvolvimento de alguns exemplos práticos.

As pesquisas teóricas são aquelas que têm por finalidade o conhecer ou aprofundar conhecimentos e discussões (BARROS; LEHFELD, 2000). Nesse sentido, a pesquisa teórica engloba o desenvolvimento de problemáticas, a partir de trabalhos ou ideias já construídas, contudo, promovendo outras reflexões sobre o assunto.

Assim, para responder as questões problemas propostas e alcançar o objetivo desta pesquisa, faz-se primeiramente um estudo e uma análise das ideias e propostas dos autores, referentes a essa temática.

Segundo Demo (2000), a pesquisa teórica ocorre pelos estudos e consulta a livros, artigos, trabalhos monográficos, dissertações, teses, jornais e enciclopédias. Com isso, o pesquisador entra em contato com discussões, conceitos e reflexões que fundamentarão a construção de suas reflexões para o tema do trabalho escolhido.

E ainda, Demo (2000, p. 20) contribui dizendo que a pesquisa teórica, trata-se da pesquisa que é "dedicada a reconstruir teoria, conceitos, idéias, ideologias, polêmicas, tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos".

Com a realização desse estudo e identificação das ideias de outros autores foi possível selecionar as teorias mais relevantes para tratar da Modelagem Matemática e do ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos. A partir dessa etapa, foram construídas interpretações próprias e reflexões desse recurso metodológico para um processo de ensino contextualizado nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Para Tachizawa e Mendes (2006), a pesquisa teórica busca compreender e proporcionar um espaço para discussão de um tema ou uma questão intrigante da realidade, que, especificamente em Educação, visa, entre outras possibilidades, o aprofundamento de estudos de conceitos, discussões de visões e ideias.

Nesse sentido, a seleção, estudo e análise das principais ideias e discussões de autores, foram obtidos através de bibliotecas e via *Internet*, se estendendo a livros, teses, dissertações, artigos, documentos curriculares nacionais (PCN), tabelas e levantamentos das avaliações nacionais e regionais (SAEB, Prova Brasil e Simave – PROEB).

Para selecionar e em seguida refletir sobre as ideias, os conceitos e as discussões significativas e pertinentes a esse trabalho, baseou-se em Demo (2000, p. 36), o qual enfatiza que: “O conhecimento teórico adequado acarreta rigor conceitual, análise acurada, desempenho lógico, argumentação diversificada, capacidade explicativa”, e com isso alcança-se a reconstrução de teorias.

Diante da classificação de Demo (2000) foi realizado uma análise inicial de todas as teorias dos autores, no que se refere à Modelagem Matemática e ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Com a ligação do problema e dos objetivos da pesquisa elegeram-se e utilizaram-se os principais materiais, construindo os caminhos desta temática, propondo nossas ideias e estabelecendo uma conexão entre teoria e prática, a partir da Modelagem Matemática.

Assim, Andrade (2001) enfatiza a importância e a satisfação de adquirir conhecimentos, sendo que a pesquisa teórica proporciona o contato e o estudo com teorias diferenciadas, permitindo a reconstrução e a elaboração de outras interpretações a partir da pesquisa realizada.

Para realizar a análise e interpretação dos PCN (1997), dos documentos curriculares, dos resultados das avaliações nacionais e regionais (SAEB, Prova Brasil e SIMAVE – PROEB) foi utilizada a pesquisa documental.

A pesquisa documental pode ser realizada em fontes como: documentos, relatórios, obras originais de qualquer natureza, diários, projetos de lei, ofícios, discursos, mapas, depoimentos orais e escritos, certidões, tabelas, gráficos, entre outros (Santos, 2000).

Segundo Lankshear e Knobel (2008), a pesquisa documental se amplia em três propósitos: construir interpretações para identificar ou elaborar significados, para desenvolver uma postura característica sobre uma questão educacional e a utilização de textos promover aspectos sobre o mundo.

A partir dos documentos é possível resgatar, construir e interpretar dados que explicam ou fundamentam uma questão estudada. As análises realizadas permitem o entendimento de aspectos principais que compõem a pesquisa, em que os dados extraídos contribuem para ligar as informações com o contexto do estudo.

E, foi utilizada também a metodologia experimental, no desenvolvimento dos exemplos práticos, para fundamentar e comprovar a efetivação da Modelagem Matemática. Essa metodologia fundamenta o desenvolvimento de atividades ou modelos experimentais, com o objetivo de perceber o ambiente metodológico do controle e aprendizagem; perceber as rotinas de experimentação; perceber as características de implementação da atividade e conhecer os instrumentos mais utilizados na experimentação.

Segundo Gil (2008), a metodologia experimental determina um objeto de estudo, seleciona as variáveis que podem influenciá-lo, determina as formas de controle e de observação das implicações que a variável produz no objeto.

A pesquisa experimental permite trabalhar com variáveis que interferem diretamente na realidade, a fim de manipular a variável independente e observar o que acontece com a variável dependente. A manipulação das variáveis geram hipóteses, discussões, reflexões e envolve a realidade dos participantes da atividade ou pesquisa.

Para Fonseca (2002), a pesquisa experimental nomeia grupos de assuntos coincidentes, submete-os a classificações diversas, verificando as variáveis e chegando a observações sobre o assunto trabalhado. Tais observações promovem reflexões e constatações sobre as atividades de aprendizagem.

Para tanto, esse tipo de metodologia pode ser desenvolvida em espaços escolares e não escolares, possibilitando o trabalhar com atividades de aprendizagens que envolvam a multidisciplinaridade e a resolução de uma questão pesquisada.

Posteriormente à introdução a seção 2 tratará sobre a prática pedagógica utilizada pelos professores no ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, em que são abordadas as características do ensino e suas consequências diante do

desenvolvimento do aluno. A partir de algumas constatações realiza-se uma discussão sobre as metodologias alternativas para o ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, sendo elas: a História da Matemática, as Tecnologias da Informação, os Jogos, a Resolução de problemas, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática.

Na seção 3, é apresentada, estudada, analisada e eleita a Modelagem Matemática como uma prática de ensino para mudar o rumo do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Além de ser destacada a importância e as contribuições dessa alternativa metodológica.

Em relação à seção 4, apresenta-se uma análise do ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, baseando-se na Modelagem Matemática. São enfatizadas as possibilidades de utilizar essa prática para um ensino diferenciado e uma aprendizagem contextualizada, para isso expõe-se exemplos práticos mediante o desenvolvimento dessa teoria.

Por fim, Considerações Finais, que vêm selar a efetiva utilização da Modelagem Matemática como uma prática pedagógica capaz de trazer transformações para o ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental e promover uma aprendizagem contextualizada, baseada na realidade, na participação ativa do educando e que afaste as dificuldades, a memorização e a transmissão de conhecimentos.

2 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA FAZER MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Esta seção versa sobre a prática pedagógica utilizada pelos professores nos primeiros anos do Ensino Fundamental, em que são destacadas as características e as consequências das escolhas desses profissionais. Mediante isso, são expostos a situação e os índices de ensino dos conteúdos matemáticos nessa modalidade escolar. A partir das constatações desses dois aspectos, com o intuito de analisar e influir em mudanças para tal situação, realiza-se uma discussão sobre as metodologias alternativas para o ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a saber: a História da Matemática, as Tecnologias da Informação, os Jogos, a Resolução de problemas, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática. Serão expressos, sinteticamente, o significado, a contextualização, o enfoque e o trabalho que cada uma dessas alternativas metodológicas exerce no ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Diante disso, ao expor cada uma das alternativas metodológicas existentes para o ensino dos saberes matemáticos, será possível identificar as principais características, associá-las à situação atual do ensino, e também identificar soluções para os problemas atuais, pensando na alternativa metodológica que se aproxima do ensino almejado pelos pesquisadores e documentos nacionais do Brasil, como os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais).

2.1 A Prática Pedagógica de Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental

A prática pedagógica utilizada pelo docente em sua atuação no ensino é essencial para os resultados obtidos no trabalho com os saberes matemáticos. Atualmente, mesmo com tantas transformações referentes às evoluções dos recursos didáticos, o surgimento de métodos de ensino mais atualizados, outras estruturas curriculares, a liberdade em se planejar uma aula e inovações com cursos de formação continuada, a maioria dos docentes ainda utiliza a prática tradicional no ensino dos conteúdos matemáticos.

Conforme Baraúna e Oliveira (2012), essa realidade ainda é frequente nas instituições escolares, especialmente nas aulas de Matemática, visto que a prioridade é uma estrutura curricular passada, com ênfase no pensamento convergente, que leva o educando a reproduzir informações repassadas pelo docente. A maneira como o professor desenvolve a prática pedagógica em sua atuação no processo de ensino, faz a diferença na aprendizagem dos alunos, e por isso a responsabilidade do docente ao utilizar os métodos de ensino.

Oliveira e Genestra (2009) discursam que, a realidade da educação presencia uma maioria de professores que acredita bastar dominar o “conteúdo do livro”. As práticas pedagógicas superficiais e mecânicas estão presentes no cotidiano escolar, refletindo diretamente no ensino e afetando a situação atual dos índices de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Diante disso, Oliveira e Genestra (2009) evidenciam a lenta evolução dos sistemas escolares, em relação às novas descobertas científicas; o ensino e a mudança para novas práticas existentes. Os resultados revelam consequências que apontam para os recursos didáticos que estão sendo utilizados, as atitudes dos professores em relação ao ensino e o trabalho com os conteúdos de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

As consequências que acompanham as decisões dos professores em utilizar recursos de memorização e regras contínuas refletem consideravelmente no ensino, causando os resultados negativos apresentados como preocupação nos congressos, nas avaliações do governo e no desempenho do aluno.

A atuação do docente, no que diz respeito à prática pedagógica, se torna responsável pela mediação do ensino e da aprendizagem dos educandos e, por conseguinte, reflete como um aspecto relevante na realidade educacional. Nesse contexto, D’Ambrósio (1989) afirma que, as práticas que os professores utilizam para ministrar suas aulas, podem reforçar atitudes negativas por parte dos alunos, visto que a aula de Matemática no Brasil ainda é expositiva, o que contribui para a utilização de práticas superficiais e mecanizadas.

Oliveira e Oliveira (2011) também constatarem que, as características tradicionais nos sistemas escolares, especialmente no ensino dos conteúdos de Matemática, perduram na realidade educacional. As características atuais do ensino, referindo-se às práticas pedagógicas superficiais e tradicionais, além de causarem problemas na aprendizagem dos educandos, vêm sendo responsáveis pelos baixos índices na Educação. Pensando no ensino dos saberes matemáticos, a educação caracteriza-se por um aprendizado de reproduções que não consegue responder às exigências do mercado.

A questão de as práticas mecanicistas perdurarem até os dias de hoje é alvo de muitas discussões e reflexões no ensino, em que estas causam influências e até a caracterização do ensino dos saberes da Matemática. Tais práticas foram passando de séculos em séculos e, mesmo com o surgimento de práticas reflexivas, discursivas, lúdicas e problematizadoras, os índices do ensino dos conteúdos matemáticos apresentados pelas avaliações do sistema escolar (SAEB e Prova Brasil, 2005, 2007, 2009, 2011; SIMAVE - PROEB, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012) e as pesquisas (MIGUEL; VILELA, 2008; ALRO E SKOVSMOSE, 2010;

OLIVEIRA E GENESTRA, 2009), nos mostram que as práticas tradicionais permanecem e ainda são orientadoras do ensino.

Conforme Miguel e Vilela (2008), as perspectivas mecanicistas predominaram na orientação dos processos escolares, em destaque na mobilização da cultura Matemática na escola primária, desde a fase imperial, e continuam influenciando os processos escolares do ensino da matemática na atualidade. O tradicionalismo e a superficialidade em ensinar, predominam desde os anos passados, e os recursos didáticos que foram surgindo podendo proporcionar um ensino diferenciado, pouco têm sido usados pelos docentes.

A escolha dos métodos de ensino e planejamento de aula engloba uma série de aspectos que interferem no ensino, no vencimento de etapas, no crescimento educacional e profissional. A atuação do professor está ligada ao ensino dos conteúdos, ao progresso dos educandos e conquista de características positivas ou negativas para o rendimento escolar. As mudanças para a educação, tão esperada pelos educadores, no que se refere ao aparecimento de outras perspectivas, estão sendo abandonadas e abrindo espaço para o tradicionalismo.

Miguel e Vilela (2008) apresentam algumas dessas perspectivas que surgiram, sendo que cada uma delas enfatiza determinados aspectos que poderiam substituir o mecanicismo,

[...] a memorização; o papel dos sentidos; o papel da ação efetiva ou reflexiva sobre objetos concretos ou abstratos; o papel da interação dialógica no enfrentamento de uma situação-problema; a produção de significados às formas simbólicas associadas à cultura matemática; o caráter normativo dos objetos da cultura matemática; a natureza cultural dos elementos mediadores no processo de produção de significados aos objetos da cultura matemática; o papel dos valores associados às práticas de mobilização de cultura matemática; o caráter situado dessas práticas etc. (MIGUEL; VILELA, 2008, p. 116-117).

Essas perspectivas educacionais, tratadas por esses autores, apresentam o quanto a presença do tradicionalismo ainda é forte no ensino, pois mesmo com o surgimento desses outros recursos pedagógicos, a atuação da maioria dos professores é pautada nas práticas superficiais. As perspectivas educacionais citadas por Miguel e Vilela (2008) mostram que cada uma delas permite que o ensino tome rumos diferentes, que cada prática traga posicionamentos diferentes, além de contribuir para a aprendizagem, por se tratar de recursos didáticos que visam à construção de conhecimentos.

Em relação ao desenvolvimento da prática pedagógica atual do professor de Matemática, Oliveira e Silva (2011) consideram que estes seguem etapas ordenadas, em que apresentam teoricamente o conteúdo de Matemática, exige do educando o trabalho com

exercícios padronizados, a aceitação de símbolos e regras, além de solicitar a repetição de tudo que foi ensinado.

Essas etapas, descritas pelos autores, caracterizam as atuações da maioria dos professores, no que diz respeito ao ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos. As aulas, marcadas pela reprodução, mecanização, em que os conteúdos precisam ser devorados e gravados na memória pelos alunos, vêm caracterizando as dificuldades em entender a essência do saber matemático.

As propostas tradicionais podem interferir no entendimento dos conteúdos matemáticos e funcionalidades que essa aprendizagem exerce em diversas atividades. Isso se dá, devido ao ensino desses saberes exigirem uma explicação e trabalho mais real, para assim chegar à compressão. Um ensino dinâmico, produtivo e utilitário repele as características tradicionais, nas considerações de ensino e modos de atuações pedagógicas.

Baraúna e Oliveira (2012) expõem que, de acordo com várias pesquisas científicas, é apontado que a prática pedagógica utilizada pelos docentes, baseada na transmissão de conhecimentos pela aula expositiva, não contribui na mudança dos péssimos resultados apresentados pelos educandos no ensino de matemática, vistos no SAEB e Prova Brasil de 2005 a 2011.

A atuação dos professores, no ensino dos conteúdos da Matemática, auxilia na mediação da aprendizagem dos alunos, no entendimento das explicações e nos rumos que o ensino seguirá ao longo do ano escolar, nos primeiros anos do Ensino Fundamental. As escolhas desses profissionais afetam no caminhar do ensino, nos resultados e no crescimento educacional dos alunos.

A relevância das práticas pedagógicas, como identifica o autor, no ensino da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, é, sem dúvida, o fator responsável pela aprendizagem dos alunos. Os conhecimentos e a fundamentação didático-metodológica do professor precisam estar em consonância com as inovações educacionais, problematizadoras e concretas, procurando superar a mecanização.

Muitos problemas e dificuldades por parte dos alunos são constatados nas reflexões sobre as práticas de ensino, que revelam a qualidade, as características de ensino e as necessidades extremas para melhorar o ensino. A urgência em rever as práticas pedagógicas na atuação dos professores, o trabalho e as ênfases do ensino dos conteúdos matemáticos, se torna foco nas pesquisas e nas preocupações quanto ao rumo da Educação brasileira.

2.1.1 A Situação Atual do Ensino de Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental

As escolhas docentes, em relação às práticas pedagógicas, nos mostram a presença da memorização, de regras e de características superficiais no trabalho com os saberes matemáticos. As lacunas que influenciam as dificuldades de aprendizagem dos alunos podem ser vistas na atuação do professor, quando se trata da falta de recursos didáticos reais, de explicações concretas dos conteúdos trabalhados e fundamentação teórica do trabalho educativo. Essa situação nos faz refletir a distância das propostas curriculares com o atual estado do ensino na Educação Básica.

O trabalho dos conteúdos de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental tem sido afetado pela atuação dos profissionais da educação e, conseqüentemente, pela escolha das práticas pedagógicas. Os recursos pedagógicos utilizados pelos docentes são classificados como, superficiais, descontextualizados e mecanizados, de acordo com Oliveira e Baraúna (2012); Oliveira e Oliveira (2012) e Miguel e Vilela (2008).

Martins (2005) enfatiza a importância da ação do professor no processo de ensino e reflete que estas influenciam na aprendizagem dos alunos, as quais estendem na forma como são abordados os conteúdos, as oportunidades e as situações de aprendizagem oferecidas aos alunos.

Compreende-se que, para essas atitudes acontecerem na Educação escolar, dependemos da atuação e escolhas dos docentes no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. A influência dos recursos didáticos e de um planejamento contextualizado faz a diferença nos índices de rendimentos.

Nacarato, Mengali e Passos (2011) afirmam que,

É inegável que nos últimos trinta anos o Brasil tem assistido a um intenso movimento de reformas curriculares para o ensino de matemática. Na década de 1980, a maioria dos estados brasileiros elaborou suas propostas curriculares tanto no sentido de atender a uma necessidade interna do País – fim de um período de ditadura militar e reabertura democrática – quanto com vistas a acompanhar o movimento mundial de reformas educacionais (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2011, p. 16).

As mudanças no ensino acontecem, como afirmam as autoras, contudo os resultados do aprendizado dos conteúdos de Matemática não acompanham a evolução. A cada reforma curricular e ao longo dos tempos, alguns aspectos deixam de vigorar e surgem outros que condizem com a construção do conhecimento.

No decorrer da década de 1980, os currículos de Matemática partilham de aspectos comuns com vários países, sendo destacados: a alfabetização matemática; indícios de não linearidade do currículo; aprendizagem com significado; valorização da resolução de problemas; linguagem matemática e entre outros. Desde então, as reformas e mudanças aconteceram, mas algumas práticas perduraram nos sistemas de ensino.

Na década de 1990, houve uma série de reformas educacionais no Brasil, com destaque para a LDB (Lei 9394/96) que, entre muitas mudanças, institucionalizou a formação em nível superior de professor que atua nos primeiros anos do Ensino Fundamental (cursos de pedagogia ou normal superior). Além disso, foram elaborados os PCN (1997), que nortearam os ciclos, trazendo também transformações.

Nas últimas reformas feitas nos anos de 2006 a 2008, alguns estados brasileiros voltaram a reformular suas propostas curriculares. Muitos estados enfatizam princípios anteriores a outras propostas, mas sempre enfatizam o aluno como responsável pela construção do conhecimento.

Diante das mudanças das propostas curriculares, que foram surgindo ao longo das décadas e da criação dos PCN, é possível reafirmar que as mudanças foram muitas. Apesar disso, muitos aspectos educacionais ainda continuam expressando características passadas.

Segundo Oliveira e Oliveira (2011), apesar das transformações tecnológicas presentes em nossa realidade, os alunos ainda apresentam muitas dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos e consideram a disciplina de Matemática como uma barreira. Essa situação é mais um reflexo de como está sendo o trabalho com os saberes matemáticos e quais recursos pedagógicos são utilizados.

De acordo com Silva e Valente (2013, p. 868), “[...] nota-se que as propostas de trabalho didático-pedagógico, institucionalizadas para orientar a ação dos professores que ensinam Matemática, contrapõem-se aos tempos de matemática moderna”. A contradição entre a realidade do ensino e as propostas pedagógicas é identificada pelos autores, podendo refletir que esse aspecto produz retrocessos no ensino, de maneira que, o ensino dos saberes matemáticos apresenta evoluções quanto às práticas, mas a ação dos professores ainda prioriza características dos anos passados.

O baixo desempenho dos alunos na aprendizagem dos saberes matemáticos pode ser visto nas frustrações dos educandos, nas escolhas de estudos, nas escolhas das profissões futuras, nas dificuldades em resolver problemas da vida diária, entre outros. Todos esses aspectos expressam as dificuldades e os reflexos destas em várias situações.

Em relação às dificuldades no ensino, Marim (2010) enfatiza que, muitos problemas estão no ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos, os quais são constatados pelos baixos resultados dos alunos nas avaliações nacionais e regionais (SAEB, ENEM, PROEB).

Como revela o autor, as avaliações propostas pelo Governo expressam as dificuldades dos alunos com os conteúdos de Matemática, a falta de domínio dos saberes e o baixo crescimento educacional. A situação em que passa o ensino desde o início dessas avaliações, nos anos 90, apontam os resultados negativos.

Oliveira e Silva (2011) também afirmam essa situação e apresentam que muitas pesquisas desenvolvidas nas últimas décadas, com destaque aquelas a partir de 1990, em relação ao SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), a Prova Brasil e o SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Escola Pública), expõem os péssimos resultados da aprendizagem dos saberes matemáticos, dos alunos nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Diante dos baixos resultados de desempenho dos alunos, em relação aos conteúdos matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, serão analisados os últimos cinco exames do SAEB, Prova Brasil (2005, 2007, 2009, 2011) e SIMAVE (2008, 2009, 2010, 2011, 2012) com o intuito de identificar a variação e o índice desses resultados.

O SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica, implantado em 1990, coordenado pelo INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, contando com o apoio das Secretarias Estaduais e Municipais de Educação, é um sistema de levantamento de dados, que é realizado de dois em dois anos em caráter nacional e engloba as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências.

A Prova Brasil também é uma avaliação para diagnóstico e, assim como o SAEB, é desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais - INEP, com o fim de avaliar a situação atual do ensino brasileiro em relação à disciplina de Matemática.

Os resultados dessas avaliações revelam a situação do ensino, com ênfase a disciplina de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. De acordo com as tabelas dos resultados do SAEB e da Prova Brasil dos anos de 2005, 2007, 2009 e 2011, divulgadas pelo INEP, os resultados em relação à Matemática não evoluíram, e ainda demonstram os baixos desempenhos dos alunos. Apesar de uma variação mínima entre uma avaliação e outra, é visível os baixos resultados em relação à escala de avaliação destes programas, utilizada pelo INEP, sendo de 0 a 425 pontos¹, podendo ser analisado no quadro 1.

¹ Disponível no link: <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/escalas-da-avaliacao>

Quadro1 – Resultados SAEB e Prova Brasil de 2005, 2007, 2009 e 2011 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Rede Estadual, Municipal e Pública do Brasil.

	2005	2007	2009	2011
Total	177,7	190,7	202,6	207,1
Estadual	181,14	192,95	207,12	210,78
Municipal	174,86	190,06	201,39	206,14
Pública	177,08	189,14	199,52	204,58

Fonte: Autoria própria

O Quadro 1 apresenta os resultados da rede Estadual, Municipal e Pública das provas nacionais SAEB e Prova Brasil. Analisando os dados gerais dos últimos cinco anos dessas avaliações, constata-se que o aumento dos índices de um ano para o outro é mínimo, expressando as dificuldades dos alunos com os conteúdos matemáticos.

Os resultados do ensino dos saberes matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental encontram-se em níveis muito baixos de desempenho, os quais não conseguem alcançar nem 50% da escala estabelecida pelo INEP nessas avaliações nacionais. No ano de 2005, os resultados chegaram a 42% gerando muitas preocupações a respeito da aprendizagem dos alunos. No ano de 2007 os níveis de desempenho chegaram a 44%, demonstrando que a melhoria foi ínfima. Em 2009 os alunos alcançaram 47% nos resultados. Já no ano 2011, o índice foi de 48%.

Essas porcentagens mostram que a evolução do ensino está estagnada e os alunos ainda possuem dificuldades na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Os baixos índices nas avaliações do SAEB e Prova Brasil, são alvos de muitas discussões e análises por parte de pesquisadores devido à preocupação com a situação do ensino. Esses índices, constatados nas avaliações nacionais e por pesquisadores (BARAÚNA; OLIVEIRA, (2012); OLIVEIRA; OLIVEIRA, (2012); NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2011), revelam que, os problemas no ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos existem e estão presentes na realidade das salas de aula.

Os resultados das avaliações foram baixos, a ponto de não subirem nem 4% de um ano para o outro. Essa situação nos leva a analisar que os problemas, quanto à formação docente, a continuação da formação e a escolha das práticas pedagógicas na atuação, afetam integralmente o ensino e o desempenho dos alunos quanto à aprendizagem dos saberes matemáticos.

Os resultados são preocupantes e o ensino não condiz com as exigências dos documentos curriculares, causando uma série de incompatibilidades que afetam nos índices de desempenho.

O SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública), foi implantado em 2000, é um sistema de avaliação que busca, também, avaliar a situação do ensino em caráter regional, em específico o Estado de Minas Gerais, sendo coordenado pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, contando com a parceria do Instituto Avaliar para o desenvolvimento do PAAE (o Programa de Avaliação de Aprendizagem Escolar).

Esse sistema se aplica em duas modalidades, sendo: a primeira, uma avaliação interna da escola - PAAE; e a segunda se estende à avaliação externa do sistema de ensino (Programa de Avaliação da Alfabetização - PROALFA e o Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica - PROEB).

Os resultados do SIMAVE - PROEB, com relação à disciplina de Matemática, referentes aos últimos cinco exames 2008, 2009, 2010, 2011 e 2012, revelam que os índices de desempenho dos alunos estão baixos, tanto nas redes Municipais, como nas Estaduais.

A aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, nessa avaliação regional, também identificou as dificuldades e o baixo rendimento dos alunos. Os resultados demonstrados no Quadro 2 expressam que os resultados de um ano para o outro praticamente estagnaram, não chegando a 50%, de acordo com a escala de avaliação do PROEB, para a disciplina de Matemática, que varia de 0 a 500 pontos².

Quadro 2: Resultados SIMAVE - PROEB dos anos 2009, 2010, 2011 e 2012 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Redes Estaduais e Municipais do Estado de Minas Gerais.

	2008	2009	2010	2011	2012
Total	213,6	220,8	229,45	230	232,1
Estadual	218,2	226,2	235,1	232,9	237,1
Municipal	209	215,4	223,8	227,1	227,1

Fonte: Autoria própria

Os resultados do SIMAVE – PROEB apresentados no Quadro 2 mostram os baixos índices de aprendizagem dos alunos em relação à disciplina de Matemática, constatados nos

² Disponível no link: <http://www.simave.caedufjf.net/proeb/resultadosescala/>

últimos cinco anos. De 2008 a 2012 os resultados praticamente continuam os mesmos, sendo assim, as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos matemáticos permanecem.

De acordo com a escala estabelecida pelo PROEB, os resultados alcançados nessa avaliação regional não chegam a 50%, incidindo os baixos rendimentos dos alunos e despertando, mais uma vez, a preocupação em relação a essa situação do ensino dos conteúdos matemáticos, constatada, também, nessa avaliação.

Analisando esses resultados, verifica-se que do ano de 2008 a 2012 estes não subiram nem 2% a cada ano, no aumento do desempenho dos alunos no ensino. Essa realidade, mais uma vez, vem sendo motivo de preocupações e busca de soluções. No ano de 2008, alcançou-se 42,5%. No ano de 2009, o índice gerado foi de 44%. Em 2010, os resultados chegaram a 45%. Já em 2011, encontra-se em 46%. E em 2012, os resultados foram de 46,5%.

Esses resultados revelam a preocupante situação da aprendizagem dos alunos, visto que, nesses últimos cinco anos, de acordo com a avaliação regional, o ensino não teve melhorias, mantendo os baixos resultados e, conseqüentemente, as dificuldades dos alunos permanecem.

A partir dos baixos índices nos rendimentos de aprendizagem dos conteúdos de matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, constatados nas avaliações SAEB; Prova Brasil e SIMAVE – PROEB, reflete-se que os problemas estão no ensino, nas contradições entre as exigências e nos documentos curriculares, na formação docente e na escolha das práticas pedagógicas.

Os alunos ainda possuem muitas dificuldades em relação aos conteúdos de Matemática, apresentando baixo desempenho de aprendizagem desses saberes, o que demonstra a permanência da memorização de regras, sem entender o sentido dos conteúdos da disciplina.

Essas características perduram já há alguns anos, como evidencia D' Ambrosio (1997), em que as avaliações dos conteúdos são conduzidas por testes que exigem mais memorização do que um entendimento real. Os problemas nas dificuldades de aprendizagem, dos conteúdos matemáticos, podem ser visto nos elevados índices de reprovação, de repetência e de evasão.

O ensino dos saberes matemáticos, ainda está direcionado para ser desenvolvido como um instrumento disciplinador excludente e na base de memorizações, como identifica a autora acima. Em discussões e resultados apresentados por pesquisas de D' Ambrosio (1997), Miguel e Vilela (2008); Nacarato, Mengali e Passos (2011); Silva e Valente (2013), uma grande maioria de professores tem como único objetivo, ensinar os conteúdos da disciplina de

Matemática sem se preocupar em construir, junto com o aluno, um conhecimento matemático significativo.

Nacarato, Mengali e Passos (2011) evidenciam que os resultados das avaliações do SAEB alcançam somente índices baixos e não atendem as necessidades da sociedade contemporânea. As autoras refletem sobre as más condições e qualidades do ensino, principalmente da alfabetização matemática, que acontece nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Estas, são reveladas pelos resultados das avaliações nacionais e regionais, e os resultados incidem nos problemas que o ensino e os professores vêm enfrentando ao longo da trajetória.

O ensino dos saberes de Matemática ainda vive a realidade das práticas tradicionais, como é destacado por Skovsmose (2008), o professor corrige as listas de exercícios, em que baseia-se somente em certos ou errados e não propiciam explicações configuradas de sentidos lógicos para os educandos. Com mais essa característica, pode ser identificado que ainda se vivencia um momento em que as regras tradicionais, o ensino superficial e a mecanização ainda não foram superados.

Para Skovsmose (2008), precisamos de um ensino que proponha uma aprendizagem dos saberes matemáticos, um “roteiro de aprendizagem” que enfatize a participação do aluno na tomada de decisões e na formulação de questões, o qual distancie de repetições e mecanizações, pois, as práticas cultuadas pela maioria dos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental estão caminhando o ensino para baixos resultados e para as dificuldades dos alunos na aprendizagem. Diante da situação atual do ensino, necessitamos de novas práticas pedagógicas, de formações continuadas, de programas de atualização e, também, de novos resultados da aprendizagem dos alunos.

Os professores, em sua atuação, são responsáveis por conduzir o ensino, criar situações que favoreça a aprendizagem dos alunos e, de acordo com as necessidades dos educandos, escolher as melhores práticas pedagógicas que se encaixem na realidade vivenciada. Esses aspectos caracterizam mudanças e enfatizam uma aprendizagem significativa.

Diante desse contexto, precisamos de outras práticas pedagógicas que tentem mudar o ensino dos saberes de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, almejando que os resultados de baixo desempenho mudem para melhor e, principalmente, que os alunos aprendam o verdadeiro sentido dos conteúdos matemáticos. Para isso, apresenta-se em seguida, sinteticamente, as metodologias existentes para o ensino dos saberes matemáticos.

2.2 As Metodologias Alternativas e o Ensino dos Saberes Matemáticos

A situação do ensino dos saberes matemáticos enfrenta os baixos rendimentos dos alunos, as dificuldades de aprendizagem, a desmotivação, tanto dos alunos, quanto dos profissionais, frente a essa realidade e a sobreposição, cada vez mais forte, do tradicionalismo no ensino.

As avaliações de âmbito nacional e regional, SAEB; Prova Brasil e SIMAVE – PROEB, em relação à Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, analisadas na seção anterior, comprovam os baixos níveis de aprendizagem dos alunos e a situação emergente pela qual passa o ensino. As avaliações indicam que os alunos não têm conhecimentos concretos dos saberes matemáticos, que o ensino tradicionalista não está ajudando no crescimento educacional e social do aluno, tão pouco em sanar as dificuldades na aprendizagem.

Segundo Miguel e Vilela (2008), é preciso aceitar as condições que o ensino dos saberes matemáticos vem passando e, inclusive, decretar que a aprendizagem como camisa de força, a aprendizagem como referência para as práticas de ensino ou o tradicionalismo, está em falência e em estado de impotência no processo escolar.

Em contrapartida, Miguel, Vilela e Laner (2010) indicam que, para o processo de ensino e as dificuldades de aprendizagem as,

Práticas escolares de problematização são aqui pensadas como alternativa à ideia de “aprender”, entendida como apropriação ou internalização de um saber. Problematizar é aqui caracterizado pela ideia de “ver de diferentes formas”, ver de diferentes maneiras, realizar surpreendentes justaposições, tendo como referência valores que possibilitem um exercício de pensamento não restrito à rigidez da forma lógica, amarrada por princípios fixos e pré-estabelecidos (MIGUEL; VILELA; LANER, 2010, p. 25).

A partir da posição dos autores, os baixos índices dos alunos em relação à aprendizagem dos saberes matemáticos e à realidade das dificuldades do ensino, são identificadas e questionadas para a mudança. Os autores expressam que alguns problemas são: o ensino superficial, as práticas escolares descontextualizadas e a falta da mobilização cultural. Para isso, estudam a problematização das práticas escolares, tendo em vista as alternativas metodológicas possíveis.

Em relação a essa situação, Oliveira e Genestra (2009, p. 24) afirmam que, “A finalidade da educação não é reproduzir o saber acumulado, mas oportunizar ao educando

tomar a sua realidade e adquirir uma consciência crítica da mesma”. Nesse sentido, os autores refletem que o tradicionalismo tem proporcionado problemas em relação à aprendizagem dos alunos, além de firmar algumas características, como: superficialidade, regras, mecanização, reprodução, entre outras; e os objetivos da educação e das transformações da sociedade, são outros.

Diante dos baixos índices e dos problemas enfrentados no ensino em relação aos saberes matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, reflete-se que o ensino proposto, para essa modalidade escolar, por pesquisadores e documentos nacionais, é diferente e contrário à situação atual vivenciada pelos processos educativos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental foram elaborados com o objetivo de orientar as escolas a projetarem seus currículos, enfatizando situações em que os alunos tenham contato com os conhecimentos socialmente elaborados, e que são necessários em sua atuação na sociedade. É destacado, nesse documento, que a partir de uma contextualização, os alunos conseguem perceber a importância que a Matemática tem para compreender o mundo à sua volta, incluindo a percepção de que, esta área do conhecimento estimula a criatividade, a curiosidade, a investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

A matemática proposta, pelos PCN (1997) e documentos curriculares, para os primeiros anos do Ensino Fundamental, destaca uma série de saberes que serão utilizados, tanto no cotidiano, como no decorrer dos anos escolares. A aprendizagem, construída nesse ciclo de ensino, influencia o educando a buscar novas informações e facilita a construção de conhecimentos em outros conteúdos. Diante desse contexto, a necessidade de proporcionar aos alunos um ensino de qualidade, referente aos conteúdos matemáticos, é relevante para a construção de conhecimentos e crescimento educacional do educando.

Segundo D’ Ambrosio (2001, p. 49), o esforço de compreender e conviver com a realidade natural e sociocultural favoreceu o surgimento de, “[...] tudo aquilo que chamamos conhecimento, como os modos de comunicação e as línguas, as religiões e as artes, assim como as ciências e as matemáticas”.

E ainda, D’ Ambrosio (2002), ao abordar o conhecimento, considera ser um processo longo, cumulativo, dinâmico e jamais finalizado, que envolve uma organização intelectual; social e de difusão. A importância do conhecimento é destacada e, juntamente com ela, reflete o processo de ensino e aprendizagem que é trabalhado para a construção do conhecimento. Assim, o processo de ensino, as práticas pedagógicas utilizadas pelos docentes e a ênfase dos

saberes matemáticos, são aspectos que estabelecem relações diretas com a construção do conhecimento, ocupando um espaço relevante no ensino.

O trabalho com os saberes matemáticos, tanto escolares, como sociais, traz significações importantes para o ensino e aprendizagem nos primeiros anos do Ensino Fundamental, sendo relevante para o desenvolvimento do aluno. A ênfase em um aprendizado dinâmico e diversificado explora a necessidade de um ensino matemático que vise à realidade, e à concreta construção de conhecimento.

O trabalho por um ensino dos saberes matemáticos baseado no cotidiano e nos conteúdos escolares é significativo na aprendizagem dos alunos, como afirma a autora. É visto que esse destaque percorre, desde anos atrás e acompanha em dias atuais, tendo no âmbito do ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a necessidade de aproximar o saber escolar matemático da realidade da sociedade.

A Matemática é uma área do conhecimento que ocupa um papel de grande relevância na Educação Básica, que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 24), “[...] comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a necessidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico”.

A partir das especificações dos PCN, as atuações da Matemática no ensino se estendem aos conteúdos escolares e ao trabalho com a realidade, sendo que o foco está na participação do aluno na construção do conhecimento. A organização do processo de ensino pode ser tratada de formas variadas contando que, a problematização, a reflexão, a criticidade e a flexibilidade de participação dos indivíduos, estejam inclusas nesse processo.

A ênfase dos PCN (1997) em um ensino dos saberes matemáticos baseado nos conteúdos escolares e no cotidiano é clara nas especificações ao longo do documento, propagando uma formação para atuar, tanto na sociedade, como no âmbito educacional. Nesse sentido, mais uma vez, pode-se refletir sobre a importância e a responsabilidade do ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

De acordo com esse documento, a aprendizagem dos saberes matemáticos está ligada à compreensão, em que o aluno participará ativamente do processo de ensino que o levará a aprender o significado dos objetos trabalhados, tornando-o capaz de relacionar esse aprendizado a outros objetos. Nesse sentido, os PCN (2001) objetivam uma formação que prepare o aluno para atuar com novas competências, tecnologias e linguagens.

O papel da Matemática no ensino fundamental é apresentado nos PCN como fundamental “[...] na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares” (BRASIL, 1997, p. 29).

Alro e Skovsmose (2006) defendem a ideia de um ambiente de aprendizagem pautado no diálogo e nas problematizações das ações desenvolvidas pelos professores em sala de aula. Segundo os autores, o diálogo envolverá vários tipos de linguagens, entre elas a natural e a matemática, que atuarão no processo de construção de conhecimentos.

Esse ambiente de aprendizagem influi em várias significações do ensino dos saberes matemáticos, como na indicação dos PCN (1997), em que as vivências cotidianas refletem no crescimento prático do aluno, as quais permitem a resolução de problemas e a construção de conhecimentos matemáticos.

Dentro desse contexto, a ênfase em ambientes de aprendizagem, a relação entre o conhecimento escolar e a realidade, um ensino problematizador e real, são características presentes nos estudos dos pesquisadores dessa área, e nos documentos nacionais que orientam os processos de ensino, as quais são consideradas significativas para o crescimento educacional e social do aluno.

Refletindo sobre a situação atual do ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos, os problemas na aprendizagem, os baixos índices do ensino, em contrapartida o ensino proposto nos documentos nacionais e, nos estudos de diversos autores, que divergem das características atuais, discutiremos, nos próximos tópicos, as alternativas metodológicas existentes para fazer Matemática na sala de aula. Serão expressas, de forma sintética, as alternativas metodológicas: a História da Matemática, as Tecnologias da Informação, os Jogos, a Resolução de Problemas, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática.

A História da Matemática se manifesta como uma metodologia alternativa para o ensino dos saberes matemáticos, a qual é considerada significativa em estudos de alguns pesquisadores, como: D’ Ambrosio (2000), Lorenzato (2006), Mendes (2009), Miguel e Miorim (2004), entre outros, além de estar presente nos PCN (1997) como sugestão no ensino.

No Brasil, segundo Miguel e Miorim (2004), a partir da década de 80 ocorreu, com maior intensidade, a retomada da inserção da História da Matemática em textos direcionados à prática pedagógica de Matemática. Ao passar dos anos de 1980, essa alternativa

metodológica começou a ser destacada, devido sua importância no processo de ensino dos saberes matemáticos.

Para Lorenzato (2006), a História da Matemática se manifesta em um:

Outro modo de melhorar as aulas de matemática tornando-as mais compreensíveis aos alunos é utilizar a própria história da matemática: esta mostra que a matemática surgiu aos poucos, com aproximações, ensaios e erros, não de forma adivinhatória, nem completa ou inteira. Quase todo o desenvolvimento dos pensamentos matemático se deu por necessidade do homem, diante do contexto da época. Tal desenvolvimento ocorreu em diversas culturas e, portanto, através de diferentes pontos de vista (LORENZATO, 2006, p. 107).

Como enfatiza o autor, a História da Matemática é destacada como uma alternativa para tornar a Matemática mais compreensível e, conseqüentemente, auxiliar no entendimento dos saberes matemáticos. Esta é considerada uma ferramenta que pode tornar a aula de Matemática mais prazerosa, por trazer as significações dos conteúdos nos tempos passados, em que foram criados.

Os PCN explicam que a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição no ensino e aprendizagem em Matemática, no sentido de:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p. 34).

Diante das especificações dos PCN, entende-se que a História da Matemática é indicada por trabalhar os saberes matemáticos, enfatizando os processos passados e o surgimento dos conteúdos. Os conceitos são trabalhados em vinculação com sua história, refletindo no processo de construção do conhecimento em aspectos culturais.

Para Mendes (2009) o uso da História da Matemática é entendido como um recurso pedagógico que contribui para promover a aprendizagem de maneira significativa. Diante disso, propõe o ensino dos saberes matemáticos centrados na investigação. Este autor discute que as informações históricas, podem ser utilizadas na sala de aula, desde que o docente consiga trabalhar em suas aulas uma dinâmica experimental investigatória, a partir do

levantamento de hipóteses de alguns problemas históricos e de atividades advindas da História da Matemática.

Essa alternativa metodológica é vista como uma ferramenta que trabalha os conteúdos matemáticos, resgatando sua história, utilizando-se de atividades e problemas históricos culturais. Além disso, essa metodologia alternativa é utilizada sobre processos de investigação, em que há um envolvimento comprometido do professor e do aluno.

De acordo com D'Ambrosio (1996), o trabalho com os conteúdos matemáticos podem ser efetivados usando, além de números e operações, a história, e como esta se desenvolveu ao longo dos tempos. Com isso, há o desenvolvimento de um sentido para aprendizagem, em que o aluno conhece e entende como foi criado aquele saber matemático. Assim, há o contato com outros modos de se aprender Matemática.

A História da Matemática colabora para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, envolvendo os processos históricos da Matemática, as etapas de construção e formação de conceitos e características culturais, sendo esses aspectos, fatores que auxiliam no desenvolvimento educacional do aluno.

Esse método ajudará o educando a perceber que a Matemática não é uma ciência isolada dos demais saberes. Miguel e Miorim (2004) justificam esse aspecto com algumas contribuições, que envolvem a Matemática desenvolvida pelo homem, as ações que levam os indivíduos a fazer Matemática, as necessidades gerais que estimulam o desenvolvimento de novas ideias matemáticas, as conexões existentes entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, o interesse pelas ideias e teorias, o estudo de objetos matemáticos e a análise de estruturas dessa área.

Com essas contribuições, citadas pelos autores, juntamente com a história na íntegra, dos conteúdos e conceitos estudados, é possível produzir uma aprendizagem significativa, pautada em tempos históricos, dando sentido à construção do conhecimento. Nesse contexto, há também a participação do aluno em problematizar a História da Matemática relacionada ao que está aprendendo.

Assim, a inserção da História da Matemática ao ensino e aprendizagem do educando promove o interesse por estar em contato com a construção dos conceitos estudados. E ainda, este é um instrumento que trabalha aspectos culturais.

Outro recurso metodológico são as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Elas alcançaram, nas últimas décadas, um reconhecimento considerável, em relação às suas atuações nos processos de ensino e aprendizagem. Principalmente nas últimas décadas do

século XX, assistiu-se um grande avanço tecnológico, a partir do qual, diversos setores da sociedade foram informatizados.

Essa ferramenta metodológica é vista, no processo de ensino, como uma alternativa diferente de se ensinar os saberes matemáticos, utilizando-se de recursos e avanços tecnológicos para diminuir a memorização e o trabalho exclusivo com números e operações.

Quanto à Matemática, Ponte e Canavarro (1997) mencionam a possibilidade de ampliar seu aspecto experimental com o uso de tecnologias, de modo a fomentar, entre os alunos, um impulso investigativo característico da atuação dos matemáticos. Para D'Ambrósio (1999) “a tecnologia, entendida como a convergência do saber [ciência] e do saber [técnica], e a matemática são intrínsecas à busca solidária de sobreviver e de transcender.” A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível (OLIVEIRA, 2008, p. 298).

As TIC são vistas por diversos autores como significativas nos processos de ensino, sendo que, a evolução em que a sociedade se encontra atualmente necessita da presença das tecnologias. Como afirma D' Ambrosio (1999), as mídias auxiliam na produção do conhecimento matemático.

Os PCN (1997) enfatizam que as técnicas informacionais, independente das formas que são utilizadas, compõem um dos principais aspectos de transformação da sociedade. Nesse sentido, a calculadora, o computador, os softwares educativos, entre outros recursos tecnológicos, atuam para o desenvolvimento de novos conhecimentos, além de representarem novas possibilidades educativas.

A manifestação intensiva das TIC no contexto escolar reflete na atuação dos docentes, por serem responsáveis pelo processo de ensino. Sendo assim, as funções de conduzir os recursos tecnológicos precisam estar dominadas, para haver uma melhor participação do aluno. Este recurso conduz a uma nova realidade escolar, direcionando para a evolução dos materiais e do processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Ponte (2000, p. 77), o professor e o aluno trabalham juntos na construção do conhecimento, mas, na utilização das TIC, o professor deixa de mediar suas competências disciplinares, passando de, “(re) transmissores de conteúdos, a co-aprendentes com seus alunos, com os seus colegas, com outros autores da comunidade em geral [...]”. Assim, com as tecnologias, o docente deixa de ser responsável pela construção do saber passando a assumir um novo papel.

As TIC proporcionam um salto de transformações no ensino, que dependerá do aperfeiçoamento do professor, da adequação dos recursos, da adaptação da prática pedagógica, e da participação ativa dos alunos, para utilizá-las na construção do conhecimento. Dentre as tecnologias oferecidas por esta alternativa metodológica, como por exemplo, o computador, a calculadora, os softwares, os programas digitais, entre outros, cada um influencia uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos, contudo, necessita do conhecimento e inserção adequada desses recursos.

A contribuição das TIC em relação ao ensino dos saberes matemáticos se estende a ponto de transformar o processo de ensino – aprendizagem, a partir dos recursos disponibilizados por esta alternativa metodológica e, segundo Ponte e Canavarro (1997), influencia também, de forma significativa, tanto os objetivos, como as formas de se trabalhar os conteúdos. Além disso, esses autores incluem que as tecnologias contribuem para que o entendimento dos conteúdos matemáticos se torne mais acessível aos alunos, oferecendo recursos diferenciados para isso.

Assim, o contexto das TIC destaca a importância dos recursos tecnológicos, dos saberes dos professores quanto às mídias, a participação ativa dos alunos e a criação de atividades que liberte tarefas rotineiras. O trabalho com os saberes matemáticos a partir das TIC enfoca maneiras tecnológicas diferenciadas de se trabalhar com os conteúdos, além de proporcionar atividades que não sejam somente números e operações.

O Jogo, outro recurso metodológico, constitui uma ferramenta pedagógica que é capaz de promover o desenvolvimento educacional do aluno, a partir de uma forma prazerosa, que é a ludicidade. Esta prática é comum no trabalho com os saberes matemáticos, tanto na Educação Infantil, como nos primeiros anos do Ensino Fundamental, contando com uma série de atividades voltadas para a criatividade e a brincadeira.

A fim de caracterizar o que é Jogo, Smole et al. (2008), explicam que, o jogo pode ser desenvolvido por dois ou mais jogadores, tendo por objetivo alguém vencer o jogo e os alunos assumirem papéis interdependentes; opostos e cooperativos. Além disso, para esses autores, o Jogo precisa ter regras preestabelecidas, em que os alunos construirão estratégias e estabelecerão planos para traçar o jogo.

Uma das principais características dos Jogos, é a atividade em conjunto, como afirma os autores, sendo assim, esse recurso estabelece escolhas, mas também contém regras para encaminhar a atividade, visando o processo de ensino – aprendizagem.

E para Dinello (2004), o Jogo representa maior liberdade em trabalhar situações matemáticas a partir da ludicidade, oportunizando a socialização dos envolvidos. Essa

alternativa metodológica traz liberdade para quem a utiliza, a qual oferece a livre escolha para o processo de ensino – aprendizagem e influencia no entendimento dos saberes, por ser uma representação prazerosa e voltada à brincadeira.

A aprendizagem com o Jogo enfatiza a igualdade entre os alunos, as situações lúdicas, o destaque das habilidades pessoais e a utilização de diversas capacidades, que podem se manifestar de forma diferente em cada atividade proposta. Essa liberdade, proporcionada pelos Jogos, reflete em aspectos que simulam caminhos diferentes para os educandos percorrerem.

Para Dohme (2003, p. 21), “uma característica do Jogo é que este tem um fim em si mesmo, os jogadores entram no mundo lúdico e praticam ações com vontade, às vezes, com extremo vigor, mas sabem que têm garantia de voltar ao ‘mundo real’ quando o Jogo terminar.”

Segundo os autores, o Jogo, desde anos atrás, representa uma atividade livre, podendo ser escolhida a forma, o desenvolvimento e outras características que envolvem a ludicidade. Esse tipo de ferramenta proporciona a construção de conhecimentos a partir de investigações, do raciocínio lógico, da disputa entre colegas, do pensamento rápido e até o uso de conhecimentos prévios que mediarão o processo de ensino.

O uso do Jogo, como recurso metodológico, objetiva, no processo de ensino – aprendizagem, proporcionar atividades inovadoras que constem o interesse do aluno, que se distanciem um pouco dos moldes dos livros didáticos e ofereçam momentos de problematização das situações lúdicas vivenciadas.

Como consta nos PCN (1997), as atividades lúdicas, proporcionam uma aprendizagem diferenciada por lidar com maneiras prazerosas que atraem os alunos. Os Jogos conseguem desenvolver muitas características no processo de ensino, considerando que não são atividades impostas, além de darem ao professor a opção de escolher as formas como serão realizados.

Os Jogos podem ser usados para promover reflexões sobre os conteúdos, estabelecer relações lógicas entre as atividades e o contexto que está estudando, proporcionando uma compreensão de todos os processos envolvidos nesse recurso metodológico. Além disso, os Jogos matemáticos podem favorecer o aprendizado entre os alunos, sem enfatizar diferenças ou experiências, se importando em ampliar os conhecimentos.

A atividade lúdica, segundo Albuquerque (2009), proporciona uma série de aspectos que são construídos no ambiente que a desenvolveu, sendo que estes refletem no processo de ensino e contribuem para a aprendizagem dos conteúdos estudados. Esse tipo de atividade

promove atitudes novas, respostas de muitos porquês sobre conteúdos, criação de novas estratégias, entre outras características, que atuam no aprimoramento do aluno.

Nesse contexto, os Jogos ocupam um lugar relevante no ensino dos conteúdos matemáticos, sendo considerado um recurso metodológico eficiente, que atua, tanto no prazer, quanto na construção de conhecimentos dos alunos. Além disso, a ênfase em englobar os saberes de outras áreas do conhecimento contribui para o crescimento educacional.

No que diz respeito à Resolução de Problemas, entende-se como um recurso metodológico, que atua no processo de ensino – aprendizagem dos conteúdos Matemáticos. Esta enfoca a resolução de situações, a partir do desenvolvimento do raciocínio lógico. No Brasil, a Resolução de Problemas surgiu a partir da segunda metade da década de 80, emergindo uma nova orientação pedagógica, que propunha a substituição da memorização de exercícios e conteúdos.

O ensino dos saberes matemáticos, a partir da Resolução de Problemas, ocorre a partir de uma situação-problema, em que há o processo de problematização para o estudo abstrato, no qual se estrutura os problemas numa representação simbólica, construída ao longo da resolução do problema.

Nesse sentido, Onuchic (1999) afirma que,

[...] quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Como expressa o autor, a Resolução de Problemas, proporciona ao aluno uma maior compreensão dos saberes matemáticos, por este recurso metodológico estar ligado à pesquisa e à problematização. Com isso, ao resolver um problema, o educando o representa simbolicamente, entende a sua resolução e deixa de lado a memorização e repetição de exercícios.

A Resolução de Problemas, segundo os PCN, substitui a repetição de exercícios, para trazer uma nova orientação da aprendizagem, no sentido de resolver situações-problema, afim de construir novos conhecimentos com as problematizações e pesquisas desenvolvidas a partir desse recurso metodológico.

Para Costa (2010), a Resolução de Problemas influencia o aluno a construir novos conhecimentos à medida que resolve a situação-problema, sendo que estas atividades podem ser em conjunto, aumentando assim, a troca de aprendizagens, de acordo com o autor. As atividades que promovem problematizações, investigações, construção de hipóteses e pesquisas, para a sua resolução, permitem a participação ativa do aluno e seu interesse em desvendar o problema.

O objetivo da Resolução de Problemas é trazer para o aluno, a possibilidade de destrinchar um problema e, a partir das situações propostas, construir conhecimentos, utilizar conhecimentos prévios, entender os conceitos matemáticos e encontrar soluções que simbolizam a compreensão do que está sendo estudado.

Nesse sentido, “[...] o professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer” (ONUICHIC; ALLEVATO, 2004, p. 221). O papel do docente é significativo para o desenvolvimento desse recurso metodológico, sendo de responsabilidade desses profissionais orientar as atividades, para que estas caminhem no contexto dos saberes matemáticos estudados.

Ao propiciar situações de aprendizagem, utilizando a Resolução de Problemas, cabe ao professor diversificar e contextualizar as atividades, com o intuito de que os alunos utilizem seus conhecimentos prévios e criem estratégias. Com isso, os alunos constroem novos saberes e, conseqüentemente, desenvolvem habilidades e competências que implicam em diversas atividades.

As atividades que resultam da Resolução de Problemas, se pensadas como investigação e pesquisa, proporcionam aos educandos um contato experiencial com os saberes matemáticos, por focar o desenvolvimento da situação-problema até chegar a uma solução e, ao percorrer este caminho, há o contato e o entendimento dos conteúdos matemáticos.

O ensino e a aprendizagem, dos saberes matemáticos, a partir da Resolução de Problemas, possibilita aos alunos a construção de estratégias para a resolução de situações-problema, além de promover um entendimento maior do que é ensinado, devido à maneira como é trabalhado e discutido os conteúdos.

A Etnomatemática também é um recurso metodológico que surgiu no início da década de 70, sendo pensada pela contradição existente entre a Matemática escolar e a produzida nos diferentes meios culturais. As discussões sobre essa alternativa metodológica se iniciaram com D'Ambrosio (1975), sendo que, depois de alguns anos, realizou-se uma nova ressignificação do termo Etnomatemática.

Segundo D'Ambrosio (2002) ETNO significa algo muito amplo que se refere ao contexto cultural, socioeconômico; MATEMA estende-se em explicar, entender, lidar, conviver, conhecer; e TICA, significa maneiras, técnicas, habilidades. Nesse sentido, a Etnomatemática é a arte ou técnica de entender, relacionar, explicar, conhecer, lidar, nos vários contextos culturais.

Essa alternativa metodológica traz a necessidade do contato com vários contextos culturais que se ramificam em históricos, políticos e sociais, tendo o objetivo de construir conhecimentos a partir desses contextos, juntamente com a Matemática escolar.

Os variados contextos culturais e sociais existentes na humanidade podem ser incluídos no processo de ensino, como afirma o autor, para então privilegiar os diferentes tipos de conhecimentos, sem excluir os saberes matemáticos escolares. A Etnomatemática, enquanto uma alternativa metodológica, se propõe a valorizar e incluir conhecimentos culturais nos contextos escolares.

A proposta pedagógica da Etnomatemática inclui a Educação Multicultural, como uma prática que leva em consideração a preparação das futuras gerações, que almejam uma sociedade diferente, como afirma D'Ambrosio (2001). Para isso, cabe ao professor, a responsabilidade de propiciar aos educandos uma visão crítica e as ferramentas para que possam atuar ativamente na sociedade.

Para D'Ambrosio (2001), é por meio do contexto que se compreende o saber/fazer dos indivíduos. Diante disso, afirma que os diferentes métodos de desenvolver práticas e conhecer teorias norteiam culturas que se interagem entre si.

Os saberes e fazeres refletem características das interações dos indivíduos que são enriquecidas a partir do contexto cultural, social, político e histórico, perfazendo a construção de conhecimentos advindos dessas relações. A Etnomatemática inclui esses conhecimentos no contexto escolar com o intuito de envolver o cultural e o escolar no processo de ensino.

D'Ambrosio (2001) reflete que na relação que se estabelece entre os indivíduos, há o compartilhamento de conhecimentos, linguagens, costumes e explicações, que assim, de acordo com o autor, enfatizam várias culturas. Essa troca, na realização da Etnomatemática, promove o destaque de várias culturas dos indivíduos na aprendizagem dos saberes matemáticos, tendo assim, a ligação entre comportamento, cultura e conhecimento.

A Etnomatemática proporciona ao ensino dos saberes matemáticos, o contato com diferentes contextos culturais e sociais, que gera, ao processo de ensino, uma valorização dos conhecimentos prévios dos indivíduos, onde a aprendizagem é baseada além da Matemática escolar.

De acordo com Conrado (2004), as discussões em Etnomatemática na perspectiva educacional visam a busca pela mudança da reprodução de conhecimentos, a partir da inserção de novas culturas no ensino e aprendizagem, buscando, como afirma o autor, novas maneiras de trabalhar as diversas relações existentes no processo de ensino. Contudo, as relações de conhecimentos e saberes entre escola/sociedade e professor/aluno, se efetivaram na inclusão dos contextos culturais e sociais, no contexto escolar.

Essa alternativa metodológica, capaz de desenvolver os saberes matemáticos na sala de aula, elege características significativas referentes aos processos de ensino, que buscam outras formas de trabalhar os conteúdos matemáticos, além de priorizar os conhecimentos prévios dos alunos.

Nessa perspectiva, a partir da Etnomatemática, o processo de ensino e aprendizagem desenvolvido na escola é convidado a trabalhar com conhecimentos que enfatizam diversos contextos culturais da sociedade. Além disso, esses diferentes contextos enfatizam a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, ou seja, os conteúdos matemáticos serão desenvolvidos por meio de formas contextualizadas e com diferentes relações de outras áreas do conhecimento.

Outra alternativa metodológica é a Modelagem Matemática, objeto da presente pesquisa. Esta é considerada um método de ensino relevante capaz de responder vários impasses vivenciados atualmente. Na próxima seção tal temática será trabalhada.

3 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Na terceira seção, apresenta-se a Modelagem Matemática, sendo esta eleita como uma prática de ensino que pode solucionar os problemas que perpassam o ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Será discutido o que é a Modelagem Matemática, como surgiu e como ela pode ser desenvolvida no processo de ensino. Nesse sentido, a seção em questão, abordará discussões que referenciam a Modelagem Matemática e sua relevância para o ensino da Matemática.

3.1 Trajetórias da Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática vem causando um grande interesse nos pesquisadores, por se apresentar como uma alternativa metodológica diferenciada, no ensino dos conteúdos da Matemática. A história da Modelagem Matemática no Brasil se tornou conhecida desde o final da década de 70.

Segundo Meyer (2011),

A história da Modelagem Matemática na Educação Matemática, no Brasil, remete ao final da década de 1970. Ainda que profissionais, por vezes agregados em torno de temáticas associadas ao que se convencionou chamar “Matemática Aplicada”, já estivessem familiarizados com esta perspectiva de “fazer matemática”, foi a partir dessa época que professores, e porque não dizer alunos, de diferentes níveis de escolaridade, passaram a ser os personagens principais dessa história (MEYER, 2011, p. 9).

A partir desse impulso, como identifica o autor, muitas transformações estavam acontecendo nessa época. A Modelagem veio se formando como uma maneira de expressar os conteúdos matemáticos em diferentes formas, tentando trazer esse ensino, o máximo possível, para a realidade. E, apesar das fragilidades que essa estratégia de ensino passou, até se firmar ao longo dos anos, desde o início, já era utilizada por professores mais atualizados.

Apesar de esta metodologia de ensino ser iniciada na Educação Matemática desde a década de 70, houve um longo percurso, incluindo pesquisas, experimentações e problematizações, para a concretização da Modelagem Matemática. Essa prática de ensino foi se tornando conhecida e aprovada juntamente com algumas transformações na área da Matemática.

Meyer (2011) reflete sobre a provisoriedade do saber, em relação à Educação Matemática, e constata que, mesmo com poucos investimentos em pesquisas e práticas de Modelagem, esta continuou evoluindo e é considerada um método capaz de apresentar os conteúdos matemáticos a partir da cotidianidade.

Essa estratégia de ensino, com o seu desenvolvimento, acarretou uma série de características que beneficiavam o ensino e as experiências vivenciadas pelos alunos, pois esta estabelece, como prioridade, a realidade em que se vive, envolvendo assim o aluno em uma ação que terá que resolver usando conhecimentos prévios e fatos vivenciados em seu cotidiano.

Na Modelagem, o sujeito é um dos principais componentes. Segundo Meyer, (2011, p. 25) “O sujeito do processo cognitivo é o apreendedor, é o aluno. Cada pessoa constrói seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios”. E esse processo é construído na realidade que se vive, concretizando e simulando uma situação que será resolvida.

A Modelagem Matemática é foco de pesquisa na Educação Matemática, a qual contribui com reflexões e construção de conceitos, a respeito dos processos dessa prática de ensino. Borba e Villarreal (2005) contribuem dizendo que ela emergiu a partir de ideias e trabalhos de Paulo Freire, Rodney Bassanezi, João Frederico Meyer e de Ubiratan D'Ambrosio, no final da década de 70 e começo da década de 80, os quais estimaram aspectos sociais em salas de aula.

Com os feitos desses pesquisadores, discussões sobre a elaboração de modelos matemáticos, em consonância com outras ideias sobre o ensino dos saberes da Matemática, colaboraram, segundo Biembengut (2009), para que a Modelagem se tornasse uma linha de pesquisa na Educação Matemática.

A partir do momento em que a Modelagem Matemática foi se estabelecendo no Brasil, esta teve precursores que foram fundamentais nesse processo de apresentação, conhecimento e consolidação, de uma alternativa metodológica nova, sendo alguns deles: Barreto (1976), D'Ambrosio (1977), Bassanezi (1982), Meyer (1985) e Gazzetta (1987) que deram início no movimento, conquistando aderentes por todo o Brasil.

Esses precursores contribuíram com discussões sobre como se faz um modelo matemático, as várias formas de criar situações reais, o ensino a partir da Modelagem Matemática e, ao mesmo tempo, permitindo o surgimento da pesquisa de Modelagem Matemática no ensino brasileiro.

Segundo Biembengut (2009), os pesquisadores Barreto e Bassanezi, contribuíram significativamente para a implantação e desenvolvimento da Modelagem Matemática, na Educação brasileira. Os resultados positivos, apresentados por esse recurso metodológico, impulsionaram os trabalhos nessa área, além de conquistar mais seguidores.

Assim, ao longo da história, com a influência desses precursores, a Modelagem Matemática começou a fazer parte das práticas educacionais de Matemática, e alguns autores afirmam que, mesmo sem ter um nome específico, já fazia parte da História da Educação Matemática.

Para Biembengut e Hein, (2003, p. 8) “[...] a Modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos”. A Modelagem já se manifestava há anos atrás, mas com as pesquisas e o impulso de seu uso em grandes universidades, ela se tornou conhecida e relevante.

Segundo Bassanezi, “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2006, p.16). Esta prática de ensino foi classificada como um recurso, que proporciona uma aprendizagem real, em que as situações-problema de uma realidade, permitem um raciocínio concreto.

Alguns pesquisadores proporcionam significações mais específicas sobre Modelagem Matemática: Barbosa (2007), por exemplo, destacando a Educação Matemática, conceitua Modelagem como “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p.161).

Ao longo dos anos, a Modelagem Matemática foi se expandindo, visando a Modelagem no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior. Muitos autores como Barbosa (2007), Bassanezi (2009), Biembengut (2009) e Meyer (2011) trabalharam para o desenvolvimento dessa prática.

Os conceitos, a importância e o foco de atuação da Modelagem Matemática promovem muitas discussões e contribuições de diversos autores que serão tratados a seguir, enfatizando uma série de aspectos significativos dessa prática de ensino.

3.2 Modelagem Matemática: conceitos e discussões

A Modelagem Matemática ocupa um lugar de grande interesse, tanto no cenário internacional, quanto no cenário nacional, sendo alvo de muitas reflexões para o ensino da

Matemática, com ênfase nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A Modelagem pode ser vista desde as situações mais simples, iniciadas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, até às mais complexas, nos anos escolares seguintes, nos quais é responsável por várias situações significativas no aprendizado.

Para Chaves (2011), a Modelagem Matemática é vista como um processo que se estende à tradução e estruturação de situações-problema do cotidiano. Além disso, pode estar envolvida com a Matemática e outras áreas do conhecimento, contudo representando o seu desenvolvimento a partir do Modelo Matemático.

Essa prática de ensino trouxe muitas colaborações para o ensino de Matemática, produzindo maneiras diferenciadas para se trabalhar os conteúdos matemáticos, de uma forma mais concreta e real, a partir de organizações de situações. A identificação do problema na Modelagem Matemática enfatiza a realidade, tornando essa prática, uma expressão de sentidos e conhecimentos concretos.

Segundo Bueno (2011), ao longo de três décadas a Modelagem Matemática conquistou muitos parceiros, que buscam avanços para a área de Modelagem Matemática, no sentido de construir concepções e explicações baseadas em experiências e objetivos educacionais. A concordância de que a Modelagem envolve o social, o cultural e a realidade, levou educadores a desenvolver linguagens e pensamentos interligados a Educação Matemática e outras áreas do conhecimento.

O surgimento da Modelagem Matemática para o campo educacional marcou transformações e evoluções, no que se refere ao ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, desenvolvendo propósitos, como evidencia a autora, para auxiliar na compreensão dos saberes e implicações da realidade.

O processo de Modelagem Matemática é um relevante instrumento para ser utilizado no desenvolvimento de todas as ciências, relacionando a Matemática com outras áreas do conhecimento humano. Essa tendência no ensino, que veio se inserindo principalmente no campo da Educação Matemática, contribuiu para o surgimento do modelo matemático que é usado também em outras áreas da Matemática, tornando-o significativo para essa ciência. O uso de modelos apoiados por alguma teoria matemática como: explicações novas sobre a situação-problema, previsões e interpretações, estratégias, com situações diferentes, podem admitir um mesmo modelo.

A realidade é tratada por esta prática de ensino, como uma das principais características, por representar um processo de ensino e aprendizagem, a construção de

conhecimentos, de forma real e concreta, tendo por alvo o entendimento contextualizado dos conteúdos matemáticos.

Para Bassanezi (2006), a Modelagem Matemática é entendida como um método científico de pesquisa, ou como uma estratégia de ensino e aprendizagem, em que o fenômeno modelado é utilizado como um suporte para desenvolver o trabalho com os conteúdos, isto é, o mais significativo não é a obtenção do modelo, mas promover o processo de ensino e de aprendizagem, seguindo as etapas e entrando em contato com os conteúdos matemáticos.

Bean (2001, p. 53) define Modelagem como “[...] um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo)”. E ainda afirma que, “As hipóteses e aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento”.

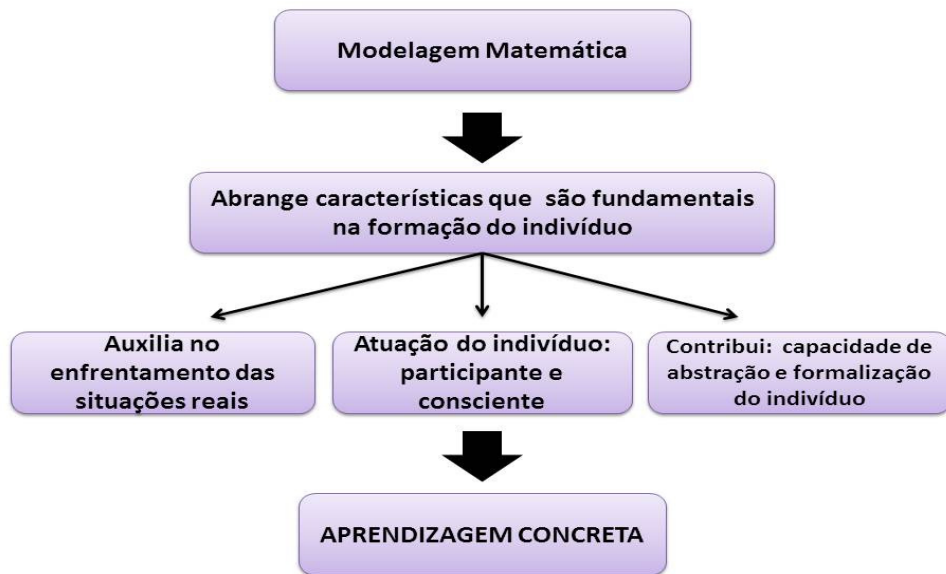
D’Ambrósio (2003), ao se referir à Matemática nas escolas, diz que, o maior desafio dos docentes matemáticos, é realizá-la associada ao pensamento e ao mundo real. Para tal, aponta a Modelagem Matemática como um caminho a colaborar no enfrentamento desse desafio.

A Modelagem Matemática atua como um método capaz de aproximar outras áreas do conhecimento em uma mesma atividade e, com isso, desperta no aluno o interesse, a criticidade e a melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. Nas atividades proporcionadas por essa alternativa metodológica, tem-se o desenvolvimento das habilidades dos educandos em resolver qualquer situação-problema, além de envolver o cotidiano e os saberes matemáticos.

O envolvimento entre a realidade e os saberes matemáticos, é uma das principais características da Modelagem Matemática, sendo esta interação, entre o mundo real e a Matemática, significativa para a construção de conhecimentos.

Na figura 1, analisam-se algumas contribuições que são desenvolvidas pela Modelagem Matemática e conduzidas no processo de ensino e aprendizagem.

Figura 1: Contribuições da Modelagem Matemática



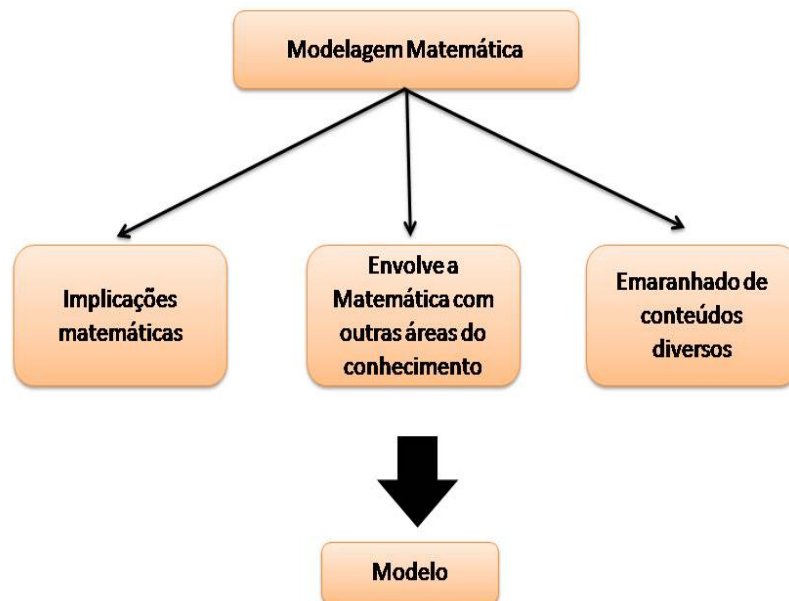
Fonte: Adaptação de Pachi, 2010, p. 118

Essa figura enfatiza que a Modelagem Matemática oferece contribuições fundamentais para a formação do indivíduo, pois, ao incluir a realidade, torna o indivíduo atuante no processo de ensino e aprendizagem e desenvolve algumas habilidades relevantes para a formação.

Pachi (2010) destaca que essa alternativa metodológica muda os caminhos percorridos pelo Ensino Tradicional e valoriza a atuação ativa dos educandos, a inserção da realidade no processo de ensino, o entendimento contextualizado dos saberes matemáticos, sendo favorável à formação social e educacional do indivíduo.

A figura 2 enfatiza algumas características principais que são abordadas na Modelagem Matemática e relevantes no desenvolvimento das situações-problema. Ao desenvolver uma atividade de Modelagem, envolve-se muitos aspectos que influenciam no ensino e na formação do indivíduo, colocando em destaque os pontos principais dessa prática.

Figura 2: Pontos principais da Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria

As implicações matemáticas, o envolvimento da Matemática com outras áreas do conhecimento, o contato com diversos conteúdos e o desenvolvimento do modelo, de acordo com a figura 2, tornam as atividades de Modelagem Matemática mais reflexivas e concretas, as quais podem trabalhar e construir muitos conhecimentos.

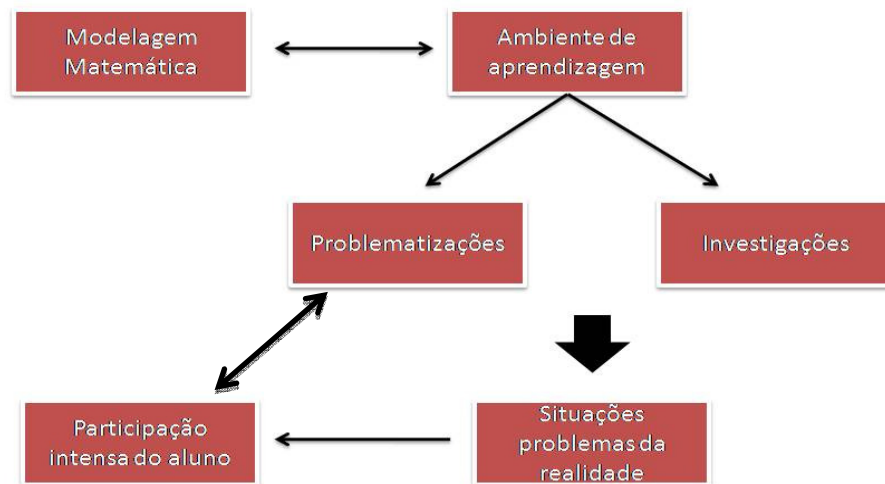
O trabalho com a Modelagem enfatiza a importância do conjunto de situações provenientes do cotidiano, levando em consideração que pode ser inserido em várias áreas do conhecimento, com o intuito de fazer com que os alunos a incluam na sua realidade, sendo que estes realizaram uma modelagem de qualquer problema existente. No ambiente para o desenvolvimento desta prática de ensino, são utilizados: a resolução de problemas, a reflexão, a finalização da situação real e os conteúdos, como instrumentos para fundamentação dessa resolução.

Barbosa (2003, 2007) define Modelagem como um ambiente de aprendizagem onde os educandos são incentivados a problematizar e a investigar situações-problemas, advindos de outras áreas do conhecimento ou da realidade vivenciada. O conceito de ambiente de aprendizagem, discutido por Skovsmose (2000), refere-se às condições oferecidas aos alunos para a realização de atividades.

Na Modelagem Matemática, o ambiente de aprendizagem proporciona, nas atividades, discussões e análises importantes capazes de resolver problemas advindos da realidade, tendo

como foco principal a intensa participação do aluno. Esse aspecto pode ser observado na figura 3, que esquematiza o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem.

Figura 3: Ambiente de aprendizagem na Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria

Em relação ao ambiente para o desenvolvimento específico para a Modelagem, visto na figura 3, Barbosa (2003) coloca que,

[...] está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2003, p. 2).

O ambiente de aprendizagem, promovido na Modelagem Matemática, indica a participação do aluno em todas as etapas e, como destaca Barbosa (2003), proporciona características favoráveis para o desenvolvimento e resolução das situações-problema, levando à construção de conhecimentos.

Na educação brasileira, a presença da Modelagem Matemática completou três décadas de pesquisas, com vários enfoques envolvendo as práticas de ensino e a formação de professores para a continuação dessa prática. Desde os primeiros estudos em relação a esse assunto, a Modelagem é vista como um emaranhado de processos necessários para a construção de um modelo, tendo como característica principal, a realidade.

Em referências aos estudos realizados sobre a Modelagem Matemática, Malheiros (2012) reflete que a Modelagem Matemática compõe-se de um conjunto de conhecimentos que serão estruturados a partir de uma situação real, com o intuito de buscar soluções para determinados problemas, inserindo assim, conhecimentos matemáticos que poderão ser estudados e melhor compreendidos a partir dessa prática.

Visto que a Modelagem Matemática trouxe uma série de contribuições para o ensino dos conteúdos de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, entende-se que o desenvolvimento desta, pelos modelos matemáticos, se concretiza a partir de um processo investigativo não se limitando ao senso comum, sendo fundamentada pelo entendimento e explicação dos fatos e fenômenos observados na realidade. Nessa fundamentação, permite-se uma avaliação crítica do processo de resolução da situação, sendo caracterizada e identificada nos conteúdos matemáticos.

O processo de caracterização da Modelagem Matemática no ensino nos leva a entender que ela preocupa-se com o real entendimento, a qual deixa a superficialidade e passa para algo mais concreto e real, em que será possível formular, refletir e construir um procedimento com respostas caracterizadas pela compreensão sobre os assuntos estudados.

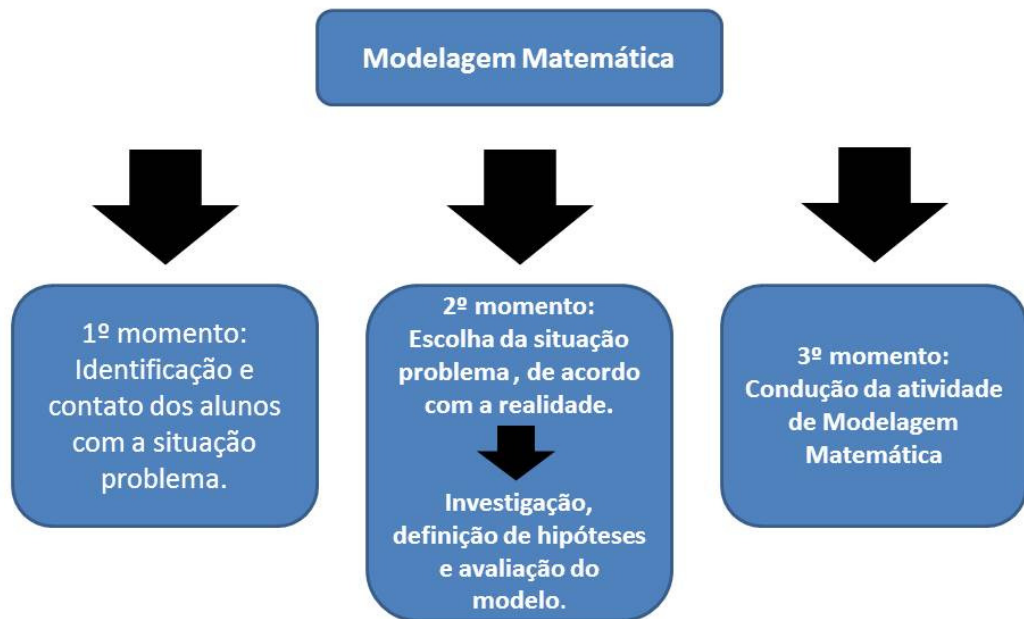
D'Ambrosio (2002, p. 13) enfatiza que "[...] a Modelagem Matemática é Matemática por excelência." As ideias centrais da Educação Matemática são melhores desenvolvidas na prática e no entendimento de fatos observados na realidade. A Modelagem Matemática assume representações da realidade, podendo ser conhecida como a própria Matemática, nas palavras de D' Ambrosio (2002), enfatizando as situações-problema que serão destrinchadas para as tentativas de solução.

Compreende-se que a Modelagem, aos poucos, construiu um espaço concreto onde, baseando em seus procedimentos e modelos, é possível encontrar soluções. Cifuentes e Negrelli (2012) identificam três etapas para o desenvolvimento de uma Modelagem Matemática, sendo elas: a identificação (ou percepção) de uma realidade inicial, a construção de uma realidade intermediária entre a realidade inicial e o modelo proposto para ela, que chamaremos de pseudo-realidade e a elaboração e avaliação do modelo propriamente dito.

Essas etapas representam as características iniciais para a construção de uma situação-problema, pois, segundo Cifuentes e Negrelli (2012, p. 794) "[...] a matemática não intervém apenas na elaboração do modelo, como indicado em (c), que é posterior à identificação de uma situação ou problema extraído da realidade (inicial)." Levando em consideração essas três etapas apresentadas, o ensino, a partir da Modelagem, caracteriza-se pelo raciocínio, reflexão, escolhas, intuição e construção de conhecimentos ao longo das etapas.

A figura 4 apresenta sinteticamente os três momentos da Modelagem Matemática, citados por Cifuentes e Negrelli (2012), em que cada etapa enfatiza características relevantes ao longo do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Figura 4: Três momentos da Modelagem Matemática



Fonte: Autoria Própria

Esses três momentos destacam o caminho do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, e seu ambiente de aprendizagem. Nos dois primeiros momentos, os educandos conseguem construir autonomia, confiança e autoridade, para efetivarem uma investigação matemática. Com isso, vivenciam o terceiro momento da Modelagem, sendo capazes de demarcar uma situação-problema, questionar, preparar uma questão, buscar resultados por meio do processo desenvolvido e conduzir a investigação do problema real escolhido.

O desenvolvimento, dessas três etapas, auxilia em uma melhor orientação da Modelagem, proporcionando aos envolvidos o aproveitamento de todos os momentos, para o trabalho com os conteúdos matemáticos e também para a construção de conhecimentos.

A utilização da realidade, nessa prática pedagógica, propaga interpretações, intuições e crenças que fundamentarão a utilização de conhecimentos prévios e a construção de novos conhecimentos. Assim, de acordo com a Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática é classificada como um método científico de pesquisa utilizado no ensino, que “alia teoria e

prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la” (BASSANEZI, 2002, p. 17).

As atividades desenvolvidas, a partir da Modelagem Matemática, permitem uma maior compreensão, devido ao detalhamento das etapas. A construção de conhecimentos e a reflexão para a utilização dos conhecimentos prévios, no início do desenvolvimento dessa prática, promovem uma riqueza no ensino que pode gerar muitos resultados positivos.

Com o trabalho da Modelagem Matemática, é possível propor uma dimensão disposta a discutir, segundo Barbosa (2003), a origem das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo. A partir dessa perspectiva, a Modelagem pode possibilitar a intervenção dos indivíduos nas ideias e nas tomadas de decisões sociais, no que se refere às aplicações da matemática.

Na figura 5, encontra-se um esquema explicativo sobre o processo de Modelagem Matemática, que esclarece como é pensado o processo de construção de uma situação-problema a partir dessa prática de ensino. O processo conta com seis passos, descrevendo desde a identificação do problema, até o alcance dos resultados.

Figura 5: Processo de Modelagem Matemática



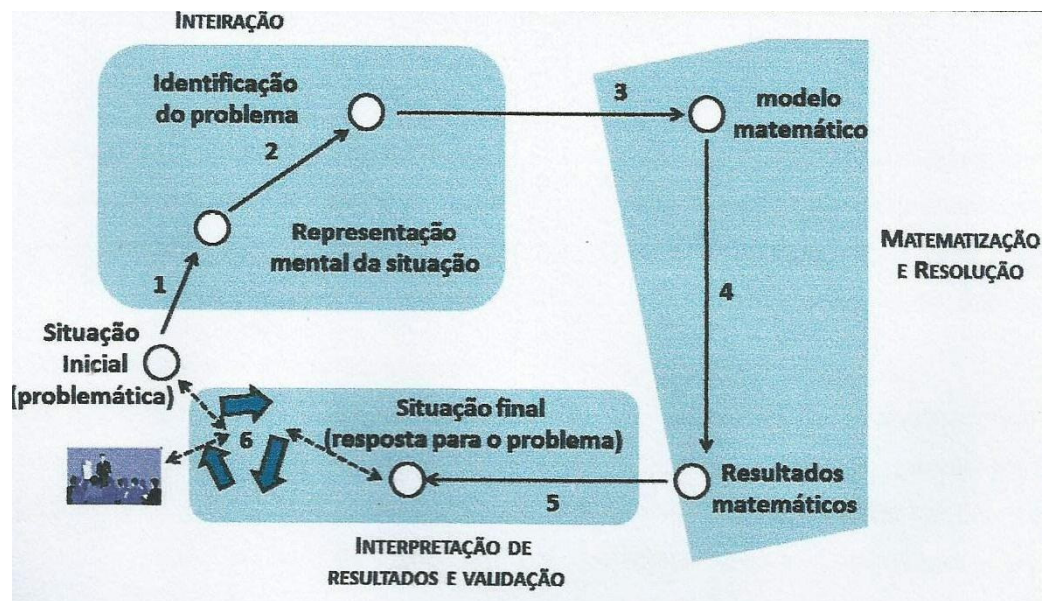
Fonte: Autoria própria

Essas etapas, apresentadas na figura, são construídas a partir da escolha do problema, e assim, as fases que se seguem constroem um modelo matemático, em que há o espaço para as discussões e reflexões até se chegar ao alcance das soluções. A interpretação das soluções, e a comparação com a realidade, validam os resultados, sendo passíveis de aplicação.

A Modelagem, ao longo do seu desenvolvimento, vem ocupando um lugar de grande credibilidade na Matemática. A ênfase no ensino, por se tratarem de etapas mais concretas, desperta a motivação dos educandos.

A figura 6 também descreve as etapas para o desenvolvimento da Modelagem Matemática, a qual é movida pela situação-problema escolhida e desenvolvida a partir das etapas representadas na figura abaixo.

Figura 6: Etapas da Modelagem Matemática

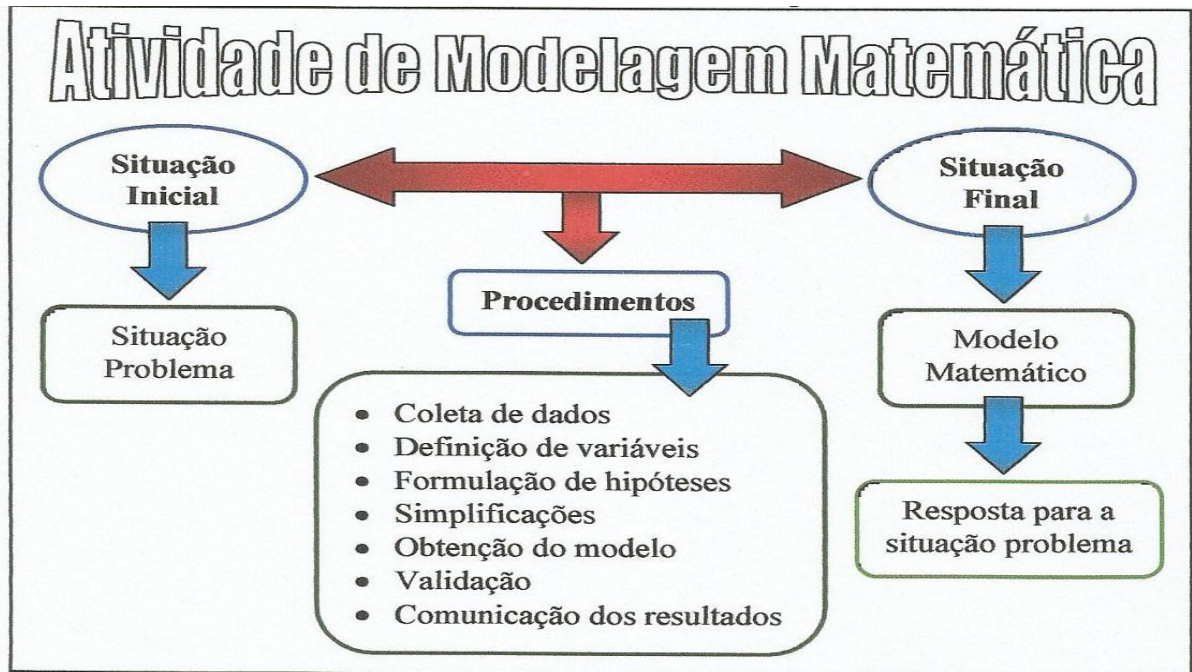


Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, 2012, p. 19

Nessa figura, observa-se que o trabalho pedagógico com a Modelagem Matemática desvela uma situação real, capaz de gerar questionamentos, que ao longo do desenvolvimento do problema, se tornaram conhecimentos construídos. A formulação do problema e sua representação se seguem de uma linguagem Matemática e natural.

A figura 7, expressa as características de uma atividade que é desempenhada pela Modelagem Matemática, com uma organização diferente, em um ambiente de aprendizagem. As situações reais sempre norteiam a situação-problema na Modelagem, refletindo em ações que moldam as etapas.

Figura 7: Esquema de uma atividade de Modelagem Matemática



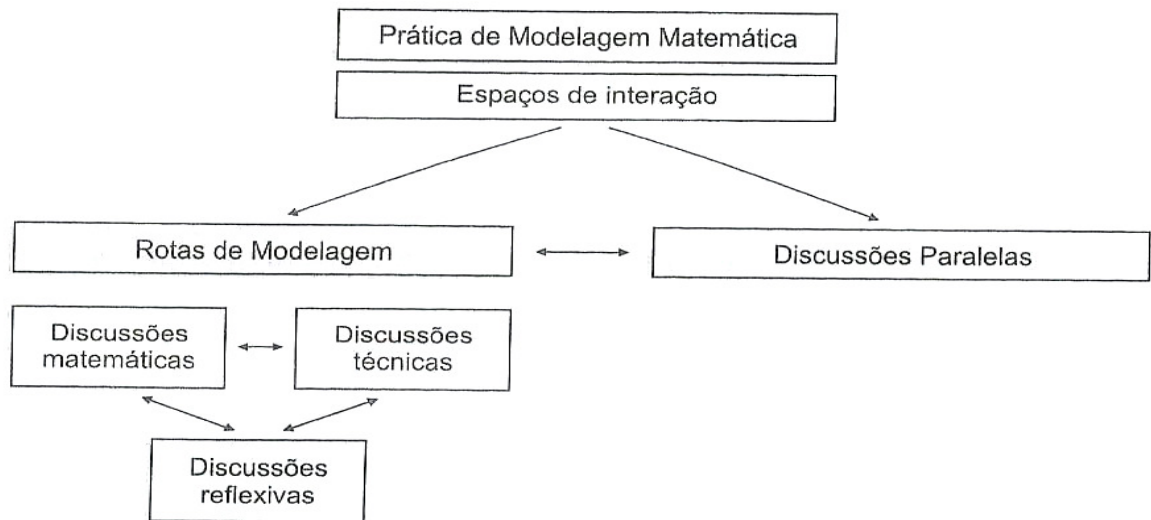
Fonte: Tortola, 2012, p. 27

Os processos descritos, na figura 7, abrangem a interação com o problema, por parte dos alunos, até se situarem a respeito da situação proposta; a matematização em que há a mudança da linguagem natural para a linguagem matemática a partir de ações, hipóteses, entre outros; a resolução, que chega à produção de um modelo matemático capaz de fornecer os resultados; e, a interpretação e validação dos resultados, em que acontece a análise e interpretação das soluções expostas pelo modelo.

Nesse contexto, os aspectos de uma atividade de Modelagem não estão somente na situação inicial, podem ser criadas alternativas que visem etapas de entendimentos até chegar ao início da problemática, de acordo com a figura 10, e os autores acima. Essas etapas são construídas a partir das iniciativas e das ações dos alunos, na programação proposta pelo professor, e no fato de os alunos se identificarem com a situação.

A Modelagem Matemática proporciona práticas de modelar situações-problema, com o intuito de encontrar caminhos para a resolução da situação real proposta. Entre esses caminhos, chamados por Barbosa (2007) de Rotas de Modelagem, existem os espaços de interação, que envolvem as discussões paralelas, discussões matemáticas, discussões técnicas e discussões reflexivas, como podem ser observadas na figura 8.

Figura 8: Esboço de um framework para a prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática



Fonte: Barbosa, 2007, p. 171

Essa figura, expressa que a Modelagem Matemática promove um ambiente de aprendizagem que compõe-se de uma série de discussões até chegar às possíveis soluções. Barbosa (2007) explica que:

As discussões matemáticas referem-se aos conceitos e às idéias integralmente pertencentes à disciplina de matemática. As discussões técnicas, ao processo de matematização da situação em estudo. E, por sua vez, as discussões reflexivas referem-se à conexão entre os pressupostos utilizados na construção do modelo matemático e os resultados, bem como à utilização desses últimos na sociedade (BARBOSA 2007, p. 165).

As discussões promovidas no ambiente de aprendizagem, a partir da Modelagem, dependem dos alunos, do professor e da realidade vivenciada na sala de aula, para assim compor um espaço de interação.

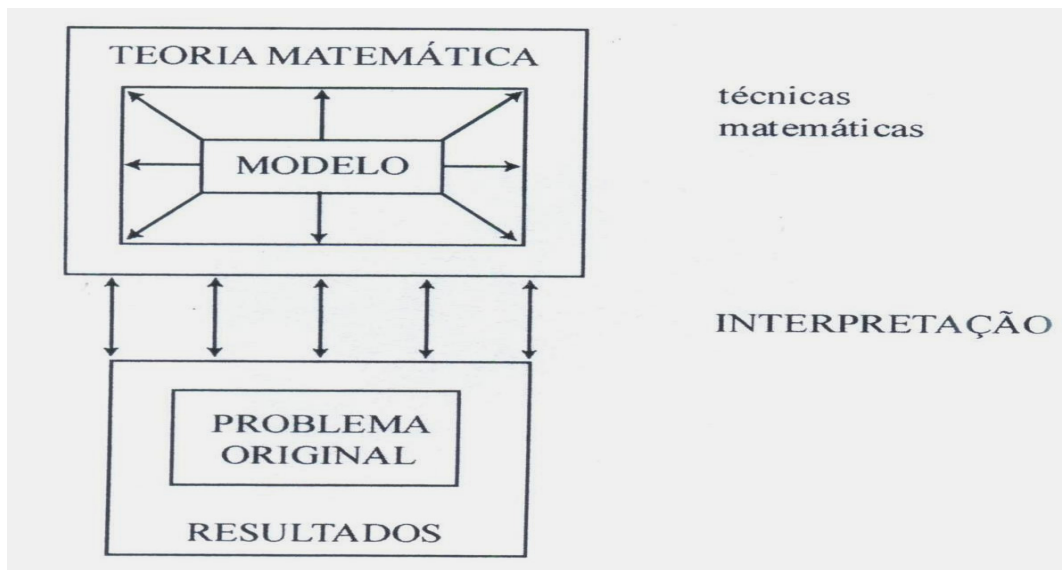
Assim, a Modelagem Matemática proporciona aos alunos o entendimento do estudo e a busca pelos resultados, transformando o ensino dos conteúdos matemáticos em uma constante empregabilidade de seus saberes em algo real, aguçando a criatividade, a atitude, o raciocínio e a construção dos conhecimentos.

A Modelagem Matemática se torna uma prática pedagógica produtiva, a partir do momento em que se chega à conscientização de que o trabalho é sempre com aproximações da realidade. Com isso, os alunos irão problematizar essa realidade e destrinchar as etapas, até chegarem aos resultados. A realidade é uma característica importante para que a Modelagem

seja utilizada no ensino de Matemática, e para atender às orientações previstas na utilização dessa prática.

Bassanezi (2009) apresenta, na Figura 9, o processo de Modelagem, com o intuito de apresentar a existência do modelo, da teoria Matemática que é composta pelos símbolos e operações, e assim, a partir desses, se tem um problema de alguma realidade que será tratado a partir das teorias e técnicas, até chegar ao resultado.

Figura 9: Processo de Modelagem



Fonte: Bassanezi, 2009, p. 25

A Modelagem Matemática, como prática pedagógica, permite que, no processo de ensino e aprendizagem, seja possível fazer previsões, fazer escolhas quanto às situações-problema, explicar, entender e participar do procedimento, da realidade utilizada até desenrolar e resolver os problemas.

Bassanezi (2009) apresenta alguns pontos que ressaltam a relevância da Modelagem, se estendendo na estimulação de novas ideias e técnicas; na aquisição de novas informações; no desenvolvimento de um método para interpolações, extrapolações e previsões; na sugestão de recursos e pesquisas; no preenchimento de falta de dados; no melhor entendimento da realidade e na utilização da linguagem universal no entrosamento de diversas áreas do conhecimento.

A Modelagem Matemática, segundo Silveira e Caldeira (2012), tem se mostrado um importante método para se ensinar os conteúdos matemáticos. Essa ferramenta de ensino proporciona a possibilidade de se resgatar outras maneiras de trabalhar com os saberes da

Matemática e, até mesmo, com o surgimento de outros conteúdos, intensificando a construção de conhecimentos.

Essa prática de ensino se aproxima do ensino e do aluno, pelo fato de sempre trabalhar com problemas da realidade do educando e do cotidiano em geral. Com isso, a utilização da Modelagem Matemática no ensino abrange todos os perfis dos alunos, sendo estes com as mais variadas formas de vida, no que se refere às características intraculturais.

Nesse contexto, de acordo com Silveira e Caldeira (2012), a Modelagem Matemática é capaz de trabalhar os conteúdos matemáticos usando diversas linguagens que a Matemática possui, não se restringindo somente à Matemática, dita universal, podendo ser enfatizada outras formas de pensar e agir, permitindo discussões e comparações.

Assim, esse recurso metodológico possibilita o uso de diversas ferramentas matemáticas para um tipo de situação-problema específica, abordando muitos conteúdos ao mesmo tempo e tornando concreta a resolução do problema real escolhido. A metodologia na Modelagem Matemática permite a construção de raciocínios e de ideias, que não são prontos e acabados, exigindo o estudo, a interpretação, a explicação e a validação final.

Segundo Barbosa (2007), “[...] entendemos por prática de Modelagem Matemática dos alunos, as ações que eles desenvolvem no ambiente desencadeado pelo professor para abordar uma situação pertencente ao dia-a-dia ou a outras áreas do conhecimento”. Contribuindo assim, para o desenvolvimento de uma prática concreta que, na maioria das vezes, visa o trabalho com a teoria matemática.

E ainda, Tortola (2012) ressalta que,

As ações de problematização e investigação, características da Modelagem Matemática, quando estimuladas, podem tornar as aulas de Matemática mais interessantes e levar os estudantes a desenvolver a habilidade de lidar criticamente com situações-problema que envolvem a Matemática, seja na escola ou em outras situações de sua vida, pois levam os estudantes a pensar e refletir as informações e as variáveis envolvidas, bem como as possibilidades e estratégias de resolução (TORTOLA, 2012, p. 25).

A promoção das discussões e problematizações dos alunos organizados em grupo, como evidenciam Barbosa (2007) e Tortola (2012), promove o ambiente de aprendizagem na Modelagem Matemática, sendo que as interações desenvolvidas entre os alunos e o professor, se formam em subsídios para a construção de modelos matemáticos. Essas ações serão capazes de problematizar a situação escolhida, além de interpretá-la e apresentar os

resultados. Cada discussão pode envolver conhecimentos diferentes que vão sendo construídos e acumulados ao longo desse processo.

Sob essa perspectiva, a Modelagem abrange um processo que une os acontecimentos reais e a Matemática, significando a realidade para a Matemática e vice-versa, e assim, estabelece relações com diversas linguagens, sendo o modelo responsável por essa conexão, gerando os resultados da atividade de Modelagem Matemática.

A construção do modelo, como enfatiza a autora, é fundamental para a resolução da situação-problema escolhida, o qual representará as etapas de explicação e configuração, até chegar aos resultados, mesmo que este tenha que ser refeito mais de uma vez para se chegar à etapa final.

Assim, a Modelagem é representada por um modelo que será responsável pela estruturação das etapas, Biembengut, Heim (2013, p. 12) apresentam a Modelagem a partir de “[...] um processo que envolve a obtenção de um modelo”. E para entender mais sobre o modelo matemático, discutiremos a seguir.

3.3 Modelos Matemáticos

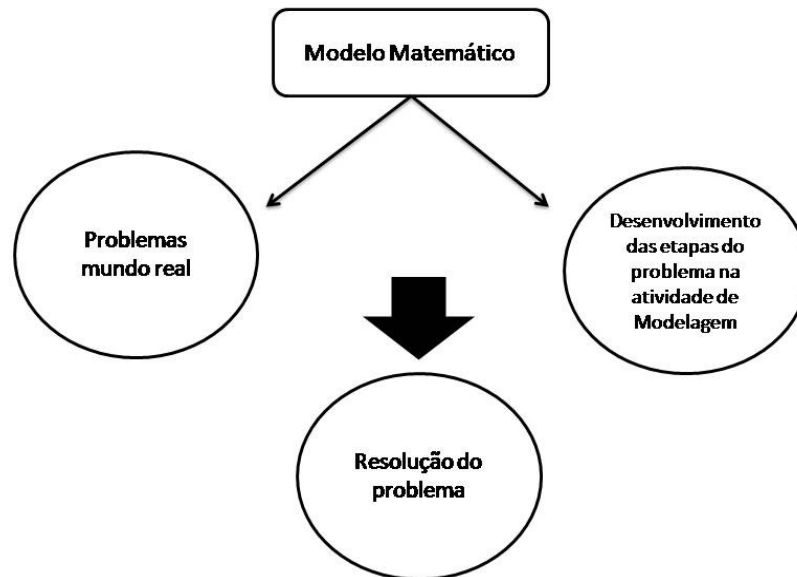
Os modelos são representações importantes utilizadas na Modelagem Matemática, para representar a realidade que será usada no problema escolhido. Eles ocupam um lugar significativo no desenvolvimento dessa prática, pois a partir deles, será realizada a escolha do problema, da realidade, a formulação de todas as etapas até chegar ao último passo, que são os resultados.

Um modelo pode ser entendido, segundo Biembengut e Hein (2013, p. 12), enquanto “Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. Bassanezi (2009, p. 19) apresenta que, “O modelo matemático é um sistema artificial que formaliza argumentos ou parâmetros de uma determinada porção da realidade”. E acrescenta ainda que, “[...] a importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidade” (Bassanezi, 2006, p. 20).

Por sua vez, Korb (2010) esclarece que, o modelo, mesmo sendo desenvolvido de formas diversas, visa à explicação e validação de uma situação-problema, partindo da realidade escolhida, mas tratando de um problema concreto. O modelo pode ser reformulado quantas vezes o aluno ou quem o desenvolve sentir necessidade, para chegar aos resultados finais.

Na figura abaixo, é possível observar as representações do modelo matemático e as características evidenciadas por Korb (2010). Um dos aspectos primordiais no desenvolvimento do modelo são os problemas da realidade.

Figura 10: Implicações do Modelo Matemático



Fonte: Autoria própria

O modelo permite o desenvolvimento de etapas detalhadas, que serão responsáveis pela resolução do problema, até se chegar aos resultados passíveis de validação. As etapas são construídas em meio a um contexto real, como enfatiza a figura 10, aguça o raciocínio do indivíduo ao desenvolvê-las.

A ação ativa que o modelo estabelece no processo de Modelagem influencia, tanto no desenvolvimento desse procedimento, quanto no ensino e aprendizagem. Para Bassanezi (2009, p. 25) “A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa”.

Em relação ao modelo matemático, Bean (2012), afirma que este representa uma construção simbólica, construído pela linguagem matemática, a qual auxiliará na interpretação da situação-problema.

Nessa consideração, um modelo matemático pode ser a exposição ou a explicação da realidade, contando com a visualização da realidade por parte do modelador, em que este

representará a situação-problema investigada. A situação escolhida passa por uma adequação que reflete os conhecimentos e a competência daquele que lida com a situação inicial.

Tortola (2012) contribui explicando que, o modelo envolve o estudo dos saberes matemáticos, os quais utilizam signos e representações da Matemática e por meio da linguagem natural e posteriormente da linguagem matemática é possível desenvolver um trabalho crítico e reflexivo.

O modelo matemático desvela de uma série de características, em sua produção, enfatizado pelo autor, tornando significativo e flexível o trabalho com diversos conteúdos, em que há a integração de reflexões críticas e diálogos que influenciam na resolução de uma situação-problema, sendo responsáveis pela aprendizagem concreta.

A funcionalidade e a representação que um modelo desenvolve, podem ser uma das características que torna a Modelagem Matemática uma prática pedagógica importante no ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. O trabalho com uma situação da realidade permite que o modelo seja visto de forma concreta e interpretado, a partir das experimentações, previsões e divisão das etapas.

O modelo estabelece uma relação entre o que se deseja produzir até a concretização do desenvolvimento do que foi escolhido. A representação que é realizada, a partir do modelo matemático, segundo a autora, remete a solucionar um problema real ou da natureza, a partir de símbolos ou relações matemáticas.

A interação que se estabelece na escolha do problema e na criação do modelo para a resolução deste, segundo Korb (2010), se divide em duas fases, sendo o reconhecimento da situação e a familiarização com o assunto a ser modelado. O estudo para conseguir construir o modelo pode ser realizado em livros, revistas, internet, problematizações, entre outros, levando o aluno a estar em contato com diversos tipos de conhecimento. E para Korb (2010, p. 29) “A interação é importante para que se tenha o domínio sobre a teoria da situação a ser modelada”.

O contato com a Modelagem Matemática permite refletir que os conteúdos matemáticos, que são trabalhados ao longo de uma atividade, sejam inseridos de acordo com a necessidade de resolver o problema proposto. Com isso, o aprendizado se torna mais real e concreto. O estudo dos saberes matemáticos na Modelagem, visa à construção de conhecimentos de forma significativa, como destaca a figura 11, em que a partir do modelo matemático é possível entender, destrinchar, explicar e solucionar a situação-problema.

Figura 11: Aspectos proporcionados no desenvolvimento do Modelo Matemático



Fonte: Autoria própria

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.40),

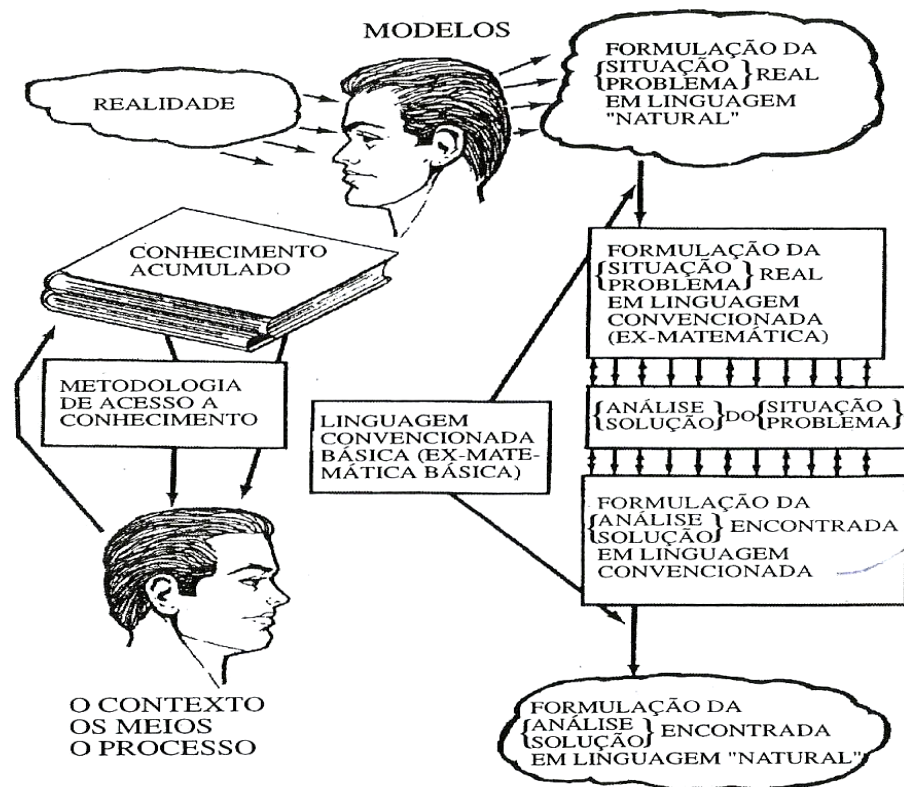
Quando trazemos problemas da realidade de fora da escola para a sala de aula, é possível que os conceitos desse currículo não surjam de forma linearmente bem comportada, mas de uma forma espiral em que, muitas vezes, temos de fazer o movimento de ir e de voltar, o que pode acontecer de termos de “misturar” os elementos que estão dentro das gavetas. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 40).

Os saberes matemáticos, empregados ao longo da resolução de uma situação-problema, surgem de acordo com as necessidades trabalhadas para aquela realidade, podendo ser vistos, na figura 11. Os modelos são utilizados desde a identificação do problema até o encontro das soluções. Nessas etapas, os conteúdos matemáticos vão sendo inseridos esclarecendo a situação escolhida.

O trabalho com o modelo torna possível uma melhor compreensão dos saberes matemáticos, que já são conhecidos pelos alunos, além de conseguir sanar dificuldades, devido às explicações e exemplificações no desenvolvimento das etapas. A Modelagem, a partir da construção do modelo, consegue unir Matemática e realidade, fazendo com que estes interajam em benefício ao entendimento dos conteúdos matemáticos.

Na Figura 12, D'Ambrosio (1997) esquematiza uma estratégia que considera adequada ao processo de capacitação do educando em uma análise geral da realidade na qual ele comanda a ação, o desenvolvimento e a interação. Essa figura representa a descrição de um modelo que se baseia no processo de Modelagem, podendo ser observada à separação das etapas do processo.

Figura 12: O contexto, os meios e o processo



Fonte: D'Ambrosio, 1997, p. 96

Nesse esquema, o modelo matemático apresentado por D'Ambrosio (1997), inicialmente, o aluno está em um contexto real, em que os problemas e situações fazem parte da realidade vivenciada. Partilhando da realidade, é escolhida uma situação-problema, que é formulada, a partir de uma linguagem natural, para depois de familiarizada, ser formulada em uma linguagem convencionalizada, pensando nos conteúdos matemáticos.

Na medida em que a situação-problema é formulada tem-se a análise, o estudo e as soluções. Essa fase, depois de concluída, é formada a partir de uma linguagem convencionalizada, entendida a partir dos saberes matemáticos, e, logo, sendo encontrada também em uma linguagem natural para facilitar a compreensão dos envolvidos na resolução do problema. Contudo, todas essas fases, descritas na figura 12, são amparadas pelo conhecimento acumulado que pode ser em materiais ou do próprio aluno. Esse conhecimento auxiliou na formação e resolução da situação-problema.

A figura 12 enfatiza a relevância da realidade, para o desenvolvimento de uma situação inicial, a qual será o início para a construção de um modelo. Partindo de situações

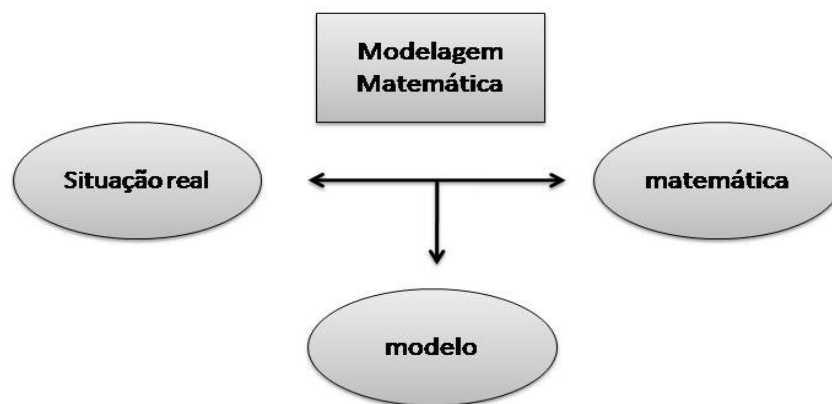
reais, principal característica da Modelagem Matemática, o modelo é formulado visando uma interpretação concreta com sentidos matemáticos.

O trabalho com os modelos matemáticos permite que o aluno entre em contato com muitos conteúdos matemáticos, em uma mesma situação, entendendo-os de forma real e conseguindo projetá-los em situações vivenciadas. O modelo, visto na figura 12, é capaz de instigar cada raciocínio do educando, voltado a situações reais.

Em termos gerais, o modelo é o resultado da atividade que o constrói, a Modelagem. Assim, o modelo matemático é capaz de descrever e simular a situação de Modelagem Matemática, permitindo sua reformulação até alcançar os objetivos almejados. Essa ação reflete uma gama de conhecimentos que enriquece o processo de Modelagem.

Essa alternativa metodológica, conta com a obtenção do modelo, para a resolução do problema. Quando se pensa no desenvolvimento de um modelo, intrinsecamente liga-se a interação entre a Matemática e a realidade. Na figura 13, temos um esquema do processo da Modelagem Matemática, em que a situação chega à criação do modelo.

Figura 13: Esquema do processo de Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut e Hein 2003, p. 13

Essa figura expressa a relação estabelecida, na Modelagem Matemática, entre a Matemática e a realidade, para a criação do modelo. Essa relação é responsável pela escolha da situação inicial e do problema em questão, cuja resolução será detalhada no modelo matemático.

Os modelos matemáticos foram apresentados e criados somente por Bassanezi (2009), os quais são classificados em: Modelo Objetivo, Modelo Teórico, Modelo Educacional, Modelo Linear ou Não linear, Modelo Estocástico e Modelo Determinístico.

O Modelo Objetivo é a representação de um objeto ou fato concreto (Bassanezi, 2009), em que há o predomínio da homogeneidade e a estabilidade das variáveis. A representação desse modelo pode ser pictórica, sendo representado por desenho, esquema compartimental, mapa, etc; conceitual, representada a partir de fórmulas matemáticas, ou simbólicas. Bassanezi (2009, p. 20) explica que “[...] a representação por estes modelos é sempre parcial deixando escapar variações individuais e pormenores do fenômeno ou objeto modelado”.

O Modelo Teórico é conhecido por ser vinculado a uma teoria geral existente, sendo construído a partir de um modelo objeto. Bassanezi (2009, p. 20) enfatiza que o Modelo Teórico “[...] deve conter as mesmas características que o sistema real, isto é, deve representar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações obtidas através das hipóteses (abstratas) ou de experimentos (reais)”.

O Modelo Educacional é apresentado a partir de um número menor de suposições e não representa a realidade de forma autêntica, mas é usado para ensinar. O método utilizado nesse modelo conta com a investigação de uma ou duas variáveis, sendo que a realidade não é utilizada na íntegra, para realizar as previsões. Contudo, segundo Bassanezi (2009, p. 20) “[...] a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada”.

O Modelo Linear ou Não linear é desenvolvido a partir de equações básicas que o representam, se atentando às fórmulas, que serão os principais objetivos para sua preparação. Esses modelos podem ser, de acordo com Bassanezi (2006, p. 20) “Estático: quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou Dinâmico: quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colmeia”.

O Modelo Estocástico é identificado por descrever processos biológicos, partindo do raciocínio dedutivo, ou seja, a dinâmica de um sistema em termos de probabilidades, sendo adequados nos estudos de fenômenos em populações pequenas.

E por fim, o Modelo Determinístico fundamenta-se também no raciocínio dedutivo, sendo adequado em situações em que se conheça o processo a ser modelado. Bassanezi (2009, p. 22) esclarece que estes modelos “[...] são baseados na suposição que se existem informações suficientes em um determinado instante ou num estágio de algum processo, então todo o futuro do sistema pode ser previsto precisamente”.

Pensando que a Modelagem Matemática parte de uma situação real, existe uma sequência de etapas, intituladas de atividades intelectuais, segundo Bassanezi (2009). As

etapas desenvolvidas no modelo apresentam explicações e detalhamentos de como é realizado o processo de Modelagem, procedendo à resolução de uma situação-problema escolhida. Biembengut e Hein (2003, p. 11) esclarecem que “O objetivo de um modelo pode ser explicativo, pedagógico, heurístico, diretivo, de previsão, dentre outros”. Cada objetivo varia, de acordo com a situação escolhida e os conhecimentos matemáticos que serão utilizados. Mas, todos os modelos trabalham com a realidade e o desenvolvimento de uma situação de forma concreta.

O procedimento de divisão das etapas na concretização do modelo, corresponde a uma sequência, que será seguida no processo de modelar de uma situação-problema escolhida, a partir da realidade. Bassanezi (2009) explica as cinco etapas, nos seguintes termos.

A primeira etapa é a experimentação, na qual há a obtenção dos dados referentes à situação escolhida para, em seguida, receberem um tratamento matemático. Nesse primeiro momento, a utilização das técnicas e métodos, a partir da observação e da experiência, tornam-se fundamentais para se avançar corretamente. Nessa etapa, se manifesta o caráter empirista intrínseco da Modelagem Matemática.

A segunda etapa é a abstração. Sua finalidade principal é a formulação dos modelos matemáticos para a situação-problema escolhida na primeira etapa. Nessa etapa, tem-se a seleção das variáveis, a problematização utilizando a linguagem que está trabalhando, e possíveis relações entre elas. Em seguida, há a construção de hipóteses, que são essenciais para dirigir a investigação proposta, tomando como referência as variáveis.

Bassanezi (2009, p. 29) esclarece que, “A montagem do modelo matemático, que se dá nessa fase do processo de modelagem, depende substancialmente do grau de complexidade das hipóteses e da quantidade de variáveis interrelacionadas”. A opção adequada por algum tipo de linguagem permitirá o desenvolvimento da situação escolhida, e sua elaboração a partir do modelo matemático. E por fim, nessa etapa acontece a simplificação e o isolamento do campo de estudo para que o problema seja tratado.

A terceira etapa do processo de modelar é a resolução. Bassanezi (2009, p. 29) enfatiza que se chega à obtenção do modelo matemático, “[...] quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente”. Nessa etapa, as hipóteses formuladas serão trazidas pelos métodos e conteúdos matemáticos, que representarão a resolução do modelo matemático. Dentro dessa resolução pode se chegar à pesquisa por outros conhecimentos, a fim de resolver a situação-problema escolhida, proporcionando o crescimento do conhecimento do aluno.

Na quarta etapa, denominada validação, os modelos são avaliados com o intuito de verificar se os mesmos respondem aos fenômenos observados na primeira etapa, e se as hipóteses utilizadas comparadas com as soluções e valores obtidos se revelaram adequadas. Bassanezi (2009, p. 30) esclarece que “[...] o grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação”. Assim, a interpretação dos resultados obtidos, pode ser realizada, a partir de técnicas matemáticas como: os gráficos, desenhos e representações, que facilitem avaliar as previsões.

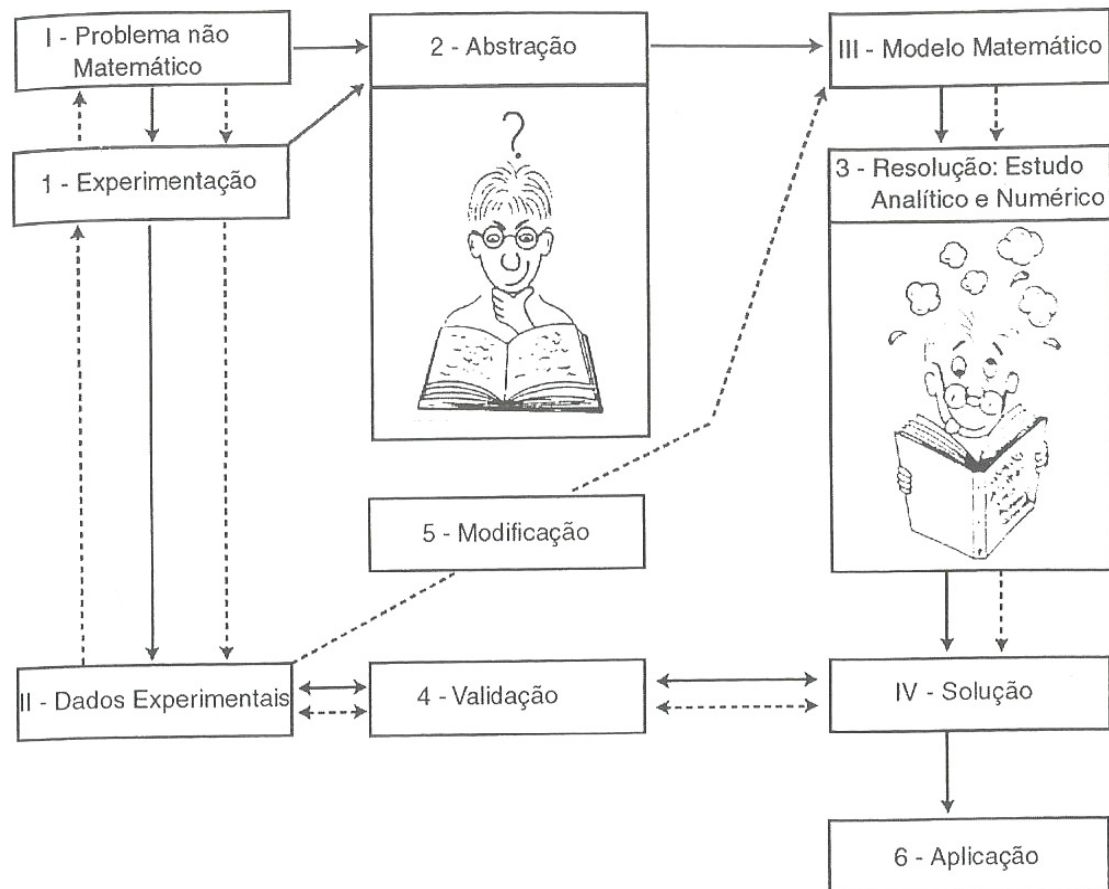
A quinta e última etapa é a modificação, em que acontece um retorno à situação inicial, com o objetivo de confrontá-la com os resultados obtidos por meio do desenvolvimento do modelo matemático. É preciso conscientizar que nenhum modelo deve ser considerado definitivo, sendo cabível o seu melhoramento ou outras formulações. Bassanezi (2009) destaca que, os fatos regem novas situações; qualquer teoria pode se modificar; as observações se acumulam a partir dos questionamentos dos novos problemas e a Matemática propicia ferramentas para traduzir a realidade.

Visto isso, a última etapa considera importante avaliar as possíveis modificações nos modelos construídos, a fim de melhorar a resolução das situações e crescer quanto à construção do conhecimento.

Na Figura 14, Bassanezi (2009) apresenta a divisão das cinco etapas explicadas, que formam a criação do modelo matemático. Nessa figura, o autor ressalta a obtenção do modelo resultante de uma sequência de etapas, explicadas acima, que irão representar a situação-problema na perspectiva da Modelagem Matemática.

A partir do modelo matemático, como podemos ver na figura 14, o problema poderá ser resolvido a partir dos objetivos estabelecidos, e interpretado na linguagem natural ou matemática, permitindo a reelaboração desse modelo, se necessário.

Figura 14: Esquema de uma Modelagem



Fonte: Bassanezi, 2009, p. 27

Nesse contexto, Bueno (2011) ressalta que,

O papel dos modelos matemáticos na sociedade é amplamente reconhecido devido as suas aplicações, que têm impactos diretos ou indiretos sobre o comportamento das pessoas. Os modelos matemáticos parecem servir de maneira satisfatória à tarefa de descrever e prever os fenômenos físicos, naturais e sociais, cabe ao modelador a tarefa de criá-los e abordá-los adequadamente conforme seus interesses e objetivos (BUENO, 2011, p. 26).

O modelo referencia os objetivos que o modelador destinou para uma determinada situação-problema, representando as etapas da forma satisfatória que apresentará os resultados, como afirma a autora. O papel que os modelos matemáticos ocupam na atividade de Modelagem Matemática é significativo para dar andamento e concluir uma situação.

Ao abordar os modelos matemáticos, segundo Barbosa (2009, p. 73) “As práticas pedagógicas podem fertilizar certas visões sobre a relação entre matemática e realidade”. Essa

relação no desenvolvimento do modelo requer reflexão, envolvendo o processo, os conhecimentos, as explicações e a validação dos resultados.

A construção do modelo baseia-se também na matematização, onde, segundo Almeida e Silva (2012), são apresentados novos elementos que se estendem à definição e ao julgamento de hipóteses. Para as autoras, a definição e o julgamento de hipóteses conduzem a construção do modelo, desse modo, esses dois elementos são significativos para a construção do modelo matemático. As caracterizações de problematizações auxiliam na tradução da situação-problema, passando da linguagem natural para a linguagem matemática.

Assim, a matematização consta como uma importante característica na construção dos modelos matemáticos, sendo ela responsável pela formulação de hipóteses e ideias, que influenciam no desenvolvimento da situação-problema. Ela prevalece e se acumula a cada situação-problema nas atividades de Modelagem Matemática.

O modelo é uma das principais ferramentas na construção de uma atividade de Modelagem Matemática, o qual é responsável pelas etapas significativas que compõem esse processo. Contando com a matematização, é possível construir as hipóteses e os resultados, a partir de uma linguagem matemática. Sua flexibilidade e possibilidade de (re) montar uma situação-problema, torna a realidade e o aprendizado concretos, características básicas dessa prática de ensino.

Diante da relevância da Modelagem Matemática e do significado que o modelo estabelece para o desenvolvimento do problema nas atividades de aprendizagem, o próximo assunto que será tratado é a importância desta para a sociedade e para o aprendizado do aluno. Serão enfatizadas as influências e as transformações educacionais que a Modelagem Matemática pode causar atualmente.

3.4 A Importância da Modelagem Matemática: no ensino e na sociedade

Desde que a Modelagem Matemática se estabeleceu no campo da Educação Matemática, esta desenvolve princípios e ações relevantes, que atuam em diversas áreas, mas em destaque, no ensino e na aprendizagem dos conteúdos das áreas do conhecimento. Essa metodologia de ensino, de acordo com os estudos realizados em Barbosa (2007), Bassanezi (2009), Biembengut (2013), Korb (2010), Meyer (2011), Vertuan (2013), entre outros, proporciona uma prática concreta que utiliza a realidade e o contexto social para solucionar problemas e trabalhar com diversos conteúdos.

Em relação às preocupações, quanto ao ensino dos saberes matemáticos, as pesquisas indicam que a Modelagem é uma ferramenta significativa para sanar muitas dificuldades e trazer a realidade para o ensino. Nessa questão, D' Ambrosio (2005), Miguel e Vilela (2008), Skvosmose (2010), entre outros, enfatizam a importância de selecionar práticas pedagógicas reflexivas e discursivas, para promover um ensino que envolva o aluno no processo de construção do conhecimento e o prepare para atuar na sociedade.

Segundo Alro e Skvosmose (2010, p. 18), pesquisas e práticas educacionais mostram que a educação matemática,

[...] preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político, para as quais a competência Matemática deve servir. Por essa razão, ela não visa somente identificar como os alunos, de forma mais eficiente, vêm a saber e a entender os conceitos, mas de que forma a aprendizagem de Matemática pode apoiar o desenvolvimento da cidadania e como o indivíduo pode ser habilitado através da Matemática (ALRO; SKVOSMOSE, 2010, p. 18).

Como enfatizam os autores, a Matemática precisa ser trabalhada de uma forma que auxilie e forme o educando para atuar, tanto na educação, como na sociedade. Nesse contexto, a Modelagem Matemática entra como uma prática que utiliza a realidade e o contexto social da pessoa que a desenvolve, trabalhando ações voltadas à formação social e educacional do aluno.

As pesquisas demonstram que a Modelagem Matemática não só promove, mas também contribui para uma aprendizagem significativa, em que o aluno desconhece o objeto, mas o reconhece a partir das ideias abstraídas, via internet, pelas informações coletadas por meio de pesquisa prática e/ou teórica. Essa atividade pode ser desenvolvida com especialistas e profissionais da área de pesquisa, ou com o professor dentro de um tema e situações-problema propostas.

Cifuentes e Negrelli (2007) destacam que a Modelagem Matemática é tratada diretamente com seus protagonistas estabelecendo uma relação entre professores, alunos, grupos, escola, recursos e discussões.

Na Modelagem Matemática, além da importância do desenvolvimento dessa prática, a ênfase nos indivíduos que participam desse processo, também é relevante. Sendo assim, o indivíduo edifica o modelo matemático e para resolvê-lo, busca informações e constrói conhecimentos.

Segundo Bassanezi (2006), trabalhar com Modelagem no ensino vai além da questão de ampliar o conhecimento matemático, sobretudo, influencia em estruturar a maneira de pensar e agir do aluno. Durante o processo de Modelagem, almeja-se que educandos e professor adquiram e desenvolvam o senso crítico, ou seja, uma forma de cidadania baseada no entendimento comum.

De acordo com Bassanezi (2006), o aspecto do aprendizado é significativo, pois valoriza diversas maneiras de resolver problemas, que é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos. O aprendizado é desenvolvido visando às situações reais e conseqüentemente o aluno estará sendo preparado para lidar e atuar na sociedade e na educação.

Ao explorar as aplicações matemáticas no cotidiano, a construção de modelos e o relacionamento entre a Matemática utilizada na Modelagem e o conteúdo programático, o docente proporciona ao aluno a oportunidade de trabalhar com conteúdos vivos, práticos, úteis, com bastante significado e que serão significativos no desenvolvimento do indivíduo (JACOBINI E WODEWOTZKI, 2006).

A presença da Modelagem Matemática, no ensino dos conteúdos matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental é significativa, por esta fase representar um momento importante, em que os alunos precisam de um suporte diferenciado e real para entrar em contato com os saberes matemáticos e compreendê-los em sua essência. A utilização dessa prática, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, promove uma aprendizagem e uma formação, fazendo com que o aluno consiga atuar, tanto na teoria, quanto na prática.

No âmbito educacional, existem objetivos, que abrangem a aprendizagem dos saberes matemáticos e a formação crítica. Bassanezi (2002, p.17) afirma que, "A Modelagem Matemática em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva o usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la". Assim, a Modelagem desempenha um papel relevante, no sentido de que trabalha a aprendizagem de forma real e crítica, intervindo no processo de formação e capacitação do aluno.

Biembengut e Hein (2003) propõem que atividades de Modelagem devem partir de temas do cotidiano dos alunos. Afirmam que ao se envolverem com um trabalho de Modelagem, em que o conteúdo está ligado à realidade, professores desempenham o exercício de ensinar, com características mais concretas, evidenciando a importância dessa prática de ensino.

A ênfase de que, uma atividade de Modelagem Matemática, deve partir de assuntos que façam parte do cotidiano dos alunos, é também defendida por outros estudiosos de educadores matemáticos (JACOBINI, 2004; BARBOSA, 2004; BURAK, 2006; MALHEIROS, 2004; HERMÍNIO, 2009).

A relevância dos assuntos de Modelagem Matemática tem sido defendida por diversos autores, que enfatizam a necessidade de docentes desenvolverem interferências em suas salas de aula, por meio da inserção da Modelagem nas propostas de ensino. Visto que, essa prática de ensino proporciona um trabalho que envolve muitos aprendizados em uma situação-problema.

A Modelagem Matemática consegue atingir os principais objetivos da Matemática em si, que é demonstrar sua presença cada vez mais frequente e indispensável na sociedade, tendo como consequência dessa afirmação a ideia de que nas atividades profissionais haja um conhecimento garantido da Matemática. E esse fato precisa estar sendo tratado significativamente com os alunos, com o intuito de demonstrar e direcionar o ensino para atuação na educação e na sociedade.

Miguel (2004) afirma que uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos acontece quando há espaço para diálogos, troca de opiniões e problematizações entre os envolvidos, onde a construção de conhecimentos esteja pautada na análise e reflexão de todo o processo.

Nesse contexto, citado pelo autor, encontra-se a Modelagem como uma prática relevante que traz para o ensino as problematizações, as reflexões, as críticas e o emaranhado de conteúdos, sendo estas características favoráveis a um ensino real e concreto. Tais aspectos podem ser vistos no ambiente de aprendizagem, que é promovido pela Modelagem Matemática, que é responsável pela indagação e pela investigação das situações de aprendizagens projetadas na análise e na resolução de problemas da realidade.

Esse método de ensino permite a construção de um espaço de aprendizagem diferenciado e, com isso, proporciona ao aluno experiências concretas. Ela traz para o ensino características antagônicas das que são trabalhadas no ensino Tradicional, preocupando-se com o entendimento dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos e ao desenvolvimento destes na sociedade.

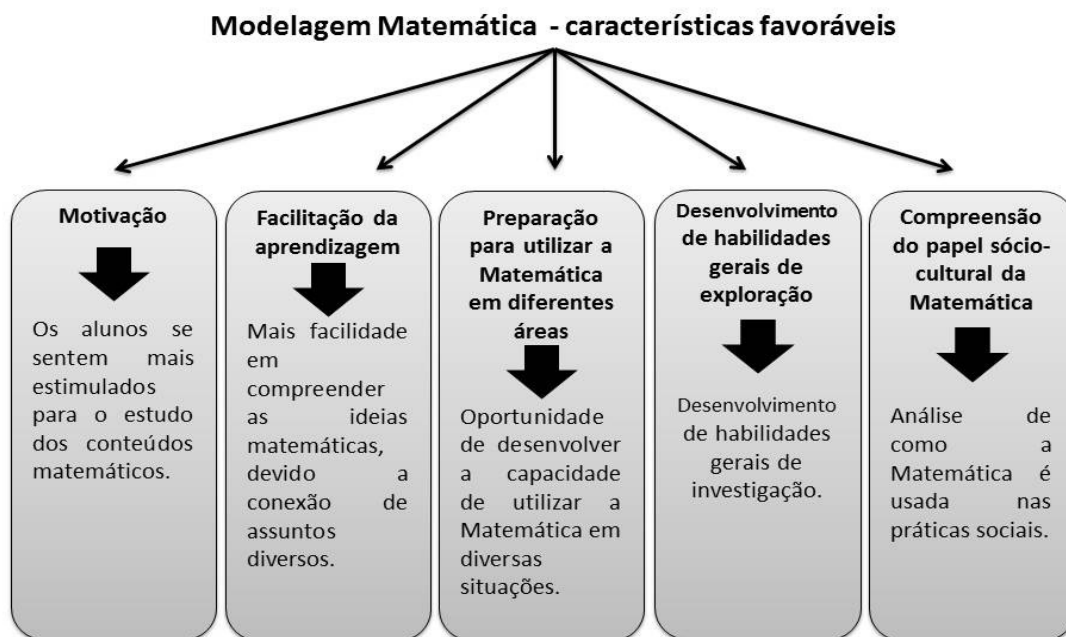
A diferença entre o ensino Tradicional e o ensino a partir da Modelagem Matemática está na forma de trabalho, em que cada uma prioriza aspectos com sentidos opostos. A Modelagem, contando com o modelo e as etapas, oferece atividades reflexivas e reais que

estimulam o aluno a pensar no seu cotidiano e na sociedade, fazendo com que ele desenvolva a formação para atuar na vida profissional e nos contextos sociais.

A Modelagem Matemática, segundo Barbosa (2003), apresenta em seu contexto características favoráveis à sua inclusão, sendo: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática. Essas características abordam a dimensão que as atividades de Modelagem priorizam em atingir no ensino e na formação do aluno.

Na figura 15, é apresentado um esquema das características e suas contribuições para a inclusão da Modelagem Matemática no ensino. As cinco principais especialidades podem influenciar diretamente na aprendizagem e formação do educando.

Figura 15: Modelagem Matemática - características favoráveis



Fonte: Adaptado Barbosa, 2003, p. 3

Segundo Barbosa (2003), as características descritas na figura 15 são relevantes por representarem razões para se incluir a Modelagem Matemática no ensino dos conteúdos Matemáticos. Esses argumentos precisam estar sendo ativamente desenvolvidos, para gerar uma aprendizagem baseada na crítica, na reflexão e na construção de conhecimentos, com o intuito de formar o aluno para atuar na educação e no ensino. Barbosa (2003, p. 4) deixa bem claro que esses argumentos precisam estar interligados e “[...] tomar as atividades de

Modelagem como uma forma de desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações matemáticas”.

Essas características, vistas na figura 15, reafirmam a importância que a Modelagem Matemática vem representando para o ensino, potencializando a sua evolução e significação na formação do aluno. Esse método criou um espaço que se utiliza de atividades diferenciadas e com intuítos inovadores.

Nesse contexto, a Modelagem, diante do seu histórico e evolução desde os anos de 70, tem a capacidade de estimular a intervenção dos indivíduos no ensino, nas problematizações, nas discussões e nas tomadas de decisões sociais, estando estes, envolvidos na aprendizagem crítica dos conteúdos matemáticos. A Modelagem, por sua vez, pode alcançar uma aprendizagem e uma formação centrada na realidade, induzindo ao crescimento educacional e social.

Visto a relevância da Modelagem Matemática, na próxima seção, será discutido o ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental na perspectiva dessa prática de ensino, intuindo a resolução de muitos problemas e dificuldades de aprendizagem, constatados nos estudos realizados, a partir da Modelagem Matemática. Nessa seção, serão construídas contribuições e possibilidades que a Modelagem pode oferecer para a situação atual do ensino, enfatizando a teoria e a prática de atividades relevantes.

4 A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Na quarta seção, apresenta-se uma análise do ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a partir da Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica. São enfatizadas as contribuições e possibilidades de utilizar essa prática para um ensino diferenciado e uma aprendizagem contextualizada. Com isso, apresenta exemplos práticos mediante o desenvolvimento da teoria da Modelagem Matemática.

4.1 O ensino da Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental numa perspectiva da Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é um método de ensino significativo, como foi identificado na seção anterior, a qual propicia reunir teoria e prática para desenvolver os saberes matemáticos, baseando-se na realidade e na resolução de situações-problema. As características e composições dessa alternativa metodológica consegue atender as especificações de pesquisadores (ALRO e SKOVSMOSE, 2010; D' AMBRÓSIO, 2005; MIGUEL e VILELA, 2008) e dos PCN (1997), com isso é considerada uma prática contextualizada para se destrinchar os conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Almeida e Dias (2004) justificam a relevância de se utilizar a Modelagem Matemática no ensino dos saberes matemáticos por esta proporcionar aos alunos o contato da realidade com os conteúdos estudados e com isso construir um aprendizado baseado na criticidade e reflexão frente aos assuntos trabalhados.

As constantes dificuldades de aprendizagem e os baixos índices apresentados pelos alunos que cursam os primeiros anos do Ensino Fundamental caracterizam nossos sistemas escolares. Contudo, a inserção da Modelagem Matemática pode ser capaz de iniciar o desvelamento desses problemas, trazendo para essa modalidade de ensino a explicação seguida da prática, as problematizações seguidas de exemplos reais e as dúvidas dos educandos seguidas de contextualização matemática até serem sanadas.

Segundo Negrelli (2008), a partir da Modelagem Matemática pode-se aprender Matemática, aprender a raciocinar matematicamente, a identificar embasamentos filosóficos e epistemológicos de determinadas abordagens, além de conhecer a fecundidade e as limitações dos próprios conceitos e métodos matemáticos.

O método de Modelagem, no ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, favorece o que tem sido proposto para essa modalidade de ensino no que se refere à relação com situações reais para que os alunos percebam a presença da Matemática na sociedade.

Nesse contexto, Skovsmose (2007) revela que a Modelagem surge, não apenas como um método para a melhoria do ensino e aprendizagem, mas também como parte de uma possibilidade para contribuir na formação de cidadãos que possam intervir na sociedade, que a cada dia se apresenta mais dominada pela Matemática através do crescente desenvolvimento técnico e científico.

Essa alternativa de ensino traz para o trabalho com a Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, uma ligação entre a importância dos conteúdos matemáticos, das situações reais e o do contexto vivenciado pelo aluno. Essas características têm a capacidade de se unirem transformando o ensino dos saberes matemáticos em explicações e aprendizagens contextualizadas.

Doerr (2007) reflete algumas demandas pedagógicas para o professor na efetivação do método de Modelagem, o qual sustenta que o professor desenvolve conhecimento pedagógico próprio. Dentre os conhecimentos pedagógicos estão: como o docente deve lidar com a diversidade de respostas dos alunos, como interligá-las com as ideias matemáticas e como estimular os educandos a explorar uma variedade de possibilidades diante do problema.

Com isso, a Modelagem Matemática se apresenta aos primeiros anos do Ensino Fundamental como uma alternativa metodológica que trabalha uma diversidade de conteúdos e permite aos educandos um contato real com os saberes, além de produzir uma participação efetiva no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

A Modelagem Matemática tem sido apresentada nos últimos anos como uma importante proposta de inovação para a Matemática escolar (ALMEIDA; DIAS, 2004; BARBOSA, 2007; BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT, 2013). Em geral, estes estudos refletem a necessidade de abordar situações cotidianas ou de outras ciências por meio da Matemática, eliminando do ensino a superficialidade e a mecanização. Diante desses estudos, o destaque na construção por um ensino e aprendizagem natural, contextualizado e ativo dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, tem sido cada vez mais almejado.

A ligação dos conteúdos matemáticos com outras áreas do conhecimento é identificada por vários autores, constatando que nos primeiros anos do Ensino Fundamental

tem-se o início dessa compreensão e daí a importância de se utilizar um método de ensino que trate essas contribuições, como a Modelagem Matemática.

Levantar a possibilidade dos educandos reinventarem os resultados matemáticos, a partir do método de Modelagem, combinarem aspectos lúdicos com o potencial de aplicações da Matemática (BASSANEZI, 2002), favorecer o aprendizado e a aplicação de conteúdos matemáticos, estimular o desenvolvimento nos estudantes da habilidade de construir modelos matemáticos (ALMEIDA; DIAS, 2004; BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT, 1999), são aspectos que evidenciam o trabalho contextualizado e significativo que a Modelagem Matemática pode propiciar aos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Todos os esses aspectos, gerados pela Modelagem, trazem para o trabalho com os saberes matemáticos nessa fase da Educação Básica, de acordo com Barbosa (2003), propósitos que motivam os alunos, trazendo a facilitação da aprendizagem, a preparação para utilização da Matemática em diferentes áreas, o desenvolvimento de habilidades gerais de exploração dos conteúdos, a compreensão do papel sociocultural da Matemática e o pensar criticamente o papel dos modelos e da Modelagem na sociedade.

As contribuições que a Modelagem Matemática traz para o processo de ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental se estendem na possibilidade de mudar o contexto dos nossos sistemas de ensino, proporcionar ao aluno uma autonomia e capacidade de utilizar a Matemática em qualquer situação e em diferentes áreas do conhecimento. Essa base, construída desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, permite ao aluno eliminar as dificuldades e avançar as etapas do ensino de maneira significativa.

D'Ambrósio (1986) afirma que a Modelagem estimula a capacidade que o educando tem de avaliar uma situação geral da realidade que está inserido e, a partir dos conhecimentos que estão à sua disposição, obter os instrumentos necessários para compreender e, se possível, agir sobre essa situação.

Diante disso, Almeida; Dias (2004); Barbosa (2003) e Jacobini; Wodewotzki (2006) revelam que a Modelagem Matemática também possibilita que o aluno aprenda sobre os possíveis papéis da Matemática na sociedade, quando este se familiariza com a análise de situações reais apoiadas matematicamente e percebe que argumentos matemáticos são utilizados, por exemplo, para dar sustentação em muitos assuntos.

Assim, os vários aspectos trabalhados pela Modelagem, no ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, podem criar um rumo diferente na aprendizagem dos alunos, além de ser possível produzir resultados positivos em relação ao crescimento educacional e social dos educandos.

Barbosa (2001) enfatiza um processo de ensino que busque,

[...] abranger o conhecimento de Matemática, de Modelagem e o reflexivo. É considerado como um meio de indagar e questionar situações reais por meio de métodos matemáticos, evidenciando o caráter cultural e social da Matemática. Este é visto como “meio” em vez de “fim”. A ênfase está na compreensão do significado da Matemática no contexto geral da sociedade (BARBOSA, 2001, p. 29-30).

A presença da Modelagem Matemática no processo de ensino, como afirma o autor, propõe-se a desenvolver o conhecimento de Matemática reflexivo que, conseqüentemente aguça a criticidade e o olhar do aluno, frente à resolução de situações-problema reais e a ligação dos saberes matemáticos a outras áreas.

E para Korb (2010), a Modelagem Matemática permite o planejamento de situações que visam às discussões e problematizações de diversos assuntos, levando o aluno a aprimorar suas ideias, em um espaço de cooperação, trocas de experiências e crescimento de habilidades de convivência em grupo.

Esse método de ensino é uma alternativa metodológica que dispõe de uma estrutura de procedimentos, os quais oportunizam um conjunto de elementos necessários à aprendizagem (KORB, 2010). Com isso, os apoios oferecidos por este método percorrem um caminho que busca, além de uma aprendizagem significativa, uma formação multidimensional.

Contando que a Matemática trabalhada nos primeiros anos do Ensino Fundamental traz conteúdos que serão a base para avançar as próximas etapas dessa área do conhecimento, a busca pelo significado do que se aprende e do que se ensina se torna características capazes de ser alcançadas pela Modelagem Matemática, em que esta se classifica como uma prática atraente para os alunos e professores.

A Modelagem, enquanto uma prática atraente e significativa para o ensino, exige que a pessoa envolvida no processo tenha conhecimento prévio de Matemática para conduzir e resolver a situação-problema proposta, explica Korb (2010). No decorrer do processo de Modelagem Matemática têm-se investigações, reflexões, compreensões e a construção de novos conhecimentos.

Para ambas as partes, professores e alunos, a Modelagem desempenha papéis que envolvem o indivíduo em situações que despertem, além da curiosidade, a vontade de resolvê-las, entrando, assim, em contato com os conteúdos matemáticos de uma maneira prazerosa.

Contudo, o desenvolvimento da Modelagem no ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental necessita do envolvimento dos alunos, do planejamento do professor, o qual deve estar à frente de todas as etapas, inserindo no processo: sugestões e problematizações, além de desempenhar o papel de mediador.

Ao discutir o interesse e o envolvimento dos alunos na aprendizagem da Matemática, Burak (2004) aponta a Modelagem como sendo um recurso metodológico, também para os primeiros anos do Ensino Fundamental, que satisfaz o interesse dos alunos e, com isso, promove uma aprendizagem satisfatória e significativa que pode trabalhar os interesses dos alunos em situações reais.

Com a utilização da Modelagem Matemática na Educação almeja-se alcançar alguns objetivos e suprir algumas necessidades no ensino de Matemática, “Há um consenso no que diz respeito ao ensino de Matemática precisar voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo” (BIEMBENGUT e HEIN, 2002, p. 18).

O professor e os alunos, ao utilizarem a Modelagem Matemática, investem nas situações investigativas, em que são elencadas hipóteses, discussões e ideias sobre o assunto escolhido. Esse processo de montar um modelo matemático a partir da situação real a ser desenvolvida gera, em cada etapa trabalhada, a construção de conhecimentos, além do desenvolvimento de habilidades e competências.

Frente a contribuições de diversos autores e pesquisas, entendemos que a Modelagem para o trabalho dos saberes Matemáticos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, busca propiciar um ensino no qual os alunos possam realizar análises e interpretar questões do seu próprio cotidiano levando em consideração problematizações criadas por eles a respeito de um tema de seu interesse. Logo, a realidade é o ponto inicial tratado por esse método que, a partir disso, interliga aspectos importantes como, conteúdos matemáticos, discussões, problematizações, resolução de situações e descobertas. Todas essas propriedades trabalham em conjunto para gerar os resultados de um processo de ensino contextualizado.

A utilização da Modelagem Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, de acordo com Bienbengut e Hein (2013); Burak (2004); Korb (2010); Tortola (2012), pode proporcionar um contexto educacional diferente do que se vive atualmente, assim como contribuições significativas para o processo de ensino. A construção de conhecimentos matemáticos é formada baseando-se em problematizações, investigações e resolução de problemas do cotidiano dos próprios alunos, com isso a contextualização dos saberes matemáticos se faz uma característica constante no processo de ensino e aprendizagem.

4.2 Possibilidades de desenvolvimento da Modelagem Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental

A Modelagem Matemática apresenta diversas possibilidades de ser desenvolvida, em que cada etapa teórica pode ser representada por uma construção prática, a fim de ligar teoria e prática, como é indicado pela própria alternativa e pesquisadores dessa temática. Essa prática de ensino possui implicações que podem ser vistas em diferentes situações-problema. Contudo, em todas elas há a presença da realidade.

Um dos principais objetivos da Modelagem Matemática é matematizar uma situação dada. Porém, essa prática não se limita somente em traduzir a situação-problema para a linguagem matemática. A utilização dessa metodologia de ensino deve vir acompanhada de possibilidades de explicações, alternativas de resolução e entendimento do que foi proposto.

Nesse sentido, a partir das figuras e construções teóricas expostas na seção 3 “A Modelagem Matemática como alternativa metodológica nos primeiros anos do Ensino Fundamental”, apresenta-se o desenvolvimento prático e contextualizado de cada uma dessas teorias.

4.2.1 O Trabalho Com a Argila

As aplicações teóricas da Modelagem Matemática permitem esclarecer o seu desenvolvimento, além de explicitar as contribuições para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

A figura 2: Pontos principais da Modelagem Matemática, (p.50), apresenta teoricamente os envolvimento, implicações e emaranhado de conteúdos dessa prática de ensino até chegar-se à construção do Modelo. Nessa figura temos os princípios básicos que a Modelagem Matemática precisa alcançar para iniciar a sua aplicação.

Para essa teoria apresentamos o trabalho com a argila exposto por Biembengut e Hein (2013). Segundo os autores a imagem de um escultor trabalhando com argila e construindo um objeto, dá ideia de Modelagem. Os autores analisam que esse objeto é um modelo e que o escultor com seus materiais (argila, técnica, intuição e criatividade), tem a possibilidade de construir um modelo, o qual representa algo real. A criação desse modelo é o entendimento do processo real, constando passo a passo de sua construção, até a finalização. Biembengut e Hein (2013) classificam que o objetivo de um modelo pode ser explicativo, pedagógico, heurístico, diretivo, de previsão, entre outros.

Assim, o escultor provido de seus materiais, de ideias, de indagações de como será realizado tal atividade, chega à resolução de sua tarefa real, a partir da construção do modelo e o vencimento das etapas desse trabalho. Com suas ferramentas iniciais, o escultor pode lançar hipóteses e imaginar como será a construção desse objeto, podendo reformulá-lo até chegar à sua construção final, de acordo com o que deseja.

Nessa situação, as implicações matemáticas são a seleção de suas ferramentas, dos materiais e a definição de qual objeto será produzido. Os envolvimento e o emaranhado de conteúdos diversos são as hipóteses, o planejamento, o uso de diversas habilidades para a construção do objeto. A concretização final do objeto, as possíveis reformulações e o vencimento de todas as etapas até à sua construção representa o modelo matemático.

A partir dessas propriedades tem-se um exemplo prático para a teoria exposta na figura 2, a qual destaca as significativas contribuições dessa atividade e das implicações de Bimbengut e Hein (2013).

4.2.2 Circuito Matemático - assim funciona um restaurante natural

Os diversos temas que rodeiam os trabalhos em uma sala de aula possibilitam a adaptação de atividades que abordam os saberes matemáticos e que podem ser desenvolvidos, a partir do método de Modelagem Matemática.

Nesse sentido, em relação à figura 3: Ambiente de aprendizagem na Modelagem Matemática, (p.51), são vistas as condições emergentes que caracterizam o ambiente de aprendizagem construído por esse método de ensino. Dentre as características que são propostas pela Modelagem destacam-se problematizações, investigações, participação intensa do aluno e situações-problema da realidade.

Para essa explicação teórica tem-se uma atividade prática, criada por Luna (2007), em que apresenta uma proposta pedagógica envolvendo situações-problema do mundo real sobre um circuito matemático.

Sobre essa atividade, Luna (2007) explica que,

O Circuito Matemático ocorreu através de um ambiente de Modelagem, em que os alunos foram convidados a investigar o que é necessário para que seja possível montar estabelecimentos comerciais, como: restaurante; loja de conveniência e de brindes (agenda, calendário, régua); banco; entre outros; vinculados a estudos que as crianças desenvolvem na área de Ciências, por exemplo, na 2ª série, as crianças ao terem estudado o projeto “Cuide-se bem” na 1ª série e outro sobre o sistema digestório na segunda, montam um restaurante natural. Estes espaços comerciais funcionam simultaneamente

pelo menos uma vez no ano envolvendo um circuito em que os alunos interagem com o sistema monetário, realizam transações comerciais e produzem escritas abordando diferentes conhecimentos matemáticos (LUNA, 2007, p. 2).

Assim, a partir desse circuito foi selecionado para o trabalho com os alunos o tema “Assim funciona um restaurante natural...”, os alunos foram convidados a discutirem sobre o que é necessário saber para ativar um restaurante natural. A autora afirma que a presença da investigação, nessa atividade, foi fundamentada nos estudos de pesquisadores sobre a Modelagem Matemática, dentre eles D’ Ambrósio (2002), Bassanezi (2002), Barbosa (2001, 2006), Borba (1999), Biembengut (2003), Galbraith e Stilman (2006) e Julie (2003).

A atividade definiu-se em investigar e analisar o cardápio semanal da escola, a partir de encontros com nutricionistas, em que foram avaliados rótulos dos alimentos consumidos em relação ao valor nutritivo de cada alimento. Na realização dessa primeira investigação, os alunos já fizeram muitas descobertas, dentre elas, que o alimento mais gostoso nem sempre é o mais nutritivo, como deve ser o cuidado com os alimentos, a organização de um restaurante natural e os preços dos alimentos para esse tipo de cardápio. Com isso, começaram as mudanças e problematizações.

Nas investigações foram incluídas visitas em restaurantes naturais, a análise da comida que era servida, a organização do local, os preços e a preparação das comidas. As problematizações foram surgindo e os alunos fizeram enquetes, pesquisas e reflexões até chegarem a respostas para a construção do modelo. Assim, os educandos trabalharam com fração, peso, medidas, comparações, números e operações.

Essa análise, realizada pelos alunos, tem um valor significativo por trabalhar com os valores dos alimentos, as quantidades certas para as refeições, os custos para a organização de um restaurante, além de tratar de aspectos relacionados à saúde.

Essa atividade possibilitou aos alunos realizar investigações, elencar e resolver problematizações, resolver uma situação-problema real, além de chegarem ao resultado final, entendendo o funcionamento e os custos para um restaurante natural. Além disso, com essa atividade o aluno desenvolve a habilidade de comparação dos pesos, a construção e desenvolvimento de frações, a análise de qual operação utilizar para facilitar a resolução da situação, além de diversos conhecimentos ligados a outras áreas do conhecimento.

Diante disso, esse exemplo prático enfatizou a teoria discutida na figura 3, refletindo as características que a Modelagem Matemática traz para o ambiente de aprendizagem, além

de concretizar a possibilidade do aluno como um indivíduo ativo, responsável pela resolução de um problema e pela construção de conhecimentos.

4.2.3 *Tamanho de Anéis*

O desenvolvimento da Modelagem Matemática, enquanto método de ensino, propaga aspectos que enriquecem e contextualizam a construção de conhecimentos matemáticos. A participação do aluno, como um agente ativo do processo de ensino e aprendizagem, elucida a integração da linguagem natural e matemática, além de trazer os contextos reais para a sala de aula.

Na figura 4: Três momentos da Modelagem Matemática, (p.53), são expostos os três momentos presentes na prática de Modelagem Matemática, os quais foram propostos por Cifuentes e Negrelli (2012). Esses momentos descrevem as propriedades iniciais para o desenvolvimento desse método, em que constam as ações relevantes nesse processo. A participação do aluno e do professor deve estar unida pelo interesse de resolver uma situação-problema e, ao longo desta, construir conhecimentos e inovar experiências.

O primeiro momento caracteriza-se com o contato e identificação das possíveis situações-problema, por parte dos educandos e docentes. Nesse período, pode ser elencada uma série de temas que façam parte da realidade e que sejam de interesse de ambas as partes. Contudo, o professor pode sugerir aos alunos uma temática que faça parte de sua realidade e trabalhe os conteúdos correspondentes à modalidade de ensino.

A escolha da situação-problema, de acordo com as ideias dos envolvidos é tratada no segundo momento. Nessa parte, além de escolher o problema a ser solucionado é realizada a investigação do tema, e com isso surgem discussões, problematizações, hipóteses, reflexão de conteúdos a serem utilizados e familiarização com a situação-problema.

E no terceiro momento, o professor, juntamente com os alunos, conduzirá a atividade de Modelagem Matemática, de forma que todos interajam para o desenvolvimento e resolução do problema. O intuito é contextualizar a atividade baseando nos conteúdos matemáticos, linguagem matemática e linguagem natural.



Para essa teoria apresenta-se um exemplo prático estudado e desenvolvido por Tortola (2012), para o trabalho com a Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A atividade é sobre o “Tamanho de Anéis”, em que envolveu investigações, problematizações e discussões entre alunos-alunos-professor. Esse é um assunto que faz parte da realidade dos envolvidos e todos sabem discutir ou falar algo. Para iniciar, o professor sugere o estudo

desse tema para os educandos, enfatizando que farão muitas descobertas estudando o tamanho dos anéis. Com o diálogo e as explicações de possibilidades desse trabalho é despertada a curiosidade dos envolvidos. Diante disso, esse descreve o primeiro momento, segundo Cifuentes e Negrelli (2012).

Após a aceitação de todos e opção em desenvolver essa situação-problema, faz-se uma série de questionamentos, como por exemplo: “Quem aqui usa ou já usou um anel?”, “Todos já viram alguém usando um anel?” e “Todos os anéis possuem o mesmo tamanho?”. Com isso, começam-se as reflexões, investigações e manifestações, a fim de responder todos esses questionamentos. Nessa parte há o início do segundo momento, de acordo com Cifuentes e Negrelli (2012).

Com a discussão inicial, passa-se para a parte de familiarização, em que os alunos compartilharam de informações sobre a temática para poderem participar ativamente dessa atividade. O professor pode criar essa etapa de maneira criativa, que envolva seu público e que seja de fácil entendimento. Nessa atividade o pesquisador propôs uma folha de informações a respeito do tema “Tamanho de Anéis”, a qual foi planejada em forma de quadro com os moldes para os tamanhos dos anéis, como pode ser observado na figura 16.

Figura 16: Folha reduzida com informações a respeito do tema “Tamanho de Anéis”

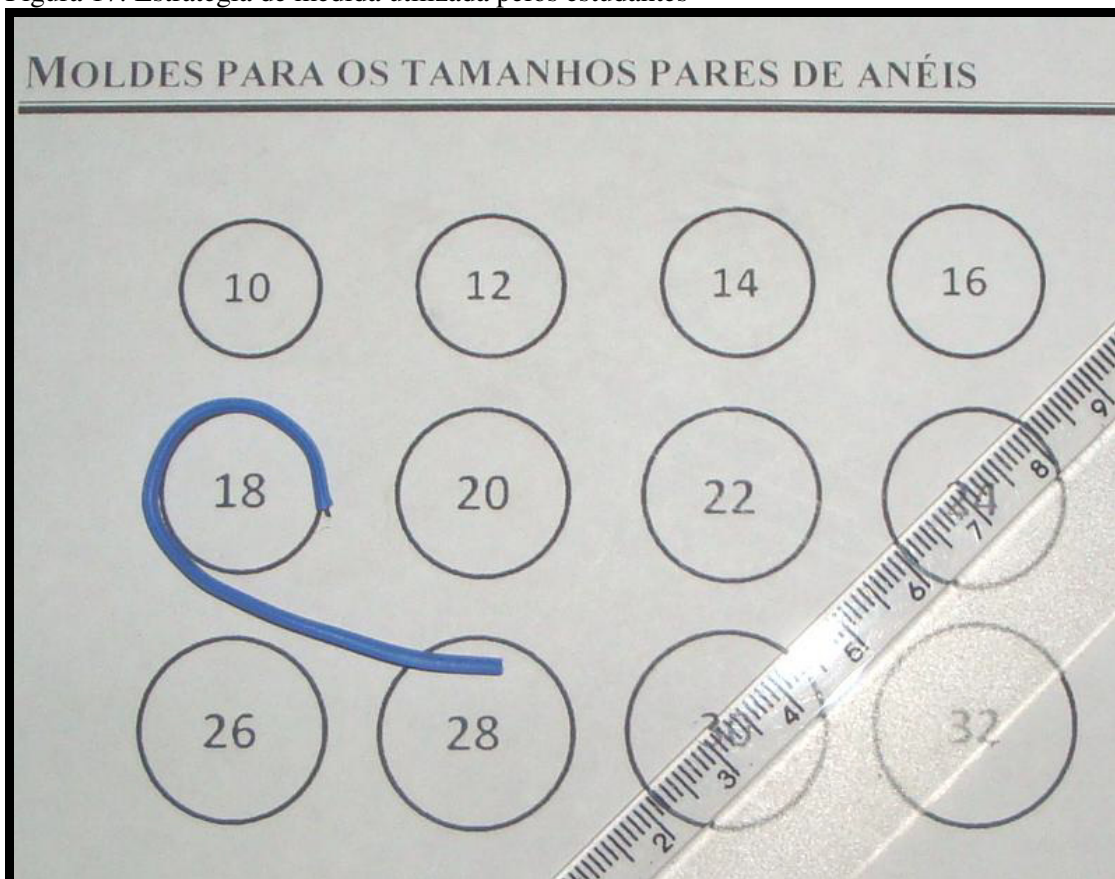
<p>Estudantes: _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <h2 style="margin: 0;">Você já usou ou viu alguém usar um anel?</h2> </div> <p style="margin-top: 20px;">É comum observarmos no dia a dia o uso de vários acessórios, como brincos, anéis, pulseiras, colares, entre outros. Existem anéis de diferentes tamanhos, femininos ou masculinos.</p> <p>Mas como saber qual é o tamanho de anel adequado para o seu dedo?</p> <p>Existem moldes que permitem determinar o tamanho do seu anel. No Brasil a numeração dos anéis varia de 1 a 35, podendo também ser feitos sob medida. A diferença de um número de anel para outro é muito pequena, por isso muitos profissionais optam por trabalhar apenas com a numeração par ou com a ímpar.</p>	<h3 style="margin: 0; border-bottom: 1px solid black; padding-bottom: 5px;">MOLDES PARA OS TAMANHOS PARES DE ANÉIS</h3> <table style="margin: 20px auto; text-align: center; border-collapse: separate; border-spacing: 10px;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">10</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">12</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">14</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">16</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">18</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">20</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">22</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">24</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">26</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">28</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">30</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; line-height: 40px;">32</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div> <h3 style="margin: 0; border-bottom: 1px solid black; padding-bottom: 5px;">VAMOS ESTUDAR?</h3> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;"><i>Como se determina o tamanho de um anel?</i></p> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;"><i>Qual é o número do anel adequado para o seu dedo?</i></p>	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
10	12	14	16										
18	20	22	24										
26	28	30	32										

Essa folha de informações possibilitou aos alunos um maior conhecimento sobre o assunto trabalhado, o levantamento de problematizações, além de propiciar análises e reflexões sobre os tamanhos dos anéis para cada pessoa. A partir desse momento, os educandos começam a comparar entre si, o tamanho dos dedos e qual anel daria certo para cada um, refletindo se teria alguém com o mesmo tamanho de anel ou se todos eram diferentes.

Depois de tomar conhecimento do problema, os envolvidos apresentam outras problematizações, hipóteses, reflexões e discussões, para se chegar a um consenso de como seria resolvido o problema.

Em seguida, parte-se para o terceiro momento, segundo Cifuentes e Negrelli (2012), em que há a condução até a resolução da atividade de Modelagem Matemática. Nesse momento, após as discussões, contextualização do problema e das questões a serem resolvidas, “Como se determina o tamanho de um anel?”; “Qual é o número do anel adequado para o seu dedo?”, o docente apresenta um fecho de arame revestido com plástico e os alunos têm a ideia de medir e confeccionar os moldes de cada tamanho de anel, como indica a figura 17.

Figura 17: Estratégia de medida utilizada pelos estudantes



A construção dos moldes permitiu aos alunos um conhecimento concreto sobre as possibilidades dos tamanhos existentes, o entendimento de que esses tamanhos são medidos a partir de números pares, que cada pessoa possui um tamanho, mas que pode coincidir de duas pessoas comportarem o mesmo número de anel.

A partir dessa etapa, foram surgindo outras questões e o docente pode problematizar e explicar cada uma delas, sanando dúvidas e exercendo o papel de mediador para que os alunos construíssem conhecimentos. Os moldes dos tamanhos dos anéis representam o modelo matemático que norteará a resolução da situação-problema.

A partir do modelo foi possível descobrir o tamanho do anel de cada aluno, refletir quais possuíam o mesmo tamanho, qual era menor e qual era maior. Assim, os educandos desenvolvem a habilidade sobre o conhecimento e manuseio do sistema de medidas, de moldes, de tamanhos, de comparações e organizações. Essa atividade é significativa por trabalhar simultaneamente o sistema de medidas e as diversas comparações que podem ser realizadas, possibilitando ao aluno uma contextualização concreta das medidas que podem ser utilizadas.

A atividade “O tamanho de anéis”, desenvolvida a partir do método de Modelagem Matemática, permitiu o envolvimento de diversas disciplinas e conteúdos, os alunos aprenderem efetivamente sobre medidas, circunferência, formas, moldes, comparação e manuseio de materiais que não conheciam. Assim, concretizaram-se os três momentos descritos na teoria da figura 4, propostos por Cifuentes e Negrelli (2012).

4.2.4 Espaço dos Estudantes na sala de aula

O Modelo é um dos principais aspectos resultantes do desenvolvimento da Modelagem Matemática, descrevendo e fundamentando as atitudes e ações primordiais para resolução das situações-problema.

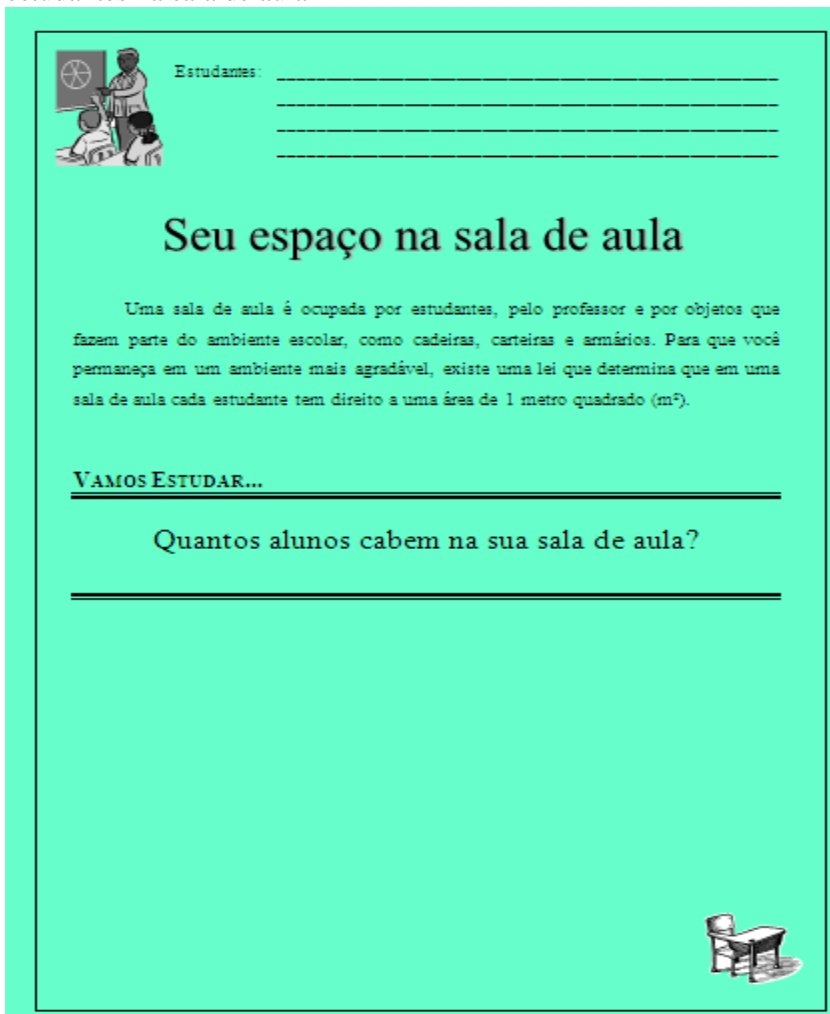
A figura 10: Implicações do Modelo Matemático, (p.61), e a figura 11: Aspectos proporcionados no desenvolvimento do Modelo Matemático, (p.63), enfatizam a importância do Modelo Matemático para a prática da Modelagem. Nessas figuras são apresentados os principais aspectos do Modelo e sua funcionalidade para a resolução de uma situação-problema.

Nesse sentido, apresenta-se um exemplo prático em que é destacado o Modelo, como característica fundamental na Modelagem Matemática. A atividade foi criada por Totola (2012) e abrange o “Espaço dos Estudantes na sala de aula”. Foi abordado o estudo de

conteúdos como a determinação de área, perímetro e unidades de medida de comprimento e de área, além de contemplar algumas propriedades operativas, como a comutativa da multiplicação, e apresentar aos estudantes a interpretação de área sob um ponto de vista geométrico.

Para construir o Modelo Matemático com características do problema real, com a inserção dos conteúdos matemáticos, com a utilização da linguagem natural e matemática, primeiro escolheu-se o tema e foram trabalhadas informações sobre o assunto. A fim de promover uma discussão sobre o assunto, foi distribuída uma folha de informações, exposta na figura 18.

Figura 18: Folha com informações a respeito do tema “Espaço dos estudantes na sala de aula”




Estudantes: _____

Seu espaço na sala de aula

Uma sala de aula é ocupada por estudantes, pelo professor e por objetos que fazem parte do ambiente escolar, como cadeiras, carteiras e armários. Para que você permaneça em um ambiente mais agradável, existe uma lei que determina que em uma sala de aula cada estudante tem direito a uma área de 1 metro quadrado (m^2).

VAMOS ESTUDAR...

Quantos alunos cabem na sua sala de aula?



Fonte: Tortola, 2012, p. 90

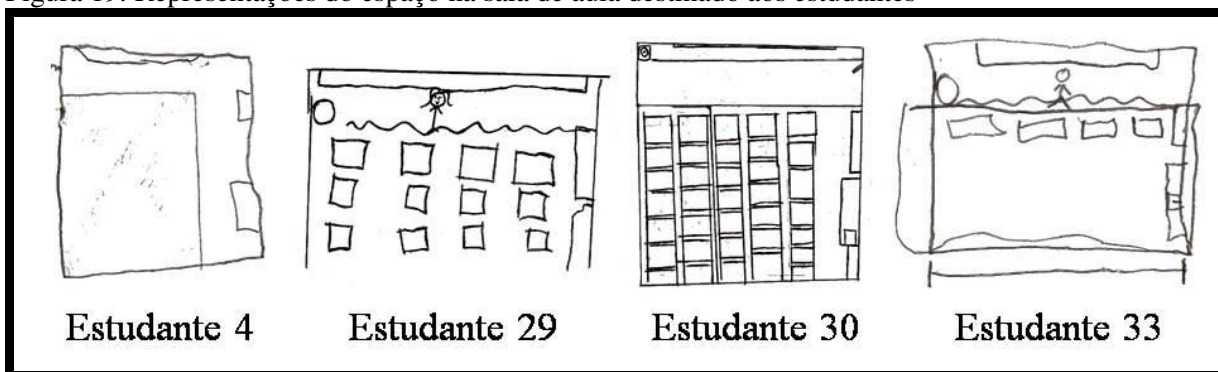
Após entregar a folha, o professor realizou a leitura e discussão das informações com os estudantes, e em seguida começaram as tentativas e problematizações para saber quantos

estudantes cabiam na sala de aula. Foram registradas informações importantes e, ao longo da discussão, foram esclarecidas muitas dúvidas sobre medidas, principalmente sobre metro quadrado. A discussão inicial sobre o assunto levou os alunos a refletirem quanto media o espaço que ocupavam na sala de aula, se todos ocupavam o mesmo tamanho de espaço, se juntando todos os alunos ocupavam toda a sala de aula.

Antes da criação do modelo, foi explicada, pelo professor, a ideia de área (quadrado ou retângulo), de acordo com Totola (2012, p. 92) “[...]desenhou no quadro um retângulo, representando a sala de aula, e explicou aos estudantes que para encontrar sua área eles precisariam descobrir “quantos quadradinhos de 1 m^2 cabiam na sala”, uma vez que a área é uma medida de superfície e o m^2 é uma de suas unidades de medida.”

Depois da contextualização desses conceitos e o entendimento das explicações, os educandos lançaram estratégias e chegaram à conclusão que bastava multiplicar as medidas referentes ao comprimento e a largura da sala de aula para encontrar sua área. A partir dessa discussão os alunos criaram representações do espaço da sala de aula, como pode ser observado na figura 19.

Figura 19: Representações do espaço na sala de aula destinado aos estudantes



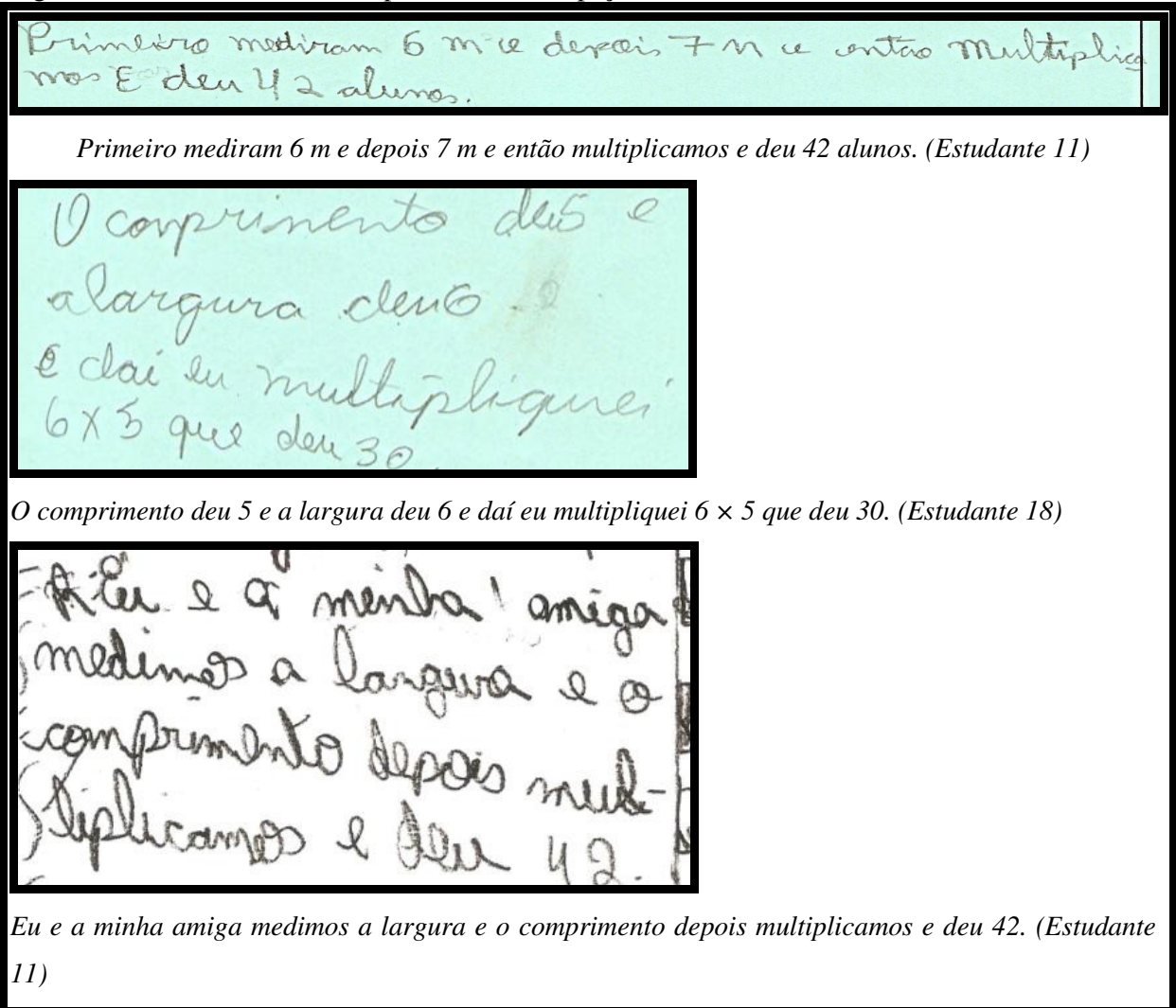
Fonte: Tortola, 2012, p. 94

Os estudantes criaram diferentes modelos que representavam os espaços na sala de aula, mediram esse espaço, considerando-o como um retângulo, como foi explicado pelo professor, e calcularam sua área. À medida que foram desenvolvendo essa ideia, foi necessária a intervenção do professor para ajudar nas medidas em centímetros, estimulando o cálculo da multiplicação com números racionais representados na forma decimal.

Os alunos criaram representações para simbolizar o espaço que ocupavam na sala de aula, e para isso desenvolveram a habilidade de trabalhar com a área, com figuras geométricas, sistemas de medidas e operação de multiplicação.

Com a concretização das medidas e as explicações do professor, chegou-se à construção do modelo, que simboliza toda a atividade desenvolvida pelos alunos e as conclusões para chegar a essa etapa. O modelo matemático obtido nesse caso foi a fórmula da área, expressa pelos estudantes em linguagem natural, como podemos observar na Figura 20.

Figura 20: Modelos matemáticos para calcular o espaço dos estudantes na sala de aula



Fonte: Tortola, 2012, p. 95

O modelo matemático permitiu que os educandos concluíssem que bastava encontrar o espaço destinado aos estudantes e a resposta para o problema seria o menor número inteiro da área calculada, sendo esta a justificativa para o modelo produzido. Para a construção desse modelo matemático utilizaram conteúdos matemáticos e a linguagem natural.

Essa atividade permitiu que os alunos entendessem sobre a área e o espaço que ocupavam na sala de aula, refletindo que é possível calcular o espaço utilizando o sistema de medidas e a multiplicação e representar a partir das figuras geométricas.

4.2.5 Festa de aniversário

A presença da realidade, que destaca a Modelagem Matemática, proporciona aos envolvidos solucionar situações-problema que fazem parte de seus contextos, em que facilitam a compreensão dos conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

Esse exemplo prático foi desenvolvido pela pesquisadora desse trabalho, proporcionando reflexões e explicações, em relação à figura 5: Processo de Modelagem Matemática, (p.54), em que trata de um esquema explicativo dividido em seis etapas que elucidam o desenvolvimento do método de Modelagem Matemática. Esses seis passos enfatizam a resolução de um problema da realidade, o qual se liga a uma ampla descrição e reconhecimento à medida que é resolvida pelos envolvidos.

Diante dessa teoria, ilustra-se com um exemplo prático que enfatiza as seis etapas propostas. Para fins de conhecimento, as etapas são: 1- Escolha do problema; 2- Criação do modelo matemático; 3- Alcance da solução matemática do modelo; 4- Interpretação; 5- Conferência com a realidade; 6- Aplicação e resultados obtidos.

Na primeira etapa (escolha do problema), iniciamos uma discussão sobre possíveis situações-problema que poderíamos resolver. Os alunos, que já estão cursando o quarto e quinto ano do Ensino Fundamental, diante da discussão, tomaram a iniciativa de pesquisar sobre uma festa de aniversário. Esse assunto surgiu devido ao mês que foi realizado a atividade, em que dois alunos fariam aniversário. Com isso os envolvidos analisaram o calendário e elegeram todos os aniversariantes da sala. Essa atividade foi desenvolvida pelos estudantes e pela pesquisadora desse trabalho.

Escolhemos pesquisar sobre como fazer uma festa de aniversário e identificar quantos aniversariantes temos ao ano. As questões problemas traçadas foram: O que é preciso para montar uma festa de aniversário? Qual o valor de uma festa de aniversário?

Após a escolha do tema, passamos para a segunda etapa (criação do modelo matemático). Chegamos à conclusão que para construir um modelo matemático, primeiro precisaríamos construir uma lista de quantos aniversariantes temos por mês e outra lista de tudo que seria necessário. Com as discussões e problematizações analisamos o calendário e construímos o seguinte quadro:

Quadro 3: Lista de aniversariantes por mês

Mês	Quantidade de aniversariantes / mês
Janeiro	1
Fevereiro	0
Março	3
Abril	2
Maio	5
Junho	2
Julho	0
Agosto	3
Setembro	4
Outubro	1
Novembro	5
Dezembro	2

Fonte: Professora e alunos

Em seguida, construímos a outra lista de tudo que seria necessário para realizar uma festa de aniversário.

Quadro 4: Lista para festa de aniversário

Itens necessários	Quantidade / unidade
Bolo	1
Salgados	280
Pão de queijo	140
Biscoitinhos	140
Cocadinha	112
Brigadeiro	196
Docinhos leite ninho	196
Balinhas	196
Refrigerante	14 (2 L cada um)
Pratinhos	30
Talheres	30
Guardanapos	2 (pacotes, com 100 cada um)

Fonte: Professora e alunos

Com a construção das duas listas, observamos que seria necessário dividir a sala em grupos para pesquisar os valores e as unidades de medidas de cada item, expostas no Quadro 4. Assim, os educandos formaram quatro grupos de sete alunos, em que cada grupo ficou responsável por três itens. Com a ajuda dos pais e professora pesquisaram os respectivos preços procurando os valores mais baratos. A pesquisa dos preços dos produtos, além de lidar com valores, possibilitou o trabalho que é preciso para pesquisar os preços mais baratos, que a economia, mesmo que em pequena quantidade, é importante para todos.

Após essa etapa, construímos outro Quadro com os valores pesquisados dos produtos.

Quadro 5: Lista dos itens e seus respectivos valores

Itens necessários	Valores	Valor Total
Bolo	R\$ 120,00	R\$ 120,00
Salgados	R\$ 35,00 (cento)	R\$ 98,00
Pão de queijo	R\$ 14,99 (o Kg e cada Kg tem 25 unidades)	R\$ 83,95
Biscoitinhos	R\$ 5,99 (o Kg e cada Kg tem 30 unidade)	R\$ 27,95
Cocadinha	R\$ 1,00 (unidade)	R\$ 112,00
Brigadeiro	R\$ 11,55 (lata – 1 Kg – rende 100 porções)	R\$ 23,10
Docinhos leite ninho	R\$ 15,99 (1 receita com 60 unidades)	R\$ 52,25
Balinhas	R\$ 0,10 (unidade)	R\$ 19,60
Refrigerante	R\$ 2,99 (garrafa de 2 L)	R\$ 41,86
Pratinhos	R\$7,99 (30 unidades)	R\$ 7,99
Talheres	R\$ 5,99 (30 unidades)	R\$ 5,99
Guardanapos	R\$ 4,99 (pacote com 100 unidades)	R\$ 9,98

Fonte: Professora e alunos

Diante desses resultados e da execução dessas etapas, dialogamos como poderia ser construído o modelo, e a partir de tentativas chegamos à fórmula final - modelo matemático, como pode ser visto na figura 18. O valor total é igual à soma dos valores de todos os itens, expostos no Quadro 5.

Figura 21: Modelo Matemático

$$V.t.= Bo + S + Pq + Bi + C + Br + D + Ba + R + Pr + Ta + G$$

Fonte: Professora e alunos

Finalizando esse momento, passamos para a terceira etapa (alcance da solução matemática do modelo), assim, nos reunimos para resolver a fórmula que constitui o modelo matemático, a fim de chegar ao resultado. Com a ajuda de todos chegamos à conclusão de que no total gastaríamos R\$602,67 para realizar uma festa de aniversário.

Na quarta etapa (interpretação), conferimos e interpretamos os dados e valores, elegendo cada conteúdo que foi utilizado para a resolução dessa situação-problema. Assim, trabalhamos com diversos sistemas de medidas, quantidade, comparação, operações fundamentais da Matemática, valor monetário, importância das datas, contextualização do nascimento, alimentos e até organização de dados.

Na quinta etapa (conferência com a realidade), fizemos uma discussão significativa, em que tivemos depoimentos sobre a realidade dos alunos, o que eles achavam de festas de aniversário, a consciência sobre os valores gastos, a possibilidade de economizar ou eliminar itens para ficar mais barato e a importância da escolha dos alimentos.

Para finalizar chegamos à sexta etapa (Aplicação e resultados obtidos), na qual conferimos a possibilidade de erros, discutimos que agora que sabemos sobre a organização de uma festa de aniversário, podemos refletir sobre esta e sobre os valores gastos para sua aplicação na sala de aula.

4.2.6 Calculando o Custo da Reforma do Laboratório de Informática e Tecnologia

As etapas que consistem a Modelagem Matemática, além de orientadoras, enfatizam os pontos principais que devem ser destacados em uma situação-problema. Bassanezi (2009) apresentou a divisão desse método de ensino, pensando no desenvolvimento educacional e social do aluno.

Assim, a figura 13: Esquema de uma Modelagem, (p.65), trata-se da explicação de Bassanezi (2009), sobre o método de Modelagem Matemática executado em seis etapas.

Para essa teoria, a pesquisadora desse trabalho desenvolveu a atividade em questão sobre: “Calculando o custo da Reforma do laboratório de informática e tecnologia”. Utilizamos a Modelagem Matemática, como método de ensino, para abordar o conteúdo

números decimais e a importância das tecnologias associada aos saberes matemáticos, com os alunos de duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual do município de Monte Carmelo – MG. Essas turmas estabeleciam contato, pois alguns alunos da turma regular formavam outra turma de ensino especial no turno vespertino.

O registro dessa prática foi realizado, a partir de anotações de cada etapa realizada e também com a construção de uma pasta com todos os passos realizados. Esses registros diários permitiram reflexões e contribuíram para a resolução da situação-problema. Foram anotados todos os comentários e problematizações entre os alunos e a professora, os quais permitiram a validação dessa atividade.

A atividade foi autorizada pela escola para ser desenvolvida, a qual estendeu num total de 12 horas/aula, sendo realizadas quatro horas/aula por semana, devido aos trabalhos de outras disciplinas. Um dos professores regentes dessas turmas é o autor deste trabalho.

Devido às reclamações dos alunos em relação ao laboratório de informática da escola, além de perceber o interesse que eles tinham em desenvolver atividades no ambiente das tecnologias, propusemos a eles desenvolver uma atividade que levantasse o custo da reforma dessa sala de informática. A partir dessa problemática iniciamos com algumas discussões sobre a reforma e cada um montou nos cadernos o percurso que seria desenvolvido, tendo em mente que poderia surgir outras questões ou etapas a serem executadas.

A atividade propôs calcular o orçamento para colocar o laboratório em perfeitas condições para seu funcionamento, tratando desde os equipamentos até o espaço físico.

Depois de decidida a temática que seria trabalhada, propusemos aos alunos algumas questões que nortearam a realização da atividade, sendo a primeira, o problema central e as demais, complementares: Qual o custo para a reforma do laboratório de informática dessa escola? Quais equipamentos precisam ser reparados e quais equipamentos precisam ser trocados? Quais os preços desses materiais? Qual o custo da mão de obra para esse tipo de serviço?

Esse trabalho foi realizado com a finalidade de trabalhar o conteúdo de números decimais, a partir de um novo método de ensino com os alunos, a Modelagem Matemática; além disso, enfatizar a importância das tecnologias no desenvolvimento dos saberes matemáticos. Com isso, foi apresentado aos alunos o sistema de números decimais, enfatizando principalmente os números que envolvem vírgulas, com os quais eles ainda não estavam familiarizados.

Além dos números decimais, foi possível trabalhar o cálculo com o sistema monetário, a utilização das quatro operações elementares da Matemática e o envolvimento das tecnologias com os conteúdos matemáticos.

O interesse apresentado pelos alunos foi visível, pois se tratava de um assunto que eles estavam vivenciando no cotidiano e uma situação que eles realmente queriam resolver, por ser um espaço escolar produtivo e diferente para eles. Nessa atividade, a Modelagem Matemática proporcionou aos educandos a possibilidade de modelar essa situação, a partir de hipóteses e aproximações.

Segundo Bean (2001),

A essência de modelagem Matemática, definida como um processo de criar um modelo matemático baseado em hipóteses e aproximações simplificadoras [...] focaliza o processo matemático enquanto, as propostas para o ensino tratam questões metodológicas para conectar a Matemática aos interesses dos alunos. Embora distintos, os dois enfoques são importantes para o ensino e aprendizagem da Matemática (BEAN, 2001, p. 55).

Como afirma o autor, a Modelagem Matemática propicia o desenvolvimento de uma situação-problema que envolve a realidade e a Matemática, em que une os interesses dos alunos ao aprendizado. Assim, a atividade da reforma do laboratório de informática representou essas características.

D' Ambrosio (1986, p. 44) contribui afirmando que “[...] o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo.”

Assim, a Modelagem Matemática, como um método de ensino, permitiu aos alunos trazerem a realidade para o processo de ensino e conectarem os conteúdos matemáticos na resolução desse problema.

Bassanezi (2009) afirma que a Modelagem Matemática deve apresentar uma situação-problema real e, ao ser desenvolvida, deve seguir uma sequência de seis etapas, que descreverão a situação até o final.

A primeira etapa, segundo Bassanezi (2009), é a Experimentação, na qual se tem a obtenção de dados, colhe-se a quantidade máxima de informações sobre o problema escolhido.

A segunda etapa, segundo Bassanezi (2009) é a fase da Abstração, que se estende à formulação do Modelo Matemático. Nessa fase, acontecem: a seleção das variáveis (seleção dos dados); as problematizações (como será feito, dúvidas dos alunos e será apresentada a

pergunta científica); a formulação de hipóteses (possíveis investigações e informações) e a simplificação (selecionar as informações válidas e necessárias).

A Resolução é a terceira etapa, que segundo Bassanezi (2009, p.29), nessa fase, “[...] o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem Matemática coerente [...]”. Assim, há a resolução do modelo que é explicado por uma linguagem matemática, ou seja, pelos saberes matemáticos.

A quarta fase – Validação apresenta a verificação da resolução, em que é testado se os dados encontrados respondem ao fenômeno estudado. Com isso, Bassanezi (2009) explica que nessa fase ainda há interpretação dos resultados obtidos para encerrar a resolução do problema.

Na quinta fase tem-se a Modificação, em que se retorna à situação inicial para confrontar os resultados obtidos e certificar-se de que o modelo matemático não precisa de nenhuma reformulação ou mudança em alguma etapa.

E por fim, chega-se à sexta etapa, que é a aplicação e demonstração do que foi encontrado para o problema e, assim, finaliza-se a resolução da situação real escolhida.

Nessa perspectiva, para iniciar a resolução da situação-problema, a Experimentação (primeira etapa), reunimos os alunos no laboratório de informática com o intuito de fazer uma lista do que era necessário consertar ou trocar, incluindo os equipamentos tecnológicos (computadores, caixas de som, acessórios, *Internet*, impressora) e o mobiliário. Juntos, testamos os equipamentos, fizemos a lista e fomos para a sala para discutir sobre essa etapa.

Quadro 6: Lista para reforma do Laboratório de Informática

Itens	Situação (consertar ou trocar)	Quantidade
Computador – geral	Trocar	6
Computador – geral	Consertar (formatar)	10
Monitor	Consertar	5
Teclado	Trocar	6
Mouse	Trocar	6
Caixa de Som	Trocar	10
CPU	Consertar	6
Estabilizador	Consertar	8
<i>Internet</i>	Consertar	5

Mesa	Trocar	10
Cadeira	Trocar	10
Canaleta (cobrir fios)	Trocar	5

Fonte: Professora e alunos

Depois de reunir as informações necessárias para coletar os custos da reforma dessa sala, decidimos que precisávamos dividir as tarefas para cotar os preços dos materiais que seriam trocados ou consertados, sendo esta a segunda etapa – a Abstração. Para isso, dividimos a sala em quatro grupos de sete alunos cada; cada grupo ficaria com três itens da lista para procurar os melhores preços, pois todos sabiam que era preciso economizar ao máximo e estavam todos envolvidos em resolver as problematizações propostas que eram: Qual o custo para a reforma do laboratório de informática dessa escola? Quais equipamentos precisam ser reparados e quais equipamentos precisam ser trocados? Quais os preços desses materiais? Qual o custo da mão de obra para esse tipo de serviço?

Para o serviço de mão de obra que seria a opção do conserto dos equipamentos, sugerimos que os grupos que ficaram com essa situação, fizessem a pesquisa com um funcionário da escola que fazia esse tipo de serviço.

Nesse momento, os alunos começaram a elencar algumas hipóteses: “Talvez os computadores comprados pela Internet sejam mais baratos” (Aluno 1); “Professora, a gente pode ver os equipamentos usados, mas que estão bons” (Aluno 15); “Vamos pedir muitos descontos” (Aluno 7). E assim, estabelecemos um diálogo, em que elencamos hipóteses e deixamos os alunos se envolverem ao máximo.

A partir disso, os educandos em grupo e com a ajuda dos pais, pesquisaram na *Internet*, foram em algumas lojas que vendiam eletrônicos e encontraram os preços para os itens da lista. Como foi combinado, era preciso cotar os preços em três locais diferentes para que houvesse uma comparação.

Os alunos levaram os preços para a sala de aula e foi possível realizar uma atividade de comparação, que por sinal, muito produtiva. Nesse momento, eles lidaram com os números decimais e fizeram a comparação em conjunto, problematizando e discutindo essa atividade. Com isso, construímos uma nova tabela dos valores escolhidos (Tabela 7)

Quadro 7: Lista dos valores dos equipamentos para a reforma do Laboratório de Informática

Equipamentos /mobiliário	Quantidade	Situação (consertar ou trocar)	Valor unitário
Computador – geral	6	Trocar	R\$929,00
Computador – geral	10	Consertar (formatar)	R\$60,00
Monitor	5	Consertar	R\$90,00
Teclado	6	Trocar	R\$49,90
Mouse	6	Trocar	R\$38,99
Caixa de Som	10	Trocar	R\$31,80
CPU	6	Consertar	R\$80,00
Estabilizador	8	Consertar	R\$15,00
<i>Internet</i>	5	Consertar - Configurar	R\$10,00
Mesa	10	Trocar	R\$109,90
Cadeira	10	Trocar	R\$49,90
Canaleta (cobrir fios)	5	Trocar	R\$15,99

Fonte: Professora e alunos

Assim que foram definidos os preços, depois da pesquisa e da comparação, os alunos comentaram sobre os valores em conjunto: “Nossa professora, se somar tudo vai ficar muito caro” (Aluno 11); “É caro, mas é muito importante para a escola” (Aluno 14); “O laboratório de informática é importante para aprendermos muitas coisas” (Aluno 2); “Como será que a escola arrumaria todo esse dinheiro?” (Aluno 27). A partir disso, consideramos essa discussão relevante, por representar o entendimento dos alunos e o levantamento de ideias.

Agora que já tínhamos o preço de cada material e da mão de obra, questionamos aos alunos como calcular o preço total da reforma do laboratório de informática. Eles entenderam que primeiro era preciso somar as quantidades de cada equipamento. Cada grupo somou os itens que ficaram encarregados. E, por fim, chegamos ao modelo matemático, que simboliza a terceira etapa - Resolução.

Figura 22: Modelo Matemático

O diagrama apresenta uma equação visualmente representada. À esquerda, dentro de um retângulo arredondado, está o texto "Reforma total". À direita, separado por um sinal de igualdade "=", está outra expressão dentro de um retângulo arredondado: "Cg + Cg + M + T + M + Cs + C + E + I + M + C + C".

Fonte: A pesquisadora juntamente com os alunos

Cada soma indica um item especificado na tabela 7, com isso foi possível chegar ao resultado final. Na soma desse resultado final, conseguimos realizar essa etapa em conjunto onde cada aluno participou e deu sua contribuição na somatória. É significativo abordar que, antes de se chegar a esse somatório, os educandos utilizaram outras operações elementares da Matemática, enriquecendo cada vez mais esse processo. A soma de todos os itens para a reforma do laboratório de informática ficou em R\$9.803,29 (nove mil, oitocentos e três reais e vinte e nove centavos), podendo considerar essa a quarta etapa - Validação.

Passamos para a quinta etapa - Modificação, discutimos e observamos cada etapa que foi realizada para solucionar a situação-problema real e chegamos ao consenso que não seria necessário modificar os dados ou etapas construídas, pois já havíamos validado as informações com a linguagem Matemática.

E para finalizar, alcançamos a sexta etapa – Aplicação, em que foram divulgados os resultados finais concluindo a resolução do problema real, escolhido para esse trabalho.

Os educandos expressaram estar maravilhados por terem conseguido resolver a situação-problema e decidiram apresentar esse trabalho para a diretora, com o intuito de motivá-la a pensar realmente em buscar ajuda para a reforma do nosso laboratório de informática.

Ao finalizarmos montamos uma roda de conversa para expressar e comentar sobre os assuntos trabalhados e o que aprendemos com essa atividade. Foi listado que trabalhamos com números decimais, sistema monetário, as operações elementares da Matemática, materiais tecnológicos, orçamentos, comparação e a importância da tecnologia. Além dos conteúdos matemáticos aprendidos, os alunos chegaram à conclusão de que o laboratório de informática é importante e significativo para o trabalho com pesquisas, desenvolvimento de atividades de Matemática e das outras áreas do conhecimento.

Ao indagar os alunos sobre o que compreenderam dessa atividade, as falas deles expressaram: satisfação em resolver a situação-problema, aprendizado dos conteúdos

matemáticos trabalhados, prazer em fazer pesquisas para solucionar o problema, interesse nos resultados encontrados e vontade de resolver outras situações que envolvam o cotidiano deles.

A partir dessas expressões, além de conseguir abordar os conteúdos propostos de Matemática, constatamos que os alunos realmente aprenderam, que eles conseguiram entender a importância da Matemática para a vida, discutiram outros assuntos (como por exemplo, as tecnologias), trabalharam com situações da realidade e sanaram algumas dificuldades que ainda tinham em relação aos conteúdos matemáticos trabalhados.

Este trabalho possibilitou comprovar que a Modelagem Matemática, como um método de ensino, possibilita uma contribuição significativa para o processo de ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos, sendo capaz de problematizar, induzir a pesquisas, utilizar a realidade e envolver os alunos na resolução de um problema.

Além disso, conseguimos abordar conteúdos, situações cotidianas e reais que indicam os PCN (1997) e pesquisadores, D' Ambrosio (1986); Fiorentini e Oliveira (2013); Miguel e Vilela (2008) promovendo a curiosidade e interesse dos educandos por se tratar de uma situação parte da realidade deles.

4.3 Análise Global Sobre a Teoria e a Prática da Modelagem Matemática

Para uma análise global da teoria apresentada pelas figuras e da prática destacada a partir dos exemplos práticos, pensamos ser necessário lembrar que o desenvolvimento da Modelagem Matemática se dá pelas possibilidades de explicações, alternativas de resolução, contextualização do que é proposto, das previsões, da escolha das situações-problema, da presença da realidade e da união entre teoria e prática.

Tais características são elucidas pelos pesquisadores da área, Barbosa (2007); Bassanezi (2009); Bean (2012); Biembengut e Hein (2013); Tortola (2012); Vertuan (2013), entre outros, que destacam em relação à Modelagem Matemática, principalmente a possibilidade de teorizar e, em seguida, concretizar o desenvolvimento na prática.

A contextualização presente no desenvolvimento desse método pode ser observada nos exemplos apresentados no tópico anterior, que enfatizam o trabalho com os conteúdos matemáticos em contextos reais e com a participação ativa do aluno, contando com a orientação do professor e transformando o processo de ensino e aprendizagem em um só aspecto.

Ao olhar para cada atividade em particular, tanto dos exemplos criados por nós, como dos exemplos criados por outros autores, buscamos, a partir do desenvolvimento de cada

etapa, dos dados coletados, em especial, dos registros dos estudantes, discutir aspectos condizentes com essas questões, cuja reflexão estende-se na utilização da Modelagem Matemática e no trabalho com os saberes matemáticos.

No primeiro exemplo prático “O trabalho com a argila”, temos a ideia inicial de como construir um modelo relacionado à Modelagem Matemática, em que um objeto passa por etapas, é moldado, até chegar à representação de um modelo. Apresenta-se a noção básica dos pontos principais para desenvolver a Modelagem Matemática enfatizando que este é um processo pautado em etapas, provido de materiais, ideias, problematizações e conhecimentos. Chega-se à conclusão que as implicações matemáticas presentes na Modelagem oferecem suporte para moldar e construir um objeto ou moldar e resolver uma situação-problema.

No segundo exemplo “Circuito Matemático – Assim funciona um restaurante natural”, foi trabalhada a preparação do ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Esta atividade de Matemática liga-se a outras áreas do conhecimento, proporcionando reflexões significativas sobre o funcionamento de um restaurante natural. Foram envolvidas muitas implicações que caracterizam o ambiente de aprendizagem de Modelagem, dentre elas: investigações, discussões, problematizações, reflexões, pesquisa de campo e participação de outros profissionais. A partir do primeiro passo, a construção do ambiente de aprendizagem, foi possível que os alunos conhecessem; analisassem e resolvessem a situação-problema referente ao funcionamento do restaurante, envolvendo aprendizados sobre fração, peso, medidas, comparações, números e operações.

Em relação ao terceiro exemplo “Tamanho de Anéis”, foram trabalhados os três momentos da Modelagem Matemática, apresentado por Cifuentes e Negrelli (2012), os quais destacam a identificação da situação-problema, a escolha da situação-problema e o desenvolvimento da atividade na perspectiva da Modelagem Matemática. Constan nesse exemplo as aplicações iniciais para o desenvolvimento completo desse método de ensino, em que inicialmente é realizada uma contextualização de um problema e, em seguida, é solucionado em etapas pelos alunos e professores.

No quarto exemplo “Festa de aniversário” é apresentado um processo de Modelagem Matemática, dividido em seis etapas: 1- Escolha do problema; 2- Criação do modelo matemático; 3- Alcance da solução matemática do modelo; 4- Interpretação; 5- Conferência com a realidade; 6- Aplicação e resultados obtidos. Após a escolha do problema, cada etapa resolve uma parte da situação-problema, até concluir a resolução. Contudo, neste processo é possível realizar mudanças, mesmo depois de finalizado. O processo de Modelagem

Matemática trabalha a realidade, elenca, entre seus envolvidos, uma série de informações, induz à pesquisa de campo e às reflexões a cada descoberta.

No quinto exemplo, “Espaço dos estudantes na sala de aula”, trabalhou-se as implicações do modelo matemático, estendendo-se sobre como é construído; sua importância e contribuições para o desenvolvimento da Modelagem Matemática. Para iniciar a construção do modelo foram necessárias discussões, escolha de uma situação-problema, análises e hipóteses até chegar ao modelo final. Essa atividade destacou que o modelo matemático é essencial para a concretização da Modelagem, podendo ser desenvolvido a partir da linguagem natural e matemática.

E no último exemplo, “Calculando o custo da Reforma do laboratório de informática e tecnologia”, é apresentado um esquema de Modelagem, fundamentado por Bassanezi (2009), em que há o desenvolvimento de uma situação-problema, considerando a Modelagem Matemática como um método de ensino. O esquema de Modelagem Matemática constitui-se da formulação e resolução de cada etapa, tendo ao final a resolução do modelo criado, a partir do problema escolhido. Essa atividade envolveu vários conteúdos matemáticos, os quais se ligam a outras áreas do conhecimento e, principalmente, enfatizam a tecnologia.

A concretização da teoria, as investigações, as problematizações, as discussões e o envolvimento de todos os indivíduos produzem resultados positivos quanto à construção de conhecimentos, eliminação de dificuldades e mudanças dos níveis de ensino da Matemática. Assim, a efetivação desses exemplos permite concretizar que a Modelagem Matemática atende à proposta e às indicações dos PCN (1997) e dos pesquisadores, com o intuito acabar com as dificuldades e trazer a realidade para o ensino dos saberes matemáticos.

Neste sentido, vemos que estudantes de anos iniciais do Ensino Fundamental utilizam representações que se fundamentam na linguagem conhecida por eles, a linguagem natural e a linguagem numérica, todavia, foi possível perceber que a motivação e o envolvimento são maiores, quando se trata de temas referentes à realidade dos envolvidos. Sem dúvida, a presença da realidade, o desafio da resolução de problemas, o entrosamento de outras áreas do conhecimento e a utilização de linguagens mais comuns, trazem resultados mais concretos e uma aprendizagem significativa.

Todos os exemplos práticos apresentados, de autoria própria e de outros autores, foram desenvolvidos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, resultando em características positivas, conforme destacado nas seções anteriores. Assim, a Modelagem Matemática, se mostrou um método de ensino, capaz de tornar os saberes matemáticos reais e

compreensíveis, geradores de construção de conhecimentos e da possibilidade de mudança dos rumos do ensino de Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Modelagem Matemática, em seu âmbito histórico, tornou-se superficialmente conhecida entre professores, circulando mais efetivamente entre pesquisadores/docentes com o intuito de trazer transformações para o ensino de Matemática. Apesar de todos os aspectos positivos, valorizados por essa alternativa metodológica, a sua ligação na prática ainda é escassa no trabalho desenvolvido pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Ao longo do estudo dessa temática e suas interfaces podemos refletir que o processo de ensino ainda leva fortes características tradicionais, influenciando na aprendizagem e nos rumos educacionais. A busca pela criticidade, pela participação ativa e pelo interesse do aluno, por um ensino matemático inovador é esperada por todos, mas praticada por poucos.

Entendemos que a relação entre o conhecimento cultural, histórico, social, econômico e educacional permite ao aluno expressar sua identidade, além de trabalhar e aprender vários tipos de linguagens, para atuar enquanto educando e indivíduo social. O envolvimento desses aspectos nos permite analisar a relevância da Modelagem Matemática, em unir essas características em uma teoria que pode ser desenvolvida a partir de uma situação-problema da realidade.

Acreditamos que a realidade, a participação efetiva do aluno, a utilização de diversas linguagens, o envolvimento contextualizado da Matemática e de outras áreas do conhecimento e a possibilidade de mudança, são primordiais para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Um ensino que contemple objetivos culturais e educacionais que vise, tanto a formação escolar, como a formação social do aluno.

Diante da riqueza de conteúdos e da utilização da Matemática, podemos refletir também que essa área do conhecimento propicia a liberdade do indivíduo, no sentido de novos modos de pensar, analisar e agir. Construir o entendimento dos conhecimentos matemáticos impulsiona o desenvolvimento de várias habilidades que influenciam no crescimento educacional e social.

Quando relacionamos que o processo de ensino e aprendizagem associa-se à mudança, à experiência e a novas habilidades, assumimos uma postura de inovação, em que é valioso assumir práticas e alternativas que expressem e concretizem essas ideias. Nesse sentido, a Modelagem Matemática atende nossas expectativas e ideias no que se refere à evolução e contextualização do conhecimento matemático, perante o educando.

A partir do estudo e da análise sobre a Modelagem Matemática, realizada nessa pesquisa, constata-se que esta consegue oferecer, aos indivíduos que a utilizam, possibilidades de transformações, em que o conhecimento matemático é posto em evidência, re-criado, estruturado, associado a áreas culturais e formais até chegar ao seu entendimento ou a alguma constatação final. A riqueza de processos interligados, que esse recurso metodológico proporciona, permite mudanças e a utilização, tanto da linguagem natural, como da linguagem matemática, tornando-a mais significativa para o processo de ensino.

Essa prática pedagógica torna-se instigante e inspiradora em propor o conhecimento de uma situação real e depois sua matematização. Contudo não impõe limites, mas uma metodologia acompanhada de possibilidades de explicações, alternativas de resolução e entendimento nos aspectos curriculares e culturais. Também, ao demonstrar a concretização entre teoria e prática, a Modelagem Matemática, estabelece vínculos com ideias inovadoras, propostas, inclusive, pelos PCN (1997) e autores dessa área.

A Educação Matemática, enquanto desenvolvimento de seus saberes, precisa de aplicações que sejam entendidas e utilizadas em diversos contextos, pois a sociedade do conhecimento é construída a partir de diversas conjunturas e totalidades. Assim, um ensino reconhecido pela utilização da realidade, sua consistência, ideias, prioridades e aplicações teóricas e práticas que envolvam os currículos e os processos histórico-culturais, pode construir uma aprendizagem matemática contextualizada.

A Modelagem Matemática pode ser uma alternativa que inicie o processo de mudança, que traga aos estudantes novos estímulos e novas aplicações para poder construir um conhecimento matemático validado na realidade, na essência da Matemática, na ressignificação de conceitos, na criação de novos objetos e na utilização de outras linguagens.

Os aspectos proporcionados por essa alternativa metodológica, como: a escolha da situação-problema, as discussões, as problematizações, a construção do modelo, a criação de hipóteses, as possibilidades de criar outra resolução e a validação dos resultados, refletem diretamente no crescimento do indivíduo, na aprendizagem e na formação. Tais aspectos podem mudar a realidade do ensino, sanar as dificuldades dos alunos a partir de um ensino que tenha por objetivo a contextualização dos saberes matemáticos e a inserção da realidade.

A possibilidade de mudança das características negativas, dos baixos índices de aprendizagem dos alunos e do perfil tradicional que perdura no ensino, pode ser efetivada pela Modelagem Matemática, por esta ter a capacidade de trazer um trabalho motivador e interessante, que envolve a realidade, situações-problema, trabalho em grupo e reflexões sobre os conteúdos matemáticos.

Com isso, esta pesquisa direciona-se a essas perspectivas ligadas à Modelagem Matemática, como uma alternativa capaz de mudar os rumos do ensino e superar as práticas pedagógicas tradicionais predominantes no contexto escolar. Para tanto, essa alternativa metodológica, em termos de contribuições e possibilidades para o ensino dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, concebe a construção do conhecimento enfatizando a realidade e desenvolvendo situações de aprendizagem que iniciam com a teoria e se concretizam na prática.

A Modelagem Matemática engloba abordagens que afastam reproduções, técnicas e regras descontextualizadas, abrindo espaço para “verdadeiras” construções matemáticas, que podem ser utilizadas em contextos cotidianos e escolares. Esse envolvimento entre realidade, culturas, educando/docente e os conteúdos da Matemática resultam em significativas produções que conduzem o processo de ensino e o crescimento pessoal de ambos os indivíduos a uma ascensão de aspectos positivos nos diversos contextos.

Contudo, apesar das intensas contribuições e possibilidades da Modelagem Matemática, é preciso considerar que a formação e, conseqüentemente, as escolhas do docente são primordiais para alcançar os objetivos e a utilização desse recurso metodológico. Para vencer os obstáculos do processo de ensino de Matemática é necessário contar com uma formação geral e especializada do professor, a fim de que esta influencie na busca e na escolha de práticas pedagógicas inovadoras.

A responsabilidade do professor em escolher uma prática pedagógica que norteará sua atuação e construirá os caminhos para o ensino e aprendizagem dos alunos é o que define as características do processo educacional. Assim, as ações do docente influenciam e contribuem nas construções do conhecimento, e podem trazer novos paradigmas e habilidades para mediar novas atividades.

Sabemos que as práticas pedagógicas estão inseridas em um contexto que leva a complexidade dos diversos perfis do professor em que considera-se aspectos históricos, culturais, escolhas profissionais, trajetórias educacionais, os quais são ligados à formação. Contudo, ao estar em contato com a prática educacional, percebe-se, ao longo do desenvolvimento, a necessidade de mudança.

Nesse sentido, a formação continuada tem um importante papel na mudança do ensino e no trabalho com a Modelagem Matemática, em que se considera que nessa etapa há a construção de reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem, um maior aprofundamento sobre as metodologias de ensino e o peso da experiência profissional ou de pesquisador. A formação continuada proporciona o contato e o estudo avançado de aspectos

que não foram trabalhados na formação inicial, sendo uma maneira de complementar e estar sempre construindo mais conhecimentos.

Acreditamos que a formação continuada é relevante para o entrosamento e a inserção da Modelagem Matemática, o que possibilitará aos docentes novas experiências e reflexões sobre suas atuações e escolha da prática pedagógica.

Diante dos saberes matemáticos e das atuais características do ensino de Matemática, fica evidenciada a necessidade dos sistemas de ensino pensarem nessas propostas, refletirem sobre importância do trabalho com a metodologia de ensino, construir programas e projetos de formação continuada que visem a teoria, a prática e a contextualização dos conteúdos matemáticos. O incentivo da formação continuada e da criação de métodos de trabalhos que destaquem a Matemática a partir da realidade, da resolução de situações-problema, de discussões e de um processo de ensino mais crítico e problematizador, podem ser tratados pelos sistemas de ensino, com o intuito de iniciar as mudanças.

A partir da análise e constatação dos baixos índices de aprendizagem em Matemática, vistos nas avaliações nacionais e regionais, inclusive verificações de intensas dificuldades de aprendizagem dos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, a partir de minha prática profissional, defendemos a Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa metodológica inspiradora e coerente, diante da pesquisa realizada para esta temática.

As condições para formarmos indivíduos capazes de atuar, tanto no campo educacional, como no campo social, depende do trabalho que é realizado desde a Educação Infantil e é edificado ao longo dos anos escolares. Esse percurso, se for marcado por aspectos contextualizados, é capaz de induzir o aluno a desenvolver-se intelectualmente, emocionalmente, psicologicamente e em termos culturais.

A Modelagem Matemática pode desenvolver um processo de ensino diferenciado. Todavia, para atribuir metodologias ou estratégias na construção de conhecimento matemático, é necessário discutir uma série de aspectos que se estende à aprendizagem, às condições do educando, aos papéis da Didática da Matemática para as séries em questão, aos aspectos cognitivos e às justificativas para o desenvolvimento do processo de conhecimento.

Além disso, é preciso levar em consideração os meios culturais e curriculares, em que o processo de ensino esteja pautado, preservando as condições para promover uma aprendizagem que una interesses, principalmente dos alunos.

Os motivos necessários que levam ao processo de ensino e aprendizagem podem ser ligados com os recursos e características da Modelagem Matemática, tendo em vista o

desenvolvimento desta, pautado na íntegra de suas aplicações e etapas, permanecendo a essência dessa prática pedagógica.

As possibilidades de construção e desenvolvimento de projetos, a criação de situações nas aulas de Matemática, o envolvimento de outras áreas do conhecimento, os planejamentos no espaço escolar e não escolar, são as possíveis contribuições didáticas que a Modelagem Matemática oferece para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

A flexibilidade didática oferecida pela Modelagem possibilita aos envolvidos a liberdade de modelar o processo que será estudado, podendo envolver pesquisas, problematizações e planejamentos que interliguem mais de um conteúdo matemático em uma mesma situação-problema.

As contribuições metodológicas que a Modelagem Matemática oferece aos professores no desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental são as maneiras de trabalhar os saberes matemáticos com desenvolturas diversificadas, as possibilidades de previsões, as escolhas das situações de aprendizagem, o envolvimento de contextos reais, a utilização de diversos instrumentos práticos, a pesquisa de campo, a construção do modelo matemático, a utilização da linguagem natural e matemática, as variadas formas de explicações, sendo cabíveis mudanças de estratégias. Todos esses aspectos favorecem um ensino baseado na realidade e no aluno, afastando meras reproduções técnicas e regras sem significado.

Além disso, a fundamentação teórica e prática que a Modelagem proporciona no trabalho dos conteúdos matemáticos conduz um ensino que acarreta a construção de conhecimentos de forma natural e gradual, em que o aluno progride a cada situação de aprendizagem, fortalecendo o desenvolvimento de habilidades/competências, além de recriar e transformar conhecimentos.

A superação das práticas pedagógicas tradicionais utilizadas pelos professores, da mera reprodução de técnicas e regras por parte dos alunos, podem ser superadas introduzindo um processo de ensino e aprendizagem pautado na realidade e em situações-problema diversificadas na sala de aula, a partir da Modelagem Matemática, com o desenvolvimento de um processo que passará por etapas até se chegar à conclusão e ao aperfeiçoamento da situação de aprendizagem e dos conteúdos matemáticos envolvidos.

Com isso, a persistência em introduzir, no ensino dos saberes matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, um processo flexível e dinâmico, como o da Modelagem Matemática, se justifica pelo fato de superar as dificuldades de aprendizagem e

conviver em uma intensa construção de conhecimentos, que faça sentido para a vida e para a Educação Matemática.

Ao desenvolver um processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos por meio da Modelagem, pode-se iniciar com discussões ou com situações planejadas que enfatizem as dificuldades dos alunos. Nesse sentido, os diálogos realizados na sala de aula permitirão o desenvolvimento da situação-problema e a busca pela resolução, em que há a coleta de dados, o teste de hipóteses, a reflexão de problematizações, a construção do modelo e a validação dos resultados do problema resolvido. Esse processo afasta as características tradicionais e as meras reproduções de técnicas e regras descontextualizadas, envolvendo os alunos em situações interessantes e motivadoras, com o trabalho dos conteúdos matemáticos.

Quando descrevemos e refletimos sobre as aplicações da Modelagem Matemática percebemos que esta causa a criação de visões e ideias de uma Matemática que pode ser utilizada em vários espaços e interligada a outras disciplinas. Essa reflexão nos leva a analisar que as hipóteses e possibilidades de mudanças atreladas a esta prática pedagógica, edifica atuações e posições dos alunos frente aos avanços do conhecimento nas diferentes sociedades.

A utilização da Modelagem Matemática confirma a ideia de que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada, precisa ser composta de ações e significações que serão interiorizadas e, não simplesmente executadas. Nessa lógica, o agrupamento da criticidade, da realidade, de linguagens naturais e matemáticas se estabelecem no sentido de conduzir os saberes matemáticos para uma constante aprendizagem.

Partindo dessa coerência, o desenvolvimento de um indivíduo autônomo, crítico, criativo e detentor de diversos conhecimentos, o torna capaz de atuar em diversos contextos, unindo a realidade à própria aprendizagem. Assim, as aulas de Matemáticas devem propiciar situações-problema que englobem momentos de aprendizagem e a realidade dos alunos, colocando em evidência colaborações mútuas de construção de conhecimento.

Pensamos na relevância de trazer para a sala de aula reflexões, o contato com as diferentes realidades e culturas, a socialização de ideias e o resgate dos conhecimentos prévios, pois estes aspectos, para o ensino dos saberes matemáticos, são fundamentais para internalização dos conteúdos e contribuintes na concretização da aprendizagem. Para isso, a Modelagem Matemática atende aos recursos esperados para um ensino efetivo e que desenvolva os objetivos da Educação, dentre eles, formar indivíduos no âmbito educacional e social.

Vale ressaltar que o tratamento pedagógico, imposto por esta alternativa metodológica, supera as características tradicionais e sublima conhecimentos validados por uma proposta completa e passível de mudanças.

A integração de investigações também é uma característica básica da Modelagem Matemática, a qual esclarece e possibilita ferramentas que revelam uma eficiência para o ensino dos conteúdos matemáticos, no sentido de esquematizar a situação de aprendizagem, em que o aluno a cada etapa evolui em diversos aspectos, principalmente na aprendizagem.

Os vários autores mencionados no decorrer desta pesquisa revelam que a Modelagem Matemática, pode ser utilizada como uma alternativa metodológica eficiente, para o processo de ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental, abarcando aspectos voltados para os diferentes perfis dos alunos, dando suporte aos envolvidos no processo a partir de suas implicações, como o modelo matemático.

A ligação entre teoria e prática, representada pelas figuras e seguida dos exemplos práticos, norteia as possibilidades de desenvolvimento da Modelagem Matemática para o ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse sentido, cada atividade matemática concretizou a presença das características, referenciadas ao longo da pesquisa, para esse recurso metodológico, afirmando diretamente e indiretamente, com a fundamentação dos autores da área, ser plausível a utilização dessa metodologia.

É incontestável que a Modelagem Matemática, em uma atividade, é capaz de envolver diversos conteúdos a partir de uma realidade escolhida, a qual consegue trabalhar reflexões, criticidade, dentre outros aspectos válidos para o desenvolvimento dos educandos. Os aspectos primordiais dessa prática pedagógica foram vistos na íntegra, tanto nas discussões, como nas atividades práticas apresentadas.

Acreditamos que a Modelagem pode trazer o ensino contextualizado, sanar dificuldades e atuar para mudar os índices de aprendizagem em Matemática, visto que essa prática aborda questões significativas, indicadas por pesquisadores, citados ao longo desse estudo, e pelos PCN (1997).

Os estudos realizados nessa pesquisa nos permitiram analisar, descrever e refletir sobre a Modelagem Matemática, e promoveram o entendimento e a concretização das contribuições teóricas e práticas propostas por essa alternativa metodológica. Sabemos que a temática dessa pesquisa não se encerra e sim nos leva a refletir conscientemente sobre a possibilidade de uma prática pedagógica inovadora, a qual pode auxiliar no vencimento dos obstáculos que o ensino vem apresentando.

Esperamos que os resultados desta pesquisa suscitem questões e tragam subsídios teóricos para o campo de pesquisa das implicações da Modelagem Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, possibilitando constantes reflexões sobre essa temática. E ainda, acreditamos que os emaranhados desta investigação possam colaborar de alguma forma para pensar em trabalhar a Matemática a partir de uma prática pedagógica inovadora, que não vise meras reproduções, se estendendo aos docentes e profissionais desta área.

O desenvolvimento dessa pesquisa, além de promover esclarecimentos pessoais, influenciou na atuação docente, nos convencendo da importância de transformações e práticas pedagógicas reflexivas para o ensino, reafirmando cada vez mais a ideia de que ensinar, aprender e formar, implicam em mudar-se constantemente. Para tanto, a flexibilidade, a realidade, a criticidade, dentre outros aspectos, precisam estar presentes na construção do conhecimento e a Modelagem Matemática vem para selar e possibilitar o envolvimento desses aspectos no ensino dos conteúdos matemáticos para os primeiros anos do Ensino Fundamental.

Estamos cientes que esta pesquisa nos proporcionou significativas reflexões e saberes, esperamos que esta possa contribuir para ações no processo de ensino dos primeiros anos do Ensino Fundamental, além de levar à análise das práticas pedagógicas escolhidas para a atuação docente no campo da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, C. S. C. **A utilização dos jogos como recurso didático no processo de ensino – aprendizagem da Matemática nas séries iniciais do Estado de Amazonas.** 2009. 119 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências na Amazônia) - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas. Universidade do Estado de Amazonas, Manaus. 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**. Rio Claro, n. 22, 2004. p.19-36.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.
- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogos e aprendizagem em educação matemática.** Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática.** Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico:** elaboração de trabalhos na graduação. São Paulo: Atlas, 2001.
- BARAÚNA, S. M.; OLIVEIRA, G. S. Reflexões sobre a prática pedagógica no ensino médio. In: PUENTES, R. V.; AQUINO, O. F.; LONGAREZI, A. M. (Orgs.) **Ensino Médio processos, sujeitos e docência.** Uberlândia: EDUFU, 2012. p. 267-289.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 3., 2003, Piracicaba. **Anais da III Conferência sobre Modelagem e Educação Matemática.** Piracicaba: UNIMEP, 2003.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.
- BARBOSA, J. C. What is Mathematical Modelling? In: LAMON, S.; PARKER, W.; HOUSTON, S. **Mathematical modelling:** a way of life ICTMA 11. Chichester: Horwood, p. 227-234, 2003.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Lisboa, n. 4, p. 73- 80, 2004.
- BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:** pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: um esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L. (Orgs.) **Modelagem Matemática na educação brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, p. 161-174.

BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos na Educação Científica. In: **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.2, n.2, p.69-85, 2009.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BARROS, A. J. S.; LEHFELD, N. A. S. **Fundamentos de Metodologia: um Guia para a Iniciação Científica**. São Paulo: Makron Books, 2000.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? In: **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v.8, n.9/10, p.49-57, 2001.

BEAN, D. As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos matemáticos. In: V SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 5, 2012, Petrópolis. **Anais do V SIPEM**, Petrópolis: SBEM, 2012.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. In: **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2013.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Modelling as a pedagogical approach: resonance with new media. In: BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-withmedia and reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modelling, visualization and experimentation**. New York: Springer, 2005, p. 29-61.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUENO, V. C. **Concepções de Modelagem Matemática e subsídios para a Educação Matemática: quatro maneiras de compreendê-la cenário brasileiro**. 2011. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

BURAK, D. . Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPEM-Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática. 1. 2004, Londrina. **Anais do I EPMEM**. Londrina, 2004.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios**. In: II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006, p. 1-9. Disponível em <<http://www.dionisioburak.com.br/trabalhos.html>>. Acesso em: 14.05.2014.

CHAVES, M. I. A. Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p.161-180.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Modelagem matemática e método axiomático. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 63 – 77.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. Uma interpretação epistemológica do processo de Modelagem Matemática: implicações para matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 791-815, 2012.

CONRADO, A. L. **A pesquisa brasileira em etnomatemática. Desenvolvimento, perspectivas, desafios**. 2004. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

COSTA, M. **Resolução de problemas na formação continuada do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Contribuições do Pró-Letramento no município de Cubatão**. 2010. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

D'AMBROSIO, U. Matemática e desenvolvimento. In: **Da realidade a ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Summus, 1986. P. 13-25.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte. Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 2002.

D'AMBROSIO, U. História, Etnomatemática, Educação e Modelagem. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2003, Blumenau. **Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Blumenau: FURB, 2003.

D'AMBROSIO, U.; MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C. A Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**. Nº 27. p. 70-93, Rio de Janeiro, 2004.

D'AMBROSIO, B. S. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Orgs.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a prática. Campinas-SP: Musa; 2005. p. 20-32

D'AMBROSIO, B. S. Como estudar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**. Ano II., n. 2, p.15-19, Brasília, 1989.

DEMO, P. **Pesquisa**: princípio científico e educativo. São Paulo: Cortez, 2000.

DEMO, P. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

DINELLO, R. A. **Os jogos e as ludotecas**. Santa Maria: Pallotti, 2004.

DOERR, H. What Knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In: BLUM, W.; GALBRAITH, P.; HENN, H.; NISS, M. (Eds.). **Modelling and Applications in Mathematics Education**: the 14th ICMI study. New York: Springer, 2007. p. 69-78.

DOHME, V. **Jogando**: o valor educacional dos jogos. São Paulo: Informal Editora, 2003.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza, Editora: UEC, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Editora: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, Editora: Atlas, 2008.

HERMINIO, M. H. G. B. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática**. 2009. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

JACOBINI, O. R. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. 225 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

JACOBINI, O. R; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. In: **Bolema**. Rio Claro (SP), Vol. 199, n 25 (2006). Disponível em:

<<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1876/1653>>. Acesso em: 25.04.2013.

KORB, K. R. S. **Modelagem Matemática no Ensino Médio: um olhar sobre a necessidade de aprender Matemática**. 2010. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2010.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação**. Porto Alegre, Editora: Artmed, 2008.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso no 1º ciclo. In: XII Conferência Interamericana de Educacion Matemática, 12, Santiago de Querétaro. **Anais XII Conferência Interamericana de Educacion Matemática**. Santiago de Querétaro: Comitê Interamericano de Educación Matemática, 2007.

MACARINI, A. R. L. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: as estratégias de ensino como potencializadoras da aprendizagem**. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências Humanas e Comunicação, Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí. 2007.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em ambiente de modelagem**. 2004. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, A. P. S. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 861-882, 2012.

MARIM, V. Ensino da Matemática nas Séries Iniciais da Educação Básica: uma análise das necessidades de formação de professores. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. (Orgs.). **Educação Matemática: contextos e práticas docentes**. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 40-49.

MARTINS, J. B. **Vygotsky & a Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em Sala de Aula: tecendo redes de cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MEYER, J. F. C. A. (Org.); CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MIGUEL, J. C. **Alfabetização matemática: implicações pedagógicas**, 2004. Disponível em <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%205/alfabetizaomatematica.pdf>> Acesso em: 26, set. 2013.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S. Práticas escolares de mobilização de cultura matemática. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 97-120, 2008.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S.; LANER, A. R. Problematização nas práticas escolares de mobilização de cultura Matemática. 15, 2010. Belo Horizonte. **Anais do XV ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente: políticas e práticas educacionais**, Belo Horizonte, 2010.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática**. 2008. 94f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

OLIVEIRA, A. S. O Ensino de Funções no Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: XII EBRAPEM. 12., 2008. Rio Claro. **Anais do XI EBRAPEM**, Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2008.

OLIVEIRA, G. S. **Crenças de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental sobre a prática pedagógica em Matemática**. 2009. 206 f. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

OLIVEIRA, M. R. S; GENESTRA, M. S. Educação: em busca de novos paradigmas. **Revista Práxis**, Volta Redonda (RJ), ano I, nº 2, p. 11-16, 2009.

OLIVEIRA, E. A. C.; OLIVEIRA, M. F. A. Dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental na disciplina de matemática. **Revista Práxis**, Volta Redonda (RJ), ano III, nº 5, p. 23-32, 2011.

OLIVEIRA, G. S.; SILVA, V. G. Tecnologias de informação e comunicação no contexto das práticas pedagógicas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: LONGHINI, M. D. (Org.) **O uno e o diverso na educação**. Uberlândia: EDUFU, 2011. p. 311-322.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores – Mudanças Urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSE, L. (Org). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. SBEM, 2009. p. 169-187.

PACHI, C. G. F. Modelagem Matemática – Método para o Ensino e Aprendizagem. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. (Orgs.). **Educação Matemática**: contextos e práticas docentes. Campinas, SP: Alínea, 2010.

PONTE, J. P. Tecnologias de Informação e Comunicação na formação de professores: Que desafio? **Revista Ibero Americana de Educación**, Araraquara, v. 24, p. 63-90, 2000.

PONTE, J. P.; CANAVARRO, P. **Matemática e novas tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

SANTOS, A. R. **Metodologia Científica**: a construção do conhecimento. Rio de Janeiro, Editora: DP&A, 2000.

SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação de professores. In: **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.15, Número Especial, p.857-871, 2013.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 1021-1047, 2012.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. In: **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.**, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SMOLE, K. S.; PESSOA, N.; DINIZ, M. I.; ISHIHARA, C. **Jogos de Matemática**: de 1º e 3º ano. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TACHIZAWA, T.; MENDES, G. **Como fazer monografia na prática**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2006.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

DECLARAÇÃO

Eu, **Ana Paula Reis de Oliveira**, graduada em Letras com habilitação em Português/ Inglês, declaro, para os devidos que realizei a revisão de português e a formatação, de acordo com as normas da ABNT, da dissertação: **MODELAGEM MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**, de autoria de **Joice Silva Marques Mundim**, aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia.

Por ser verdade, firmo a presente,

Uberlândia, 09 de janeiro de 2015.



Ana Paula Reis de Oliveira

CPF: 619.696.486-00